Universidade de Brasília

Faculdade UnB Gama

Mecânica do Voo

Voo retilíneo derrapado estabilizado





Referências Bibliográficas

- **ITEN 2.2.1**: Paglione, P. ; Zanardi, M. C., Estabilidade e Controle de Aeronaves, ITA, 1990.
- Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid, Dynamics of Flight – Stability and Control, John Wiley & Sons, 3ª Ed, 1996.
- STEVENS, Brian L.; LEWIS, Frank L. Aircraft control and simulation. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.

2. Voo retilíneo derrapado estabilizado

ITEM 2.2.1 APOSTILA

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO LÁTERO DIRECIONAL

$$mV_e\, cos\beta(\dot{\beta} - p\, sen\alpha_e + r\, cos\alpha_e) = \frac{1}{2}\rho_e S V_e^2\, \left(C_{y_\beta}\,\beta + C_{y_{\delta_a}}\delta_a + C_{y_{\delta_r}}\delta_r\right) + m\, g\, sen\,\phi\, cos\,\theta_e$$

$$I_x\dot{p} - I_{xz}\dot{r} + (I_z - I_y)\, r\, q_e - I_{xz} p\, q_e = \frac{1}{2}\rho_e S V_e^2\, l\, \left(C_{l_\beta}\,\beta + C_{l_p}\frac{p\, l}{V_e} + C_{l_r}\frac{r\, l}{V_e} + C_{l_{\delta_a}}\delta_a + C_{l_{\delta_r}}\delta_r\right)$$

$$I_z\dot{r} - I_{xz}\,\dot{p} + (I_y - I_x)\, p\, q_e - I_{xz}\, r\, q_e = \frac{1}{2}\rho_e S V_e^2\, l\, \left(C_{n_\beta}\,\beta + C_{n_p}\frac{p\, l}{V_e} + C_{n_r}\frac{r\, l}{V_e} + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r\right)$$

$$\dot{\phi} = p + tg\,\theta_e\,(q_e\, sen\,\phi + r\, cos\,\phi)$$

$$\dot{\psi} = \frac{q_e\, sen\,\phi + r\, cos\,\phi}{cos\,\theta_e}$$

CARACTERÍSTICAS DO AIRBUS

	β	p	r	δ_a	δ_r
C_y	$-1,5$ <0	$-$	$-$	**$0,05$?**	0,3 >0
C_l	$-1,3$ <0	$-13 < 0$	2,9 >0	$-0,33$ <0	**$0,25$>0**
C_n	1,75 >0	$-1,5$ <0	$-7,5$<0	$-0,125$ <0	**$-1,00 < 0$**

CARACTERÍSTICAS DO MIRAGE

	β	p	r	δ_a	δ_r
C_y	$-0,6 < 0$	$-$	$-$	**$0,001$?**	0,075 > 0
C_l	$-0,05$ < 0	$-0,25$ < 0	$0,06 > 0$	$-0,30$ < 0	**$0,018$ > 0**
C_n	0,180 > 0	0,055 ~ 0	$-0,7$ < 0	**0**	$-0,085$

ANTES DE ANALISAR AS RESPOSTAS DA AERONAVE AS ALTERÇÕES DE LEME E AIRELONS, VAMOS ANALISAR ALGUMAS TRAJETÓRIAS PARTICULARES DE VOOS ESTABILIZADOS:

- **Voo retilíneo derrapado para avião simétrico**
- **Voo retilíneo derrapado para avião não simétrico**
- **Voo curvilíneo horizontal estabilizado**

3. VOO RETILÍNEO DERRAPADO ESTABILIZADO

Procura-se determinar quais são as posições (fixas) das superfícies de controle direcional e de rolamento, δ_r e δ_a, que permitem assegurar um voo retilíneo estabilizado com uma derrapagem β_e conhecida. Ou seja com: $\dot{\beta} = \dot{\phi} = \dot{\psi} = p = r = 0$

3.1. AVIÃO SIMÉTRICO

Considera se a hipótese de que o sistema propulsivo não cria nenhum momento adicional.

