ニュートンリング

24cb062h 菅原明

共同実験者:24cb077k 原口優希

測定値は 6 章にあります

1. 目的

レンズの凸面と平面ガラスとの間にできた空気の薄層の内外面で反射した光の鑑賞出できたニュートンリングと呼ばれる一群の同心円状の環を用いて凸レンズの曲率半径を求める. [1]

2. 原理

Fig. 1 のように,平面ガラスの上に平凸レンズの凸面を下向きにしてのせ,それらの間に,薄い空気層をつくる. そこに波長λの平行光線を平面ガラスに上から入射させると,平凸レンズの下面で反射した光と平面ガラスの上面で反射した光が干渉する.今,平凸レンズと平面ガラスとの間には空気の非常に薄い層があるので,入射光と反射光は平行とみなすことができる. このとき,光路差Δは空気の層の厚さdの 2 倍である.

$$\Delta = 2d \tag{1}$$

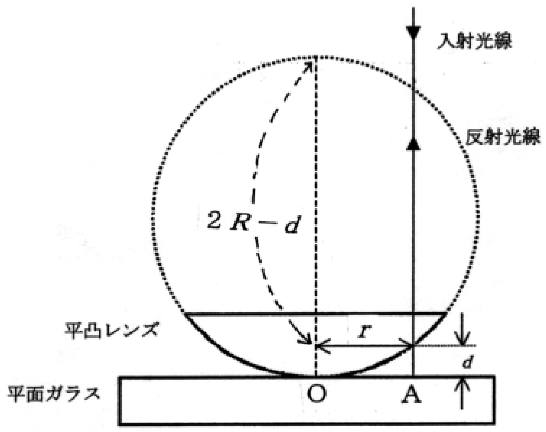

Fig. 1: 平面ガラスと平凸レンズの薄い隙間での光の干渉[1](p44)

平凸レンズの凸面の曲率半径をR,平凸レンズと平面ガラスとの接触点から光の入射点までの距離をrと置くと,

$$r^2 = (2R - d)d \sim 2Rd \tag{2}$$

となるから,光路差Δは

$$\Delta = \frac{r^2}{R} \tag{3}$$

となる.平面ガラスの上面で反射した光は,空気(疎な媒質)からガラス(みつな媒質)に向かう反射であるから,位相が反転し,光路差$\frac{\lambda}{2}$の変化を受ける. これから 2 つの反射光が強め合う条件は,mを整数として,

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \tag{4}$$

と表せる.ここからr^2は

$$r^2 = \frac{2m-1}{2}\lambda R, (m = 1, 2, 3, ...) \tag{5}$$

となる.一方,2 つの反射光が弱め合う条件は,

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \tag{6}$$

なので,r^2は

$$r^2 = m\lambda R, (m = 0, 1, 2, 3, ...) \tag{7}$$

Eq. 5 , Eq. 7 に対して,rの等しい点,はすべて同等であるから,平凸レンズと平面ガラスの接触点を中心とした環状の干渉縞が現れる. 今,中心位置を正確に特定するのは困難であるから,環の半径ではなく直径を測定する. Fig. 2 のようにm番目のの環の直径をl_mと$m+n$番目の直径l_{m+n}を測定し,それらの差を取ると,

$$l_{m+n}^2 - l_m^2 = 4n\lambda R \tag{8}$$

となる. Eq. 8 より,名環の番号mとその直径l_mの関係は次のようになる.

$$l_m^2 = 4\lambda RmC, (C = \text{定数}) \tag{9}$$

番号mと直径の 2 乗l_m^2とが線形関係にあるので,その傾きから曲率半径Rが求まる.
環の直径を 15 個計測し,最小二乗法を用いて線形の傾きをだし,凸レンズの曲率半径を求める.

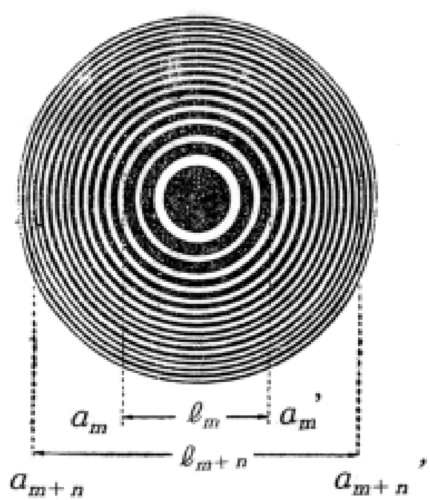

Fig. 2: ニュートンリング[1]

3. 実験方法

実験装置は Fig. 3 のようにおいた.

