



Mecânica do Voo

Estabilidade e Controle 3.1







I. INTRODUÇÃO À ESTABILIDADE E CONTROLE

I. ESTABILIDADE ESTÁTICA E CONTROLE

III. ESTABILIDADE ESTÁTICA E CONTROLE II

1ª PARTE: Longitudinal

MANOBRABILIDADE – ÂNGULO DE DEFLEXÃO DE PROFUNDOR POR G
FORÇA POR G

CONTRAPESOS E MOLAS

A INFLUÊNCIA DOS DISPOSITIVOS HIPERSUSTENTADORES NA TRIMAGEM E NA RIGIDEZ EM ARFAGEM

A INFLUÊNCIA DO SISTEMA PROPULSIVO

EFEITO DA FLEXIBILIDADE ESTRUTURAL

EFEITO SOLO

LIMITES DO CG

Referências:

1. Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid, [Dynamics of Flight – Stability and Control](#), John Wiley & Sons, 3ª Ed, 1996.
2. Bernard Etkin, [Dynamics of Flight – Stability and Control](#), John Wiley & Sons, 2ª Ed, 1982.
3. Donald McLean, [Automatic Flight Control Systems](#), Prentice-Hall, 1990.

Capa:

Rossy glides in the air during a trial flight from the Fond du Lac airport on Monday. Rossy invented the jet pack after years of experience as a pilot and sky diver. He is performing at the EAA AirVenture air show in Oshkosh this week, in his first public appearance in the U.S. - Image credit: Bruno-Brokken / Courtesy of Breitling
<http://www.jsonline.com/news/wisconsin/with-skin-and-bones-as-a-fuselage-swiss-pilot-becomes-a-jetman-b9965672z1-217679051.html>
(Acesso em 31 JUL 2013).



1. MANOBRABILIDADE – ÂNGULO DE DEFLEXÃO DE PROFUNDOR POR G

Vamos estudar nessa e na seção seguinte:

- O ângulo de deflexão do profundor...
- A força nos controles...

} ...necessários para manter o avião em um *pull-up* estacionário com fator de carga n .

Em nosso ponto de análise, a tangente da trajetória de voo está na horizontal, e, portanto, temos:

- Força líquida normal $\Rightarrow L - W = (n - 1)W \Rightarrow$ Dirigida na vertical e para cima.
- Aceleração normal $\Rightarrow (n - 1)g$.

▪ Quando o avião está em voo reto e nivelado, na mesma velocidade e altitude, o ângulo do profundor e a força nos controles é δ_e e P , respectivamente.

▪ Quando está executando um *pull-up*, esses valores são $\delta_e + \Delta\delta_e$ e $P + \Delta P$.

$\Rightarrow \Delta\delta_e / (n - 1) \Rightarrow$ Ângulo de profundor por g (*Elevator angle per g*).

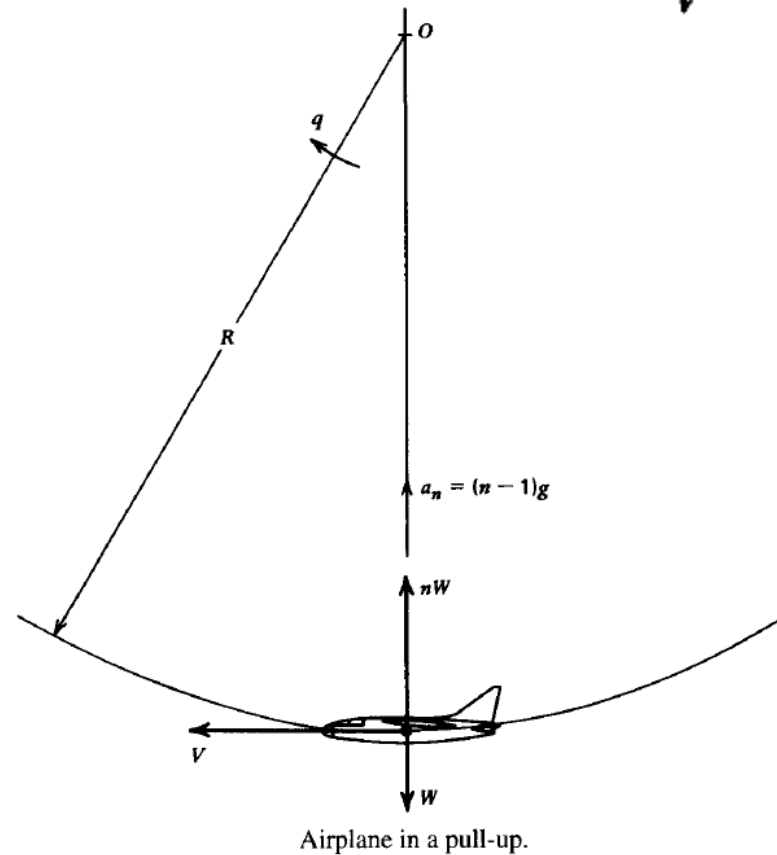
$\Rightarrow \Delta P / (n - 1) \Rightarrow$ Força nos controles por g (*Control force per g*).

} Indicam uma medida da manobrabilidade do avião. Quanto menores, mais manobrável é o avião.



A velocidade angular q do avião é fixada pela velocidade (true airspeed) e aceleração normal:

$$\begin{cases} a_c = a_n = \frac{V^2}{R} = (n-1)g \\ V = qR \end{cases} \Rightarrow q = \frac{(n-1)g}{V}$$





Uma consequência da velocidade angular q é que o campo de fluxo relativo do ar que passou pelo avião é curvado. Essa curvatura do fluxo altera a distribuição de pressão e as forças aerodinâmicas a partir de seu valor de voo reto e nivelado. Essa variação é grande o suficiente para não ser desprezada e deve ser levada em consideração nas equações de movimento.

Vamos assumir que a velocidade angular q e os incrementos $\Delta\alpha$, $\Delta\delta_e$, etc, entre o voo nivelado e curvilíneo sejam pequenos o suficiente de modo que:

$$\begin{aligned}\Delta C_L &= C_{L_\alpha} \Delta\alpha + C_{L_q} \hat{q} + C_{L_{\delta_e}} \Delta\delta_e \\ \Delta C_m &= C_{m_\alpha} \Delta\alpha + C_{m_q} \hat{q} + C_{m_{\delta_e}} \Delta\delta_e\end{aligned}$$

Para manter a forma adimensional das equações, introduzimos a velocidade angular de arfagem adimensionalizada $\hat{q} = q\bar{c}/2V$, além de $C_{L_q} = \partial C_L / \partial \hat{q}$ e $C_{m_q} = \partial C_m / \partial \hat{q}$. Assim:

$$\begin{aligned}q = \frac{(n-1)g}{V} &\Rightarrow \hat{q} = \frac{(n-1)g\bar{c}}{2V^2} \Rightarrow \hat{q} = \frac{(n-1)C_w}{2\mu} \\ C_w &= 2W/\rho S V^2 & \mu &= 2m/\rho S \bar{c}\end{aligned}$$



Como a trajetória de voo curvilínea é assumida ser estacionária, temos que a aceleração na velocidade angular é nula. Então: $\Delta C_m = 0$.

Relacionando ΔC_L com n , temos:

$$\text{Assim: } \left\{ \begin{array}{l} \Delta C_L = \frac{(n-1)W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = (n-1)C_W \\ \Delta C_L = C_{L\alpha}\Delta\alpha + C_{Lq}\hat{q} + C_{L\delta_e}\Delta\delta_e \\ \Delta C_m = C_{m\alpha}\Delta\alpha + C_{mq}\hat{q} + C_{m\delta_e}\Delta\delta_e \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (n-1)C_W = C_{L\alpha}\Delta\alpha + (n-1)C_{Lq}\frac{C_W}{2\mu} + C_{L\delta_e}\Delta\delta_e \\ 0 = C_{m\alpha}\Delta\alpha + (n-1)C_{mq}\frac{C_W}{2\mu} + C_{m\delta_e}\Delta\delta_e \end{array} \right.$$

Resolvendo para $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta_e$, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta\delta_e}{n-1} = -\frac{C_W}{det} \left[C_{m\alpha} - \frac{1}{2\mu} (C_{Lq}C_{m\alpha} - C_{L\alpha}C_{mq}) \right] \\ \frac{\Delta\alpha}{n-1} = \frac{1}{C_{L\alpha}} \left(C_W - C_{Lq}\frac{C_W}{2\mu} - C_{L\delta_e}\frac{\Delta\delta_e}{n-1} \right) \end{array} \right. \quad det = C_{L\alpha}C_{m\delta_e} - C_{L\delta_e}C_{m\alpha}$$



Vamos explicitar a dependência de $\frac{\Delta\delta_e}{n-1}$ com a posição do CG.

- $\det \Rightarrow$ Não depende explicitamente de h .
- $C_{m\alpha} = C_{L\alpha}(h-h_n)$

Assim:

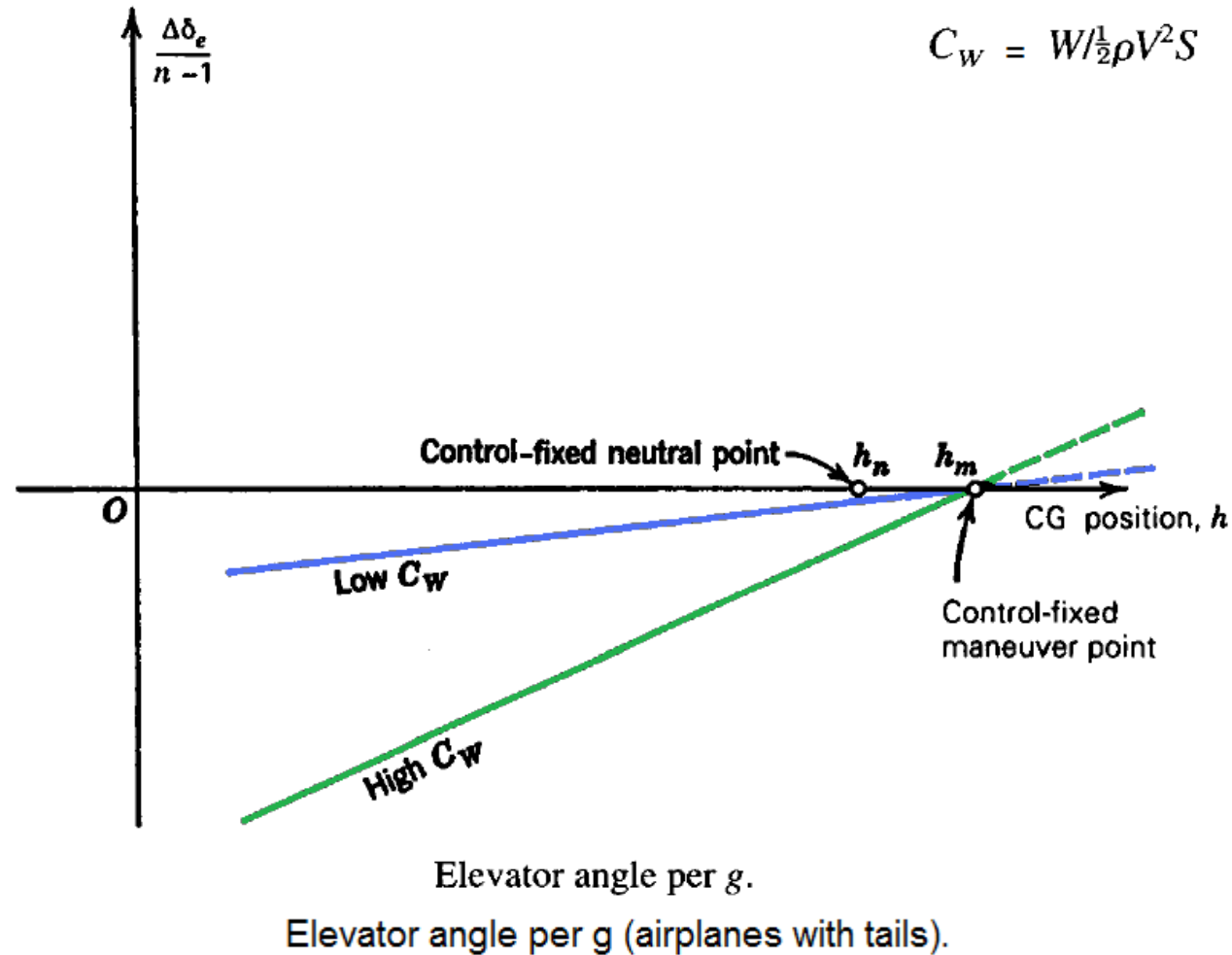
$$\frac{\Delta\delta_e}{n-1} = -\frac{C_w C_{L\alpha}}{\det} \left[\left(1 - \frac{C_{Lq}}{2\mu} \right) (h-h_n) + \frac{C_{mq}}{2\mu} \right] = -\frac{C_w C_{L\alpha} (2\mu - C_{Lq})}{2\mu \det} \left(h-h_n + \frac{C_{mq}}{2\mu - C_{Lq}} \right)$$

Embora a equação acima apresente uma dependência linear explícita com h , na realidade precisamos investigar a dependência das demais funções que compõem a equação.

As derivadas de estabilidade C_{Lq} e C_{mq} , em geral dependem de h ...

- $C_{Lq} \Rightarrow$ Depende linearmente de h .
- $C_{mq} \Rightarrow$ Depende quadraticamente de h .

Para aviões com empenagem, em geral $C_{Lq} \ll 2\mu$ e C_{mq} varia (levemente) com h . A equação acima apresenta uma variação praticamente linear com h , conforme ilustra a figura do slide seguinte.



❑ Para aeronaves sem empenagem, a dependência de $\Delta\delta_e/(n-1)$ com h é uma curva mais acentuada.

O ponto onde $\Delta\delta_e/(n-1)$ é zero é conhecido como ponto de manobra manche fixo, e é denotado por h_m , conforme mostrado no slide da figura anterior.