δ_a , δ_r e ϕ são determinadas pelas três equações do movimento:

$$\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 \left(C_{y_\beta}\,\beta + C_{y_{\delta_a}}\delta_a + C_{y_{\delta_r}}\delta_r\right) + m\,g\,sen\,\phi_1 = 0$$

$$C_{l_\beta}\,\beta + C_{l_{\delta_a}}\delta_a + C_{l_{\delta_r}}\delta_r = 0$$

$$C_{n_\beta}\,\beta + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r = 0$$

Sendo introduzido o ângulo ϕ_1 no lugar de ϕ e θ_e,

$$sen\,\phi_1 = sen\,\phi\,\cos\theta_e \quad .$$

O ângulo ϕ_1 é o ângulo entre o eixo y e o plano horizontal, sendo que $sen\,\phi_1$ projeta o eixo y no eixo vertical z_0

Chamado de "ângulo de declive". Os ângulos ϕ_1 e ϕ são positivos quando o eixo y está abaixo do horizonte.

Simplificação: os efeitos parasitas das superfícies de controle sejam desprezíveis:

$$C_{l_{\delta_r}} = C_{n_{\delta_a}} = C_{y_{\delta_a}} = 0,$$

$$\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 \left(C_{y_\beta}\,\beta + C_{y_{\delta_r}}\delta_r\right) + \; m\, g\, sen\, \phi_1 = 0$$

$$C_{l_\beta}\,\beta + C_{l_{\delta_a}}\delta_a = 0$$

$$C_{n_\beta}\,\beta + C_{n_{\delta_r}}\delta_r = 0$$

$com\ \beta = \beta_e$ CONHECIDO:

$$\frac{\delta_r}{\beta_e} = -\frac{C_{n_\beta}}{C_{n_{\delta_r}}} \Rightarrow \frac{\delta_r}{\beta_e} > 0$$

Para β_e >0 , deflexão no leme deve ser positiva, pedal esquerdo.

$$\frac{\delta_a}{\beta_e} = -\frac{C_{l_\beta}}{C_{l_{\delta_a}}} \Rightarrow \frac{\delta_a}{\beta_e} < 0$$

Para β_e >0 , deflexão no aileron negativa, Aileron direito para cima, manche a direita.

$$\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2\left(C_{y_\beta}\,\beta + C_{y_{\delta_r}}\delta_r\right) + \; m\,g\,sen\,\phi_1 = 0$$

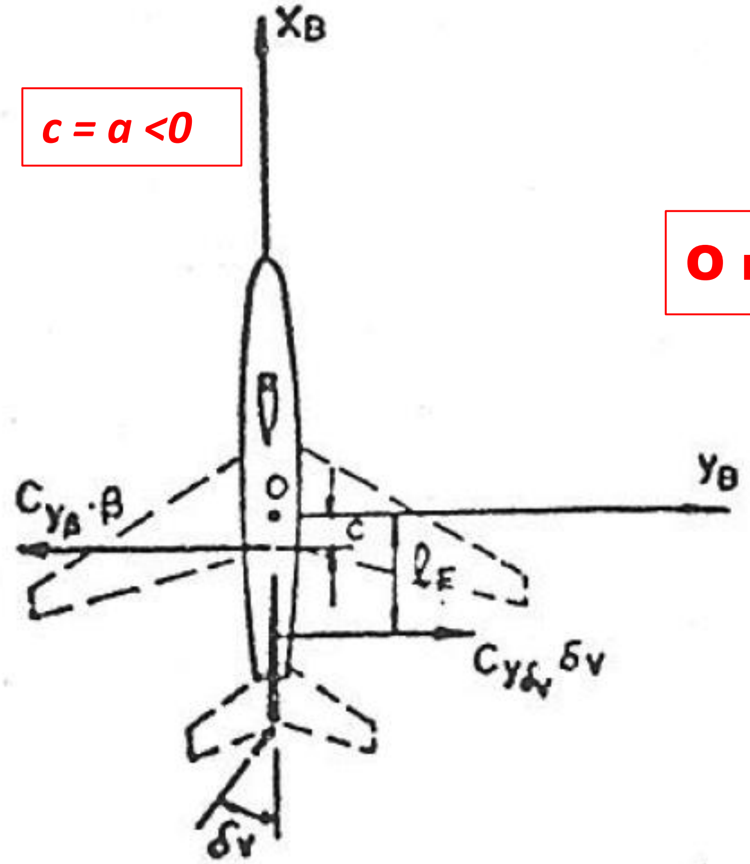
$$m\,g\,sen\,\phi_1 = -\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2\left(C_{y_\beta} - \; C_{y_{\delta_r}}\frac{C_{n_\beta}}{C_{n_{\delta_r}}}\right)\beta_e$$

