











Mecânica do Voo

Estabilidade e Controle 3.2



























Faculdade UnB Gama 🌇







I. INTRODUÇÃO À ESTABILIDADE E CONTROLE II. ESTABILIDADE ESTÁTICA E CONTROLE

III. ESTABILIDADE ESTÁTICA E CONTROLE II

1ª PARTE: Longitudinal

2ª PARTE: Látero-Direcional

Referências:

1. Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid, Dynamics of Flight – Stability and Control, John Wiley & Sons, 3^a Ed, 1996.

Capa:

C-12C #73-1215 flies above Calspan Corp's 'Variable Stability' Lear-25 N102VS during an in-flight autonomous aerial refueling test, conducted by the USAF Test Pilot School. The C-12C is simulating a tanker, while the Lear is simulating an autonomous receiving aircraft.

http://www.thenorthspin.com/page_official_usaf_mixedflights.html (Acesso em 31 JUL 2011).

9. AERODINÂMICA LATERAL

Na primeira parte desse capítulo e no capítulo anterior, estudamos as características aerodinâmicas de configurações simétricas voando com o vetor velocidade no plano de simetria.

As únicas variáveis de movimento não nulas eram: E as únicas forças e momentos não nulos eram:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array}\\ \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array}\\ \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array}\\ \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array}\\ \begin{array}{c} \end{array}\\ \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array}\\ \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array}\\ \begin{array}{c} \end{array}\\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array}\\ \end{array}$$

Agora vamos estudar os casos onde o vetor velocidade não está mais restrito ao plano de simetria, onde os deslocamentos em guinada β e rolamento ϕ estão presentes. Os coeficientes de força e momento associados são:

Y	side-force	Cy	side-force coefficient
\boldsymbol{L}	rolling moment	EX C	rolling-moment coefficient
N	yawing moment	ER Co	yawing-moment coefficient





Um dos aspectos simplificadores do movimento longitudinal é que a rotação é em torno de um eixo apenas (o eixo y).

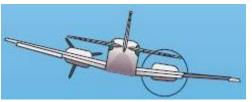
Essa simplificação é perdida quando analisamos o movimento lateral, uma vez que a rotação ocorre em dois eixos (x e z). Os momentos associados com essa rotação são acoplados:

- Uma rotação em rolamento p produz um momento de guinada C_n , além do momento de rolamento C_l .
- Um deslocamento em guinada β e uma razão de guinada r produzem momentos de guinada C_n e rolamento C_l .

Controles de rolamento e guinada também estão sujeitos a acoplamentos:

- Deflexão de ailerons pode originar momentos de guinada significativos.
- Deflexão de leme pode originar momentos de rolamentos também significativos.











Outra diferença importante entre o movimento longitudinal e o látero-direcional é que no voo reto e nivelado, o movimento é simétrico e todas as variáveis de força e movimento látero-direcionais são nulas. Portanto, não existe problema fundamental de trimagem: Os ailerons e leme permaneceriam nominalmente não defletidos. Porém, na realidade, esses controles têm uma função secundária de trimagem caso a aeronave apresente alguma assimetria geométrica ou inercial, como, por exemplo:

- → Um motor inoperante.
- → Múltiplas hélices, todas girando no mesmo sentido.

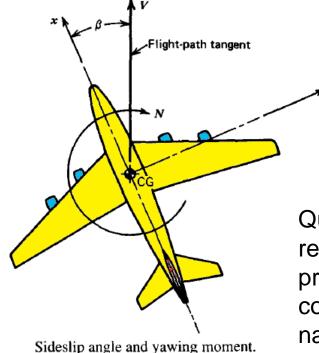
Devido ao fato de que o vetor gravidade no voo reto e nivelado está situado no plano de simetria, a posição do CG não é um parâmetro dominante para as características látero-direcionais como é para as características longitudinais. Assim, os limites do CG vistos na seção anterior são governados por considerações de suas características longitudinais.





10. ESTABILIDADE DIRECIONAL – RIGIDEZ EM GUINADA

A aplicação do princípio da estabilidade estática à rotação em torno do eixo z, sugere que o avião estável deva ter uma tendência a se alinhar com o vento relativo, similar ao comportamento do galo dos ventos. Por isso, em inglês, essa estabilidade é conhecida como *weathercock stability*.



S

Quando o avião está a um ângulo de derrapagem β em relação à sua trajetória de voo, o momento de guinada produzido deve ser tal que restabeleça o voo simétrico. A convenção para momento de guinada positivo é a mostrada na figura ao lado. Assim, o requisito para rigidez em guinada positivo é que $\partial N/\partial \beta$ seja positivo.



