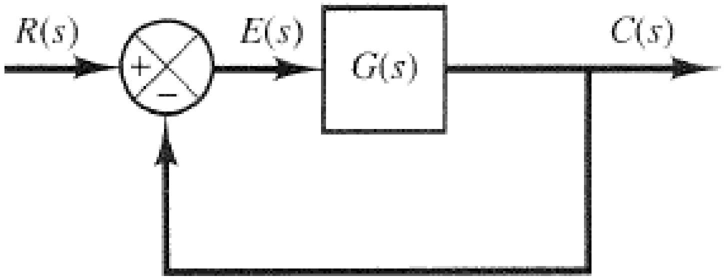
Revisão

Sistemas de Controle / Princípios de Controle

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta em regime permanente:

- Caso avaliado: realimentação unitária



- Tipo do sistema:

$$G(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \ldots (T_m s + 1)}{s^{\boldsymbol{N}}(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \ldots (T_p s + 1)}$$

$s^{\boldsymbol{N}}$: polo de multiplicidade ***N*** na **origem** – sistema tipo ***N***.

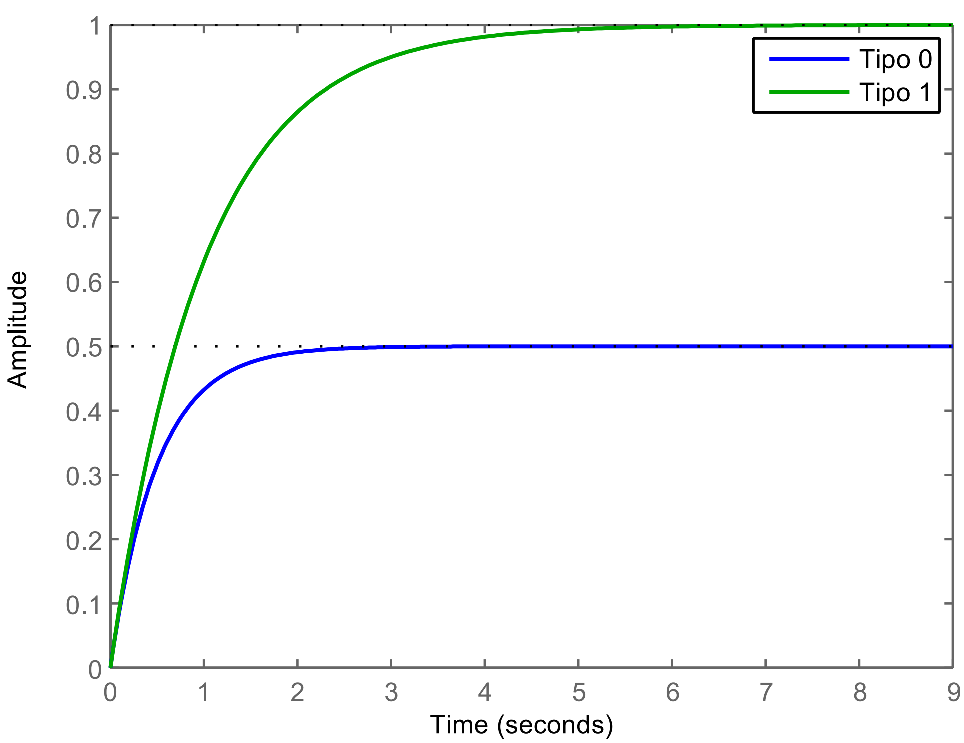
  - Não confundir **tipo** com **ordem** do sistema.
  - ↑**N** implica em ↑precisão e ↓estabilidade.

