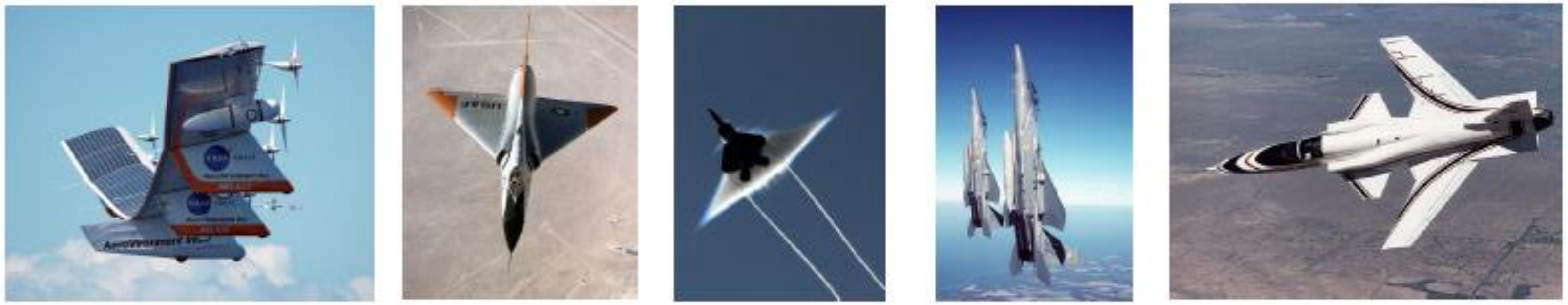
Universidade de Brasília

Faculdade UnB Gama

Mecânica do Voo

Movimento longitudinal completo



Referências Bibliográficas

- **ITEN 1.10**: Paglione, P. ; Zanardi, M. C., Estabilidade e Controle de Aeronaves, ITA, 1990.
- Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid, Dynamics of Flight – Stability and Control, John Wiley & Sons, 3ª Ed, 1996.
- STEVENS, Brian L.; LEWIS, Frank L. Aircraft control and simulation. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.

11 . Movimento longitudinal completo

ITEM 1.10 APOSTILA

VAMOS ABANDONAR AS SIMPLIFICAÇÕES QUE SEPARAM O MOVIMENTO DO CG DO MOVIMENTO DO ÂNGULO DE ATAQUE

VARIÁVEIS DE ESTADO: $V, H, q, \gamma, \alpha,$
VARIAVEIS DE CONTROLE: $\delta_p,\ \pi$

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

$$m\dot{V} = F\cos(\alpha + \alpha_F) - mg\ sen\ \gamma - \frac{1}{2}\rho\ S\ V^2\ C_D$$

$$m\ V\ \dot{\gamma} = F\,\mathrm{sen}(\alpha + \alpha_F) - mg\ cos\ \gamma + \frac{1}{2}\rho\ S\ V^2\ C_L$$

$$I_y\dot{q} = \frac{1}{2}\rho S\ l\ V^2 C_m + M_F$$

$$\dot{H} = V\ sen\ \gamma$$

$$\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma}$$

Considerando o voo horizontal de equilíbrio:

$$F_e \cos(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 C_{D,e}$$

$$mg - F_e sen(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{1}{2}\rho_e S V_e^2 C_{L,e}$$

$$\frac{1}{2}\rho_e S l C_{m,e} + M_{F,e} = 0$$

$$\dot{H}_e = 0$$

$$\dot{\gamma}_e = 0$$

11.1. Linearização das equações do movimento

$$m\dot{V} = F\cos(\alpha+\alpha_F) - F_e\cos(\alpha_e+\alpha_F) - mg\ sen\,\gamma - \frac{1}{2}S\,(\rho\ V^2 C_D - \rho_e\ V_e^2 C_{D,e})$$

$$m\,V\,\dot{\gamma} = F\,\mathrm{sen}(\alpha+\alpha_F) - F_e\ sen\,(\alpha_e+\alpha_F) - mg\,(cos\,\gamma - 1) + \frac{1}{2}S(\rho\,V^2 C_L - \rho_e\ V_e^2 C_{L,e})$$

$$I_y\dot{q} = \frac{1}{2}\rho S\,l\,V^2 C_m - \frac{1}{2}\rho_e S l C_{m,e} + M_F - M_{F,e}$$

$$\dot{H} = V\ sen\,\gamma$$

$$\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma}$$

Lembrando das notações:

$$\Delta\hat{V} = \frac{V - V_e}{V_e}\ ,\qquad \Delta H = H - H_e\ ,\qquad \Delta\hat{F} = \frac{F - F_e}{F_e}\ ,\qquad \Delta\gamma = \gamma - \gamma_e = \gamma$$

$$\dot{V} = V_e\ \Delta\dot{\hat{V}}\qquad\qquad V = V_e(\Delta\hat{V} + 1)$$

$\Delta\pi$ e $\Delta\delta_p$ - correspondem as variações na posição da manete e o profundor.

Considerando pequenas variações em torno das condições de equilíbrio:

$$\boldsymbol{sen\,\gamma = \gamma \quad e \quad \cos\gamma = 1}$$

$$\boldsymbol{F = F_e + \left[\frac{\partial F}{\partial V}\right]_e \Delta V + \left[\frac{\partial F}{\partial H}\right]_e \Delta H + \left[\frac{\partial F}{\partial \pi}\right]_e \Delta\pi}$$

Equação do arrasto

Substituindo $\dot{V} = V_e\ \Delta\dot{\hat{V}}$ na equação do arrasto

$$mV_e\ \Delta\dot{\hat{V}} = F\cos(\alpha+\alpha_F) - F_e\cos(\alpha_e+\alpha_F) - mg\,sen\,\gamma - \frac{1}{2}S\,(\rho\ V^2\,C_D - \rho_e\ V_e^2\,C_{D,e})$$

Já vimos no item 10.1 que:

$$F\cos(\alpha+\alpha_F) - F_e\,\boldsymbol{\cos(\alpha_e+\alpha_F)} = \boldsymbol{F_e\cos(\alpha_e+\alpha_F)}\,[1 + n_V\Delta\hat{V} + n_\rho\rho_H\Delta H + \Delta\hat{F}] - F_e\,\boldsymbol{sen\,(\alpha_e+\alpha_F)}\Delta\alpha$$

$$\boldsymbol{\rho\,V^2\ C_D} - \boldsymbol{\rho_e}\,V_e^2\boldsymbol{C_{D_e}} = \boldsymbol{\rho_e}\,V_e^2\{C_{De}\ [\ 2\,\Delta\hat{V} + \boldsymbol{\rho_H\,\Delta H}\,] + \Delta\boldsymbol{C_D}\}$$