O coeficiente de guinada adimensionalizado é:

$$C_n = \frac{N}{\frac{1}{2} \rho V^2 S b}$$

b => Envergadura

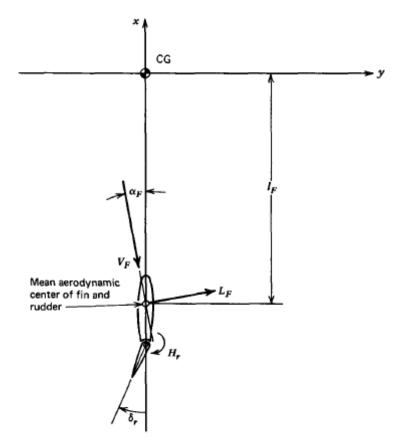
Portanto, para uma rigidez em guinada positiva devemos ter $\partial C_n/\partial \beta$ também positivo. A notação mais empregada para essa derivada é:

$$C_{n_{\beta}} = \frac{\partial C_n}{\partial \beta}$$

Essa quantidade é análoga em muitos sentidos ao seu similar longitudinal C_{m_α} . É estimado de maneira similar pela síntese da contribuição dos diversos componentes do avião. A principal contribuição é devido à superfície da fuselagem e da empenagem vertical. Contrastando com C_{m_α} , a asa tem pouca influência na maioria dos casos, assim como a posição do CG.



A figura abaixo mostra a geometria relevante e a força de sustentação L_F atuando na superfície da empenagem vertical.



Vertical-tail sign conventions.

Se a superfície estivesse sozinha no escoamento livre, o vetor velocidade V_F seria a velocidade do escoamento livre, de modo que α_F seria igual a - β . Quando instalado no avião, ocorrem mudanças na magnitude e direção no escoamento local na empenagem vertical. Essas mudanças podem ser causadas pelo *slipstream* da hélice, e pela asa e fuselagem quando o avião está guinando. Assim, temos o aparecimento do ângulo de sidewash σ , o análogo direcional do downwash.

Um ângulo de sidewash σ positivo corresponde a um escoamento na direção y, ou seja, quando tende a aumentar o valor de α_{F} .





Assim, o ângulo de ataque na empenagem vertical é:

$$\alpha_{\mathsf{F}} = -\beta + \sigma$$

E o coeficiente de sustentação na superfície da empenagem vertical é:

$$C_{LF} = a_F (-\beta + \sigma) + a_r \delta_r$$

A sustentação é dada por:

$$L_F = C_{LF} \frac{1}{2} \rho V_F^2 S_F$$

E o momento de guinada é dado por:

$$N_F = -C_{LF} \frac{1}{2} \rho V_F^2 S_F \ell_F$$

Assim:

$$C_{n_F} = -C_{L_F} \frac{S_F l_F}{Sb} \left(\frac{V_F}{V}\right)^2$$

A razão $S_F \ell_F/Sb$ é análoga ao volume de cauda da empenagem horizontal, e, portanto, é chamada de volume de cauda da empenagem vertical (*vertical-tail volume ratio*) e é denotada por V_V . Assim:

$$C_{n_F} = -V_V C_{L_F} \left(\frac{V_F}{V}\right)^2$$

A correspondente contribuição para a estabilidade direcional é dada por:

$$\frac{\partial C_{n_F}}{\partial \beta} = -V_V \left(\frac{V_F}{V}\right)^2 \frac{\partial C_{L_F}}{\partial \beta} = V_V a_F \left(\frac{V_F}{V}\right)^2 \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right)$$

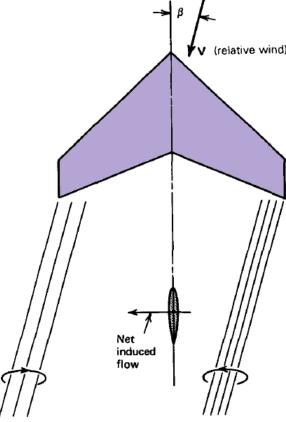


O Fator de Sidewash ∂σ/∂β

As principais partes que influenciam o sidewash são:

- ★ Fuselagem
- ★ Hélice
- **★** Asa

...e esta influência ocorre devido à força lateral associada a um voo com ângulo β não nulo.



Vortex wake of yawed wing.



Faculdade UnB Gama



A Razão de Velocidades V_E/V

Quando a empenagem vertical não está no *slipstream* da hélice, a razão V_F/V é igual à unidade. Quando a empenagem está sujeita a um slipstream, a determinação do incremento na velocidade efetiva pode ser feita de maneira análoga ao da empenagem horizontal.







http://en.wikipedia.org/wiki/Vought V-173 https://www.youtube.com/watch?v=LfpTDOAfj7Y

Efeito Magnus (Curiosidade):

https://www.youtube.com/watch?v=QIXNEefLXz8 https://www.youtube.com/watch?v=acXvl-8xrBM



Faculdade UnB Gama 💜

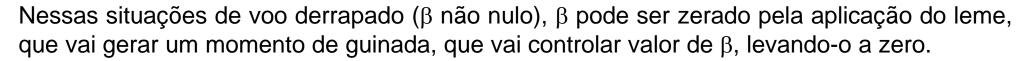


11. CONTROLE DE GUINADA

Na maioria das condições de voo é desejável manter o ângulo de derrapagem nulo. Se o avião tiver rigidez de guinada positiva (*positive yaw stiffness*), e se for simétrico, ele tenderá a voar nessa condição.

Momentos de guinada podem ser devido às seguintes causas:

- → Tração assimétrica.
- → Slipstream.
- > Escoamento assimétrico associado a voo em curva.



Outra condição que requer o uso do leme é na glissada, uma manobra muito utilizada por aviões leves para aumentar o arrasto, e, dessa forma, aumentar o ângulo de planeio.

