



# Mecânica do Voo

## Movimento Látero-Direcional





## Referências Bibliográficas

- **ITEN 2**: Paglione, P. ; Zanardi, M. C., [Estabilidade e Controle de Aeronaves](#), ITA, 1990.
- Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid, [Dynamics of Flight – Stability and Control](#), John Wiley & Sons, 3ª Ed, 1996.
- STEVENS, Brian L.; LEWIS, Frank L. Aircraft control and simulation. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.



### III - MOVIMENTO LÁTERO-DIRECIONAL





## 1. Equações do movimento látero-direcional (ITEM 2.2 DA APOSTILA)

**Vamos considerar que o movimento longitudinal é controlado pelo piloto de modo que:**

$$\dot{V} = 0, \quad \dot{\alpha} = 0, \quad \dot{q} = 0, \quad \dot{\theta} = 0$$

**De modo que  $V_e, \alpha_e, q_e, \theta_e$  são conhecidos**

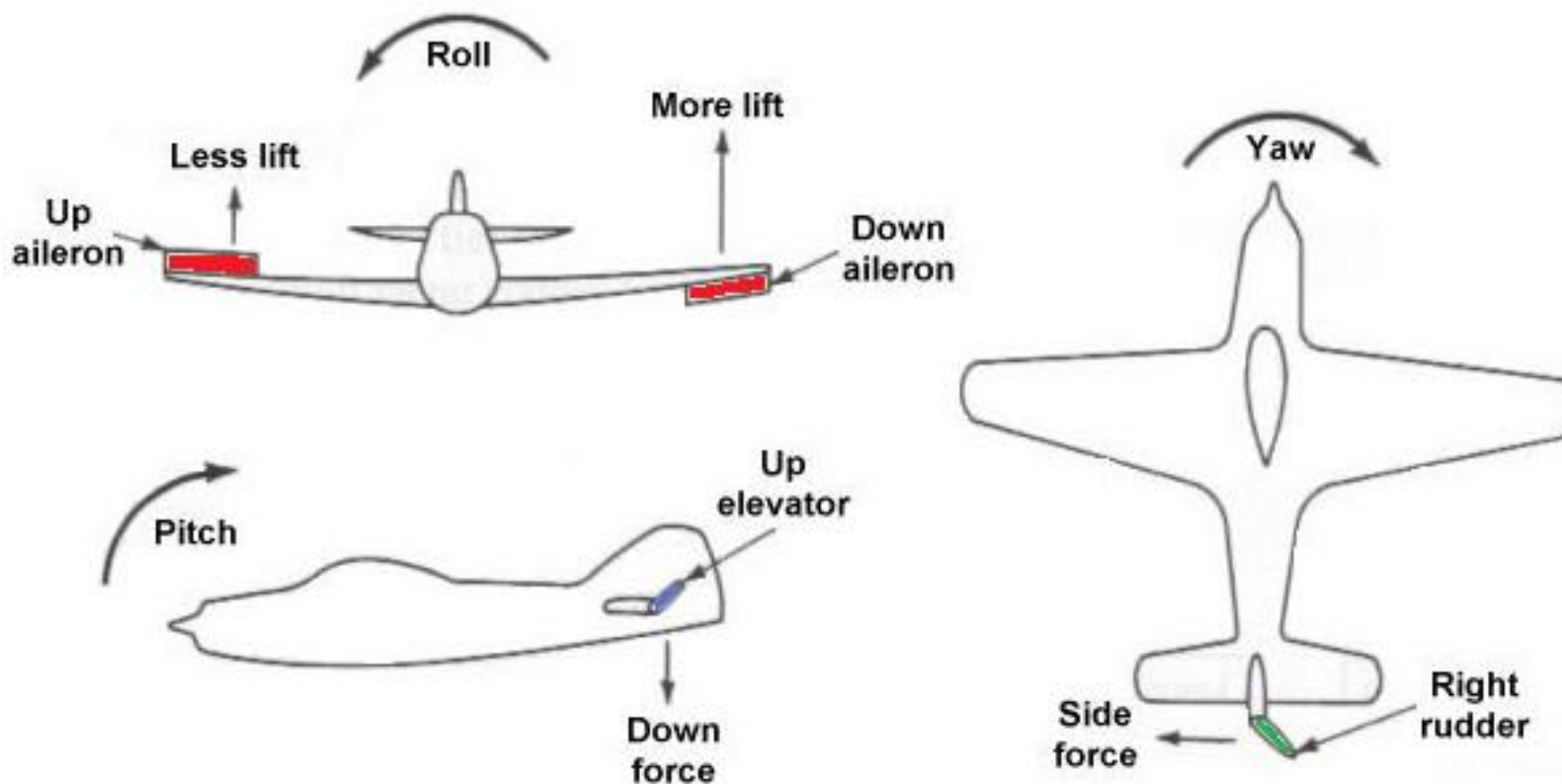
**Para pequenos ângulos de derrapagem:  $\sin \beta = \beta$  e  $\cos \beta = 1$**

