

1 - Determine as formas polar e retangular para as expressões abaixo (apresentar os cálculos)

a)

$$\frac{(25 \angle 36.9^\circ)(80 \angle -53.1^\circ)}{(4 + j8) + (6 - j8)}$$

b)

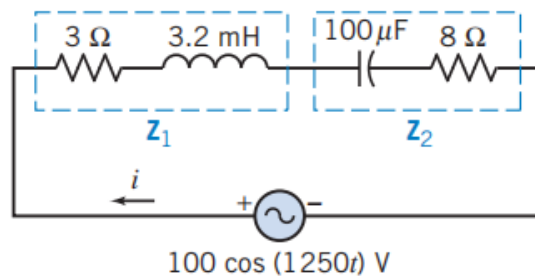
$$5 \angle +81.87^\circ \left(4 - j3 + \frac{3\sqrt{2} \angle -45^\circ}{7 - j1} \right)$$

c)

$$\frac{(60 \angle 120^\circ)(-16 + j12 + 20 \angle 15^\circ)}{5 \angle -75^\circ}$$

2 - Para o circuito abaixo, encontre

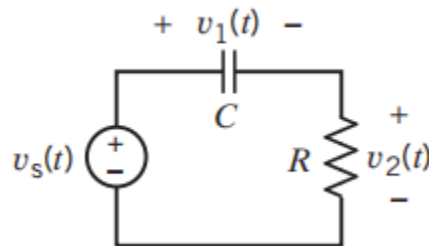
- As impedâncias Z_1 e Z_2 na forma polar;
- A impedância equivalente total ($Z_{eq} \Rightarrow Z_1$ e Z_2) na forma polar;
- A corrente de regime permanente.



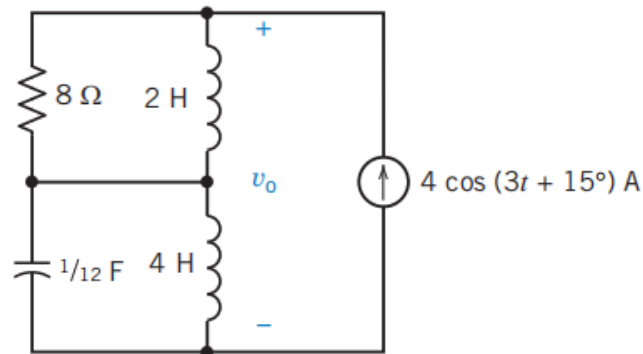
3 - O circuito abaixo encontra-se em regime permanente, sendo as tensões $v_s(t)$ e $v_2(t)$ conhecidas. Encontre $v_1(t)$.

$$v_s(t) = 7.68 \cos(2t + 47^\circ) \text{ V}$$

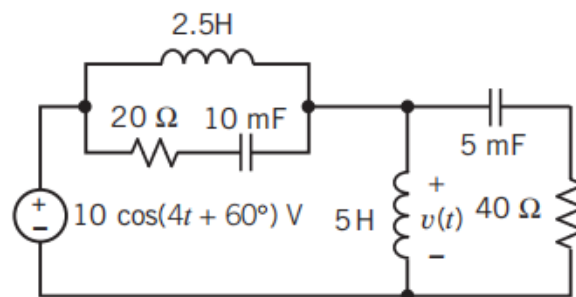
$$v_2(t) = 1.59 \cos(2t + 125^\circ) \text{ V}$$



- 4 - Para o circuito abaixo, representado no domínio do tempo:
- Encontre a sua representação no domínio da frequência, ou seja, represente os componentes passivos como impedâncias e a fonte na forma fasorial;
 - Encontre a impedância equivalente nos terminais da fonte;
 - Considerando a frequência da fonte como sendo 10 Hz, represente o circuito no domínio da frequência.

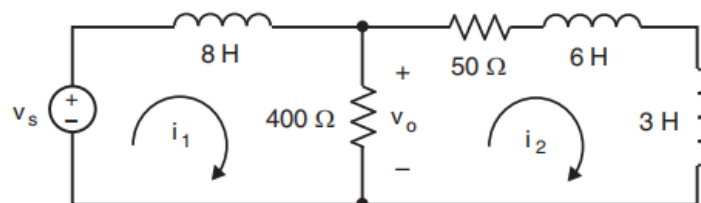


- 5 - Determine a tensão $v(t)$ em regime permanente para o circuito abaixo.