Considerando $\boldsymbol{C_D = C_D\left(\alpha, \dot{\alpha}, q, \delta_p, N_M\right)}$, sendo $\boldsymbol{N_M = \frac{V}{M}}$

$$C_D - C_{D,e} = \left.\frac{\partial C_D}{\partial \alpha}\right|_e \Delta\alpha + \left.\frac{\partial C_D}{\partial N_M}\right|_e \Delta N_M + \left.\frac{\partial C_D}{\partial \dot{\alpha}}\right|_e \dot{\alpha} + \left.\frac{\partial C_D}{\partial q}\right|_e q + \left.\frac{\partial C_D}{\partial \delta_P}\right|_e \Delta\delta_p$$

na qual $\Delta N_M = N_M - N_{M_e} \triangleq$ variação do número de Mach

$$\Delta N_M = -V_e \frac{(a - a_e)}{a_e^2} + \frac{(V - V_e)}{a_e} = \frac{V_e}{a_e}\Delta\hat{V} - \frac{0{,}7\, R\, A_n V_e}{a_e^3}\Delta H$$

pois pela modelo de atmosfera padrão:

$$a^2 = 1{,}4\, RT = f(H)$$

$\Delta a = a - a_e = 0{,}7\, \frac{R}{a_e} A_n\, \Delta H$, $R = 287{,}053 \frac{J}{kgK}$, $A_n = \frac{dt}{dH}$

Introduzindo $\hat{\dot{\alpha}} = \frac{\dot{\alpha}\, l}{V_e}$ e $\hat{q} = \frac{ql}{V_e}$

Introduzindo $\hat{\dot{\alpha}} = \frac{\dot{\alpha}\, l}{V_e}$ $\quad e \quad$ $\hat{q} = \frac{ql}{V_e}$

$$\frac{\partial C_D}{\partial \dot{\alpha}}_e = \left(\frac{\partial C_D}{\partial \hat{\dot{\alpha}}} \frac{\partial \hat{\dot{\alpha}}}{\partial \dot{\alpha}}\right)_e = C_{D\dot{\alpha}} \frac{l}{V_e}$$

$$\frac{\partial C_D}{\partial q}_e = \left(\frac{\partial C_D}{\partial \hat{q}} \frac{\partial \hat{q}}{\partial q}\right)_e = C_{Dq} \frac{l}{V_e}$$

$$C_{DM} = \left(\frac{\partial C_D}{\partial N}_M\right)_e$$

$$\boxed{\Delta C_D = C_D - C_{D,e} = C_{D\alpha} \Delta\alpha + C_{DM}\left(\frac{V_e}{a_e}\Delta\hat{V} - \frac{0,7\, R\, A_n V_e}{a_e^3}\Delta H\right) + C_{D\dot{\alpha}}\left(\frac{\dot{\alpha} l}{V_e}\right) + C_{Dq}\left(\frac{ql}{V_e}\right) + \frac{\partial C_D}{\partial \delta_P}\Delta\delta_p}$$

Equação do arrasto se torna:

$$m\, V_e \Delta\dot{\hat{V}}$$

$$= -F_e sen(\alpha_e + \alpha_F)\Delta\alpha + \cos(\alpha_e + \alpha_F)\left[n_V F_e \Delta\hat{V} + n_\rho F_e \rho_H \Delta H + \frac{\partial F}{\partial \pi}\Delta\pi\right] - mg\,\gamma$$

$$-\frac{S}{2}\left\{\rho_e V_e^2\left[\frac{\partial C_D}{\partial \alpha}\Delta\alpha + \frac{\partial C_D}{\partial \dot{\alpha}}\left(\frac{\Delta\dot{\alpha}\, l}{V_e}\right) + \frac{\partial C_D}{\partial q}\left(\frac{ql}{V_e}\right) + \frac{\partial C_D}{\partial \delta_p}\Delta\delta_P\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\partial C_D}{\partial M}\left(\frac{V_e}{a_e}\Delta\hat{V} - \frac{0{,}7\; R\; A_n V_e}{a_e^3}\;\Delta H\right)\right] + 2\,\rho_e V_e^2 C_{D,e}\Delta\hat{V} + \rho_e V_e^2 C_{D,e}\rho_H \Delta H\right\}$$

Lembrando que no voo de equilíbrio:

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}\rho_e S\, V_e^2 C_{D,e} = F_e \cos(\alpha_e + \alpha_F)} = mg\varepsilon'_e$$

$$e \quad F_e sen(\alpha_e + \alpha_F) = mg\varepsilon'_e tg(\alpha_e + \alpha_F)$$

Simplificando as equações através das abreviações:

$$D_M = \frac{1}{2}\rho_e \frac{S}{m} V_e^2 \frac{\partial C_D}{\partial M} \quad , \qquad D_\alpha = \frac{1}{2}\rho_e \frac{S}{m} V_e^2 \frac{\partial C_D}{\partial \alpha}$$

$$D_{\dot{\alpha}} = \frac{1}{2}\rho_e \frac{S}{m} V_e l \, \frac{\partial C_D}{\partial \dot{\alpha}}$$

$$D_q = \frac{1}{2}\rho_e \frac{S}{m} V_e l \, \frac{\partial C_D}{\partial q} \quad , \quad D_\delta = \frac{1}{2}\rho_e \frac{S}{m} V_e^2 \frac{\partial C_D}{\partial \delta} \; ,$$