**Teremos 5 equações do movimento, associadas a**

$$\dot{\beta}, \dot{p}, \dot{r}, \dot{\phi}, \dot{\psi}$$

**SUPERFÍCIES DE CONTROLE: AILERONS -  $\delta_a$  e LEME -  $\delta_r$**

## **SUPERFÍCIES DE CONTROLE: AILERONS - $\delta_a$ e LEME - $\delta_r$**





### **Equações do movimento látero-direcional**

$$m V_e (\dot{\beta} + r \cos \alpha_e - p \sin \alpha_e) = m g \cos \theta_e + \frac{1}{2} \rho S V_e^2 C_y$$

$$I_x \dot{p} + I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y) r q_e + I_{xz} p q_e = \frac{1}{2} \rho S V_e^2 l C_l$$

$$I_z \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_y - I_x) p q_e + I_{xz} r q_e = \frac{1}{2} \rho S V_e^2 l C_n$$

$$\dot{\phi} = p + \tan \theta_e (q_e \sin \phi + r \cos \phi)$$

$$\dot{\psi} = (q_e \sin \phi + r \cos \phi) / \cos \theta_e$$



**Coeficientes das forças e momentos aerodinâmicos podem ser linearizados, de modo que:**

$$C_y = C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_r}} \delta_r + C_{y_{\delta_a}} \delta_a$$

$$C_l = C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_r}} \delta_r + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_p} \frac{p l}{V} + C_{l_r} \frac{r l}{V}$$

$$C_n = C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_p} \frac{p l}{V} + C_{n_r} \frac{r l}{V}$$



**Coeficientes das forças e momentos aerodinâmicos podem ser linearizados, de modo que:**

$$m V_e (\dot{\beta} + r \cos \alpha_e - p \sin \alpha_e) = m g \cos \theta_e + \frac{1}{2} \rho S V_e^2 (C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_r}} \delta_r + C_{y_{\delta_a}} \delta_a)$$

$$I_x \dot{p} + I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y) r q_e + I_{xz} p q_e =$$

$$\frac{1}{2} \rho S V_e^2 l (C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_r}} \delta_r + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_p} \frac{p l}{V} + C_{l_r} \frac{r l}{V})$$

$$I_z \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_y - I_x) p q_e + I_{xz} r q_e =$$

$$\frac{1}{2} \rho S V_e^2 l (C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_p} \frac{p l}{V} + C_{n_r} \frac{r l}{V})$$

$$\dot{\phi} = p + \tan \theta_e (q_e \sin \phi + r \cos \phi)$$

$$\dot{\psi} = (q_e \sin \phi + r \cos \phi) / \cos \theta_e$$





## Assim conhecidos:

- **Características geométricas e inerciais:**  $S, l, m, I_x, I_y, I_z, I_{xz}$

- **Características aerodinâmicas:**

$$C_{y_\beta}, C_{y_{\delta_r}}, C_{y_{\delta_a}}, C_{l_\beta}, C_{l_{\delta_r}}, C_{l_{\delta_a}}, C_{l_p}, C_{l_r}, C_{n_\beta}, C_{n_{\delta_r}}, C_{n_{\delta_a}}, C_{n_p}, C_{n_r}$$

- **Condições de equilíbrio do movimento longitudinal:**  $V_e, \alpha_e, q_e, \theta_e$

## Pode se determinar :

$$\phi, \beta, p, r, \psi \text{ sujeitas à } \delta_a \text{ e } \delta_r$$

$\psi$  – ângulo de azimuth  
 $\phi$  – ângulo de rolamento  
 $\beta$  – ângulo de derrapagem

$p$  - velocidade de rolamento  
 $r$  – velocidade de guinada