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta em regime permanente:

- Obter erro nulo quando $t \to \infty$
  - Adição de integradores

Entrada degrau

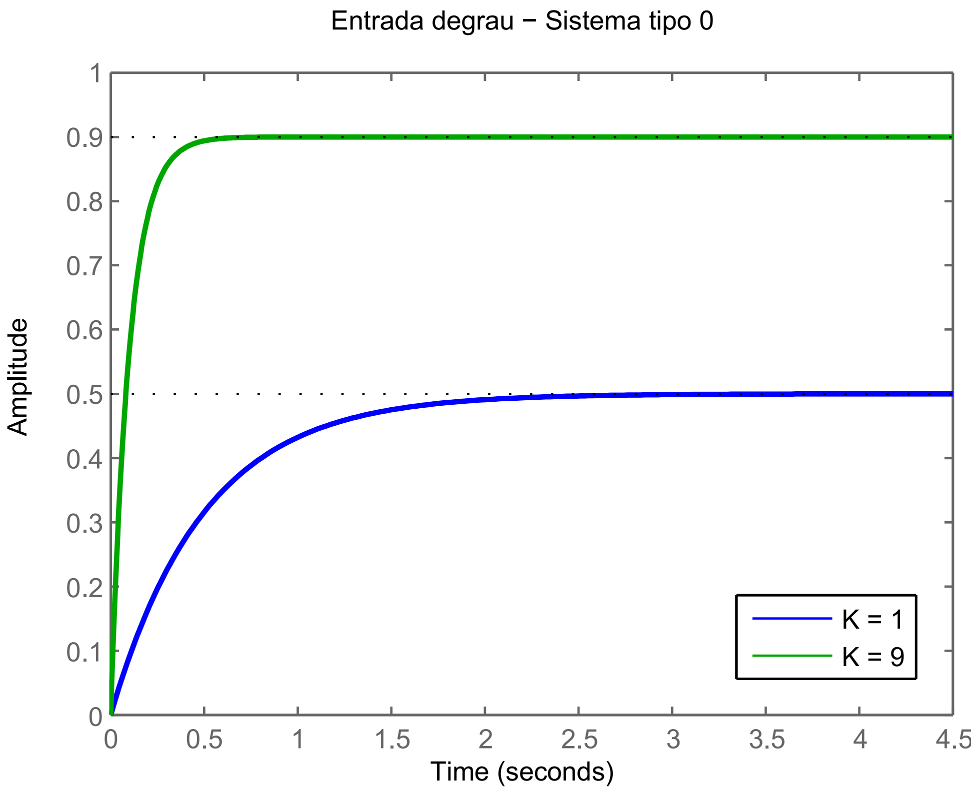



```
G1 = tf(1, [1 1]);
G2 = tf(1, [1 0]);

G_T0 = feedback(G1, 1);
G_T1 = feedback(G2, 1);

step(G_T0);
hold on
step(G_T1);

legend('Tipo 0', 'Tipo 1');
title('Entrada degrau');
```

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta em regime permanente:

- Se tipo do sistema fornece erro constante quando $t \to \infty$
  - Aumentar ganho diminui erro



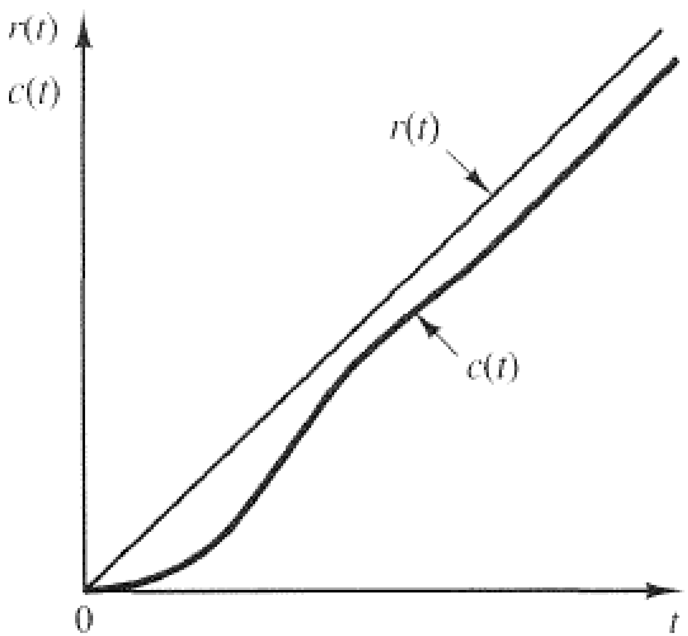

```
G1 = tf(1, [1 1]);
G2 = tf(9, [1 1]);

G_K1 = feedback(G1, 1);
G_K9 = feedback(G2, 1);

step(G_K1);
hold on
step(G_K9);

legend('K = 1', 'K = 9');
title('Entrada degrau -
Sistema tipo 0');
```

