



Estudio de métodos de determinación de número óptimo de componentes independientes en señales multicanal

Master en Ingeniería de Sistemas y Control

Trabajo Fin de Máster

Alumno:

Daniel Mercader Rodríguez

Directores:

Raquel Dormido

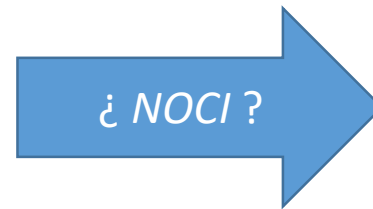
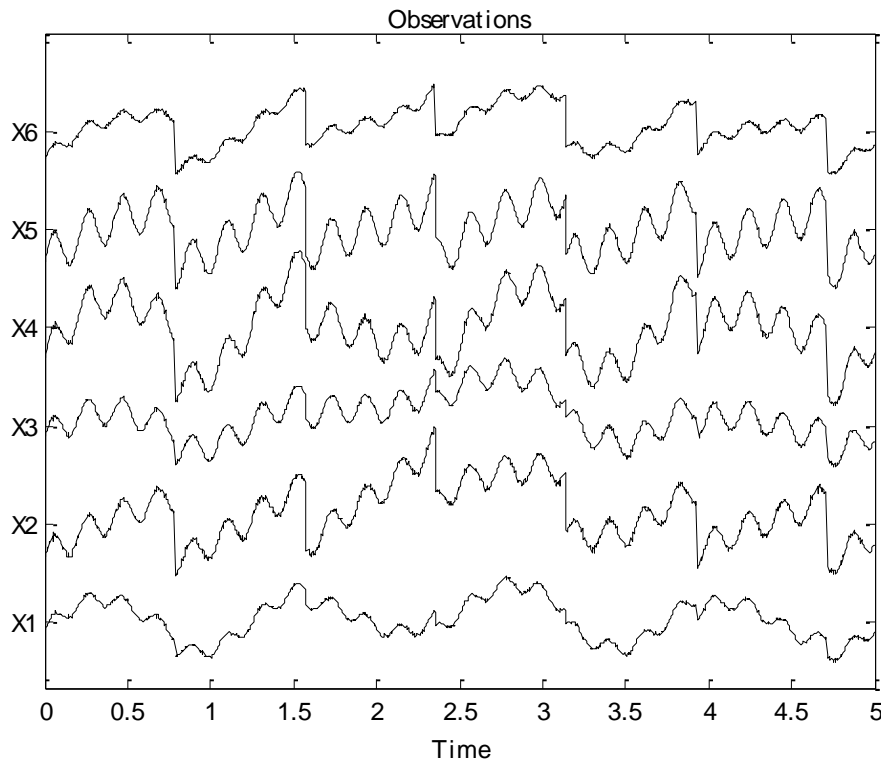
Natividad Duro

Angel Mur

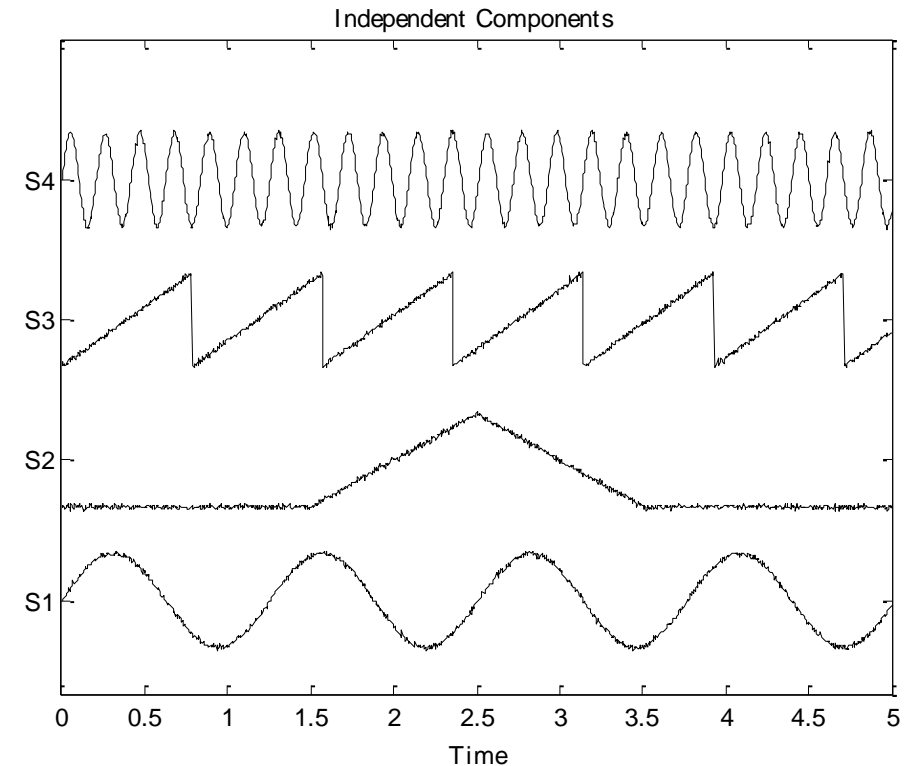
Número Óptimo de Componentes Independientes (*NOCI*)



