Espaço de Estados

Observador de estados

Introdução

A realimentação de estados assume conhecimento pleno de todos os estados.

Nem sempre é viável medir todos os estados: custo, inexistência de sensor apropriado, gasto de energia, limitação de banda de comunicação entre processador que possui controlador e sensores remotos

Solução: utilizar observador de estados

Observador de estados de ordem plena: estima todos os estados, a partir das mensurações $y(t)$

Observador de estados de ordem mínima: estima apenas estados não mensurados, a partir de $y(t)$

Relembrando: pode-se obter $x(t)$ a partir de $y(t)$ se sistema for **observável**.

Por que utilizar observador de ordem plena se, em princípio, o de ordem mínima já seria suficiente? Pois observador pode ser utilizado para obter estimativas mais precisas que medida de sensor ruidoso.

Veremos aqui apenas o **observador de estados de ordem plena**

Planta:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u$$
$$y = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}$$

Observador de estados de ordem plena:

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}\widehat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{K}_e(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = \boldsymbol{C}\widehat{\boldsymbol{x}}$$

Em que:

$\hat{\mathbf{x}}$: estado estimado

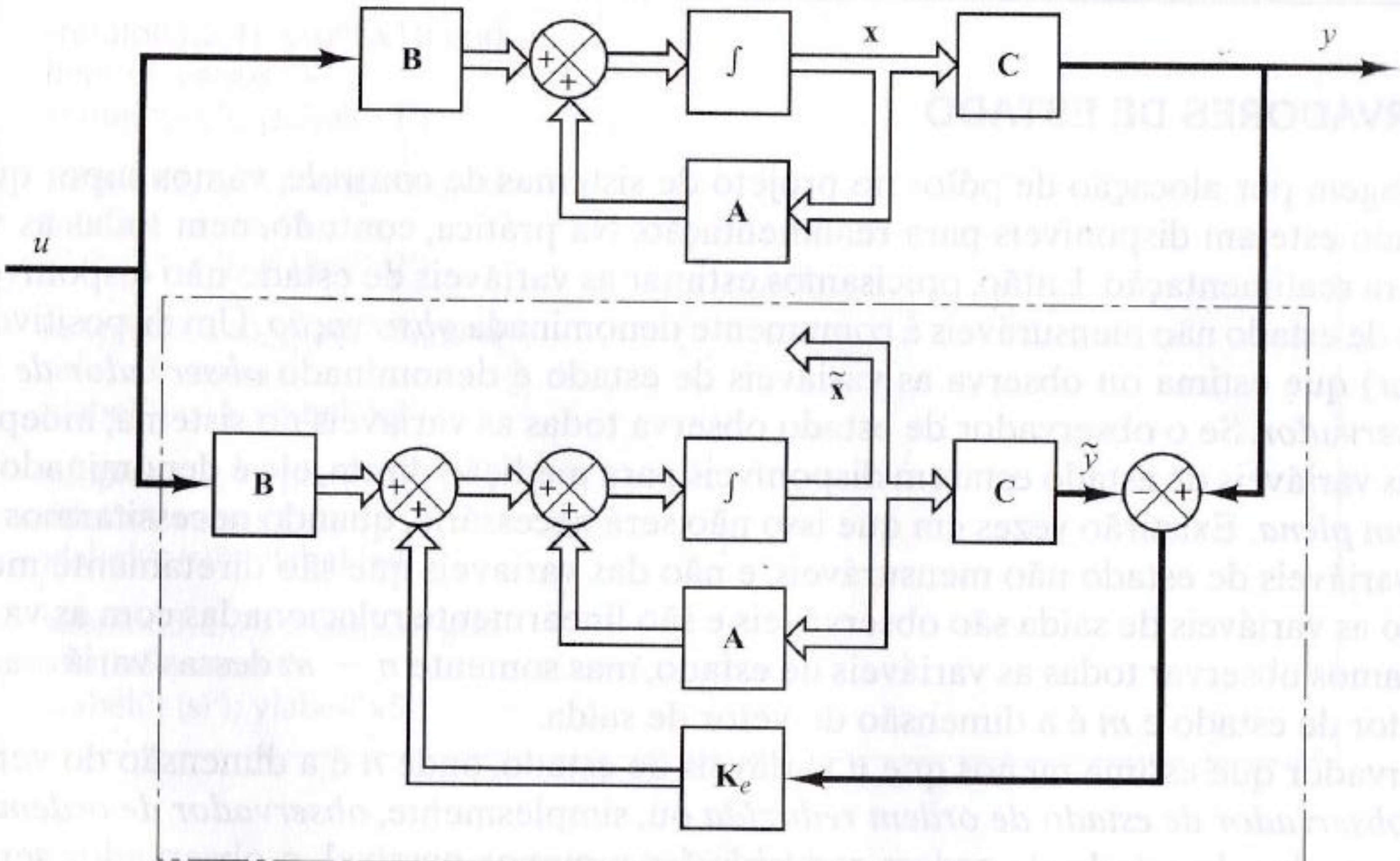
$\hat{y}$: saída estimada

$y - \hat{y}$: diferença (erro) entre saída estimada e medida

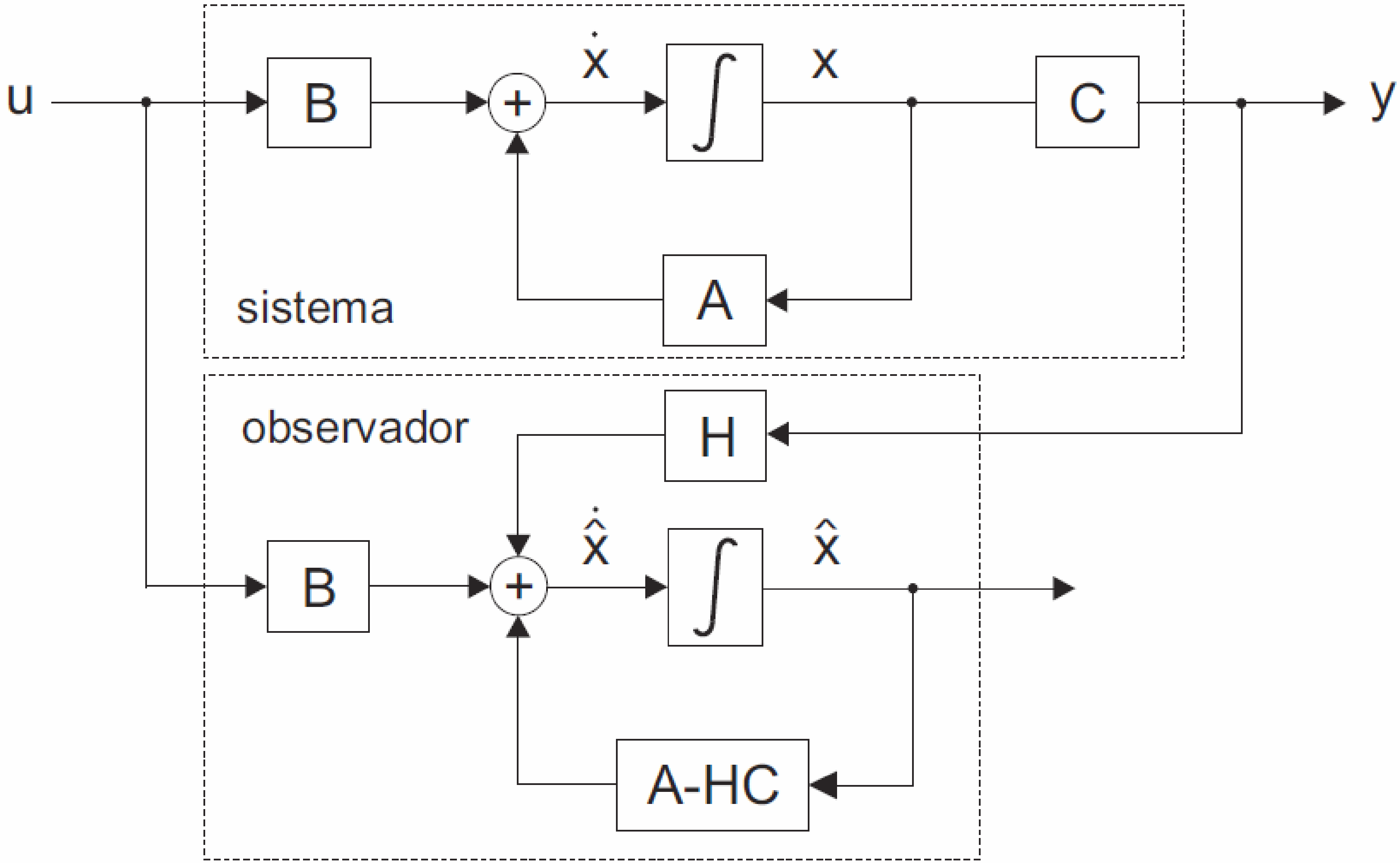
$\boldsymbol{K}_e$: ganho aplicado ao erro entre medido e estimado

Veja que:

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{x}}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{e}}\boldsymbol{C})\widehat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{K}_e y$$



Observador de estado de ordem plena



$$H = K_e$$

O modelo do observador é exatamente o mesmo da planta, e a mesma entrada u é aplicada.