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta em regime permanente:

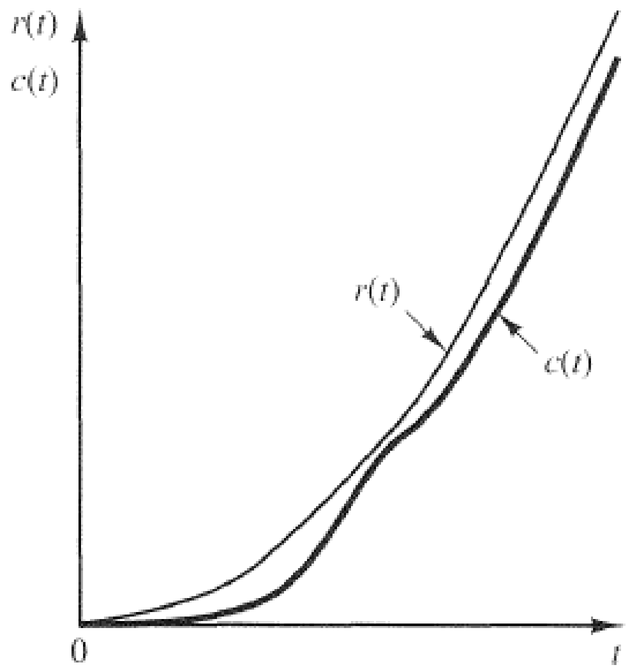
Entrada rampa:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \begin{cases} \infty, & \text{para tipo 0} \\ \frac{1}{K}, & \text{para tipo 1} \\ 0, & \text{para tipo 2 ou maiores} \end{cases}$$



Entrada Parábola:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} = \begin{cases} \infty, & \text{para tipo 0 e 1} \\ \frac{1}{K}, & \text{para tipo 2} \\ 0, & \text{para tipo 3 ou maiores} \end{cases}$$



Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta em regime permanente – Resumo:

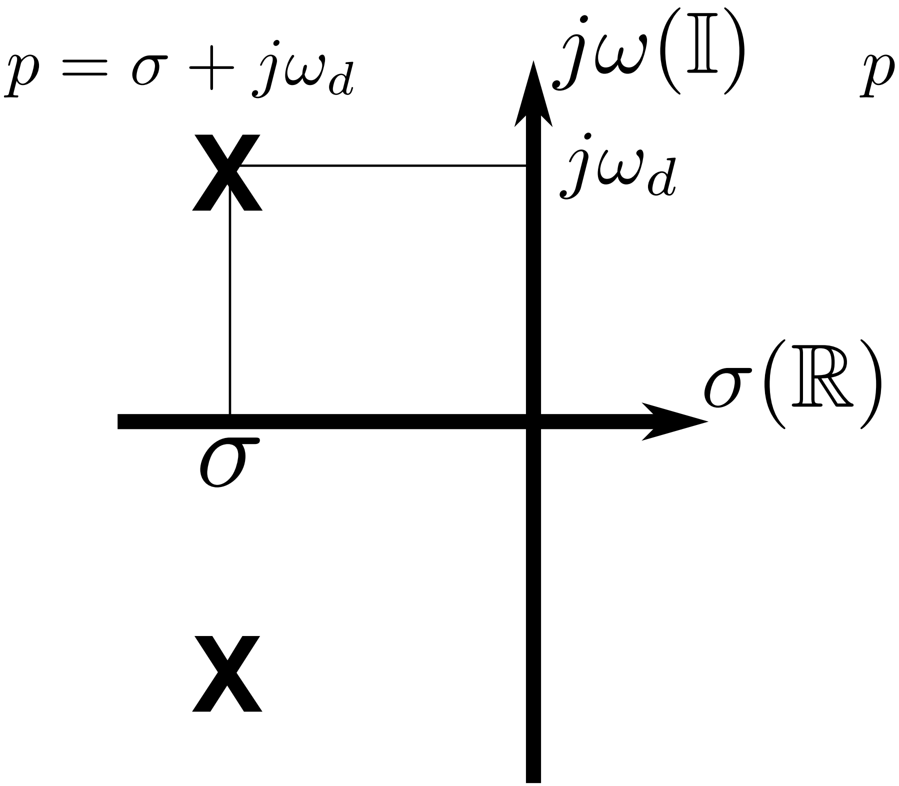
	Entrada em degrau $r(t) = 1$	**Entrada em rampa** $r(t) = t$	**Entrada em aceleração** $r(t) = 0.5t^2$
Sistema do tipo 0	$\frac{1}{1+K_p}$	∞	∞
Sistema do tipo 1	0	$\frac{1}{K_v}$	∞
Sistema do tipo 2	0	0	$\frac{1}{K_a}$