A maior diferença entre o leme e o profundor é que para o profundor a trimagem é uma função primária. Fora isso, o tratamento dos dois comandos são similares.



Lembrando que...

$$C_{LF} = a_F (-\beta + \sigma) + a_r \delta_r$$

$$C_{nF} = -V_V C_{LF} (V_F/V)^2$$

...temos que a variação do momento de guinada com a deflexão de leme é dada por:

$$C_{n_{\delta_r}} = \frac{\partial C_n}{\partial \delta_r} = -V_V \left(\frac{V_F}{V}\right)^2 \frac{\partial C_{L_F}}{\partial \delta_r} = -a_r V_V \left(\frac{V_F}{V}\right)^2$$

Essa derivada é chamada "potência do leme". Ela deve ser grande o suficiente para manter a condição de derrapagem nula sob as condições mais extremas de tração assimétrica e voo em curva.

Faculdade UnB Gama 😗

Um outro parâmetro de importância com respeito ao controle do leme é o ângulo de derrapagem estacionário (*steady sideslip angle*) que pode ser mantido para um dado ângulo de deflexão de leme. O momento total de guinada durante uma derrapagem estacionária é:

$$C_n = C_{n\beta}\beta + C_{n\delta_r}\delta_r$$



Para um movimento estacionário, $C_n = 0$, e, portanto, essa relação é dada por:

$$\frac{\beta}{\delta_r} = -\frac{C_{n_{\delta_r}}}{C_{n_{\beta}}}$$

O momento de articulação do leme e a força nos pedais pode ser tratada de maneira similar à realizada para o profundor. Consideremos que o momento de articulação seja dado por:

$$C_{hr} = b_1 \alpha_F + b_2 \delta_r$$



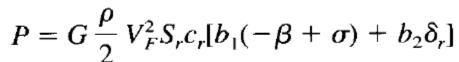
Faculdade UnB Gama



A força nos pedais é dada por:

$$P = G \frac{\rho}{2} V_F^2 S_r c_r (b_1 \alpha_F + b_2 \delta_r)$$







Onde G é o gearing do sistema de leme.

O efeito de um leme livre na estabilidade direcional é encontrada pela condição de $C_{hr} = 0$. Assim, temos:

$$\delta_{r_{
m free}} = -\,rac{b_1}{b_2}\,lpha_F$$

O coeficiente de sustentação da empenagem vertical com o leme livre é:

$$C_{L_F} = a_F(-\beta + \sigma) + a_r \delta_r \qquad \Box \qquad C'_{L_F} = a_F \alpha_F - a_r \frac{b_1}{b_2} \alpha_F = a_F \alpha_F \left(1 - \frac{a_r}{a_F} \frac{b_1}{b_2}\right)$$

O fator de controle livre para o leme tem a mesma forma que o fator de profundor livre visto anteriormente.



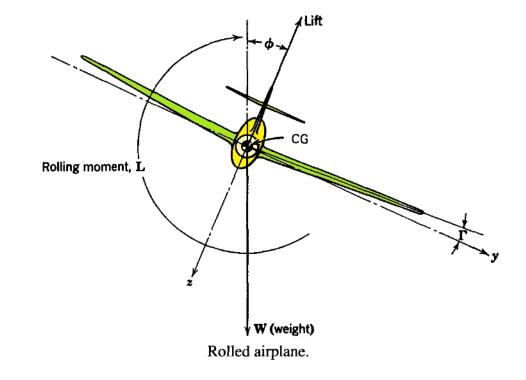


12. RIGIDEZ DE ROLAMENTO

Imagine um avião com seu movimento restrito a um grau de liberdade apenas, em torno do eixo longitudinal (eixo x).

As forças e momentos que resultam de um dado deslocamento angular ϕ têm uma natureza diferente daquelas associadas com α e β .

Se o eixo x coincide com o vetor velocidade V, não haverá qualquer variação na aerodinâmica devido à rotação ϕ . O campo aerodinâmico permanece simétrico com relação ao plano de simetria, a força aerodinâmica resultante permanece no plano de simetria e nenhuma variação ocorre nos coeficientes aerodinâmicos. A rigidez de rolamento $\partial C_l/\partial \phi = C_{l_\phi}$ é nula nesse caso.



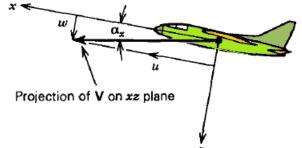




Se o eixo x não coincide com o vetor velocidade V, então uma rigidez de rolamento de segunda ordem é determinada através da derivada de estabilidade $\partial C_l/\partial \beta = C_{l_B}$

Conforme vimos no início da disciplina, vamos considerar α_x como sendo a projeção do ângulo de ataque no eixo x. Então, o vetor velocidade quando $\phi=0$ é:

$$V_{1} = \begin{bmatrix} V cos \alpha_{x} \\ 0 \\ V sen \alpha_{x} \end{bmatrix}$$



Após rolar de um ângulo ϕ em torno do eixo x, a componente x do vetor velocidade permanece inalterada. Porém, a componente z tem projeções nos novos eixos y e z. Assim, agora existe um ângulo de derrapagem β não nulo e um momento de rolamento.