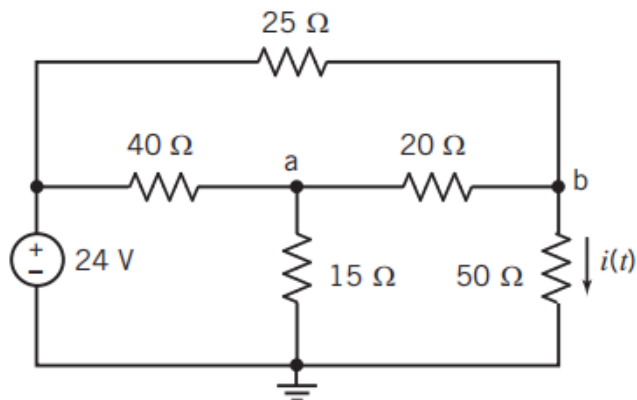
- 6 - A entrada do circuito abaixo $v_s(t)$ é dada, com isso, determine as corrente de malha i_1 e i_2 e a tensão v_o . Utilize na sua resolução a lei de Kirchhoff das tensões.

$$v_s = 25 \cos(40t + 45^\circ) \text{ V}$$

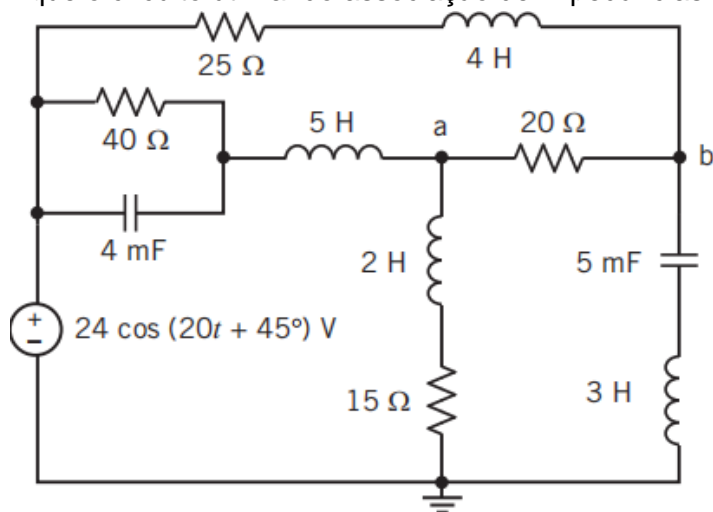


- 7 - Determine o sistema de equações utilizando a análise do circuito pela lei de Kirchhoff das tensões, escreva o sistema de equações na forma matricial, e as tensões dos nós "a" e "b" nos circuitos abaixo.

a)



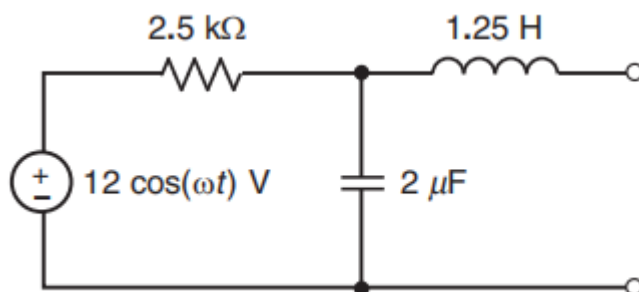
b) Sugestão: simplifique o circuito utilizando associação de impedâncias.



8 - Determine os circuitos equivalentes de Thévenin e Norton para os circuitos abaixo.

a) $\omega = 2000 \text{ rad/s}$

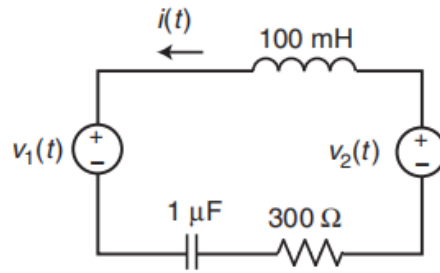
b) $\omega = 4000 \text{ rad/s}$



9 - Determine a corrente $i(t)$ em regime permanente senoidal para o circuito abaixo.

