



Mecânica do Voo

Estabilidade e Controle 2.2







I. INTRODUÇÃO À ESTABILIDADE E CONTROLE

II. ESTABILIDADE ESTÁTICA E CONTROLE

1ª PARTE

2ª PARTE

CONTROLE LONGITUDINAL

AS DERIVADAS $C_{L\delta E}$ E $C_{M\delta E}$

DEFLEXÃO DE PROFUNDOR PARA TRIMAR

VARIAÇÃO DE $\delta_{E\text{TRIM}}$ COM A VELOCIDADE

LIMITE DE ESTABILIDADE ESTÁTICA: H_S

MEDIDA EM VOO DE H_N E H_S

Referências:

1. Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid, [Dynamics of Flight – Stability and Control](#), John Wiley & Sons, 3ª Ed, 1996.
2. Mario Asselin, [An Introduction to Aircraft Performance](#), AIAA Education Series, 1997.
3. John D. Anderson Jr, [The Airplane: A History of its Technology](#), AIAA, Reston, 2002.

Capa:

Griffon Vulture majestically gliding with fully spread wings - eagle at gamla

<http://www.pixcelgallery.com/viewgallery/animals/Birds/Birds+of+Prey/Griffon+Vulture+majestically+gliding+with+fully+spread+wings+-+eagle+at+gamla.jpg.html> (Acesso em 30 MAI 2011).



4. CONTROLE LONGITUDINAL

Nesta seção vamos estudar o controle longitudinal da aeronave do ponto de vista estático.

➔ Vamos investigar como o estado de equilíbrio de um voo retilíneo estacionário é efetuado com os controles disponíveis. Os dois modos possíveis são:

➔ Mudança da tração.

➔ Mudança de configuração => Operação de controles aerodinâmicos.

▢ Profundores.

▢ Flaps.

▢ Spoilers.

▢ Estabilizador horizontal.

▢ Uma vez que o estado de equilíbrio é dominado pelo requisito de que $C_m=0$, os controles mais eficazes são aqueles que têm o maior efeito em C_m .

Vamos rever o gráfico de C_m versus α para várias posições de CG, conforme abaixo. A movimentação do CG é uma alternativa possível para modificar a condição de trimagem.

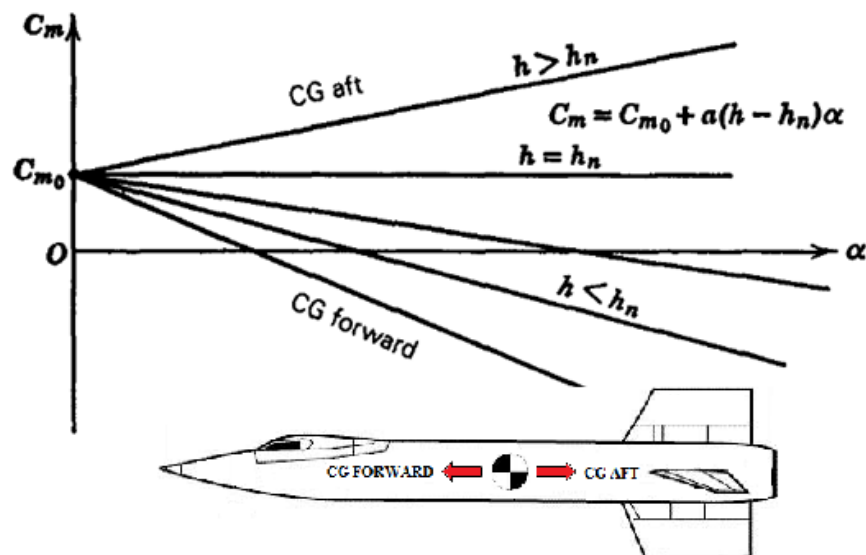
➔ Isso é realizado pela busca de valores de α que produzam $C_m = 0$.

➔ Movendo o CG para frente, ocorre a redução do valor de α (ou C_L)

⇒ Portanto, ocorre um aumento na velocidade de trimagem.

➔ Movendo o CG para trás, ocorre a aumento do valor de α (ou C_L)

⇒ Portanto, ocorre uma redução na velocidade de trimagem.



Effect of CG location on C_m curve.



Otto Lilienthal (May 23, 1848 – August 10, 1896) was a [German](#) pioneer of human [aviation](#) who became known as the *Glider King*. He was the first person to make well-documented, repeated, successful [gliding flights](#). He followed an experimental approach established earlier by [Sir George Cayley](#). Newspapers and magazines published photographs of Lilienthal gliding, favorably influencing public and scientific opinion about the possibility of flying machines becoming practical. (http://en.wikipedia.org/wiki/Otto_Lilienthal, acesso em 01 JUN 2011).

O método de controle por deslocamento do CG foi utilizado por Otto Lilienthal no final do século XIX, realizando centenas de voos planados. Em seus voos, Lilienthal deslocava seu corpo para movimentar o CG.



Esse método atualmente é utilizado em asas deltas. Uma grande desvantagem desse método é que a variação de $C_{m\alpha}$ quando a velocidade de trimagem é reduzida é tal que reduz a rigidez em arfagem, e, conseqüentemente, a estabilidade.

O controle longitudinal mais utilizado em aeronaves é o **AERODINÂMICO**.

→ Um momento de arfagem variável é fornecido por:

→ Flap de bordo de fuga => Para a arquitetura *tailless*.

→ Profundor

- Profundor de bordo de fuga.

- *Stabilator* => O estabilizador horizontal todo é móvel.

☐ **STABILATOR** => Horizontal **STABIL**izador + elev**ATOR**.



A deflexão do profundor de um ângulo δ_e produz um incremento em C_m e C_L da aeronave.

- O incremento ΔC_L causado pelo profundor de **aeronave com empenagem** é pequeno o suficiente para ser desprezado em muitos casos.
- O mesmo não é verdadeiro para aeronaves *tailless*.