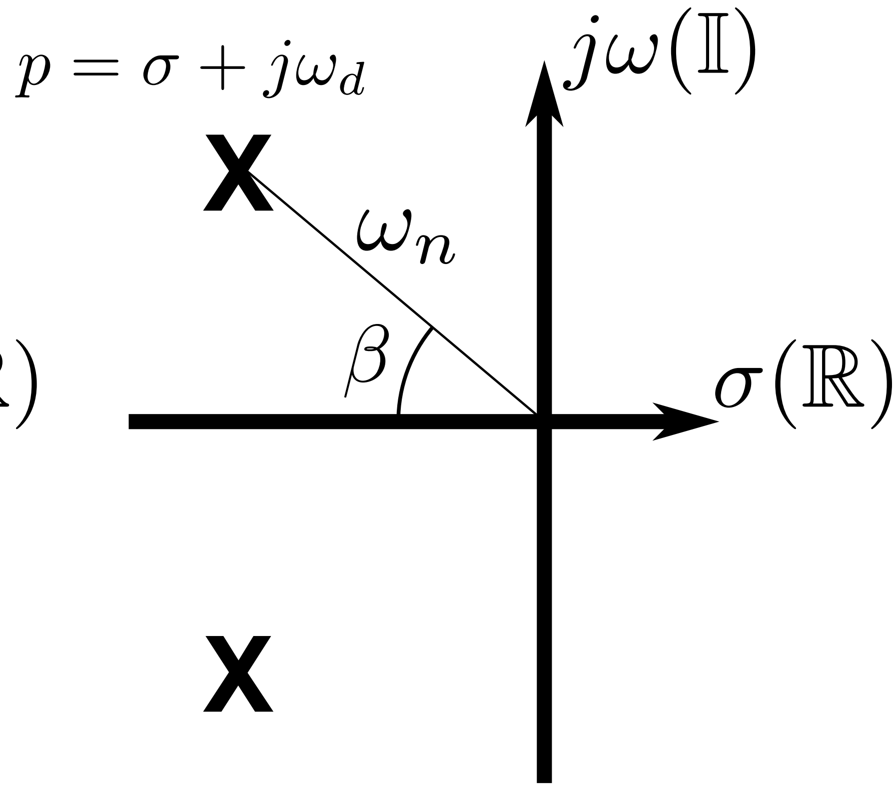
K_p	K_v	K_a
$\lim_{s\to 0} G(s)$	$\lim_{s\to 0} sG(s)$	$\lim_{s\to 0} s^2G(s)$

K_p, K_v e K_a: descrevem a habilidade de um sistema com realimentação unitária em reduzir ou eliminar o erro estacionário.