O valor de h_m é facilmente calculado utilizando a equação anterior. Assim:

$$h_m = h_n - \frac{C_{m_q}(h = h_m)}{2\mu - C_{L_q}(h = h_m)}$$

Quando assumimos que C_{L_q} e C_{m_q} são independentes de h , temos:

$$\frac{\Delta\delta_e}{n-1} = -\frac{C_w C_{L_\alpha} (2\mu - C_{L_q})}{2\mu \det} \left(h - h_n + \frac{C_{m_q}}{2\mu - C_{L_q}} \right) \Rightarrow \frac{\Delta\delta_e}{n-1} = -\frac{C_w C_{L_\alpha} (2\mu - C_{L_q})}{2\mu \det} (h - h_m)$$

A diferença $h - h_m$ é conhecida como margem de manobra manche fixo.

2. FORÇA POR G

No capítulo anterior, quando estudamos **força para trimar**, vimos que:

$$P = GC_{he} S_e \bar{c}_e \frac{1}{2} \rho V^2$$

Para o voo retilíneo, C_{he} é dado por:

$$C_{he} = C_{he0} + C_{he\alpha} \alpha + b_2 \delta_e + b_3 \delta_t$$

Como este parâmetro também é influenciado pelo q , vamos também levar esse efeito em consideração. Assim, com $\Delta \delta_t = 0$, temos:

$$\Delta C_{he} = C_{he\alpha} \Delta \alpha + C_{heq} \hat{q} + b_2 \Delta \delta_e$$

Usando $\hat{q} = \frac{(n-1)C_w}{2\mu}$ e $\frac{\Delta \alpha}{n-1} = \frac{1}{C_{L\alpha}} \left(C_w - C_{Lq} \frac{C_w}{2\mu} - C_{L\delta_e} \frac{\Delta \delta_e}{n-1} \right)$ na equação

acima, temos:

$$\frac{\Delta C_{he}}{n-1} = \frac{C_w}{2\mu C_{L\alpha}} \left[(2\mu - C_{Lq}) C_{he\alpha} + C_{heq} C_{L\alpha} \right] + \frac{\Delta \delta_e}{n-1} \left(b_2 - \frac{C_{L\delta_e} C_{he\alpha}}{C_{L\alpha}} \right)$$

$$\frac{\Delta \delta_e}{n-1} = - \frac{C_w C_{L_\alpha} (2\mu - C_{L_q})}{2\mu \det} (h - h_m)$$

No capítulo anterior, vimos que:

$$a' = C'_{L_\alpha} = C_{L_\alpha} - \frac{C_{L_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{b_2}$$

Então, o último parêntese da equação anterior é nada mais que $b_2 C'_{L_\alpha} / C_{L_\alpha}$, ou $b_2 a' / a$. **Substituindo o valor de $\Delta \delta_e$ encontrado na seção anterior, temos:**

$$\frac{\Delta C_{he}}{n-1} = - \frac{C_w}{2\mu} \frac{a' b_2}{\det} (2\mu - C_{L_q}) (h - h'_m)$$

Onde:

$$h'_m = h_m + \frac{\det}{a' b_2} \left(\frac{C_{he_\alpha}}{C_{L_\alpha}} + \frac{C_{he_q}}{2\mu - C_{L_q}} \right)$$

Mantendo a nomenclatura anterior, h'_m é o ponto de manobra manche livre, pois, quando o CG adimensionalizado atinge a posição h'_m , vemos que o ΔC_{he} por g tende a zero. Da mesma forma, a diferença ($h'_m - h$) é a margem de manobra manche livre.



$$P = GC_{he} S_e \bar{c}_e \frac{1}{2} \rho V^2 \quad \frac{\Delta C_{he}}{n-1} = - \frac{C_w}{2\mu} \frac{a' b_2}{\det} (2\mu - C_{L_q})(h - h'_m)$$

Sabendo que $C_w \frac{1}{2} \rho V^2$ é a carga alar w , podemos calcular a força por g:

$$Q = \frac{\Delta P}{n-1} = \frac{G \Delta C_{he} S_e \bar{c}_e \frac{1}{2} \rho V^2}{n-1} = G S_e \bar{c}_e \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{\Delta C_{he}}{n-1}$$

$$Q = \frac{\Delta P}{n-1} = -G S_e \bar{c}_e \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{C_w}{2\mu} \frac{a' b_2}{\det} (2\mu - C_{L_q})(h - h'_m)$$

$$Q = \frac{\Delta P}{n-1} = -G S_e \bar{c}_e w \frac{a' b_2}{2\mu \det} (2\mu - C_{L_q})(h - h'_m)$$

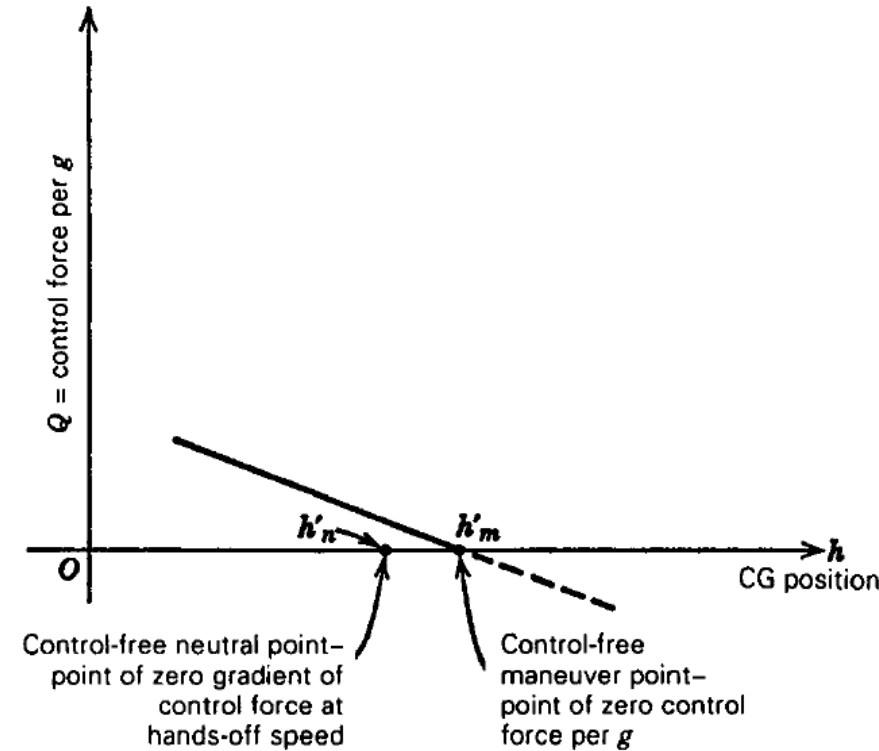


$$Q = \frac{\Delta P}{n-1} = -GS_e \bar{c}_e w \frac{a' b_2}{2\mu \det} (2\mu - C_{L_q}) (h - h'_m)$$

Podemos tirar as seguintes conclusões da equação anterior:

- No ponto de manobra manche livre a força por g é nula, e aumenta linearmente a medida que o CG se move para frente. Quando o CG se move para trás, a partir do ponto de manobra manche livre, a força por g tem seu sinal revertido.
- A força por g é diretamente proporcional à carga alar w . Carga alar grande produz “comandos pesados”.
- Para aeronaves similares de tamanhos diferentes mas com mesma carga alar, $Q \propto S_e \bar{c}_e$, ou seja, é proporcional ao cubo do tamanho linear da aeronave.
- Nem V nem C_L aparecem explicitamente na expressão de Q . Assim, se descartamos os efeitos de Mach e Reynolds, Q é independente da velocidade.

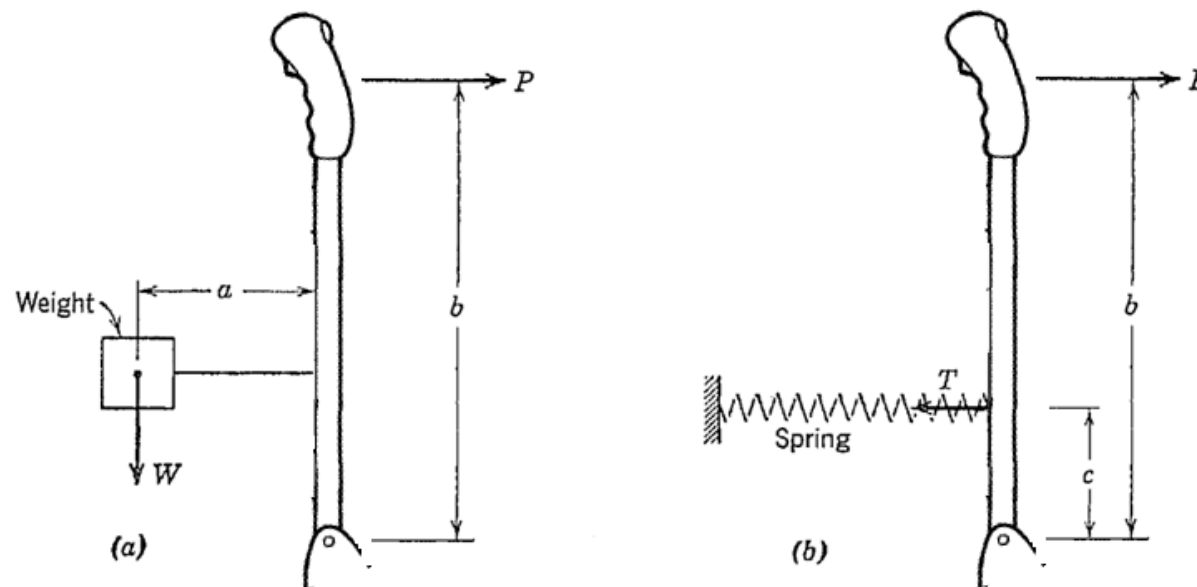
A figura do próximo slide mostra a variação de Q com a posição do CG.



The statement made above that the control force per g is “reversed” when $h > h'_m$ must be interpreted correctly. In the first place this does not necessarily mean a reversal of control movement per g , for this is governed by the elevator angle per g . If $h'_m < h < h_m$, then there would be reversal of Q without reversal of control movement. In the second place, the analysis given applies only to the *steady state* at load factor n , and throws no light whatsoever on the transition between unaccelerated flight and the pull-up condition. No matter what the value of h , the *initial* control force and movement required to start the maneuver will be in the normal direction (backward for a pull-up), although one or both of them may have to be reversed before the final steady state is reached.

3. CONTRAPESOS E MOLAS

As características de força no manche em sistemas de comandos de voo manuais podem ser modificadas pela introdução de pesos e molas, como ilustrado na figura abaixo.



Bob weight and spring. (a) Bob weight. (b) Spring.



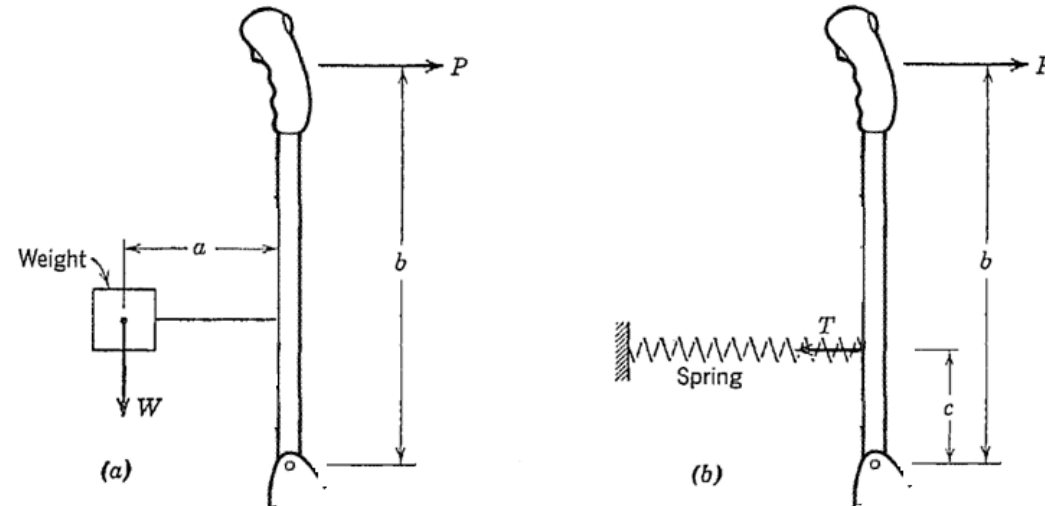
Contrapeso



Bob weight

A mola fornece uma força aproximadamente constante no manche. Tanto o contrapeso como a mola necessitam a aplicação de uma força adicional ΔP no manche. Essas forças são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta P = \frac{a}{b} W \Rightarrow \text{Para o contrapeso} \\ \Delta P = \frac{c}{b} T \Rightarrow \text{Para a mola} \end{array} \right.$$

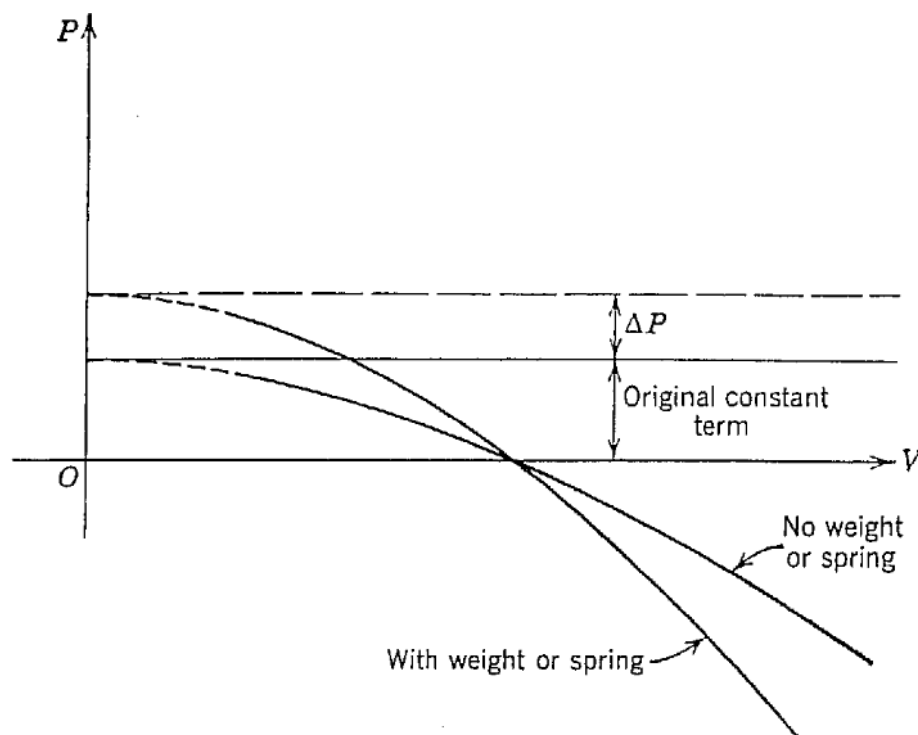


Bob weight and spring. (a) Bob weight. (b) Spring.