$$v_{s1}(t) = 12 \cos(2500 t) \text{ V}$$

$$v_{s2}(t) = 12 \cos(4000 t) \text{ V}$$



RESOLUÇÕES

1 -

1-a

Retangular

```
In [2]: (25*np.exp(1j*36.9*np.pi/180)*80*np.exp(1j*(-53.1)*np.pi/180))/(4+8j + 6-8j)
Out[2]: (192.05873713538864-55.79822120784584j)
```

Polar

```
In [3]: a = (25*np.exp(1j*36.9*np.pi/180)*80*np.exp(1j*(-53.1)*np.pi/180))/(4+8j + 6-8j)

In [4]: np.abs(a)
Out[4]: 200.00000000000003

In [5]: np.angle(a)*180/np.pi
Out[5]: -16.199999999999996
```

1-b

```
In [12]: a = (5*np.exp(1j*81.87*np.pi/180)) * (4-3j + ((3*np.sqrt(2)*np.exp(1j*(-45)*np.pi/180)
...: ))/(7-1j)))

In [13]: a
Out[13]: (19.79895450393915+19.79902524244433j)

In [14]: np.abs(a)
Out[14]: 28.000000000000004

In [15]: np.angle(a)*180/np.pi
Out[15]: 45.000102354156
```

1-c

```
In [40]: a = ((60*np.exp(1j*120*np.pi/180))*(-16+12j+20*np.exp(1j*15*np.pi/180)))/(5*np.exp(1j
...: *(-75)*np.pi/180))

In [41]: a
Out[41]: (14.881604233998793-209.40006232594186j)

In [42]: np.abs(a)
Out[42]: 209.92819783603562

In [43]: np.angle(a)*180/np.pi
Out[43]: -85.93494882292202
```

2 -

2-a

Z1

```
In [44]: 3 + 1j*1250*3.2*1e-3
Out[44]: (3+4j)
```

Z2

```
In [45]: 8 + 1/(1j*1250*100*1e-6)
Out[45]: (8-8j)
```

2-b

```
In [46]: Z1 = 3 + 1j*1250*3.2*1e-3

In [47]: Z2 = 8 + 1/(1j*1250*100*1e-6)

In [48]: Zeq = Z1 + Z2

In [49]: np.abs(Zeq)
Out[49]: 11.704699910719626

In [50]: np.angle(Zeq)*180/np.pi
Out[50]: -19.98310652189998
```

2-c

```
In [51]: I = 100*np.exp(1j*0) / Zeq  
  
In [52]: I  
Out[52]: (8.02919708029197+2.9197080291970807j)  
  
In [53]: np.abs(I)  
Out[53]: 8.54357657716761  
  
In [54]: np.angle(I)*180/np.pi  
Out[54]: 19.983106521899984
```

3 -

Lei das malhas → soma das tensões de uma malha é zero. Assumindo na análise de malha o sentido horário. Dependendo do sentido de análise, quando se “passa” pelo terminal positivo do componente/fonte primeiro, a tensão considerada na análise de malha será positiva. Quase se “passa” pelo terminal negativo primeiro, a tensão considerada será negativa.

$$V1 + V2 - V_s = 0$$

$$V1 = V_s - V2$$

```

In [55]: Vs = 7.68*np.exp(1j*47*np.pi/180)

In [56]: V2 = 1.59*np.exp(1j*125*np.pi/180)

In [57]: V1 = Vs - V2

In [58]: V1
Out[58]: (6.149733939078151+4.314344678015731j)

In [59]: np.abs(V1)
Out[59]: 7.51217661681169

In [60]: np.angle(V1)
Out[60]: 0.6117653483442975

In [70]: np.angle(V1)*180/np.pi
Out[70]: 35.05157251247888

```

4 -

4-a

$Z_R = 8$
 $Z_{L2H} = j3(2) = j6$
 $Z_{L4H} = j12$
 $Z_C = -j4$
 $I = 4 \angle 15^\circ$

4 - b

Z1 = Paralelo de ZR com ZL2H

```

In [71]: 8*1j*3*2 / (8+1j*3*2)
Out[71]: (2.88+3.84j)

```

Z2 = Paralelo de ZC com ZL4H

```

In [72]: (1/(1j*3*(1/12)))*(1j*3*4) / (1/(1j*3*(1/12)) + 1j*3*4)
Out[72]: -6j

