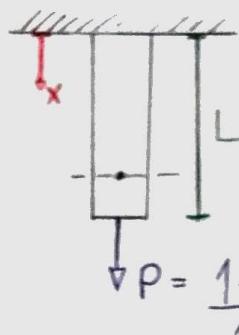


# Trabalho Individual 1

Aluno: Luiz Georg Matrícula 15/0041390 Opção I 27/7/2021

p. 1/3

## Tarefa 1



$$\begin{array}{c} \uparrow \sigma_x \\ \square \\ \downarrow P = \frac{1}{A} \cdot W = L \rho g \end{array}$$

Equilibrium Equations

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial \tau_{xy}^0}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial z}} + X = 0, \quad X = \rho g$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\rho g \quad \Rightarrow \sigma_x = C - \rho g x$$

Pela simetria do problema, as equações de equilíbrio nos eixos Y e Z são triviais.

Boundary Conditions.

$$\bar{X} = \sigma_x l + \cancel{\gamma_{xy}^0 m} + \cancel{\gamma_{xz}^0 n}, \quad l = \cos 0 = 1, \quad m = n = \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

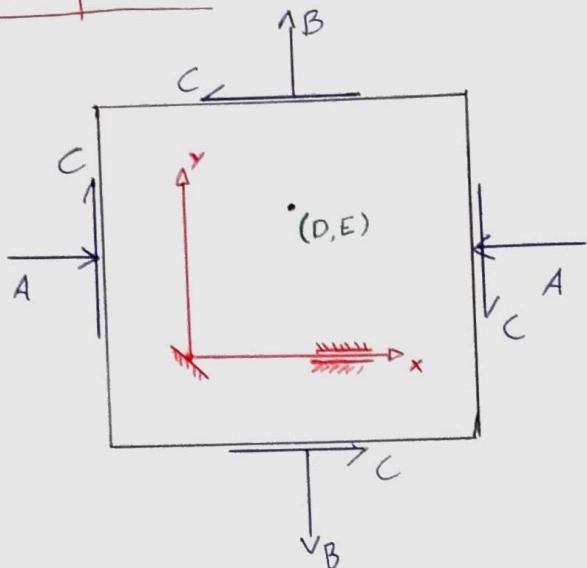
$$\bar{X} = P = \rho g$$

$$\Rightarrow \rho g = \sigma_x \Big|_{x=L} = C - \rho g L$$

$$\Rightarrow C = 2 \rho g L$$

$$\boxed{\sigma_x = \rho g L \left( 2 - \frac{x}{L} \right)}$$

## Tarefa 2



$$\nu = 0.3$$

$$\begin{array}{lll} A=1 & C=3 & E=5 \\ B=2 & D=4 & \end{array}$$

Nesse caso de Estado plano de Tensão, temos as seguintes relações entre tensão e deformação:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu \sigma_y}{E} \\ \epsilon_y = \frac{\sigma_y - \nu \sigma_x}{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_x = \frac{-A - \nu B}{E} \\ \epsilon_y = \frac{B + \nu A}{E} \end{cases}$$

das relações de deformação longitudinal:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \int \epsilon_x dx + g(y) = \left(-\frac{A + \nu B}{E}\right)x + g(y) \\ v = \int \epsilon_y dy + f(x) = \frac{B + \nu A}{E}y + f(x) \end{cases}$$

das relações de deformação císalhante:

$$\begin{cases} \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial x} \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{\tau_{xy} \cdot 2(1+\nu)}{E} = -\frac{C \cdot 2(1+\nu)}{E} \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{C \cdot 2(1+\nu)}{E}$$

Podemos então assumir que  $\frac{\partial g}{\partial y}$  e  $\frac{\partial f}{\partial x}$  são constantes iguais a  $k_g$  e  $k_f$ , respectivamente. Assim,

$$u = -\frac{A + \nu B}{E}x + k_g y + k_u, \quad v = \frac{B + \nu A}{E}y + k_f x + k_v$$

das condições de contorno, temos:

$$0 = u|_{x,y=0,0} = v|_{x,y=0,0} = v|_{y=0} \Rightarrow k_u = k_v = k_f = 0$$

Logo,

$$v = -\frac{A+B\nu}{E}x + K_g y, \quad \nu = \frac{B+\nu A}{E} y$$

Voltando à equação \*, temos então que

$$K_g = -\frac{C \cdot 2(1+\nu)}{E} \Rightarrow v = -\frac{A+B\nu}{E}x + \left(-\frac{C \cdot 2(1+\nu)}{E}\right)y$$

a direção do deslocamento, então, é  $\frac{v \hat{x} + \nu \hat{y}}{\sqrt{v^2 + \nu^2}}$  |  
 $x, y = D, E$

O ângulo que esse vetor faz com o eixo estacionário  $Ox$  é dado por  $\tan^{-1}\left(\frac{\nu}{v}\right)$  |  
 $x, y = D, E$

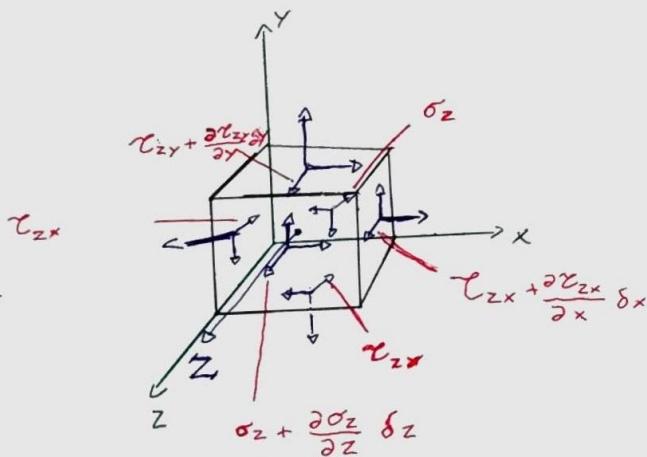
$$\tan^{-1}\left(\frac{\nu}{v}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{(B+\nu A)E}{-(A+\nu B)D - 2C(1+\nu)E}\right)$$

substituindo os valores de  $A, B, C, D, E, \nu$ , encontramos  
 o ângulo que o deslocamento faz com  $Ox$ :

$$2.89 \text{ rad} \approx 165.7^\circ \text{ deg}$$

## Teoria

Derivar equação do equilíbrio no eixo Z



$$\sum F \cdot \hat{z} = 0$$

$$-\sigma_z \delta_x \delta_y + (\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \delta_z) \delta_x \delta_y -$$

$$-\tau_{zx} \delta_z \delta_y + (\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \delta_x) \delta_z \delta_y -$$

$$-\tau_{zy} \delta_z \delta_x + (\tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \delta_y) \delta_z \delta_x +$$

$$+ \gamma \delta_x \delta_y \delta_z = 0$$

$$\Rightarrow \delta_x \delta_y \delta_z \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \gamma \right) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \gamma = 0}$$