



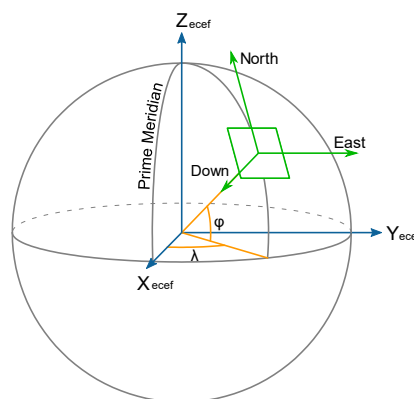
DISCIPLINA: MECÂNICA DO VOO - TURMA A  
PROFESSOR: WILLIAM REIS SILVA

Data: 27/08/2021  
E-MAIL: [reis.william@unb.br](mailto:reis.william@unb.br)

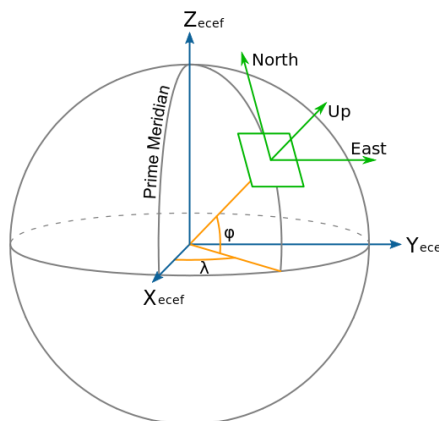
### Prova 1 – Mecânica do Voo

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

1. (Valor: 2,0 pontos) Considere um sistema de referência  $S_{ECEF}$  com centro no centro da Terra e que rotaciona com ela. O eixo Z está alinhado com o eixo de rotação da Terra, o eixo X passa na latitude  $\varphi = 0^\circ$  e longitude  $\lambda = 0^\circ$  e o eixo Y completa o sistema dextrógiro.



(adaptado de [https://en.wikipedia.org/wiki/North\\_east\\_down](https://en.wikipedia.org/wiki/North_east_down))

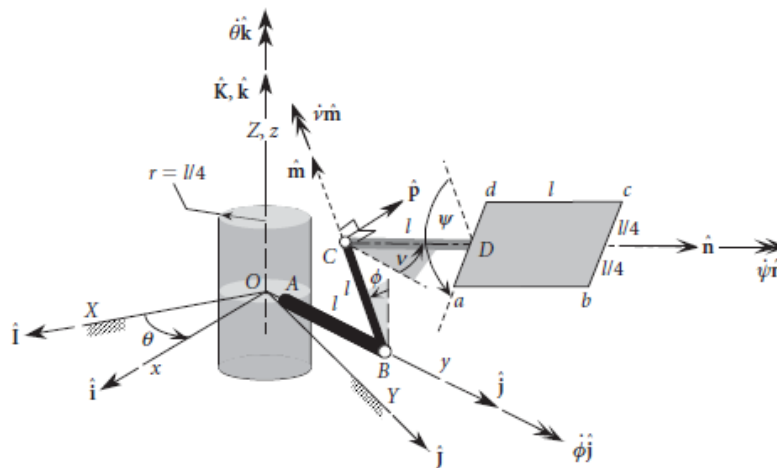


(adaptado de [https://en.wikipedia.org/wiki/North\\_east\\_up](https://en.wikipedia.org/wiki/North_east_up))

- Encontre  $D_{NED}^{ECEF}$ . Informações: ache primeiro uma matriz de transformação que faça os eixos X, Y, e Z do sistema NED e ECEF coincidirem para  $\varphi = 0^\circ$  e longitude  $\lambda = 0^\circ$ . Então, aplique as rotações  $\lambda$  e  $-\varphi$ .
- Considerando uma Terra perfeitamente esférica (desconsiderando que a Terra é oblata/esferoide) com raio R, como converter de latitude/longitude/altitude para coordenada ECEF? E de coordenada ECEF para latitude/longitude e altitude?
- As coordenadas da sala de aula são:  $\varphi = -15.9890146^\circ$ ,  $\lambda = -48.0448584^\circ$ ,  $h = 1221$  m. Qual a coordenada ECEF? Assuma  $R = 6\,378\,164$  m.