```

Zeq no terminal da fonte = Z1 + Z2

```
In [75]: Z1+Z2
Out[75]: (2.88-2.16j)
```

4 - c

ZR = 8

```
In [76]: 1j*10**2*np.pi*2
Out[76]: 125.66370614359172j
```

ZL2H = j * w * L =

```
In [77]: 1j*10**2*np.pi*4
Out[77]: 251.32741228718345j
```

ZL4H =

```
In [78]: 1/(1j*10**2*np.pi*(1/12))
Out[78]: -0.19098593171027442j
```

Zc =

I = 4 ∠15

5 -

Z1 como sendo a impedância equivalente do resistor (20), capacitor (10m) e indutor (2.5) próximos à fonte

$$\mathbf{Z}_1 = \left(20 - j \frac{1}{4(0.01)} \right) \parallel j10 = \frac{(20 - j25)j10}{20 - j25 + j10} = \frac{250 - j200}{20 - j15} = 12.81 \angle 75.5^\circ \Omega$$

Z2 como sendo a impedância equivalente do resistor (40), capacitor (5m) e indutor (5H)

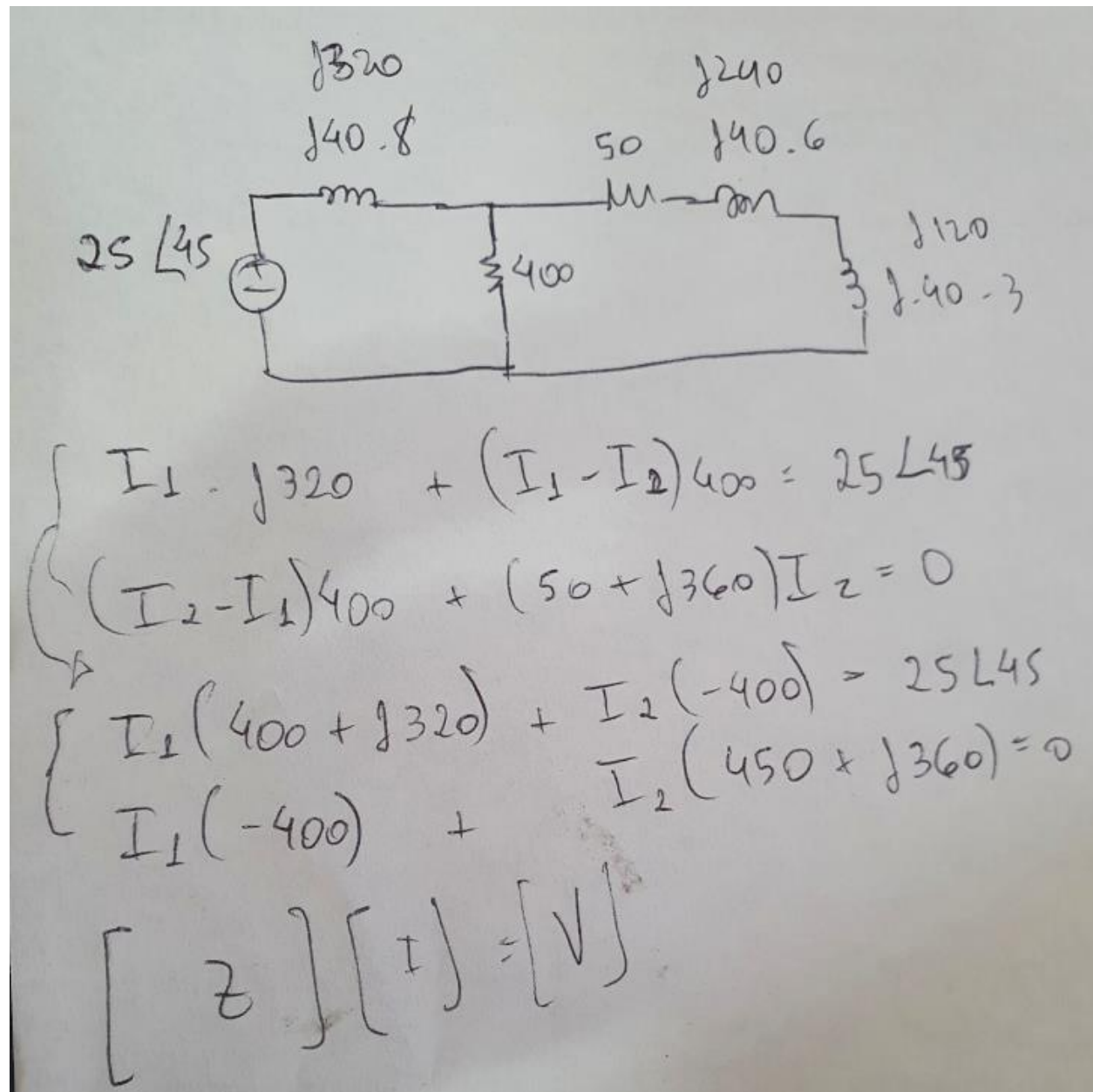
$$\mathbf{Z}_2 = j20 \parallel \left(-j \frac{1}{4(0.005)} + 40 \right) = \frac{j20(40 - j50)}{j20 + 40 - j50} = \frac{1000 + j800}{40 - j30} = 25.61 \angle 75.5^\circ \Omega$$