Vamos assumir que os incrementos na sustentação e no momento de arfagem sejam lineares com δ_e , que é uma boa aproximação para controles típicos em altos números de Reynolds. Assim:

$$\Delta C_L = C_{L\delta_e} \delta_e$$

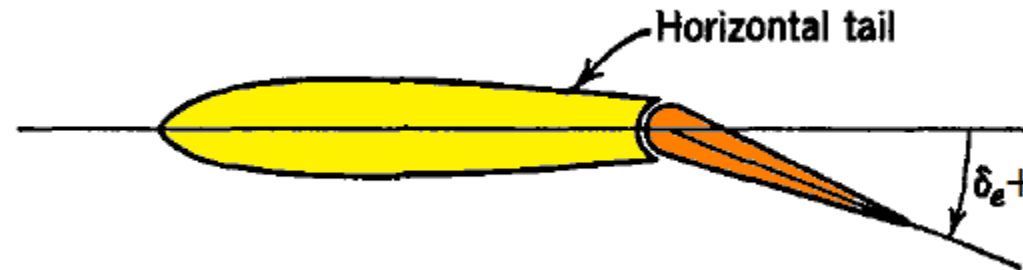
$$C_L = C_L(\alpha) + C_{L\delta_e} \delta_e$$

$$\Delta C_m = C_{m\delta_e} \delta_e$$

$$C_m = C_m(\alpha) + C_{m\delta_e} \delta_e$$

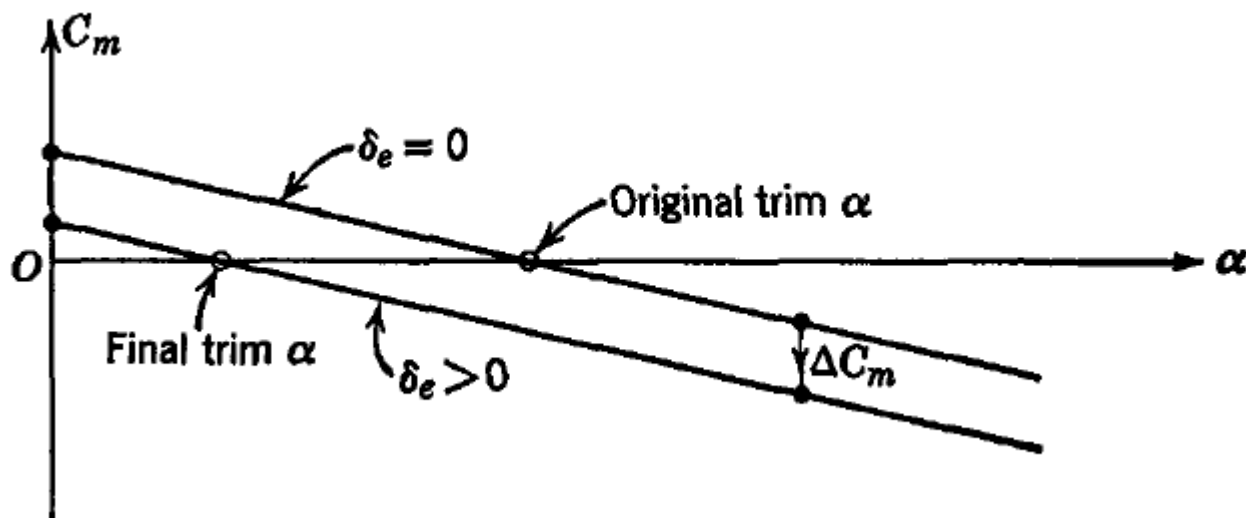
Onde, $C_{L\delta_e} = \partial C_L / \partial \delta_e$, $C_{m\delta_e} = \partial C_m / \partial \delta_e$, e $C_L(\alpha)$, $C_m(\alpha)$ são a sustentação e momento de arfagem quando $\delta_e = 0$.

A figura abaixo mostra a convenção comumente utilizada para o sinal da deflexão do profundor.



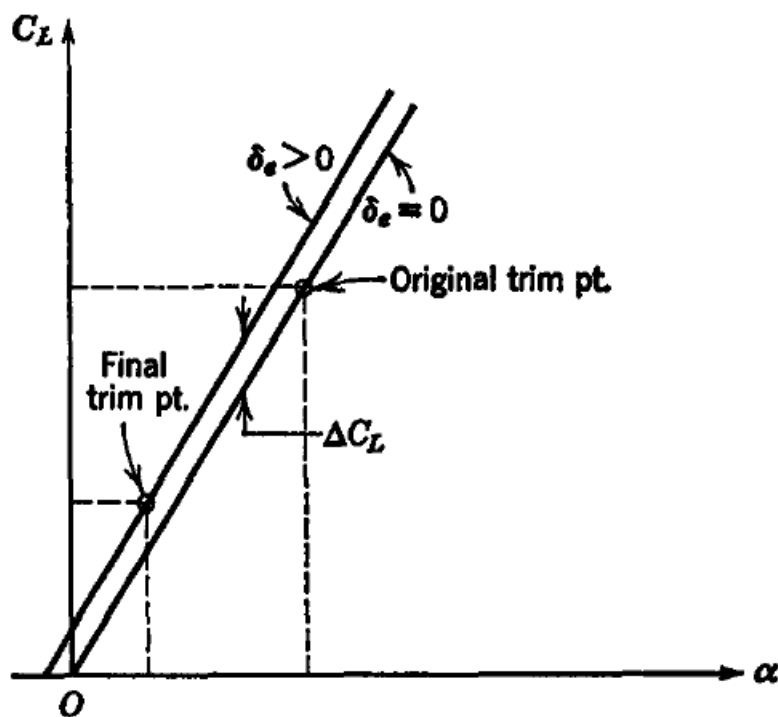
Essa convenção implica em $C_{L_{\delta_e}}$ positivo e $C_{m_{\delta_e}}$ negativo.

A deflexão do profundor de um ângulo positivo constante ($\delta_e > 0$), desloca a curva C_m versus α para baixo sem variação do coeficiente angular, conforme mostra a figura abaixo.



A deflexão do profundor de um ângulo positivo constante ($\delta_e > 0$), desloca a curva C_m versus α para baixo sem variação do coeficiente angular, conforme mostra a figura do slide anterior.

O ângulo de ataque de sustentação nula é levemente alterado, conforme figura abaixo.



Considerando sustentação e momento de arfagem lineares, temos:

$$C_L = C_{L\alpha} \alpha + C_{L\delta_e} \delta_e$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\delta_e} \delta_e$$



As Derivadas $C_{L_{\delta_e}}$ e $C_{m_{\delta_e}}$

Vimos que a sustentação da aeronave é dada por:

$$C_L = C_{L_{wb}} + \frac{S_t}{S} C_{L_t}$$

Portanto:

$$C_{L_{\delta_e}} = \frac{\partial C_L}{\partial \delta_e} = \frac{\partial C_{L_{wb}}}{\partial \delta_e} + \frac{S_t}{S} \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta_e}$$

- A primeira parcela é desprezível para aeronaves convencionais (*tailed aircraft*).
- A segunda parcela é zero para aeronaves *tailless*.

