

1 Постановка задачи

Решается система дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho f \quad (2)$$

Для численного решения используется схема с центральными разностями $(\rho, \rho u)$ вида:

$$H_t + 0.5(V\hat{H}_{\bar{x}} + (V\hat{H})_{\bar{x}} + HV_{\bar{x}}) = 0 \quad (3)$$

$$(HV)_t + \frac{2}{3}(\hat{H}VV_{\bar{x}})_{\bar{x}} + \frac{2}{3}\hat{H}VV_{\bar{x}} + \frac{V^2}{3}\hat{H}_{\bar{x}} + p(\hat{H})_{\bar{x}} = \mu\hat{V}_{x\bar{x}} + \hat{H}_f \quad (4)$$

С граничными условиями:

$$H_{t,0} + 0.5((V\hat{H})_{x,0} + H_0V_{x,0}) - 0.5h((HV)_{x\bar{x},1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},2} + H_0(V_{x\bar{x},1}) - 0.5V_{x\bar{x},2}) = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &H_{t,M} + 0.5((V\hat{H})_{\bar{x},M} + H_MV_{\bar{x},M}) + 0.5h((HV)_{x\bar{x},M-1} \\ &- 0.5(HV)_{x\bar{x},M-2} + H_M(V_{x\bar{x},M-1}) - 0.5V_{x\bar{x},M-2}) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Расписанная схема имеет вид:

$$\frac{\tau}{4h}(V_m^n + V_{m+1}^n)H_{m+1}^{n+1} + H_m^{n+1} + \frac{\tau}{4h}(-V_m^n - V_{m-1}^n)H_{m-1}^{n+1} = H_m^n - \frac{\tau}{4h}H_m^n(V_{m+1}^n - V_{m-1}^n) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\tau}{3h}H_{m+1}^{n+1}V_{m+1}^n + \frac{\tau}{3h}H_m^{n+1}V_m^n - \frac{\mu\tau}{h^2} \right)V_{m+1}^{n+1} + (H_m^{n+1} + \frac{2\mu\tau}{h^2})V_m^{n+1} \\ &+ \left(-\frac{\tau}{3h}H_{m-1}^{n+1}V_{m-1}^n - \frac{\tau}{3h}H_m^{n+1}V_m^n - \frac{\mu\tau}{h^2} \right)V_{m-1}^{n+1} = H_m^nV_m^n - \frac{\tau}{6h}(V_m^n)^2(H_{m+1}^{n+1} - H_{m-1}^{n+1}) \\ &- \frac{\tau}{2h}(p(H_{m+1}^{n+1} - p(H_{m-1}^{n+1}))) \end{aligned} \quad (8)$$

2 Задание 1

Зададим функции давления и скорости:

$$\rho(t, x) = e^t(\cos(3\pi x) + 1.5) \quad (9)$$

$$u(t, x) = \cos(2\pi t)\sin(4\pi x) \quad (10)$$

Вычислим правые части f_0 и f исходных уравнений:

Для функции $f_0(t, x)$:

$$f_0(t, x) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}$$

где

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = e^t(\cos(3\pi x) + 1.5)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = e^t \cos(2\pi t) [4\pi \cos(3\pi x) \cos(4\pi x) - 3\pi \sin(3\pi x) \sin(4\pi x)] + 6\pi e^t \cos(2\pi t) \cos(4\pi x)$$

В случае линейной зависимости давления от плотности $p = C\rho$:

$$f_{\text{lin}}(t, x, C, \mu) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$$

где $\rho = e^t(\cos(3\pi x) + 1.5)$ и

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} &= (\cos(3\pi x) \sin(4\pi x) + 1.5 \sin(4\pi x))e^t(\cos(2\pi t) - 2\pi \sin(2\pi t)) \\ \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} &= e^t \cos^2(2\pi t) [-3\pi \sin(3\pi x) \sin^2(4\pi x) + 8\pi \sin(4\pi x) \cos(4\pi x) \cos(3\pi x)] \\ &+ 12\pi e^t \cos^2(2\pi t) \sin(4\pi x) \cos(4\pi x) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= -16\pi^2 \mu \cos(2\pi t) \sin(4\pi x) \\ \frac{\partial p}{\partial x} &= Ce^t(-3\pi) \sin(3\pi x) \end{aligned}$$

В случае степенной зависимости давления от плотности $p = \rho^\gamma$:

$$f_{\text{pow}}(t, x, \gamma, \mu) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$$

где все компоненты аналогичны линейному случаю, кроме производной давления:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \gamma [e^t(\cos(3\pi x) + 1.5)]^{\gamma-1} e^t(-3\pi) \sin(3\pi x)$$

