Universidade de Brasília Faculdade UnB **Gama**

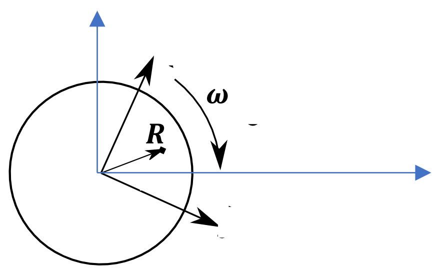
Disciplina: Mecânica do Voo
Professor: William Reis Silva **e-mail:** reis.william@unb.br

Lista de exercícios 2 – Vetores e sistemas de referência

Em todas as questões abaixo, utilizou-se a aproximação de Terra plana

1. Utilizando o Teorema de Coriolis, calcule $[\dot{\boldsymbol{V}}_{NED}]_b$ em função de $\boldsymbol{\omega}_b^{b,NED} = [P\ Q\ R]$, $\dot{\boldsymbol{V}}_b = [\dot{U}\ \dot{V}\ \dot{W}]$ e $\boldsymbol{V}_b = [U\ V\ W]$. Obs:
- Fornecer resposta em formato vetorial e componente a componente.
- $[\dot{\boldsymbol{V}}_{NED}]_b$ é a derivada da velocidade avaliada no sistema NED, mas representada em S_b.
- Veja que todos os vetores estão em S_b, não há necessidade de conversão de sistema de referência.
- Teorema de Coriolis: $\dot{\boldsymbol{v}}_b = \dot{\boldsymbol{v}}_a + \boldsymbol{\omega}^{ab} \times \boldsymbol{v}$

2. É possível entender o significado físico dos diversos termos que compõem a aceleração inercial através da análise do movimento de uma mosca sobre um disco girante. Examine as componentes da aceleração sofrida pela mosca quando ela:
   i. Está estacionada sobre o disco girando com velocidade angular constante
   ii. Está estacionada sobre o disco girando com velocidade angular variável
   iii. Se move em direção ao centro do disco girante com velocidade aparente $\boldsymbol{V}$.
   iv. Se move em direção perpendicular a $\boldsymbol{R}$ com velocidade aparente $\boldsymbol{V}$.



3. Supondo um objeto de massa constante, tem-se que $\boldsymbol{F} = m\ddot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{i}}$, em que $\boldsymbol{F}$ é a força total (ou seja, o somatório de forças) aplicada, **r** é a posição do objeto, e o duplo "i" indica derivada no sistema inercial. Utilizando a aproximação de Terra plana, o sistema S_{NED} pode ser considerado inercial e, portanto, $\ddot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{i}} = \dot{\boldsymbol{V}}_{NED}$. Com as informações acima e utilizando a questão 1, escreva $\dot{\boldsymbol{V}}_b$ em função de m, $\boldsymbol{F}_b = [F_{xb}\ F_{yb}\ F_{zb}]$, $\boldsymbol{\omega}_b^{b,NED}$ e $\boldsymbol{V}_b$. Escreva nas formas vetorial e componente a componente.

4. Acelerômetros medem o somatório das forças específicas (F/m), excetuando a força específica gerada pela gravidade (para todos os efeitos práticos, força específica é o mesmo que aceleração em relação ao sistema inercial). Uma forma de instalar acelerômetros é prendê-lo à aeronave com eixos alinhados, de forma que o sistema de coordenadas do sensor é igual ao da aeronave. Considerando um acelerômetro instalado no centro de massa de uma aeronave, qual é sua medida $\boldsymbol{a}_b'$? Tente fornecer respostas distintas, em função de $\dot{\boldsymbol{V}}_{NED}$, de $\dot{\boldsymbol{V}}_b$ e das forças. Obs: decomponha $\boldsymbol{F}_b = \boldsymbol{F}_{b,A} + \boldsymbol{F}_{b,T} + \boldsymbol{D}_b^{NED}\boldsymbol{g}_{NED}$ ao fornecer a resposta em função de forças, em que $\boldsymbol{F}_{b,A}$ são forças de origem aerodinâmica e $\boldsymbol{F}_{b,T}$ são forças de origem propulsiva.

5. Como obter $\dot{\boldsymbol{V}}_b$ a partir de $\boldsymbol{a}'_b$?

6. Considere agora que o acelerômetro está instalado em uma posição $\boldsymbol{r}'_b$ fixa em relação ao centro de massa da aeronave. Sabendo que a aceleração inercial do acelerômetro é dada por $\ddot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{AC}_i} = \ddot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{CG}_i} + \ddot{\boldsymbol{r}}'_b = \dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{b}_{NED}} + \ddot{\boldsymbol{r}}'_b$, obtenha:
   i. $\boldsymbol{a}'_b$
   ii. $\dot{\boldsymbol{V}}_b$ a partir de $\boldsymbol{a}'_b$

7. Seja uma aeronave de massa m, cuja atitude atual é definida pelos ângulos ψ, θ, φ, em um local cuja aceleração da gravidade é g_0. Suponha que a aeronave está em movimento não acelerado (velocidade constante, em linha reta), e que a aproximação de Terra plana possa ser utilizada. Há um acelerômetro posicionado exatamente no centro de gravidade da aeronave.
   i. Qual a medida do acelerômetro?
   ii. Considerando ψ = 120°, θ = 15°, φ = 30° e g_0 = 9,81 m/s^2, qual a medida do acelerômetro?
   iii. Deduza como obter θ e φ a partir de medidas de acelerômetro sob as condições de voo da questão, a partir da medida obtida em a). Obs: Veja que não há como obter ψ.
   iv. Teste a fórmula utilizando o resultado encontrado no item b.

8. A segunda lei de Newton para movimentos de rotação é:

$$\boldsymbol{T} = \dot{\mathbf{H}}$$

Em que

$$\boldsymbol{H}_b = \boldsymbol{J}_b \boldsymbol{\omega}_b^{bi}$$

E $\boldsymbol{T} \in \mathbb{R}^3, \boldsymbol{H} \in \mathbb{R}^3, \boldsymbol{J} \in \mathbb{R}^{3\times3}$ e os subscritos b e i indicam, respectivamente, sistema do corpo S_b e sistema inercial (S_{NED} ou S_{ECI}, conforme o caso). Pode-se considerar $\boldsymbol{J}_b$ constante. Considerando as informações acima:

   i. Calcule $\boldsymbol{T}_b$
   ii. Calcule $\dot{\boldsymbol{\omega}}_b^{bi}$