[Bouweresse and Rutledge, 2016]



**¿Cuántas señales
independientes
pueden extraerse
de este conjunto
de señales?**



- Existen métodos para determinar el *NOCI* únicamente a partir de las observaciones.
- No se requiere conocimiento previo sobre Componentes Independientes subyacentes.

Número Óptimo de Componentes Independientes (NOCI)



[Bouveresse and Rutledge, 2016]

[Mur et al., 2017]

Métodos de determinación del NOCI:

- *Criterio de Durbin-Watson.*
- *Método 'ICA by blocks' – 'Random ICA by blocks'.*
- *Método 'RV ICA by blocks'.*
- *Método basado en Análisis de Componentes Principales (PCA).*
- *Método de Correlación Lineal entre Componentes (LCC)*

Objetivos del Trabajo Fin de Máster:

- *Analizar los métodos presentados.*
- *Implementar los métodos en MATLAB.*
- *Comprobar el funcionamiento sobre algunos conjuntos de señales de prueba.*

Fruto del trabajo de este proyecto he podido participar como coautor en el artículo indexado: [Mur et al., 2017]

Criterio de Durbin-Watson



[Bouweresse et al., 2012]

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

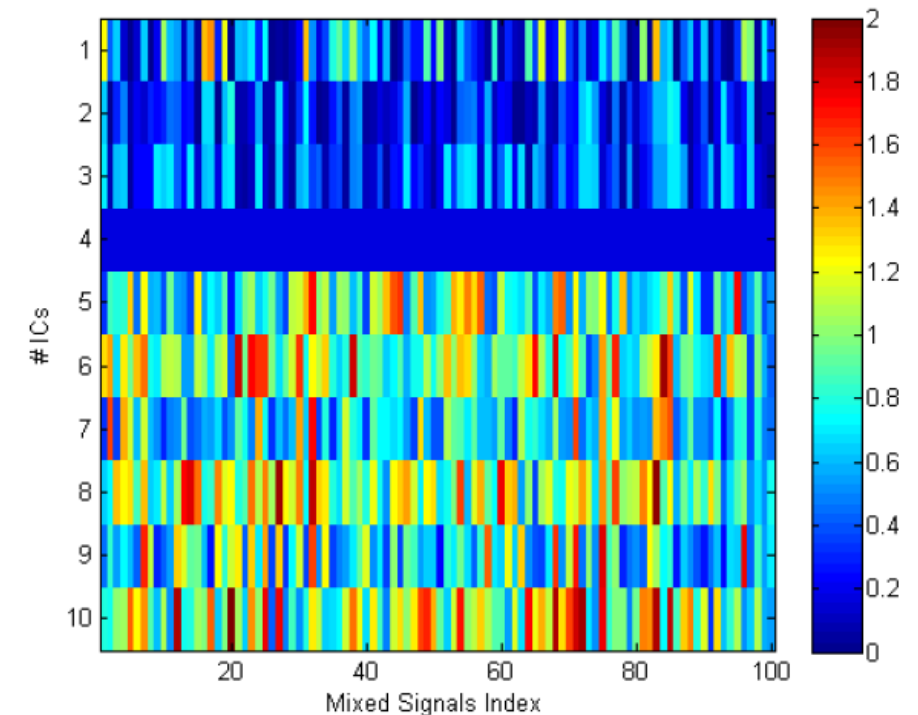
$DW \in [0,2]$

Próximo a 0 -> Señal con estructura/información.

Próximo a 2 -> Señal sin estructura/ruido.

- Se computan *maxICs* modelos *ICA*
- Para cada modelo:
 - Se estima una aproximación de la matriz original \mathbf{X} . La matriz estimada en el modelo con *k-CIs* se denotará como \mathbf{X}_k .
 - Las matrices residuales \mathbf{R}_k se computan mediante $\mathbf{R}_k = \mathbf{X} - \mathbf{X}_k$.
 - Para cada fila de \mathbf{R}_k , correspondiente a la señal residual se calcula el *DW*.

