Lista 8

① Apenas um grau de liberdade, com as simplificações

$I_{xz} = 0$ (O_x é um eixo principal de inércia)

$\delta_r = r = \beta = 0$

$q = 0$

→ Envolve só a equação da velocidade de rolamento:

$$\dot{p} - \mathcal{L}_p p = \mathcal{L}_{\delta a} \delta a$$

→ Solução dada pela solução homogênea e particular

⇒ Homogênea

$$\dot{p} - \mathcal{L}_p p = 0$$

$$\lambda - \mathcal{L}_p = 0 \rightarrow \lambda = \mathcal{L}_p \therefore SFS: \{e^{\lambda t}\}$$

$$p_H(t) = K e^{\mathcal{L}_p t}$$

⇒ Particular

$$p_p(t) = -\frac{\mathcal{L}_{\delta a}}{\mathcal{L}_p} \delta_{a,0}$$

Logo: $p(t) = p_H(t) + p_p(t) = K e^{\mathcal{L}_p t} - \frac{\mathcal{L}_{\delta a}}{\mathcal{L}_p} \cdot \delta_{a,0}$

Com $p(0) = 0$

$$K - \frac{\mathcal{L}_{\delta a}}{\mathcal{L}_p} \delta_{a,0} = 0 \Rightarrow K = \frac{\mathcal{L}_{\delta a}}{\mathcal{L}_p} \cdot \delta_{a,0}$$

$$p(t) = -\frac{\mathcal{L}_{\delta a}}{\mathcal{L}_p} \left(1 - e^{\mathcal{L}_p \cdot t}\right) \delta_{a,0}$$

④ → Equação da força lateral

$$mV_e \cos\beta(\dot{\beta} - p \operatorname{sen}\alpha_e + r \cos\alpha_e) = \frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 \left(C_{y_\beta} + C_{y_{\delta a}} \delta a + C_{y_{\delta r}} \delta r\right) + mg \operatorname{sen}\varphi \cos\theta_e$$

→ Desprezando $Y_{\delta r}$ e $Y_{\delta a}$

$$Y_\beta \beta + g\varphi = 0 \Rightarrow \frac{\beta}{\varphi} = \frac{-g}{Y_\beta} > 0 \quad \text{pois } Y_\beta < 0$$

→ Se $\varphi > 0 \Rightarrow \beta > 0$

$$\beta = \frac{-g}{Y_\beta} \varphi > 0$$

→ Devido a derrapagem surgem dois momentos aerodinâmicos.

i) momento de guinada:

$$n_\beta \cdot \beta + n_r \cdot r = 0$$

$$\frac{r}{\beta} = -\frac{n_\beta}{n_r} > 0$$

ii) momento de rolamento:

$$l_\beta \cdot \beta + l_r \cdot r = \frac{\beta}{n_r}(l_\beta n_r - l_r n_\beta) < 0$$

$Q_{r\beta} = l_r n_\beta - l_\beta n_r$ ⇒ condiciona a estabilidade

$Q_{r\beta} < 0$; φ → a se estabilizar

$Q_{r\beta} > 0$; φ → aumentar

→ Equação do movimento

$$V_e r - y_\beta \beta - g\varphi = 0 \quad (I)$$

$$l_\beta \cdot \beta + l_r \cdot r + l_p \cdot p = 0 \quad (II)$$

$$n_\beta \cdot \beta + n_r \cdot r + n_p \cdot p = 0 \quad (III)$$

→ Com II e III

$$Q_{r\beta} \cdot r + Q_{p\beta} p = 0 \quad (IV)$$

$$Q_{p\beta} \cdot \beta + Q_{pr} \cdot r = 0 \quad (V)$$

→ Sendo:

$$Q_{r\beta} = l_r n_\beta - l_\beta n_r$$

$$Q_{p\beta} = l_p n_\beta - l_\beta n_p$$

$$Q_{pr} = l_p n_r - l_r n_p$$

→ Eliminando β de I usando V

$$\left(V_e + y_\beta \frac{Q_{pr}}{Q_{p\beta}}\right) r - g\varphi = 0 \quad (VI)$$