Vamos definir a eficiência do profundor (*elevator lift effectiveness*) como:

$$a_e = \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta_e}$$

Então:

$$C_{L_{\delta_e}} = \frac{\partial C_{L_{wb}}}{\partial \delta_e} + a_e \frac{S_t}{S}$$

e

$$C_{L_t} = a_t \alpha_t + a_e \delta_e$$

O C_m da aeronave completa, conforme visto anteriormente, é dado por:

$$C_m = C_{m_{acwb}} + C_L(h - h_{nwb}) - \bar{V}_H C_{L_t} + C_{m_p}$$

A equação acima é válida para aeronaves convencionais e *tailless*. Para a configuração *tailless*, temos que $\bar{V}_H = 0$.

Fazendo a derivada com relação a δ_e , temos:

$$C_{m\delta_e} = \frac{\partial C_{m_{acwb}}}{\partial \delta_e} + C_{L\delta_e}(h - h_{nwb}) - \bar{V}_H \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta_e} + \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \delta_e}$$

A última parcela pode ser ignorada, uma vez que não é esperado que a deflexão do profundor afete o coeficiente de momento devido ao sistema propulsivo. Então:

$$C_{m\delta_e} = \frac{\partial C_{m_{acwb}}}{\partial \delta_e} + C_{L\delta_e}(h - h_{nwb}) - a_e \bar{V}_H$$

Resumindo, para cada configuração de aeronave, mantendo apenas os termos dominantes, temos:

$$\begin{array}{l} \text{Aeronave convencional:} \\ \left\{ \begin{array}{l} C_{L\delta_e} = a_e \frac{S_t}{S} \\ C_{m\delta_e} = -a_e \bar{V}_H + C_{L\delta_e} (h - h_{nwb}) \end{array} \right. \\ \\ \text{Aeronave } \textit{tailless}: \\ \left\{ \begin{array}{l} C_{L\delta_e} = \frac{\partial C_L}{\partial \delta_e} \\ C_{m\delta_e} = \frac{\partial C_{m_{ac}}}{\partial \delta_e} + C_{L\delta_e} (h - h_n) \end{array} \right. \end{array}$$

Para aeronave *tailless*, a nomenclatura *wb* é redundante. Portanto, foi suprimida na equação acima.

O parâmetro primário a ser estimado ou medido:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_e \Rightarrow \text{aeronave convencional.} \\ \partial C_L / \partial \delta_e \Rightarrow \text{aeronave } \textit{tailless}. \end{array} \right.$$



Deflexão de Profundor para Trimar

Vimos que:

$$C_m = C_m(\alpha) + C_{m\delta_e} \delta_e$$

Uma condição para trimagem é $C_m = 0$. Então:

$$\delta_{e_{trim}} = -\frac{C_m(\alpha)}{C_{m\delta_e}}$$

O coeficiente de sustentação...

$$C_L = C_L(\alpha) + C_{L\delta_e} \delta_e$$

...na condição de trimagem é dado por:

$$\begin{aligned} C_{L_{trim}} &= C_L(\alpha) + C_{L\delta_e} \delta_{e_{trim}} \\ &= C_L(\alpha) - \frac{C_{L\delta_e}}{C_{m\delta_e}} C_m(\alpha) \end{aligned}$$

Usando a hipótese anterior de sustentação e momento de arfagem lineares...

$$\begin{aligned}C_L &= C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e \\C_m &= C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta_e}} \delta_e\end{aligned}$$

...e aplicando para a condição de trimagem, temos:

$$\begin{bmatrix} C_{L_{trim}} \\ -C_{m_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{L_\alpha} & C_{L_{\delta_e}} \\ C_{m_\alpha} & C_{m_{\delta_e}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{trim} \\ \delta_{e_{trim}} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema acima, temos:

$$\begin{aligned}\alpha_{trim} &= \frac{C_{m_0} C_{L_{\delta_e}} + C_{m_{\delta_e}} C_{L_{trim}}}{det} \\ \delta_{e_{trim}} &= - \frac{C_{m_0} C_{L_\alpha} + C_{m_\alpha} C_{L_{trim}}}{det}\end{aligned}$$



E...

$$\frac{d\delta_{e\text{trim}}}{dC_{L\text{trim}}} = - \frac{C_{m\alpha}}{\det} = - \frac{C_{L\alpha}}{\det} (h - h_n)$$

Onde:

$$\det = C_{L\alpha} C_{m\delta_e} - C_{L\delta_e} C_{m\alpha}$$

O valor de \det para cada configuração de aeronave é:

$$\text{Aeronave convencional} \Rightarrow \det = C_{L\alpha} [C_{L\delta_e} (h_n - h_{n_{wb}}) - a_e \bar{V}_H]$$

$$\text{Aeronave } \textit{tailless} \Rightarrow \det = C_{L\alpha} \frac{\partial C_{m_{ac}}}{\partial \delta_e}$$

Para ambas as configurações, o valor de \det é independente de h , e , portanto, da posição do CG.



Assim, a curva de sustentação trimada é dada por:

$$\alpha_{\text{trim}} = \frac{C_{m0}C_{L\delta_e} + C_{m\delta_e}C_{L\text{trim}}}{det} \quad \Rightarrow \quad C_{L\text{trim}} = -\frac{C_{m0}C_{L\delta_e}}{C_{m\delta_e}} + \frac{det}{C_{m\delta_e}} \alpha_{\text{trim}}$$