Si el *DW* se aproxima a 0, entonces todavía hay cierta estructura en la señal residual. Si el *DW* empieza a crecer, significa que la señal residual pierde estructura y hay más presencia de ruido.



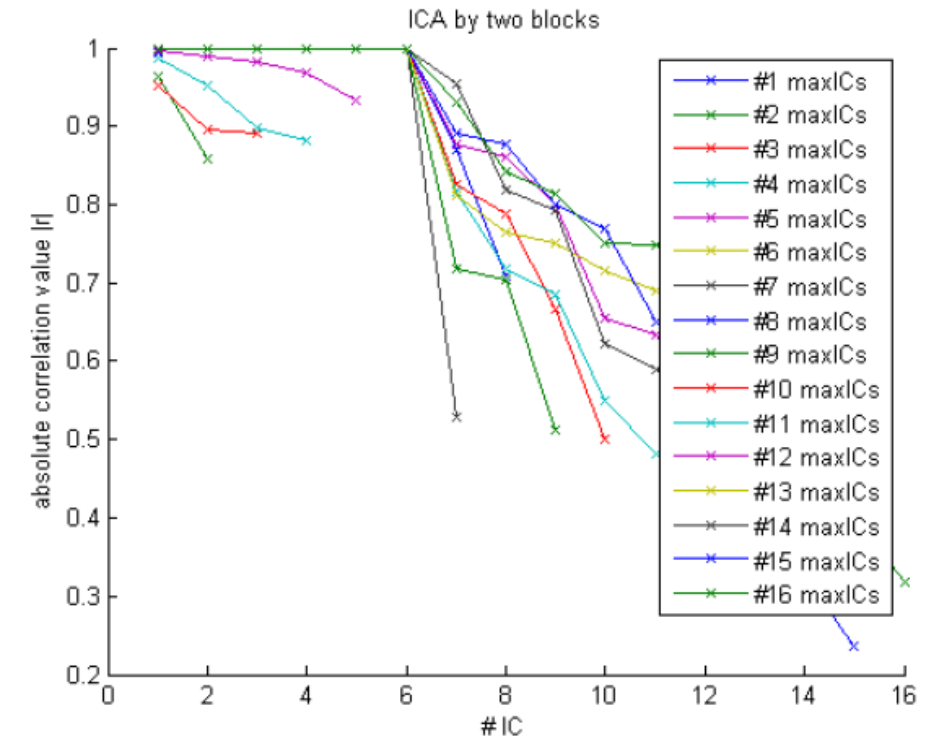
Método '*ICA by blocks*'



[Bouweresse et al., 2012]

- Si divide la matriz de observaciones \mathbf{X} en b bloques del mismo tamaño.
- Se computan maxICs ($k=1..\text{maxICs}$) modelos *ICA* para cada uno de los bloques, en total $b \cdot \text{maxICs}$ modelos *ICA*.
- Para cada valor de k , sobre los b modelos *ICA*:
 - Se obtiene las correlaciones de las *CI*s extraídas en cada bloque.
 - Las *CI*s que realmente lo sean, aparecerán igualmente en todos los bloque y por tanto tendrán muy alta correlación.
- **Debido a ambigüedades *ICA*, las *CI*s no salen en el mismo orden en todos los bloques.**
- Construir tabla de correlaciones y representación gráfica.
- Para $b > 2$ la tabla de correlaciones se complica y además hay que hacer demasiados modelos *ICA*. En general $b=2$ es suficiente.

RANDOM ICA by blocks: Repetir formación de bloques aleatoriamente m veces y tomar valores medios



Ejemplo *ICA by blocks* para $b=2$, $\text{maxICs}=16$



Método 'RV ICA by blocks'

[Bouweresse et al., 2012]

$$RV(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = \frac{\text{trace}(\mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2)}{\sqrt{\text{trace}(\mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1) \text{trace}(\mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2)}}$$

