Condicionamento de sinais

Prof. Ilan Sousa Correa

Universidade Federal do Pará (UFPA)

Instituto de Tecnologia (ITEC)

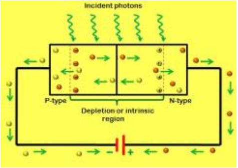
Faculdade de Eng. da Computação e Telecomunicações (FCT)

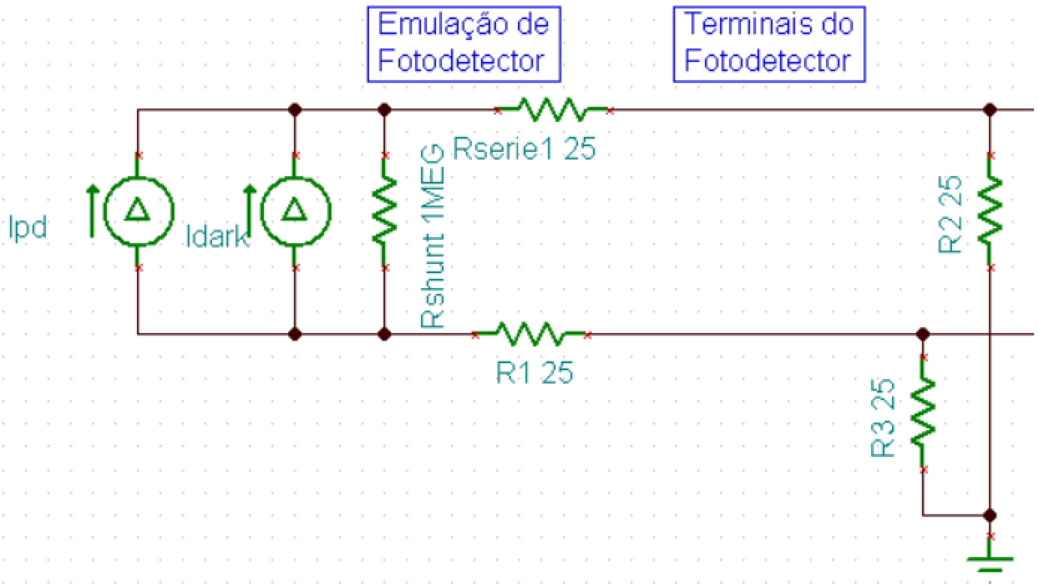
Condicionamento de sinais

Filtragem com AMPOPs

Condicionamento de sinais

Filtragem com AMPOPs





No circuito exemplo, há duas fontes de corrente: Ipd e Idark

Ipd é o sinal recebido, e Idark é a chamada corrente de escuro do fotodetector, que é um ruído gerado pelo dispositivo

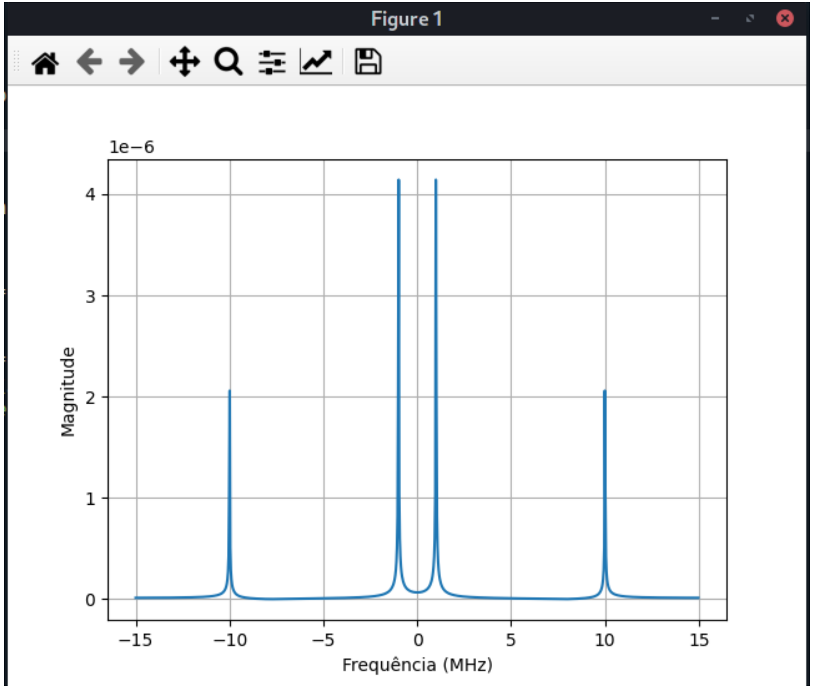
Ipd é modelado como sinal senoidal de amplitude de 10 µA e frequência de 1 MHz. Na prática, Ipd depende do sinal recebido

Idark é modelado como sinal senoidal de amplitude de 5 µA e frequência de 10 MHz. **Na prática, Idark é um ruído branco.**