$$m\,g\,sen\,\phi_1 = -\frac{1}{2C_{n_{\delta_r}}}\rho_e S V_e^2\left(C_{n_{\delta_r}}C_{y_\beta} - \; C_{y_{\delta_r}}C_{n_\beta}\right)\beta_e$$

$$\frac{sen\,\phi_1}{\beta_e} = -\frac{1}{2\;m\,g\;C_{n_{\delta_r}}}\rho_e S V_e^2\left(C_{n_{\delta_r}}C_{y_\beta} - \; C_{y_{\delta_r}}C_{n_\beta}\right)$$

$C_{n_{\delta_r}} < 0$, a relação $sen\;\phi_1/\beta_e$ tem o mesmo sinal de $\left(C_{y_\beta}C_{n_{\delta_r}} - C_{y_{\delta_r}}C_{n_\beta}\right)$.

$c = a < 0$



$l_F < 0$
$|l_F| >>> |a|$

Vamos analisar 2 termos:

$\frac{1}{2}\rho_e S\ V_e^2 C_{n_\beta}$ **e** $\frac{1}{2}\rho_e S\ V_e^2 C_{n_{\delta_r}}$

O momento $\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 l C_{n_\beta}\beta$ é devido à força lateral.

O momento da força lateral F_y é dado por:

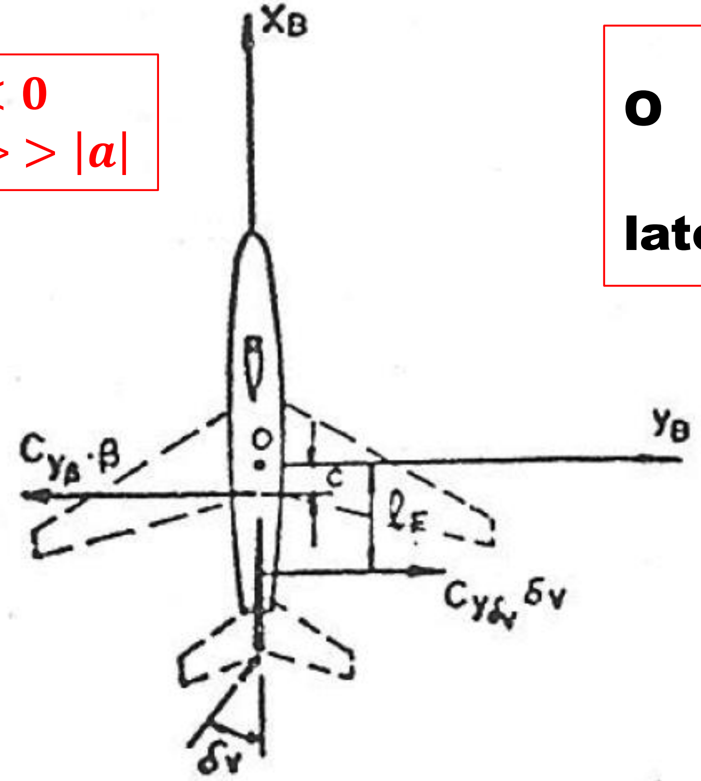
$$\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 C_{y_\beta}\beta\ a$$

$$\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 l C_{n_\beta}\beta = \frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 C_{y_\beta}\beta\ a$$

$$l C_{n_\beta} = C_{y_\beta}\ a$$

$$C_{n_\beta} = \frac{a}{l} C_{y_\beta}$$

$l_F < 0$
$|l_F| >>> |a|$



O momento $\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 l C_{n_{\delta_r}} \delta_r$ **é devido à força lateral** $\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 C_{y_{\delta_r}} \delta_r$

$$\frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 l C_{n_{\delta_r}} \delta_r = \frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 C_{y_{\delta_r}} \delta_r l_F$$

$$l\, C_{n_{\delta_r}} = l_F\, C_{y_{\delta_r}}$$

$$C_{n_{\delta_r}} = \frac{l_F}{l} C_{y_{\delta_r}}$$

$$C_{y_\beta} C_{n_{\delta_r}} - C_{y_{\delta_r}} C_{n_\beta} = C_{y_\beta} \frac{l_F}{l} C_{y_{\delta_r}} - C_{y_{\delta_r}} \frac{a}{l} C_{y_\beta} = \frac{l_F - a}{l} C_{y_\beta} C_{y_{\delta_r}} > 0$$

$$\frac{sen\phi_1}{\beta_e} > 0 \quad para \quad \beta_e > 0, \quad \phi_1 > 0$$

Logo para manter um voo retilíneo derrapado com β_e > 0:

$\boxed{\delta_r > 0}$ **Deflexão no leme deve ser positiva, pedal esquerdo.**

$\boxed{\delta_a < 0}$ **Deflexão no aileron negativa, Aileron direito para cima, manche a direita.**

$\boxed{\phi_1 > 0}$ **Ângulo de declive positivo, asa direita abaixada**

Sem as hipóteses simplificadoras, da resolução do sistema de três equações que determinam δ_a , δ_r e ϕ_1 em função de β_e:

$$\delta_r = \beta_e \frac{C_{l_\beta} C_{n_{\delta_a}} - C_{n_\beta} C_{l_{\delta_a}}}{C_{n_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}} - C_{n_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}}}$$

$$\delta_a = \beta_e \frac{C_{n_\beta} C_{l_{\delta_r}} - C_{l_\beta} C_{n_{\delta_r}}}{C_{n_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}} - C_{n_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}}}$$

e

$$sen\ \phi_1 = -\frac{\rho_e S V_e^2 \beta_e}{2m\ g} \left(C_{y_\beta} + \frac{\left(C_{l_\beta} C_{n_{\delta_a}} - C_{n_\beta} C_{l_{\delta_a}}\right) C_{y_{\delta_r}} + \left(C_{n_\beta} C_{l_{\delta_r}} - C_{l_\beta} C_{n_{\delta_r}}\right) C_{y_{\delta_a}}}{C_{n_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}} - C_{n_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}}} \right)$$

Exemplos

AIRBUS

$H = \mathbf{1000m}$	$V_e = 100\ m/s$	$m = 120000\ kg$
$S = 260\ m^2$	$l = 6{,}61$	$\beta_e = +5°$
$C_{y_\beta} = -1{,}5$	$C_{l_\beta} = -1{,}3$	$C_{n_\beta} = 1{,}75$
$C_{y_{\delta_a}} = 0{,}05$	$C_{l_{\delta_a}} = -0{,}33$	$C_{n_{\delta_a}} = -0{,}125$
$C_{y_{\delta_r}} = 0{,}3$	$C_{l_{\delta_r}} = 0{,}25$	$C_{n_{\delta_r}} = -1{,}0$

Considere: g= 9.804m/s2 e ρ = 1,112 kg/m3

Calcule: ϕ_1=? δ_a =? δ_r =?

MIRRAGE

H = **1000 m**	$V_e = 242{,}54\,\frac{m}{s}\ (M = 0{,}8)$	$m = 7400\ kg$
$S = 36\ m^2$	$l = 5{,}25$	$\beta_e = 1°$
$C_{y_\beta} = -0{,}6$	$C_{l_\beta} = -0{,}05$	$C_{n_\beta} = 0{,}180$
$C_{y_{\delta_a}} = 0{,}001$	$C_{l_{\delta_a}} = -0{,}30$	$C_{n_{\delta_a}} = 0$
$C_{y_{\delta_r}} = 0{,}075$	$C_{l_{\delta_r}} = 0{,}018$	$C_{n_{\delta_r}} = -0{,}085$

$\phi_1 =?\quad ;\quad \delta_a =?\quad e\quad \delta_r =?$

Nota-se que tendo o avião Mirage III um momento de rolamento devido à deflexão do leme de direção (i.e $C_{l_{\delta_r}}$) BEM MENORES DO QUE PARA O AIRBUS, relativamente ao efeito de diedro C_{l_β}, explica-se, então, o fato de ser o ângulo deflexão do aileron é menos importante para o Mirage III (i.e menor) do que para o AIRBUS. Reduzindo-se o efeito de diedro do Mirage III de $-0,05$ para $-0,025$, a posição dos comandos será inversa:

$$\phi_1 = 3{,}30° \quad ; \quad \delta_a = 0{,}036° \quad e \quad \delta_r = 1{,}77°$$