→ Considerando $W = V_e + Y_\beta \dfrac{Q_{pr}}{Q_{p\beta}}$

$W_r = g\varphi$

$r = \dfrac{g}{W} \cdot \varphi$ (VII)

→ Derivando

$\dot{r} = \dfrac{g}{W} \dot{\varphi}$ (VIII)

→ Da eq. cinemática $\dot{\varphi} = p + tg\,\theta\,(g\,sen\,\varphi + r)$ com simplificações

$\dot{\varphi} = p$ (IX)

→ Logo:

$\dot{r} = \dfrac{g}{W} p$ (X)

→ (X) e (IV):

$\dot{r} + \dfrac{g}{W} \cdot \dfrac{Q_{r\beta}}{Q_{p\beta}} \cdot r = 0$

→ Com solução:

$r = r_0 e^{at}$ (XI) sendo $a = -\dfrac{g}{W} \dfrac{Q_{r\beta}}{Q_{p\beta}}$

→ Substituindo XII em IV, V e IX

$Q_{p\beta} \cdot \beta + Q_{pr} \cdot r = 0 \Rightarrow \beta = -\dfrac{Q_{pr}}{Q_{p\beta}} r_0 e^{at}$

$Q_{r\beta} \cdot r + Q_{p\beta} \cdot p = 0 \Rightarrow p = -\dfrac{Q_{r\beta}}{Q_{p\beta}} r_0 e^{at}$

$\dot{\varphi} = p \Rightarrow \dot{\varphi} = -\dfrac{Q_{r\beta}}{Q_{p\beta}} r_0 e^{at} \Rightarrow \varphi(t) = -\dfrac{Q_{r\beta} \cdot r_0 e^{at}}{Q_{p\beta}\,a} + K$

→ Como $\varphi(0) = 0 \Rightarrow K = \dfrac{Q_{r\beta}}{Q_{p\beta}} \cdot \dfrac{r_0}{a}$

→ Logo: $\varphi(t) = -\dfrac{Q_{r\beta}}{Q_{p\beta}} \cdot \dfrac{r_0}{a} \cdot \left(e^{at} - 1\right)$

$\Rightarrow$ Analisando a

$\Rightarrow C_{rp}$ é em geral pequeno

$\Rightarrow$ Logo $a_{p\beta} = I_p r_\beta - I_\beta r_p$ tem o mesmo sinal de $I_p r_\beta$, ou seja, negativo.

$\Rightarrow W$ é próximo de V_c (o termo $Y_\beta \frac{a_{pr}}{a_{p\beta}}$ é pequeno comparado com V_c)

$\Rightarrow$ Assim a tem o mesmo sinal de

$a_{r\beta} = I_r r_\beta - I_\beta r_r$ e é amortecido se $a_{r\beta} < 0$

(2) $\rightarrow P(t) = -\frac{\mathcal{L}_{\delta a}}{\mathcal{L}_p}\left(1-e^{\mathcal{L}_p t}\right)\delta_{a,0}$

$\rightarrow$ Dados:

$$\begin{cases} H_e = 9120 \, Km \\ M_e = 0{,}8 \\ V_e = 242{,}54 \, m/s \\ \delta_{a,0} = -5° \\ P(0) = 0 \end{cases}$$

$\rightarrow$ Dados do apêndice C (AIRBUS)

$$\begin{cases} S = 260 \, m^2 \\ l = 6{,}61 \, m \\ m = 120000 \, Kg \\ I_x = 5{,}55 \cdot 10^6 \, Kg \cdot m \\ I_z = 14{,}51 \cdot 10^6 \, Kg \cdot m^2 \\ \rho = 1{,}112 \, Kg/m^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_{y_\beta} = -1{,}5 \\ C_{l_\beta} = -1{,}3 \\ C_{l_r} = 2{,}9 \\ C_{l_{\delta a}} = -0{,}33 \\ C_{m_\beta} = 1{,}75 \\ C_{m_{\delta r}} = -1 \\ C_{m_r} = -7{,}5 \end{cases}$$

$C_{l_p} = -13$

$\rightarrow \mathcal{L}_{\delta a} = \frac{\rho \cdot S \cdot V_e^2 \cdot l}{2 I_x} \cdot C_{l_{\delta a}} = -3{,}3422$

