

Lista de exercícios 4

1- O que significa fazer a trimagem de um modelo não-linear de uma aeronave? Em que situações pode ser útil?

2- Considere o processo de trimagem de um modelo não-linear que contém os 12 estados e 4 entradas descritos:

$$x^T = [V_T \ \alpha \ \beta \ P \ Q \ R \ \psi \ \theta \ \phi \ x \ y \ h], \quad u^T = [\delta_T \ \delta_e \ \delta_a \ \delta_r]$$

Em que os sinais de controle são, respectivamente, comando de motor e inclinações do profundor (elevator), aileron e leme (rudder).

Sabendo que os estados podem ser configurados como steady state (constantes) ou não (podem variar com o tempo) e valor inicial conhecido (nesse caso indicar valor) ou valor desconhecido, e que os sinais de controle sempre são assumidos constantes, mas podem ter seu valor conhecido ou não, como deve ser configurado um algoritmo de trimagem para:

- a) Voo nivelado em linha reta com altitude constante $h = 200 \text{ m}$ e velocidade constante $V_T = 80 \text{ m/s}$
- b) Voo em curva coordenada com raio de curvatura 1000 m , altitude constante $h = 200 \text{ m}$ e velocidade constante $V_T = 80 \text{ m/s}$

3 – Em uma simulação numérica de um modelo não-linear, podemos escolher o passo de integração e o algoritmo de integração numérica. Discuta a influência de cada um na qualidade e tempo de simulação.

4 – Atuadores, como ailerons e motores, também possuem um comportamento dinâmico:

$$\frac{\delta_{atuador}}{\delta_{desejado}} = \frac{1}{1 + Ts} e^{-\tau_d s}$$

Explique o que significam os parâmetros T e τ_d .

Gabarito

1- A trimagem consiste em encontrar valores de estado e/ou sinal de controle que atendam a uma determinada condição de voo (quasi) estática, como por exemplo voo em linha reta, subida ou curva coordenada. Ele é útil não só para achar o ponto de operação (ou seja, as condições em que ocorre o que é desejado), mas também como uma etapa inicial para posterior linearização.

2-

a)

Estado	Constante?	Valor conhecido?	Entrada	Valor conhecido?
V_T	S	S, 80 m/s	δ_T	N**
α	S	N	δ_e	N
β	S	N*	δ_a	N
P	S	S, 0	δ_r	N
Q	S	S, 0		
R	S	S, 0		
ψ	X	X		
θ	S	N		
ϕ	S	S, 0		
x	X	X		
y	X	X		
h	S	S, 200		

X- Não afeta trimagem. Recomenda-se escolher um valor qualquer (por exemplo, 0) e dizer que é constante para que o algoritmo de trimagem não gaste tempo/processamento variando esses estados.

* - No exemplo computacional fornecido, definimos que se sabe que o valor de β é zero. Funciona porque a aeronave é perfeitamente simétrica no plano xz. O correto é deixar livre o valor de β , pois se aeronave tiver assimetrias, ela pode precisar voar derrapando para equilibrar as forças e momentos.

** - O algoritmo de trimagem permite fornecermos um chute inicial. Não é necessário, mas agiliza a convergência do algoritmo. Esse chute pode ser obtido das equações de voo nivelado, que aprendemos no final do semestre.

b)

Primeiro, utilize a fórmula do voo em curva coordenada:

$$\phi = \text{atan} \frac{V_T^2}{gr} \rightarrow \phi = 0.5781 \text{ rad} = 33.12^\circ$$

Podemos calcular $\dot{\psi} = V_T/R$ e sabemos que $\dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$ mas não temos como colocar essa informação diretamente na trimagem. Também não podemos transformar $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$ em P,Q, R, pois não sabemos o valor de θ . Entretanto, constata-se da transformação de $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$ em P,Q, R que P, Q e R são certamente constantes.

Estado	Constante?	Valor conhecido?	Entrada	Valor conhecido?
V_T	S	S, 80 m/s	δ_T	N
α	S	N	δ_e	N
β	S	N	δ_a	N
P	S	N	δ_r	N
Q	S	N		
R	S	N		
ψ	X	X		
θ	S	N		
ϕ	S	S, 0.5781 rad		
x	X	X		
y	X	X		
h	S	S, 200		

3 – Tanto o passo quanto o método de integração (por exemplo: Euler ou Runge-Kutta) afetam a qualidade da integração numérica, o que por sua vez afeta a qualidade dos resultados obtidos. Mesmo um modelo perfeito, se utilizado com uma configuração errada, pode resultar em resultados errôneos. Por outro lado, se for escolhido um passo de integração muito pequeno e/ou um método de integral numérica muito sofisticado, a simulação pode ficar desnecessariamente lenta. Destaca-se também que a relação entre precisão e custo computacional não necessariamente é linear, devendo ser avaliado caso a caso se é mais vantajoso aumentar o passo de integração ou trocar o método numérico para ganhar mais precisão sem aumentar significativamente o custo computacional. Por fim, o passo de integração tem que ser menor que a menor constante de tempo do sistema.

4 –

τ_d : atraso. Tempo necessário, após o comando, para que o atuador comece a se mover

T: Constante de tempo. Após o atuador começar a se mover, leva cerca de 4 a 5 constante de tempo até atingir o valor comandado.