



Mecânica do Voo

Voo retilíneo derrapado estabilizado 2





Referências Bibliográficas

- **ITEN 2.2.1:** Paglione, P. ; Zanardi, M. C., [Estabilidade e Controle de Aeronaves](#), ITA, 1990.
- Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid, [Dynamics of Flight – Stability and Control](#), John Wiley & Sons, 3ª Ed, 1996.
- STEVENS, Brian L.; LEWIS, Frank L. Aircraft control and simulation. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.



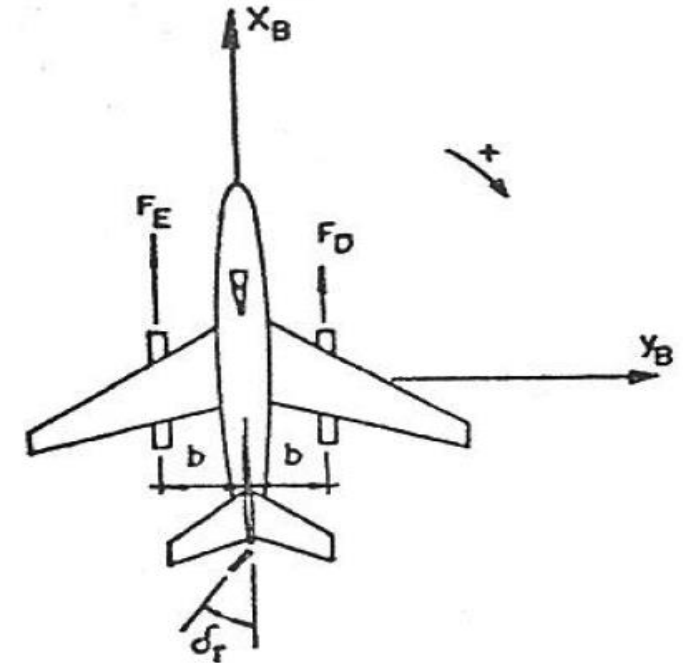
3. Voo retilíneo derrapado estabilizado 2
ITEM 2.2.1 APOSTILA

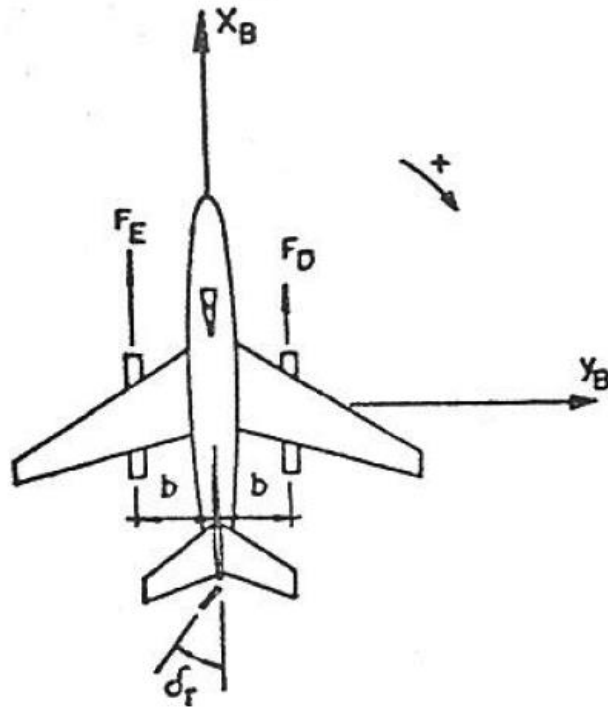
3. VOO RETILÍNEO DERRAPADO ESTABILIZADO

3.2. AVIÃO NÃO SIMÉTRICO

Para o caso de aeronave com vários motores, uma diferença de tração entre os motores cria um momento de guinada (e um momento de rolamento na medida em que a tração de cada sistema propulsivo pode ter uma componente segundo o eixo $z = z_B$; tal momento será desprezado nas deduções que seguem).

Sejam F_D e F_E as trações dos motores direito e esquerdo, supostas paralelas ao eixo $x = x_B$.