$\rightarrow \mathcal{L}_p = \frac{\rho \cdot S \cdot V_e \cdot l^2}{2 I_x} \cdot C_{l_p} = -3{,}58826$

$P = -0{,}9315\left(1-e^{-3{,}58826t}\right)\delta_a$

(3) Para o Mirage III, analogo a questão 2

$\rightarrow$ Dados Mirage III

$$\begin{cases} \rho = 1{,}112 \, Kg/m^3 \\ S = 36 \, m^2 \\ l = 5{,}25 \, m \\ V_e = 242{,}54 \, m/s \\ I_x = 0{,}9 \cdot 10^4 \, Kg \cdot m^2 \\ C_{l_{\delta a}} = -0{,}30 \\ C_{l_p} = -0{,}25 \end{cases}$$

$\rightarrow \mathcal{L}_{\delta a} = \frac{\rho \cdot S \cdot V_e^2 \cdot l}{2 I_x} \cdot C_{l_{\delta a}} = -206{,}054$

$\rightarrow \mathcal{L}_p = \frac{\rho \cdot S \cdot V_e \cdot l^2}{2 I_x} \cdot C_{l_p} = -3{,}7168$

$P = -55{,}44\left(1-e^{-3{,}7168t}\right)\delta_a$

5 i) AIRBUS

$$\begin{cases} I_{xz} = 0 \\ V = 242{,}84\ m/s \\ H = 9120\ m \\ \mathcal{L}_{p_r} = 0{,}5090 \\ \mathcal{L}_{p_\beta} = -4{,}529 \\ \mathcal{L}_{r_\beta} = -0{,}8577 \\ 1 + \frac{y_\beta}{V} \cdot \frac{\mathcal{L}_{pr}}{\mathcal{L}_{p\beta}} = 1{,}0230 \\ w = 247{,}46 \end{cases}$$

$$a = -\frac{g}{w} \cdot \frac{\mathcal{L}_{r_\beta}}{\mathcal{L}_{p_\beta}} = -\frac{9{,}8}{247{,}46} \cdot \frac{-0{,}8577}{-4{,}529}$$

$a = -0{,}0075$ (movimento amortecido)

ii) Mirage III

$$\begin{cases} I_{xz} = 0 \\ V = 242{,}84\ m/s \\ \mathcal{L}_{p_\beta} = -9{,}0418 \\ \mathcal{L}_{r_\beta} = -6{,}7648 \\ w = 246{,}77 \end{cases}$$

$$a = -\frac{g}{w} \cdot \frac{\mathcal{L}_{r_\beta}}{\mathcal{L}_{p_\beta}}$$

$$a = -\frac{9{,}8}{246{,}77} \cdot \frac{-6{,}7648}{-9{,}0418}$$

$a = -0{,}0297$ (movimento amortecido)

6 O dutch roll é uma oscilação de derrapagem. Admitindo-se que o valor da velocidade é constante em grandeza tem-se:

$$\dot{\beta} = -r$$

Essa hipótese vem a admitir que ϕ, y_β e a_p são desprezíveis na equação de força lateral.

As equações que regem o movimento são, portanto:

$$\dot{p} = \mathcal{L}_p \cdot p + \mathcal{L}_r \cdot r + \mathcal{L}_\beta \cdot \beta$$

$$\dot{r} = n_p \cdot p + n_r \cdot r + n_\beta \cdot \beta$$

$$\dot{\beta} = -r$$

→ Em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_p & l_r & l_\beta \\ n_p & n_r & n_\beta \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ r \\ \beta \end{bmatrix}$$

→ Solução:

$$\begin{vmatrix} l_p - s & l_r & l_\beta \\ n_p & n_r - s & n_\beta \\ 0 & -1 & -s \end{vmatrix} = 0$$

→ Ou seja: $(l_p - s)\left| s(n_r - s) - n_\beta \right| + n_p(l_\beta - s l_r) = 0$

→ Em geral n_p é pequeno. Desprezando-o, obtem-se as soluções aproximadas:

$s = l_p$ (movimento de rolamento puro)

$s^2 - n_r \cdot s + n_\beta = 0$ (movimento oscilatório de freq. e amortecimento reduzido)