Se $\hat{\boldsymbol{x}}(0) = \boldsymbol{x}(0)$ então $\hat{y}(0) = y(0)$. Assim:

$\hat{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{x}(t), \hat{y}(t) = y(t) \;\; \forall t > 0$

Se $\hat{\boldsymbol{x}}(0) \neq \boldsymbol{x}(0)$, então, como será demonstrado, $\boldsymbol{K}_e(y - \hat{y})$ funciona como um sinal de controle e, então $\boldsymbol{x}(t) - \hat{\boldsymbol{x}}(t)$ tenderá a zero

Demonstração:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u, \qquad \dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{K}_e(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}})$$

Subtraindo ambas as equações

$$\dot{\boldsymbol{x}} - \dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}) - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}})$$

Definindo $\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}$

$$\dot{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{e} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C}\boldsymbol{e} \rightarrow \dot{\boldsymbol{e}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C})\boldsymbol{e}$$

Se $(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C})$ tiver apenas autovalores negativos, tem-se um sistema regulador, $\lim_{t\rightarrow\infty} \boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{0}$ de forma que $\hat{\boldsymbol{x}}(t) \rightarrow \boldsymbol{x}(t)$

$\boldsymbol{K}_e$ é um ganho a ser projetado. Sabendo que uma matriz e sua transposta possuem o mesmo conjunto de autovalores:

$$\text{eig}(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C}) = \text{eig}(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C})^T = \text{eig}(\boldsymbol{A}^T - \boldsymbol{C}^T\boldsymbol{K}_e^T)$$

Comparando com alocação de polos

$$\text{eig}(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})$$

Verifica-se que a escolha dos autovalores do observador de estados do conjunto (A^T, C^T) é idêntico à alocação de polos do conjunto (A, B): dualidade entre controle e estimação.