EQUAÇÃO DO ARRASTO

$$\Delta\dot{\hat{V}} = A_V\Delta\hat{V} + A_\gamma\gamma + A_\alpha\Delta\alpha + A_q q + A_H\Delta H + A_{\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha} + A_\pi\Delta\pi + A_\delta\Delta\delta_P$$

$$A_V = \frac{n_V - 2}{V_e}\, g\, \varepsilon'_e - \frac{D_M}{a_e} \quad ;$$

$$A_H = \frac{n_\rho - 1}{V_e}\, g\, \varepsilon'_e \rho_H + \frac{0{,}7\, A_n R}{a_e^3}\, D_M$$

$$A_\gamma = -\frac{g}{V_e} \quad ; \quad A_{\dot{\alpha}} = \frac{D_{\dot{\alpha}}}{V_e} \quad ;$$

$$A_q = -\frac{D_q}{V_e} \quad ; \quad A_\delta = -\frac{D_\delta}{V_e}$$

$$A_\alpha = -\frac{g}{V_e}\, \varepsilon'_e\, tg(\alpha_e + \alpha_F) - \frac{D_\alpha}{V_e} \quad ; \quad A_\pi = \frac{\cos(\alpha_e + \alpha_F)}{mV_e}\, \frac{\partial F}{\partial \pi}$$

EQUAÇÃO DA SUSTENTAÇÃO

$$\dot{\gamma} = B_V \Delta \widehat{V} + B_\gamma \gamma + B_\alpha \Delta \alpha + B_q q + B_H \Delta H + B_{\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + B_\pi \Delta \pi + B_\delta \Delta \delta_P$$

com:

$$B_V = \frac{2g}{V_e} + \frac{(n_V - 2)}{V_e} g\, \varepsilon'_e\, tg(\alpha_e + \alpha_F) + \frac{L_M}{a_e}$$

$$B_H = \left[1 + \left(n_\rho - 1\right)\varepsilon'_e tg(\alpha_e + \alpha_F)\right] \frac{g\rho_H}{V_e} - \frac{0{,}7\, A_n R}{a_e^3} L_M$$

$$B_\gamma = 0 \quad ; \quad B_{\dot{\alpha}} = \frac{L_{\dot{\alpha}}}{V_e} \quad ; \quad B_\alpha = \frac{g\, \varepsilon'_e}{V_e} + \frac{L_\alpha}{V_e} \quad ; \quad B_q = \frac{L_q}{V_e} \quad ;$$

$$B_\pi = \frac{\mathrm{sen}(\alpha_e + \alpha_F)}{m V_e} \frac{\partial F}{\partial \pi} \quad ; \quad B_\delta = \frac{L_\delta}{V_e}$$

EQUAÇÃO DO MOMENTO

$$I_y\dot{q} = \frac{1}{2}\rho S\, l\, V^2 C_m - \frac{1}{2}\rho_e S l C_{m,e} + M_F - M_{F,e}$$

PODEMOS CONSIDERAR:

1. A variação de momento devida à força de propulsão pode ser escrita na forma:

$$M_F - M_{F,e} = \frac{\partial M_F}{\partial V} V_e \Delta\hat{V} + \frac{\partial M_F}{\partial \rho}\rho_e \rho_H \Delta H + \frac{\partial M_F}{\partial \pi}\Delta\pi$$

2. A variação do termo "$\boldsymbol{\rho V^2 C_m}$" é dada de maneira análoga àquelas de $\boldsymbol{\rho V^2 C_L}$ ou $\boldsymbol{\rho V^2 C_D}$.

DEFINHINDO OS COEFICIENTES:

$$M_M = -\frac{\rho_e S\, l\, V_e^2}{2\, I_y} C_{m_{N_M}} \quad ; \quad M_q = -\frac{\rho_e S\, l^2\, V_e}{2\, I_y} C_{m_q} \; ;$$

$$M_\alpha = -\frac{\rho_e S\, l\, V_e^2}{2\, I_y} C_{m_\alpha} \quad ; \quad M_\delta = -\frac{\rho_e S\, l\, V_e^2}{2\, I_y} C_{m_\delta}$$

e

$$M_{\dot{\alpha}} = -\frac{\rho_e S\, l^2\, V_e}{2\, I_y} C_{m_{\dot{\alpha}}}$$

EQUAÇÃO DO MOMENTO

$$\dot{q} = E_V \Delta\widehat{V} + E_\gamma \gamma + E_\alpha \Delta\alpha + E_q q + E_H \Delta H + E_{\dot{\alpha}} \Delta\dot{\alpha} + E_\pi \Delta\pi + E_\delta \Delta\delta_P$$

$$E_V = -\frac{2M_{F,e}}{I_y} + \frac{V_e}{I_y}\frac{\partial M_F}{\partial V} - M_M \frac{V_e}{a_e}$$

$$E_\gamma = 0 \quad ; \qquad E_H = \left(\rho_e \frac{\partial M_F}{\partial \rho} - M_{F,e}\right)\frac{\rho_H}{I_y} + \frac{0{,}7\, A_n R\, V_e}{a_e^3} M_M$$

$$E_{\dot{\alpha}} = -M_{\dot{\alpha}} \quad ; \quad E_\alpha = -M_\alpha \quad ; \quad E_q = -M_q \;;$$

$$E_\pi = \frac{1}{I_y}\frac{\partial M_F}{\partial \pi} \quad ; \qquad E_\delta = -M_\delta$$

Caso não haja interação aerodinâmica entre o jato de ar devido ao sistema propulsivo e a aeronave, pode-se escrever que:

$$\boldsymbol{M_F = -z_F \,.\, F}$$

sendo z_F o deslocamento acima o eixo longitudinal do ponto de aplicação da Tração, positivo se o sistema propulsivo estiver situado acima do C.G.

CONSIDERANDO $\boldsymbol{\frac{F}{F_e} = \left(\frac{V}{V_e}\right)^{n_V} \left(\frac{\rho}{\rho_e}\right)^{n_\rho}}$

$$\boldsymbol{M_F = -\, z_F \,.\, F}$$

$$\frac{\partial M_F}{\partial V} = -\, z_F \,.\frac{\partial F}{\partial V} = \;-\, z_F \, n_V \frac{F_e}{V_e}$$

$$\frac{\partial M_F}{\partial \rho} = -\, z_F \,.\frac{\partial F}{\partial \rho} = \;-\, z_F \, n_\rho \frac{F_e}{V_e}$$

Consequentemente:

$$E_V = -\,\frac{M_M}{a_e} - \frac{z_F(n_V - 2)}{I_y} F_e$$

$$E_H = -\,\rho_H\left(n_\rho - 1\right) z_F \,\frac{F_e}{I_y} + \;\frac{0{,}7\; A_n R\; V_e}{a_e^3}\; M_M$$

