



# Mecânica do Voo

Estudo das condições de equilíbrio: Estudo completo





## Referências Bibliográficas

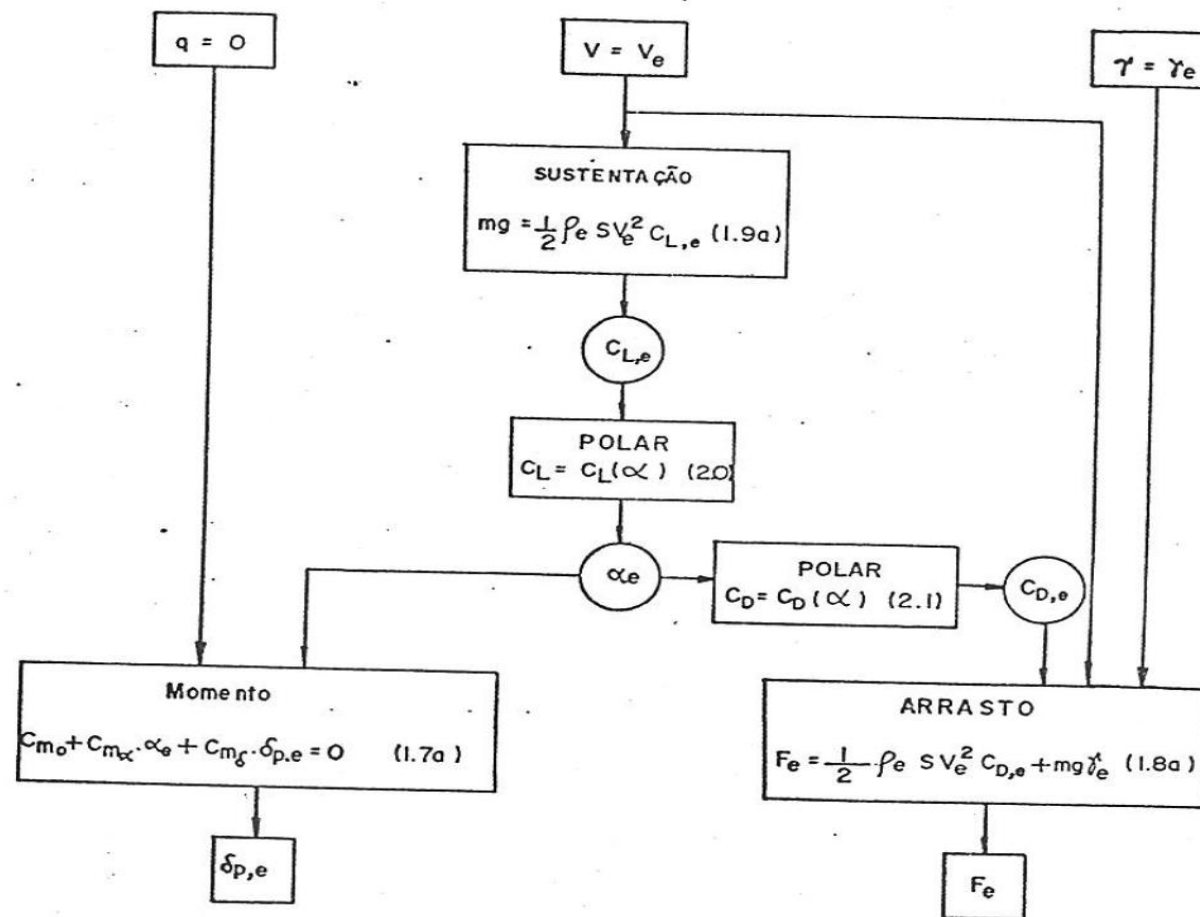
- **ITEN 1.6**: Paglione, P. ; Zanardi, M. C., [Estabilidade e Controle de Aeronaves](#), ITA, 1990.
- Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid, [Dynamics of Flight – Stability and Control](#), John Wiley & Sons, 3ª Ed, 1996.
- STEVENS, Brian L.; LEWIS, Frank L. Aircraft control and simulation. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003



## 7. DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO: ESTUDO COMPLETO

Item 1.6 da apostila

## 6. DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO: ESTUDO SIMPLIFICADO





## 7. DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO: ESTUDO COMPLETO

**Equações no equilíbrio:**

$$F_e \cos(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 C_{D_e} + m g \sen \gamma_e \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 C_{L_e} = m g \cos \gamma_e - F_e \sen(\alpha_e + \alpha_F) \quad (2)$$

$$C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha_e + C_{m_{\delta_P}} \delta_{P_e} = 0 \quad (3)$$