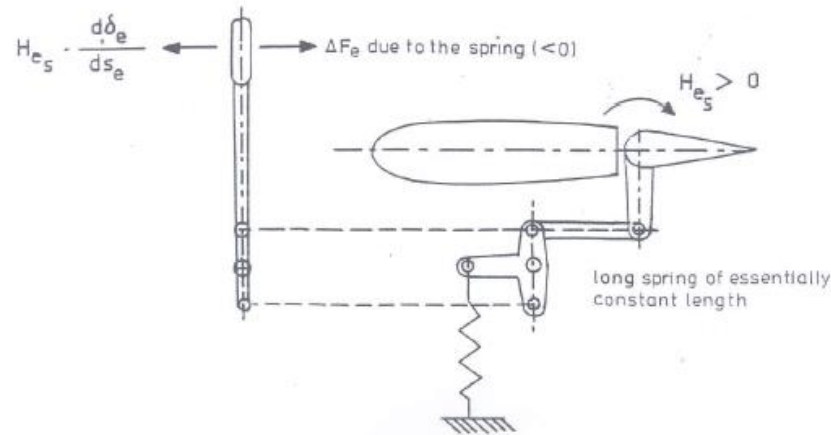


Efeito na Força para Trimar e em h'_n

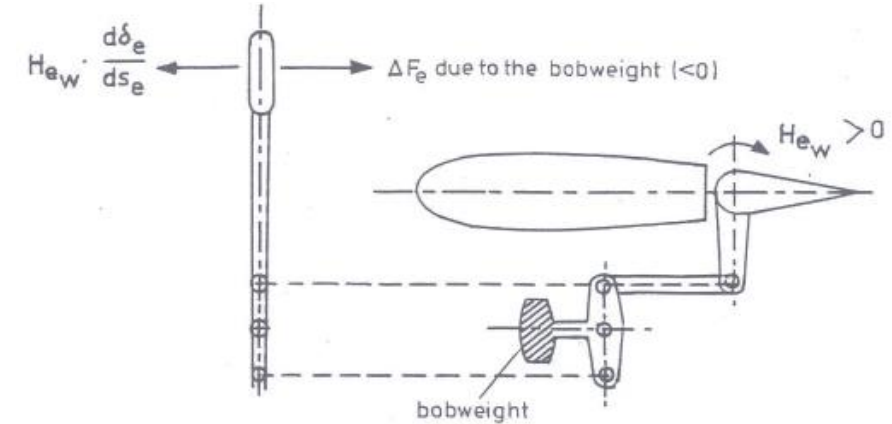
O termo constante adicionado à força no manche modificará as características da mesma, conforme mostrado abaixo. Na figura, o trim tab é ajustado para produzir a mesma velocidade de trimagem para ambos os casos, com contrapeso ou mola, e sem contrapeso ou mola ($\Delta P=0$).



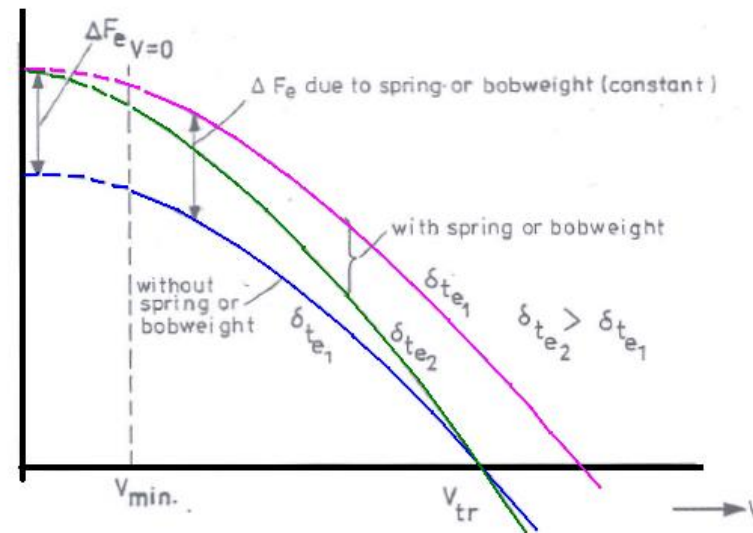
Effect of bob weight and spring on the stick-force characteristic. The trim tab is set to trim at the same speed in both cases.



The influence of a spring in the control mechanism



The influence of a bobweight in the control mechanism



The influence of a spring or bobweight on the elevator control force curve



$$P = A + B \frac{1}{2} \rho V^2$$

$$A = -GS_e \bar{c}_e w \frac{a' b_2}{det} (h - h'_n)$$

$$B = GS_e \bar{c}_e \left[b_3 \delta_t + C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{det} (C_{he_\alpha} C_{L_{\delta_e}} - b_2 C_{L_\alpha}) \right]$$

- A parcela quadrática com a velocidade na equação da força é diferente em ambos os casos (com e sem contrapeso/mola) devido ao ajuste diferente do trim tab δ_t , de modo a obter força zero na V_{trim} .
- Assim, vemos que o resultado líquido de adicionar o ΔP e mover o trim tab é produzir uma gradiente de força mais íngreme em uma dada velocidade.
- Vimos no capítulo anterior que o gradiente de força depende da margem estática manche livre:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = 2GS_e \bar{c}_e \frac{a' b_2}{det} \frac{w}{V_{trim}} (h - h'_n)$$

📁 O aumento do gradiente corresponde a um deslocamento APARENTE para trás do ponto neutro manche livre.

$$\frac{\partial P}{\partial V} = - \frac{2A}{V_{trim}}$$

📁 O deslocamento aparente de h'_n é dado por:

$$P = A + B \frac{1}{2} \rho V^2 \Rightarrow P + \Delta P = -GS_e \bar{c}_e w \frac{a' b_2}{det} (h - h'_n - \Delta h'_n) + B \frac{1}{2} \rho V^2$$

$$\Rightarrow \Delta h'_n = \frac{det \Delta P}{GS_e \bar{c}_e w a' b_2}$$



$$Q = \frac{\Delta P}{n-1} = -GS_e \bar{c}_e w \frac{a' b_2}{2\mu \det} (2\mu - C_{L_q}) (h - h'_m)$$

Efeito na Força por G e em h'_m

→ Quando ΔP é fornecido por uma mola, então ele é independente da aceleração da aeronave.

📁 Portanto, a adição de uma mola não causa mudança na força por G ou do ponto de manobra.

→ O contrapeso, ao contrário, é afetado pela aceleração da aeronave.

📁 Sob um fator de carga n , o peso efetivo do contrapeso é aumentado de W para nW , induzindo, assim, uma força adicional de $(n-1) \Delta P$.

📁 A força por G é, portanto, aumentada por esse fator:

$$\frac{(n-1)\Delta P}{(n-1)} = \Delta P$$

📁 Como a força por G é proporcional à $h'_m - h$, este aumento corresponde a um deslocamento REAL do ponto de manobra para trás.

📁 Podemos facilmente demonstrar que o deslocamento de h'_m é dado por:

$$\Delta h'_m = \frac{2\mu \det \Delta P}{(n-1)GS_e \bar{c}_e w a' b_2 (2\mu - C_{L_q})}$$



Importante notar que o deslocamento do ponto de manobra nesse caso é real, ao contrário do ponto neutro manche fixo que foi aparente. Isso porque o ponto de manobra é definido em termos de força por G, e, nesse caso, ocorreu uma mudança real nessa grandeza.



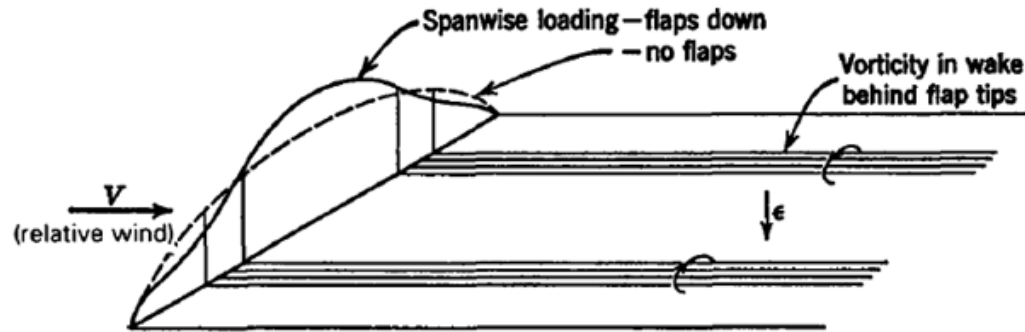


4. A INFLUÊNCIA DOS DISPOSITIVOS HIPERSUSTENTADORES NA TRIMAGEM E NA RIGIDEZ EM ARFAGEM

Aviões convencionais utilizam uma grande variedade de dispositivos aerodinâmicos para aumento do $C_{L_{max}}$. Esses dispositivos incluem os flaps de bordo de fuga, dispositivos de bordo de ataque e os dispositivos de controle de camada limite. Cada um desses dispositivos afeta as curvas de sustentação e momento de arfagem de modo diferente um do outro, e não vamos analisar cada um deles.

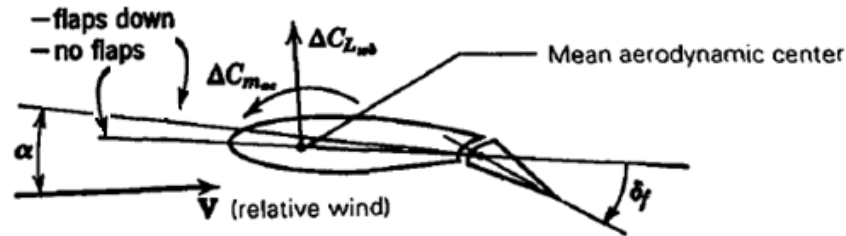
Os efeitos devido a dispositivos que afetam a forma exterior da aeronave, podem ser incorporados na equação de momento, ampliando as variáveis h_{nwb} , C_{macwb} e C_{Lwb} para incluir o efeito do acionamento de tais dispositivos, assim como fizemos ao incluir o efeito da fuselagem e naceles à equação de momento da asa.

Vamos considerar, como exemplo, um dispositivo muito popular, ou seja, um flap de bordo de fuga de um avião com empenagem convencional, mostrado no slide a seguir.

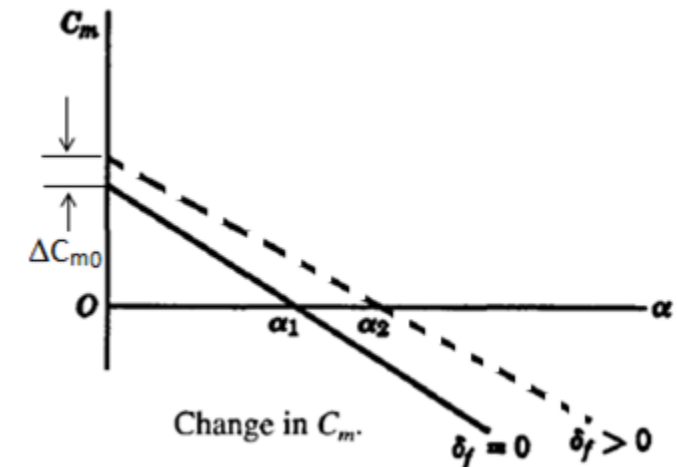
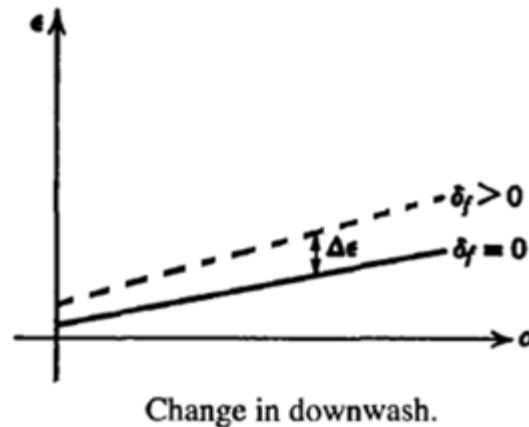
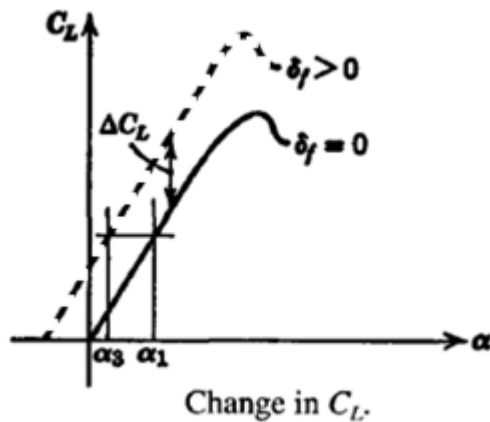


Change of lift distribution and vorticity.

Zero lift line



Changes in forces and moments.