O vetor velocidade no novo sistema de referência, após sofrer uma rotação φ é dado por (ver apêndice A.4 do Etkin):

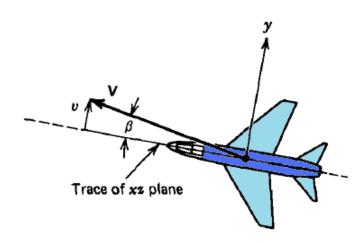
$$V_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V\cos\alpha_{x} \\ 0 \\ V\sin\alpha_{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V\cos\alpha_{x} \\ V\sin\alpha_{x}\sin\varphi \\ V\sin\alpha_{x}\cos\varphi \end{bmatrix}$$

Assim, a componente de través da velocidade é:

$$v = V sen \alpha_x sen \phi$$

... e o ângulo de derrapagem é:

$$\beta = \text{sen}^{-1}(\text{v/V}) = \text{sen}^{-1}(\text{sen}\alpha_{x} \text{sen}\phi)$$



Como resultado de um β positivo e de um usual $C_{l\beta}$ negativo, é um momento de rolamento restaurador $C_{l\beta}$ β , ou seja:

$$\Delta C_l = C_{l_\beta} \sin^{-1} (\sin \alpha_x \sin \phi)$$

Para pequenos valores de α_x , temos:

$$\Delta C_l \doteq C_{l_{\beta}} \sin^{-1} \left(\alpha_x \sin \phi \right) \doteq C_{l_{\beta}} \alpha_x \sin \phi$$

E para pequenos valores de φ temos:

$$\Delta C_l \doteq C_{l_B} \alpha_x \phi$$

Usando:

$$\Delta C_l = C_{l_B} \sin^{-1}(\sin \alpha_x \sin \phi)$$

...podemos calcular a rigidez de rolamento em torno do eixo x:

$$\frac{\partial C_l}{\partial \phi} = C_{l\beta} \frac{\sin \alpha_x \cos \phi}{(1 - \sin^2 \alpha_x \sin^2 \phi)^{1/2}}$$

Para α_x << 1 (<< 57,3 graus), temos:

$$\frac{\partial C_l}{\partial \phi} \doteq C_{l\beta} \alpha_x \cos \phi$$

E para $\phi \ll 1$, temos:

$$\frac{\partial C_l}{\partial \phi} \doteq C_{l_{\beta}} \alpha_x$$



NASA Dryden's highly-modified Active Aeroelastic Wing F/A-18A shows off its form during a 360-degree aileron roll during a research flight. http://www.nasa.gov/centers/dryden/news/FactSheets/FS-061-DFRC.html





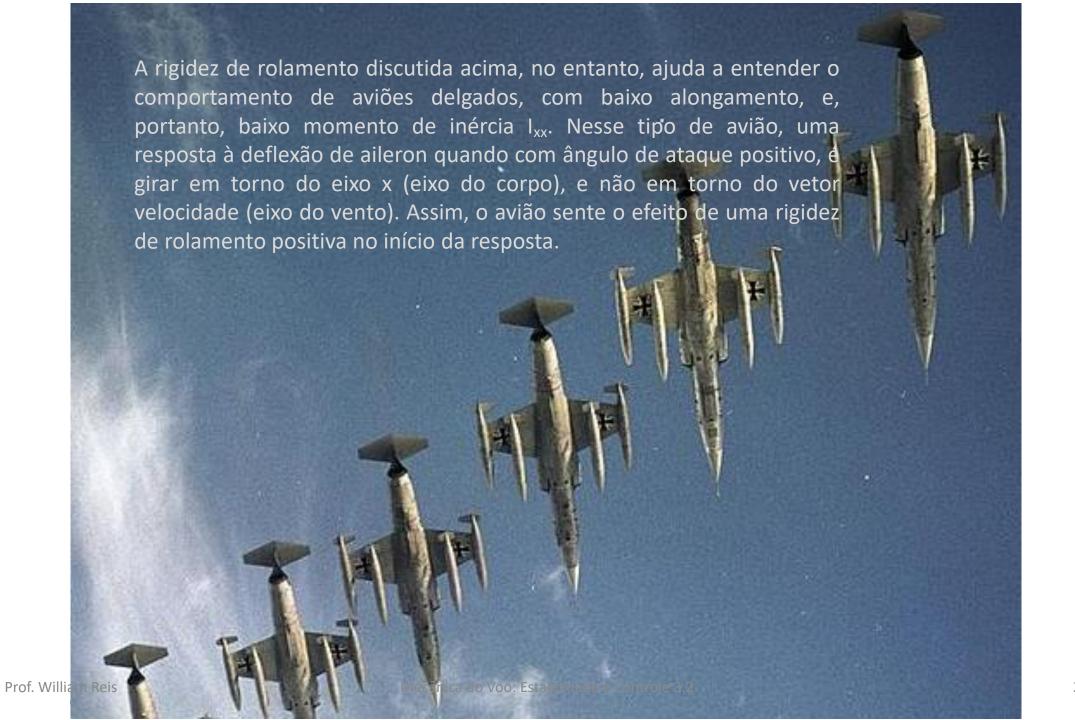
$$\frac{\partial C_l}{\partial \phi} \doteq C_{l_{\beta}} \alpha_x$$