O momento de guinada devido à assimetria de tração é:

$$N_F = b (F_E - F_D)$$

$$N_F = \frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 l C_{n_F}$$

Logo:
$$C_{n_F} = \frac{b (F_E - F_D)}{\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 l}$$

$C_{n_F} > 0$ no caso de pane do motor direito.

Na equação do momento de guinada é necessário adicionar este momento de tração. Equações são dadas a seguir em termos dos coeficientes e considerando a condição de equilíbrio:

$$\dot{\beta} = \dot{\phi} = p = r = 0$$



Equações do movimento em termos dos coeficientes e considerando a condição de equilíbrio: $\dot{\beta} = \dot{\phi} = p = r = 0$

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 \left(C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_a}} \delta_a + C_{y_{\delta_r}} \delta_r \right) + m g \sin \phi_1 = 0$$

$$C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_r}} \delta_r = 0$$

$$C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_F} = 0$$



Desprezando-se os efeitos parasitas associados aos coeficientes $C_{n_{\delta_a}}$ e $C_{l_{\delta_r}}$, e também $C_{y_{\delta_a}}$

MIRAGE

$C_{y_{\beta}} = -0,6$	$C_{l_{\beta}} = -0,05$	$C_{n_{\beta}} = 0,180$
$C_{y_{\delta_a}} = 0,001$	$C_{l_{\delta_a}} = -0,30$	$C_{n_{\delta_a}} = 0$
$C_{y_{\delta_r}} = 0,075$	$C_{l_{\delta_r}} = 0,018$	$C_{n_{\delta_r}} = -0,085$

AIRBUS

$C_{y_{\beta}} = -1,5$	$C_{l_{\beta}} = -1,3$	$C_{n_{\beta}} = 1,75$
$C_{y_{\delta_a}} = 0,05$	$C_{l_{\delta_a}} = -0,33$	$C_{n_{\delta_a}} = -0,125$
$C_{y_{\delta_r}} = 0,3$	$C_{l_{\delta_r}} = 0,25$	$C_{n_{\delta_r}} = -1,0$



EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO:

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 \left(C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_r}} \delta_r \right) + m g \sin \phi_1 = 0$$

$$C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_a}} \delta_a = 0$$

$$C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_F} = 0$$

Fixando-se arbitrariamente β , as posições dos controles, isto é δ_a e δ_r , e o ângulo ϕ_1 podem ser determinados para os seguintes casos:

a) Derrapagem nula: $\beta = 0$

b) Asas niveladas $\phi_1 = 0$



a) Derrapagem nula: $\beta = 0$

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 (C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_r}} \delta_r) + m g \sen \phi_1 = 0$$

$$C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_a}} \delta_a = 0$$

$$C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_F} = 0$$

→

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 (C_{y_{\delta_r}} \delta_r) + m g \sen \phi_1 = 0$$

$$C_{l_{\delta_a}} \delta_a = 0$$

$$C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_F} = 0$$

→

$$\delta_a = 0 \quad ; \quad \frac{\delta_r}{C_{n_F}} = -\frac{1}{C_{n_{\delta_r}}}$$

→

$$\sen \phi_1 = -\frac{1}{2} \frac{\rho_e S V_e^2}{m g} C_{y_{\delta_r}} \delta_r$$

ou

$$\sen \phi_1 = \frac{1}{2} \frac{\rho_e S V_e^2}{m g} C_{y_{\delta_r}} \frac{C_{n_F}}{C_{n_{\delta_r}}}$$

→

$$\frac{\delta_r}{C_{n_F}} > 0$$

→

$$\frac{\sen \phi_1}{\delta_r} < 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\sen \phi_1}{C_{n_F}} < 0$$

Ângulo de declive é negativo.



Assim para **pane no motor direito , $C_{n_F} > 0$, com derrapagem nula, as condições finais de equilíbrio:**

- **O controle de rolamento deve estar na posição neutra ($\delta_a = 0$)**
 - **O pedal esquerdo deve ser acionado ($\delta_r > 0$)**
 - **A aeronave deve estar inclinada para a esquerda ($\phi_1 < 0$)**

Para manter a derrapagem nula, o piloto deve possuir um indicador de derrapagem.

