Projeto de Sistemas de Controle

Lista 5 – Filtragem não-linear

Modelo não-linear

Considere um veículo percorrendo uma trajetória unidimensional em um fluido (submarino na água ou avião no ar, por exemplo). Uma força atua como entrada (sinal de controle) nesse veículo. Por estar em um fluido, a força de arrasto, que equivale ao amortecimento do sistema massa mola, é proporcional ao quadrado da velocidade, e atua no sentido oposto ao movimento. Dada essa descrição, tem-se o modelo não linear abaixo:

- Estados:
  - x_1: posição
  - x_2: velocidade
- Parâmetros:
  - b: “fator de amortecimento”, que depende das propriedades do fluido
  - m: massa do veículo
- Entrada:
  - u: força propulsiva (gerada por motor + hélice, por exemplo)
- Modelo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{b}{m} x_2 |x_2| + \frac{u}{m} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Na lista, definiremos $m = 1$ e $b = 1$, obtendo o modelo abaixo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = f(\boldsymbol{x}, u) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_2 |x_2| + u \end{bmatrix} \tag{2}$$

O veículo possui uma antena, pela qual recebe sinais da rádio (por exemplo, comandos) de uma estação base. Além da informação em si vinda no sinal (que é importante numa situação real, mas aqui não é avaliada), o veículo consegue medir a potência do sinal recebido. Quanto mais distante da base, menos potente é o sinal. Assim, há uma relação entre potência (sinal medido) e posição do veículo (variável de estados que queremos estimar), o que nos permite utilizar a medida de potência de sinal recebido como uma medida de distância. O sinal medido (potência do sinal) é dado por:

$$y = 10 \exp(-x_1) \tag{3}$$

Em que exp é a função exponencial e modela o decaimento da potência com a posição x_1 do veículo. Por conveniência, assume-se que a estação base possui posição $-\infty$, de forma a evitar simularmos o caso em que o veículo está na mesma posição (local com potência máxima), ou então em uma posição anterior (“mais à esquerda”, se imaginarmos a reta numérica crescendo para a direita).

Cenário simulado

- Taxa de amostragem: todos os sensores fornecem medidas a cada T = 10 ms (0,01 s) e filtro de Kalman é executado na mesma taxa
- Sensores não enviesados. Não simular nem estimar viés
- Medidas de sensores corrompidas por ruído branco. Variâncias:
  - Força (aceleração): 1 $(N)^2$
  - Potência do sinal: 1 $(W)^2$
- Estado inicial: [1 m; 0 m/s]
- Estado inicial estimado: 2*randn(2,1) + [1;0]. Obs: 2*randn(2,1) é um vetor de duas variáveis aleatórias gaussianas não correlacionadas, ambas com desvio padrão 2 (variância 4), e [1;0] altera a média da primeira variável aleatória para 1.
- Incerteza no estado inicial: P_0 = [4 0; 0 4]
- Entrada: $\cos(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$

Em ambas as questões em que se implementam filtros, utilize a integração numérica de primeira ordem abaixo como aproximação do modelo discreto do sistema para a etapa de propagação do filtro de Kalman:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{x}_k + f(\boldsymbol{x}_k, u)\, T \tag{4}$$

Veja que é a equação discreta é a equação 4. Quando necessário, calculam-se as jacobianas das Eqs. (3) e (4). A equação (2) é o modelo contínuo, e deve ser usada para modelar a planta no Simulink (ou Xcos, ou similar) e para calcular a equação (4), mas não diretamente no filtro de Kalman.

Em ambas as questões em que se implementam filtros, apresente na resposta:

- Gráfico com potência verdadeira, potência medida (sensor ruidoso) e potência estimada (filtro de Kalman) sobrepostos (ou seja, em um único gráfico)
- Gráfico do erro de posição (diferença entre posições estimada e verdadeira)
- Gráfico dos elementos da diagonal da matriz P (ver função *PlotPk.m* disponibilizada no Moodle)
- Gráficos de consistência estatística (apenas teste χ-quadrado, apenas para estado)
- Uma breve discussão dos resultados obtidos.

Além disso, inclua no Moodle os **arquivos Simulink** (ou Xcos, ou similar) com a modelagem desenvolvida para cada questão.

Destaca-se que é altamente recomendável reutilizar os códigos exemplos fornecidos via Moodle.

Questões

Questão 1 (2,5 pontos) – Implemente o modelo não-linear da planta, simulando estados e sensores.

Questão 2 (5,0 pontos) – Efetue a estimação utilizando a técnica **EKF** (filtro de Kalman estendido). Forneça na sua resposta as matrizes Jacobianas obtidas.

Questão 3 (2,5 pontos) – Faça a estimação de estados utilizando a técnica **UKF** (filtro de Kalman unscented).