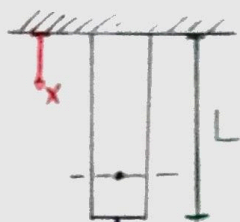


# Trabalho Individual 1

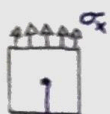
Aluno: Luiz Georg Matrícula 15/0041390 Opção I 27/7/2021

p. 1/3

## Tarefa 1



$$P = \frac{1 \cdot W}{A} = L \rho g$$



$$X = \frac{\rho A g}{A} = \rho g$$

Equilibrium Equations

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}} + X = 0, X = \rho g$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\rho g \quad \Rightarrow \sigma_x = C - \rho g x$$

Pela simetria do problema, as equações de equilíbrio nos eixos Y e Z são triviais.

Boundary Conditions:

$$\bar{X} = \sigma_x l + \cancel{\tau_{xy} m} + \cancel{\tau_{xz} n}, \quad l = \cos 0 = 1$$

$m = n = \cos \frac{\pi}{2} = 0$

$$\bar{X} = P = \rho g$$

$$\Rightarrow L \rho g = \sigma_x \Big|_{x=L} = C - \rho g L$$

$$\Rightarrow C = 2 \rho g L$$

$$\sigma_x = \rho g L \left( 2 - \frac{x}{L} \right)$$

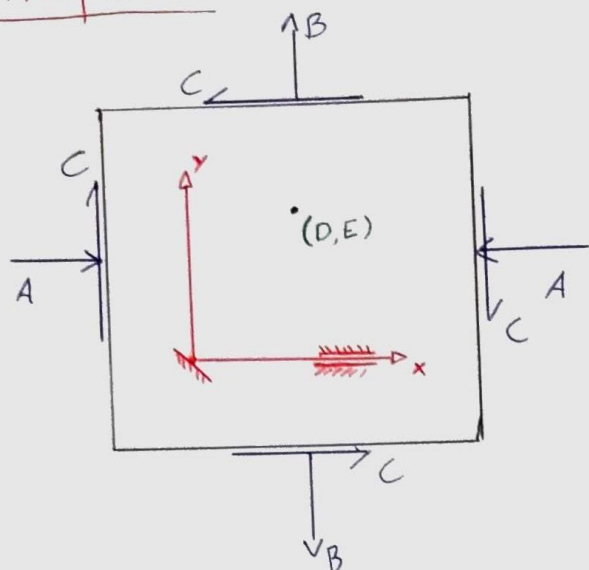
# Tarefa 2

Trabalho Individual 1

Luiz Georg 15/0041390

Opção I 27/7/2021

p 2/3



$$\nu = 0.3$$

$$A = 1 \quad C = 3 \quad E = 5$$

$$B = 2 \quad D = 4$$

Nesse caso de Estado plano de Tensão, temos as seguintes relações entre tensão e deformação:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu \sigma_y}{E} \\ \epsilon_y = \frac{\sigma_y - \nu \sigma_x}{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_x = \frac{-A - \nu B}{E} \\ \epsilon_y = \frac{B + \nu A}{E} \end{cases}$$

das relações de deformação longitudinal:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \int \epsilon_x dx + g(y) = \left(-\frac{A + \nu B}{E}\right)x + g(y) \\ v = \int \epsilon_y dy + f(x) = \frac{B + \nu A}{E}y + f(x) \end{cases}$$

das relações de deformação cisalhante:

$$\begin{cases} \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial x} \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{\tau_{xy} \cdot 2(1 + \nu)}{E} = -\frac{C \cdot 2(1 + \nu)}{E} \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{C \cdot 2(1 + \nu)}{E}$$

Podemos então assumir que  $\frac{\partial g}{\partial y}$  e  $\frac{\partial f}{\partial x}$  são constantes iguais a  $K_g$  e  $K_f$ , respectivamente. Assim,

$$u = -\frac{A + \nu B}{E}x + K_g y + K_u, \quad v = \frac{B + \nu A}{E}y + K_f x + K_v$$

das condições de contorno, temos:

$$0 = u|_{x,y=0,0} = v|_{x,y=0,0} = v|_{y=0} \Rightarrow K_u = K_v = K_f = 0$$

Logo,

$$u = -\frac{A+Bv}{E}x + K_g y, \quad v = \frac{B+vA}{E}y$$

Trabalho Individual 1  
Luiz Georgy 15/0041390  
opção: I 27/7/2021  
p.3/3

Voltando à equação  $\star$ , temos então que

$$K_g = -\frac{C \cdot 2(1+v)}{E} \Rightarrow u = -\frac{A+Bv}{E}x + \left(-\frac{C \cdot 2(1+v)}{E}\right)y$$

a direção do deslocamento, então, é  $\left. \frac{u \hat{x} + v \hat{y}}{u^2 + v^2} \right|_{x,y=D,E}$

o ângulo que esse vetor faz com o eixo estacionário  $Ox$  é dado por  $\tan^{-1}\left(\frac{v}{u}\right)\bigg|_{x,y=D,E}$

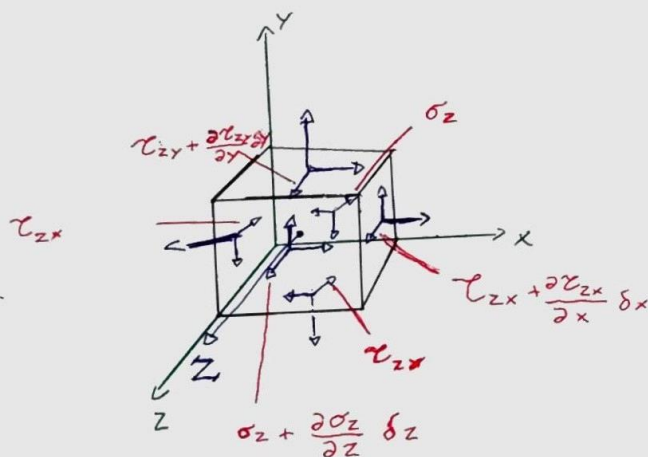
$$\tan^{-1}\left(\frac{v}{u}\right)\bigg|_{x,y=D,E} = \tan^{-1}\left(\frac{(B+vA)E}{-(A+vB)D - 2C(1+v)E}\right)$$

substituindo os valores de  $A, B, C, D, E, v$ , encontramos o ângulo que o deslocamento faz com  $Ox$ :

$$2.89 \text{ rad} \approx 165.7 \text{ deg}$$

## Teoria

Derivar equação do equilíbrio no eixo  $Z$



$$\sum F \cdot \hat{z} = 0$$

$$\begin{aligned} & -\cancel{\sigma_z} \delta x \delta y + \left(\cancel{\sigma_z} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \delta z\right) \delta x \delta y - \\ & -\cancel{\tau_{zx}} \delta z \delta y + \left(\cancel{\tau_{zx}} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \delta x\right) \delta z \delta y - \\ & -\cancel{\tau_{zy}} \delta z \delta x + \left(\cancel{\tau_{zy}} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \delta y\right) \delta z \delta x + \\ & + \sum \delta x \delta y \delta z = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \delta x \delta y \delta z \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \zeta \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \zeta = 0$$