7 i) Airbus

$$\begin{cases} V = 242{,}84 \text{ m/s} \\ H = 9120 \text{ m} \end{cases}$$

→ Calcular n_r e n_β

$$n_r = \frac{\rho \cdot S \cdot V_e \cdot l^2}{2 \cdot I_z} \cdot C_{n_r} = \frac{1{,}112 \cdot 260 \cdot 242{,}84 \cdot 6{,}61^2}{2 \cdot 14{,}51 \cdot 10^6} \cdot -7{,}5$$

→ $n_r = -0{,}7928$

$$n_\beta = \frac{\rho \cdot S \cdot V_e^2 \cdot l}{2 \cdot I_z} \cdot C_{n_\beta} = \frac{1{,}112 \cdot 260 \cdot 242{,}84^2 \cdot 6{,}61}{2 \cdot 14{,}51 \cdot 10^6} \cdot 1{,}75$$

→ $n_\beta = 6{,}79611$

→ Movimento oscilatório de frequência reduzida

$w_0 = \sqrt{n_\beta}$ → $2{,}6069$

→ Amortecimento

$$\xi = \frac{-m_r}{2\sqrt{m_\beta}} = 0{,}152055$$

→ $s^2 - 0{,}7928\, s + 6{,}7961 = 0$

raízes: $0{,}3964 \pm 2{,}5766\, i$

O período é $T = \frac{2\pi}{2{,}5766} = 2{,}4385\, s$ (fracamente amortecido)

ii) Para o Mirage III

→ Calcular m_r e m_β

$$m_r = \frac{\rho \cdot S \cdot V_e \cdot l^2}{2 I_z} \cdot C_{m_r} = \frac{1{,}112 \cdot 36 \cdot 242{,}84 \cdot 5{,}25^2}{2 \cdot 6 \cdot 10^4} \cdot -0{,}7 = -1{,}5630$$

$$m_\beta = \frac{\rho \cdot S \cdot V_e^2 \cdot l}{2 I_z} \cdot C_{m_\beta} = \frac{1{,}112 \cdot 36 \cdot 242{,}84^2 \cdot 5{,}25}{2 \cdot 6 \cdot 10^4} \cdot 0{,}15 = 15{,}4923$$

→ Movimento oscilatório

$$w_0 = \sqrt{m_\beta} = 3{,}936$$

→ Amortecimento:

$$\xi = \frac{-m_r}{2\sqrt{m_\beta}} = 0{,}1985$$

→ $s^2 - 1{,}5630\, s + 15{,}4923$

raízes: $0{,}7815 \pm 3{,}8576\, i$

→ Período $T = \frac{2\pi}{3{,}8576} = 1{,}628\, s$ (fracamente amortecido)

8 → O movimento livre (p/ pequenos desvios) látero-direcional da aeronave em torno da posição de equilíbrio $\varphi_e = \beta_e = p_e = r_e = 0$ é regido por um sistema de equações diferenciais (apostila pág 228) com solução de superposição de movimentos que correspondem às equações de primeira ordem: $\dot{\varphi} = \lambda\varphi$, $\dot{\beta} = \lambda\beta$, $\dot{p} = \lambda p$ e $\dot{r} = \lambda r$ sendo que λ é a solução da equação característica:

$$|D| = \begin{vmatrix} q_e \, tg\,\theta_e - \lambda & 0 & 1 & tg\,\theta_e \\ \frac{g}{V_e}\cos\theta_e & \frac{y_\beta}{V_e} - \lambda & sen\,\alpha_e & -\cos\alpha_e \\ 0 & l_\beta & l_p - \lambda & l_r \end{vmatrix} = 0$$