Condicionamento de sinais

Filtragem com AMPOPs

Transformada de Fourier da corrente gerada pelo fotodetector modelado



No circuito exemplo, há duas fontes de corrente: Ipd e Idark

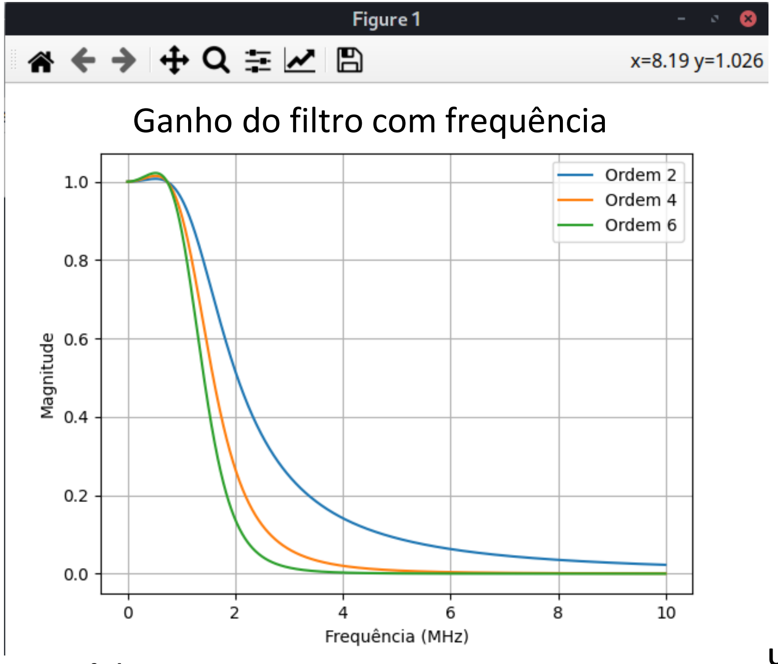
Ipd é o sinal recebido, e Idark é a chamada corrente de escuro do fotodetector, que é um ruído gerado pelo dispositivo

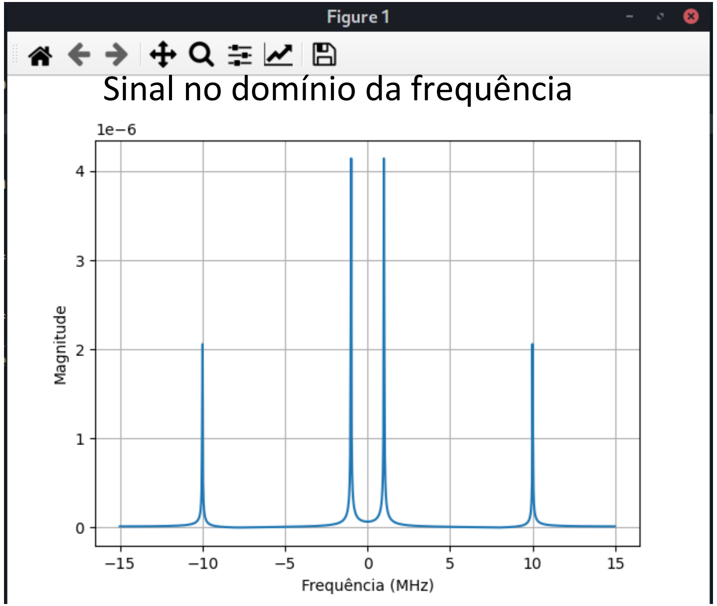
Ipd é modelado como sinal senoidal de amplitude de 10 μA e frequência de 1 MHz. Na prática, Ipd depende do sinal recebido

Idark é modelado como sinal senoidal de amplitude de 5 μA e frequência de 10 MHz. **Na prática, Idark é um ruído branco.**

Condicionamento de sinais

Filtragem com AMPOPs





Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros

- Consideramos agora o comportamento de AMPOPs com componentes RLC usando fasores
- Duas configurações básicas de amplificador com AMPOPs: inversor e não-inversor

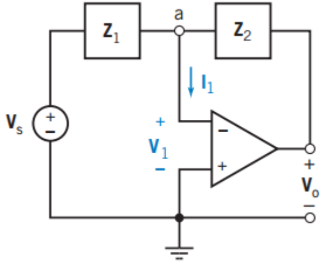
Análise de nó na porta inversora

$$\frac{\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{\mathbf{V}_o - \mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_2} - \mathbf{I}_1 = 0$$

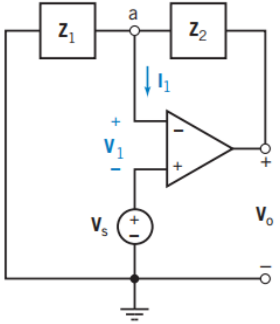
$$\Downarrow$$

$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_s} = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1}$$

Inversor
Sinal aplicado na entrada inversora



Não-inversor
Sinal aplicado na entrada não-inversora inversora



Análise de nó na porta inversora

$$\frac{(\mathbf{V}_s + \mathbf{V}_1)}{\mathbf{Z}_1} - \frac{\mathbf{V}_o - (\mathbf{V}_s + \mathbf{V}_1)}{\mathbf{Z}_2} + \mathbf{I}_1 = 0$$

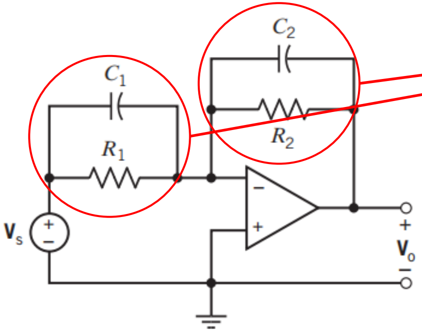
$$\Downarrow$$

$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_s} = \frac{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1}$$

Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros

- Exemplo: R1 = 1k;   R2=10k;   C1=0; C2=0.1uF;   ω=1000rad/s



$$Z_n = \frac{R_n \frac{1}{j\omega C_n}}{R_n + \frac{1}{j\omega C_n}} = \frac{R_n}{1 + j\omega C_n R_n}$$

$$V_o/V_s = -Z_1/Z_2 = -\frac{\frac{R_2}{1+j\omega C_2 R_2}}{\frac{R_1}{1+j\omega C_1 R_1}} = -\frac{R_2(1+j\omega C_1 R_1)}{R_1(1+j\omega C_2 R_2)}$$

Substituindo os fasores

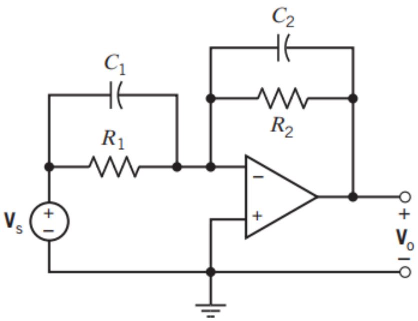
$$V_o/V_s = -10/(1+j) = 7.07\angle 135°$$

Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros

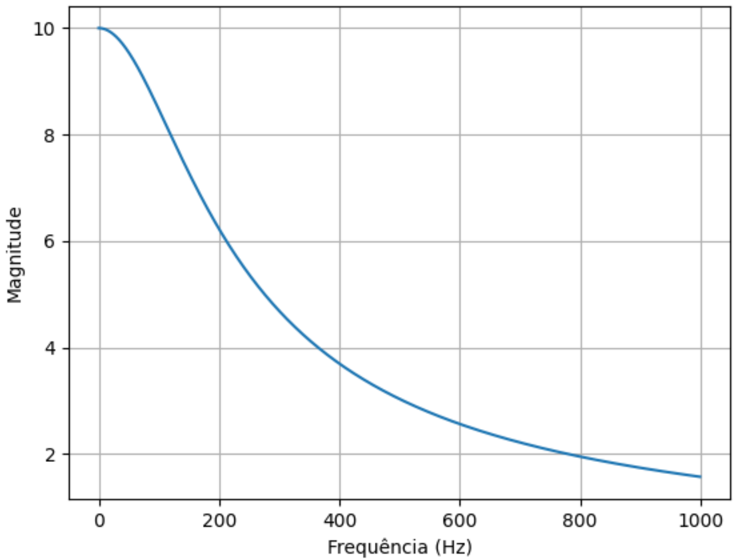
- Exemplo: R1 = 1k;   R2=10k;   C1=0; C2=0.1uF;   ω=1000rad/s

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

R1 = 1000
R2 = 10e3
C1 = 0
C2 = 0.1e-6
freq = np.arange(0, 1e3)
omega = freq*2*np.pi

vo = -(R2*(1+1j*omega*C1*R1))/(R1*(1+1j*omega*C2*R2))