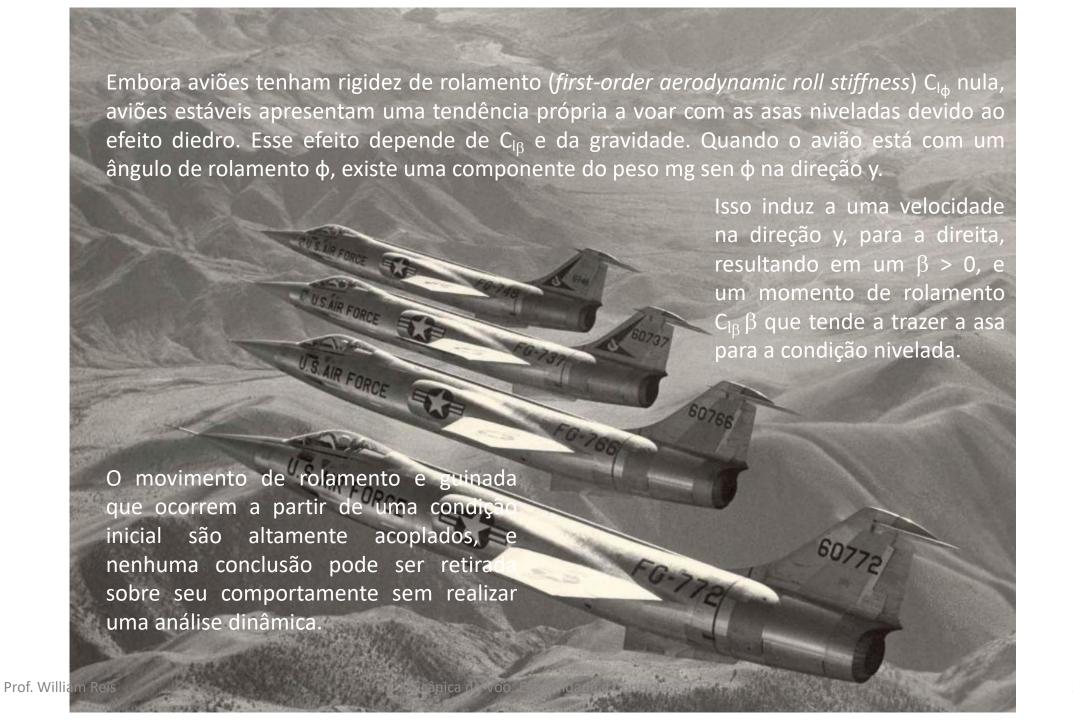
Assim, existirá uma rigidez em rolamento que se opõe ao rolamento se α_x for maior que zero, e tenderá a manter as asas niveladas.

Caso o rolamento ocorra em torno do vetor velocidade, a rigidez de rolamento é nula. Assim, o avião terá uma estabilidade em rolamento neutra.

Se α_x < 0, então o avião terá uma rigidez de rolamento negativa, e rolaria até a atitude de ϕ = 180 graus, ponto onde C_l = 0 e $C_{l\beta}$ < 0.

Conforme assumido no início dessa seção, a análise acima se aplica a um movimento restrito em torno do eixo longitudinal, apenas, ou seja, restrito a um único grau de liberdade. Se essa restrição fosse suprimida, o avião estaria livre para girar em todos os eixos. Então, o que aconteceria se ele rolasse a partir de uma atitude de asas niveladas? Ele tenderia a retornar para seu estado inicial ou não? Essa resposta só pode ser dada por meio de uma análise dinâmica completa.







Faculdade UnB Gama



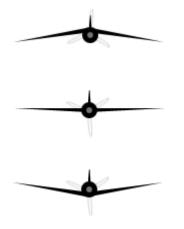
13. A DERIVADA $C_{l_{\beta}}$

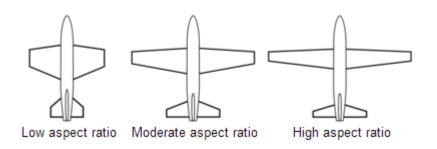
A derivada de estabilidade C_{l_B} é de fundamental importância! Nos estudos que acabamos de fazer na última seção, vimos sua relação com a rigidez de rolamento e com a tendência do avião em voar com as asas niveladas.

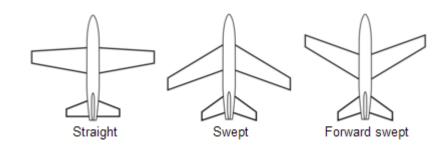
A contribuição primária ao $C_{l_{\beta}}$ vem da asa, através de:

- ★ Ângulo de diedro.
- ★ Alongamento.
- ★ Enflechamento.







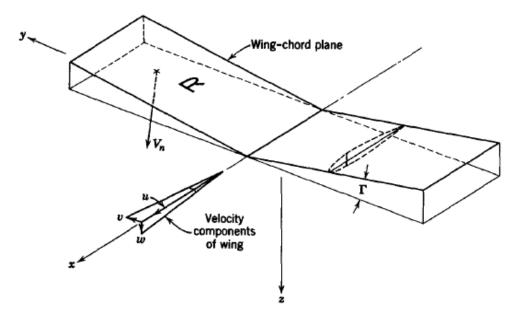


O efeito do diedro da asa é mostrado na figura abaixo. No sistema de coordenada utilizado, a componente da velocidade normal V_n da asa direita é, para pequenos ângulo de diedro:

$$V_n = w \cos \Gamma + v \sin \Gamma$$
$$\doteq w + v \Gamma$$

E para a asa esquerda é

$$w - v\Gamma$$



Dihedral effect. $V_n = \text{normal velocity of panel } R = w \cos \Gamma + v \sin \Gamma = w + v \Gamma$.

$$\Delta \alpha$$
 of R due to dihedral $=\frac{v\Gamma}{V}=\frac{V\beta\Gamma}{V}=\beta\Gamma$.