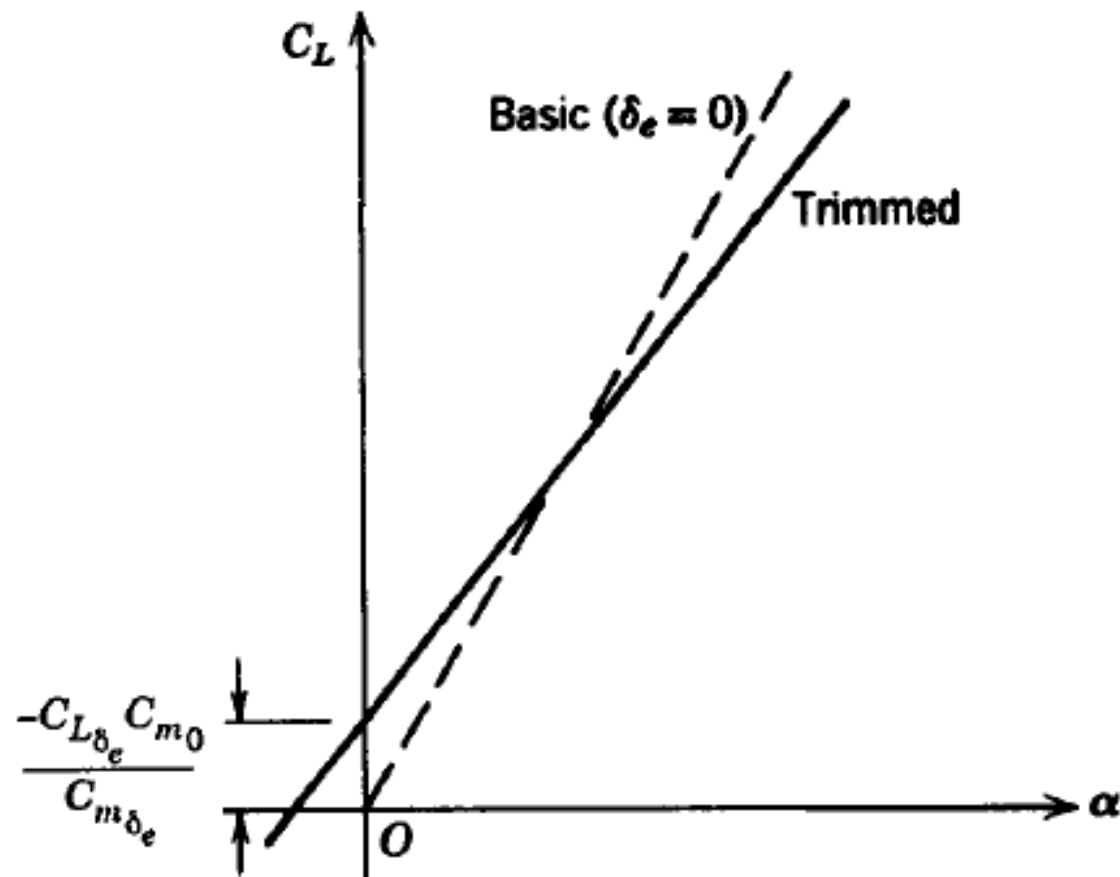
E a derivada é dada por:

$$\left(\frac{dC_L}{d\alpha}\right)_{\text{trim}} = C_{L\alpha} - \frac{C_{L\delta_e}}{C_{m\delta_e}} C_{m\alpha}$$

A derivada da curva de sustentação trimada é menor que $C_{L\alpha}$ por uma quantidade que depende de $C_{m\alpha}$, ou seja, da margem estática.

Essa diferença é muito pequena para aeronaves convencionais, mas pode ter valores grandes para aeronaves *tailless*, devido ao valor grande de $C_{L\delta_e}$.

A figura do próximo slide mostra a relação entre a curva de sustentação básica e a curva trimada.



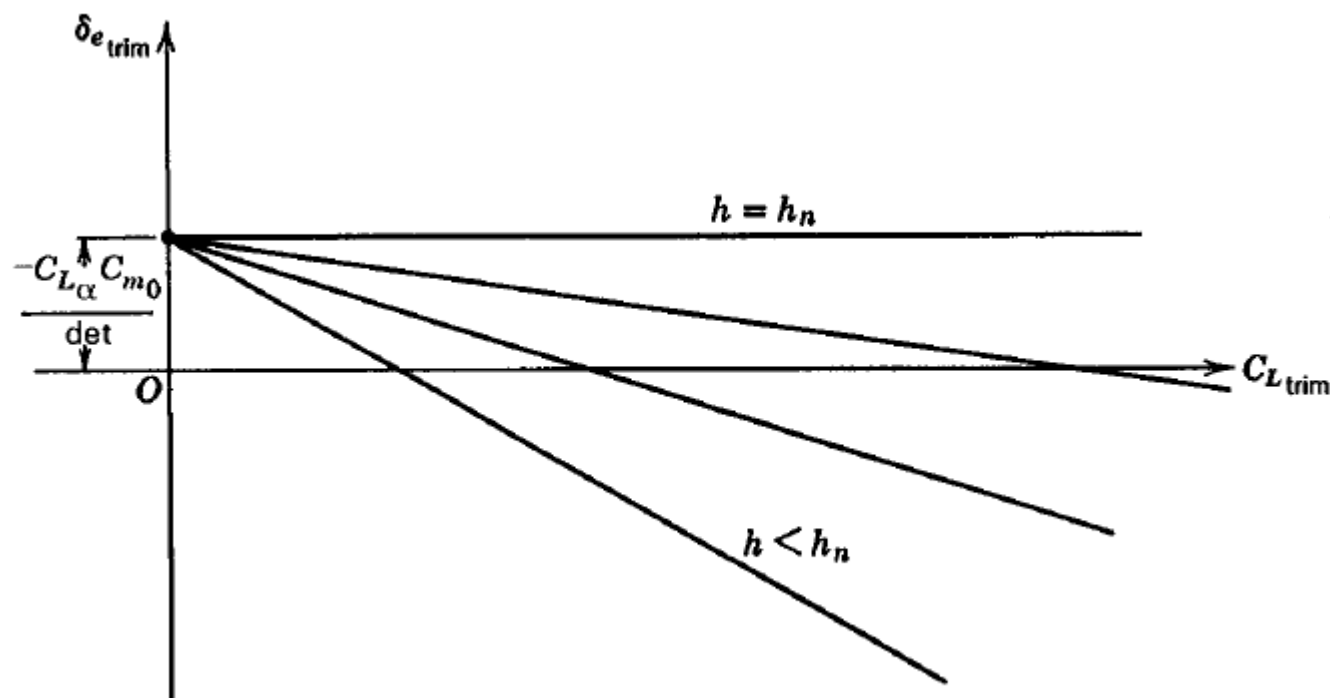
Trimmed lift curve.

A figura abaixo mostra como $\delta_{e\text{trim}}$ varia com $C_{L\text{trim}}$ e com a posição do CG, quando os demais coeficientes aerodinâmicos são mantidos constantes.

$$\delta_{e\text{trim}} = - \frac{C_{m0}C_{L\alpha} + C_{m\alpha}C_{L\text{trim}}}{det}$$

Aeronave convencional $\Rightarrow det = C_{L\alpha}[C_{L\delta_e}(h_n - h_{nwb}) - a_e\bar{V}_H]$

Aeronave tailless $\Rightarrow det = C_{L\alpha} \frac{\partial C_{mac}}{\partial \delta_e}$



Elevator angle to trim at various CG positions.



Variação de δ_{etrim} com a Velocidade

$$\delta_{\text{etrim}} = - \frac{C_{m0}C_{L\alpha} + C_{m\alpha}C_{L_{\text{trim}}}}{\det}$$

Quando, na ausência de efeitos como compressibilidade, aeroelásticos e sistemas propulsivos, os coeficientes aerodinâmicos presentes nas equações de α_{trim} e δ_{etrim} são constantes, a variação de δ_{etrim} com a velocidade é simples. Então, δ_{etrim} é uma função única de $C_{L_{\text{trim}}}$ para cada posição de CG.

