Taller de Álgebra I

Verano 2020

Tipo de dato

Un conjunto de valores a los que se les puede aplicar un conjunto de funciones.

Ejemplos

- $\begin{tabular}{l} {\bf Integer} = (\mathbb{Z}, \{+, -, *, {\tt div}, {\tt mod}\}) \ es \ el \ tipo \ de \ datos \ que \ representa \ a \ los \ enteros \ con \ las \ operaciones \ aritméticas \ habituales. \end{tabular}$
- 2 Float = $(\mathbb{Q}*, \{+, -, *, /\})$ es el tipo de datos que "representa" a los racionales, con la aritmética de punto flotante.
- Bool = $({True, False}, {\&\&, ||, not})$ representa a los valores lógicos.

Dado un valor de un tipo de datos, solamente se pueden aplicar a ese valor las operaciones definidas para ese tipo de datos.

En Haskell los tipos se notan con ::

En GHCI podemos ver el tipo de un valor usando :t

```
Prelude> :t True
True :: Bool
```

A las expresiones también les corresponde un tipo de dato.

```
Prelude> :t 3 < 1 3 < 1 :: Bool
```

Tipar vs Evaluar

Dada una expresión, se puede determinar su tipo sin saber su valor.

¿Qué tipo tiene la expresión?

f True

Depende de f. Por ejemplo:

```
f :: Bool -> Bool
f x = not x
```

```
f :: Bool -> Float
f x = pi
```

Aplicación de funciones

funcion3 :: Integer -> Integer -> Bool -> Bool
funcion3 x y b = b || (x > y)

Prelude>:t funcion3 10 20 True funcion3 10 20 True :: Bool

Tipos de datos: Ejercicios

Tipar las siguientes funciones

```
doble :: ??
doble x = x + x

cuadruple :: ??
cuadruple x = doble (doble x)
```

Tipar las siguientes expresiones

- ▶ doble 10
- dist (dist pi 0 pi 1) (doble 0) (doble 2) (3/4)
 Sabiendo que dist :: Float -> Float -> Float -> Float -> Float
- Subjetite que albo :: 110do / 110do / 110do / 110do
- ▶ doble True

Implementar y tipar las siguientes funciones

- esPar: dado un valor determina si es par o no.
- esMultiploDe: dados dos números naturales, determina si el primero es múltiplo del segundo.

Signatura

- Es importante observar la signatura de las funciones en las definiciones anteriores.
- Especificamos explícitamente el tipo de datos del dominio y el codominio de las funciones que definimos.
 - No es estrictamente necesario especificarlo, dado que el mecanismo de inferencia de tipos de Haskell puede deducir la signatura más general para cada función.
 - Sin embargo, es buena idea dar explícitamente la signatura de las funciones (¿por qué?).

Variables de tipo

A veces las funciones que queremos escribir pueden funcionar sobre muchos tipos de datos. Por ejemplo:

```
identidad :: a -> a identidad x = x
```

Notar que a va en minúscula y denota una variable de tipo.

En Haskell esa función ya existe y se llama id:

```
:t id
id :: a -> a
```

Esta función vale para cualquier tipo de datos.

```
¿Qué pasa con?
```

- ▶ id (1 > 3)
 ▶ id (sqrt 2)
- ▶ :t id (1 > 3)
- ▶ :t id (sqrt 2)

Clases de tipos

¿La función triple x = x * 3 admite cualquier tipo de datos?

¿Qué pasa con...? ¿funcionan?

- ▶ triple 2
- ▶ triple 2.5
- triple True

```
:t triple
triple :: Num a => a -> a
```

¿Qué significa Num a => ... ?

Lo que aparece antes del símbolo => es la condición que debe cumplir la variable de tipo a. La función triple solo admite tipos de datos numéricos.

¿Y si queremos imponer más de una condición sobre la o las variables de tipo?

```
:t (^)
(^) :: (Num a, Integral b) => a -> b -> a
```

Clases de tipos

Clase de tipo

Un conjunto de tipos de datos a los que se les puede aplicar un conjunto de funciones.

Algunas clases:

- 1 Num := ({ Int, Integer, Float, Double, ... }, { (+), (*), abs, ... })
 - 2 Integral := ({ Int, Integer, ... }, { mod, div, ... })
 - 3 Fractional := ({ Float, Double, ... }, { (/), ... })
 - 4 Floating := ({ Float, Double, ... }, { sqrt, sin, cos, tan, ... })

6 Eq := ({ Bool, Int, Integer, Float, Double, ... }, { (==), (/=) })

- **5** Ord := ({Bool, Int, Integer, Float, Double, ... }, { (<=), compare })

Operaciones o funciones

Notación infija

- ► Hay muchas funciones predeterminadas por haskell.. entre ellas se encuentra el +.
- Pero.. si es una función, ¿no debería escribirse + 2 3?
- No. El nombre real de la función es (+); prueben (+) 2 3
- Haskell permite definir funciones con símbolos entre paréntesis, que después pueden ser utilizados de manera infija sin los paréntesis
- ► Ejemplos: (+), (-), (==), (>), (<), (>=), (<=), (^), (**), (*), etc.

¿Cuál es la signatura de...?

- **▶** (>=)
- **▶** (==)

```
:t (>=)
(>=) :: Ord a => a -> a -> Bool
```

```
:t (==)
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool
```

Nueva familia de tipos: Tuplas

- ▶ Dados dos tipos de datos A y B, podemos crear el tipo de datos (A, B) ("tupla de A y B") que representa pares ordenados de elementos, donde el primero es de tipo A y el segundo es de tipo B.
- Algunos ejemplo de tipos de datos creados a partir de tuplas de dos elementos: (Integer, Integer), (Float, Integer), (Bool, (Float, Integer))
- Algunas funciones para tuplas de dos elementos:

Ahora podemos definir la norma vectorial un poco más claramente:

```
normaVectorial :: (Float, Float) -> Float
normaVectorial p = sqrt ((fst p) ^ 2 + (snd p) ^ 2)
```

Nota:

▶ Podemos crear tuplas de distintos tamaños, pero no puede variar, no podemos agregar elementos: (True, 1, 4.0), (0, pi, False, exp 1), ((True, 5), False, sqrt 2).

Implementar las siguientes funciones:

- ▶ crearPar :: a -> b -> (a, b) que crea un par a partir de sus dos componentes.
- ▶ invertir :: (a, b) → (b, a) que invierte el par pasado como parámetro
- ▶ distanciaPuntos :: (Float, Float) -> (Float, Float) -> Float.

Ejercicios

Primero en papel y lápiz

- Implementar las siguientes funciones del Ejercicio 32 Práctica 1 (reemplazamos $\mathbb N$ por $\mathbb Z$), usando tipo Integer para los números enteros y tipo Float para los números reales:
 - ▶ 32.iii) $f1: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, $f1(x) = (2x, x^2, x 7)$
 - ▶ 32.iv) $f2: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f2(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \\ n+1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$

y calcular f1(3), $f1(\sqrt{2})$, f2(5), f2(4), f2(-10).

¿Qué sucede si queremos calcular $f2(\sqrt{2})$?

2 Implementar las funciones f y g del Ejercicio 33.i) Práctica 1:

$$f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad f(n) = \begin{cases} \frac{n^2}{2} & \text{si } n \text{ es divisible por 6} \\ 3n+1 & \text{en los otros casos} \end{cases}$$

$$g: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad g(n,m) = n(m+1)$$

y calcular $(f \circ g)(3,4)$, $(f \circ g)(2,5)$.

Implementar una función $h=(f\circ g)$ y calcular h(3,2). ¿Cuál es la signatura de h?