Fig. 3: 実験装置の配置

- ナトリウムランプをつけ,明るい光が出ているところの高さに,集光レンズ,ハーフミラーをあわせる.

ハーフミラーの角度を調整し,光をレンズ容器に垂直に入るように調整する.

- マイクロメーターを 10mm の位置になるように調整する.顕微鏡を覗き,環が 15 個以上あることを確認する.次に十字線の中心がニュートンリングのほぼ中心に合うように調整(横線が移動方向と平行になるように調整)し,ピントを合わせる.
- 顕微鏡を覗きながら,15 番目のかんの暗環に十字線の縦線が接するようにおく.このときのマイクロメーターの値を記録する.
- 一つの暗環の値を記録したら,中心方向にずらし,環番号が小さくなるように,一方向にのみ,動かす.中心を通過したとき,今度は環番号が大きくなるように動かしていく.
- 最後に,位置の読み取り誤差を求めるために,$m = 3$の環の一方の位置を 10 回測定する.

4. 結果

環番号mと環の直径の二乗l_m^2の関係は Fig. 4 となる.

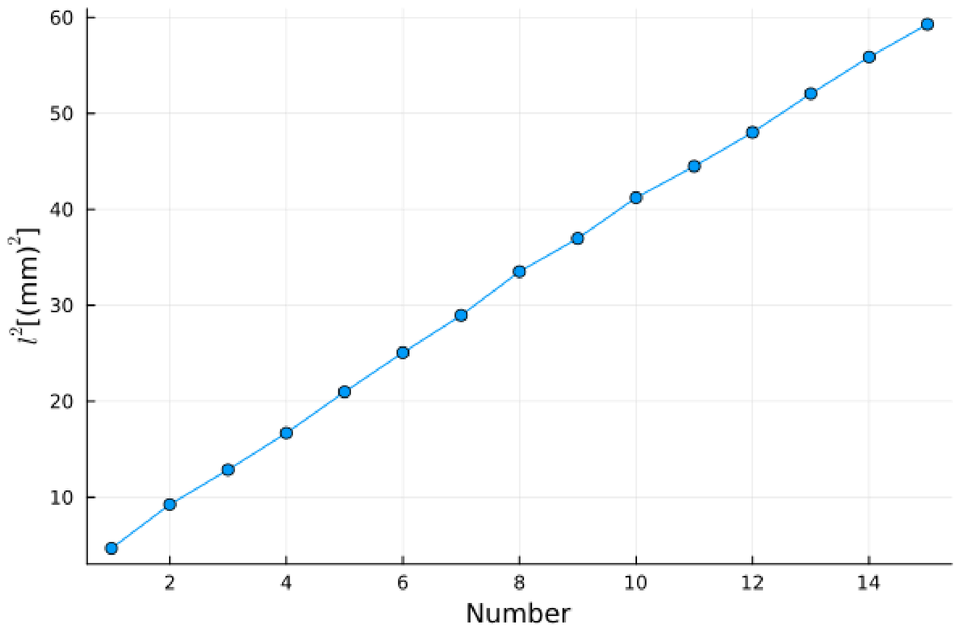

Fig. 4: 環番号とl_m^2の関係

となった.ここで最小二乗法を用いて$A = 4\lambda R$ $B = C$を求めると,

$$\begin{aligned} A = 4\lambda R = 3.96 \pm 0.00[(\text{“mm“})\hat{}2] \\ B = C = 1.00[(\text{“mm“})\hat{}2] \end{aligned} \tag{10}$$

となるので,曲率半径Rはλを定めると決まる.今ナトリウムランプの波長は

$$\lambda = 5.89 \times 10^{-4}[\text{mm}] \tag{11}$$

を用いる[2].

$$R = 1.68 \times 10^{3} \pm 1.56[\text{mm}] \tag{12}$$

が得られた.