2.1 Численные эксперименты

Измельченный шаг сетки, плотность

$\mu = 0.1, p(\rho) = 1\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	2.893845e - 01	2.915237e - 01	2.913509e - 01	2.913015e - 01	2.913385e - 01	2.913374e - 01
	8.611497e - 02	8.622999e - 02	8.623645e - 02	8.623747e - 02	8.623915e - 02	8.623975e - 02
	3.137688e + 00	3.131871e + 00	3.129518e + 00	3.128874e + 00	3.128766e + 00	3.128744e + 00
	7.407000e - 03	1.487000e - 02	2.914100e - 02	5.815800e - 02	1.157880e - 01	2.318680e - 01
0.0025	1.524219e - 01	1.543208e - 01	1.547432e - 01	1.549055e - 01	1.549308e - 01	1.549417e - 01
	4.202855e - 02	4.260850e - 02	4.275977e - 02	4.279980e - 02	4.281009e - 02	4.281264e - 02
	1.483760e + 00	1.490807e + 00	1.492612e + 00	1.493119e + 00	1.493253e + 00	1.493286e + 00
	1.476000e - 02	2.921000e - 02	5.818000e - 02	1.157410e - 01	2.311380e - 01	4.626090e - 01
0.00125	7.691631e - 02	7.913400e - 02	7.966958e - 02	7.980628e - 02	7.984871e - 02	7.985736e - 02
	2.066607e - 02	2.136305e - 02	2.156384e - 02	2.161647e - 02	2.162970e - 02	2.163300e - 02
	7.220191e - 01	7.325832e - 01	7.357691e - 01	7.366206e - 01	7.368342e - 01	7.368874e - 01
	2.937800e - 02	5.823900e - 02	1.160410e - 01	2.312140e - 01	4.619780e - 01	9.264950e - 01
0.000625	3.733308e - 02	3.972090e - 02	4.030919e - 02	4.047760e - 02	4.051570e - 02	4.052520e - 02
	9.988930e - 03	1.061650e - 02	1.083062e - 02	1.088772e - 02	1.090215e - 02	1.090576e - 02
	3.524930e - 01	3.620059e - 01	3.655893e - 01	3.665641e - 01	3.668107e - 01	3.668725e - 01
	5.863100e - 02	1.163470e - 01	2.317190e - 01	4.624440e - 01	9.230660e - 01	1.846046e + 00
0.0003125	1.710448e - 02	1.957835e - 02	2.019278e - 02	2.036015e - 02	2.039974e - 02	2.041011e - 02
	4.860735e - 03	5.194855e - 03	5.401525e - 03	5.459803e - 03	5.474727e - 03	5.478480e - 03
	1.745043e - 01	1.783389e - 01	1.817985e - 01	1.828096e - 01	1.830702e - 01	1.831359e - 01
	1.171520e - 01	2.324070e - 01	4.710840e - 01	9.240540e - 01	1.852106e + 00	3.692200e + 00
0.00015625	7.498453e - 03	9.400183e - 03	1.002532e - 02	1.018984e - 02	1.023049e - 02	1.024057e - 02
	2.823541e - 03	2.494873e - 03	2.669442e - 03	2.726722e - 03	2.741789e - 03	2.745601e - 03
	9.624038e - 02	8.738025e - 02	9.017108e - 02	9.116381e - 02	9.142896e - 02	9.149631e - 02
	2.341350e - 01	4.651290e - 01	9.357880e - 01	1.846729e + 00	3.734593e + 00	7.423286e + 00
$\mu = 0.01, p(\rho) = 1\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	4.900888e + 00	5.133649e + 00	5.604197e + 00	5.981867e + 00	2.363684e + 10	2.299583e + 09
	7.799330e - 01	7.761854e - 01	7.659045e - 01	7.751129e - 01	8.904598e + 08	1.176841e + 08
	8.058803e + 01	9.244111e + 01	1.213865e + 02	3.685580e + 02	4.015233e + 12	1.063727e + 12
	7.417000e - 03	1.463800e - 02	2.910300e - 02	5.809800e - 02	1.271220e - 01	2.331790e - 01
0.0025	1.929420e + 00	1.990965e + 00	2.006569e + 00	2.007622e + 00	2.008172e + 00	2.008361e + 00
	3.631623e - 01	3.718577e - 01	3.740268e - 01	3.745687e - 01	3.747041e - 01	3.747380e - 01
	2.510589e + 01	2.578269e + 01	2.596047e + 01	2.600609e + 01	2.601758e + 01	2.602046e + 01
	1.473900e - 02	2.951600e - 02	5.800400e - 02	1.229880e - 01	2.557010e - 01	4.616250e - 01
0.00125	8.367617e - 01	9.074929e - 01	9.228006e - 01	9.275400e - 01	9.285267e - 01	9.287728e - 01
	1.688927e - 01	1.783897e - 01	1.808039e - 01	1.814097e - 01	1.815613e - 01	1.815992e - 01
	1.022621e + 01	1.065398e + 01	1.076655e + 01	1.079507e + 01	1.080222e + 01	1.080401e + 01
	2.934500e - 02	5.819200e - 02	1.161320e - 01	2.417220e - 01	4.806590e - 01	9.331000e - 01
0.000625	3.573832e - 01	4.231343e - 01	4.396450e - 01	4.434951e - 01	4.444552e - 01	4.447130e - 01
	7.670919e - 02	8.591451e - 02	8.831782e - 02	8.892395e - 02	8.907580e - 02	8.911379e - 02
	4.531714e + 00	4.866648e + 00	4.961996e + 00	4.986508e + 00	4.992677e + 00	4.994222e + 00
	5.853700e - 02	1.161800e - 01	2.315130e - 01	4.676090e - 01	9.246050e - 01	1.860994e + 00
0.0003125	1.388926e - 01	1.970203e - 01	2.123008e - 01	2.160633e - 01	2.169896e - 01	2.172297e - 01
	3.255612e - 02	4.096086e - 02	4.331812e - 02	4.391886e - 02	4.406971e - 02	4.410746e - 02
	2.046380e + 00	2.291703e + 00	2.377804e + 00	2.400630e + 00	2.406414e + 00	2.407865e + 00
	1.279320e - 01	2.326540e - 01	4.740430e - 01	9.290540e - 01	1.858447e + 00	3.705711e + 00
0.00015625	8.227427e - 02	8.819948e - 02	1.024888e - 01	1.061607e - 01	1.070592e - 01	1.072839e - 01
	1.293381e - 02	1.887575e - 02	2.115212e - 02	2.174663e - 02	2.189661e - 02	2.193419e - 02
	9.978122e - 01	1.077601e + 00	1.154051e + 00	1.175836e + 00	1.181434e + 00	1.182842e + 00
	2.337100e - 01	4.761070e - 01	9.252340e - 01	1.852444e + 00	3.689680e + 00	7.388481e + 00