Nos próximos dois slides vamos recordar a definição de velocidade equivalente e um resumo das velocidades aeronáuticas mais utilizadas.

A velocidade equivalente é dada por:

$$V_E = V\sqrt{\rho/\rho_0}$$

Assim, para o voo reto e nivelado:

$$C_{L_{\text{trim}}} = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho_0 V_E^2 S}$$

ALTITUDES E VELOCIDADES

VELOCIDADES



EAS

Na determinação da TAS existe uma dificuldade que é obter o valor da densidade atmosférica ρ na altitude que a aeronave esteja voando. Para contornar esse problema, usa-se a densidade ρ_0 ao nível do mar. Assim, temos:

$$V = \sqrt{\frac{2(p_t - p)}{\rho_0}}$$

Essa velocidade é a velocidade equivalente, ou Equivalent Airspeed (EAS). A EAS difere da TAS pelo fator $(\rho/\rho_0)^{1/2}$. A EAS é a velocidade que a aeronave deveria desenvolver ao nível do mar para produzir a mesma pressão dinâmica que desenvolve no nível em que esteja voando.

ALTITUDES E VELOCIDADES

VELOCIDADES



Resumindo o que vimos sobre velocidades:

✓ IAS

Fornecido pela leitura do velocímetro

✓ $CAS = IAS + \Delta V_p$

$\Delta V_p \Rightarrow$ Correção do erro de posição

✓ $EAS = CAS + \Delta V_c$

$\Delta V_c \Rightarrow$ Correção de compressibilidade

✓ $TAS = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} EAS$

✓ $GS = TAS + \text{vento}$
proa)

vento $\Rightarrow +$ (vento de cauda) / - (vento de

✓ $M = TAS/a$

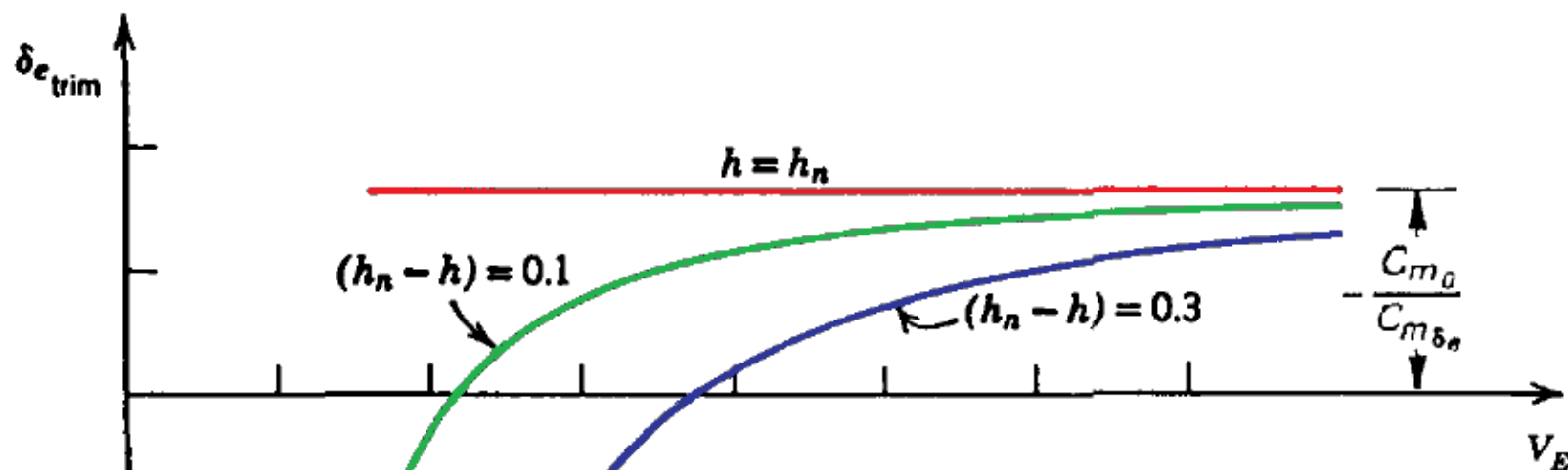
GS \Rightarrow Ground speed

M \Rightarrow Número de Mach

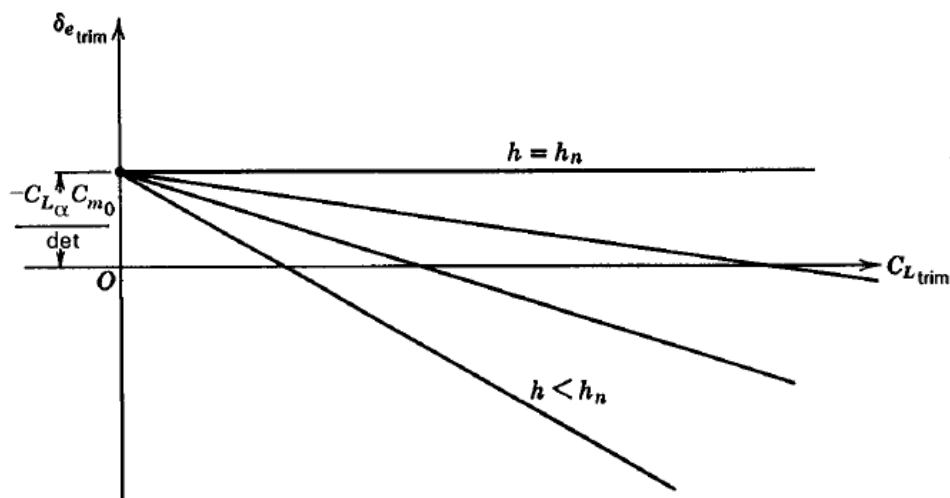
a \Rightarrow Velocidade do som

$$\delta_{e_{trim}} = - \frac{C_{m_0} C_{L_\alpha} + C_{m_\alpha} C_{L_{trim}}}{det} \quad C_{L_{trim}} = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho_0 V_E^2 S}$$