EQUAÇÕES CINEMÁTICAS

PRIMEIRA EQUAÇÃO:

$$\boxed{q = \dot{\alpha} + \dot{\gamma}} \Rightarrow \boxed{\dot{\alpha} = \Delta\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma}}$$

$$\dot{\alpha} = C_V \Delta\hat{V} + C_\gamma \gamma + C_\alpha \Delta\alpha + C_q q + C_H \Delta H + C_\pi \Delta\pi + C_\delta \Delta\delta_P$$

$$C_V = \frac{-B_V}{\bar{R}} \qquad C_\gamma = \frac{-B_\gamma}{\bar{R}} \qquad C_\alpha = \frac{-B_\alpha}{\bar{R}}$$

$$C_H = \frac{-B_H}{\bar{R}} \qquad C_q = \frac{-B_q}{\bar{R}} \qquad C_\delta = \frac{-B_\delta}{\bar{R}}$$

$$C_\pi = \frac{-B_\pi}{\bar{R}} \qquad \bar{R} = 1 + B_{\dot{\alpha}}$$

SEGUNDA EQUAÇÃO :

$$\boxed{\dot{H} = V\ sen\,\gamma} \Rightarrow \boxed{\Delta\dot{H} = V\ \gamma}$$

Equações linearizadas completas (não adimensionalizadas)

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\hat{V}} \\ \dot{\gamma} \\ \Delta\dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \Delta\dot{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_V^* & A_\gamma^* & A_\alpha^* & A_q^* & A_H^* \\ B_V^* & B_\gamma^* & B_\alpha^* & B_q^* & B_H^* \\ C_V^* & C_\gamma^* & C_\alpha^* & C_q^* & C_H^* \\ E_V^* & E_\gamma^* & E_\alpha^* & E_q^* & E_H^* \\ 0 & V_e & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{V} \\ \Delta\gamma \\ \Delta\alpha \\ q \\ \Delta H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_\pi^* & A_\delta^* \\ B_\pi^* & B_\delta^* \\ C_\pi^* & C_\delta^* \\ E_\pi^* & E_\delta^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\pi \\ \Delta\delta \end{bmatrix}$$

Os coeficientes foram obtidos após a eliminação de $\Delta\dot{\alpha}$ das equações de arrasto, sustentação e momento.

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \bar{\boldsymbol{A}}\ \boldsymbol{X} + \bar{\boldsymbol{B}}\ \boldsymbol{U}$$

11.2. MOVIMENTO LIVRE: RESPOSTA A PERTURBAÇÃO EXTERNA

$$\Delta\delta_p = 0 \qquad \Delta\pi = 0$$

$$\dot{X} = \bar{A}\ X \quad \Rightarrow \quad \det(\bar{A} - Is) = 0$$

5 raízes características:

- **uma raiz real s_1**
- **- dois pares de raízes complexas conjugadas: $s_{2,3} = a \pm bi$ e $s_{4,5} = c \pm di$**

Solução do sistema do tipo:

$$x = Ae^{s_1 t} + Be^{at} sen(bt + \phi) + Ce^{ct} sen(dt + \psi)$$

Em geral, a raiz real s_1 é negativa e pequena em valor absoluto.

Ela corresponde ao movimento aperiódico amortecido do movimento fugoidal.

As raízes imaginárias conjugadas $a \pm ib$ correspondem ao movimento oscilatório amortecido fugoidal:

a é negativo e pequeno em valor absoluto,

b é pequeno (período grande : $T = 2\pi/b$).

As raízes imaginárias conjugadas $c \pm id$ correspondem à oscilação do ângulo de ataque (período curto):

c é negativo e grande em valor absoluto

e d é grande ($\therefore T = 2\pi/d$ é pequeno).

A experiência mostra que tais raízes são bem próximas daquelas calculadas desacoplando-se o movimento

11.3 - Resposta Forçada a Solicitações do Profundor e da Manete de Combustível

$$\begin{bmatrix} A_V^* - s & A_\gamma^* & A_\alpha^* & A_q^* & A_H^* \\ B_V^* & -s & B_\alpha^* & B_q^* & B_H^* \\ C_V^* & 0 & C_\alpha^* - s & C_q^* & C_H^* \\ E_V^* & 0 & E_\alpha^* & E_q^* - s & E_H^* \\ 0 & V_e & 0 & 0 & -s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{V} \\ \gamma \\ \Delta\alpha \\ q \\ \Delta H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_\pi^* & A_\delta^* \\ B_\pi^* & B_\delta^* \\ C_\pi^* & C_\delta^* \\ E_\pi^* & E_\delta^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\pi \\ \Delta\delta_p \end{bmatrix} = 0$$

Se X é uma das cinco variáveis $\Delta\hat{V}, \gamma, \Delta\alpha, q\ \Delta H$, é portanto, possível calcular:

$$X = G_{X\pi}\, \Delta\pi + G_{X\delta_p}\, \Delta\delta_P$$

Outra notação: $G_{x\pi} = F(s)$ e $G_{x\,\delta_p} = G(s)$.

Conhecendo-se as transformadas de Laplace $\Delta\delta_P(s)$ e $\Delta\pi(s)$

das funções do tempo $\Delta\delta_P(t)$ e $\Delta\pi(t)$,

pode-se calcular a função $x(s)$ e, por inversão, $x(t)$.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{15} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{51} & \cdots & a_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_5 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ \vdots & \vdots \\ b_{51} & b_{52} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix}$$

Com: $x = (\Delta\hat{V}, \gamma, \Delta\alpha, q\ , \Delta H)$

$$\delta_1 = \Delta\delta_\rho$$

$$e\ \delta_2 = \Delta\pi$$

Após a aplicação da transformada de Laplace, as funções de transferência $G_{x_i\delta_j}$ que associam a saída x_i com a entrada δ_j são dadas por:

$$\boxed{G_{x_i\delta_j} = \frac{N_{ij}}{D}}$$

Sendo D o determinante característico de [A] e N_{ij} é obtido da substituição da i-ésima coluna da matriz (A-Is) pela j-ésima coluna de [-B].