$\mu = 0.001, p(\rho) = 1\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	0.000000e + 00					
	-nan	-nan	nan	-nan	-nan	nan
	-nan	-nan	nan	-nan	-nan	nan
	1.867200e - 02	2.443300e - 02	4.807400e - 02	9.570900e - 02	1.218770e - 01	2.403440e - 01
0.0025	7.054475e + 00	0.000000e + 00				
	1.272566e + 00	nan	nan	nan	nan	nan
	3.913050e + 02	nan	nan	nan	nan	nan
	2.434300e - 02	4.807900e - 02	9.575400e - 02	1.908370e - 01	2.317490e - 01	4.713370e - 01
0.00125	2.564928e + 00	3.857608e + 00	6.197531e + 00	6.093398e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	3.803479e - 01	4.227302e - 01	6.064705e - 01	1.902754e + 00	-nan	-nan
	8.464561e + 01	1.810421e + 02	3.853700e + 02	5.101565e + 02	-nan	-nan
	4.857800e - 02	9.697500e - 02	1.914690e - 01	3.812200e - 01	4.617600e - 01	9.231580e - 01
0.000625	1.419521e + 00	2.216273e + 00	1.726352e + 00	1.039263e + 00	1.020661e + 00	0.000000e + 00
	1.741238e - 01	1.796006e - 01	1.566479e - 01	1.331874e - 01	1.377094e - 01	-nan
	3.484272e + 01	5.115149e + 01	6.773710e + 01	3.161886e + 01	3.094928e + 01	-nan
	9.678000e - 02	1.918480e - 01	3.828750e - 01	7.618870e - 01	9.278520e - 01	1.869128e + 00
0.0003125	6.877637e - 01	9.627884e - 01	9.843942e - 01	8.376073e - 01	7.923757e - 01	7.828591e - 01
	7.852395e - 02	8.556558e - 02	8.595773e - 02	8.565856e - 02	8.570666e - 02	8.572498e - 02
	1.596951e + 01	1.935555e + 01	2.256076e + 01	2.207361e + 01	2.177715e + 01	2.170835e + 01
	1.930050e - 01	3.830890e - 01	7.640110e - 01	1.524760e + 00	1.847773e + 00	3.690688e + 00
0.00015625	3.794978e - 01	4.203847e - 01	4.428989e - 01	4.227906e - 01	4.185418e - 01	4.174648e - 01
	4.937137e - 02	3.918362e - 02	4.355501e - 02	4.488731e - 02	4.523790e - 02	4.532674e - 02
	9.650137e + 00	8.248641e + 00	9.051167e + 00	9.249589e + 00	9.292250e + 00	9.302605e + 00
	3.859240e - 01	7.835370e - 01	1.534377e + 00	2.812675e + 00	3.699041e + 00	7.386080e + 00
$\mu = 0.1, p(\rho) = 10\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	3.470153e - 02	4.027325e - 02	5.609978e + 06	1.312251e + 09	2.278166e + 29	1.270990e + 101
	1.707447e - 02	1.698463e - 02	1.135779e + 06	2.292786e + 08	6.143380e + 27	4.612069e + 100
	9.329289e - 02	5.473767e - 01	1.668156e + 08	1.646350e + 10	2.803154e + 31	4.174368e + 104
	7.434000e - 03	1.483100e - 02	2.914000e - 02	5.816100e - 02	1.158330e - 01	2.315760e - 01
0.0025	1.777109e - 02	1.716100e - 02	1.701379e - 02	1.697756e - 02	1.696851e - 02	1.696625e - 02
	8.674932e - 03	8.513864e - 03	8.475284e - 03	8.465746e - 03	8.463368e - 03	8.462774e - 03
	4.809207e - 02	4.575653e - 02	4.521750e - 02	4.508570e - 02	4.505294e - 02	4.504476e - 02
	1.478900e - 02	2.927800e - 02	5.808800e - 02	1.158190e - 01	2.311240e - 01	4.626720e - 01
0.00125	9.314353e - 03	8.682180e - 03	8.533851e - 03	8.497537e - 03	8.488502e - 03	8.486244e - 03
	4.460908e - 03	4.290377e - 03	4.251016e - 03	4.241390e - 03	4.238996e - 03	4.238399e - 03
	2.575681e - 02	2.321783e - 02	2.266651e - 02	2.253454e - 02	2.250193e - 02	2.249380e - 02
	2.945500e - 02	5.836000e - 02	1.162190e - 01	2.314260e - 01	4.642230e - 01	9.255960e - 01
0.000625	5.111654e - 03	4.443472e - 03	4.292020e - 03	4.255482e - 03	4.246453e - 03	4.244198e - 03
	2.361180e - 03	2.174334e - 03	2.133745e - 03	2.124019e - 03	2.121615e - 03	2.121015e - 03
	1.487860e - 02	1.199482e - 02	1.141523e - 02	1.128166e - 02	1.124902e - 02	1.124091e - 02
	5.870700e - 02	1.256800e - 01	2.326680e - 01	4.621770e - 01	9.229790e - 01	1.854221e + 00
0.0003125	3.039179e - 03	2.328490e - 03	2.170933e - 03	2.133966e - 03	2.124906e - 03	2.122652e - 03
	1.330538e - 03	1.116735e - 03	1.073935e - 03	1.064053e - 03	1.061636e - 03	1.061035e - 03
	9.775877e - 03	6.430955e - 03	5.798238e - 03	5.660945e - 03	5.628101e - 03	5.619986e - 03
	1.176900e - 01	2.325720e - 01	4.672030e - 01	9.239240e - 01	1.846479e + 00	3.691511e + 00
0.00015625	2.022007e - 03	1.277785e - 03	1.110956e - 03	1.073117e - 03	1.064001e - 03	1.061746e - 03
	8.424085e - 04	5.907288e - 04	5.439327e - 04	5.337635e - 04	5.313269e - 04	5.307245e - 04
	7.510906e - 03	3.716549e - 03	2.997016e - 03	2.852353e - 03	2.819031e - 03	2.810890e - 03
	2.342660e - 01	4.748030e - 01	9.263840e - 01	1.848054e + 00	3.693649e + 00	7.383658e + 00