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta transitória:





Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta transitória:

- Sistema de segunda ordem, representado em slide anterior:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

"Coordenadas cartesianas" do polo:

- ω_d: frequência natural amortecida. É a frequência de oscilação observada experimentalmente.
- σ: Define a taxa de decaimento da exponencial

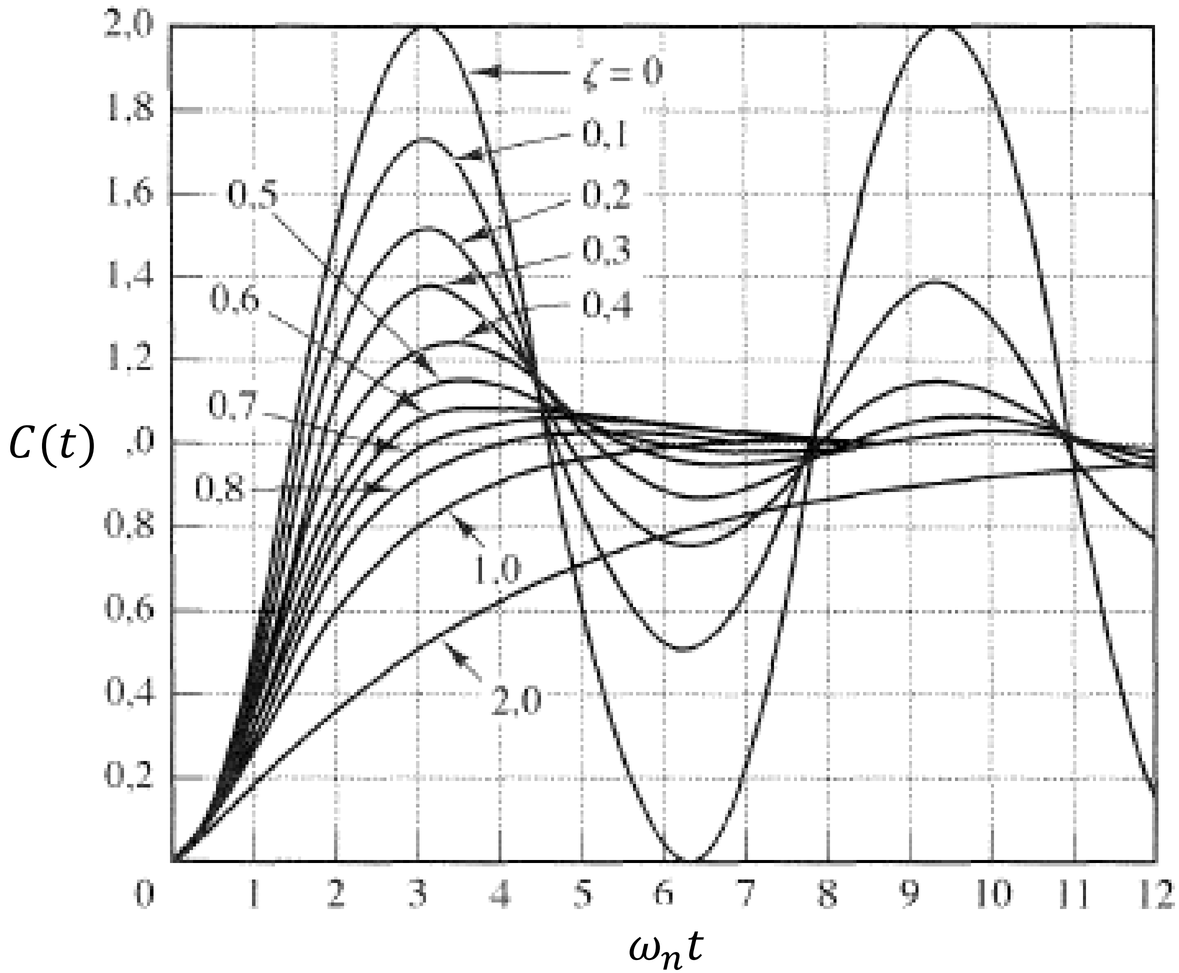
"Coordenadas polares" do polo:

- $\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega_d^2}$: Frequência natural não amortecida. Define velocidade de resposta. Mantendo ζ fixo, ao dobrar ω_n, tempo de resposta cai pela metade
- $\zeta = \cos\beta$: Define amortecimento/oscilação do sistema.