**Determinação de  $\alpha_e$  e  $F_e$  só é possível ITERATIVAMENTE.**

**VALOR INICIAL PODE SER DETERMINADO PELA SIMPLIFICAÇÃO DO ITEM 6.**



## O VALOR INICIAL PELO ESTUDO SIMPLIFICADO COM $\gamma_e=0$ :

$$\overline{C_{L_e}} = \frac{2 m g}{\rho_e S V_e^2}$$

$$\overline{F_e} = \frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 C_{D_e}$$

Determina-se então  $\overline{\alpha_e}$  ,  $\overline{C_{D_e}}$  e  $\overline{V_e}$

$$\overline{V_e}^2 = \frac{\overline{F_e} \cos(\overline{\alpha_e} + \alpha_F)}{0,5 \rho_e S \overline{C_{D_e}}}$$

Compara se  $\overline{V_e}$  com  $V_e$ . Se tiverem iguais, OK.

CASO CONTRÁRIO RECALCULA SE NOVOS  $\overline{F_e}$  E  $\overline{V_e}$

ATÉ OBTER A IGUALDADE ou A PRECISÃO DESEJADA.



PARA  $\gamma_e = 0$ , PELAS EQUAÇÕES (1) E (2):

$$F_e \cos(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 C_{De} \quad (4)$$

$$m g - F_e \sin(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 C_{Le} \quad (5)$$

DIVIDINDO (5) POR (4):

$$\frac{m g - F_e \sin(\alpha_e + \alpha_F)}{F_e \cos(\alpha_e + \alpha_F)} = \frac{C_{Le}}{C_{De}} = E_e = \frac{1}{\varepsilon_e} \quad (6)$$

E - EFICIENCIA AERODINÂMICA

MANIPULANDO (6):

$$F_e \cos(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{m g}{E'_e} = m g \varepsilon'_e \quad (7)$$





$$F_e \cos(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{m g}{E'_e} = m g \varepsilon'_e$$

(7)

$$E'_e = E_e + t g (\alpha_e + \alpha_F) \quad \text{ou} \quad \varepsilon'_e = \frac{\varepsilon_e}{[1 + \varepsilon_e t g (\alpha_e + \alpha_F)]}$$

DO MESMO MODO A PARTIR DE (4):

$$F_e \cos(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 C_{De} \quad (4)$$

$$V_e^2 = \frac{2 F_E \cos(\alpha_e + \alpha_F)}{C_{De} \rho_e S} \quad \longrightarrow \quad V_e^2 = \frac{2 m g}{E'_e C_{De} \rho_e S}$$

$$V_e^2 = \frac{2 m g}{\rho S} \frac{1}{C_{L_e} + C_{D_e} t g (\alpha_e + \alpha_F)} = \frac{2 m g}{\rho S} \frac{1}{C_{D_e} E'_e}$$

(8)



NOTA SE QUE SE  $\gamma_e \neq 0$  ,  
DENSIDADE DEPENDE DA ALTITUDE ,  
 $\delta_e$  E  $F_e$  DEPENDEM DA ALTITUDE,

***LOGO MANETE E PROFUNDOR PRECISAM SER ACIONADOS CONTINUAMENTE.***

COM CONDIÇÕES DE EQUILIBRIO ESTABELECIDAS,  
SERÁ DETERMINADA A RESPOSTA A 2 TIPOS DE QUESTÕES:

**1)** O QUE ACONTECE QUANDO APARECE UMA PERTURBAÇÃO ATMOSFÉRICA, SE OS COMANDOS  $\delta_p$  e  $F$  SÃO MANTIDOS FIXOS E IGUAIS À  $\delta_e$  e  $F_E$ ? HAVERÁ VARIAÇÕES EM  $V, \gamma, \alpha$  ?