$\mu = 0.01, p(\rho) = 10\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	0.000000e + 00					
	nan	-nan	nan	nan	nan	nan
	nan	-nan	nan	nan	nan	nan
	7.439000e - 03	1.470000e - 02	2.918800e - 02	5.805700e - 02	1.160020e - 01	2.332330e - 01
0.0025	1.447342e - 02	0.000000e + 00				
	8.086155e - 03	nan	nan	nan	nan	nan
	4.273009e - 02	nan	nan	nan	nan	nan
	1.478700e - 02	2.923400e - 02	5.811500e - 02	1.244220e - 01	2.313330e - 01	4.616980e - 01
0.00125	7.618541e - 03	7.017173e - 03	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	4.144107e - 03	4.004375e - 03	nan	nan	nan	nan
	2.334309e - 02	2.020443e - 02	nan	nan	nan	nan
	3.214200e - 02	5.830400e - 02	1.164190e - 01	2.410050e - 01	4.624120e - 01	9.353200e - 01
0.000625	4.238767e - 03	3.598201e - 03	3.458471e - 03	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	2.192574e - 03	2.024360e - 03	1.993195e - 03	-nan	-nan	nan
	1.421848e - 02	1.052328e - 02	9.849092e - 03	-nan	-nan	nan
	5.868300e - 02	1.164040e - 01	2.318090e - 01	4.722120e - 01	9.238610e - 01	1.861632e + 00
0.0003125	2.573644e - 03	1.899704e - 03	1.750393e - 03	1.717285e - 03	1.709393e - 03	1.707448e - 03
	1.252290e - 03	1.036750e - 03	1.001742e - 03	9.944316e - 04	9.926978e - 04	9.922703e - 04
	1.014084e - 02	5.788703e - 03	5.019055e - 03	4.865621e - 03	4.830143e - 03	4.821461e - 03
	1.174780e - 01	2.337210e - 01	4.641840e - 01	9.349300e - 01	1.880127e + 00	3.721943e + 00
0.00015625	1.748549e - 03	1.058703e - 03	8.985621e - 04	8.637468e - 04	8.557285e - 04	8.537762e - 04
	8.280625e - 04	5.483113e - 04	5.062590e - 04	4.984515e - 04	4.966845e - 04	4.962545e - 04
	8.420904e - 03	3.537173e - 03	2.622240e - 03	2.454994e - 03	2.418613e - 03	2.409885e - 03
	2.342320e - 01	4.658310e - 01	9.261650e - 01	1.868094e + 00	3.735896e + 00	7.422385e + 00