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta transitória:

Efeito de ζ e ω_n na resposta ao degrau unitário:



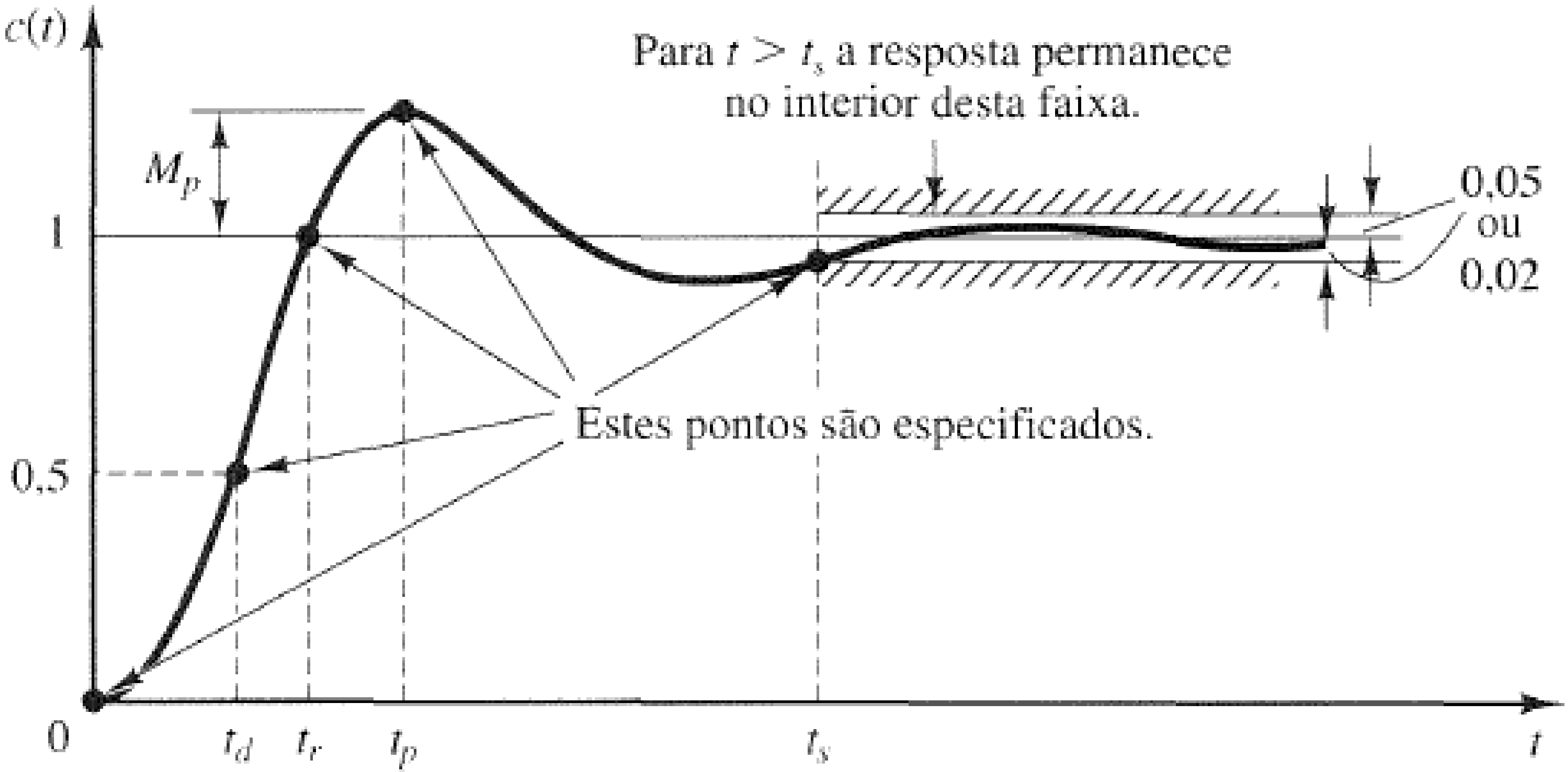
Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Resposta transitória:

Sobre ζ:

- Se polos estão no eixo real (se polos não possuem parte imaginária) e estão no semiplano esquerdo, tem-se que $\zeta > 1$. Resposta sem oscilação senoidal.
- Polo duplo real, semiplano esquerdo : $\zeta = 1$. Sem oscilação senoidal.
- Polo complexo conjugado, semiplano esquerdo: $0 < \zeta < 1$: resposta oscilatória amortecida
- Polo complexo conjugado, eixo imaginário: $\zeta = 0$: resposta oscilatória não amortecida
- Polo no semiplano direito: $\zeta < 0$: resposta instável.