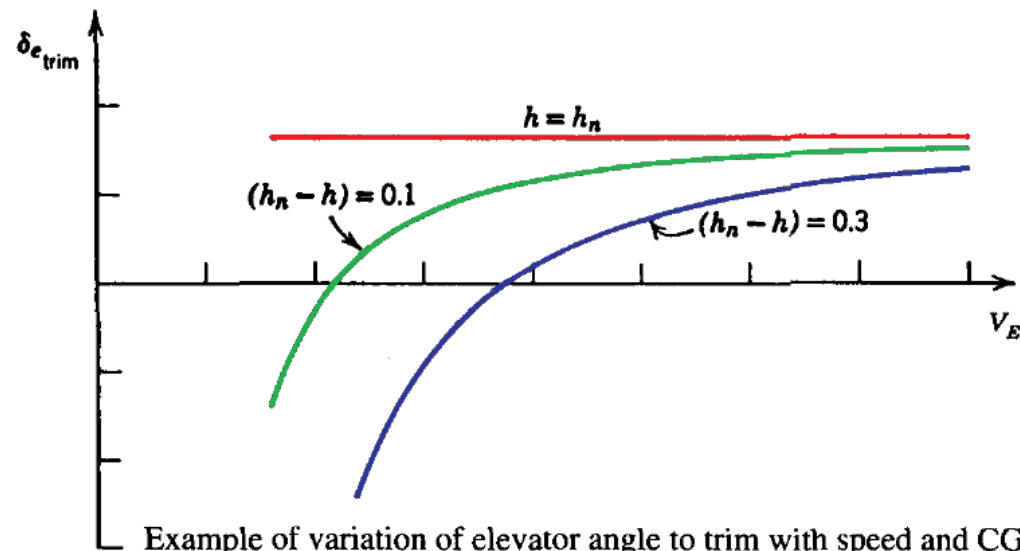
Com isso, podemos escrever $\delta_{e_{trim}}$ como uma função única de V_E . Na figura abaixo temos a variação do profundor para trimar ($\delta_{e_{trim}}$) em função da velocidade equivalente para várias posições de CG.



Example of variation of elevator angle to trim with speed and CG position.



Elevator angle to trim at various CG positions.



Example of variation of elevator angle to trim with speed and CG position.






Acabamos de estudar a variação de $\delta_{e_{trim}}$ com $C_{L_{trim}}$ e V_E , resumizada acima. Podemos concluir que:

- ➔ Para qualquer posição de CG, um aumento na velocidade de trimagem requer uma deflexão de profundor para baixo (picador) => movimento do manche a frente.
- ➔ A derivada $\partial \delta_{e_{trim}} / \partial V_E$ diminui a medida que o CG se desloca para trás, até que se torna nula no *ponto neutro*.



Quando os coeficientes aerodinâmicos variam com a velocidade, a análise simplificada que acabamos de fazer deve ser ampliada para contemplar esse efeito.

Vamos, portanto, incluir os efeitos propulsivos através do parâmetro δ_p :

-  Consideremos δ_p como a posição da manete.
-  $\delta_p = \text{constante} \Rightarrow$ Posição fixa da manete.
-  Voo nivelado com variação de velocidade $\Rightarrow \delta_p$ é função de V .
-  Para ângulos de subida e descida típicos em aviões convencionais, a aproximação $L = W$ é bastante razoável, e será usada nas análises a seguir.
-  Para voos não nivelados, δ_p torna-se uma variável independente \Rightarrow O ângulo de trajetória γ torna-se uma função de δ_p , V e altitude.



A duas condições básicas para voo estacionário trimado são:

$$C_m = 0$$

$$L = C_L \frac{1}{2} \rho V^2 S = W$$

De acordo com as considerações do slide anterior, temos:

$$C_m = C_m(\alpha, V, \delta_e, \delta_p)$$

$$C_L = C_L(\alpha, V, \delta_e, \delta_p)$$

Consideremos que o subscrito e denote os estados que satisfazem as condições básicas de trimagem acima, e consideremos que uma pequena variação desse estado de trimagem para outro estado seja denotada por diferenciais.



A partir das condições básicas de trimagem, para $\rho = \text{constante}$, temos:

$$\begin{array}{l} C_m = 0 \\ W = C_L \frac{1}{2} \rho V^2 S \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} dC_m = 0 \\ C_L V^2 = \text{const} \end{array}$$

Então:

$$2V_e C_{L_e} dV + V_e^2 dC_L = 0 \quad \Rightarrow \quad dC_L = -2C_{L_e} \frac{dV}{V_e} = -2C_{L_e} d\hat{V}$$

Onde:

$$\hat{V} = V/V_e$$

$$\begin{array}{l} C_m = C_m(\alpha, V, \delta_e, \delta_p) \\ C_L = C_L(\alpha, V, \delta_e, \delta_p) \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} dC_m = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial C_m}{\partial \hat{V}} d\hat{V} + \frac{\partial C_m}{\partial \delta_e} d\delta_e + \frac{\partial C_m}{\partial \delta_p} d\delta_p = 0 \\ dC_L = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial C_L}{\partial \hat{V}} d\hat{V} + \frac{\partial C_L}{\partial \delta_e} d\delta_e + \frac{\partial C_L}{\partial \delta_p} d\delta_p = -2C_{L_e} d\hat{V} \end{array}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial C_m}{\partial \delta_e} d\delta_e = -\frac{\partial C_m}{\partial \delta_p} d\delta_p - \frac{\partial C_m}{\partial \hat{V}} d\hat{V} \\ \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial C_L}{\partial \delta_e} d\delta_e = -\frac{\partial C_L}{\partial \delta_p} d\delta_p - \left(\frac{\partial C_L}{\partial \hat{V}} + 2C_{L_e} \right) d\hat{V} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_{m_\alpha} d\alpha + C_{m_{\delta_e}} d\delta_e = -C_{m_{\delta_p}} d\delta_p - C_{m_{\hat{V}}} d\hat{V} \\ C_{L_\alpha} d\alpha + C_{L_{\delta_e}} d\delta_e = -C_{L_{\delta_p}} d\delta_p - (C_{L_{\hat{V}}} + 2C_{L_e}) d\hat{V} \end{array} \right.$$

Resolvendo o sistema acima para $d\delta_e$, temos:

$$d\delta_e = \frac{1}{det} \left\{ [(C_{L_V} + 2C_{L_e})C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha}C_{m_V}]d\hat{V} + (C_{L_{\delta_p}}C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha}C_{m_{\delta_p}})d\delta_p \right\}$$

Temos duas possibilidades na solução acima:

- δ_p constante \Rightarrow manete fixa $\Rightarrow d\delta_p = 0$
- δ_p variável

No primeiro caso, temos:

$$\left(\frac{d\delta_{e_{trim}}}{d\hat{V}} \right)_{\delta_p} = \frac{(C_{L_V} + 2C_{L_e})C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha}C_{m_V}}{det}$$

No primeiro caso, temos (δ_p constante):

$$\left(\frac{d\delta_{e_{trim}}}{d\hat{V}} \right)_{\delta_p} = \frac{(C_{L_V} + 2C_{L_e})C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha}C_{m_V}}{det}$$