$\mu = 0.001, p(\rho) = 10\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	0.000000e + 00					
	-nan	nan	-nan	nan	-nan	nan
	-nan	nan	-nan	nan	-nan	nan
	7.415000e - 03	1.471200e - 02	2.917400e - 02	5.801400e - 02	1.158030e - 01	2.319420e - 01
0.0025	0.000000e + 00					
	nan	-nan	-nan	-nan	nan	-nan
	nan	-nan	-nan	-nan	nan	-nan
	1.478000e - 02	2.922900e - 02	5.809700e - 02	1.169840e - 01	2.311160e - 01	4.629510e - 01
0.00125	0.000000e + 00					
	-nan	nan	-nan	nan	-nan	-nan
	-nan	nan	-nan	nan	-nan	-nan
	2.987100e - 02	5.827000e - 02	1.159390e - 01	2.419660e - 01	4.621510e - 01	9.237800e - 01
0.000625	4.804786e - 03	0.000000e + 00				
	2.244008e - 03	-nan	nan	-nan	-nan	nan
	1.552917e - 02	-nan	nan	-nan	-nan	nan
	5.870300e - 02	1.164210e - 01	2.322940e - 01	4.629840e - 01	9.238000e - 01	1.855162e + 00
0.0003125	2.989562e - 03	2.095558e - 03	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	1.303740e - 03	1.054842e - 03	-nan	-nan	nan	-nan
	1.149007e - 02	6.072177e - 03	-nan	-nan	nan	-nan
	1.175890e - 01	2.324700e - 01	4.636670e - 01	9.242390e - 01	1.847257e + 00	3.695794e + 00
0.00015625	2.087142e - 03	1.186917e - 03	9.794936e - 04	9.309543e - 04	4.063144e + 00	0.000000e + 00
	8.908657e - 04	5.604874e - 04	5.146432e - 04	5.073829e - 04	2.123764e + 00	-nan
	9.827234e - 03	3.797889e - 03	2.719082e - 03	4.829216e - 02	4.842522e + 02	-nan
	2.346110e - 01	4.654460e - 01	9.268990e - 01	1.847471e + 00	3.695550e + 00	7.389896e + 00

$\mu = 0.1, p(\rho) = 100\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	0.000000e + 00					
	-nan	nan	nan	-nan	-nan	nan
	-nan	nan	nan	-nan	-nan	nan
	7.429000e - 03	1.467000e - 02	2.915400e - 02	5.800300e - 02	1.158500e - 01	2.314530e - 01
0.0025	0.000000e + 00					
	nan	-nan	nan	nan	nan	-nan
	nan	-nan	nan	nan	nan	-nan
	1.476100e - 02	2.927700e - 02	5.808600e - 02	1.159690e - 01	2.311340e - 01	4.622800e - 01
0.00125	8.204304e + 00	0.000000e + 00				
	2.358930e + 00	nan	nan	-nan	-nan	nan
	4.319501e + 02	nan	nan	-nan	-nan	nan
	2.939800e - 02	5.825500e - 02	1.160600e - 01	2.315200e - 01	4.621620e - 01	9.234320e - 01
0.000625	3.926593e - 03	4.352413e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	2.231145e - 03	3.236816e - 01	nan	nan	nan	-nan
	1.349392e - 02	1.420743e + 02	nan	nan	nan	-nan
	5.864200e - 02	1.163990e - 01	2.317330e - 01	4.619150e - 01	9.275290e - 01	1.845479e + 00
0.0003125	2.461054e - 03	1.714661e - 03	1.529123e - 03	1.482896e - 03	1.471353e - 03	1.468469e - 03
	1.316312e - 03	1.031651e - 03	9.783640e - 04	9.665211e - 04	9.636590e - 04	9.629497e - 04
	9.633628e - 03	5.335081e - 03	4.310425e - 03	4.061458e - 03	3.999812e - 03	3.984441e - 03
	1.171160e - 01	2.326350e - 01	4.630930e - 01	9.239220e - 01	1.845893e + 00	3.702063e + 00
0.00015625	1.728140e - 03	9.813768e - 04	7.954354e - 04	7.491536e - 04	7.376099e - 04	7.347257e - 04
	8.971344e - 04	5.577447e - 04	4.975614e - 04	4.852107e - 04	4.823159e - 04	4.816046e - 04
	7.748414e - 03	3.371825e - 03	2.323685e - 03	2.072023e - 03	2.010185e - 03	1.994804e - 03
	2.361940e - 01	4.647520e - 01	9.261820e - 01	1.848197e + 00	3.691257e + 00	7.378840e + 00
$\mu = 0.01, p(\rho) = 100\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	0.000000e + 00					
	-nan	-nan	-nan	nan	-nan	-nan
	-nan	-nan	-nan	nan	-nan	-nan
	1.678600e - 02	1.472000e - 02	3.843300e - 02	5.802500e - 02	1.250840e - 01	2.317480e - 01
0.0025	0.000000e + 00					
	nan	nan	nan	-nan	-nan	-nan
	nan	nan	nan	-nan	-nan	-nan
	1.476500e - 02	2.920600e - 02	6.833100e - 02	1.253970e - 01	2.317490e - 01	4.619390e - 01
0.00125	0.000000e + 00					
	nan	-nan	-nan	nan	nan	nan
	nan	-nan	-nan	nan	nan	nan
	2.938900e - 02	5.825900e - 02	1.160580e - 01	2.312040e - 01	4.625210e - 01	9.251190e - 01
0.000625	3.875203e - 03	0.000000e + 00				
	2.219355e - 03	-nan	nan	-nan	-nan	-nan
	1.329300e - 02	-nan	nan	-nan	-nan	-nan
	5.860400e - 02	1.163060e - 01	2.319200e - 01	4.625050e - 01	9.242360e - 01	1.847788e + 00
0.0003125	2.417445e - 03	1.707263e - 03	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	1.306728e - 03	1.029704e - 03	nan	-nan	nan	nan
	9.494630e - 03	5.296081e - 03	nan	-nan	nan	nan
	1.171230e - 01	2.325260e - 01	4.735570e - 01	9.242640e - 01	1.847724e + 00	3.701977e + 00
0.00015625	1.687110e - 03	9.719095e - 04	7.957610e - 04	8.344639e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	8.879987e - 04	5.558151e - 04	4.971985e - 04	2.806930e + 00	nan	nan
	7.633719e - 03	3.338353e - 03	2.315496e - 03	3.998717e + 03	nan	nan
	2.343890e - 01	4.650250e - 01	9.262090e - 01	1.849222e + 00	3.695493e + 00	7.387029e + 00

