

Постановка задачи

В области $Q = [0; T] \times [0, 1]$ ставятся две задачи с различными начальными и краевыми условиями:

$$(27) \quad \begin{cases} \rho_0(x) = 2 + \sin(k\pi x), & x \in [0, 1], \\ u_0(x) \equiv 0, & x \in [0, 1], \\ u(t, 0) = u(t, 1) = 0, & t \in [0, T], \\ f \equiv 0, \end{cases}$$

$$(28) \quad \begin{cases} \rho_0(x) \equiv 1, & x \in [0, 1], \\ u_0(x) = \sin(k\pi x), & x \in [0, 1], \\ u(t, 0) = u(t, 1) = 0, & t \in [0, T], \\ f \equiv 0. \end{cases}$$

Натуральное число k , задающее количество колебаний начальной функции, выбиралось для численного эксперимента из диапазона от 1 до $M/10$, где $Mh = 1$.

Далее приведены таблицы со значениями нормы

$$\|(H^{n_{st}}, V^{n_{st}}) - (\tilde{H}, \tilde{V})\|_{C_h}$$

Условием выхода на стационар считалось

$$\|(H^{n_{st}}, V^{n_{st}}) - (\tilde{H}, \tilde{V})\|_{C_h} \leq 6 \cdot 10^{-3}$$

Начальные данные 28

Линейная зависимость

k	$\mu = 0.1$ $p(\rho) = 1 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.01$ $p(\rho) = 1 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.001$ $p(\rho) = 1 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.1$ $p(\rho) = 10 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.01$ $p(\rho) = 10 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.001$ $p(\rho) = 10 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.1$ $p(\rho) = 100 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.01$ $p(\rho) = 100 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.001$ $p(\rho) = 100 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$
1	9.819800	57.645300	191.948400	8.329000	42.872700	99.773400	6.045200	30.250300	99.768200
2	2.564000	17.836800	68.327600	2.116300	14.165900	38.344600	1.622700	9.175100	38.183900
3	1.130800	8.688800	36.873000	0.989200	7.228600	23.142700	0.715400	4.816900	20.955800
4	0.639600	5.263500	24.158600	0.583000	4.374200	15.936000	0.411600	3.012900	13.441800
5	0.463400	3.425100	17.328600	0.344800	2.930600	11.738100	0.269300	2.070400	9.433400
6	0.345300	2.514000	13.108300	0.236100	2.126000	9.097200	0.191100	1.508900	7.027800
7	0.377700	1.874200	10.094600	0.199500	1.596700	7.301000	0.135400	1.150400	5.438100
8	0.394900	1.475400	8.331800	0.138900	1.239300	5.993500	0.106000	0.906400	4.383300
9	0.400600	1.200400	6.741200	0.122000	0.996300	5.011600	0.083100	0.728300	3.596300
10	0.401100	0.982300	5.667600	0.106300	0.833200	4.289100	0.064900	0.604700	3.016700
$10 + \frac{1 \cdot M}{10}$	0.281300	0.041700	0.082300	0.028000	0.007700	0.071500	0.003300	0.006100	0.051200
$10 + \frac{2 \cdot M}{10}$	0.327400	0.043000	0.026000	0.032600	0.003900	0.021800	0.003200	0.002400	0.015400
$10 + \frac{3 \cdot M}{10}$	0.412400	0.050100	0.018500	0.041200	0.004800	0.011400	0.004000	0.001500	0.009100
$10 + \frac{4 \cdot M}{10}$	0.519500	0.060700	0.023000	0.052100	0.006200	0.010000	0.005200	0.003800	0.043300
$10 + \frac{5 \cdot M}{10}$	0.671900	0.076600	0.057600	0.067800	0.009100	0.026700	0.007400	0.010600	0.100300
$10 + \frac{6 \cdot M}{10}$	1.047300	0.117600	0.078900	0.105500	0.014700	0.034700	0.011900	0.023900	0.401400
$10 + \frac{7 \cdot M}{10}$	1.685600	0.186100	0.107900	0.168500	0.020900	0.048900	0.017800	0.038800	0.501600
$10 + \frac{8 \cdot M}{10}$	3.118600	0.343500	0.121500	0.312300	0.035800	0.080700	0.031700	0.046000	0.100600
$10 + \frac{9 \cdot M}{10}$	9.904200	1.098800	0.183200	0.991800	0.111900	0.135600	0.099900	0.044900	0.149300