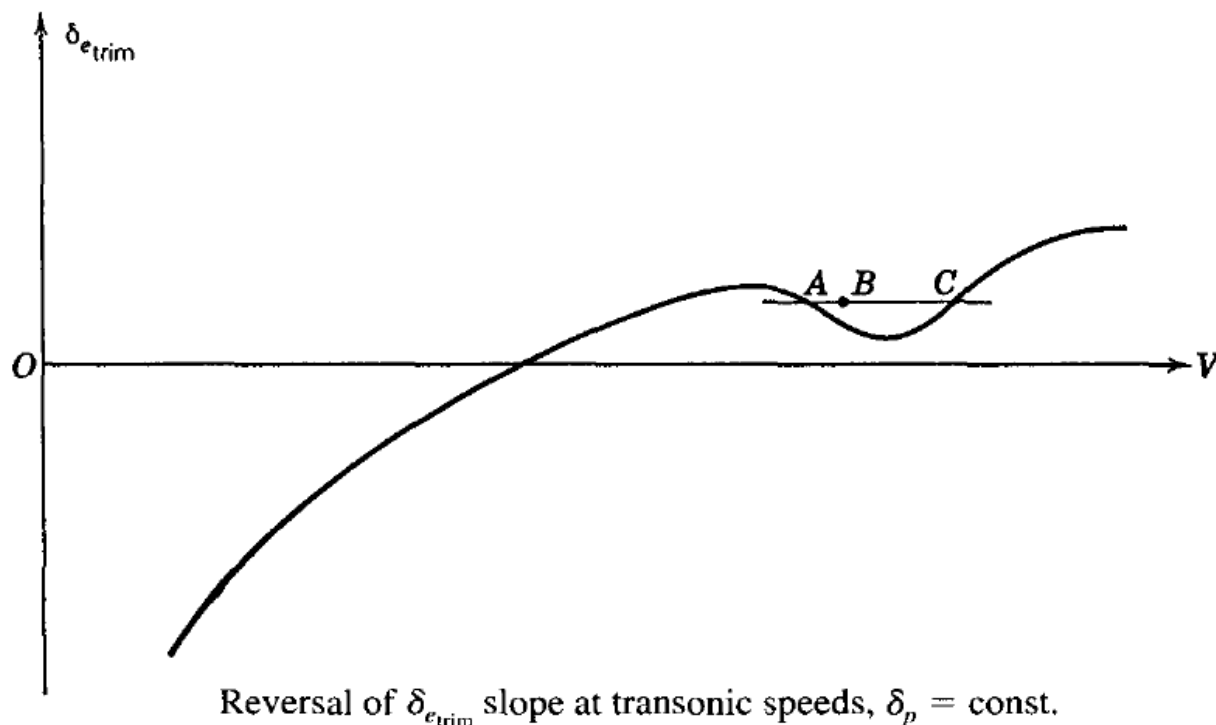
Mais adiante veremos que um dos critérios para um avião estável é ter:

$$\left(\frac{d\delta_{e_{trim}}}{d\hat{V}} \right)_{\delta_p} > 0$$

No segundo caso (δ_p variável), por exemplo, um voo nivelado, com $\delta_p = \delta_p(V)$, e $d\delta_p$ na equação de $d\delta_e$ do slide anterior não é zero. Nesse caso, a derivada $a \left(\frac{d\delta_{e_{trim}}}{d\hat{V}} \right)$ não necessariamente está relacionada à estabilidade.

As derivadas C_{L_V} e C_{m_V} podem ser muito grandes devido, por exemplo, ao efeito do *slipstream* em aviões STOL, efeitos aeroelásticos, efeitos de compressibilidade (número de Mach) no regime transônico. As variações com Mach podem acarretar uma reversão na derivada de $\delta_{e_{trim}}$, como mostrado na figura do próximo slide.

<https://www.youtube.com/watch?v=8YnDgJP-AsA>



Segundo Etkin (Ref. 1): “A inclinação negativa em A, de acordo com o critério de estabilidade mencionado acima, indica que o avião é instável em A. Isso pode ser visto como segue. Deixe o avião em voo de equilíbrio no ponto A e seja subsequentemente perturbado, de modo que a velocidade dele aumente para B, sem alteração em α ou δ_e . Agora, no ponto B, o ângulo do profundor é positivo demais para a compensação: esse é um momento de desequilíbrio no avião. Isso coloca o avião em um mergulho e aumenta sua velocidade ainda mais. A velocidade continuará a aumentar até que o ponto C seja atingido, quando o δ_e é novamente o valor correto para o trim, mas aqui o declive é positivo e não há tendência para a velocidade mudar mais.”



Limite de Estabilidade Estática: h_s

A posição crítica de CG, denotada por h_s , na qual a derivada $(d\delta_{e_{trim}}/d\hat{V})$ é nula, também é um limite crítico para estabilidade. Essa posição pode ser encontrada fazendo:

$$\begin{aligned} (d\delta_{e_{trim}}/d\hat{V}) &= 0 \\ \frac{(C_{L_V} + 2C_{L_e})C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha}C_{m_V}}{det} &= 0 \end{aligned}$$

Mas:

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha}(h - h_n)$$

Então, na posição onde $(d\delta_{e_{trim}}/d\hat{V})$ é nula, $h = h_s$. Assim:

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha}(h_s - h_n)$$



Então:

$$(C_{L_V} + 2C_{L_e})C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha}C_{m_V} = 0$$

$$(C_{L_V} + 2C_{L_e})C_{L_\alpha}(h_s - h_n) - C_{L_\alpha}C_{m_V} = 0$$

$$(C_{L_V} + 2C_{L_e})(h_s - h_n) - C_{m_V} = 0$$

$$h_s - h_n - \frac{C_{m_V}}{C_{L_V} + 2C_{L_e}} = 0 \quad \Rightarrow \quad h_s = h_n + \frac{C_{m_V}}{C_{L_V} + 2C_{L_e}}$$

Dependendo do sinal de C_{m_V} , h_s pode estar a frente ou atrás de h_n . Podemos reescrever $(d\delta_{e_{trim}}/d\hat{V})$ em termos de h_s :

$$\left(\frac{d\delta_{e_{trim}}}{d\hat{V}} \right)_{\delta_p} = \frac{C_{L_\alpha}}{det} (C_{L_V} + 2C_{L_e})(h - h_s)$$

$h - h_s \Rightarrow$ Margem de estabilidade.