A tensão pedida no problema é a tensão em Z2. Usando o método do divisor de tensão

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \times 10 \angle 60^\circ = \frac{25.61 \angle 75.5^\circ}{12.81 \angle 75.5^\circ + 25.6 \angle 75.5^\circ} \times 10 \angle 60^\circ = 6.67 \angle 60^\circ \text{ V}$$

$$v(t) = 6.67 \cos(4t + 60^\circ) \text{ V}$$

6 -



```
In [82]: Z[0,0]=400+320j; Z[0,1]=-400; Z[1,0]=-400; Z[1,1]=450+360j
```

```
In [83]: Z = np.zeros((2,2), dtype=complex)
```

```
In [84]: Z[0,0]=400+320j; Z[0,1]=-400; Z[1,0]=-400; Z[1,1]=450+360j
```

```
In [85]: V = np.zeros((2,1),dtype=complex)
```

```
In [86]: V[0,0]=25*np.exp(1j*45*np.pi/180)
```

```
In [88]: I = np.matmul(np.linalg.inv(Z), V)
```

```
In [89]: I
```

```
Out[89]:  
array([[0.04317479-0.01979594j],  
       [0.01481736-0.02945028j]])
```

```
In [90]: np.abs(I)
```

```
Out[90]:  
array([[0.04749675],  
       [0.03296776]])
```

```
In [91]: np.angle(I)*180/np.pi
```

```
Out[91]:  
array([[-24.63178195],  
       [-63.29159021]])
```

$V_0 = (I_1 - I_2) * 400$

```
In [92]: V0 = (I[0]-I[1])*400
```

```
In [93]: V0
```

```
Out[93]: array([11.34296941+3.86173727j])
```

```
In [94]: np.abs(V0)
```

```
Out[94]: array([11.98231905])
```

```
In [95]: np.angle(V0)
```

```
Out[95]: array([0.32814367])
```

```
In [44]: np.angle(11.34296941+3.86173727j, deg=True)
Out[44]: 18.801247096868234
```

7 -

8 -

8-a

$$V_{ca} = 1.194/_{-84,29} = (0.11879514131813426 - 1.1880756349657224j)$$

$$Z_t = 2252,6/_{-89,37} = (24.768131544321463 - 2252.4638287128614j)$$

$$I_{cc} = 0.53/_{-173,66} \text{ mA} = (-0.5267585752460963 - 0.0585269459710892j)$$

8-b

$$V_{ca} = 0.59/_{-87,14} = (0.02943845719481791 - 0.5892651162575202j)$$

$$Z_t = 4875,3/_{-89,93} = (5.956301109817811 + 4875.296361502252j)$$

$$I_{cc} = 0.12/_{-177,07} \text{ mA} = (-0.11984312758579566 - 0.006133903362028396j)$$

9 -

Considerando somente a fonte $v_1(t)$

$$I_1 = \frac{12\angle 0^\circ}{300 + j250 - j400} = 0.03578\angle 26.6^\circ \text{ V}$$

Considerando somente a fonte $v_2(t)$

$$I_2 = \frac{12\angle 0^\circ}{300 - j250 + j400} = 0.03578\angle -26.6^\circ \text{ V}$$

No domínio do tempo, considerando as duas frequências distintas

$$i_o(t) = i_{o1}(t) + i_{o2}(t) = 35.78\cos(2500t + 26.6^\circ) + 35.78\cos(4000t - 26.6^\circ) \text{ mA V}$$