**ESTUDO DA ESTABILIDADE!**

**2)** O QUE OCORRE SE O PILOTO MODIFICA OS VALORES DE  $\delta_p$  e  $F$ ?



***ESTUDO DA RESPOSTA AOS CONTROLES!***



**MOVIMENTO LONGITUDINAL DIVIDIDO EM:**

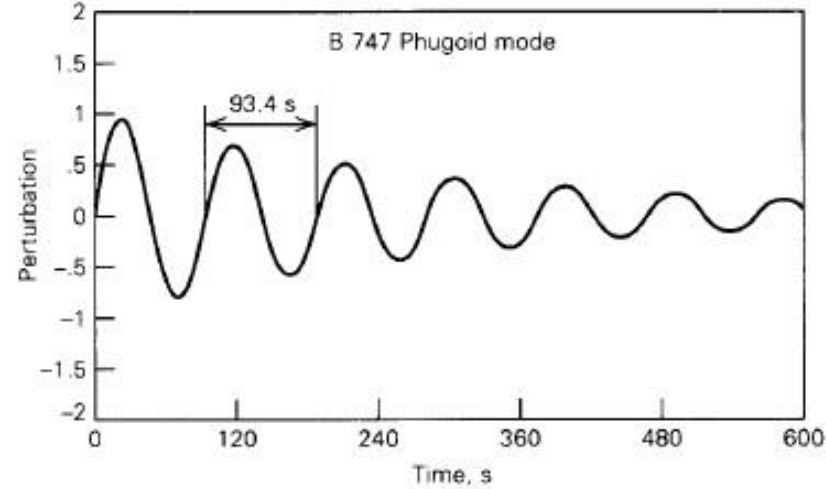
**1. MOVIMENTO DE CURTO PERÍODO**

OSCILAÇÕES EM  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $q$ , COM VELOCIDADE CONSTANTE  
( DURAÇÃO DA ORDEM DE 0,5 – 5 SEGUNDOS)

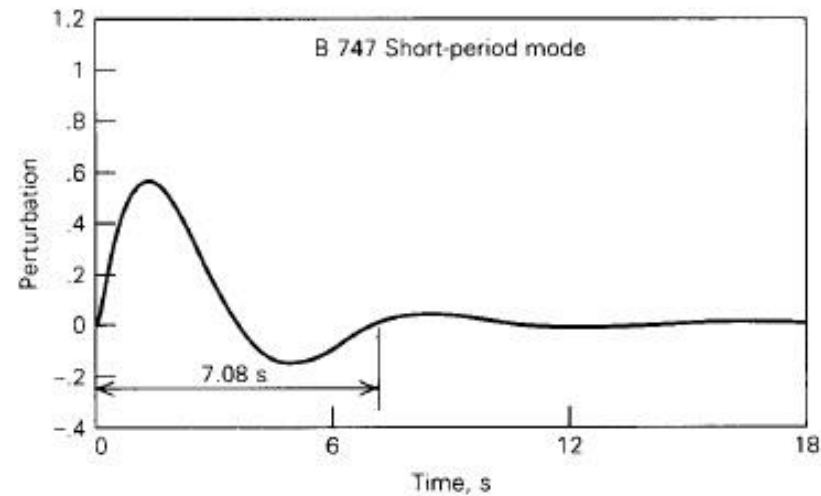
**2. MOVIMENTO FUGOIDAL**

QUE SE CARACTERIZA POR UM MOVIMENTO DE LONGO PERÍODO (ALGUNS MINUTOS) COM ALTERAÇÕES SENSÍVEIS NA VELOCIDADE, ÂNGULO DE TRAJETORIA DE VOO E ALTITUDE, PORÉM COM PEQUENAS VARIAÇÕES NO ÂNGULO DE ATAQUE.

**8. VARIAÇÕES DE CURTO PERÍODO: OSCILAÇÕES NO ÂNGULO DE ATAQUE**



(a)



(b)

**Figure 6.2** Characteristic transients. (a) Phugoid mode. (b) Short-period (pitching) mode.



**EXERCÍCIO:**

**CALCULAR AS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO PARA O AIRBUS  
EM VOO DE CRUZEIRO COM  
200m/s, 9 km de altitude.**

**Considere uma precisão de 0,1m/s para a velocidade.**

**CARACTERÍSTICAS DO AIRBUS:**

$$S = 260 \text{ m}^2, \ell = 6,61 \text{ m}, \text{ massa} = 120.000 \text{ kg}, I_y = 9,72 \times 10^6 \text{ kgm}^2, \alpha_F = 1^\circ,$$

$$C_D = 0,0175 + 0,06C_L^2,$$

$$C_{L\alpha} = 4,982 \text{ rad}^{-1}, \quad C_L = \frac{\alpha}{11,5} \quad (\alpha \text{ em graus})$$

$$C_{m0} = -0,025 \quad C_{m\alpha} = -1,246 \text{ rad}^{-1} \quad C_{m\delta} = -1,46 \text{ rad}^{-1}$$