Os principais efeitos aerodinâmicos desse tipo de flap são:

- **Sua deflexão distorce a forma da distribuição de sustentação ao longo da envergadura, aumentando a esteira de turbulência no bordo de fuga da asa.**
- **Sua deflexão tem o mesmo efeito de um aumento no arqueamento da asa, ou seja, ocasiona um incremento negativo em C_{mac} e um incremento positivo em C_{Lwb} .**
- **Sua deflexão ocasiona um aumento do *downwash* na empenagem. Tanto ε_0 como $\partial\varepsilon/\partial\alpha$ podem aumentar.**

Relembrando, o momento de arfagem para a configuração asa-fuselagem, temos:

$$C_{m_{wb}} = C_{m_{acwb}} + C_{Lwb} (h - h_{n_{wb}})$$

A **variação do momento** devido à deflexão do flap é:

$$\Delta C_{m_{wb}} = \Delta C_{m_{acwb}} + \Delta C_{Lwb} (h - h_{n_{wb}})$$



Relembrando, o coeficiente de sustentação para um avião com empenagem é:

$$C_L = C_{L_{wb}} + \frac{S_t}{S} C_{L_t} = C_{L_{wb}} + \frac{S_t}{S} a_t (\alpha_{wb} - i_t - \varepsilon)$$

A **variação do coeficiente de sustentação** devido à deflexão do flap é:

$$\Delta C_L = \Delta C_{L_{wb}} - a_t \frac{S_t}{S} \Delta \varepsilon$$

Finalmente, o momento de arfagem da empenagem é:

$$C_{m_t} = -V_H C_{L_t}$$

Portanto, sua variação devido a deflexão de flap é:

$$\Delta C_{m_t} = -V_H a_t \Delta \varepsilon$$

Relembrando a expressão para $C_{L\alpha}$ e $C_{m\alpha}$, temos:

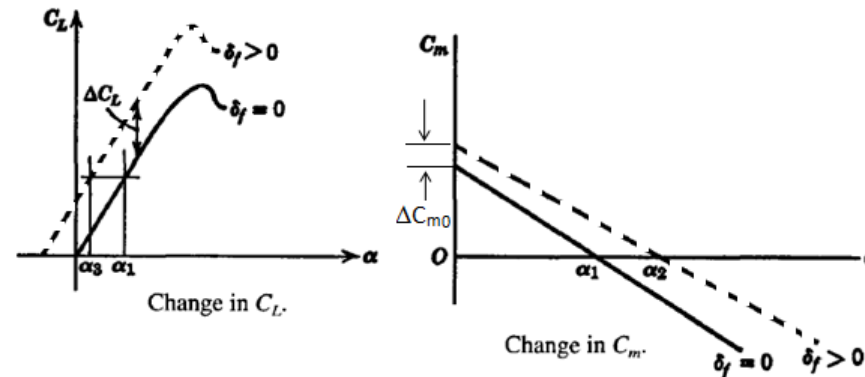
$$a = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = a_{wb} \left[1 + \frac{a_t}{a_{wb}} \frac{S_t}{S} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) \right]$$

$$C_{m\alpha} = a(h - h_{nwb}) - a_t \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial C_{mp}}{\partial \alpha}$$

Assumindo que o único efeito nessas derivadas de estabilidade é devido à variação de $\partial \epsilon / \partial \alpha$ devido ao flap, considerando Δh_{nwb} desprezível, temos:

$$\Delta C_{L\alpha} = -a_t \frac{S_t}{S} \Delta \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}$$

$$\Delta C_{m\alpha} = (h - h_{nwb}) \Delta a + a_t \bar{V}_H \Delta \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}$$

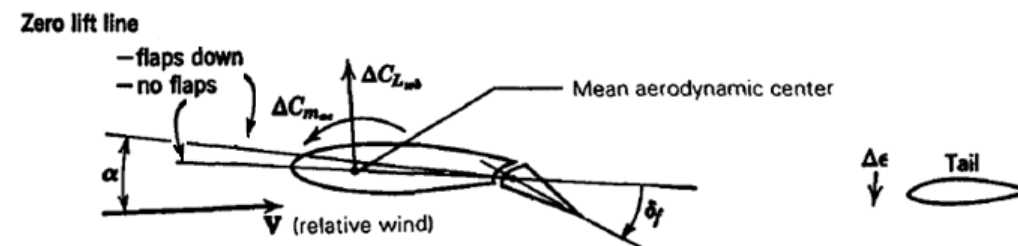


Se o avião vai **trimar em um α maior ou menor ao baixar o flap** vai depender das magnitudes das variações relativas dos parâmetros recém analisados.

No exemplo mostrado na figura anterior, o valor do α de trimagem será maior, e, portanto, num C_L maior.

Profundor a picar será necessário para fazer o avião retomar à velocidade de trimagem que tinha quando o flap ainda estava recolhido.

Devido à rotação na linha de sustentação zero, a atitude do avião será maior a picar quando a velocidade original de trimagem for retomada.



Changes in forces and moments.



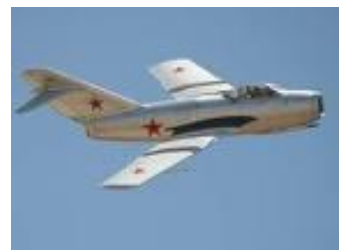
5. A INFLUÊNCIA DO SISTEMA PROPULSIVO

Vamos analisar a influência do sistema propulsivo na trimagem e na estabilidade. A grande dificuldade aqui é que o espectro de condições possíveis é vasto, como, os vários tipos de sistemas propulsivos existentes e as inúmeras variações de combinações de geometria veículo+motor.



5. A INFLUÊNCIA DO SISTEMA PROPULSIVO

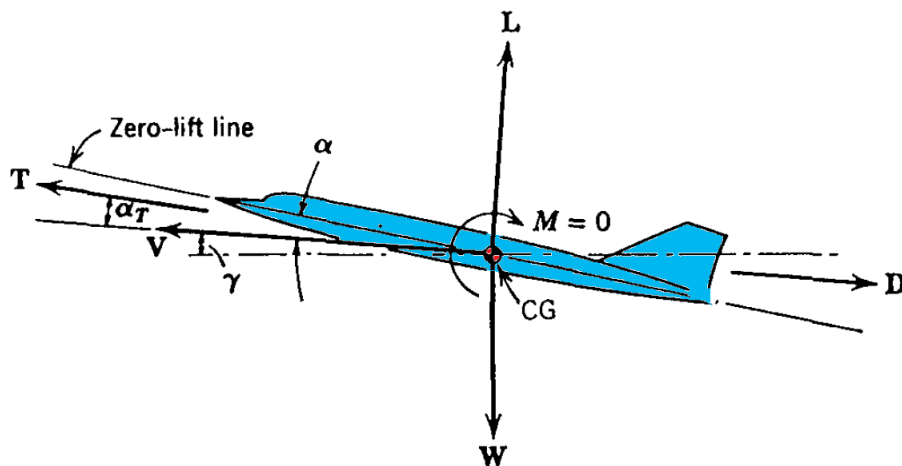
Vamos analisar a influência do sistema propulsivo na trimagem e na estabilidade. A grande dificuldade aqui é que o espectro de condições possíveis é vasto, como, os vários tipos de sistemas propulsivos existentes e as inúmeras variações de combinações de geometria veículo+motor.



Devido a essa complexidade, é muito difícil fazer um tratamento abrangente sobre a influência do sistema propulsivo na estabilidade. Assim, vamos estudar apenas os efeitos principais e bem conhecidos das hélices e jatos.

Para incluir a influência do sistema propulsivo, é necessário adicionar seus efeitos diretos, através de C_{m0p} e $\partial C_{mp}/\partial \alpha$, e seus efeitos indiretos nos coeficientes da asa-fuselagem e empenagem, de modo a realizar todas as análises com *power on*.

Quando calculamos as curvas de trimagem (ou seja, ângulo de deflexão de profundor, ângulo de deflexão de tab, força no manche para trimar, etc), a tração deve ser aquela necessária para manter o equilíbrio na condição de velocidade e ângulo de trajetória desejados.



Steady symmetric flight.

Por exemplo, considerando a figura ao lado, e considerando $\alpha_T \ll 1$, temos:

$$C_T = C_D + C_W \sin \gamma$$
$$C_W \cos \gamma = C_L + C_T \alpha_T$$

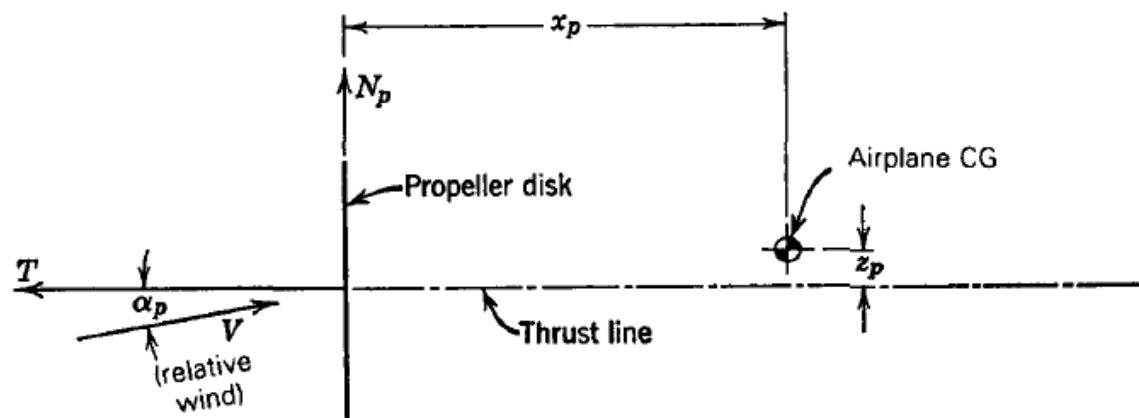
Resolvendo para C_T , temos:

$$C_T = \frac{C_D + C_L \tan \gamma}{1 - \alpha_T \tan \gamma}$$

Exceto em subida de alta performance, temos que $\alpha_T \tan \gamma \ll 1$, podemos fazer a seguinte aproximação:

$$C_T = C_D + C_L \tan \gamma$$

Vamos assumir que a linha da tração seja deslocada do CG por uma distância z_p , e desprezando na equação do momento toda a contribuição da tração exceto $T z_p$, temos:



Forces on a propeller.

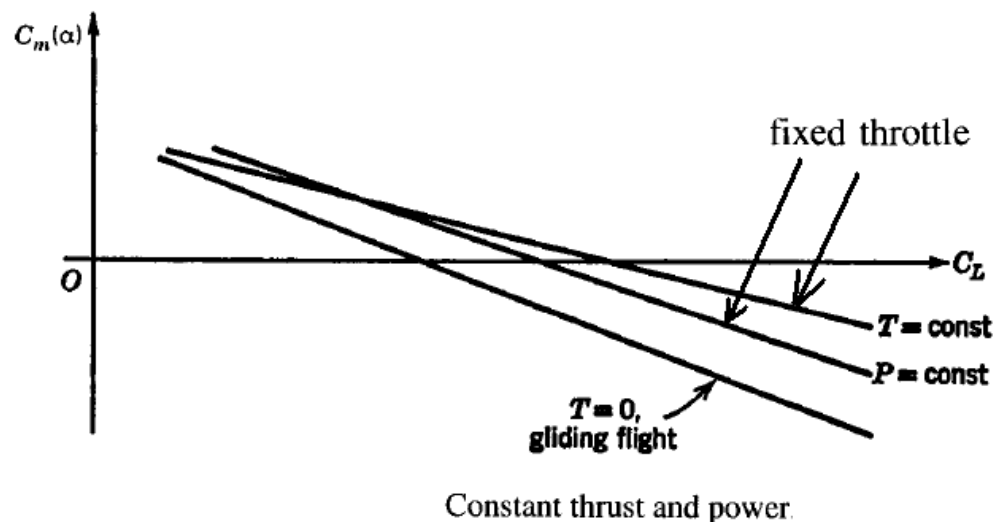
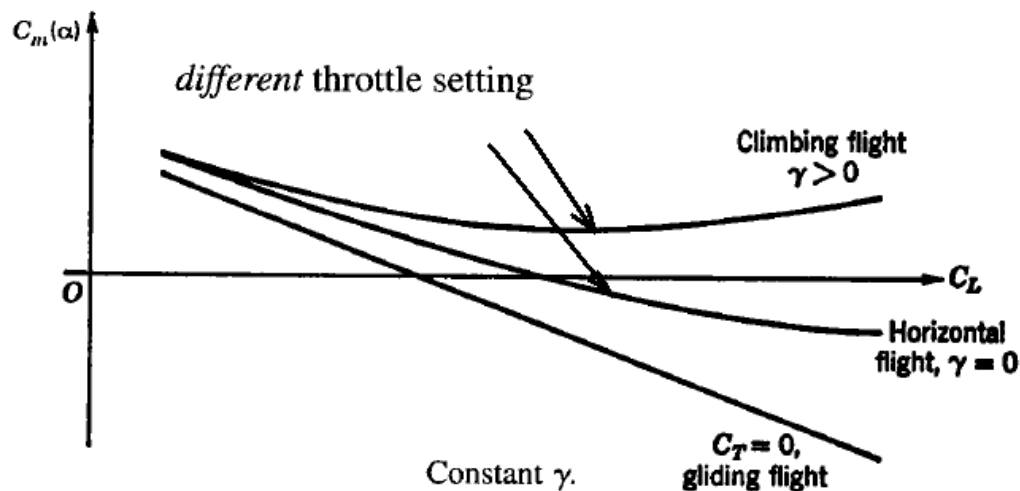
$$\begin{aligned} C_{m_p} &= C_T \frac{z_p}{\bar{c}} \\ &= (C_D + C_L \tan \gamma) \frac{z_p}{\bar{c}} \end{aligned}$$

Assumindo uma polar parabólica, temos:

$$C_{m_p} = (C_{D_{\min}} + KC_L^2 + C_L \tan \gamma) \frac{z_p}{\bar{c}}$$

Os valores de C_L e C_D devem ser os valores para voo trimado, ou seja, $\delta_e = \delta_{\text{etrim}}$. Entretanto, para fins de análise dos efeitos do sistema propulsivo, vamos desprezar os efeitos de δ_e em C_L e C_D , e vamos assumir que $\delta_e = 0$.

A adição do efeito do sistema propulsivo na curva de C_m pode ser visualizado nas figuras abaixo.