Ou Seja:

$$G_{x_4\delta_1} = \frac{N_{41}}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11}-s & a_{12} & a_{13} & -b_{11} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22}-s & a_{23} & -b_{21} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-s & -b_{31} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -b_{41} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & -b_{51} & a_{55}-s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11}-s & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22}-s & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-s & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44}-s & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55}-s \end{vmatrix}}$$

$$G_{x_4\delta_2} = \frac{N_{42}}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11}-s & a_{12} & a_{13} & -b_{12} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22}-s & a_{23} & -b_{22} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-s & -b_{32} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -b_{42} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & -b_{52} & a_{55}-s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11}-s & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22}-s & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-s & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44}-s & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55}-s \end{vmatrix}}$$

Se X é uma das cinco variáveis $\Delta\hat{V}, \gamma, \Delta\alpha, q\ \Delta H$, é portanto, possível calcular:

$$\boldsymbol{X = G_{X\pi}\,\Delta\pi + G_{X\delta_p}\,\Delta\delta_P}$$

$$G_{\alpha\pi} = \frac{\begin{vmatrix} A_V^* - s & A_\gamma^* & -A_\pi^* & A_q^* & A_H^* \\ B_V^* & -s & -B_\pi^* & B_q^* & B_H^* \\ C_V^* & 0 & -C_\pi^* & C_q^* & C_H^* \\ E_V^* & 0 & -E_\pi^* & E_q^* - s & E_H^* \\ 0 & V_e & 0 & 0 & -s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_V^* - s & A_\gamma^* & A_\alpha^* & A_q^* & A_H^* \\ B_V^* & -s & B_\alpha^* & B_q^* & B_H^* \\ C_V^* & 0 & C_\alpha^* - s & C_q^* & C_H^* \\ E_V^* & 0 & E_\alpha^* & E_q^* - s & E_H^* \\ 0 & V_e & 0 & 0 & -s \end{vmatrix}}$$

Se X é uma das cinco variáveis $\Delta\widehat{V}, \gamma, \Delta\alpha, q\ \Delta H$, é portanto, possível calcular:

$$X = G_{X\pi}\, \Delta\pi + G_{X\delta_p}\, \Delta\delta_P$$

$$G_{\alpha\delta_P} = \frac{\begin{vmatrix} A_V^* - s & A_\gamma^* & -A_\delta^* & A_q^* & A_H^* \\ B_V^* & -s & -B_\delta^* & B_q^* & B_H^* \\ C_V^* & 0 & -C_\delta^* & C_q^* & C_H^* \\ E_V^* & 0 & -E_\delta^* & E_q^* - s & E_H^* \\ 0 & V_e & 0 & 0 & -s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_V^* - s & A_\gamma^* & A_\alpha^* & A_q^* & A_H^* \\ B_V^* & -s & B_\alpha^* & B_q^* & B_H^* \\ C_V^* & 0 & C_\alpha^* - s & C_q^* & C_H^* \\ E_V^* & 0 & E_\alpha^* & E_q^* - s & E_H^* \\ 0 & V_e & 0 & 0 & -s \end{vmatrix}}$$

Aplicação: AIRBUS,
H = 10km, V=220m/s

$$\begin{Bmatrix} \Delta\dot{\hat{V}} \\ \dot{\gamma} \\ \Delta\dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \Delta\dot{H} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}0054 & -0{,}0444 & -0{,}0312 & 0{,}0002 & 0 \\ -0{,}0878 & 0 & 0{,}4994 & -0{,}003 & 0 \\ 0{,}0878 & 0 & -0{,}4994 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2{,}6127 & -0{,}5833 & 0 \\ 0 & 220 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\hat{V} \\ \gamma \\ \Delta\alpha \\ q \\ \Delta H \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}0026 & -0{,}0026 \\ 0{,}0005 & 0{,}0428 \\ -0{,}0005 & -0{,}0428 \\ 0 & -2{,}5774 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\pi \\ \Delta\delta \end{Bmatrix}$$