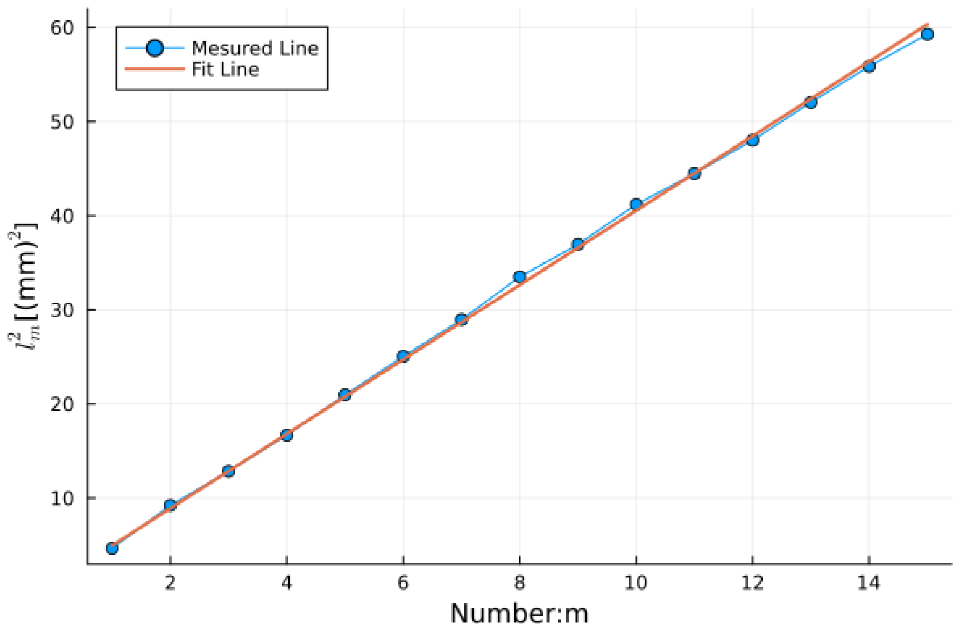

Fig. 5: 測定値と最小二乗法を用いた fit line

5. 考察

曲率半径の値の誤差は曲率半径の 0.09% の誤差が含まれてた. 環番号とσ_iの値は Table 1 に表す.

Table 1: 環番号と直径の 2 乗の誤差

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.0280	0.0395	0.0465	0.0530	0.0595	0.0650	0.0695	0.0752	0.0789	0.0833	0.0866	0.0900	0.0937	0.0970	0.100

σ_iはl_m^2に比例するので,環番号が大きくなるにつれて誤差が大きくなる.そのため,δAも大きくなる.以上のことから,δRの要因は,σ_iの環番号に比例することから発生するものである.

Table 2 において$\sigma' - \sigma$を見ると数値が大きくなっている. 正しく測定されていればσ, σ'は同程度となることから,測定が間違っている,あるいはσ, σ'の計算が間違っていることになり,誤差推定の妥当性がかなり低いものとなっている. $\sigma_i = 2\sqrt{2}\sigma_a l_i$は i 番目のデータ対する誤差であるのに対し,$\sigma_i' = |y_i - Ax - B|$は理論値と測定値の差に着目している

Table 2: σ, σ'の差の絶対値

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.32	0.28	0.066	0.19	0.13	0.27	0.19	0.79	0.28	0.57	0.11	0.54	0.47	0.61	1.2

6. 測定値

Table 3: 測定値

番号	r の右側	r の左側	l^2の値
1	11.030	8.870	4.666
2	11.489	8.450	9.236
3	11.780	8.195	12.852
4	12.025	7.940	16.687
5	12.300	7.720	20.976
6	12.502	7.495	25.070
7	12.676	7.295	28.955
8	12.890	7.101	33.513
9	13.010	6.930	36.966
10	13.175	6.755	41.216
11	13.330	6.660	44.489
12	13.475	6.545	48.025
13	13.620	6.405	52.056
14	13.790	6.315	55.876
15	13.930	6.230	59.290

Table 4: 誤差の値

番号	誤差
1	11.480
2	11.483
3	11.475
4	11.473
5	11.478
6	11.485
7	11.479
8	11.480
9	11.470
10	11.475