plt.figure()
plt.plot(freq, np.abs(vo))
plt.xlabel('Frequência (Hz)')
plt.ylabel('Magnitude')
plt.grid()
plt.show()
```



$$V_o/V_s = -Z_1/Z_2 = -\frac{\frac{R_2}{1+j\omega C_2 R_2}}{\frac{R_1}{1+j\omega C_1 R_1}} = -\frac{R_2(1+j\omega C_1 R_1)}{R_1(1+j\omega C_2 R_2)}$$

Verificando a saída variando a frequência da entrada



Condicionamento de sinais

Tópico complementar de circuitos elétricos:

Representação fasorial de fontes; Impedâncias; Associação de impedâncias; Filtros Butterworth

Análise em regime permanente senoidal

Circuitos somente com fontes senoidais

- Representação fasorial de sinais senoidais
  - Em circuitos CA em regime permanente com fontes de mesma frequência, pode-se utilizar a representação **fasorial** para representar as tensões e corrente senoidais
  - Um fasor é um número complexo que é usado para representar a amplitude e fase de uma senóide, que é descrito como:

$$A\cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow A\angle\theta$$

Representar todas os sinais em função da mesma função trigonométrica ⇒ **cosseno**

$$i_1(t) = 120\cos(400t + 60°)\ mA$$

$$i_2(t) = 100sen(400t - 75°)\ mA$$

$$\boldsymbol{I_1}(\omega) = 120\angle 60°\ mA$$

$$i_2(t) = 100\cos(400t - 165°)\ mA$$

$$\boldsymbol{I_2}(\omega) = 100\angle -165°\ mA$$

Variáveis
Domínio do tempo ⇒ minúsculas
Forma fasorial ⇒ maiúsculas negrito
Forma fasorial ⇒ função de ω

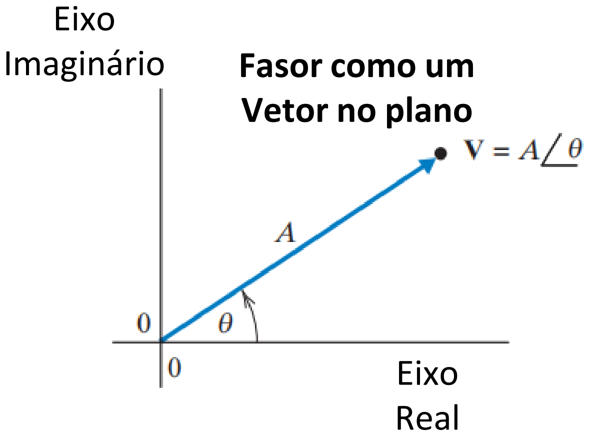
100sen(400t-75°)
⇒
100cos(400t-75°-90°)
100cos(400t-165°)

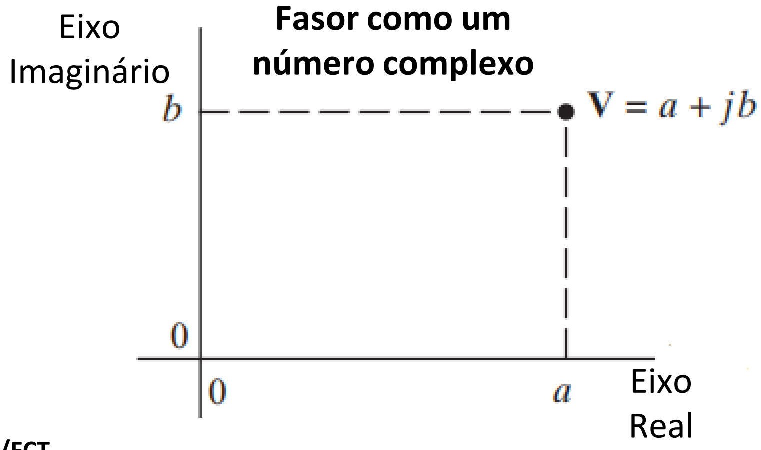
Análise em regime permanente senoidal

Circuitos somente com fontes senoidais

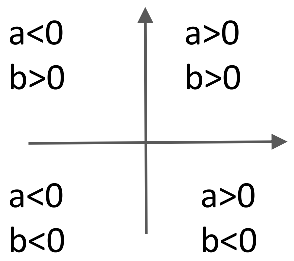
- Representação fasorial de sinais senoidais
  - Forma fasorial como número complexo
    - Para um fasor **V** ($v(t) = A\cos(\omega t + \theta)$) sua amplitude e fase podem ser representados por

$$A = |\mathbf{V}| \qquad \theta = \angle\mathbf{V} \qquad a = \mathrm{Re}\{\mathbf{V}\} \quad b = \mathrm{Im}\{\mathbf{V}\}$$





Análise em regime permanente senoidal



Circuitos somente com fontes senoidais

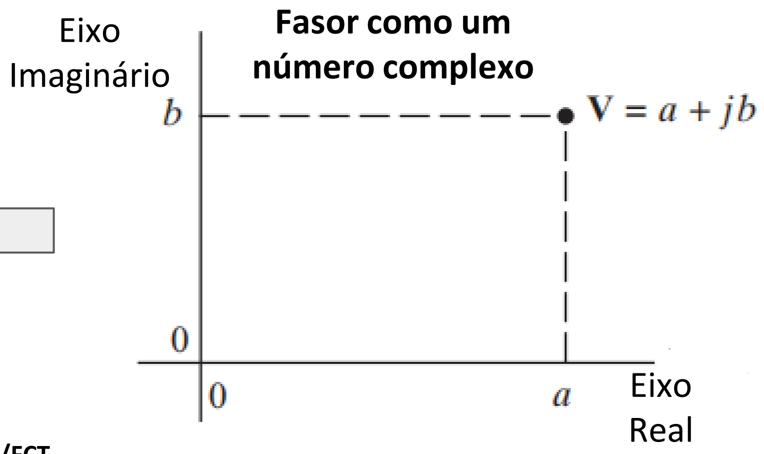
- Representação fasorial de sinais senoidais
  - Forma fasorial como número complexo
    - Para um fasor **V** sua amplitude e fase podem ser representados por

$$A = |\mathbf{V}| \qquad \theta = \angle\mathbf{V} \qquad a = \mathrm{Re}\{\mathbf{V}\} \quad b = \mathrm{Im}\{\mathbf{V}\}$$

    - v(t) = Acos(ωt + θ)

$$a = A\cos(\theta),\ b = A\sin(\theta),\ A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\dfrac{b}{a}\right) & a > 0 \\ 180° - \tan^{-1}\left(\dfrac{b}{-a}\right) & a < 0 \end{cases}$$



Análise em regime permanente senoidal

Circuitos somente com fontes senoidais

- Representação fasorial de sinais senoidais