Raízes da equação característica

$$s_1 = -0{,}5417 + 1{,}6163i$$

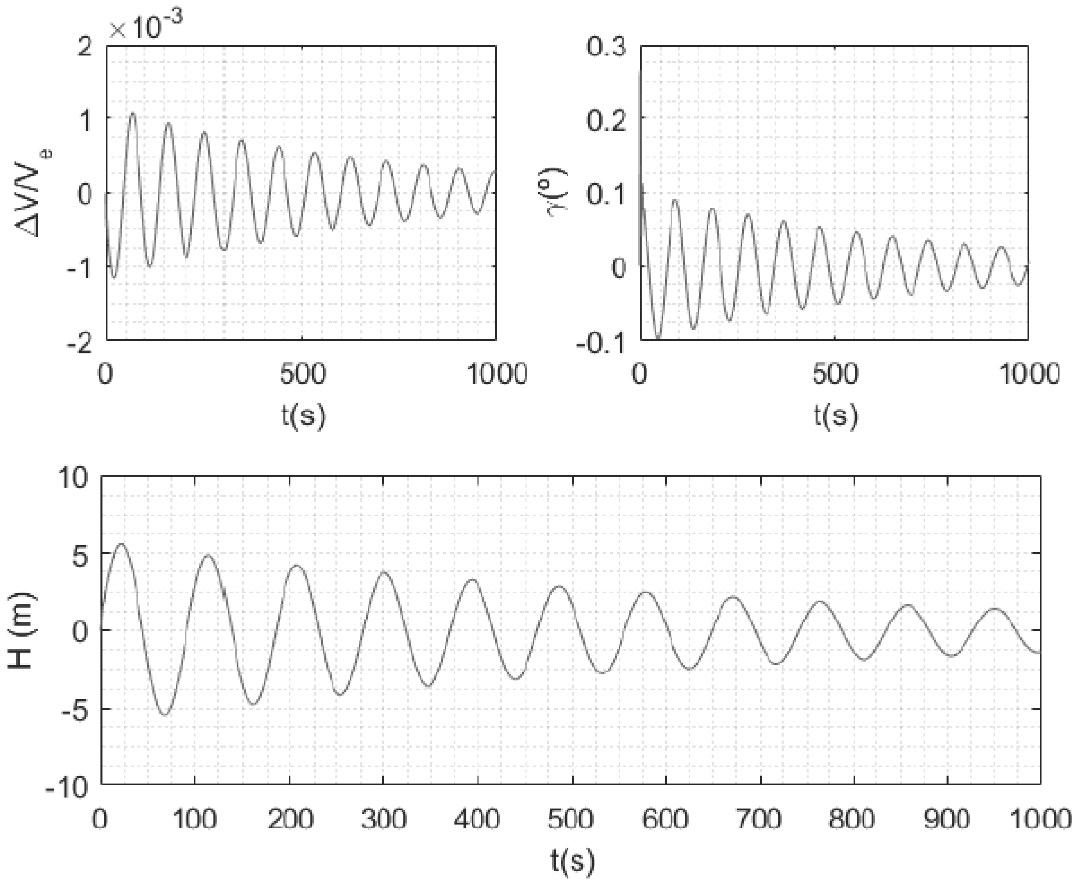
$$s_2 = -0{,}5417 - 1.6163i$$

$$s_3 = -0{,}0014 + 0{,}0677i$$

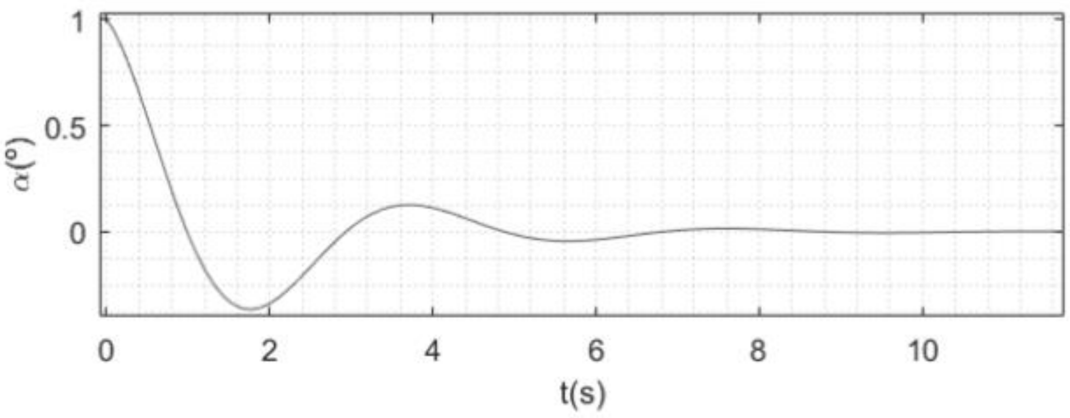
$$s_4 = -0{,}0014 - 0{,}0677i$$

$$s_5 = -0{,}0013$$

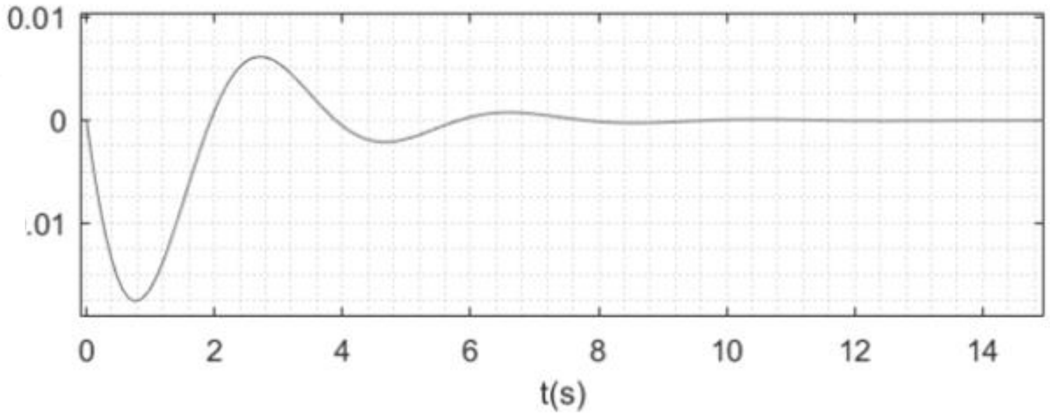
Movimento livre, sujeito a uma variação de 1º no ângulo de ataque



Movimento livre, sujeito a uma variação de 1º no ângulo de ataque

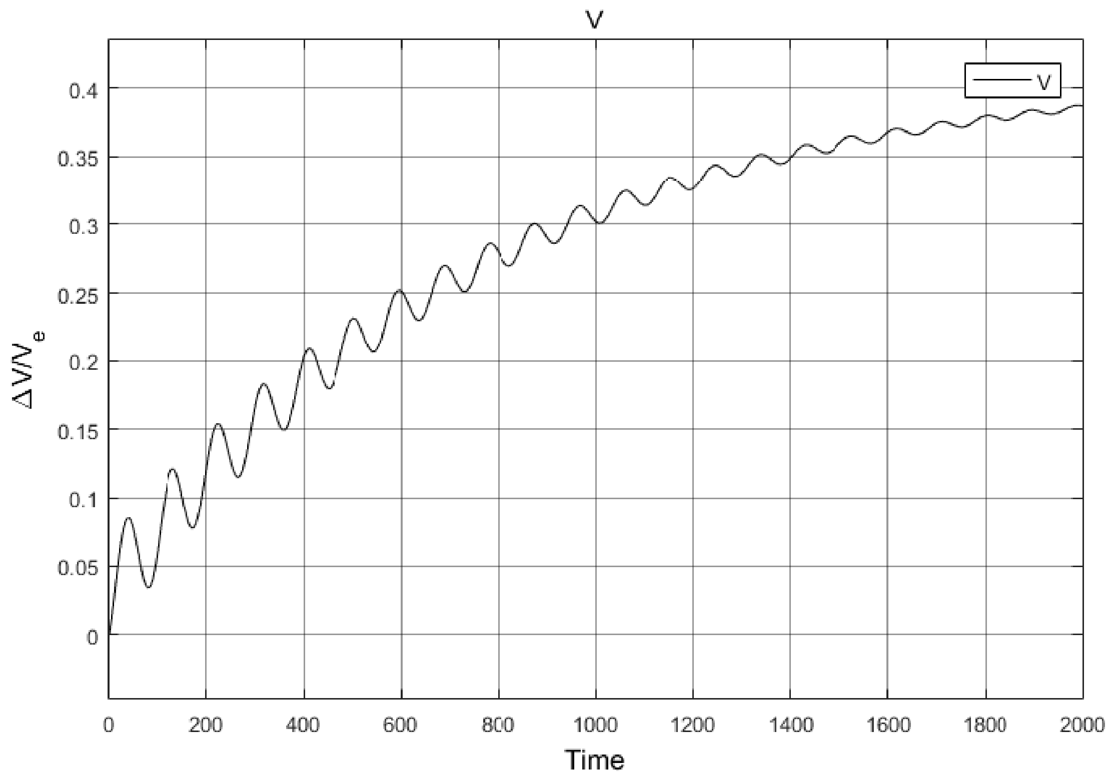


q(rad/s)