Effect of direct thrust moment on $C_m(\alpha)$ curves



$$C_{m_p} = (C_{D_{\min}} + KC_L^2 + C_L \tan \gamma) \frac{z_p}{\bar{c}}$$

Para usarmos o gradiente dC_m/dC_L como um índice de estabilidade, devemos considerar o caso de posição fixa de manete. Os dois casos de interesse são **tração constante** e **potência constante**. Se a tração (manete fixa) não varia com a velocidade, então:

$$C_{m_p} = \frac{T}{W} C_L \frac{z_p}{\bar{c}}$$

Portanto:

$$\frac{dC_{m_p}}{dC_L} = \frac{Tz_p}{W\bar{c}}$$

Se a potência é constante, então $T=P/V$, e, portanto:

$$C_{m_p} = \frac{P}{W} \sqrt{\frac{\rho}{2w}} \frac{z_p}{\bar{c}} C_L^{3/2}$$

Assim:

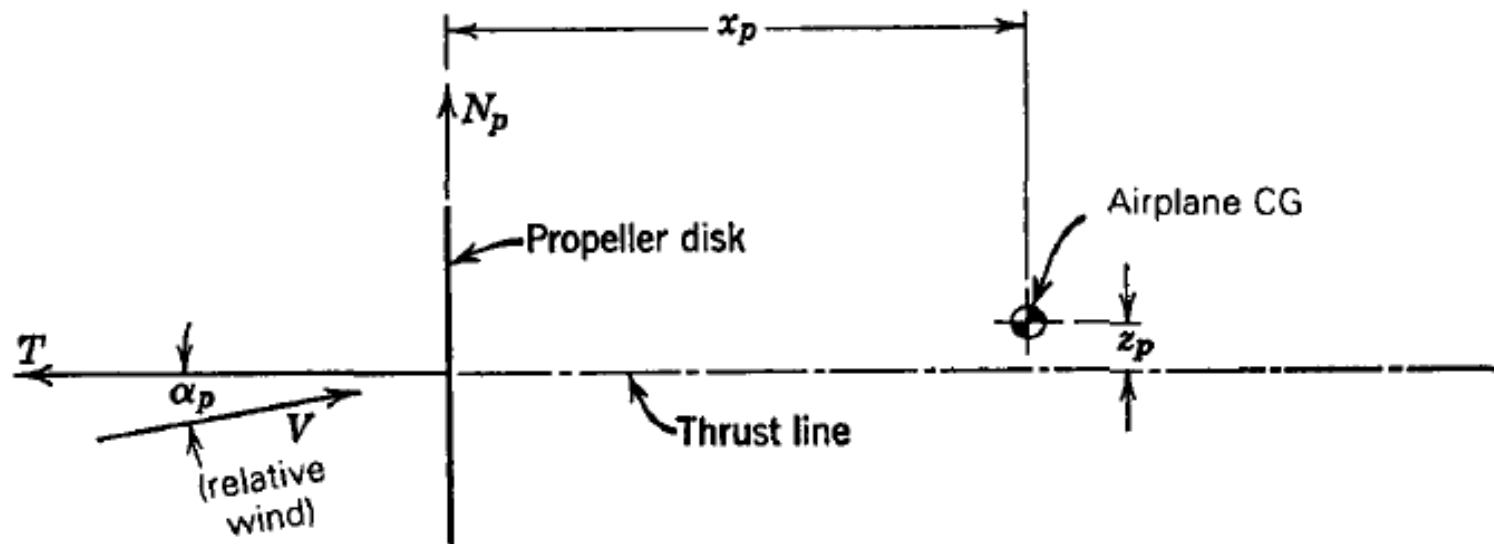
$$\frac{dC_{m_p}}{dC_L} = \frac{3}{2} \frac{P}{W} \sqrt{\frac{\rho}{2w}} \frac{z_p}{\bar{c}} C_L^{1/2}$$

A segunda figura do slide anterior mostra as curvas C_m versus C_L para o caso de tração constante, potência constante e *power-off*.

A Influência do Sopro das Hélices

As forças numa hélice girante estão ilustradas na figura abaixo, onde α_p é o ângulo de ataque do escoamento local na hélice. É conveniente decompor a força de tração resultante em duas componentes: T , perpendicular e N_p , paralelo ao plano da hélice.

O momento associado com T já acabamos de discutir.



Forces on a propeller.



O momento devido a N_p é dado por:

$$\Delta C_m = C_{N_p} \frac{x_p}{\bar{c}} \frac{S_p}{S}$$

Onde $C_{N_p} = 2N_p/\rho V^2 S_p$, onde S_p é a área do disco da hélice.

Para obter o ΔC_m total para aviões com n motores, é só somar as n contribuições de cada hélice.

Para pequenos ângulos, C_{N_p} é proporcional a α_p . Assim, N_p contribui tanto em C_{m0p} quanto em $\partial C_{mp}/\partial \alpha$. Então:

$$\frac{\partial C_{mp}}{\partial \alpha} = \frac{S_p}{S} \frac{x_p}{\bar{c}} \frac{\partial C_{N_p}}{\partial \alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \alpha}$$

Se a hélice está situada suficientemente afastada da asa, então, $\partial \alpha_p / \partial \alpha \approx 1$.



$$\frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} = \frac{S_p}{S} \frac{x_p}{\bar{c}} \frac{\partial C_{N_p}}{\partial \alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \alpha}$$

No entanto, para a configuração muito popular de hélices tratoras montadas nas asas, o plano da hélice é muito próximo da asa, e existe um grande *upwash* ϵ_p na hélice. Assim:

$$\alpha_p = \alpha + \epsilon_p + \text{const}$$

$$\frac{\partial \alpha_p}{\partial \alpha} = 1 + \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \alpha}$$

A constante na equação acima é o ângulo entre o eixo da hélice em relação à linha de sustentação zero da aeronave.

E, por fim, temos:

$$\frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} = \frac{S_p}{S} \frac{x_p}{\bar{c}} \left(1 + \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \alpha} \right) \frac{\partial C_{N_p}}{\partial \alpha_p}$$





AUMENTO DA SUSTENTAÇÃO DA ASA

Quando a hélice está localizada a frente da asa, o sopro a grande velocidade da hélice afeta a distribuição de sustentação e um aumento na sustentação total. Este é um dos principais mecanismo utilizado na obtenção de grande sustentação nos aviões STOL de sopro defletido (*deflected slipstream*).

<https://www.youtube.com/watch?v=5DCIUZPv0zI&pbjreload=10>

<https://www.youtube.com/watch?v=8YnDgJP-AsA&t=92s>

EFEITO DA EMPENAGEM

O sopro da hélice pode afetar a empenagem de duas maneiras principais:

1. Dependendo do quanto a empenagem fica sujeita ao sopro, o valor efetivo de a_t e a_e pode sofrer algum aumento.
2. O valor de ε_0 e $\partial\varepsilon/\partial\alpha$ podem sofrer grandes variações.





A Influência dos Jatos

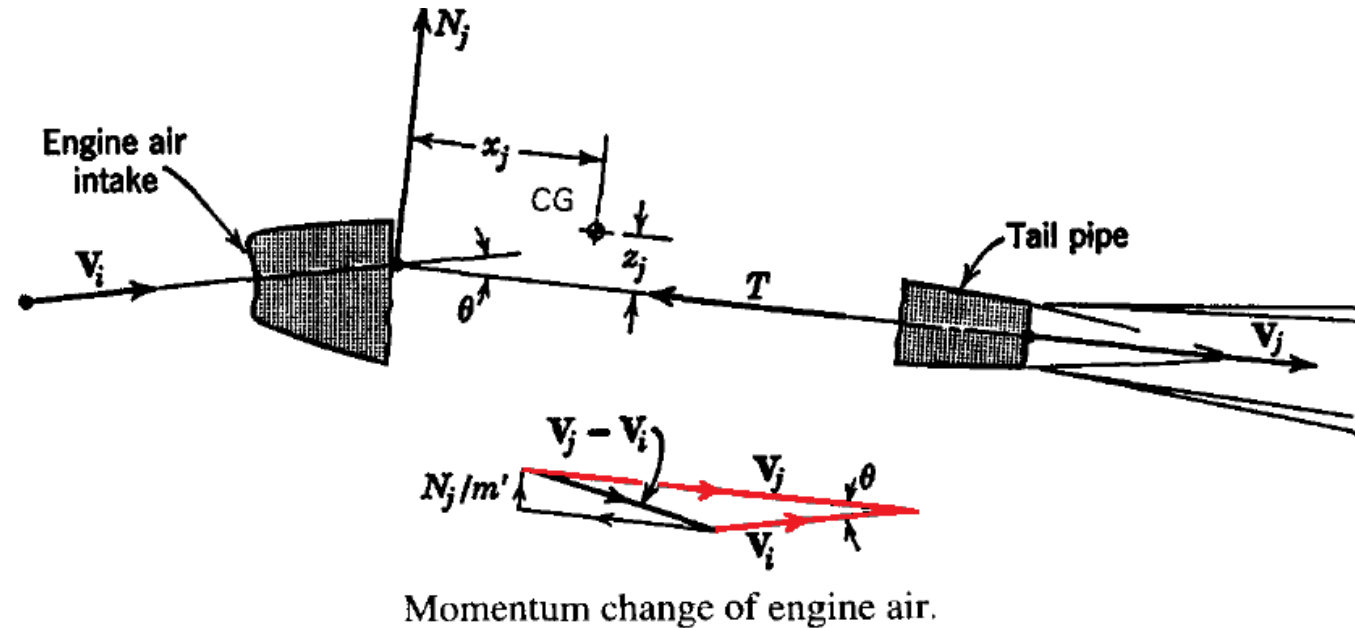
A influência do momento devido à tração em motores a reação é o mesmo tratado no início desta seção, sendo o caso de tração constante é o mais adequado para esse tipo de motor. Assim como em aviões a hélice, existe a componente normal da força de tração. Assunto que vamos investigar nesse final de seção.

FORÇA NORMAL DO JATO

O ar que passa pelo bocal propulsor sofre, em geral, uma mudança em:

- Módulo da velocidade: É a principal fonte de tração.
- Direção da velocidade: É a causa do aparecimento da forma normal.

O módulo e a direção da velocidade podem ser encontrados utilizando a teoria do momento.



$m' \Rightarrow$ Fluxo de massa através do bocal propulsor.

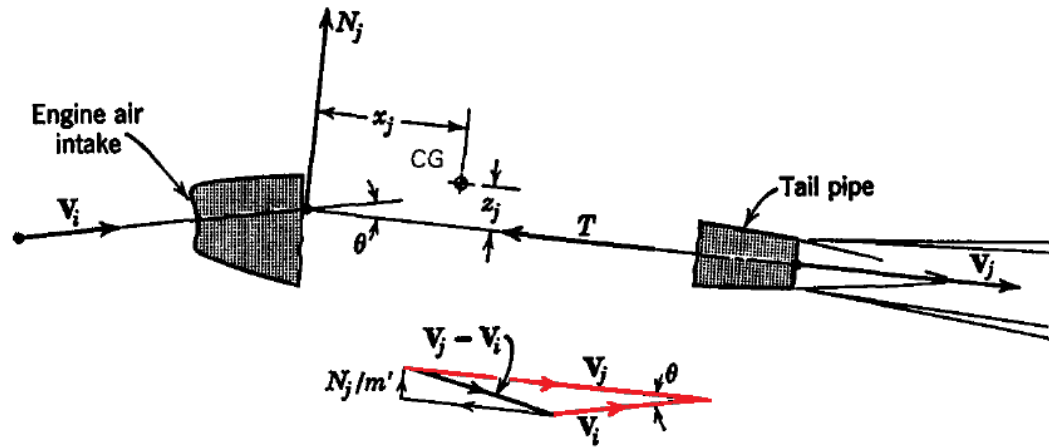
$V_i \Rightarrow$ Vetor velocidade no duto de admissão.

$V_j \Rightarrow$ Vetor velocidade no bocal propulsor.

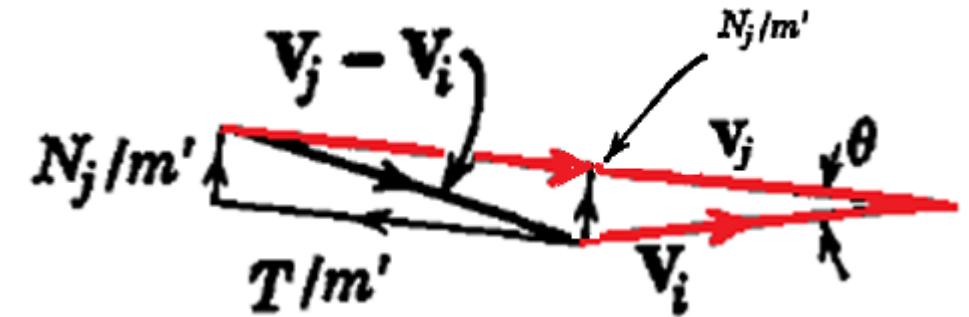
$F' \Rightarrow$ É a resultante das forças de pressão.

$F \Rightarrow$ Força gerada pelo sistema propulsivo.

$N_j \Rightarrow$ Componente normal de F .



Momentum change of engine air.