  - Forma fasorial como número complexo
    - Para um fasor **V** sua amplitude e fase podem ser representados por
    - $v(t) = A\cos(\omega t + \theta)$
  - Várias representações alternativas

$$i(t) = 120\cos(400t + 60°)\ mA$$

$$I(\omega) = 120\angle 60^{o}\ mA$$

$$I(\omega) = 60 + 1j \times 103.93\ mA$$

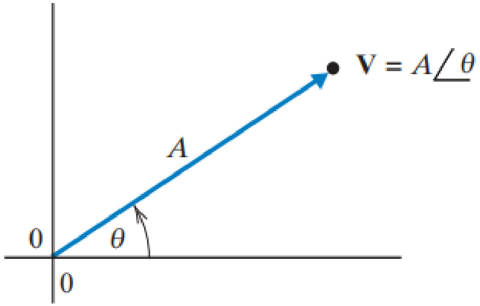
Análise em regime permanente senoidal

Circuitos somente com fontes senoidais

- Representação fasorial de sinais senoidais
  - Forma fasorial como número complexo
    - Para um fasor **V** sua amplitude e fase podem ser representados por
    - v(t) = Acos(ωt + θ)
  - Várias representações alternativas
    - Utilizando a identidade trigonométrica

$$a = A\cos(\theta),\ b = A\sin(\theta),\ A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$e^{jx} = \cos(x) + 1j \times \sin(x)$$



$$i(t) = 120\cos(400t + 60°)\ mA$$

$$I(\omega) = 120\angle 60^{o}\ \ mA$$

$$I(\omega) = 60 + 1j \times 103.93\ mA$$

$$I(\omega) = Ae^{j\theta} = 120e^{j60}\ mA$$

Análise em regime permanente senoidal

Multiplicação ⇒ multiplica as amplitudes soma as fases
Divisão ⇒ divide as amplitudes e subtrai as fases

Circuitos somente com fontes senoidais

- Aritmética de fasores

$$\boldsymbol{V_1} = -1{,}796 + j3{,}852 = 4{,}25\angle 115^\circ$$

$$\boldsymbol{V_2} = -4 + j3 = 5\angle 143^\circ$$

$$Ae^{jx} \times Be^{jy} = A \times Be^{j(x+y)}$$

$$Ae^{jx} \div Be^{jy} = (A \div B)e^{j(x-y)}$$

- Soma V1 + V2 ⇒ Forma retângular

$$\boldsymbol{V_1} + \boldsymbol{V_2} = (-1{,}796 + j3{,}852) + (-4 + j3) = -5{,}76 + j6{,}852$$

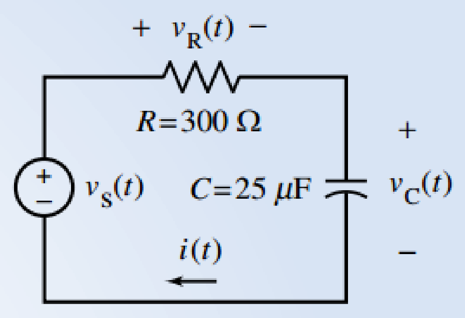
- Multiplicação ⇒ Forma exponencial

$$\boldsymbol{V_1} \times \boldsymbol{V_2} = (4{,}25\angle 115^\circ)(5\angle 143^\circ) = 21{,}25\angle - 102^\circ$$

Análise em regime permanente senoidal

Circuitos somente com fontes senoidais

- Aplicação em circuitos



Sabendo que

$$v_s(t) = 25\cos(100t + 15°)\,V$$

$$v_C(t) = 20\cos(100t - 22°)\,V$$

$$v_R(t) = ??$$

Aplicando a LKT

$$v_R(t) = v_s(t) - v_C(t) = 25\cos(100t + 15°) - 20\cos(100t - 22°)$$

$$\boldsymbol{V}_R(\omega) = \boldsymbol{V}_s(\omega) - \boldsymbol{V}_C(\omega) = 25\angle 15° - 20\angle -22°$$

$$= (24{,}15 + j6{,}47) - (18{,}54 - j7{,}49) = 15\angle 68{,}1°\,V$$

Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

- Razão entre os fasores de tensão e corrente → aplicação direta da lei de Ohm na forma fasorial

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \quad i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) \ \text{A}$$

$$\mathbf{V}(\omega) = V_m \angle \theta \ \text{V} \qquad \mathbf{I}(\omega) = I_m \angle \phi \ \text{A}$$

$$Z(\omega) = \frac{V(\omega)}{I(\omega)} = \frac{V_m \angle \theta}{I_m \angle \phi} = \frac{V_m}{I_m} \angle (\theta - \phi) \ \Omega$$ **⇒ Impedância**