→ Tal equação do 4º grau tem notação usual:

$$A_0\lambda^4 + A_1\lambda^3 + A_2\lambda^2 + A_3\lambda + A_4 = 0$$

→ Os coeficientes são:

$$A_0 = 1$$

$$A_1 = -\left(\frac{y_\beta}{V_e} + n_r + l_p\right) - q_e \, tg\,\theta_e$$

$$A_2 = -B_\alpha + \mathcal{Q}_{pr} + \frac{y_\beta}{V_e}(l_p + n_r) + q_e \, tg\,\theta_e \left| l_p + n_r + \frac{y_\beta}{V_e} \right|$$

$$A_3 = -A_\beta - \frac{y_\beta}{V_e} \cdot \mathcal{Q}_{pr} - \frac{g}{V_e} B_\theta + tg\,\theta_e \cdot q_e \cdot \left| B_\alpha - \mathcal{Q}_{pr} - \frac{y_\beta}{V_e}(l_p + n_r) \right|$$

$$A_4 = -\frac{g}{V_e} \cdot T_\beta + q_e \cdot tg\,\theta_e \left| A_\beta + \frac{y_\beta}{V_e} \mathcal{Q}_{pr} \right|$$

→ Onde:

$B_\alpha = l_\beta \operatorname{sen}\alpha_e - m_\beta \cos\alpha_e$

$Q_{pr} = l_p m_r - l_r m_p$

$A_\beta = Q_{p\beta} \cos\alpha_e + Q_{r\beta} \operatorname{sen}\alpha_e$

$Q_{p\beta} = l_p m_\beta - l_\beta m_p$

$Q_{r\beta} = l_r . m_\beta - l_\beta m_r$

$T_\beta = Q_{r\beta} \cos\theta_e - Q_{p\beta} \operatorname{sen}\theta_e$

9 i) Airbus:

$m = 120\,000$ kg	$S = 260$ m^2	$l = 6{,}61$ m
$I_x = 5{,}5 \cdot 10^6$ kg m^2	$I_y = 9{,}7 \cdot 10^6$ kg m^2	$I_z = 14{,}5 \cdot 10^6$ kg m^2
$I_{xz} = -3{,}3 \cdot 10^4$ kg m^2	$C_{y\beta} = -1{,}5$	$C_{l\beta} = -1{,}3$
$C_{m\beta} = 1{,}75$	$C_{lp} = -13$	$C_{mp} = -1{,}5$
$C_{lr} = 2{,}9$	$C_{mr} = -7{,}5$	

→ As condições de equilíbrio são determinadas pelas equações do movimento longitudinal em equilíbrio

$$mg - F_e \operatorname{sen}(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{1}{2}\rho_e V_e^2 \cdot S \cdot C_{L,e}$$

$$F_e \cdot \cos(\alpha_e + \alpha_F) = \frac{1}{2}\rho_e \, S \, V_e^2 \cdot C_{D,e}$$

→ Polar de arrasto:

$$C_D = 0{,}0175 + 0{,}06\, C_L^2, \text{ com } C_L = \frac{\alpha}{11{,}5} \quad |\alpha \text{ em graus}|$$

$a_F = 1$, para $H = 9120\,m$, $F_e = 85057N$, $\alpha_e = 3,838°$, $V = 242,84\,m/s$

$L_\beta = -3,0177 \cdot 10^7$

$N_\beta = 4,0843 \cdot 10^7$

$L_p = -8,2079 \cdot 10^6$

$N_p = -9,4707 \cdot 10^6$

$N_r = -4,7384 \cdot 10^6$

$L_r = 1,831 \cdot 10^6$

$y_\beta = -43,811$

$l_\beta = -5,4927$

$l_r = 3,3487$

$l_p = -1,492$

$m_p = -6,192 \cdot 10^{-2}$

$y_\beta/V_e = -1,8063 \cdot 10^{-1}$

$m_r = -3,2734 \cdot 10^{-4}$

$m_\beta = 2,8085$

→ A equação característica torna-se:

$$s^4 + 2s^3 + 4,0076s^2 + 4,8836s + 2,2331 \cdot 10^{-2} = 0$$

$a = -4,59 \cdot 10^{-3}$

$b = -1,5$

$m \pm iw = -2,50 \cdot 10^{-1} \pm 1,79$

$T = \frac{2\pi}{w} = 2,52s$ (fracamente amortecido)

10 → $G_{\varphi\delta_i}$

$$D \cdot G_{\varphi\delta_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & tg\,\theta_e \\ -\frac{Y_{\delta i}}{V_e} & \frac{y_\beta}{V_e} - s & sen\,\alpha_e & -\cos\alpha_e \\ -l_\delta & l_\beta & l_p - s & l_r \\ -m_{\delta i} & m_\beta & m_p & m_r - s \end{bmatrix}$$