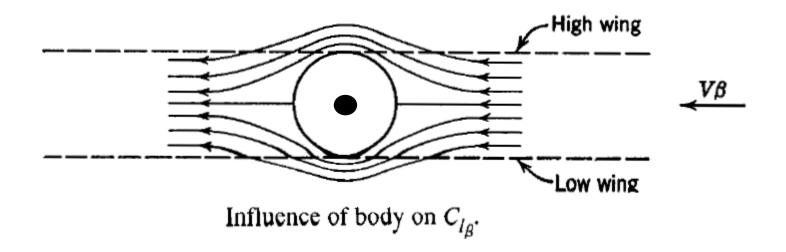


Os termos $\pm v\Gamma/V = \pm \beta\Gamma$ representam variações opostas no ângulo de ataque da asa direita e esquerda, resultando em derrapagem.

A asa levantada tem seu ângulo de ataque aumentando, resultando num aumento de sua sustentação, e vice versa. Isso resulta em um momento de rolamento aproximadamente linear em β e Γ , e, portanto, um valor fixo de $C_{l\beta}$ para um dado Γ . Essa parte de $C_{l\beta}$ é essencialmente independente do ângulo de ataque da asa enquanto não haja descolamento.

A Influência da Fuselagem em $C_{l_{\beta}}$

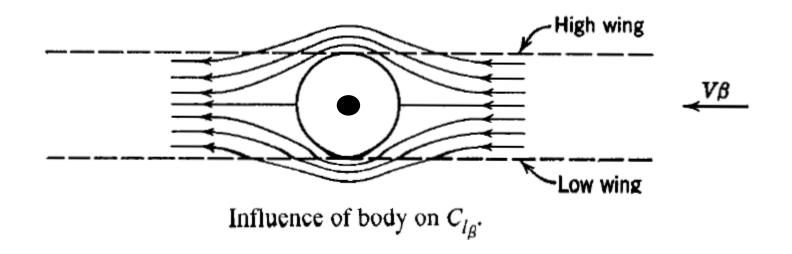
O campo de escoamento da fuselagem interage com a asa de tal maneira que ele modifica seu efeito diedro. Para melhor visualizar isso, considere um corpo cilíndrico abaixo, sob a ação de uma guinada com relação ao escoamento principal. Consideremos apenas a componente de través do escoamento, com magnitude Vβ e o padrão do escoamento que é produzido em torno do corpo.



A Influência da Fuselagem em $C_{l_{\beta}}$

Podemos observar que o corpo induz velocidades verticais que, quando combinados com o campo de velocidades do escoamento principal, altera o ângulo de ataque local da asa.

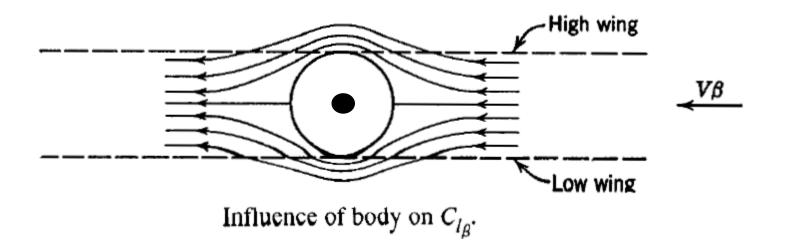
→ Quando a posição da asa é no topo do corpo (asa alta), a distribuição de ângulo de ataque é tal que produz momento de rolamento negativo, ou seja, o efeito diedro é amplificado.



A Influência da Fuselagem em C_{l8}

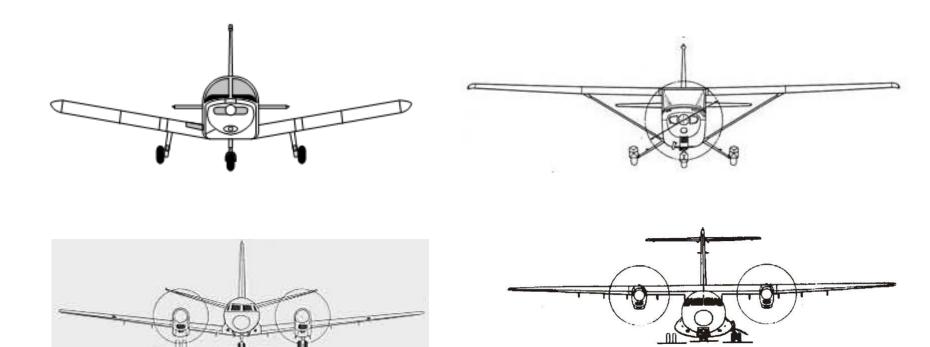
→ Quando a posição da asa é na base do corpo (asa baixa), o efeito diedro é abreviado.

