**Lista 2 – Projeto de Sistemas de Controle**

**Instruções**

A lista a seguir deve ser resolvida utilizando o MATLAB ou software similar. Forneça, na resposta de cada questão, comandos utilizados e modelos Simulinks construídos.

A lista é parcialmente baseada no material presente em:

http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=AircraftPitch&section=ControlStateSpace

A lista, como motivação, utiliza um modelo dinâmico de um aeromodelo. Veja que, entretanto, as perguntas e atividades a serem desenvolvidas são de projeto de sistemas de controle, e podem ser realizadas sem maiores prejuízos por um aluno que não tenha tido contato (ou interesse) com a área aeronáutica.

**Introdução teórica**

Um avião, quando em voo aproximadamente retilíneo, com asas aproximadamente niveladas e com velocidade e altitude aproximadamente constantes, pode ser representado com certa precisão através de um par de modelos dinâmicos lineares que modelam conjunto de movimentos diferentes.

- Dinâmica látero-direcional: movimento de curva e de rolamento, “avião visto de cima”

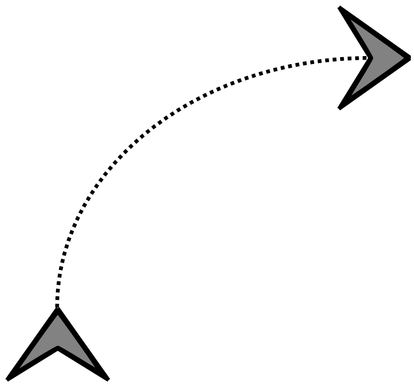

Figura 1 – um movimento que pode ser modelado pela dinâmica látero-direcional.

- Dinâmica longitudinal: movimento para cima e para baixo e mudança de velocidade da aeronave. “Avião visto de lado”

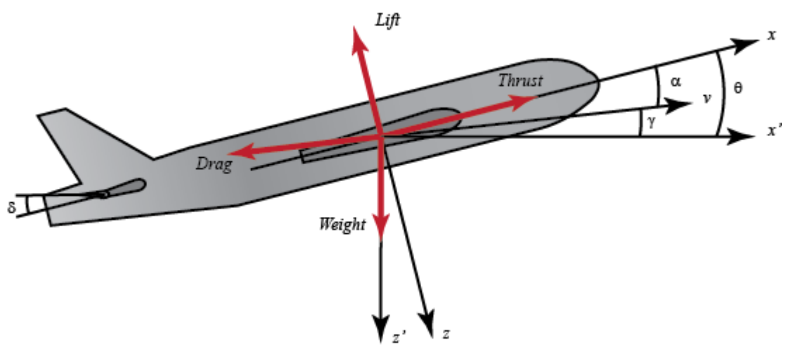


Figura 2 - Variáveis que afetam dinâmica longitudinal. Figura obtida em: http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=AircraftPitch&section=SystemModeling

Nessa atividade será utilizado o modelo linear em espaço de estados da dinâmica longitudinal. O modelo possui o seguinte formato:

$$\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\ \dot{q}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} = \boldsymbol{A}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\\ \theta\end{bmatrix} + \boldsymbol{B}\delta$$

Em que os estados são:

- $\theta$, chamado de ângulo de arfagem, que é o ângulo que a fuselagem do avião faz com a linha do horizonte,
- $q = \dot{\theta}$ é uma velocidade angular, e
- $\alpha$, chamado de ângulo de ataque, que é a diferença entre o ângulo de arfagem e a direção de voo do avião (veja que o avião não necessariamente voa na direção que seu nariz aponta).

E o sinal de controle é

- $\delta$, que é o ângulo de inclinação do atuador profundor, O profundor, ao ser acionado, gera um momento (torque) que faz o avião girar.

A Figura 2 também contém a direção de voo (em inglês, *flight path angle*), que é dada pelo ângulo $\gamma$, mas não é um estado do vetor de estados, pois $\theta - \gamma = \alpha$, ou seja, o valor de $\gamma$ pode ser definido a partir do valor de outros estados.

**Modelo utilizado**

No artigo "Design and flight-testing of non-linear formation control laws", de G. Campa et al., há um modelo linear de um aeromodelo que iremos utilizar aqui. O modelo segue abaixo:

$$\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\ \dot{q}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4.1172 & 0.7781 & 0\\ -33.8836 & -3.5729 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\\ \theta\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0.5435\\ -39.0847\\ 0\end{bmatrix}\delta$$

No modelo acima, todos os ângulos são dados em radianos e velocidades angulares em rad/s. A explicação física do que é cada elemento das matrizes ***A*** e ***B*** pode ser encontrada em livros usados na disciplina Mecânica do Voo, mas não são relevantes aqui.