→ Reescrito da seguinte forma

$$D \cdot G_{\varphi\delta_i} = \frac{1}{\cos\theta_e}\left[A_{\delta i}s^2 + \left(\frac{y_{\delta i}}{V_e}B_\theta - \frac{y_\beta}{V_e}A\theta_i + T_{\delta_i}\right)s + \frac{y_{\delta i}}{V_e}T_\beta - \frac{y_\beta}{V_e}T_{\delta i} - Q_{B\delta_i} \cdot \cos(\theta_e - \alpha_e)\right]$$

→ Onde:

$$\Delta\theta_a = l_{\delta a} \cdot \cos\theta_e + m_{\delta a} \, \mathrm{sen}\,\theta_e$$

$$\Delta\theta_r = l_{\delta r} \cdot \cos\theta_e + m_{\delta r} \, \mathrm{sen}\,\theta_e$$

$$T_{\delta a} = Q_{r\delta a} \cos\theta_e - Q_{p\delta a} \, \mathrm{sen}\,\theta_e$$

$$T_{\delta r} = Q_{r\delta r} \cos\theta_e - Q_{p\delta a} \, \mathrm{sen}\,\theta_e$$

$$Q_{r\delta a} = l_r \cdot m_{\delta a} - l_{\delta a} \cdot m_r$$

$$Q_{r\delta r} = l_r \cdot m_{\delta r} - l_{\delta r} \cdot m_r$$

$$Q_{p\delta a} = l_p \cdot m_{\delta a} - l_{\delta a} \cdot m_p$$

$$Q_{p\delta r} = l_p \cdot m_{\delta r} - l_{\delta r} \cdot m_p$$

→ Deve-se notar que o numerador da fç de transferência $G_{\delta\phi i}$ é apenas do segundo grau.

→ Ângulo de derrapagem:

De maneira análoga, a função de transferência $G_{\beta\delta i}$ é:

$$D \cdot G_{\beta\delta i} = \frac{y_{\delta i}}{V_e} s^3 + \left[\Delta_{\alpha i} - (m_r + l_p) \frac{y_{\delta i}}{V_e} - q_e \, tg\,\theta_e \frac{y_{\delta i}}{V_e} \right] s^2$$

$$+ \left\{ A_{\delta i} + \frac{y_{\delta i}}{V_e} \cdot Q_{pr} + \frac{g}{V_e} \Delta_{\theta i} + q_e \, tg\,\theta_e \left[\frac{y_{\delta i}}{V_e} (m_r + l_p) - \Delta_{\alpha i} \right] \right\} s$$

$$+ \frac{g}{V_e} T_{\delta i} - q_e \cdot tg\,\theta_e \left(A_{\delta i} + \frac{y_{\delta i}}{V_e} \cdot Q_{pr} \right)$$

→ Velocidade de rolamento (Analogamente)

$$D \cdot G_{p\delta i} = l_{\delta i} \cdot s^3 + \left[Q_{r\delta i} + \frac{y_{\delta i}}{V_e} \cdot l_\beta - \frac{y_\beta}{V_e} \cdot l_{\delta i} - q_e \cdot tg\,\theta_e \cdot l_{\delta i} \right] s^2 +$$

$$\left[\frac{y_{\delta i}}{V_e} Q_{r\beta} - \frac{y_\beta}{V_e} \cdot Q_{r\delta i} - \cos\theta_e \, Q_{\beta\delta i} + q_e \, tg\,\theta_e \left(\frac{y_\beta}{V_e} l_{\delta i} - \frac{y_{\delta i}}{V_e} \cdot l_\beta - Q_{r\delta i} \right) \right] s$$

$$+ \frac{g}{V_e} \mathrm{sen}\,\theta_e \cdot Q_{\beta\delta i} + q_e \, tg\,\theta_e \left(\frac{y_\beta}{V_e} Q_{r\delta i} - \frac{y_{\delta i}}{V_e} \cdot Q_{r\beta} + \cos\theta_e \cdot Q_{\beta\delta i} \right)$$