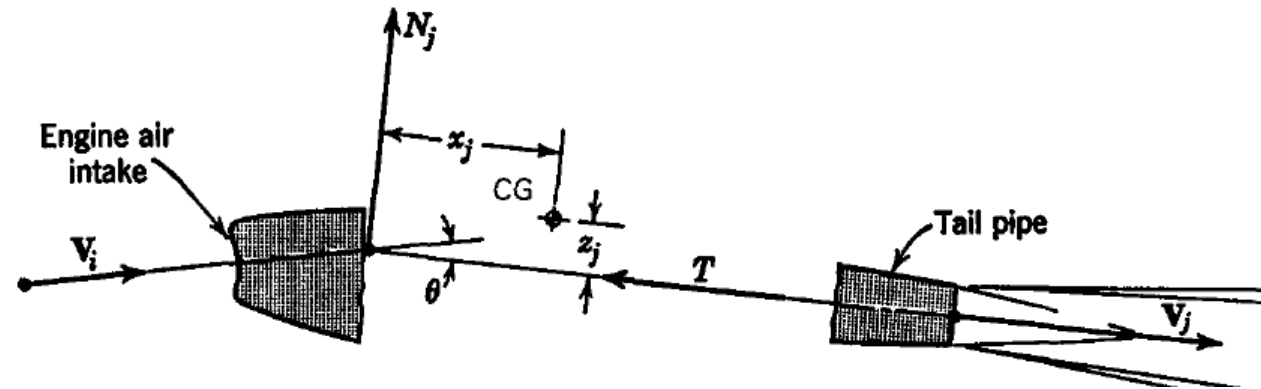


Pela teoria do momento, temos que:

$$\mathbf{F} = -m'(\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_i) + \mathbf{F}'$$

\mathbf{F}' é muito pequena comparada à primeira parcela, e, por isso, vamos desprezá-la. A componente de \mathbf{F} perpendicular à linha de tração é encontrada com o auxílio da figura acima. A força \mathbf{F} atua na linha de ação definida por $\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j$. O módulo da força normal é:

$$N_j = m' V_i \sin \theta \quad \xrightarrow{\theta \ll 1} \quad N_j = m' V_i \theta$$



Vamos assumir que a direção de V_i é a direção que o escoamento teria na ausência do motor. Ou seja, θ é igual ao ângulo de ataque da linha de tração α_j mais o ângulo de upwash ϵ_j induzido pela asa.

$$\theta = \alpha_j + \epsilon_j$$

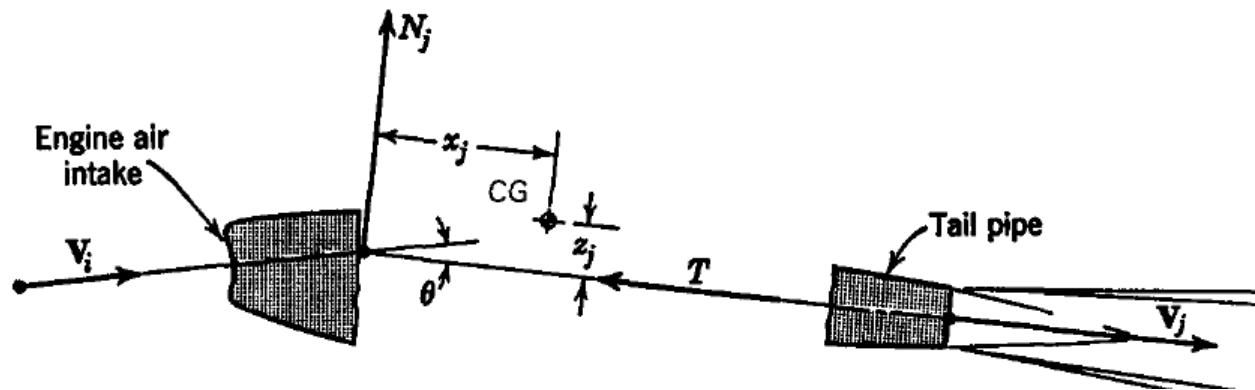
O módulo de V_i é dado por:

$$V_i = \frac{m'}{A_i \rho_i}$$

Assim:

$$N_j = \frac{m'^2}{A_i \rho_i} (\alpha_j + \epsilon_j)$$





$$N_j = \frac{m'^2}{A_i \rho_i} (\alpha_j + \epsilon_j)$$

O coeficiente de momento de arfagem correspondente é:

$$\Delta C_m = \frac{m'^2}{A_i \rho_i} \frac{x_j}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c}} (\alpha_j + \epsilon_j)$$

Portanto:

$$\Delta C_{m_\alpha} = \frac{m'^2}{A_i \rho_i} \frac{1}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c}} \left[x_j \left(1 + \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \alpha} \right) \right]$$

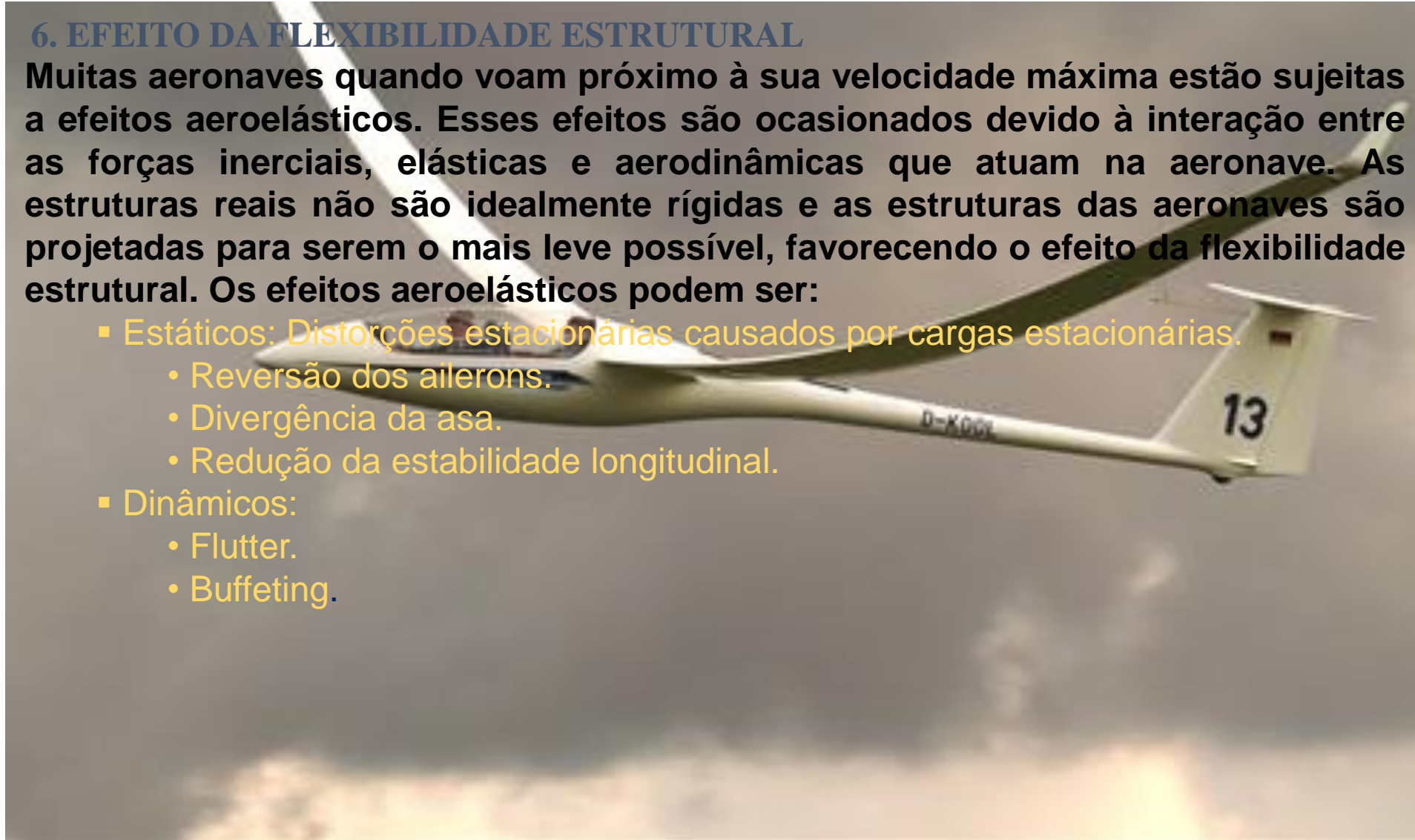
As quantidades m' e ρ_i são determinados a partir de dados de desempenho do motor.



6. EFEITO DA FLEXIBILIDADE ESTRUTURAL

Muitas aeronaves quando voam próximo à sua velocidade máxima estão sujeitas a efeitos aeroelásticos. Esses efeitos são ocasionados devido à interação entre as forças inerciais, elásticas e aerodinâmicas que atuam na aeronave. As estruturas reais não são idealmente rígidas e as estruturas das aeronaves são projetadas para serem o mais leve possível, favorecendo o efeito da flexibilidade estrutural. Os efeitos aeroelásticos podem ser:

- Estáticos: Distorções estacionárias causados por cargas estacionárias.
 - Reversão dos ailerons.
 - Divergência da asa.
 - Redução da estabilidade longitudinal.
- Dinâmicos:
 - Flutter.
 - Buffeting.





6. EFEITO DA FLEXIBILIDADE ESTRUTURAL

O comportamento elástico de uma aeronave afeta o desempenho, estabilidade e controle, além da integridade estrutural.



Fluttering e Buffering
aviões

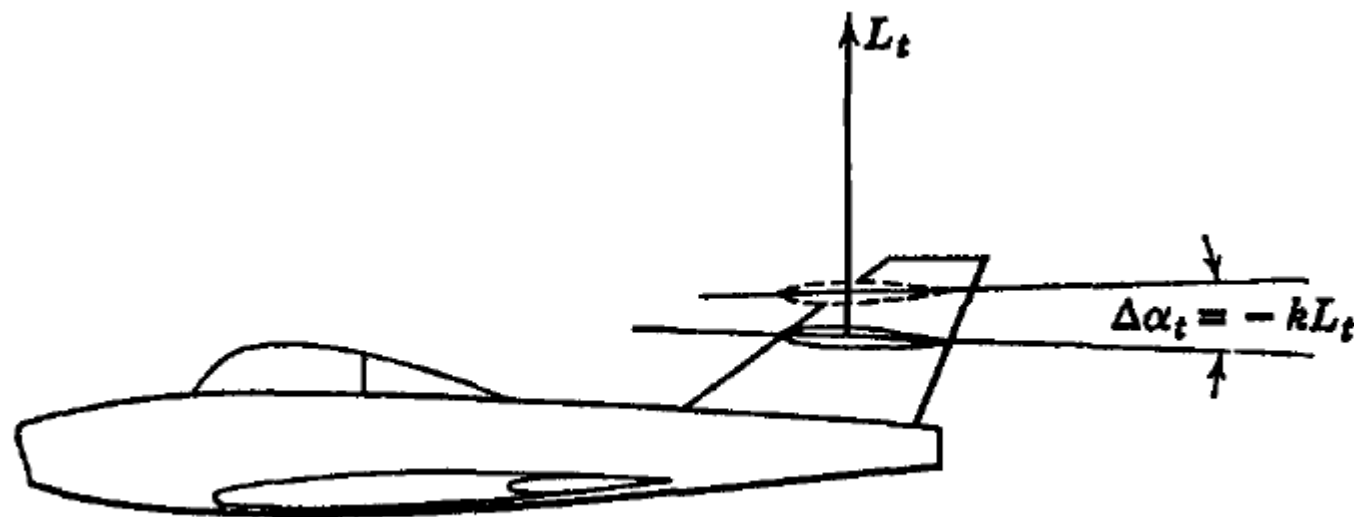
<http://www.youtube.com/watch?v=OhwLojNerMU>
https://www.youtube.com/watch?v=SGNr7OHD_A

Ressonância de solo
Helicópteros

https://www.youtube.com/watch?v=Rw9HrR_luS0
https://www.youtube.com/watch?v=jh_9KzCBcP0

Vamos analisar um exemplo relativamente simples de efeito aeroelástico, ou seja, a influência da flexibilidade da fuselagem na rigidez longitudinal e controle.

Considere que a carga na empenagem seja L_t e que esta flexiona a fuselagem de modo que a empenagem seja defletida de um ângulo $\Delta\alpha_t = -kL_t$, enquanto que o ângulo de ataque da asa permanece inalterado.



Tail rotation due to fuselage bending.



O ângulo de ataque líquido na empenagem é:

$$\alpha_t = \alpha_{wb} - \epsilon - i_t - kL_t$$

O coeficiente de sustentação na empenagem com $\delta_e=0$, é:

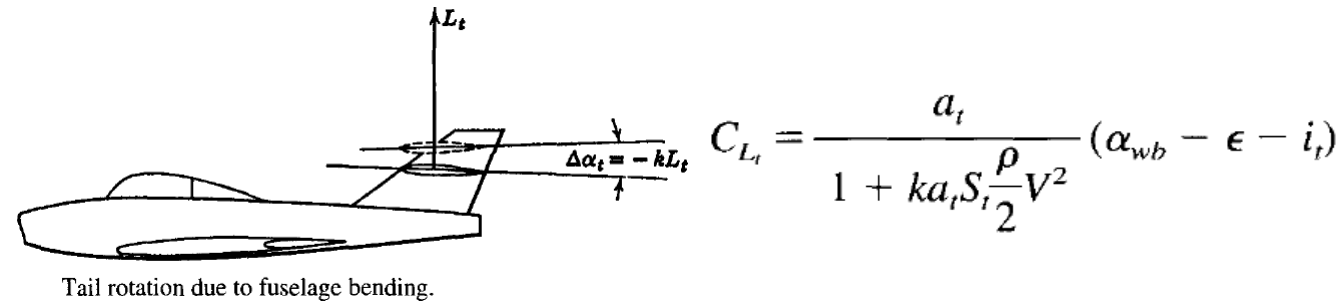
$$C_{L_t} = a_t \alpha_t = a_t (\alpha_{wb} - \epsilon - i_t - kL_t)$$

Como $L_t = C_{L_t} \frac{1}{2} \rho V^2 S_t$, então:

$$C_{L_t} = a_t (\alpha_{wb} - \epsilon - i_t - k C_{L_t} \frac{1}{2} \rho V^2 S_t)$$

$$C_{L_t} = \frac{a_t}{1 + k a_t S_t \frac{\rho}{2} V^2} (\alpha_{wb} - \epsilon - i_t)$$

Vemos que a eficiência da empenagem é reduzida por um fator de $1/[1 + k a_t \frac{1}{2} \rho V^2 S_t]$. A principal variável aqui é V , e quanto maior a velocidade, maior é a redução da eficiência da empenagem.