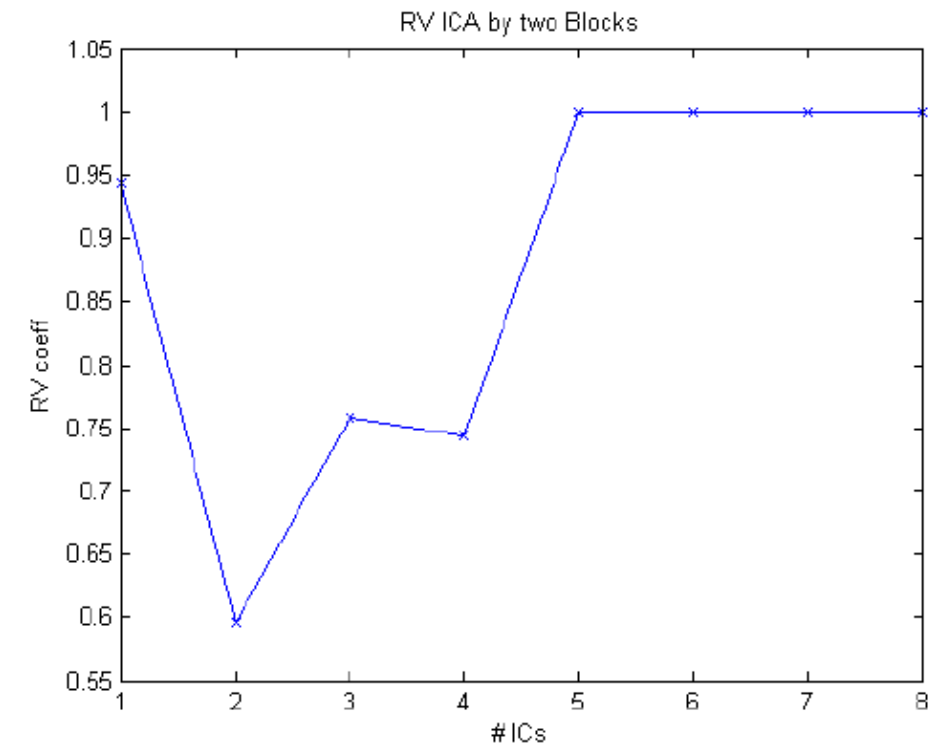
$RV \in [0,1]$

Próximo a 0 -> Datos en matrices no similares.

Próximo a 1 -> Datos en matrices muy similares.

- Si divide la matriz de observaciones \mathbf{X} en b bloques del mismo tamaño.
- Se computan $maxICs$ ($k=1..maxICs$) modelos ICA para cada uno de los bloques, en total $b \cdot maxICs$ modelos ICA.
- Para cada valor de k , sobre los b modelos ICA:
 - Se computa el coeficiente RV entre las matrices con las ICs extraídas en cada modelo ICA.
- Representación gráfica de resultados e interpretación.

RANDOM RV ICA by blocks: Repetir formación de bloques aleatoriamente m veces y tomar valores medios



Ejemplo RV ICA by blocks para $b=2$, $maxICs=8$

Método basado en Análisis Componentes Principales (*PCA*)



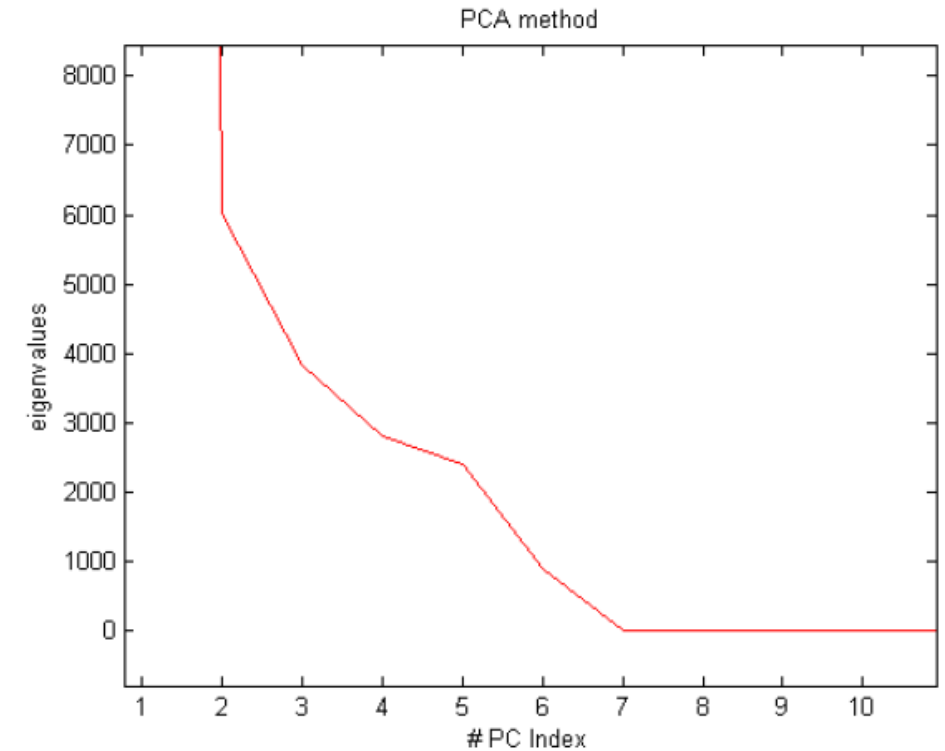
[Mur et al., 2017]