Todas as técnicas aprendidas em alocação de polos valem para o projeto do observador de estados. Por exemplo, usando o MATLAB, o comando abaixo é utilizado para projetar um controlador via alocação de polos

K = acker(A,B,J)

Já o comando abaixo projeta um observador de estados:

K_ = acker(A’,C’,J)

K_e =K_’

Comentário sobre como escolher os autovalores

Apesar de duais, o observador de estados e a alocação de polos tem questões específicas diferentes

No projeto de um **controlador**, não se deseja uma resposta desnecessariamente rápida, pois isso acarreta em:

- Sinal de controle elevado
- Peças com maior qualidade

Já um **observador** de estados é “virtual” (se implementado, por exemplo em um computador), ou feito com circuitos elétricos de baixo custo.

Então, aparentemente, pode ser tão rápido quanto se queira.

Porém, sensores podem ser ruidosos. Ganho grande faz com que observador rastreie ruído ao invés dos estados.

Sugestão: polos 2 a 5 vezes mais rápidos que polo dominante do controlador. Mais lento que isso, e dinâmica de controle é dada por observador

Exemplo 1

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 20{,}6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad C = [0\ 1]$$

Projete um observador de ordem plena com autovalores $\mu_1 = \mu_2 = -10$

Exemplo 1

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 20{,}6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad C = [0\ 1]$$

Projete um observador de ordem plena com autovalores $\mu_1 = \mu_2 = -10$

Solução:

Utilizando $A^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 20{,}6 & 0 \end{bmatrix}$ e $C^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, calcule como se fosse um problema de alocação de polos.

Primeiramente, equação característica:

$$|\lambda I - A| = \lambda^2 - 20{,}6$$

Equação característica desejada:

$$\lambda^2 + 20\lambda + 100$$

Método 1 - Via matriz de observabilidade/controlabilidade

$$K = [120{,}6\ 20] \rightarrow K_e = K^T = \begin{bmatrix} 120{,}6 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Exemplo 1

Método 2 – Via substituição direta

$$|\lambda I - A + K_e C| = \left| \begin{bmatrix} \lambda & -20{,}6 \\ -1 & \lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & k_{e1} \\ 0 & k_{e2} \end{bmatrix} \right| = \begin{vmatrix} \lambda & -20{,}6 + k_{e1} \\ -1 & \lambda + k_{e2} \end{vmatrix}$$

$$\lambda^2 + k_{e2}\lambda - 20{,}6 + k_{e1} = 0$$

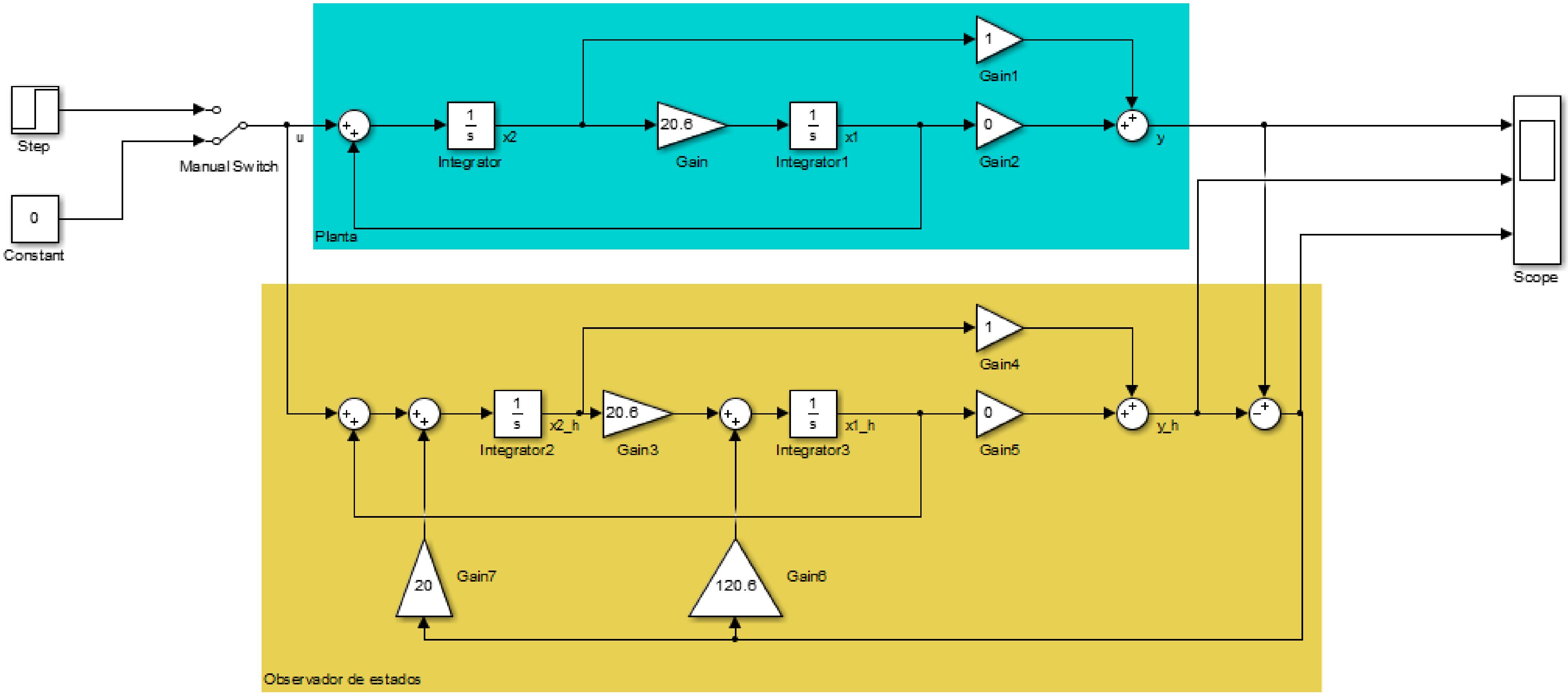
Via comparação com eq. desejada:

$$K_e = \begin{bmatrix} k_{e1} \\ k_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120{,}6 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Método 3 – fórmula de Ackermann: ver no livro