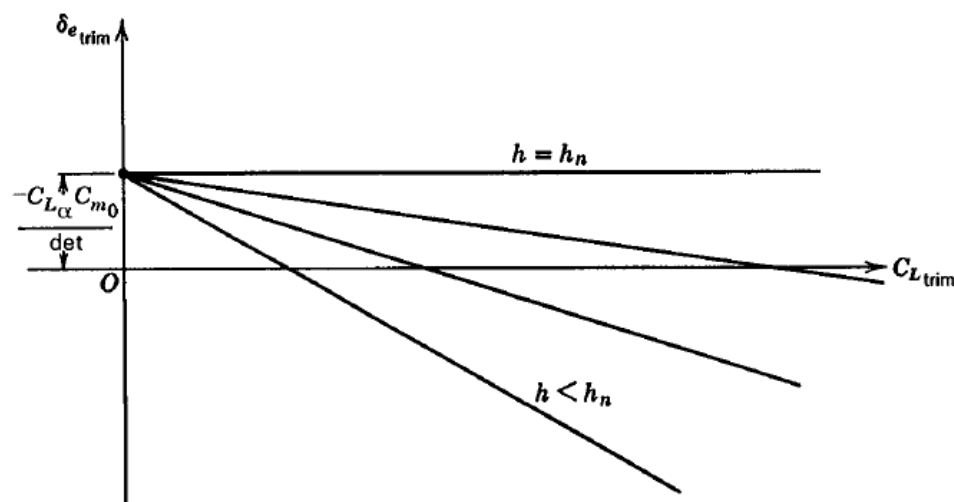
A margem de estabilidade pode ser maior ou menor que a margem estática.

Medida em Voo de h_n e h_s

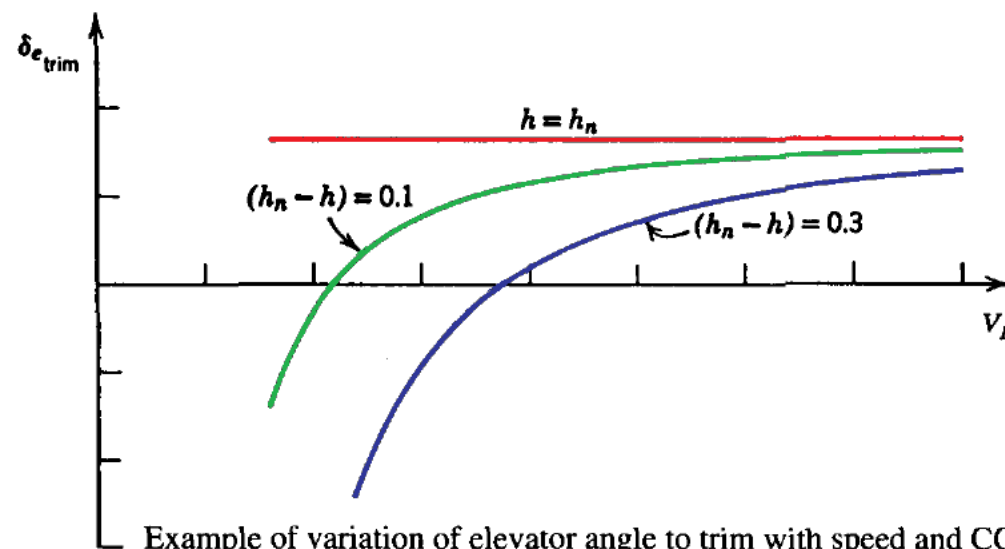
A equação de que fornece a rigidez em arfagem...

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (h - h_n)$$

...sugere que para uma medida de h_n seja necessário uma medida de C_{m_α} e C_{L_α} . Em casos simples onde não existe a presença de efeitos do sistema propulsivo, compressibilidade e efeitos aeroelásticos, as figuras abaixo nos fornecem uma dica de que podemos obter h_n a partir das curvas das posições de trimagem do profundor.



Elevator angle to trim at various CG positions.



Example of variation of elevator angle to trim with speed and CG position.

$$\delta_{e\text{trim}} = - \frac{C_{m_0} C_{L_\alpha} + C_{m_\alpha} C_{L_{\text{trim}}}}{\det}$$

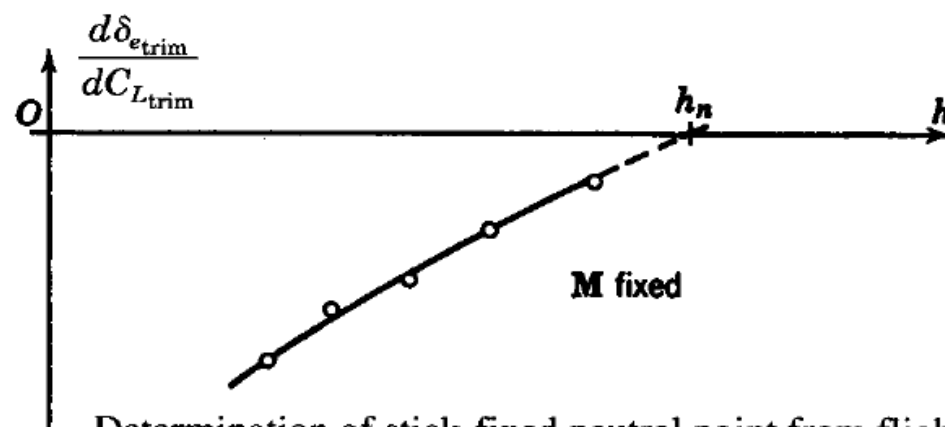
Aeronave convencional => $\det = C_{L_\alpha} [C_{L_{\delta_e}} (h_n - h_{nwb}) - a_e \bar{V}_H]$

Aeronave tailless => $\det = C_{L_\alpha} \frac{\partial C_{m_{ac}}}{\partial \delta_e}$

No caso, todos os coeficientes das equações de α_{trim} e $\delta_{e\text{trim}}$ são constantes, e:

$$\frac{d\delta_{e\text{trim}}}{dC_{L_{\text{trim}}}} = - \frac{C_{m_\alpha}}{\det} = - \frac{C_{L_\alpha}}{\det} (h - h_n)$$

Assim, ao realizar medidas da inclinação da curva $\delta_{e\text{trim}}$ versus $C_{L_{\text{trim}}}$ para várias posições de CG, obtemos uma curva como a mostrada na figura abaixo, onde, o ponto da curva que intercepta o eixo das abscissas é o *ponto neutro*.



Determination of stick-fixed neutral point from flight test.



$$\left(\frac{d\delta_{e_{trim}}}{d\hat{V}} \right)_{\delta_p} = \frac{C_{L\alpha}}{det} (C_{Lv} + 2C_{Le})(h - h_s)$$

Quando efeitos de velocidade estão presentes, utilizando a equação de $d\delta_{trim}/d\hat{V}$ versus h , determinamos h_s a partir do ponto onde a curva intercepta o eixo de h .



FIM DA 2ª PARTE