Este método considera que *NOCI* es igual al número de Componentes Principales significativas

- Se obtienen los autovalores de la matriz de mezclas X .
- Se representan los autovalores con respecto al número de componente principal.
- En la componente principal en la que se produce un 'codo' en los autovalores se establece el *NOCI*.

Es un método extremadamente sencillo de implementar, pero basado en hipótesis que no siempre son ciertas.

Destacar las diferencias entre *PCA* e *ICA*



Ejemplo método *PCA* $maxICs=20$



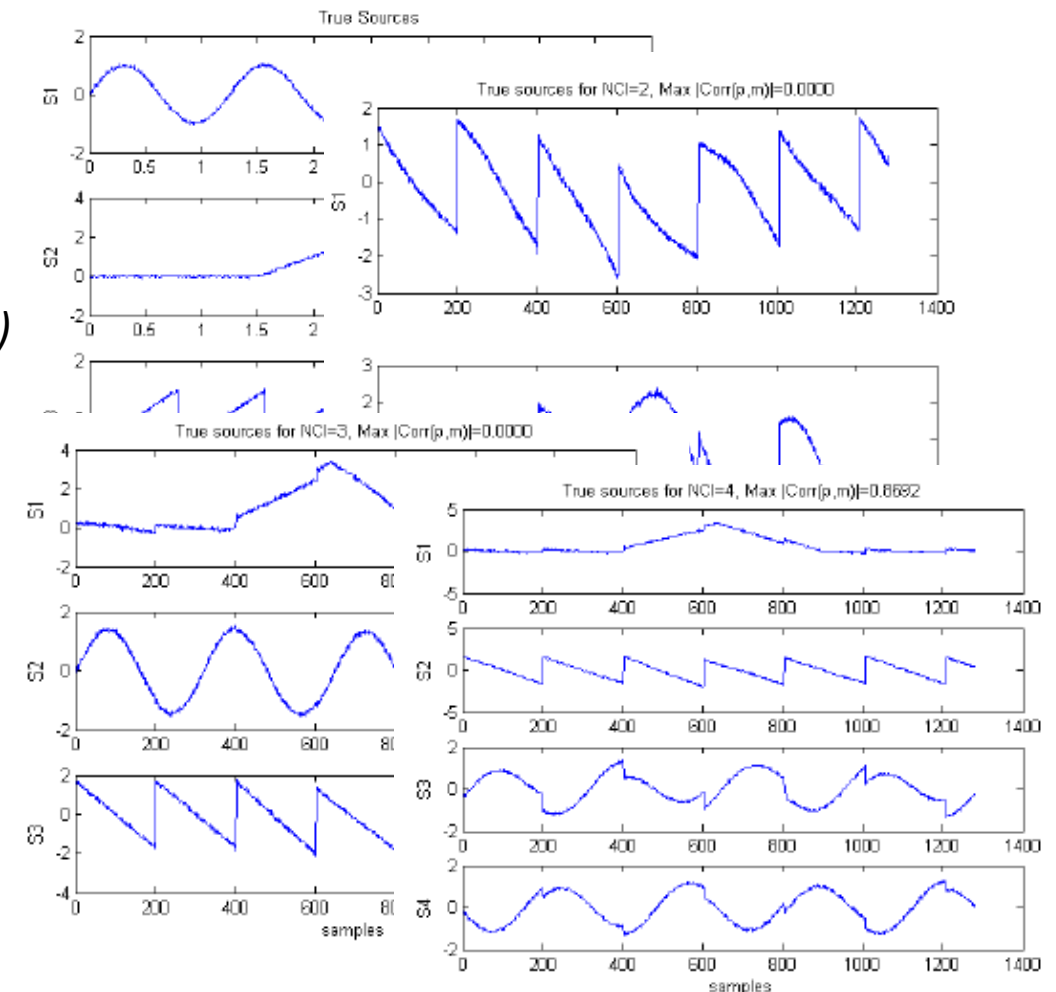
Algoritmo Correlación Lineal entre Componentes (LCC)

Este método considera que si únicamente hay *NOCI* CIs, cuando con *JADE* se extraigan más componentes empezarán a aparecer componentes correladas.