Por exemplo, para aeronaves lentas, um fio de lã (ou barbante) preso num ponto de referência conveniente (planadores: ao longo do eixo X_B , no nariz da aeronave).



b) Asas niveladas $\phi_1 = 0$

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 (C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_r}} \delta_r) + m g \sin \phi_1 = 0$$

$$C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_a}} \delta_a = 0$$

$$C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_F} = 0$$

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 (C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_r}} \delta_r) = 0$$

$$C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_a}} \delta_a = 0$$

$$C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_F} = 0$$

Da equação da força lateral:

$$\frac{\beta}{\delta_r} = - \frac{C_{y_{\delta_r}}}{C_{y_\beta}}$$

→

$$\frac{\beta}{\delta_r} > 0$$

→

$$\begin{aligned} \text{Se } \beta &> 0 \\ \delta_r &> 0 \end{aligned}$$

Pedal esquerdo acionado

Da equação do momento de rolamento:

$$\frac{\delta_a}{\beta} = - \frac{C_{l_\beta}}{C_{l_{\delta_a}}}$$

→

$$\frac{\delta_a}{\beta} < 0$$

→

$$\begin{aligned} \text{Se } \beta &> 0 \\ \delta_a &< 0 \end{aligned}$$

Manche a direita

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 (C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_r}} \delta_r) = 0$$

$$C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_a}} \delta_a = 0$$

$$C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_F} = 0$$

Eliminando-se β das equações da força lateral e do momento de guinada:

$$\frac{\delta_r}{C_{n_F}} = + \frac{C_{y_\beta}}{(C_{n_\beta} C_{y_{\delta_r}} - C_{n_{\delta_r}} C_{y_\beta})}$$

Já foi visto que: $C_{y_\beta} C_{n_{\delta_r}} - C_{y_{\delta_r}} C_{n_\beta} = \frac{l_F - a}{l} C_{y_{\delta_r}} C_{y_\beta} > 0$

$$\frac{\delta_r}{C_{n_F}} = \frac{-1}{\frac{l_F - a}{l} C_{y_{\delta_r}}} > 0$$

Logo para uma **pane no motor direito**, que acarreta um momento de guinada a direita, o piloto deve **acionar o pedal esquerdo**, criando uma força lateral a direita, que tenderá a anular a guinada.



Assim, para uma pane do motor direito ($C_{n_F} > 0$) tem-se que:

- O pedal esquerdo deve ser acionado ($\delta_r > 0$)**
- a derrapagem é positiva (vento da direita) ($\beta > 0$)**
- o manche deve ser acionado à direita ($\delta_a < 0$)**



Assim, para equilibrar o momento de guinada à direita devido ao desequilíbrio de tração (para uma **pane no motor direito), o piloto deve **acionar o pedal esquerdo** do leme de direção, criando assim uma força lateral à direita.**

Tem-se outras opções para equilibrar essa força, pelo menos duas soluções possíveis:

- ou equilibrá-la através de um componente do peso (e portanto, inclinando a aeronave)**
- ou equilibrá-la através de uma componente lateral da força aerodinâmica (colocando a aeronave em derrapagem).**

$$\frac{1}{2} \rho_e S V_e^2 \left(C_{y\beta} \beta + C_{y\delta_r} \delta_r \right) + m g \sin \phi_1 = 0$$



No primeiro caso, é necessário inclinar o avião à esquerda

Através do deslocamento de cargas para esquerda dentro do avião; se o leme de direção não criasse um binário de rolamento, o avião seria equilibrado em rolamento com o comando na posição neutra (e é o que se encontra, supondo $C_{l_{\delta_r}} = 0, \delta_a = 0$).

Na realidade, existe um momento de rolamento à direita (a força devida à deflexão do leme que se situa à direita e acima do CG), que deve ser contrabalanceado pelo manche à esquerda (aileron da esquerda sobe e da direita desce).

Neste caso as asas não estão niveladas.