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = \frac{I(\omega)}{Z(\omega)}$$ **⇒ Admitância**

Paralelo com Circuitos I
Resistência R (Ohms-Ω) e condutância G=1/R (Ω^{-1} ou Siemens-S)

Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

- **Capacitor** → considerando que em um circuito CA a tensão em um capacitor é

$$v_C(t) = A\cos(\omega t + \theta) \ \text{V}$$

Logo, a corrente é

$$i_C(t) = C\frac{d}{dt}v_C(t) = -C\omega A\sin(\omega t + \theta) = C\omega A\cos(\omega t + \theta + 90°) \ \text{A}$$

Na forma fasorial

$$\mathbf{V}_C(\omega) = A\angle\theta \qquad \mathbf{I}_C(\omega) = C\omega A\angle(\theta + 90°) = \left(C\omega\angle 90°\right)\left(A\angle\theta\right) = j\omega CA\angle\theta \ \text{A}$$

Impedância do capacitor é

$$\mathbf{Z}_C(\omega) = \frac{\mathbf{V}_C(\omega)}{\mathbf{I}_C(\omega)} = \frac{A\angle\theta}{j\omega CA\angle\theta} = \frac{1}{j\omega C} \ \Omega$$

Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

- **Indutor** → considerando que em um circuito CA a corrente em um indutor é

$$i_L(t) = A\cos(\omega t + \theta)\ \text{A}$$

Logo, a tensão é

$$v_L(t) = L\frac{d}{dt}i_L(t) = -L\omega A\sin(\omega t + \theta) = L\omega A\cos(\omega t + \theta + 90^\circ)\ \text{V}$$

Na forma fasorial

$$\mathbf{I}_L(\omega) = A\,\underline{/\theta}\ \text{A} \qquad \mathbf{V}_L(\omega) = L\omega A\,\underline{/(\theta + 90^\circ)} = j\omega LA\,\underline{/\theta}\ \text{V}$$

Impedância do indutor é

$$\mathbf{Z}_L(\omega) = \frac{\mathbf{V}_L(\omega)}{\mathbf{I}_L(\omega)} = \frac{j\omega LA\,\underline{/\theta}}{A\,\underline{/\theta}} = j\omega L\ \Omega$$

Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

- **Resistor** → considerando que em um circuito CA a tensão em um resistor é

$$v_{\mathrm{R}}(t) = A\cos(\omega t + \theta)$$

Logo, a corrente é

$$i_{\mathrm{R}}(t) = \frac{v_{\mathrm{R}}(t)}{R} = \frac{A}{R}\cos(\omega t + \theta)$$

Impedância do resistor é

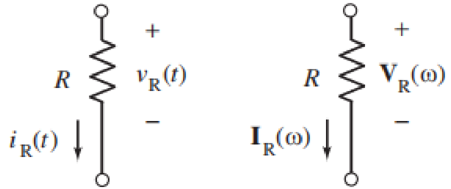
$$\mathbf{Z}_{\mathrm{R}}(\omega) = \frac{\mathbf{V}_{\mathrm{R}}(\omega)}{\mathbf{I}_{\mathrm{R}}(\omega)} = \frac{A\,\angle\theta}{\frac{A}{R}\,\angle\theta} = R\ \Omega$$

Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

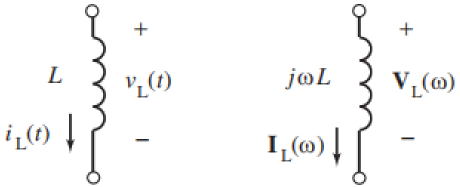
- Resumindo
  - Impedância de elementos armazenadores de energia é uma função da frequência
  - Impedância é uma grande complexa

Resistor



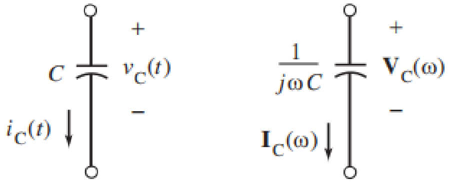
$$\mathbf{Z}_R(\omega) = \frac{\mathbf{V}_R(\omega)}{\mathbf{I}_R(\omega)} = \frac{A\angle\theta}{\frac{A}{R}\angle\theta} = R\ \Omega$$

Indutor



$$\mathbf{Z}_L(\omega) = \frac{\mathbf{V}_L(\omega)}{\mathbf{I}_L(\omega)} = \frac{j\omega L A\angle\theta}{A\angle\theta} = j\omega L\ \Omega$$