Exemplo 1

Solução via MATLAB/Simulink



Exemplo 2

Alterando o exemplo anterior para termos um sistema estável

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad C = [0\ 1]$$

Projete um observador de ordem plena com autovalores $\mu_1 = \mu_2 = -10$

Primeiramente, equação característica:

$$|\lambda I - A| = \lambda^2 + 3\lambda + 2$$

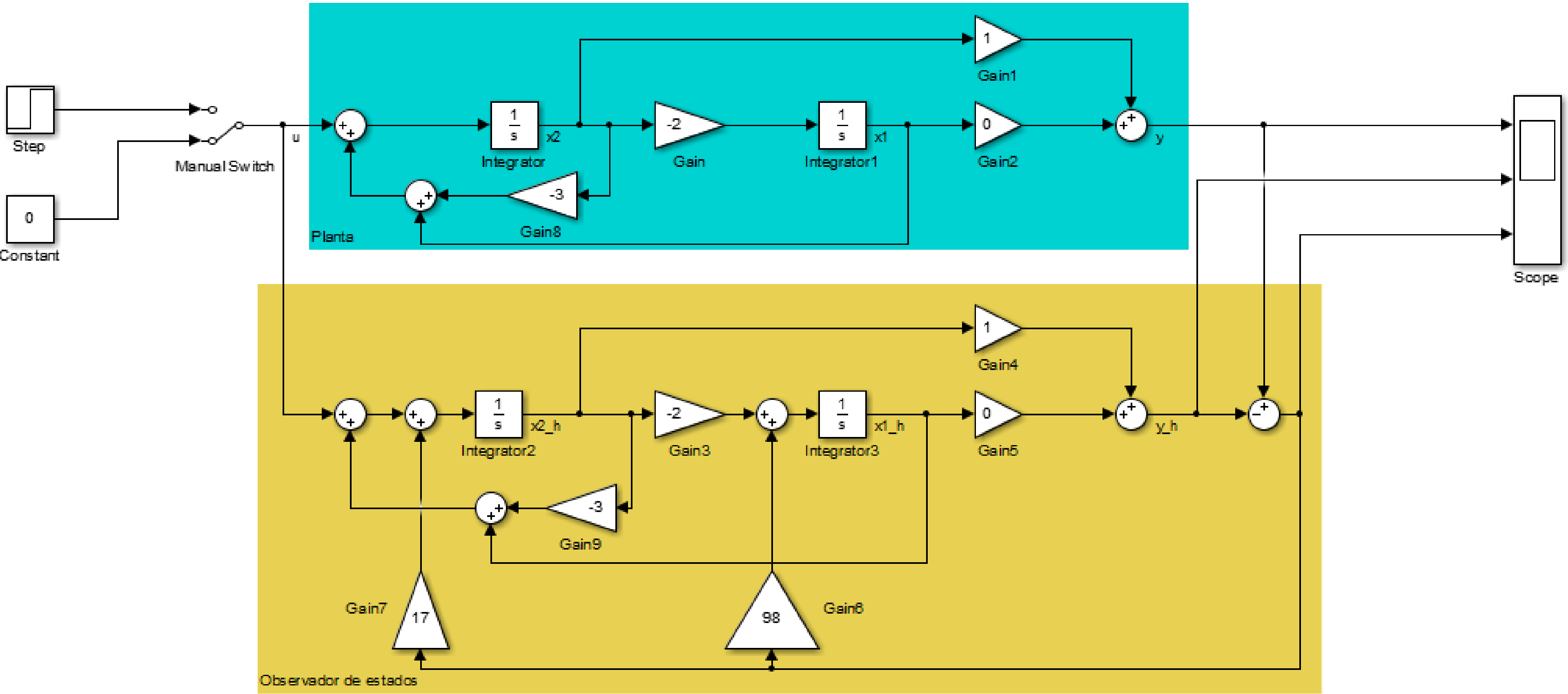
Equação característica desejada:

$$\lambda^2 + 20\lambda + 100$$

Método 1 - Via matriz de observabilidade/controlabilidade

$$K = [98\ 17] \rightarrow K_e = K^T = \begin{bmatrix} 98 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Exemplo 2


Step
Constant
0
Manual Switch
u
Integrator
x2
Gain
-2
Integrator1
x1
Gain1
1
Gain2
0
y
Gain8
-3
Planta
Scope
Integrator2
x2_h
Gain3
-2
Integrator3
x1_h
Gain4
1
Gain5
0
y_h
Gain9
-3
Gain7
17
Gain6
98
Observador de estados

O observador de estados possui 3 fontes de erro:

1. $x(0) \neq \hat{x}(0)$: não se sabe o estado inicial do sistema, ou sabe-se com precisão limitada. Essa incerteza se reduz com o tempo, conforme projeto da constante de tempo do observador. Para $t > 5T$, deixa de ser relevante.
2. O sensor pode ser impreciso (ruído branco, por exemplo)
3. O modelo pode ser impreciso:
   1. $u(t)$ não é conhecido perfeitamente,
   2. Matrizes A, B, C do observador não são exatamente iguais às matrizes da planta,
   3. Modelo simplificado em relação à realidade: saturação, não-linearidades, folgas, zona morta foram desconsideradas
   4. Há perturbação

Sabendo que $\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{K}_e(y - \hat{y})$, ajustar $\boldsymbol{K}_e$ é uma forma de balancear entre as 3 fontes de erro.

- Aumentar $\boldsymbol{K}_e$ indica confiança no sensor. Usado quando erro 2 é pequeno
- Diminuir $\boldsymbol{K}_e$ indica confiança no modelo e nas condições iniciais, ou seja, quando erros 1 e 3 são pequenos.