Lembrando a expressão do ponto neutro...

$$h_n = h_{n_{wb}} + \frac{a_t}{a} \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{a} \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha}$$

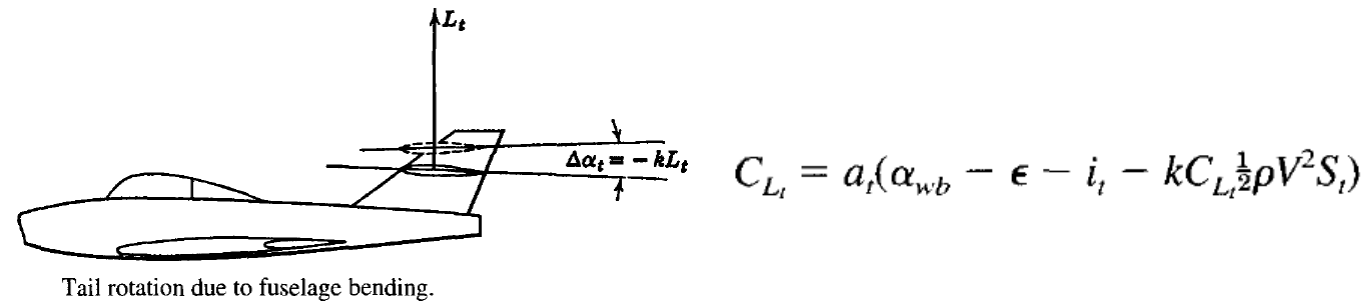
...vemos que a redução da eficiência da empenagem causa a seguinte variação no ponto neutro:

$$\Delta h_n = \frac{\Delta a_t}{a} \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right)$$

Onde:

$$\Delta a_t = a_t \left(\frac{1}{1 + k a_t \frac{1}{2} \rho V^2 S_t} - 1 \right)$$

Como $\Delta a_t < 0$, implica que $\Delta h_n < 0$. Ou seja, a redução da eficiência da empenagem devido à flexibilidade da fuselagem causa um **deslocamento do ponto neutro para frente**, reduzindo, assim, a margem estática.



A eficiência do profundor também é reduzida. Se considerarmos $\delta_e \neq 0$, temos:

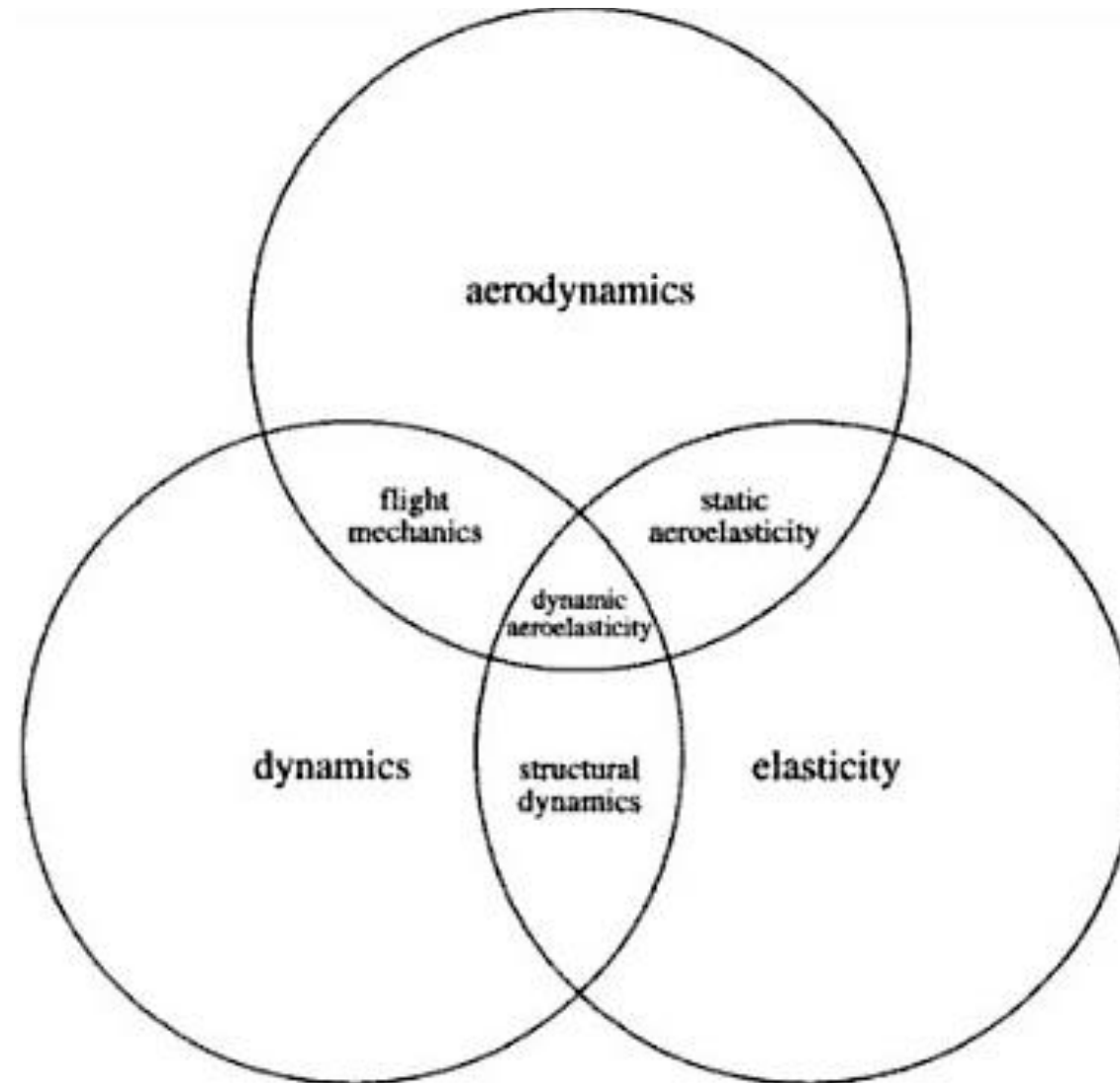
$$C_{L_t} = a_t(\alpha_{wb} - \epsilon - i_t - kC_{L_t}\frac{1}{2}\rho V^2 S_t) + a_e \delta_e$$

Portanto:

$$C_{L_t} = \frac{a_t(\alpha_{wb} - \epsilon - i_t) + a_e \delta_e}{1 + ka_t\frac{1}{2}\rho V^2 S_t}$$



Assim, o fator $1/[1+ka_t\frac{1}{2}\rho V^2 S_t]$ que atua na redução do C_{L_α} da empenagem, é o mesmo que atua na redução da eficiência da empenagem a_e .





7. EFEITO SOLO

Nas operações de pouso e decolagem a aeronave voa muito próxima à superfície. A presença da superfície, seja solo ou água, impõe um limite físico que modifica o escoamento em torno da aeronave, afetando a aerodinâmica e, por conseguinte, as características de trimagem e estabilidade da aeronave.

Esse limite físico imposta pela superfície inibe o fenômeno do *downwash*. Assim, como resultado temos três principais efeitos, em ordem de importância:

1. **Uma redução em ε (*downwash* na empenagem).**
2. **Um aumento na inclinação da curva de sustentação da asa (a_{wb}).**
3. **Um aumento na inclinação da curva de sustentação da empenagem (a_t).**

O problema de calcular a estabilidade e controle no efeito solo é solucionado ao se estimar esses três efeitos. Quando os valores de $\partial\varepsilon/\partial\alpha$, a_{wb} e a_t no efeito solo são encontrados, basta substituí-los nas equações precedentes para obter a estabilidade e controle no efeito solo.

Um dos mais importantes itens a ser determinado é a deflexão do profundor e força no manche para manter $C_{L_{max}}$ em voo nivelado.

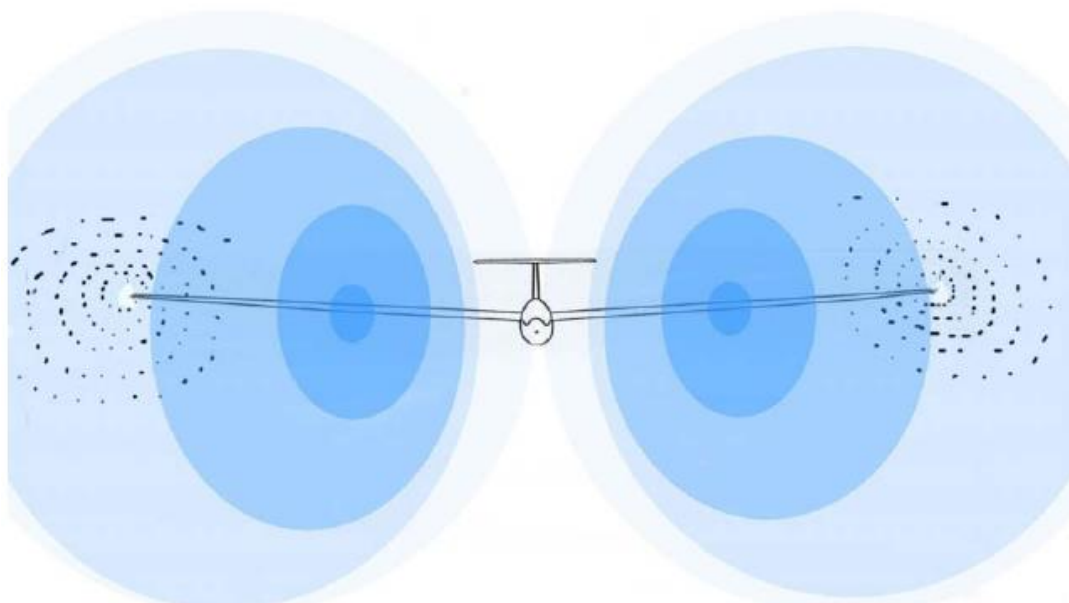
No efeito solo normalmente a relação a_t/a diminui. Relembrando a expressão para h_n ...

$$h_n = h_{n_{wb}} + \frac{a_t}{a} \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{a} \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha}$$

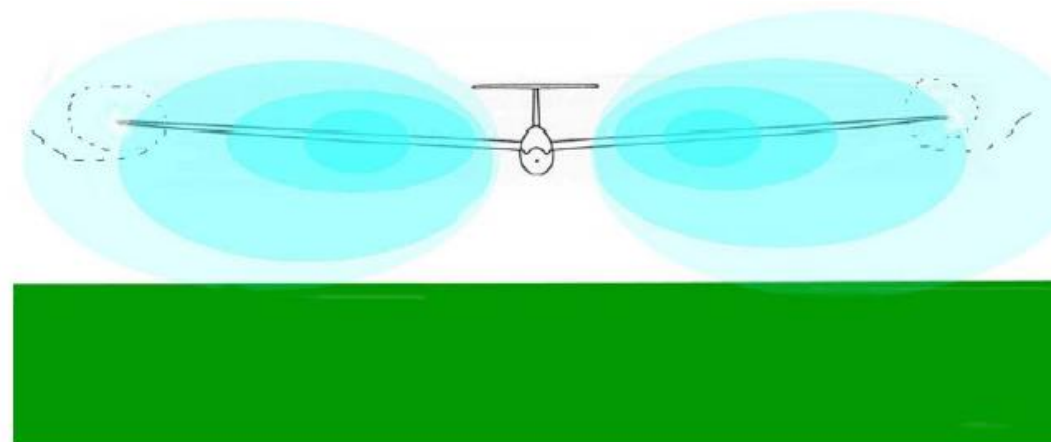
...vemos que o **ponto neutro se move para frente por conta da redução da razão a_t/a** . Por outro lado, a **redução de $\partial \epsilon / \partial \alpha$ é tão grande que o efeito líquido é um grande deslocamento do ponto neutro para trás**. Uma vez que o valor de C_{m_0} é esperado ser levemente afetado, o profundor δ_e necessário para trimar em $C_{L_{max}}$ é bem maior do que regime de voo fora do efeito solo.

Em geral, essa é a condição mais crítica no projeto do profundor, e será um fator crucial na determinação da relação S_e/S_t , ou no **limite dianteiro do CG**.





Approximate pressure and wingtip vortices pattern of a sailplane at best L/D well above ground (notional only)



Approximate pressure and wingtip vortices pattern of a sailplane at best L/D 10 feet above ground (notional only)

http://www.canberragliding.org/publications/Sailplane_Ground_Effect.pdf (Acesso em 24 JUL 2011).



8. LIMITES DO CG

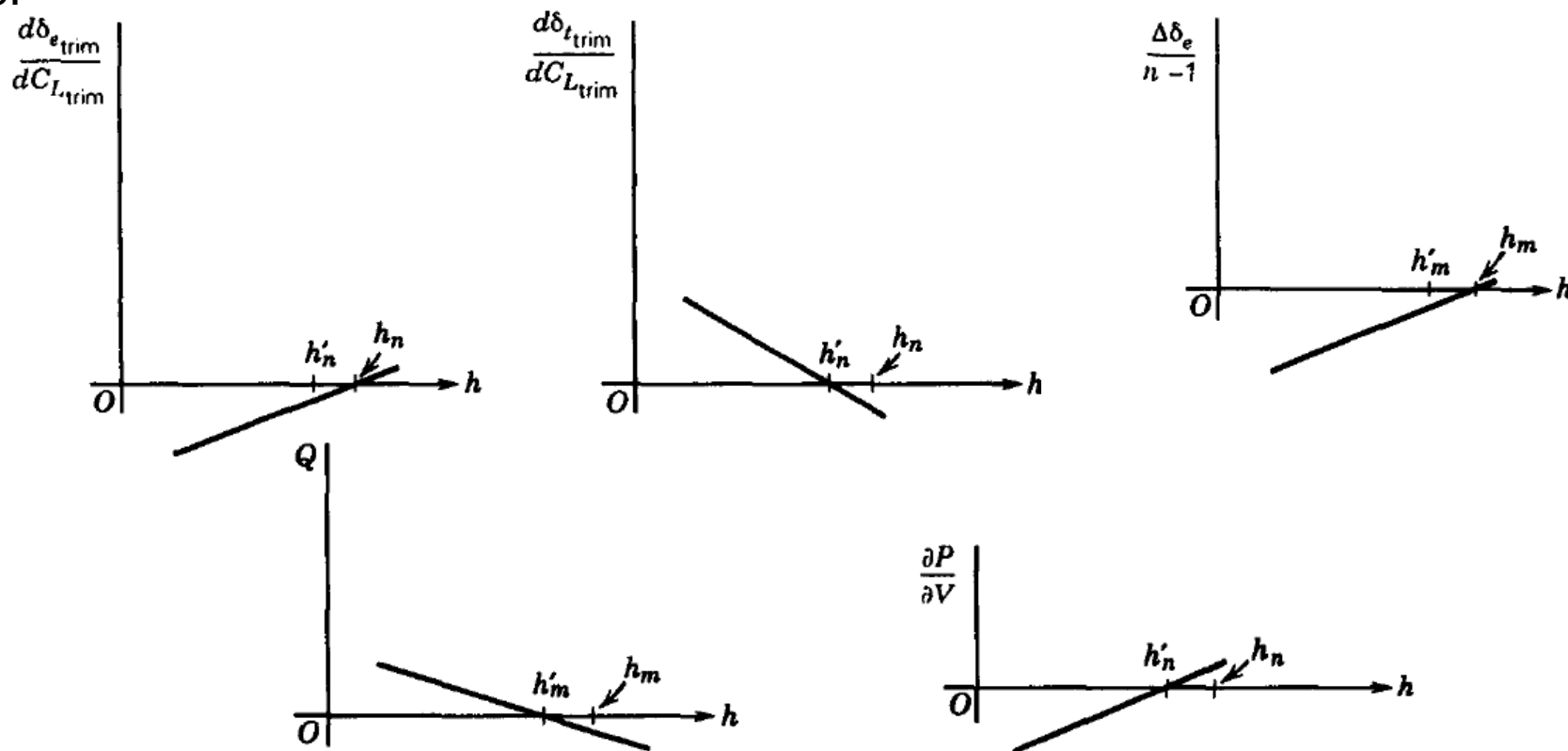
Um dos parâmetros de fundamental importância em estabilidade e controle longitudinal é a localização do centro de gravidade. A questão que vamos analisar agora é qual o passeio do CG que é consistente com uma satisfatória qualidade de pilotagem. Essa questão é crítica no projeto de aeronaves e um dos principais objetivos da análise de estabilidade e controle é fornecer uma resposta para isso. Com esse respeito, temos duas situações em relação à posição do CG:

1. **A aeronave transporta cargas consumíveis (combustível) e descartáveis (armamento, cargas, paraquedistas, água/pesticidas, etc) => Nesse caso, espera-se uma variação gradual ou instantânea do CG durante o voo.**
2. **A aeronave pode apresentar diferença de carregamento (passageiros, combustível, cargas, armamento) de um voo para outro.**

Portanto, a posição do CG não é fixa e pode ser estimada a partir da posição e peso dos itens de carregamento não fixos. Os limites dianteiros e traseiros, em função do peso e, possivelmente flap, chamado **envelope de peso e cg**, devem ser estritamente respeitado pelos operadores, uma vez que o projeto, análise, ensaios e certificação são realizadas baseado nesse envelope. E operação fora desse limite poderá oferecer risco à segurança do voo e da aeronave.

O Limite Traseiro

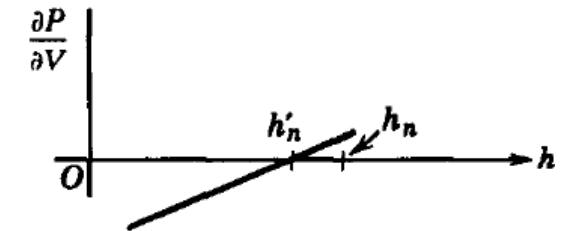
O limite mais traseiro do CG é determinado por considerações de estabilidade longitudinal e sensibilidade nos controles. O comportamento dos cinco principais gradientes de controle são mostrados abaixo para o caso quando os coeficientes aerodinâmicos são independentes da velocidade.



Do ponto de vista de qualidade de pilotagem, nenhum gradiente deve mudar de sinal. Ou seja, os gradientes devem ter os mesmos sinais que têm para baixos valores de h (CG's dianteiros).

Para sistemas de controle de voo reversíveis \Rightarrow É necessário que $h < h'_n$.

Para sistemas de controle de voo irreversíveis e com sistema *artificial feel* adequadamente projetado \Rightarrow O gradiente $\partial P / \partial V$ pode ser mantido negativo para valores de $h > h'_n$. E assim, o limite traseiro pode ser feito mais traseiro do que se controle reversível fosse utilizado.



As magnitudes dos gradientes também são importantes \Rightarrow Se seus valores são muito baixos, a aeronave fica muito sensível aos controles.

Quando os coeficientes são independentes da velocidade, como nos exemplos mostrados nas figuras do slide anterior, o ponto neutro é o determinante do limite traseiro do CG.

⊕ Controle reversível \Rightarrow A aeronave torna-se instável quando $h > h'_n$.

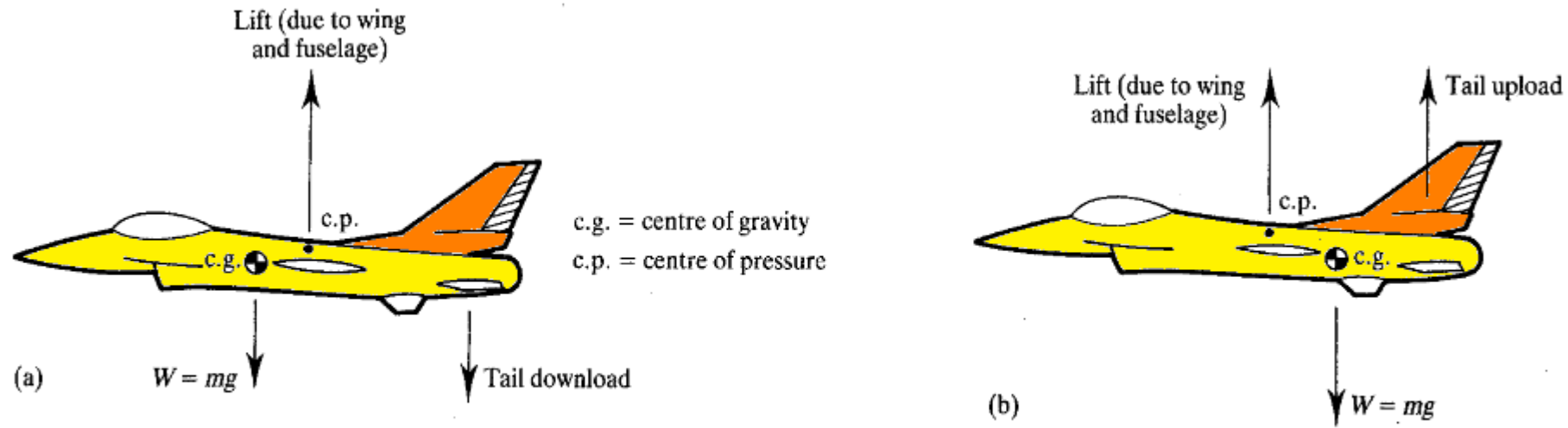
⊕ Controle irreversível \Rightarrow A aeronave torna-se instável quando $h > h_n$.

Quando os coeficientes dependem da velocidade, por exemplo, quando $C_m = C_m(M)$, então o limite traseiro poderá ser a frente do ponto neutro.



<https://www.youtube.com/watch?v=vo51Be2jL8c>

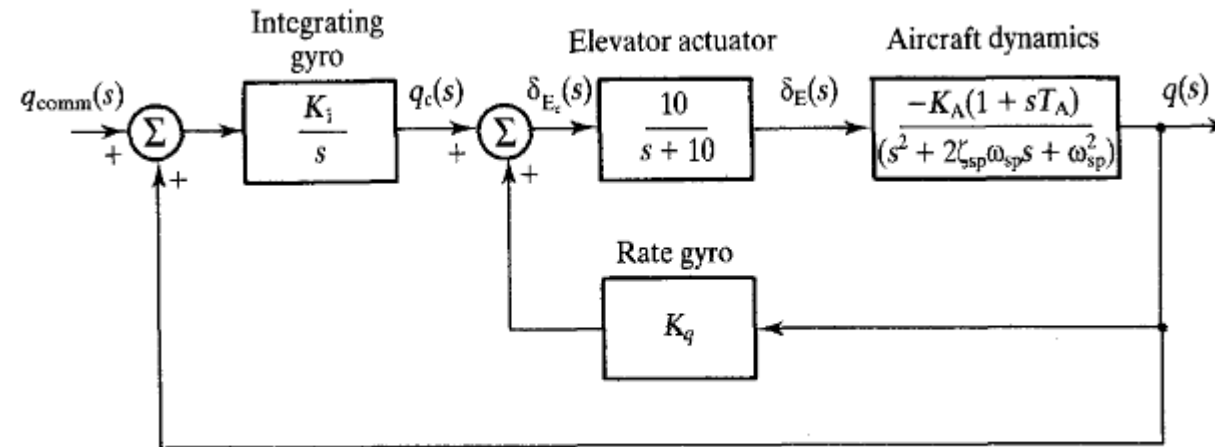
Podemos utilizar um CG além do limite traseiro, e utilizar um sistema de aumento de estabilidade (SAS – *Stability Augmentation System*), de modo que a aeronave tenha uma estabilidade estática longitudinal relaxada.



Static stability. (a) Conventional. (b) Relaxed.

Na figura acima, a aeronave com estabilidade relaxada tem seu CG numa posição muito traseira, apresentando um modo de curto período não mais oscilatório, tornando um movimento instável. Nessa condição, é grande a probabilidade de ocorrência do fenômeno de *pitch-up*. Qualquer tendência de aumento do ângulo de ataque induzir um aumento ainda maior, fazendo-o crescer abruptamente, impedindo o piloto humano de evitar a entrada em estol.

Um sistema de controle de orientação de arfagem, como o mostrado na figura abaixo, pode ser efetivo em proporcionar uma estabilidade sintética para nossa aeronave com estabilidade longitudinal relaxada



Pitch orientation control system.





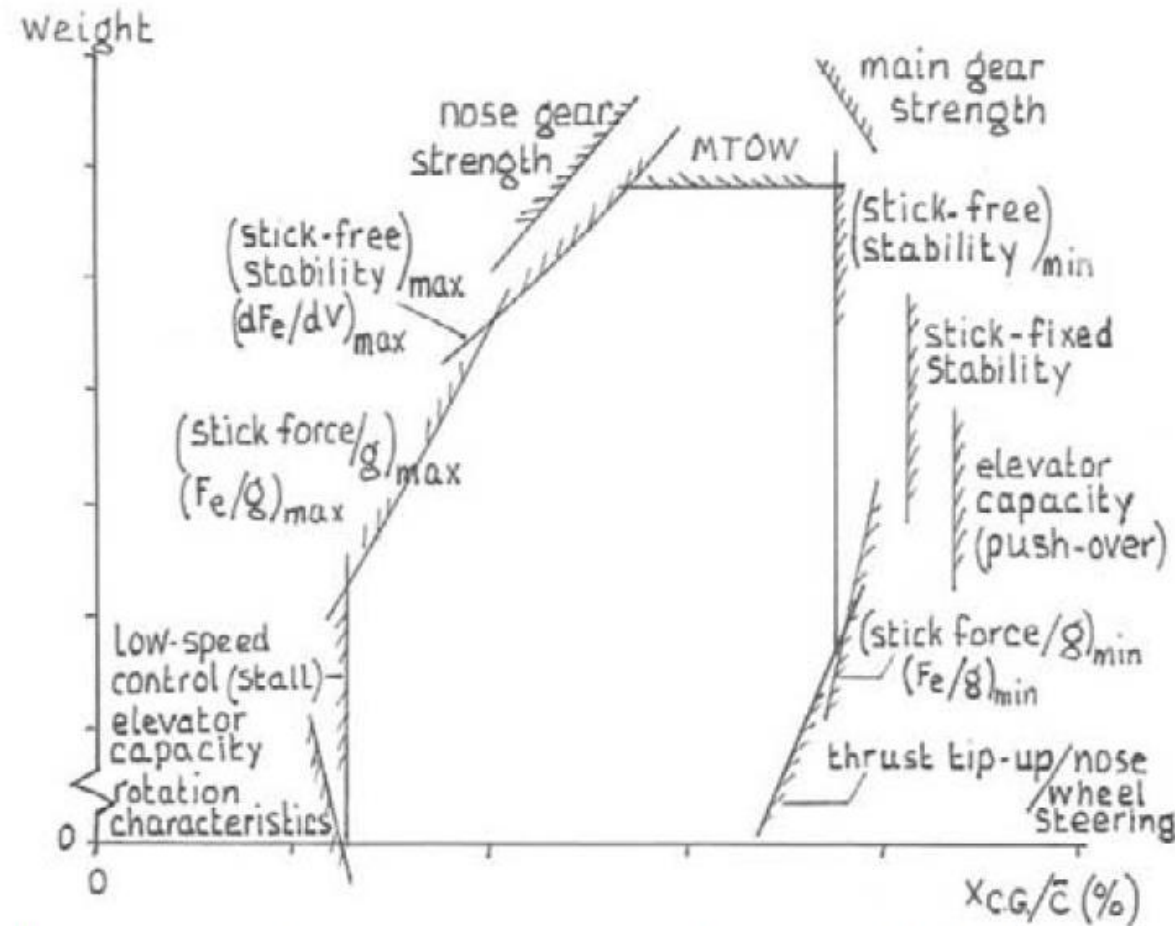
O Limite Dianteiro

A medida que o CG caminha para frente, a estabilidade da aeronave aumenta. Porém, teremos os seguintes efeitos:

- Maiores deflexões de profundor são necessárias.
- Maiores forças para manobrar.
- Maiores forças para trimar.

O limite de CG dianteiro é baseada em considerações sobre controle e pode ser determinada por um dos seguintes requisitos:

1. A força por G não pode exceder determinado valor.
2. O gradiente de força na condição de trimagem $\partial P / \partial V$ não pode exceder determinado valor.
3. A força nos controles necessária para o pouso, a partir da condição de trimagem na reta final, não pode exceder determinado valor.
4. O ângulo de deflexão de profundor necessário para o pouso não deve exceder o batente de profundor a cabrar.
5. O ângulo de deflexão de profundor necessário para rodar a aeronave na decolagem não deve exceder o batente de profundor a cabrar.



Loading diagrams of some jet transport aircraft: Limits of the loading diagram.

AERODYNAMIC DESIGN OF TRANSPORT AIRCRAFT [Obert]



FIM DA 1ª PARTE