[Mur et al., 2017]

- Para ($NCI = 2$, $NCI=NCI+1$, hasta encontrar **NOCI**):
 - Obtener las *NCI* CIs utilizando *JADE*.
 - Calcular para cada par de componentes independientes (a,b) la $Corr(a,b)$ con $1 \leq a < b \leq NCI$, hasta que para un modelo particular suceda que dos componentes particulares (p,m) tengan $|Corr(p,m)| > 0,1$ por lo que se estará en el caso de que $NCI=NOCI+1$
 - Seleccionar *NOCI* como *NCI* inmediatamente anterior a la condición para terminar el algoritmo y sus CIs.

Este método no requiere interpretación de un gráfico, devuelve directamente un valor concreto para *NOCI*.



Conjuntos de señales de prueba

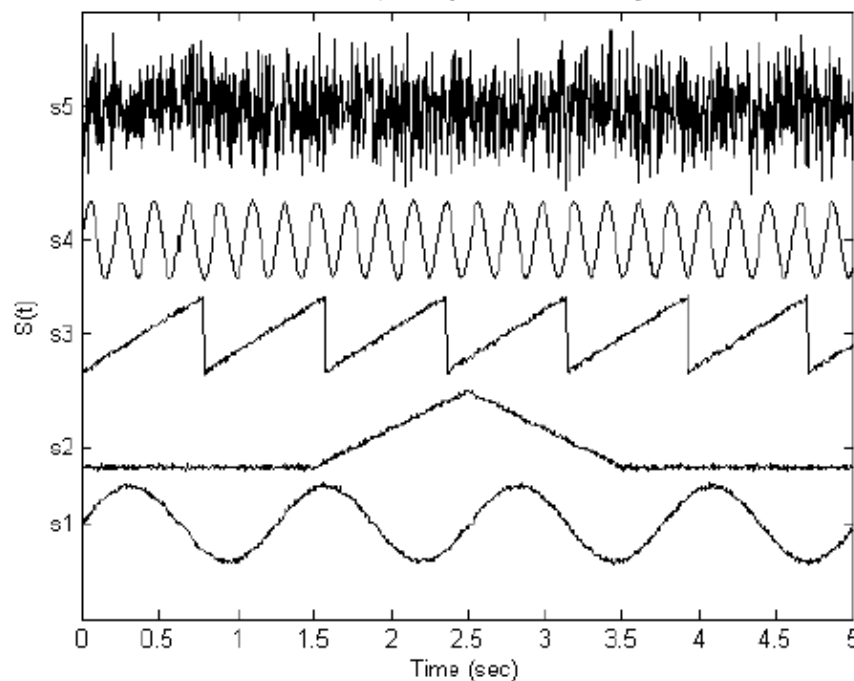


Conjunto	CI	Tipo	F. Muestreo	Duración
Set1a	4	Sintéticas	256Hz	5 secs.
Set1	5	Sintéticas	256Hz	5 secs
Set2	6	Sintéticas	500Hz	2 secs.
Set3	4	Audio	8KHz	6,25 secs.