Capacitor

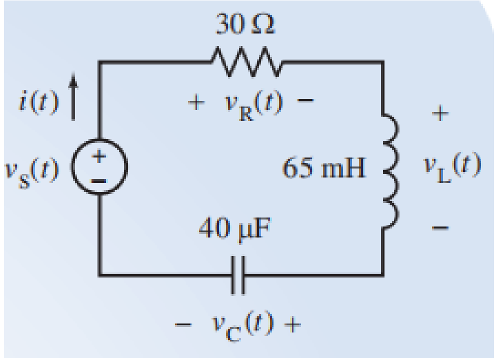


$$\mathbf{Z}_C(\omega) = \frac{\mathbf{V}_C(\omega)}{\mathbf{I}_C(\omega)} = \frac{A\angle\theta}{j\omega C A\angle\theta} = \frac{1}{j\omega C}\ \Omega$$

Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

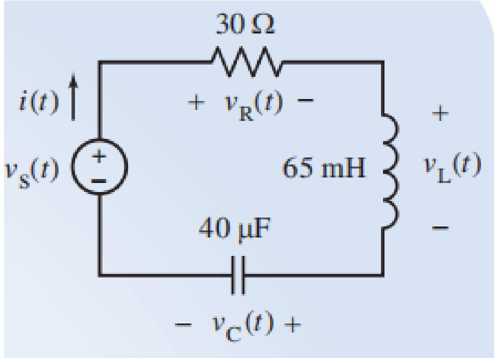
- Exemplo: Para o circuito abaixo, determinar a corrente de malha i(t) considerando que a tensão da fonte é vs(t)=12cos(1000t + 15°) V



Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

- Exemplo: Para o circuito abaixo, determinar a corrente de malha i(t) considerando que a tensão da fonte é vs(t)=12cos(1000t + 15°) V



Passo 1: Salvar a frequência de operação do circuito ω=1000 rad/s
Passo 2: Calcular as impedâncias

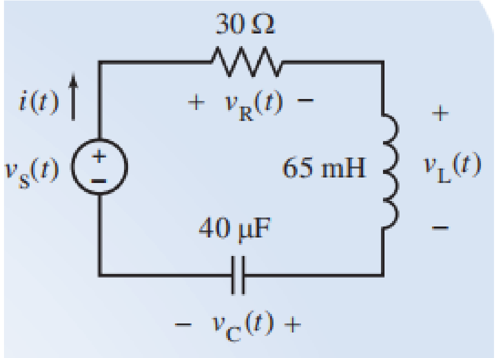
$$Z_C(\omega) = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\times 1000\times 40\times 10^{-6}} = 25/j = -j25\ \Omega$$
$$Z_L(\omega) = j\omega L = j1000(0.065) = j65\ \Omega$$
$$Z_R(\Omega) = R = 30\ \Omega$$

Passo 3: Aplicar a LKT → soma das tensões da malha é zero

Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

- Exemplo: Para o circuito abaixo, determinar a corrente de malha i(t) considerando que a tensão da fonte é vs(t)=12cos(1000t + 15°) V



Passo 3: Aplicar a LKT → soma das tensões da malha é zero e resolver para a corrente

$$12\cos(1000t + 15°) = v_r(t) + v_L(t) + v_C(t)$$
$$12\angle 15° = V_R(\omega) + V_L(\omega) + V_C(\omega) \Rightarrow V(\omega) = Z(\omega)i(\omega)$$
$$12\angle 15° = 30I(\omega) + j65I(\omega) - j25I(\omega) = (30 + j40)I(\omega)$$
$$I(\omega) = \frac{12\angle 15°}{30+j40} = \frac{12\angle 15°}{50\angle 53.13°} = 0.24\angle -38.13°\ A$$

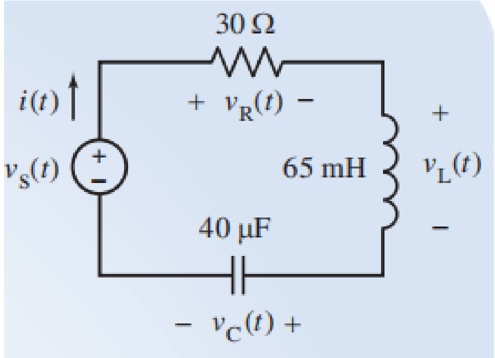
Passo 4: Calcular i(t)

$$i(t) = 0.24\cos(1000t - 38.13°)\ A$$

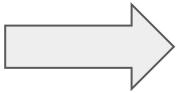
Análise em regime permanente senoidal

Impedâncias

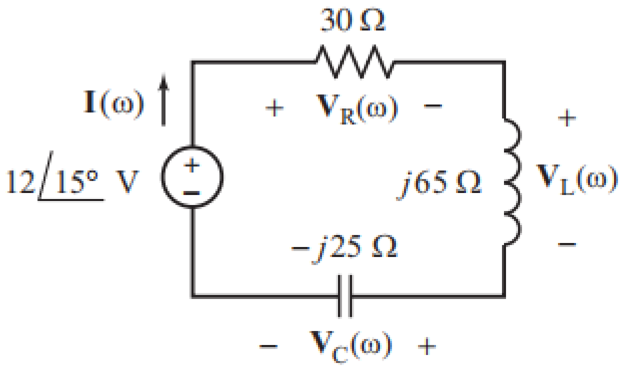
- Exemplo: Para o circuito abaixo, determinar a corrente de malha i(t) considerando que a tensão da fonte é vs(t)=12cos(1000t + 15°) V



Representação do circuito no domínio da frequência



Fontes ⇒ Fasores
RLC ⇒ Impedâncias

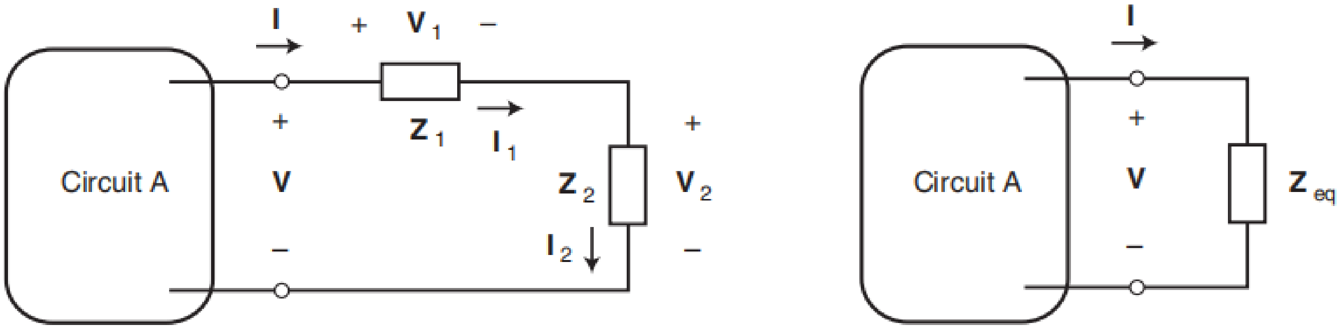


Análise em regime permanente senoidal

Associação de impedâncias

- Série ⇒ soma das impedâncias

$$\mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$$

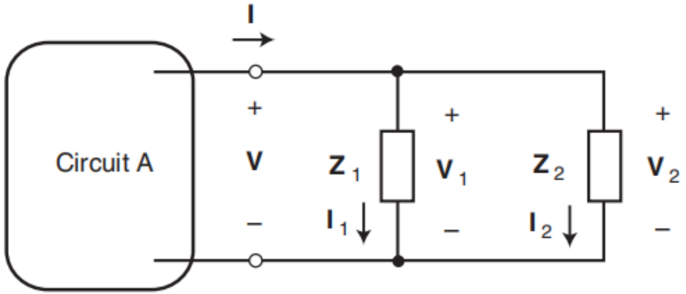


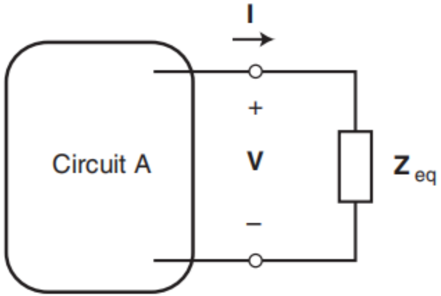
Análise em regime permanente senoidal

Associação de impedâncias

- Paralelo ⇒ soma das admitâncias ⇒ inverso da impedância equivalente é a soma do inverso das impedâncias

$$\mathbf{Z}_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2}} \qquad \mathbf{Z}_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \cdots + \frac{1}{\mathbf{Z}_n}}$$