Exemplos avaliados utilizando simulação via MATLAB de slide anterior

$\boldsymbol{K}_e$ variante no tempo e fornecendo o resultado que, estatisticamente, é o mais preciso: **filtro de Kalman** (estudaremos em aula futura)

Alocação de polos com observador de estados

O observador de estados pode ser utilizado para fornecer o vetor estimado $\hat{x}$ para o controlador por alocação de polos

Planta:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u$$
$$y = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}$$

Controlador:

$$u = -\boldsymbol{K}\widehat{\boldsymbol{x}} + r$$

Assim:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\widehat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}r = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{x} - \widehat{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{B}r$$
$$= (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\boldsymbol{e} + \boldsymbol{B}r$$

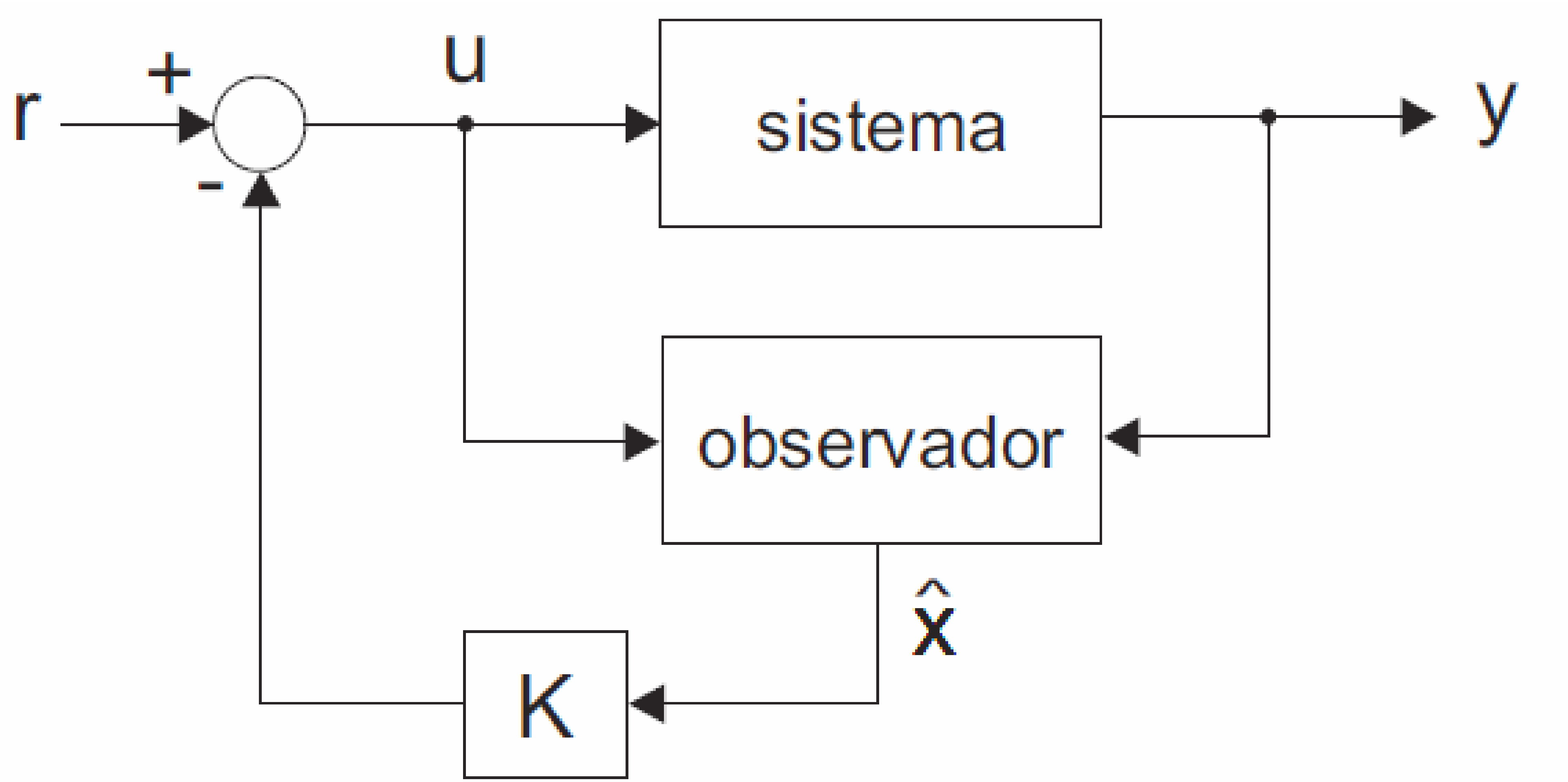
Por outro lado, já temos a equação dinâmica do erro:

$$\dot{\boldsymbol{e}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C})\boldsymbol{e}$$

Unindo ambos em um único vetor de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K} & \boldsymbol{B}\boldsymbol{K} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} r$$

Alocação de polos com observador de estados



Alocação de polos com observador de estados

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K} & \boldsymbol{B}\boldsymbol{K} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} r$$

Autovalores:

Autovalores do observador

$$\begin{vmatrix} \lambda\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K} & -\boldsymbol{B}\boldsymbol{K} \\ \boldsymbol{0} & \lambda\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C} \end{vmatrix} = |\lambda\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}||\lambda\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C}|$$

Autovalores alocados (polos)

Obs: determinante de matriz bloco triangular é o produto dos determinantes da diagonal

Conclusões:

- Em sistemas **lineares**, o projeto do controlador e do observador são independentes entre si. O uso simultâneo não afeta polos projetados separadamente.
- Sistema contém $2n$ autovalores

Alocação de polos com observador de estados

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} - \boldsymbol{BK} & \boldsymbol{BK} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} r$$

Conclusões (continuação):