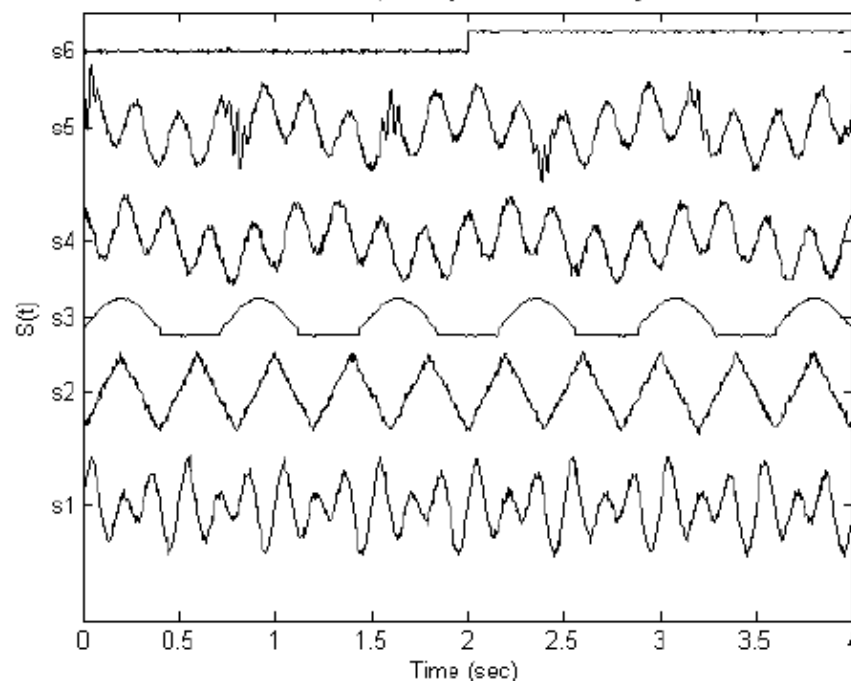
Set1

Set 1 of pure signals before mixing



Set2

Set 2 of pure signals before mixing



Resumen de resultados de prueba



Método / Mezclas	20	40	80	100	120	140
DW	?	4	4	4	4	4
ICA by blocks	7	4	4	4	4	4
RV ICA by blocks	4	4	4	4	4	4
PCA	2 a 5	2 a 5	2 a 5	2 a 5	2 a 5	2 a 5
LCC	4	4	4	4	4	4

Tabla 4.5: Tabla resumen de resultados obtenidos sobre señales de mezcla generadas a partir de *Set1a*.

Método / Mezclas	20	40	80	100	120	140
DW	6	6	6	6	6	6
ICA by blocks	6	6	6	6	6	6
RV ICA by blocks	6	6	6	6	6	6
PCA	2 a 6	2 a 6	2 a 6	2 a 6	2 a 6	2 a 6
LCC	6	6	6	6	6	6

Tabla 4.7: Tabla resumen de resultados obtenidos sobre señales de mezcla generadas a partir de *Set2*.

Método / Mezclas	20	40	80	100	120	140
DW	5	5	5	5	5	5
ICA by blocks	6	5	5	5	5	5
RV ICA by blocks	5	5	5	5	5	5
PCA	2 a 6	2 a 6	2 a 6	2 a 6	2 a 6	2 a 6
LCC	5	5	5	5	5	5

Tabla 4.6: Tabla resumen de resultados obtenidos sobre señales de mezcla generadas a partir de *Set1*.

Método / Mezclas	20	40	80	100	120	140
DW	4	4	4	4	4	4
ICA by blocks	-	4	4	4	4	4
RV ICA by blocks	-	-	-	-	-	-
PCA	-	-	-	-	-	-
LCC	4	4	4	4	4	4

Tabla 4.8: Tabla resumen de resultados obtenidos sobre señales de mezcla generadas a partir de *Set3*.

¡ 100% de acierto en la determinación del *NOCI con LCC* !

Estudio de Tiempos de Ejecución



[secs.]	$m = 14$	$m = 20$	$m = 100$	$m = 200$
$maxICs = 6$	0,0258	0,0278	0,0458	0,0918
$maxICs = 10$	0,2164	0,1823	0,2137	0,3054
$maxICs = 20$	-	6,3832	5,7151	5,9199

Tabla 4.9: Tiempos de ejecución con el algoritmo DW en segundos.

[secs.]	$m = 14$	$m = 20$	$m = 100$	$m = 200$
$maxICs = 6$	0,0521	0,0686	0,2899	0,0771
$maxICs = 10$	0,0479	0,0724	0,2998	0,0867
$maxICs = 20$	-	0,0660	0,2912	0,0771

Tabla 4.12: Tiempos de ejecución con el algoritmo 'PCA' en segundos.

[secs.]	$m = 14$	$m = 20$	$m = 100$	$m = 200$
$maxICs = 6$	0,0536	0,0528	0,0600	0,0756
$maxICs = 10$	-	0,5589	0,3889	0,5923
$maxICs = 20$	-	-	11,2474	11,3106

Tabla 4.10: Tiempos de ejecución con el algoritmo 'ICA by blocks' en segundos.

[secs.]	$m = 14$	$m = 20$	$m = 100$	$m = 200$
$maxICs = 6$	0,0228	0,0226	0,0293	0,0623
$maxICs = 10$	0,0244	0,0202	0,0299	0,0674
$maxICs = 20$	-	0,0261	0,0315	0,0648

Tabla 4.13: Tiempos de ejecución con el algoritmo 'LCC' en segundos.

[secs.]	$m = 14$	$m = 20$	$m = 100$	$m = 200$
$maxICs = 6$	1,8466	1,8628	1,8501	1,9736
$maxICs = 10$	-	5,0117	4,2893	4,5673
$maxICs = 20$	-	-	19,3752	19,6602

Tabla 4.11: Tiempos de ejecución con el algoritmo 'RV ICA by blocks' en segundos.

