



## Prova 3 – Mecânica do Voo

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

1. (Valor: 2,0 pontos) Determine as equações do movimento de curto período para as seguintes aeronaves:

- i. Mirage III, com
- $V_e = 150 \frac{m}{s}$
- ao nível do mar
- $H_e = 0 \text{ km}$
- , considerando a entrada como uma entrada degrau de amplitude de
- $1^\circ$
- , tempo de
- $t_0 = 1 \text{ s}$

$$\bar{\delta}_p(s) = \frac{1}{s} [1 - e^{-s}]$$

- ii. Airbus, com
- $V_e = 150 \frac{m}{s}$
- ao nível do mar
- $H_e = 0 \text{ km}$
- , considerando a entrada como uma rampa dupla simétrica de amplitude de
- $1^\circ$
- , tempo de
- $2t_0 = 1 \text{ s}$

$$\bar{\delta}_p(s) = \frac{2}{s^2} - \frac{4}{s^2} e^{-s/2} + \frac{2}{s^2} e^{-s}$$

2. (Valor: 2,0 pontos) Sem as hipóteses simplificadoras, prove que as equações do movimento para um voo horizontal estabilizado linearizadas para um avião simétrico são:

$$\delta_r = \beta_e \frac{C_{l_\beta} C_{n_{\delta_a}} - C_{n_\beta} C_{l_{\delta_a}}}{C_{n_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}} - C_{n_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}}}$$

$$\delta_a = \beta_e \frac{C_{n_\beta} C_{l_{\delta_r}} - C_{l_\beta} C_{n_{\delta_r}}}{C_{n_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}} - C_{n_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}}}$$

$$\sin \phi_1 = - \frac{\rho_e S V_e^2 \beta_e}{2m g} \left( C_{y_\beta} + \frac{(C_{l_\beta} C_{n_{\delta_a}} - C_{n_\beta} C_{l_{\delta_a}}) C_{y_{\delta_r}} + (C_{n_\beta} C_{l_{\delta_r}} - C_{l_\beta} C_{n_{\delta_r}}) C_{y_{\delta_a}}}{C_{n_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}} - C_{n_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}}} \right)$$

3. (Valor: 2,0 pontos) Sem as hipóteses simplificadoras, prove que as equações do movimento para um voo horizontal estabilizado linearizadas para um avião assimétrico, com pane no motor direito, são:

- i. Derrapagem nula
- $\beta = 0$
- .

$$\sin \phi_1 = - \frac{1}{2} \frac{\rho_e S V_e^2}{m g} (C_{y_{\delta_a}} \delta_a + C_{y_{\delta_r}} \delta_r)$$

$$\delta_r = C_{n_F} \frac{C_{l_{\delta_a}}}{\Delta_2}$$

$$\delta_a = -C_{n_F} \frac{C_{l_{\delta_r}}}{\Delta_2}$$

Com



$$\Delta_2 = C_{n_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}} - C_{n_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}}$$

- ii. Asas niveladas  $\phi_1 = 0$ .

$$\beta = -\frac{C_{n_F}}{K}$$

$$\delta_r = \beta \frac{C_{y_\beta} C_{l_{\delta_a}} - C_{y_{\delta_a}} C_{l_\beta}}{\Delta_1}$$

$$\delta_a = \beta \frac{C_{y_{\delta_r}} C_{l_\beta} - C_{y_\beta} C_{l_{\delta_r}}}{\Delta_1}$$

$$K = C_{n_\beta} + \frac{(C_{y_\beta} C_{l_{\delta_a}} - C_{y_{\delta_a}} C_{l_\beta}) C_{n_{\delta_r}} + (C_{y_{\delta_r}} C_{l_\beta} - C_{y_\beta} C_{l_{\delta_r}}) C_{n_{\delta_a}}}{\Delta_1}$$

Com

$$\Delta_1 = C_{y_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}} - C_{y_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}}$$

4. (Valor: 2,0 pontos) As equações do movimento para um voo curvilíneo horizontal linearizadas são dadas por:

$$\Omega V_e \cos \phi - Y_\beta \beta - Y_{\delta_r} \delta_r - Y_{\delta_a} \delta_a - g \sin \phi = 0$$

$$l_\beta \beta + l_r \Omega + l_{\delta_a} \delta_a + l_{\delta_r} \delta_r = 0$$

$$n_\beta \beta + n_r \Omega + n_{\delta_a} \delta_a + n_{\delta_r} \delta_r = 0$$

Considere uma curva à esquerda ( $\Omega < 0$ ) e desconsidere efeitos parasitas. Discuta detalhadamente o posicionamento da asa esquerda e as deflexões do leme e aileron para os seguintes casos particulares:

- Curva com inclinação lateral nula  $\varphi = 0$
  - Curva com ângulo de derrapagem nulo  $\beta = 0$
  - Curva apenas com o manche  $\delta_r = 0$
  - Curva apenas com os pedais (leme de direção)  $\delta_a = 0$
5. (Valor: 2,0 pontos) No estudo completo do movimento látero-direcional considere o caso de resposta aos controles ailerons e leme. Obtenha a função de transferência do movimento látero-direcional  $G_{\varphi \delta_i}$ , que são obtidas por uma fração racional da forma:

$$\frac{N_0 s^3 + N_1 s^2 + N_2 s + N_3}{(s - a)(s - b)((s + u)^2 + v^2)}$$

Em seguida encontre o formato geral da solução dos estados considerando uma entrada degrau nos controles apresentada como:

$$f(t) = A(e^{at} - 1) + B(e^{bt} - 1) + K e^{ut} (\sin(vt + \psi) + \sin \psi)$$

Para  $f(0) = 0$ .