A magnitude do efeito diedro depende do comprimento da fuselagem à frente da asa, da seção transversal da fuselagem, e da forma em planta e localização da asa.



A Influência da Fuselagem em $C_{l_{\beta}}$

Isso explica o porquê de aviões asas alta usualmente apresentarem menos diedro que os seus similares asas baixa.





Faculdade UnB Gama



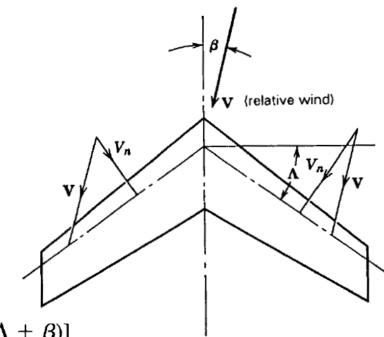
A Influência do Enflechamento em C_{la}

O enflechamento da asa é um dos parâmetros que tem muita influência no valor de C_{lg} . Considere a asa sob a ação de uma guinada, como mostrado na figura. De acordo com a simple sweep theory de Buseman-Jones, a velocidade normal V_n à linha de referência da asa (1/4 de corda para o regime subsônico, e bordo de ataque para o regime supersônico) é a velocidade que determina a sustentação.

Portanto, vemos que a sustentação na asa de boreste é maior que a sustentação da asa de bombordo, resultando em um momento de rolamento negativo. O momento de rolamento para valores de β pequenos é esperado ser proporcional à:

$$C_L[(V_n^2)_{\text{right}} - (V_n^2)_{\text{left}}] = C_L V^2 [\cos^2(\Lambda - \beta) - \cos^2(\Lambda + \beta)]$$

$$= 2C_L \beta V^2 \sin 2\Lambda$$



Dihedral effect of a swept wing.

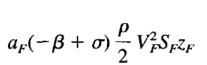
A Influência da Empenagem Vertical em C_{IR}

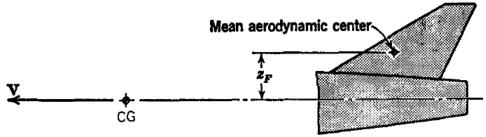
O avião quando derrapa surge uma força lateral na empenagem vertical. Quando a posição do centro aerodinâmico médio da empenagem vertical é muito deslocada com relação ao eixo de rolamento, então essa força pode produzir um momento de rolamento significante.

Para calcular o momento de rolamento, vimos que:

$$C_{LF} = a_F (-\beta + \sigma) + a_r \delta_r$$

Quando o ângulo de deflexão do leme é zero, e o momento de rolamento devido à empenagem vertical é:





Dihedral effect of the vertical tail.

Assim:

$$\Delta C_l = a_F(-\beta + \sigma) \frac{S_F z_F}{Sb} \left(\frac{V_F}{V}\right)^2$$

E, portanto:

$$\Delta C_{l_{\beta}} = -a_{F} \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \right) \frac{S_{F} z_{F}}{Sb} \left(\frac{V_{F}}{V} \right)^{2}$$



Faculdade UnB Gama

14. CONTROLE DE ROLAMENTO

O ângulo de rolamento do avião é controlado pelos ailerons.

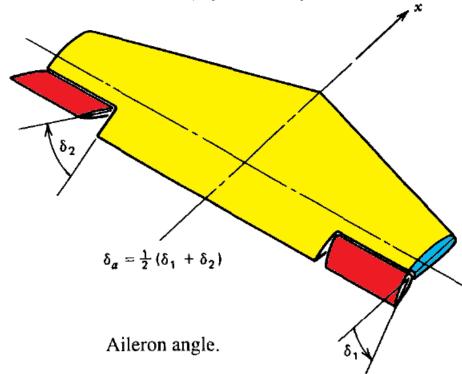
A função primária dos ailerons é produzir momento de rolamento, porém podem como

efeito secundário gerar momento de guinada.

A eficiência dos ailerons em produzir momento de rolamento e guinada é descrita pela derivadas de controle $\partial C_{\ell}/\partial \delta_a$ e $\partial C_{r}/\partial \delta_a$.

O ângulo δ_a é definido como a média do deslocamento de ambos os ailerons. É positivo quando o ailerons direito move para baixo.

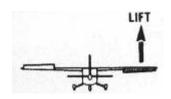
A derivada $\partial C_{\ell}/\partial \delta_a$ é normalmente é negativa, ou seja, aileron direito para baixo resulta em rolamento para a esquerda.



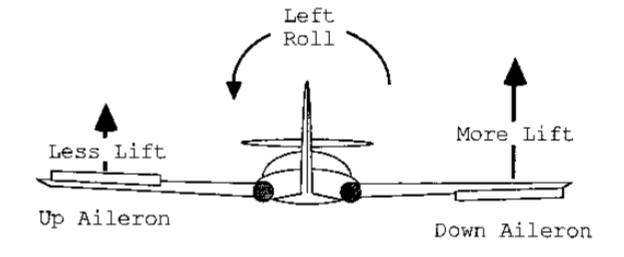


Faculdade UnB Gama 👔

Para ailerons do tipo flap simples, o aumento na sustentação na asa direita e o decréscimo de sustentação na asa esquerda produz um arrasto diferencial que gera um momento de guinada positivo (nariz para a direita).