7. 使用したプログラム

julia のコードです.

```
```

```julia
# 最小二乗法の計算とそれを用いた直線の表示をするコードです.
# コードa けずに

using CSV
using Plots
using DataFrames
using Printf



λ = 5.89*10^(-4)

# データの読み込み

df1 = CSV.read("data/data1.csv", DataFrame, delim=" ", ignorerepeated=true)
df2 = CSV.read("data/data2.csv",DataFrame)

x = df1[:, 1] #number1~15
a_r = df1[:, 2] #r_r
a_l = df1[:,3] #r_l
err = df2[:,1] # 誤差データ（10個）

N =length(x)
N_err = length(err)

#l2

l = a_r - a_l
y = l .* l

# 標準偏差σ_a
ave_err = sum(err) / N_err
d_err = err .- ave_err
σ_a = sqrt(sum(d_err .^2) / (N_err -1))

#標準誤差σ_i
σ_i = 2 .* sqrt(2) .*σ_a .* l

σ2_i = σ_i .^2



# 最小二乗法
sum_1_σ2 = sum(1 ./ σ2_i)
sum_x_σ2 = sum(x ./ σ2_i)
sum_y_σ2 = sum(y ./ σ2_i)
sum_x2_σ2 = sum( (x .^2) ./ σ2_i)
sum_y2_σ2 = sum( (y .^2) ./ σ2_i)
sum_xy_σ2 = sum((x .* y) ./ σ2_i)

# A,Bの計算

denominator = sum_x2_σ2 * sum_1_σ2 - sum_x_σ2^2

A = (sum_xy_σ2 * sum_1_σ2 - sum_x_σ2 * sum_y_σ2) / denominator
B = (sum_x2_σ2 * sum_y_σ2 - sum_x_σ2 * sum_xy_σ2) / denominator
δA = sqrt( (sum_1_σ2) / denominator)


R = A /(4 * λ)
R_δ = δA / (4 * λ)
# σ'

sigma = y .- A .* x .- B

sig = sigma - σ_i

```

```
println("A = $A")
println("δA = $δA")
println("B = $B")
println("R = $R ± $R_δ")

open("data/data3.txt","w") do io
    println(io, "A_t = $A ± $δA")
    println(io, "B = $B")
    println(io, "R = $R")
    println(io, "R_t = $R ± $R_δ")
end
#sugukesu
open("data/data4.txt","w") do io
    println(io, "A = $A")
    println(io, "  δA = $δA  ")
    println(io, " R = $R")
    println(io, "δR = $R_δ")

    println(io, "sigma = $sigma")

end
# csvの作成
df_3 = DataFrame(x = x, σ_i = σ_i)
CSV.write("output/out_1.csv", df_3)

df_3 = DataFrame(sig = sig)
CSV.write("output/out_2.csv", df_3)

#グラフのプロット

plt = plot(
    x,y,
    xlabel="Number:m",
    ylabel="\$l_m^2\$[(mm)\$^2\$]",
    label="Mesured Line",
    marker=:circle

)
plot!(x, A .* x .+ B, label="Fit Line", lw=2)

savefig( "figures/fig.pdf")
savefig( "figures/fig.png")
```

```
num,r1,r2,l2
1,11.030,8.870,4.666
2,11.489,8.450,9.236
3,11.780,8.195,12.852
4,12.025,7.940,16.687
5,12.300,7.720,20.976
6,12.502,7.495,25.070
7,12.676,7.295,28.955
8,12.890,7.101,33.513
9,13.010,6.930,36.966
10,13.175,6.755,41.216
11,13.330,6.660,44.489
12,13.475,6.545,48.025
13,13.620,6.405,52.056
14,13.790,6.315,55.876
15,13.930,6.230,59.290
```

Listing 1: 測定した値

```
1,11.480
2,11.483
3,11.475
4,11.473
5,11.478
6,11.485
7,11.479
8,11.480
9,11.470
10,11.475
```

Listing 2: 測定した 10 回の誤差

参考文献

[1] 基礎物理実験 立教大学理学部物理学科 2025 年版. 2025.

[2] “ORD・CD の基礎.” [Online]. Available: https://www.jasco.co.jp/jpn/technique/internet-seminar/cdord/cd6.html