$\mu = 0.001, p(\rho) = 100\rho$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	0.000000e + 00					
	-nan	-nan	-nan	nan	nan	nan
	-nan	-nan	-nan	nan	nan	nan
	7.449000e - 03	1.469300e - 02	2.923800e - 02	5.807400e - 02	1.162890e - 01	2.408650e - 01
0.0025	0.000000e + 00					
	nan	nan	-nan	nan	nan	-nan
	nan	nan	-nan	nan	nan	-nan
	1.474600e - 02	2.925700e - 02	5.809300e - 02	1.163280e - 01	2.313050e - 01	4.620320e - 01
0.00125	0.000000e + 00					
	-nan	-nan	-nan	-nan	-nan	-nan
	-nan	-nan	-nan	-nan	-nan	-nan
	2.939900e - 02	5.829500e - 02	1.160300e - 01	2.312500e - 01	4.622240e - 01	9.230520e - 01
0.000625	0.000000e + 00					
	nan	nan	-nan	nan	-nan	nan
	nan	nan	-nan	nan	-nan	nan
	5.864900e - 02	1.216810e - 01	2.320680e - 01	4.625580e - 01	9.257180e - 01	1.845128e + 00
0.0003125	0.000000e + 00					
	-nan	-nan	nan	nan	-nan	-nan
	-nan	-nan	nan	nan	-nan	-nan
	1.172640e - 01	2.328580e - 01	4.637990e - 01	9.243740e - 01	1.859363e + 00	3.698847e + 00
0.00015625	1.641701e - 03	0.000000e + 00				
	8.844172e - 04	nan	nan	nan	-nan	nan
	7.643047e - 03	nan	nan	nan	-nan	nan
	2.343140e - 01	4.685050e - 01	9.270240e - 01	1.849776e + 00	3.693884e + 00	7.389611e + 00
$\mu = 0.1, p(\rho) = \rho^{1.4}$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	1.706045e - 01	1.695805e - 01	1.693242e - 01	1.692604e - 01	1.692473e - 01	1.692432e - 01
	7.077821e - 02	7.043296e - 02	7.034590e - 02	7.032429e - 02	7.031900e - 02	7.031769e - 02
	1.296421e + 00	1.287694e + 00	1.285382e + 00	1.284789e + 00	1.284648e + 00	1.284614e + 00
	9.653000e - 03	1.919000e - 02	3.814700e - 02	7.587800e - 02	1.515670e - 01	3.025240e - 01
0.0025	8.457763e - 02	8.351026e - 02	8.324401e - 02	8.317756e - 02	8.316295e - 02	8.315886e - 02
	3.529897e - 02	3.494365e - 02	3.485697e - 02	3.483581e - 02	3.483063e - 02	3.482933e - 02
	6.388418e - 01	6.297914e - 01	6.275862e - 01	6.270476e - 01	6.269165e - 01	6.268839e - 01
	1.925800e - 02	3.815900e - 02	7.616900e - 02	1.519610e - 01	3.024310e - 01	6.041500e - 01
0.00125	4.257291e - 02	4.144679e - 02	4.119084e - 02	4.112669e - 02	4.111053e - 02	4.110650e - 02
	1.779484e - 02	1.742509e - 02	1.733935e - 02	1.731859e - 02	1.731348e - 02	1.731220e - 02
	3.217010e - 01	3.121911e - 01	3.100425e - 01	3.095263e - 01	3.093995e - 01	3.093679e - 01
	3.828100e - 02	7.645000e - 02	1.517220e - 01	3.126680e - 01	6.042710e - 01	1.207063e + 00
0.000625	2.210761e - 02	2.077249e - 02	2.050818e - 02	2.044370e - 02	2.042758e - 02	2.042355e - 02
	9.146072e - 03	8.742080e - 03	8.655232e - 03	8.634570e - 03	8.629485e - 03	8.628218e - 03
	1.671480e - 01	1.564907e - 01	1.543099e - 01	1.538001e - 01	1.536753e - 01	1.536443e - 01
	7.670700e - 02	1.521230e - 01	3.031910e - 01	6.108930e - 01	1.217862e + 00	2.412986e + 00
0.0003125	1.220562e - 02	1.054251e - 02	1.026370e - 02	1.019846e - 02	1.018244e - 02	1.017842e - 02
	4.896447e - 03	4.425231e - 03	4.334201e - 03	4.313348e - 03	4.308263e - 03	4.307000e - 03
	9.239549e - 02	7.955691e - 02	7.723327e - 02	7.671819e - 02	7.659387e - 02	7.656305e - 02
	1.527590e - 01	3.038470e - 01	6.063870e - 01	1.218437e + 00	2.428881e + 00	4.825812e + 00
0.00015625	7.265290e - 03	5.511580e - 03	5.167952e - 03	5.101333e - 03	5.085185e - 03	5.081202e - 03
	2.862024e - 03	2.279748e - 03	2.179642e - 03	2.158221e - 03	2.153107e - 03	2.151843e - 03
	5.766995e - 02	4.154228e - 02	3.891035e - 02	3.837610e - 02	3.825096e - 02	3.822020e - 02
	3.060650e - 01	6.077000e - 01	1.211955e + 00	2.428425e + 00	4.836315e + 00	9.653870e + 00