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados



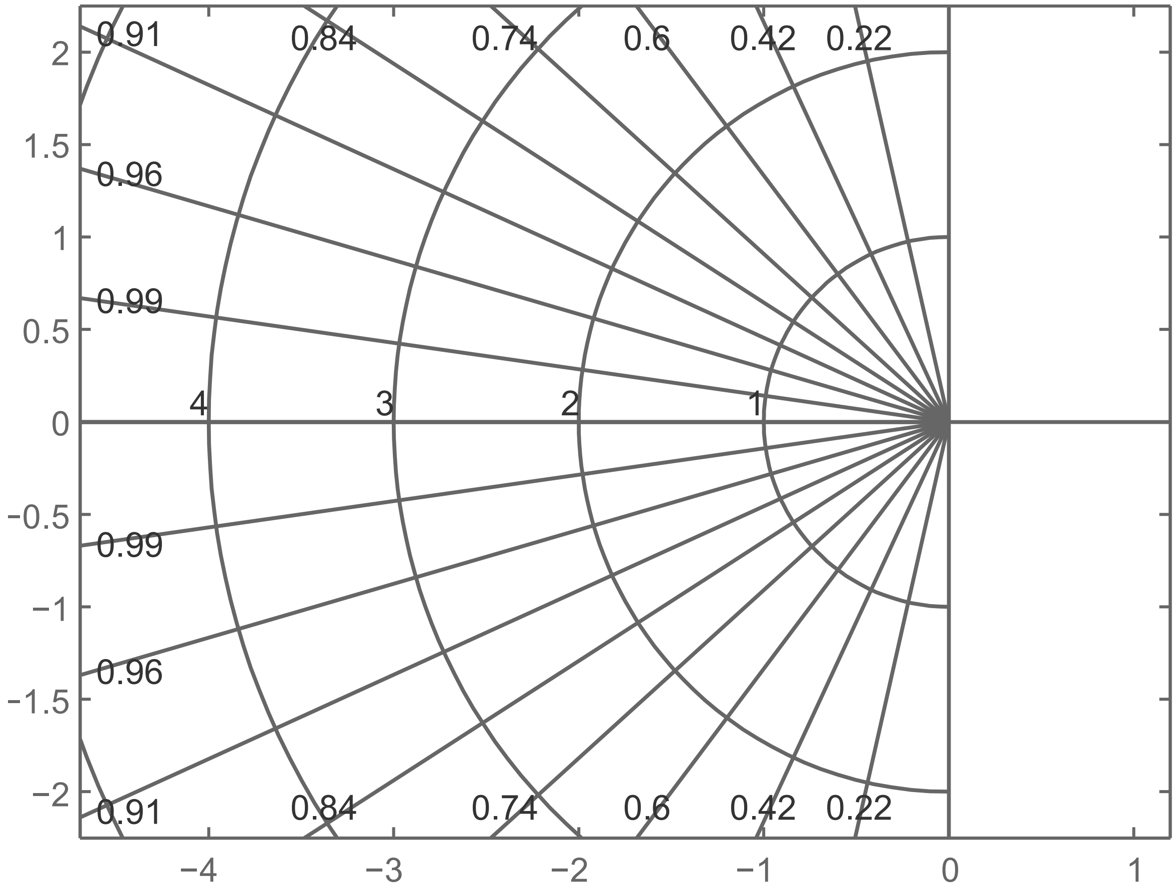
Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Tabela com equações de desempenho para sistemas de segunda ordem