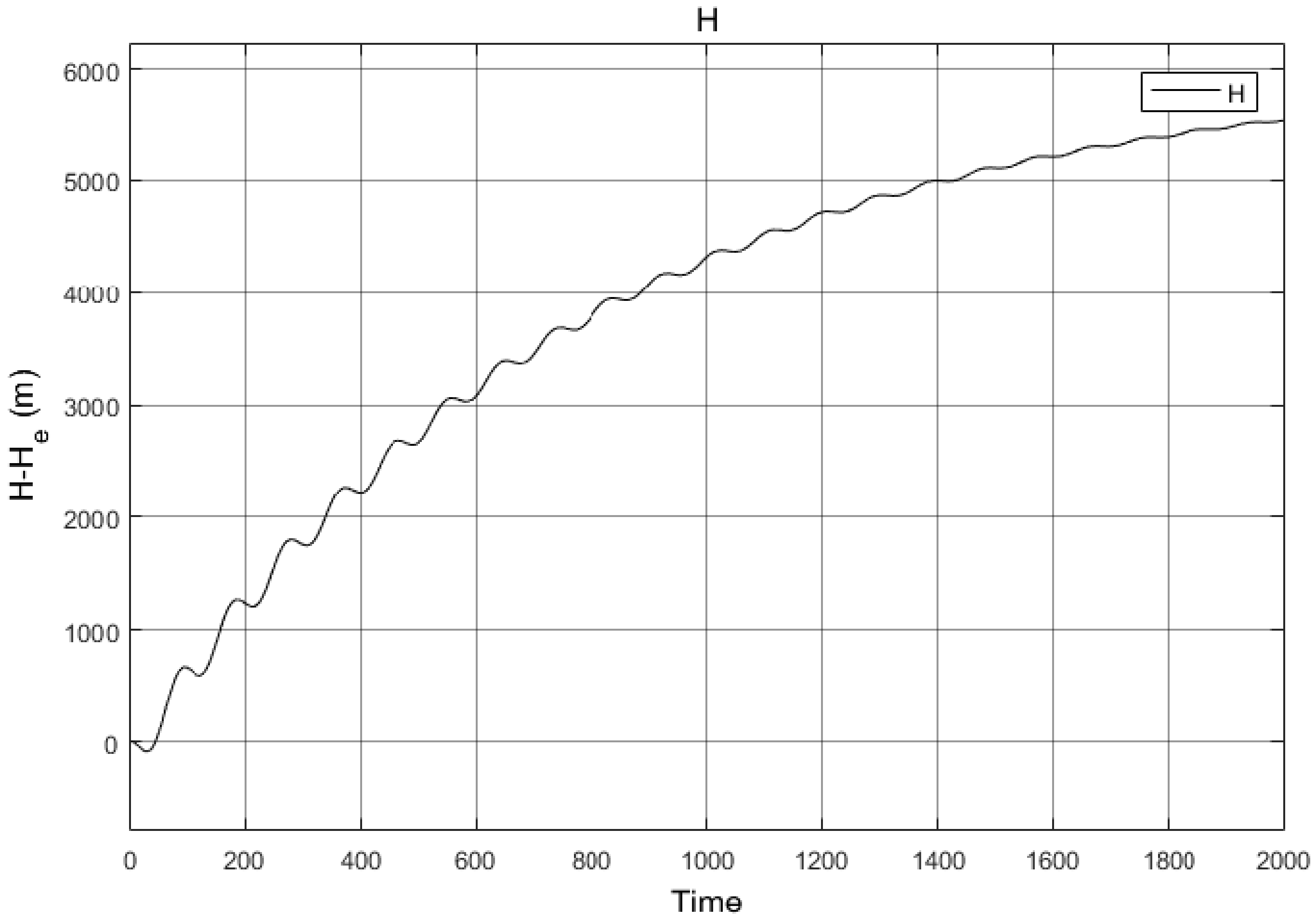


RESPOSTA A UM AUMENTO DE TRAÇÃO 0.5Fe(45º DE DESLOCAMENTO NA MANETE) E 0,5º NO PROFUNDOR

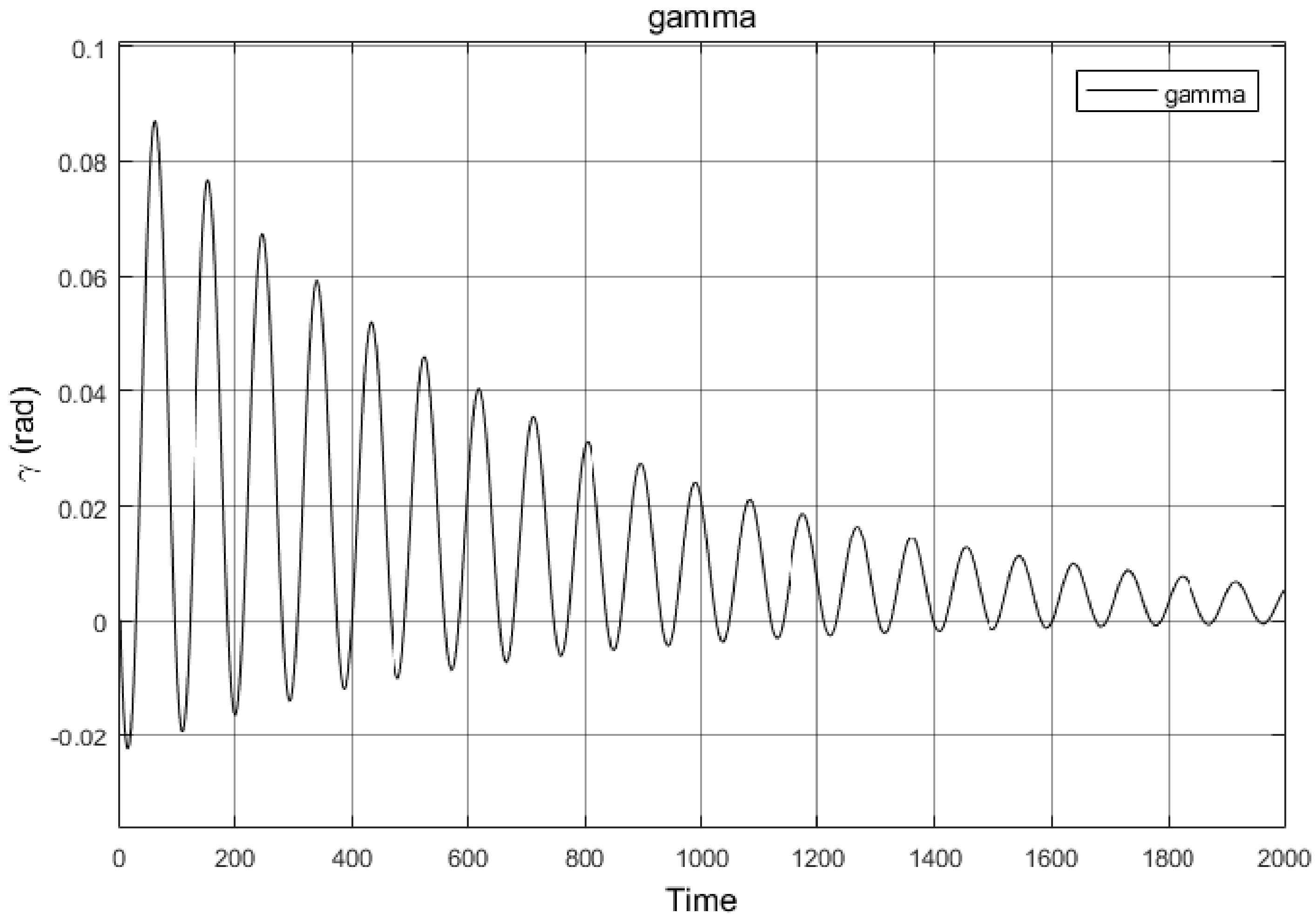
Velocidade