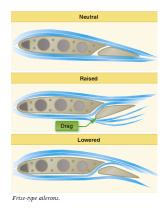


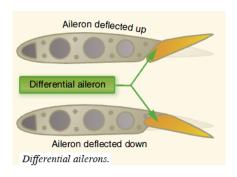


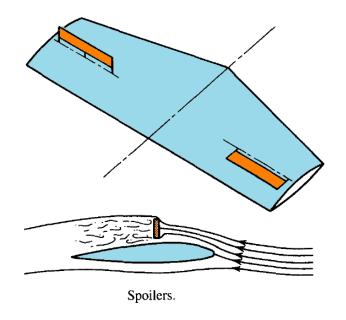
Uma vez que a razão para se mover o aileron direito para baixo é para iniciar uma curva para a esquerda, então o momento de guinada gerado ocorre na direção contrária à desejada para efetuar a curva. É a chamada guinada adversa.

Em aviões com grande alongamento, essa tendência pode resultar em dificuldades no controle lateral. Soluções para contornar esse problema incluem:

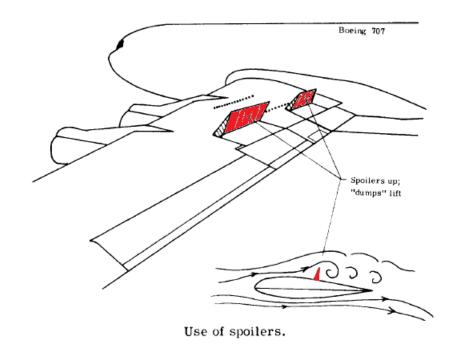
- ⇒Ailerons frise
- ⇒ Ailerons diferenciais
- ⇒ Spoilers

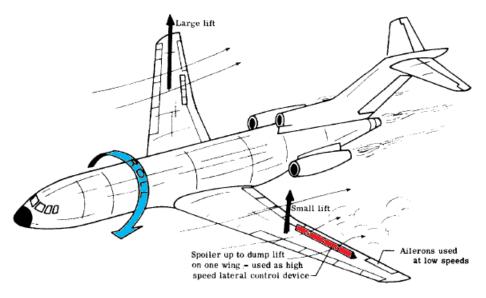












Lateral control with spoilers.

Introduction to Aerodynamics of Flight [Talay]



Com relação à utilização dos ailerons como controle, existe uma característica importante e particular desse comando de voo. Ao contrário do profundor e leme, que funcionam como controle de deslocamento (displacement controls), os ailerons funcionam como controle de razão (rate controls). Quando o avião está restrito a um movimento em um único grau de liberdade, uma deflexão de cada uma dessas superfícies causa em seu eixo relevante o seguinte:

- Profundor => Mudança em α ou θ .
- Leme => Mudança de β ou ψ.
- Aileron => Impõe um velocidade angular p = dφ/dt.

Tanto o controle por de deslocamento quanto o controle de razão são bem aceitos pelos pilotos humanos.

- VFR (Visual Flight Rules): no linguajar comum, "voo visual" (cuidado!!!!!)
- IFR (Instrument Flight Rules): o chamado "voo por instrumentos"

15. REVERSÃO DE AILERONS

O momento de rolamento total devido a deflexão dos ailerons é dado por:

$$\Delta C_I = (C_{l_{\delta_a}})_{\text{rigid}} \delta_a + k_{\overline{2}}^1 \rho V^2 \delta_a$$

Sendo a eficácia de controle dado por:

$$C_{l_{\delta_a}} = (C_{l_{\delta_a}})_{\text{rigid}} + k_2^1 \rho V^2$$

Como observado acima, $\left(C_{l_{\delta_a}}\right)_{rigid}$ é negativo, e k é positivo, caso comum. Por isso $\left|C_{l_{\delta_a}}\right|$ diminui com o aumento da velocidade, e desaparece em alguma velocidade V_R , a velocidade de reversão do aileron.

$$0 = (C_{l_{\delta_a}})_{\text{rigid}} + k\frac{1}{2}\rho V_R^2$$
$$k = -(C_{l_{\delta_a}})_{\text{rigid}}/\frac{1}{2}\rho V_R^2$$





Substituindo k em $C_{l_{\delta_a}}$

$$C_{l_{\delta_a}} = (C_{l_{\delta_a}})_{\text{rigid}} \left(1 - \frac{V^2}{V_R^2}\right)$$

Este resultado, é claro, aplica-se estritamente somente se a aerodinâmica básica não for o dependente do número de Mach, isto é, desde que a V_R esteja num valor de M sensivelmente abaixo de 1,0. De outra forma k e $\left(C_{l_{\delta_a}}\right)_{rigid}$ são ambas as funções de M, e a equação correspondente a é:

$$C_{l_{\delta_a}}(\mathbf{M}) = (C_{l_{\delta_a}})_{\text{rigid}}(\mathbf{M}) - \frac{k(\mathbf{M})}{k(\mathbf{M}_R)} (C_{l_{\delta_a}})_{\text{rigid}}(\mathbf{M}_R) \frac{V^2}{V_R^2}$$

Sendo M_R o número de Mach de reversão do aileron