No se contabilizan tiempos para generar e interpretar gráficas de resultados

Características de los métodos bajo estudio



Criterio de Durbin-Watson:

- El método proporciona un **resultado gráfico** a interpretar.
- Se necesita proporcionar a priori un número máximo de *CIs* ***maxICs* a considerar**.
- Cuanto **mayor sea *maxICs***, más tiempo se necesita para obtener la gráfica de resultados, ya que se deben computar ***maxICs* análisis ICA**.
- En términos generales, cuanto **mayor sea el número de observaciones** disponibles para un mismo número de *CIs*, **más sencillo resulta interpretar** la gráfica de resultados.

Método '*ICA by blocks*':

- El método proporciona un **resultado gráfico** a interpretar.
- Se necesita proporcionar a priori un número máximo de *CIs* ***maxICs* a considerar**.
- Cuanto **mayor sea *maxICs***, más tiempo se necesita para obtener la gráfica de resultados, ya que se deben computar ***b·maxICs* análisis ICA**.
- En términos generales, **cuanto mayor sea el número de observaciones** disponibles para un mismo número de *CIs*, **más sencillo resulta interpretar** la gráfica de resultados.
- Se necesitan **como mínimo *b·maxICs* señales de observación** para poder aplicar el método.
- **Mínimo número de bloques $b=2$**

Características de los métodos bajo estudio



Método '*RV ICA by blocks*':

- El método proporciona un **resultado gráfico** a interpretar.
- Se necesita proporcionar a priori un número máximo de *CIs* ***maxICs* a considerar**.
- Cuanto **mayor sea *maxICs***, **más tiempo** se necesita para obtener la gráfica de resultados, ya que se deben computar *b·maxICs* análisis *ICA*.
- Se necesitan **como mínimo *b·maxICs* señales de observación** para poder aplicar el método.
- **Mínimo número de bloques $b=2$**
- Método con mayor tiempo de ejecución de todos los estudiados. Cálculo de coeficiente *RV*.
- Problemas por **necesidad elevada de memoria** para matrices de observación grandes.

Método basado en '*PCA*':

- El método proporciona un **resultado gráfico** a interpretar.
- Gráficas **difícilmente interpretables** porque se producen diversos 'codos'.
- **NO** se necesita proporcionar a priori un número máximo de *CIs* ***maxICs* a considerar**.
- Algunas hipótesis incorrectas pueden llevar a resultados erróneos. ***PCA* no es *ICA***.
- Problemas por **necesidad elevada de memoria** para matrices de observación grandes.
- No se han conseguido buenos resultados con este método durante el estudio.

Características de los métodos bajo estudio



Método '*LCC*':

- Método no supervisado que proporciona resultado numérico. **No errores interpretación.**
- No necesita tiempo adicional para interpretar.
- **NO** se necesita proporcionar a priori un número máximo de *CIs* ***maxICs* a considerar.**
- Número de análisis *ICA* a realizar depende exclusivamente del *NOCI* real.
- Método con **menor tiempo de ejecución** de todos los estudiados.
- Método con mejores resultados de los estudiados.

Métodos con mejores resultados:

- Método *LCC*
- Método '*ICA by blocks*'
- Criterio de *Durbin-Watson*

Metodología propuesta:

Ante un conjunto de señales del que no se tenga información a priori del *NOCI*:

- Aplicar primero el método *LCC* para obtener un resultado numérico concreto para *NOCI*.
- Aplicar criterio de *Durbin-Watson* y método '*ICA by blocks*' para contrastar los resultados obtenidos por el método '*LCC*'.

Trabajos Futuros



- **Mejorar las limitaciones** que pueden presentar algunos métodos, como por ejemplo las presentadas por '*RV ICA by blocks*' y el método basado en '*PCA*' cuando la matriz de observación \mathbf{X} es grande.
- Búsqueda de métodos para **automatizar la interpretación** de resultados de aquellos métodos que proporcionan resultados gráficos.
- Estudio de la **robustez de los métodos atendiendo al nivel de ruido** presente en las señales.
- Nuevos estudios con otros conjuntos de señales.
- **Optimización de los métodos**, principalmente destinadas a reducir el alto coste computacional de *JADE*.
- Aunque en principio para el análisis *ICA* el número de mezclas tiene que ser al menos igual al número de *CIs*, sería conveniente estudiar si en algunos casos pueden existir condiciones (a determinar) que permitan **obtener el *NOCI* cuando el número de mezclas es inferior al número de *CIs***.



Estudio de métodos de determinación de número óptimo de componentes independientes en señales multicanal

Daniel Mercader Rodríguez

GRACIAS POR SU ATENCIÓN