Critério	Equação
Tempo de subida (rise time)	$t_r = \frac{1}{\omega_d}\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{\omega_d}{-\sigma}\right) = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$
Tempo de pico (peak time)	$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$
Máximo sobressinal (overshoot)	$M_p = e^{-\frac{\sigma}{\omega_d}\pi} = e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi}$
Tempo de acomodação (5%) (setling time)	$t_s = 3T = \frac{3}{\sigma} = \frac{3}{\zeta\omega_n}$
Tempo de acomodação (2%) (setling time)	$t_s = 4T = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{\zeta\omega_n}$

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Plano s

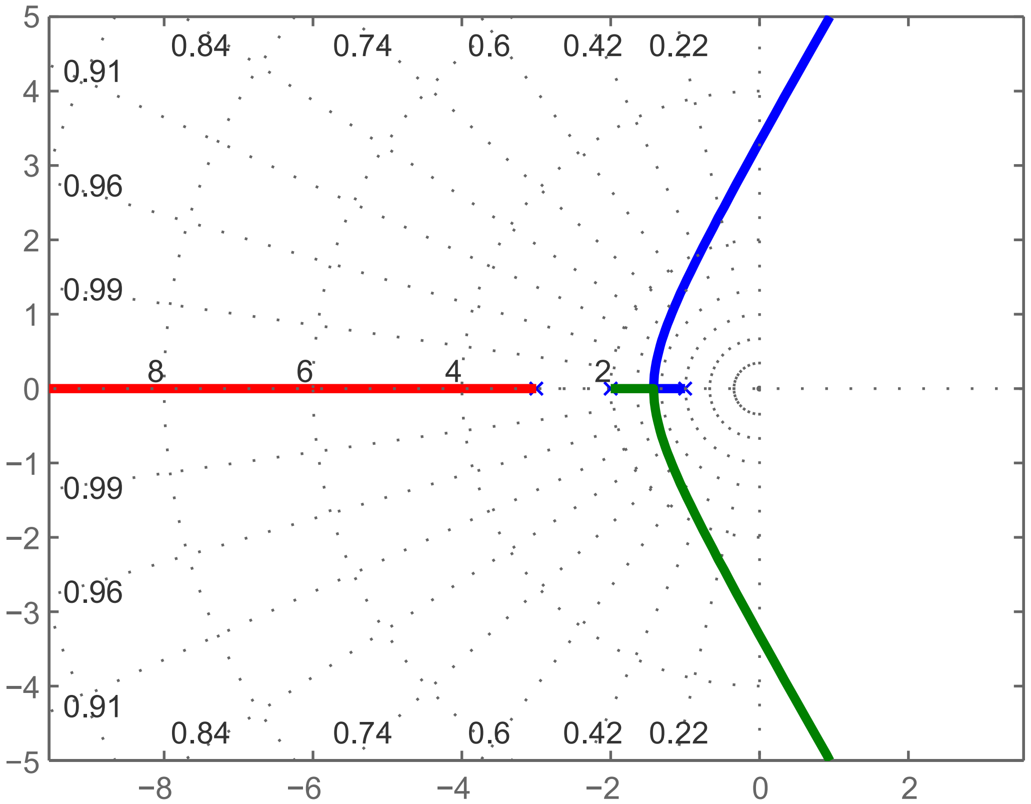


O que são os semicírculos? E as linhas retas?

Desempenho de sistemas dinâmicos realimentados

Exemplo de projeto via LGR

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$




```
G = zpk([], [-1 -2 -3], 1);
rlocus(G)
grid on;
axis equal;
```

Projeto de Sistemas de controle

O que se deseja em um projeto:

- Aumentar o tipo do sistema (regime permanente)
- Aumentar o ganho K (regime permanente)
- Escolher um valor de ζ adequado (resposta transitória)
- Escolher um valor de ω_n adequado (resposta transitória)

Veja que, apenas ajustando o valor de K (ex: via LGR ou Bode), não é possível atender a todas as questões acima ao mesmo tempo.

Soluções:

- Compensadores de atraso-avanço (projeto no domínio da frequência)
- Alocação de polos (projeto via espaço de estados)
    - Pode exigir estimador de estados