$\mu = 0.01, p(\rho) = \rho^{1.4}$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	2.044482e - 01	0.000000e + 00				
	7.467224e - 02	nan	nan	nan	nan	nan
	1.946596e + 00	nan	nan	nan	nan	nan
	9.635000e - 03	2.819300e - 02	3.620100e - 02	7.167000e - 02	1.427330e - 01	2.853330e - 01
0.0025	7.794318e - 02	7.704660e - 02	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	3.414842e - 02	3.378200e - 02	-nan	nan	-nan	-nan
	7.570298e - 01	7.418792e - 01	-nan	nan	-nan	-nan
	2.915900e - 02	4.877900e - 02	7.516800e - 02	1.488110e - 01	2.940430e - 01	5.965210e - 01
0.00125	3.626583e - 02	3.592626e - 02	3.606035e - 02	3.609067e - 02	3.609859e - 02	3.610112e - 02
	1.655812e - 02	1.621748e - 02	1.615747e - 02	1.614402e - 02	1.614076e - 02	1.613995e - 02
	3.570426e - 01	3.450495e - 01	3.431007e - 01	3.426782e - 01	3.425766e - 01	3.429257e - 01
	3.829500e - 02	7.656800e - 02	1.616030e - 01	3.076930e - 01	6.117060e - 01	1.215711e + 00
0.000625	1.820844e - 02	1.734556e - 02	1.744792e - 02	1.748683e - 02	1.749701e - 02	1.749958e - 02
	8.406248e - 03	7.979580e - 03	7.921240e - 03	7.909751e - 03	7.907073e - 03	7.906415e - 03
	1.821730e - 01	1.675986e - 01	1.658908e - 01	1.655887e - 01	1.655209e - 01	1.655045e - 01
	8.487800e - 02	1.520680e - 01	3.124030e - 01	6.141140e - 01	1.219736e + 00	2.412807e + 00
0.0003125	1.016166e - 02	8.542526e - 03	8.571057e - 03	8.606491e - 03	8.616719e - 03	8.619327e - 03
	4.629786e - 03	3.998062e - 03	3.928132e - 03	3.916765e - 03	3.914311e - 03	3.913721e - 03
	1.055329e - 01	8.382995e - 02	8.174155e - 02	8.146274e - 02	8.140845e - 02	8.139584e - 02
	1.620620e - 01	3.139090e - 01	6.063460e - 01	1.209040e + 00	2.415086e + 00	4.823369e + 00
0.00015625	6.932529e - 03	4.341762e - 03	4.237283e - 03	4.264879e - 03	4.274843e - 03	4.277615e - 03
	3.009020e - 03	2.061902e - 03	1.963085e - 03	1.950225e - 03	1.947780e - 03	1.947217e - 03
	7.542591e - 02	4.393059e - 02	4.076177e - 02	4.043259e - 02	4.038083e - 02	4.036981e - 02
	3.052210e - 01	6.081100e - 01	1.212473e + 00	2.418077e + 00	4.828728e + 00	9.648475e + 00
$\mu = 0.001, p(\rho) = \rho^{1.4}$						
$\tau \setminus h$	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625
0.005	0.000000e + 00					
	-nan	nan	nan	nan	nan	nan
	-nan	nan	nan	nan	nan	nan
	1.967600e - 02	1.807600e - 02	3.566100e - 02	7.094300e - 02	1.413970e - 01	2.818480e - 01
0.0025	0.000000e + 00					
	nan	nan	nan	nan	nan	nan
	nan	nan	nan	nan	nan	nan
	1.885800e - 02	3.699900e - 02	7.102900e - 02	1.410750e - 01	2.812710e - 01	5.619000e - 01
0.00125	7.983929e - 02	0.000000e + 00				
	2.342631e - 02	-nan	nan	nan	nan	nan
	5.068147e + 00	-nan	nan	nan	nan	nan
	4.740000e - 02	7.542100e - 02	1.500660e - 01	2.820150e - 01	5.613340e - 01	1.121492e + 00
0.000625	2.201153e - 02	1.687576e - 02	1.686784e - 02	0.000000e + 00	0.000000e + 00	0.000000e + 00
	8.655093e - 03	7.970136e - 03	7.975823e - 03	nan	nan	nan
	4.381088e - 01	1.950966e - 01	1.948290e - 01	nan	nan	nan
	8.666200e - 02	1.520430e - 01	3.037280e - 01	6.023120e - 01	1.165194e + 00	2.242980e + 00
0.0003125	1.251618e - 02	8.661415e - 03	8.202228e - 03	8.341972e - 03	1.700649e + 00	5.168797e + 00
	5.092691e - 03	3.943722e - 03	3.906231e - 03	3.914970e - 03	3.232768e - 01	1.394496e + 00
	1.776548e - 01	9.670960e - 02	9.440672e - 02	9.458416e - 02	3.165305e + 02	4.645061e + 03
	1.527140e - 01	3.038850e - 01	6.059600e - 01	1.210741e + 00	2.415941e + 00	4.826810e + 00
0.00015625	1.066272e - 02	4.914564e - 03	4.004981e - 03	4.111847e - 03	4.150815e - 03	4.161059e - 03
	3.871962e - 03	2.056291e - 03	1.933495e - 03	1.937061e - 03	1.940142e - 03	1.941048e - 03
	1.270728e - 01	5.176541e - 02	4.664213e - 02	4.659634e - 02	4.666816e - 02	4.669131e - 02
	3.054590e - 01	6.078590e - 01	1.211678e + 00	2.419923e + 00	4.831023e + 00	9.660136e + 00