Condições iniciais:

$$\alpha(0) = 0.5 \text{ rad}, \qquad \mathrm{q}(0) = 0 \text{ rad/s}, \qquad \theta(0) = -0.1 \text{ rad}$$

Considerações para alunos com conhecimento em mecânica do voo (mas irrelevantes para a resolução da lista):

1) Por simplificação, o estado velocidade foi omitido, o que transformou a matriz originalmente 4x4 em 3x3
2) O modelo apresentado é aplicado sobre um ponto de operação (ponto de trimagem). O estado verdadeiro é o estado do ponto de trimagem mais o estado do modelo linear. Exemplo: $\alpha_{\text{verdadeiro}}(t) = \alpha_0 + \alpha(t)$, em que $\alpha_0$ é o ângulo de ataque no ponto de trimagem
3) O modelo linearizado é apenas uma aproximação, e só funciona bem quando as variáveis de estados se mantêm próximas de zero. Nessa lista, entretanto, estamos ignorando possíveis erros relacionados à imprecisão da linearização.

**Atividade**

**Questão 1** – Quais são os autovalores de **A**? O sistema é estável, instável ou marginalmente estável? Subamortecido ou superamortecido? Sugestão de comandos: eig, pzmap. Justifique.

**Questão 2** – O sistema é controlável ou não? Justifique.

**Questão 3** – Modele o sistema dinâmico no Simulink (MATLAB), Xcos (Scilab), ou similares*. Sugestões de como modelar:

- Fazer como nos exemplos em sala: um integrador para cada estado. Sinais sempre escalares.
- **Recomendado**: Usar um único integrador, sinais são vetores 3x1, utiliza cálculos matriciais, como nas ilustrações do livro-texto (Ogata): solução bem mais compacta

O aluno não necessariamente precisa seguir alguma das sugestões acima. Entretanto, o modelo deve ser construído de forma que fique fácil fazer, de forma explícita, alocação de polos e observação de estados em questões futuras.

Inclua imagem(ns) do modelo construído.

***** Caso o aluno não tenha acesso a (ou conhecimento sobre) nenhuma dessas duas ferramentas gráficas, é permitida a implementação via programação "não-gráfica", mas é importante que:

1. Separe as funções. Por exemplo, ao implementar um controlador em uma questão futura, não transformar em sistema dinâmico resultante, mas sim fazer a operação em funções separadas.
2. Provavelmente será necessário utilizar funções de integral numérica

**Questão 4** – Simule o sistema nos seguintes casos:

a) Entrada nula

b) Degrau de 0.1 rad

Veja que o sistema possui **condições iniciais não nulas**, que afetam a resposta do sistema.

Mostrar um gráfico com a evolução do vetor de estados (ou seja, dos 3 estados) no tempo

**Questão 5** – Projete um regulador via alocação de polos (ou seja, calcule o vetor $\boldsymbol{K}$) que forneça um sistema com as seguintes características de malha fechada

- Sobressinal de 20%
- Tempo de pico de 1 segundo

Utilize as fórmulas existentes para sistemas de segunda ordem para encontrar um possível valor para os polos dominantes. Veja que é para escolher o valor teórico (não precisa conferir se o desempenho obtido é realmente o esperado). A simulação da resposta será feita na próxima questão.

**Questão 6** – Implemente a alocação de polos no Simulink (MATLAB), Xcos (Scilab), ou similares. Assuma inicialmente que o controlador tem acesso ao vetor de estados completo. Inclua imagem(ns) do controlador construído. Simule o sistema nos seguintes casos:

a) Entrada nula

b) Degrau de 0.1 rad

Mostrar um gráfico com a evolução do vetor de estados (ou seja, dos 3 estados) no tempo, e outro gráfico com sinal de controle $\delta$. **Discuta os resultados**.

**Questão 7** – Altere controlador para que se transforme em um **rastreador** com erro ao degrau nulo em regime permanente. O sinal de entrada define o **ângulo de arfagem** $\theta$ desejado. Sugestão: ver site indicado no começo desse PDF. Simule o sistema nos seguintes casos:

a) Entrada nula
b) Degrau de 0.1 rad

Mostrar um gráfico com a evolução do vetor de estados (ou seja, dos 3 estados) no tempo, e outro gráfico com sinal de controle $\delta$. **Discuta os resultados**.

**Questão 8** – Projetar e simular dois reguladores diferentes projetados via LQR, listados abaixo. Sugestão: usar comando lqr do MATLAB. e definir diferentes matrizes de ponderação Q e R de forma a obter controladores distintos para cada um dos itens abaixo:

a) Estados e sinais de controle com pesos iguais
b) Um ajuste que poupa (reduz) o uso do atuador (profundor)

Efetuar simulação com entrada nula. Mostrar um gráfico com a evolução do vetor de estados (ou seja, dos 3 estados) no tempo, e outro gráfico com sinal de controle $\delta$. **Discuta os resultados.**

- o vetor de estados (ou seja, dos 3 estados)
- um gráfico com sinal de controle $\delta$.
- $y(t)$ e $\hat{y}(t)$ em um mesmo gráfico
- $y(t) - \hat{y}(t)$

**Discuta os resultados**.

**Atenção**: guarde o software desenvolvido, pois a próxima lista utilizará o software desenvolvido até aqui