Степенная зависимость

k	$\mu = 0.1$ $p(\rho) = \rho^{1.4}$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.01$ $p(\rho) = \rho^{1.4}$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.001$ $p(\rho) = \rho^{1.4}$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$
1	9.416000	52.105400	125.826200
2	2.499300	16.522500	53.615500
3	1.139000	8.200100	30.670700
4	0.666700	5.006000	20.887500
5	0.427200	3.332900	15.018100
6	0.298000	2.411200	11.667900
7	0.247200	1.825600	9.034700
8	0.254400	1.392300	7.481200
9	0.267900	1.141000	6.180900
10	0.273300	0.942000	5.224100
$10 + \frac{1 \cdot M}{10}$	0.200500	0.028600	0.080100
$10 + \frac{2 \cdot M}{10}$	0.233100	0.030200	0.025800
$10 + \frac{3 \cdot M}{10}$	0.293500	0.035500	0.014300
$10 + \frac{4 \cdot M}{10}$	0.370300	0.043400	0.015000
$10 + \frac{5 \cdot M}{10}$	0.480800	0.054200	0.033700
$10 + \frac{6 \cdot M}{10}$	0.739400	0.083300	0.000500
$10 + \frac{7 \cdot M}{10}$	1.209100	0.132800	0.000400
$10 + \frac{8 \cdot M}{10}$	2.229200	0.246100	0.100600
$10 + \frac{9 \cdot M}{10}$	7.073600	0.788800	0.133600

Начальные данные 27

Линейная зависимость

k	$\mu = 0.1$ $p(\rho) = 1 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.01$ $p(\rho) = 1 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.001$ $p(\rho) = 1 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.1$ $p(\rho) = 10 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.01$ $p(\rho) = 10 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.001$ $p(\rho) = 10 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.1$ $p(\rho) = 100 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.01$ $p(\rho) = 100 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.001$ $p(\rho) = 100 \cdot \rho$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$
1	4.795900	34.764600	106.767700	5.772200	36.130800	103.335700	6.384600	34.824600	0.032200
2	16.526300	94.445000	228.424000	18.141600	88.649900	169.294700	15.919100	59.229100	0.024500
3	4.814200	32.329000	100.780700	5.456600	31.861700	84.363900	5.296200	25.024200	0.039400
4	13.511000	81.447800	160.447400	16.242500	74.736800	149.751900	14.617700	46.525100	0.030800
5	3.781000	30.183200	99.155800	4.523700	30.872500	81.153300	4.905900	23.458200	0.030200
6	11.596600	78.443000	144.491700	15.075400	72.525500	115.891700	14.317500	47.012300	0.025900
7	3.272900	27.162900	98.099800	4.048800	30.222700	79.232600	4.534500	22.850900	0.023300
8	10.502400	76.442300	135.448200	14.343700	71.887100	96.551100	14.117500	47.403400	0.022300
9	2.770500	24.665600	97.567900	3.734400	29.425400	78.903700	4.253300	22.546600	0.020500
10	9.565400	74.442100	130.432600	13.490800	71.569900	100.028200	13.917200	46.899600	0.020300
$10 + \frac{1 \cdot M}{10}$	1.462400	7.452500	65.435800	4.225500	37.098200	87.359600	6.516700	37.708700	0.164700
$10 + \frac{2 \cdot M}{10}$	64.164800	7.570100	22.466600	3.677200	15.279500	77.560900	4.618500	26.809700	0.188600
$10 + \frac{3 \cdot M}{10}$	502.623500	28.456500	13.474800	45.340400	7.697700	57.022300	5.169000	21.011500	0.002500
$10 + \frac{4 \cdot M}{10}$	329.801700	15.385900	10.477600	33.199900	5.805400	45.019200	3.676700	18.114900	0.002500

Степенная зависимость

k	$\mu = 0.1$ $p(\rho) = \rho^{1.4}$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.01$ $p(\rho) = \rho^{1.4}$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$	$\mu = 0.001$ $p(\rho) = \rho^{1.4}$ $\tau = 0.0001$ $h = 0.001$
1	5.067900	33.252500	93.504500
2	17.271900	87.132600	186.082900
3	4.902000	30.490900	85.794300
4	14.327600	73.166800	147.180800
5	3.820100	29.555600	83.842600
6	12.853600	70.951400	120.548500
7	3.462300	27.809100	83.365400
8	12.111200	70.215200	109.429900
9	3.101500	26.034200	82.773700
10	10.723200	69.480700	106.484700
$10 + \frac{1 \cdot M}{10}$	1.794200	12.812900	85.818900
$10 + \frac{2 \cdot M}{10}$	34.336300	5.564500	34.971900
$10 + \frac{3 \cdot M}{10}$	263.318800	16.535700	20.971700
$10 + \frac{4 \cdot M}{10}$	179.994900	8.357700	16.548800
$10 + \frac{5 \cdot M}{10}$	4529.695800	15.056900	15.809700
$10 + \frac{6 \cdot M}{10}$	283.271200	17.217400	10.654500
$10 + \frac{7 \cdot M}{10}$	2416.262600	239.630400	25.338400

Выводы

На основе анализа результатов численного эксперимента, представленных в таблицах, можно сделать следующие выводы о времени стабилизации решения:

- **Зависимость от частоты (k):** Наблюдается обратная зависимость между волновым числом k и временем стабилизации. С увеличением частоты начальных колебаний время, необходимое для прихода системы к равновесному состоянию, уменьшается. Но при значительных значениях k время стабилизации начинает увеличиваться. Так же при начальных данных 27 время стабилизации решения при четных k больше чем при соответствующих нечетных.
- **Зависимость от вязкости (μ):** Уменьшение вязкост приводит к значительному увеличению времени стабилизации. Но при значительных значениях k увеличения вязкости приводит к ускорению стабилизации.