- O vetor $\boldsymbol{e}$ não é controlável
- Realização mínima então inclui apenas os estados em $\boldsymbol{x}$
$$\dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{BK})\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}r$$
- Função de transferência de malha fechada é exatamente a mesma do sistema com alocação de polos e sem observador de estados. Veja que função de transferência assume condições iniciais nulas. Assim, $\boldsymbol{e}(0) = \boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{0}$, de forma que, sob as condições válidas para Laplace, o observador não produz qualquer efeito.
- Veja que, usualmente $\boldsymbol{e}(0) \neq \boldsymbol{0}$, então os autovalores do observador são relevantes, mas a F.T. não é capaz de representar esse efeito
- Será mostrado que controlador + observador é um sistema de ordem n, que pode ser representado como um bloco com função de transferência. Veja que essa proposta é mais complicada que os compensadores por atraso e avanço, que são de ordem 2

Exemplo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 20{,}6 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad C = [1\ 0]$$

Projete:

- Um observador de ordem plena com autovalores $\mu_1 = \mu_2 = -8$
- Um controlador com polos de malha fechada em $\lambda_{1,2} = -1.8 \pm j2.4$

Exemplo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 20{,}6 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad C = [1\ 0]$$

Projete:

- Um observador de ordem plena com autovalores $\mu_1 = \mu_2 = -8$
- Um controlador com polos de malha fechada em $\lambda_{1,2} = -1.8 \pm j2.4$

Solução: são dois projetos independentes.

Equação característica original:

$$|\lambda I - A| = \lambda^2 - 20{,}6$$

Controlador:

Equação característica desejada:

$$(\lambda + 1.8 + j2.4)(\lambda + 1.8 - j2.4) = \lambda^2 + 3.6\lambda + 9$$

Então:

$$\boldsymbol{K} = [29.6\ \ 3.6]$$

Exemplo

Equação característica original:

$$|\lambda I - A| = \lambda^2 - 20{,}6$$

Observador:

- Veja que não está na forma canônica observável

Equação característica desejada:

$$(\lambda + 8)^2 = \lambda^2 + 16\lambda + 64$$

Solução 1 –

Projetando como se estivesse projetando controlador na forma canônica:

$$\widehat{\boldsymbol{K}} = [84.6\ 16]$$

Matriz de transformação (controlador):

Trocando $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ por $(\boldsymbol{A}^T, \boldsymbol{C}^T)$:

$$\boldsymbol{T} = \mathcal{O}\boldsymbol{W}, \mathcal{O} = [\mathbf{C}^T |\ \mathbf{A}^T\mathbf{C}^T\ |\ \dots\ |\ (\mathbf{A}^T)^{n-1}\mathbf{C}^T], \boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_e = \left(\widehat{\boldsymbol{K}}\boldsymbol{T}^{-1}\right)^T$$

Exemplo

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{I}_2, \qquad \boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{T}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_e^T = \widehat{\boldsymbol{K}}\boldsymbol{T}^{-1} = [84.6 \quad 16]\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = [16 \quad 84.6] \rightarrow \boldsymbol{K}_e = \begin{bmatrix} 16 \\ 84.6 \end{bmatrix}$$

Solução 2 – Substituição direta

$$|\lambda\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{K_e}\boldsymbol{C}| = \begin{vmatrix} \lambda + K_{e1} & -1 \\ -20{,}6 + K_{e2} & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + K_{e1}\lambda + K_{e2} - 20{,}6$$

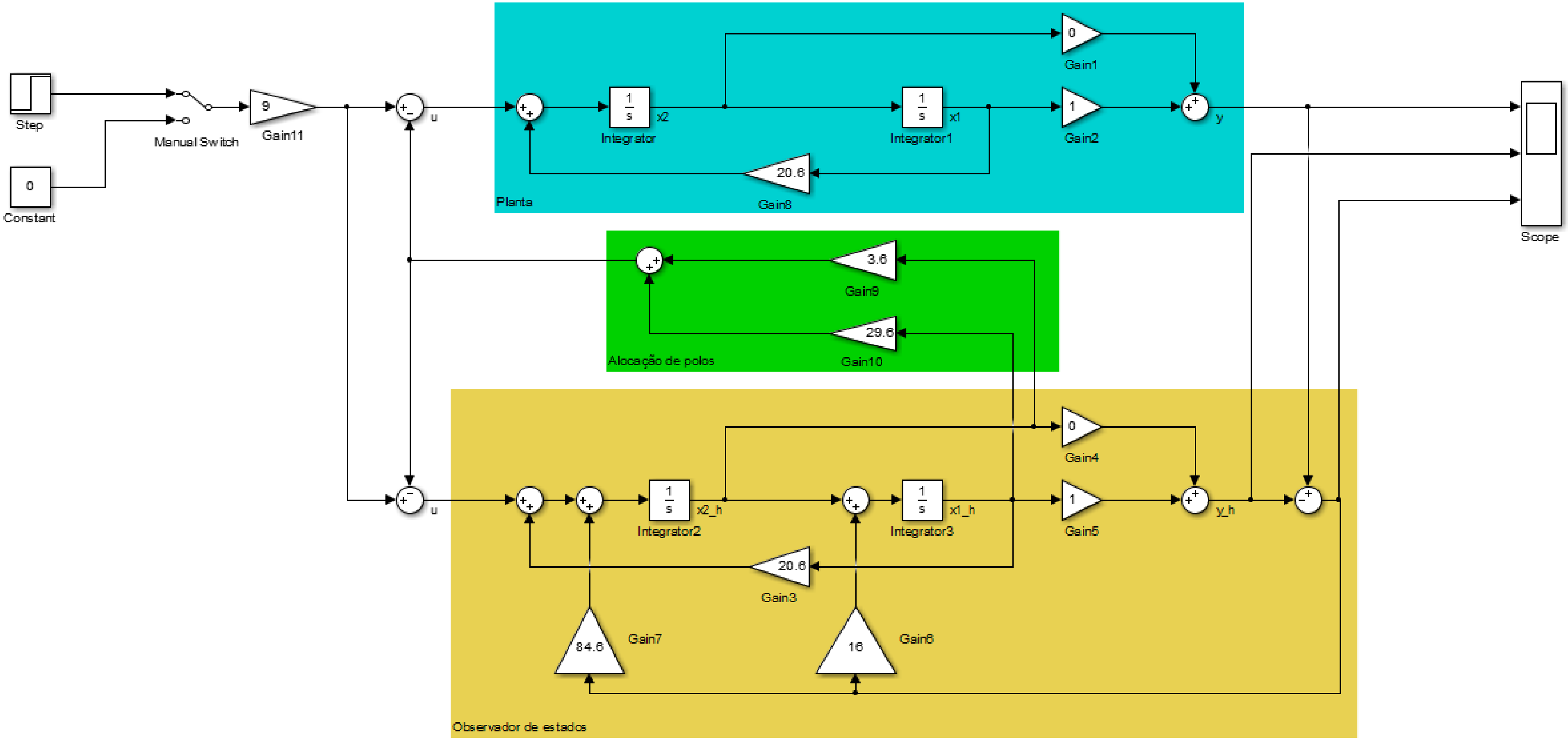
Comparando com:

$$\lambda^2 + 16\lambda + 64$$

Tem-se:

$$\boldsymbol{K}_e = \begin{bmatrix} 16 \\ 84.6 \end{bmatrix}$$

Exemplo



Step
Manual Switch
Constant
0
9
Gain11
u
Planta
1/s
Integrator
x2
Integrator1
x1
0
Gain1
1
Gain2
y
20.6
Gain8
Scope
3.6
Gain9
29.6
Gain10
Alocação de polos
Observador de estados
Integrator2
x2_h
Integrator3
x1_h
Gain4
Gain5
y_h
Gain3
84.6
Gain7
16
Gain6

Se considerarmos $r(t) = 0$, o conjunto observador + controlador recebe uma única entrada $y(t)$ e fornece uma única saída $u(t)$

Assim, seu comportamento pode ser representado por uma função de transferência, conforme demonstração abaixo:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K_e C})\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{K}_e y, \qquad \mathrm{u} = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}$$

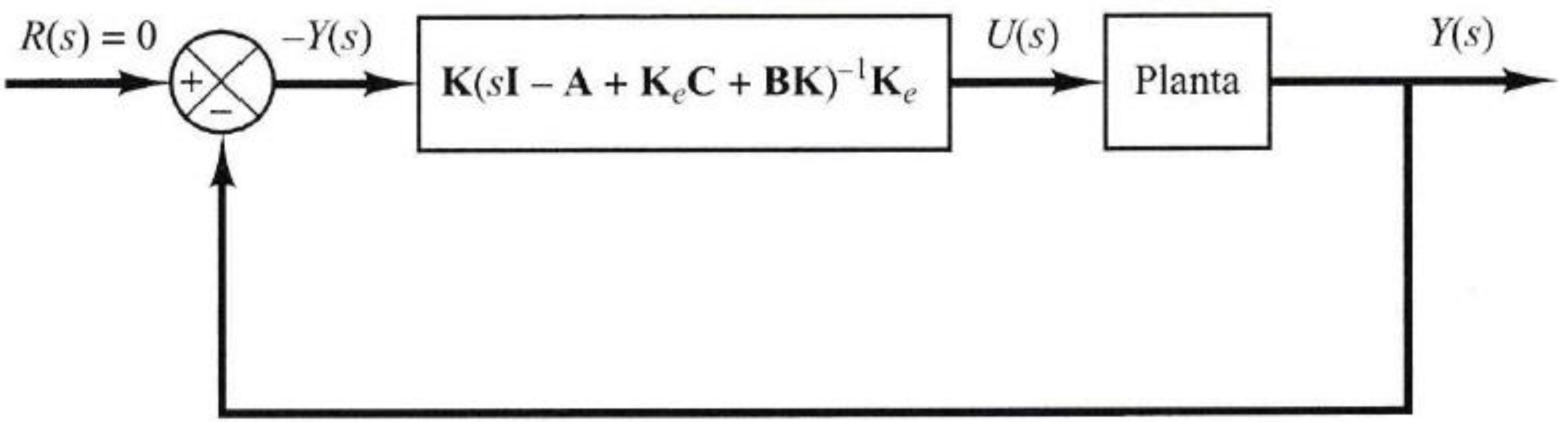
$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K_e C} - \boldsymbol{BK})\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}_e y$$

Transformada de Laplace:

$$s\widehat{\boldsymbol{X}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K_e C} - \boldsymbol{BK})\widehat{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{K}_e Y$$

$$\widehat{\boldsymbol{X}} = (s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{K_e C} + \boldsymbol{BK})^{-1}\boldsymbol{K}_e Y$$

$$\frac{U}{Y} = -\boldsymbol{K}(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{K_e C} + \boldsymbol{BK})^{-1}\boldsymbol{K}_e$$



O controlador-observador é um controlador de ordem n.

Recomenda-se avaliar se o controlador possui polos instáveis ou pouco estáveis. Conhecemos a resposta de malha fechada (estável e com polos posicionados onde escolhemos), mas polo instável de malha aberta pode causar problemas em situações não ideais, como saturação ou erro de modelo

Soluções atraso/avanço e PID são mais simples e de menor custo. Devem ser preferidas se fornecerem resultado adequado.