- iv. Considere um satélite GPS na posição  $[10981457 \ -13087191 \ -20360055]^T$  [m]. Qual a posição desse GPS em relação à sala de aula (em  $S_{NED}$ )? Quais os ângulos de azimute e elevação desse satélite?
  - v. Encontre  $D_{ENU}^{ECEF}$  e  $D_{ECEF}^{ENU}$ . Informações: ache primeiro uma matriz de transformação que faça os eixos X,Y, e Z do sistema ENU e ECEF coincidirem para  $\varphi = 0^\circ$  e longitude  $\lambda = 0^\circ$ . Então, aplique as rotações  $\lambda$  e  $\varphi$ .
  - vi. Represente o vetor rotação angular da Terra em  $S_{ENU}$
  - vii. Represente o vetor gravidade local em  $S_{ECEF}$
  - viii. Encontre  $D_{NED}^{ENU}$  e  $D_{ENU}^{NED}$
2. (Valor: 2,0 pontos) Seja uma aeronave de massa  $m$ , cuja atitude atual é definida pelos ângulos  $\psi, \theta, \varphi$ , em um local cuja aceleração da gravidade é  $g_0$ . Suponha que a aeronave está em movimento acelerado e considere  $(V_b = [U \ V \ W], \dot{V}_b = [\dot{U} \ \dot{V} \ \dot{W}], \omega_b^{b,NED} = [P \ Q \ R], \dot{\omega}_b^{b,NED} = [\dot{P} \ \dot{Q} \ \dot{R}])$ , e que a aproximação de Terra plana possa ser utilizada. Há um o acelerômetro instalado em uma posição  $r'_b = [a \ b \ c]$  fixa em relação ao centro de massa da aeronave.
- i. Qual a medida do acelerômetro? Desenvolva as componentes do vetor  $\alpha'_b$

3. (Valor: 2,0 pontos) A estrutura  $xyz$  fixada no corpo é fixada ao cilindro conforme mostrado. O cilindro gira em torno do eixo  $Z$  inercial, que é colinear com o eixo  $z$ , com uma velocidade angular absoluta  $\Omega = \dot{\theta}\hat{k}$  constante. A haste  $AB$  está presa ao cilindro e alinhada com o eixo  $y$ . A barra  $BC$  é perpendicular a  $AB$  e gira em torno de  $AB$  com a velocidade angular constante  $\dot{\phi}\hat{j}$  em relação ao cilindro. A haste  $CD$  é perpendicular a  $BC$  e gira em torno de  $BC$  com a velocidade angular constante  $\dot{\psi}\hat{m}$  em relação à  $BC$ , onde  $\hat{m}$  é o vetor unitário na direção de  $BC$ . A placa  $abcd$  gira em torno de  $CD$  com uma velocidade angular constante  $\dot{\psi}\hat{n}$  em relação a  $CD$ , onde o vetor unitário  $\hat{n}$  aponta na direção de  $CD$ . Assim, a velocidade angular absoluta da placa é  $\omega_{placa} = \dot{\theta}\hat{k} + \dot{\phi}\hat{j} + \dot{\psi}\hat{m} + \dot{\psi}\hat{n}$ . Considere  $\hat{m} = \sin \phi \hat{i} + \cos \phi \hat{k}$ ;  $\hat{p} = \hat{m} \times \hat{j}$  e  $\hat{n} = \cos \nu \hat{j} + \sin \nu \hat{p}$ . Demonstre que:



- i.  $\omega_{placa} = (\dot{\nu} \sin \phi - \dot{\psi} \cos \phi \sin \nu)\hat{i} + (\dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \nu)\hat{j} + (\dot{\theta} + \dot{\nu} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \sin \nu)\hat{k}$
  - ii.  $\alpha_{placa} = \frac{d\omega_{placa}}{dt} = [\dot{\nu}(\dot{\phi} \cos \phi - \dot{\psi} \cos \phi \cos \nu) + \dot{\psi}\dot{\phi} \sin \phi \sin \nu - \dot{\psi}\dot{\theta} \cos \nu - \dot{\phi}\dot{\theta}]\hat{i} + [\dot{\nu}(\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\psi} \sin \nu) - \dot{\psi}\dot{\theta} \cos \phi \sin \nu]\hat{j} + [\dot{\psi}\dot{\nu} \cos \nu \sin \phi + \dot{\psi}\dot{\phi} \cos \phi \sin \nu - \dot{\phi}\dot{\nu} \sin \phi]\hat{k}$
4. (Valor: 2,0 pontos) Explique os trade-offs (ou seja, o que se perde e o que se ganha) ao se alterar as seguintes características de uma asa:
- i. Diedro
  - ii. Enflechamento
  - iii. Alongamento



5. (Valor: 2,0 pontos) Ao pilotar um aeromodelo, você percebe que a resposta em arfagem está instável, ou seja, ao fornecer um comando de profundor (elevator), mesmo que pequeno e de curta duração,  $\alpha$  aumenta até que o avião entre em stall. Explique uma possível razão para a instabilidade. O que poderia ser feito para estabilizar? Informações extras: o aeromodelo, em si, possui fuselagem oca, na qual foram instalados diversos equipamentos: baterias, rádio transmissores, sensores, computador de bordo. Esses equipamentos não possuem lugar fixo (ou seja, podem ser instalados em qualquer lugar da fuselagem), e foram instalados de forma arbitrária.