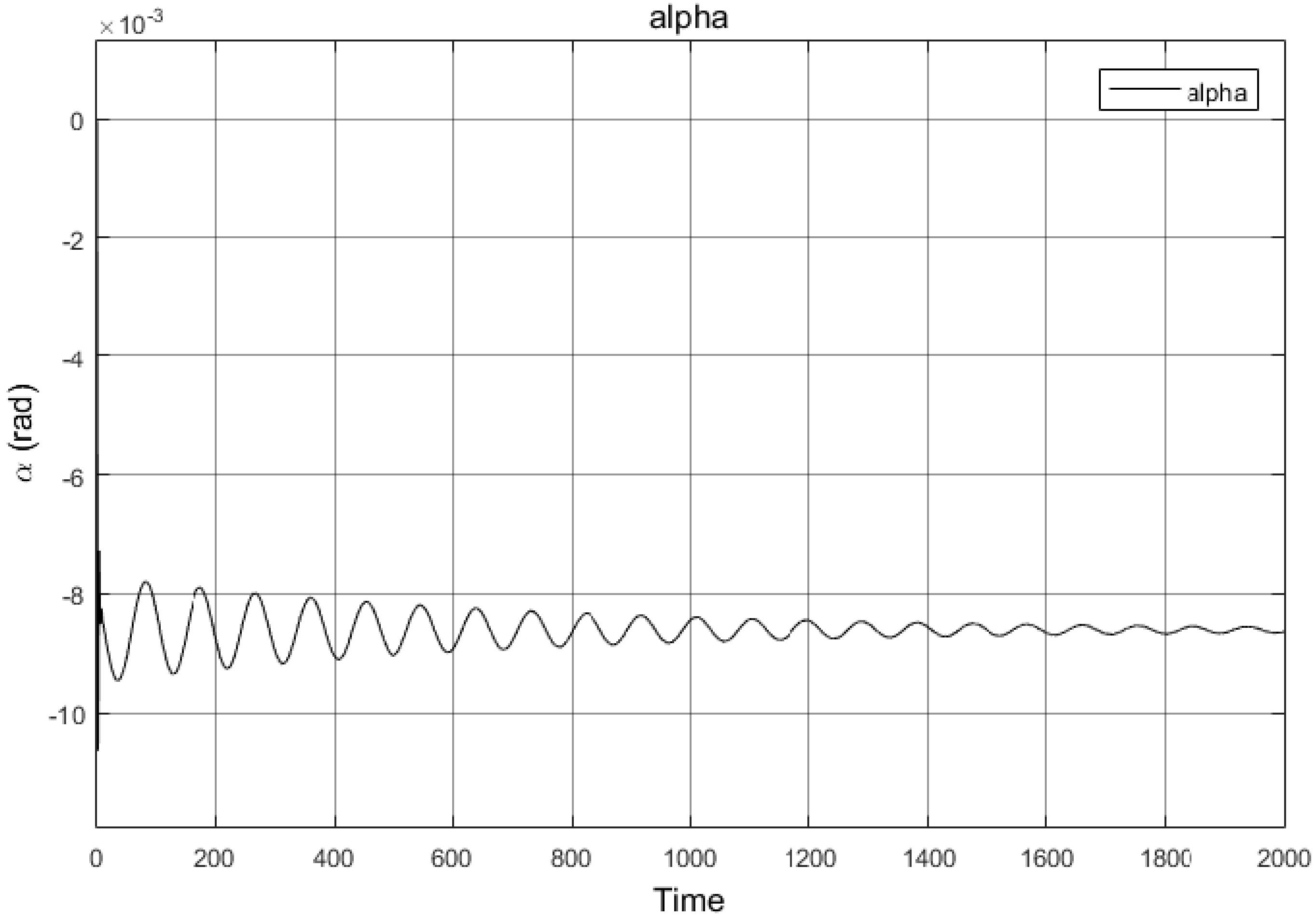
Altitude


H
H
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
2000
Time
H-H$_e$ (m)

Ângulo de trajetória de voo



Ângulo de ataque



VELOCIDADE DE ARFAGEM