→ Velocidade de guinada (analogamente):

$$D.G_{r\delta i} = n_{\delta i}\, s^3 + \left[\frac{y_{\delta i}}{V_e} n_\beta - \frac{y_\beta}{V_e} n_{\delta i} - Q_{p\delta i} - q_e \cdot tg\,\theta_e \cdot n_{\delta i} \right] s^2 +$$

$$+ \left[\frac{y_\beta}{V_e} Q_{p\delta i} - sen\,\alpha_e \cdot Q_{\beta\delta i} - \frac{y_{\delta i}}{V_e} \cdot Q_{p\beta} + q_e \cdot tg\,\theta_e \cdot \left(\frac{y_\beta}{V_e} n_{\delta i} + Q_{p\delta i} - \frac{y_{\delta i}}{V_e} n_\beta \right) \right] s$$

$$- \frac{g}{V_e} \cdot \cos\theta_e \cdot Q_{\beta\delta i} + q_e \cdot tg\,\theta_e \left(\frac{y_{\delta i}}{V_e} \cdot Q_{p\beta} + sen\,\theta_e \cdot Q_{\beta\delta i} - \frac{y_\beta}{V_e} \cdot Q_{p\delta i} \right) +$$

$$+ q_e\, tg\,\theta_e \left(\frac{y_{\delta i}}{V_e} Q_{p\beta} + sen\,\theta_e \cdot Q_{\beta\delta i} - \frac{y_\beta}{V_e} \cdot Q_{p\delta i} \right)$$

→ Onde:

$$Q_{r\delta i} = l_r \cdot n_{\delta i} - l_{\delta i} \cdot n_r$$

$$A_{\delta i} = Q_{p\delta i} \cos\alpha_e + Q_{r\delta i}\, sen\,\alpha_e$$

$$Q_{p\delta i} = l_p \cdot n_{\delta i} - l_{\delta i} \cdot n_p$$

$$Q_{\beta\delta i} = l_\beta \cdot n_{\delta i} - l_{\delta i}\, n_\beta$$

$$\Delta a_i = l_{\delta i} \cdot sen\,\alpha_e - n_{\delta i} \cos\alpha_e$$

→ entrada degrau

$$\frac{1}{s} F(s) = \frac{N_0 s^3 + N_1 s^2 + N_2 s + N_3}{s(s-a)(s-b)((s+u)^2 + v^2)}$$

→ Decompondo:

$$\frac{1}{s} f(s) = \frac{P}{s} + \frac{A}{s-a} + \frac{B}{s-b} + \frac{Qs + R}{(s+u)^2 + v^2}$$

→ Transformada inversa

$$f(t) = P + A e^{at} + B e^{bt} + K e^{ut}\, sen(vt + \phi)$$

→ Esta fórmula é geral; se a transformada de Laplace é escrita por:

$$\frac{g(s)}{h(s)\left((s-u)^2+v^2\right)}$$

→ A transformada inversa comporta um termo $K e^{ut} \operatorname{sen}(Vt+\psi)$ onde K e ψ são dados por:

$$K e^{i} = \frac{1}{V} \cdot \frac{g(z)}{h(z)}$$

$$z = u + iV$$

→ Esta formulação é inutilisável em cálculo manual, mas pode, facilmente, ser programada em FORTRAN.

→ Nota-se, além disso, que:

$$P + A + B + K \operatorname{sen}\psi = 0$$

→ O que significa que $f(0)=0$. Às vezes é mais cômodo escrever $f(t)$ sob a forma:

$$f(t) = A\left(e^{at}-1\right) + B\left(e^{bt}-1\right) + k e^{ut}\left(\operatorname{sen}(Vt+\psi) - \operatorname{sen}\psi\right)$$

11 Mirage III

$$\begin{cases} H = 9120\,m \\ V_e = 292{,}5\,m/s \\ \rho = 0{,}4583\,kg/m^3 \\ \alpha_e = 3{,}838^\circ \end{cases}$$

→ Coeficientes que intervêm no cálculo das raízes e das funções de transferência:

