

随机矩阵理论的研究（二）：随机正交矩阵

朱梦

初稿于 2025-06-15，修改于 2025-06-16

如何要生成一个 $n \times n$ 的随机正交矩阵，其元素独立同分布，且均值为 0、方差为 $1/n$ ？首先，生成一个 $n \times n$ 的随机矩阵 A ，其元素独立重复采样于均值为 0，方差为 1 的随机分布。然后，对随机矩阵 A 进行 QR 分解（QR 分解是生成 Haar 随机正交矩阵的标准方法，确保均匀分布性。）： $A = QR$ 。分解后的 Q 矩阵即为所需的随机正交矩阵。如图1, 2, 3所示，当参数矩阵为参数方阵时，使用随机正交初始化，效果最优！

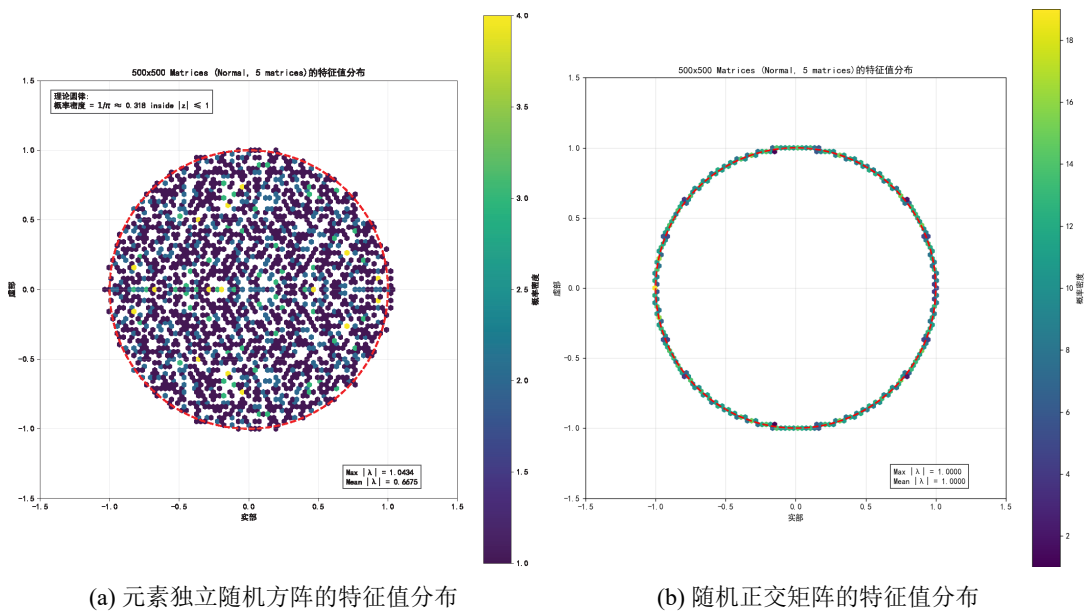
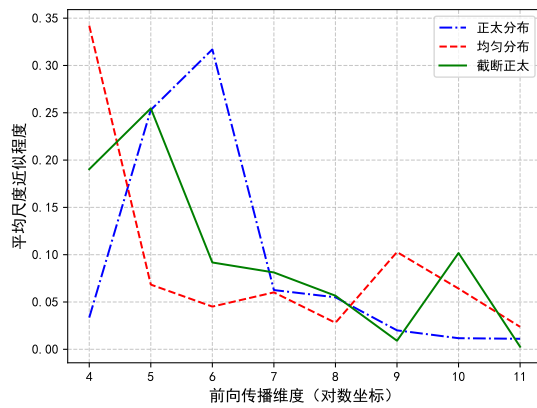
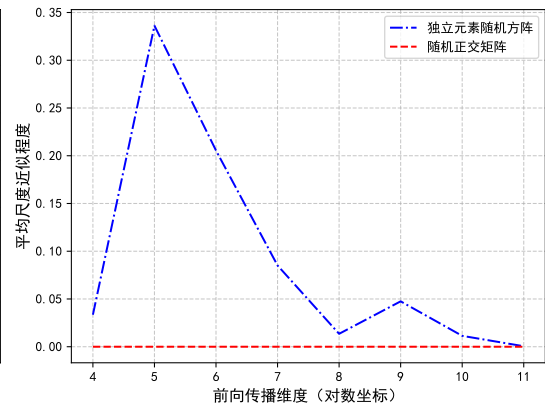


图1 元素独立随机方阵 vs. 随机正交矩阵

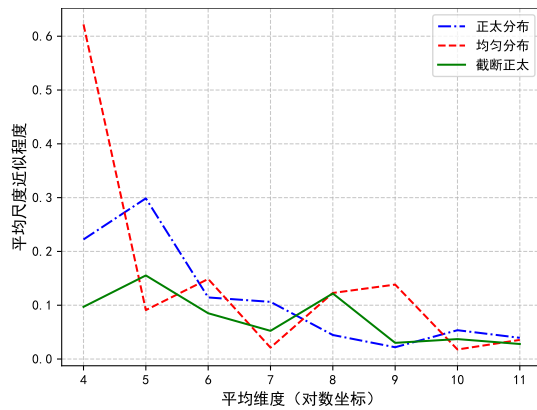


(a) 元素独立随机方阵

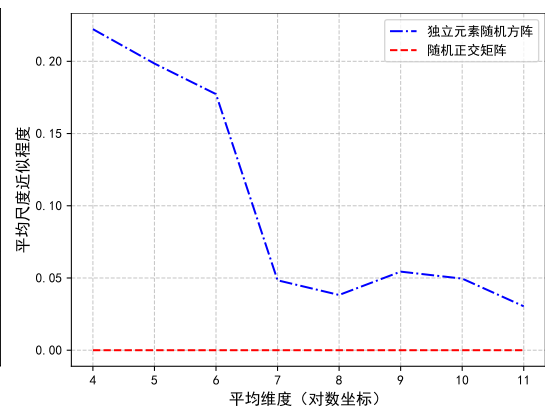


(b) 随机正交矩阵

图 2 元素独立随机方阵 vs. 随机正交矩阵



(a) 元素独立随机方阵



(b) 随机正交矩阵

图 3 元素独立随机方阵 vs. 随机正交矩阵