Obs: o livro também escreve sistemas reguladores como diagramas de bloco, mas não iremos fazer isso

Exemplo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 20{,}6 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad C = [1\ 0]$$

Projete:

- Um observador de ordem plena com autovalores $\mu_1 = \mu_2 = -8$
- Um controlador com canal integral e polos de malha fechada em $\lambda_{1,2} = -1.8 \pm j2.4, \;\; \lambda_3 = -5$

Exemplo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 20{,}6 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad C = [1\ 0]$$

Projete:

- Um observador de ordem plena com autovalores $\mu_1 = \mu_2 = -8$
- Um controlador com canal integral e polos de malha fechada em $\lambda_{1,2} = -1.8 \pm j2.4, \quad \lambda_3 = -5$

Solução: observador já projetado - $\boldsymbol{K}_e = \begin{bmatrix} 16 \\ 84.6 \end{bmatrix}$

Controlador. Vetor de estados aumentado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix}$$

Após, projetar via qualquer método.

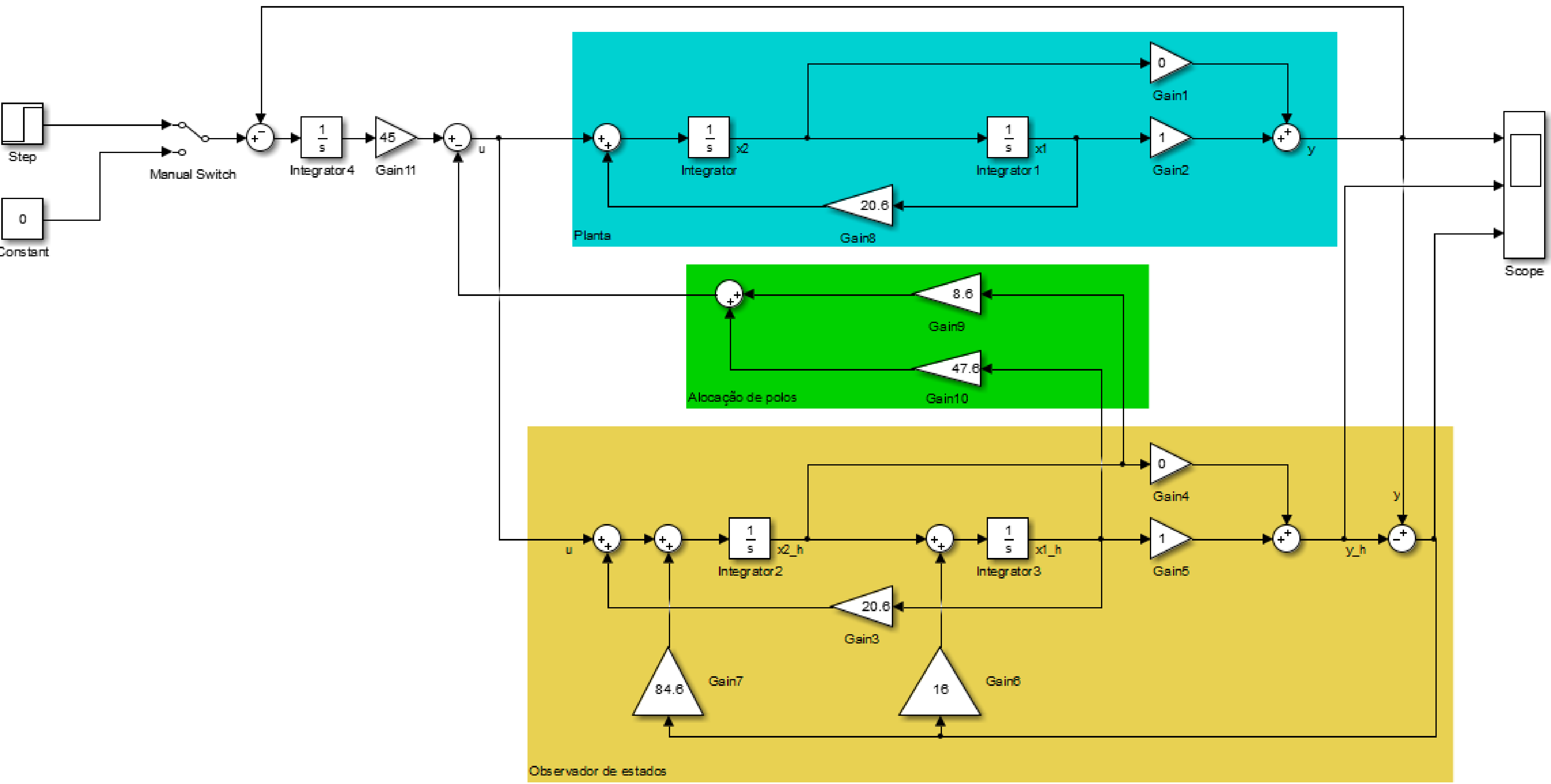
Exemplo

```
% Sistema original
A = [0 1; 20.6 0];
B = [0; 1];
C = [1 0];

% Projeto
A_aug = [A zeros(2,1);-C 0];
B_aug = [B; 0];
C_aug = [C 0];
% Polos desejados
J = [-1.8+2.4j -1.8-2.4j -5];
K = acker(A_aug,B_aug,J);
```

K = [47.6 8.6 -45.0]

Exemplo


Step
Constant
Manual Switch
Integrator4
Gain11
45
u
Planta
Integrator
x2
Integrator1
x1
Gain1
0
Gain2
1
y
20.6
Gain8
Scope
Alocação de polos
8.6
Gain9
47.6
Gain10
Observador de estados
u
Integrator2
x2_h
Integrator3
x1_h
Gain4
0
Gain5
1
y
y_h
20.6
Gain3
84.6
Gain7
16
Gain6