Вложенная сетка, плотность

$\mu = 0.1, p(\rho) = 1\rho$		
	tau=h=0.01	tau=h=0.001
$h - h^1$	5.223002e - 01	3.166982e - 02
	1.350436e - 01	8.600421e - 03
	5.334825e + 00	2.949122e - 01
$h - h^2$	6.128827e - 01	4.780349e - 02
	1.743737e - 01	1.294066e - 02
	6.692537e + 00	4.414830e - 01
$h - h^3$	6.404276e - 01	5.594455e - 02
	1.893355e - 01	1.512291e - 02
	7.216256e + 00	5.146063e - 01
$h - \rho$	6.525722e - 01	6.413494e - 02
	2.022396e - 01	1.731402e - 02
	7.680877e + 00	5.876434e - 01

$\mu = 0.01, p(\rho) = 1\rho$		
	tau=h=0.01	tau=h=0.001
$h - h^1$	6.002904e + 00	3.913667e - 01
	1.303480e + 00	7.384558e - 02
	1.736705e + 02	4.606453e + 00
$h - h^2$	5.342923e + 00	5.661443e - 01
	1.448873e + 00	1.092706e - 01
	1.683045e + 02	6.571359e + 00
$h - h^3$	5.475949e + 00	6.485901e - 01
	1.494066e + 00	1.266163e - 01
	1.646203e + 02	7.480678e + 00
$h - \rho$	5.780942e + 00	7.270385e - 01
	1.548715e + 00	1.437217e - 01
	1.641333e + 02	8.345515e + 00
$\mu = 0.1, p(\rho) = 10\rho$		
	tau=h=0.01	tau=h=0.001
$h - h^1$	0.000000e + 00	3.417283e - 03
	-nan	1.700900e - 03
	-nan	9.083366e - 03
$h - h^2$	0.000000e + 00	5.120371e - 03
	-nan	2.550624e - 03
	-nan	1.359994e - 02
$h - h^3$	0.000000e + 00	5.970523e - 03
	-nan	2.975303e - 03
	-nan	1.585202e - 02
$h - \rho$	0.000000e + 00	6.819746e - 03
	-nan	3.399861e - 03
	-nan	1.810001e - 02
$\mu = 0.1, p(\rho) = \rho^{1,4}$		
	tau=h=0.01	tau=h=0.001
$h - h^1$	1.810754e - 01	1.653108e - 02
	7.431081e - 02	6.948234e - 03
	1.464890e + 00	1.244371e - 01
$h - h^2$	2.661235e - 01	2.472064e - 02
	1.096692e - 01	1.040477e - 02
	2.116489e + 00	1.860476e - 01
$h - h^3$	3.056367e - 01	2.879527e - 02
	1.268425e - 01	1.212853e - 02
	2.423717e + 00	2.167010e - 01
$h - \rho$	3.458994e - 01	3.285604e - 02
	1.436457e - 01	1.384925e - 02
	2.718655e + 00	2.472530e - 01
$\mu = 0.01, p(\rho) = \rho^{1,4}$		
	tau=h=0.01	tau=h=0.001
$h - h^1$	0.000000e + 00	1.460322e - 02
	nan	6.516847e - 03
	nan	1.391208e - 01
$h - h^2$	0.000000e + 00	2.162859e - 02
	nan	9.692793e - 03
	nan	2.057426e - 01
$h - h^3$	0.000000e + 00	2.507996e - 02
	nan	1.126091e - 02
	nan	2.383676e - 01
$h - \rho$	0.000000e + 00	2.849158e - 02
	nan	1.281607e - 02
	nan	2.705524e - 01

Выводы

На основе анализа таблиц с нормами разности точного решения и численного, можно сделать вывод о том, что сходимость имеет порядок $O(\tau + h^2)$. Так же сходимость является условной и имеет вид $\tau \leq \gamma * h$, где коэффициент γ прямо пропорционален μ и обратно пропорционален C