No segundo caso, onde se mantém as asas niveladas, é necessário criar uma força aerodinâmica que tenha uma componente à esquerda; portanto, manter uma derrapagem positiva ($\beta > 0$).

O leme de direção deve, então, sofrer uma deflexão maior que no primeiro caso, pois é necessário equilibrar, não somente o momento devido ao sistema propulsivo, mas igualmente o momento de guinada devido à derrapagem (que tende a levar o nariz da aeronave na direção do vento, isto é, girar a aeronave à direita).



Mas em uma derrapagem **positiva, a aeronave está submetida a um momento de rolamento que tende a **eleva a asa direita** e, portanto, de sentido contrário ao momento de rolamento devido à deflexão do leme de direção.**

A deflexão do controle de rolamento (ailerons/spoilers) será então, à direita se o momento de rolamento devido à deflexão do leme de direção for mais fraco que o momento de guinada devido ao efeito de diedro (e é o que se encontra, supondo-se que $C_{l_{\delta_r}} = 0$).

Abandonando-se as hipóteses simplificadoras, a solução geral do sistema de três equações é a seguinte:

a) $\phi_1 = 0$

$$\beta = -\frac{C_{n_F}}{K}$$

$$\delta_r = \beta \frac{C_{y\beta} C_{l_{\delta_a}} - C_{y_{\delta_a}} C_{l_\beta}}{\Delta_1}$$

$$\delta_a = \beta \frac{C_{y_{\delta_r}} C_{l_\beta} - C_{y\beta} C_{l_{\delta_r}}}{\Delta_1}$$

$$K = C_{n_\beta} + \frac{(C_{y\beta} C_{l_{\delta_a}} - C_{y_{\delta_a}} C_{l_\beta}) C_{n_{\delta_r}} + (C_{y_{\delta_r}} C_{l_\beta} - C_{y\beta} C_{l_{\delta_r}}) C_{n_{\delta_a}}}{\Delta_1}$$

$$\Delta_1 = C_{y_{\delta_a}} C_{l_{\delta_r}} - C_{y_{\delta_r}} C_{l_{\delta_a}}$$



b) $\beta = 0$

$$\text{sen } \phi_1 = -\frac{1}{2} \frac{\rho_e S V_e^2}{m g} (C_{y\delta_a} \delta_a + C_{y\delta_r} \delta_r)$$

$$\delta_r = C_{n_F} \frac{C_{l\delta_a}}{\Delta_2}$$

$$\delta_a = -C_{n_F} \frac{C_{l\delta_r}}{\Delta_2}$$

Com

$$\Delta_2 = C_{n\delta_a} C_{l\delta_r} - C_{n\delta_r} C_{l\delta_a}$$



EXERCÍCIO:

Para o AIRBUS ao nível do mar em voo retilíneo, com $V_e = 60\text{m/s}$, $F_E = 60000\text{ N}$ e $F_D = 2000\text{ N}$, calcular:

A) δ_a , δ_r e ϕ_1 para que a velocidade seja mantida no plano de simetria do Avião.

B) δ_a , δ_r e β para um voo derrapado com asas niveladas.

Inicialmente despreze os coeficientes $C_{n_{\delta_a}}$, $C_{l_{\delta_r}}$, $C_{y_{\delta_a}}$. Tais aproximações são válidas para o AIRBUS? Justifique. A seguir realize os cálculos sem aproximações e compare os resultados obtidos nos dois casos.

EXERCÍCIO:

Para o Mirage III com $H = 1000\text{ m}$ em voo retilíneo, com $V_e = 460\text{ m/s}$, $FE = 55000\text{ N}$ e $FD = 22000\text{ N}$, calcular:

A) δ_a , δ_r e ϕ_1 para que a velocidade seja mantida no plano de simetria do Avião.

B) δ_a , δ_r e β para um voo derrapado com asas niveladas.

Inicialmente despreze os coeficientes $C_{n_{\delta_a}}$, $C_{l_{\delta_r}}$, $C_{y_{\delta_a}}$. Tais aproximações são válidas para o AIRBUS? Justifique. A seguir realize os cálculos sem aproximações e compare os resultados obtidos nos dois casos.