$l_\beta = -12{,}988$	$m_\beta = 5{,}9807$
$l_p = -1{,}531$	$m_p = 4{,}6235 \cdot 10^3$
$l_r = 0{,}29092$	$m_r = 0{,}6362$
$l_{\delta a} = -85{,}438$	$m_{\delta a} = -2{,}5631$
$l_{\delta r} = 9{,}9001$	$m_{\delta r} = -3{,}9773$

$\frac{y_\beta}{V_e} = -0,16223$

$\frac{y_{\delta a}}{V_e} = 2,7039 \cdot 10^{-3}$

$\frac{y_{\delta r}}{V_e} = 2,0279 \cdot 10^{-2}$

→ Raízes da eq. característica:

$a = -2,5028 \cdot 10^{-2}$ (mov. espiral)

$b = -1,4559$ (mov. de rolamento)

$\left.\begin{array}{l} u = -0,42426 \\ v = 2,5852 \end{array}\right\}$ oscilação de derrapagem $\left\{\begin{array}{l} \xi_D = 0,16194 \\ \omega_D = 2,6198 \\ T = 2,43\,s \end{array}\right.$

→ Numeradores das 8 funções de transferência:

		ϕ	β	p	r
δ_a	N_0	0	$2,7039 \cdot 10^{-3}$	$-8,5438 \cdot 10^{1}$	$-2,5631$
	N_1	$-8,5610 \cdot 10^{1}$	$-3,1362$	$-6,8867 \cdot 10^{1}$	$-4,7188$
	N_2	$-6,9182 \cdot 10^{1}$	$-2,8087$	$-5,5192 \cdot 10^{2}$	$-3,6979 \cdot 10^{1}$
	N_3	$-5,5439 \cdot 10^{2}$	$-2,2294$	$1,4678$	$-2,1954 \cdot 10^{1}$
δ_r	N_0	0	$2,0279 \cdot 10^{-2}$	$4,4001$	$-3,4773$
	N_1	$4,1676$	$3,8071$	$2,4143$	$-5,7463$
	N_2	$2,0301$	$5,6104$	$-1,8522 \cdot 10^{1}$	$-1,92263$
	N_3	$-1,8651 \cdot 10^{1}$	$6,4899 \cdot 10^{-2}$	$5,0559 \cdot 10^{-2}$	$-7,5621 \cdot 10^{-1}$

→ No que concerne a função de transferência $\varphi_{\delta a}$, nota-se que:

$\omega_\phi = 2,5448$

$\xi_\phi = 0,15878$

→ Que fornece: $\frac{\omega_\phi}{\omega} = 0,97136$

$\frac{\xi_\phi}{\xi_D} = 0,98047$

i) a resposta a uma deflexão do tipo degrau dos ailerons ($\delta_a = -0{,}1$)

$$f(t) = A(e^{at} - 1) + B(e^{bt} - 1) + k\left[e^{ut}\,\text{sen}(vt + \psi) - \text{sen}\,\psi\right]$$

	A	B	k	ψ (rad)
φ(°)	$2{,}2555 \cdot 10^{3}$	$-3{,}9354 \cdot 10^{1}$	$6{,}6802 \cdot 10^{-1}$	1,9095
β(°)	8,8189	$-2{,}9717 \cdot 10^{-1}$	$3{,}9312 \cdot 10^{-1}$	1,6127
p(°/s)	$-6{,}2191 \cdot 10$	$5{,}7170 \cdot 10^{1}$	1,8065	-2,6525
r(°/s)	$8{,}5828 \cdot 10^{1}$	1,8458	$9{,}0502 \cdot 10^{-1}$	$1{,}2691 \cdot 10^{-1}$

ii) Resposta a uma deflexão do tipo degrau do leme de direção $\delta_r = 1°$

	A	B	k	ψ
φ(°)	$7{,}6309 \cdot 10^{1}$	$-7{,}9146 \cdot 10^{-1}$	$9{,}4861 \cdot 10^{-1}$	-1,4237
β(°)	$2{,}9646 \cdot 10^{-1}$	$-5{,}9779 \cdot 10^{-3}$	$5{,}5823 \cdot 10^{-1}$	-1,7209
p(°/s)	-2,1040	1,1498	2,5653	$2{,}9755 \cdot 10^{-1}$
r(°/s)	2,9037	$3{,}7120 \cdot 10^{-2}$	1,2851	3,0770