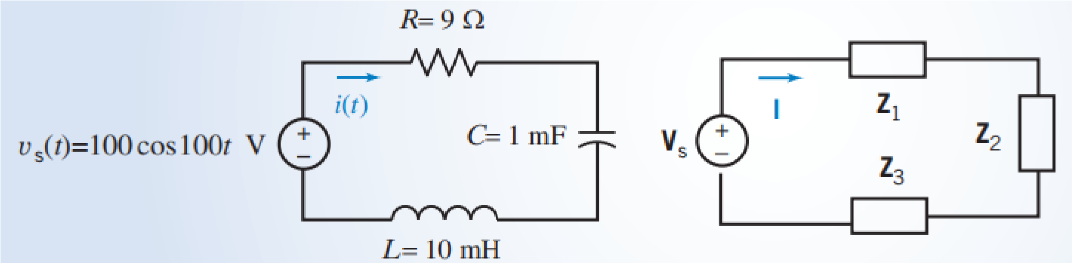




Análise em regime permanente senoidal

Associação de impedâncias

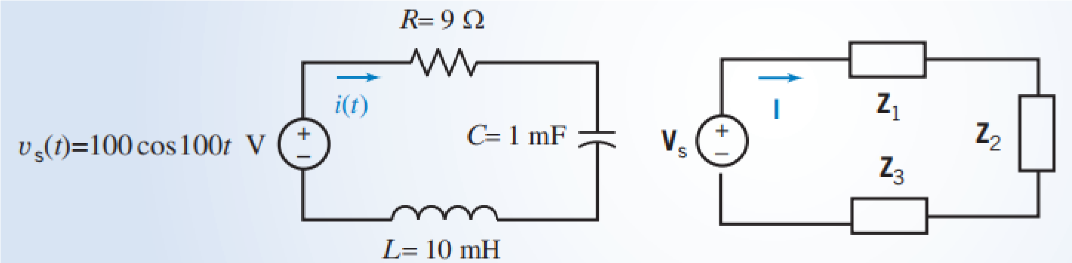
- Exemplo: Determinar a corrente i(t) no circuito abaixo



Análise em regime permanente senoidal

Associação de impedâncias

- Exemplo: Determinar a corrente i(t) no circuito abaixo



Passo 1: Representar os componentes na forma fasorial e impedâncias

$$Z_1(\omega) = 9$$
$$Z_2(\omega) = \frac{1}{j\omega C} = -j10$$
$$Z_3(\omega) = j\omega L = j1$$

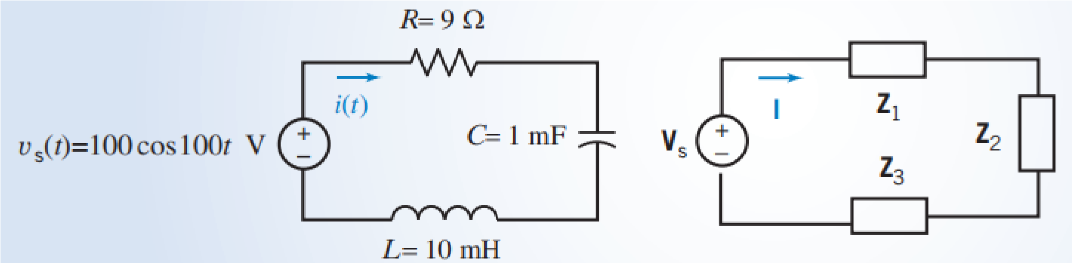
Passo 2: Calcular a impedância equivalente ⇒ circuito série ⇒ soma das impedâncias

$$Z_{eq} = 9 - j10 + j1 = 9 - j9$$

Análise em regime permanente senoidal

Associação de impedâncias

- Exemplo: Determinar a corrente i(t) no circuito abaixo



Passo 3: Aplicar a lei de Ohm

$$I(\omega) = \frac{V(\omega)}{Z(\omega)} = \frac{10\angle 0°}{9-j9} = 7.86\angle 45°\ A$$

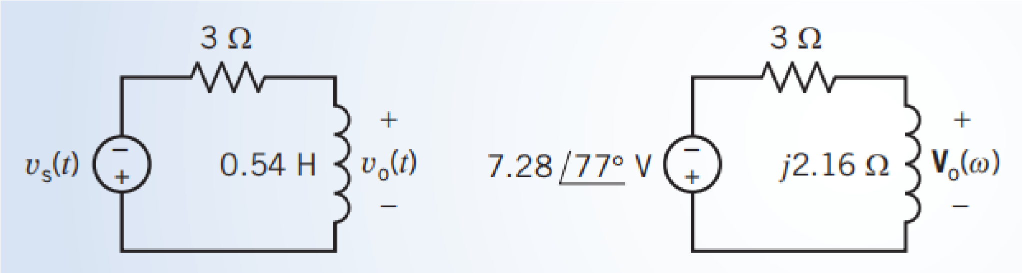
Passo 4: No domínio do tempo

$$i(t) = 7.86\cos(100t + 45°)\ A$$

Análise em regime permanente senoidal

Associação de impedâncias

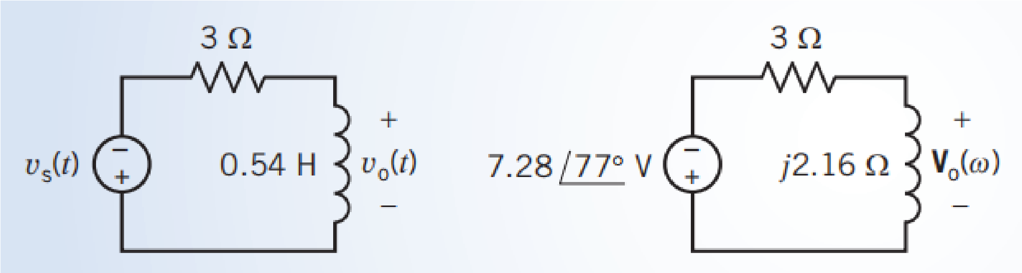
- Exemplo: **Divisor de tensão.** Considerando vs(t)=7.28cos(4t+77°) V, determinar vo(t)



Análise em regime permanente senoidal

Associação de impedâncias

- Exemplo: **Divisor de tensão.** Considerando vs(t)=7.28cos(4t+77°) V, determinar vo(t)



Divisor de tensão
Um circuito com duas impedâncias em série Z1 e Z2 é um divisor de tensão.
Neste caso, pode-se calcular a tensão na impedância Z1 (ou Z2) pela relação

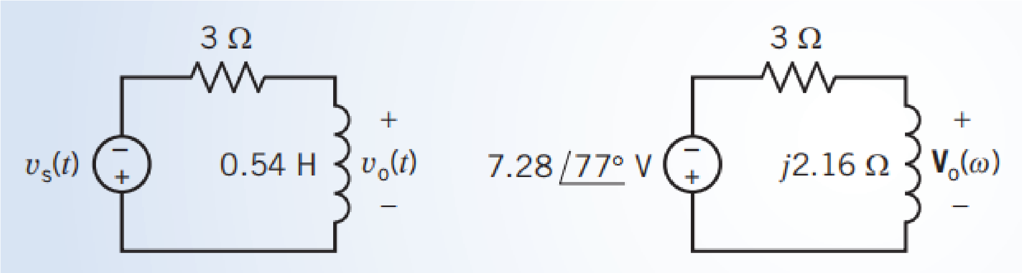
$$V_{Z_1}(\omega) = V_s(\omega) \times \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}$$

$$V_{Z_2}(\omega) = V_s(\omega) \times \frac{Z_2}{Z_1+Z_2}$$

Análise em regime permanente senoidal

Associação de impedâncias

- Exemplo: **Divisor de tensão.** Considerando vs(t)=7.28cos(4t+77°) V, determinar vo(t)



Passo 1: Usando o método do divisor de tensão

$$V_o(\omega) = (-7.28\angle 77°)\frac{j2.16}{3+j2.16} = 4.25\angle 311°\ V$$

$$v_o(t) = 4.25\cos(4t + 311°)\ V$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Para um circuito elétrico composto por RLC em regime permanente senoidal

- Em uma frequência fixa
    - Assumindo a entrada como uma fonte de sinal, e a saída a tensão ou corrente em um determinado componente.
    - A razão da amplitude do sinal de saída e do sinal de entrada é constante
    - A diferença de fase entre a saída e a entrada é constante
    - Em outra frequência, as razões podem assumir outros valores, mas também são constantes naquela frequência
- Propriedades de um circuito linear
    - Ganho,
    - Deslocamento de fase e
    - Função de rede (ou função de transferência)

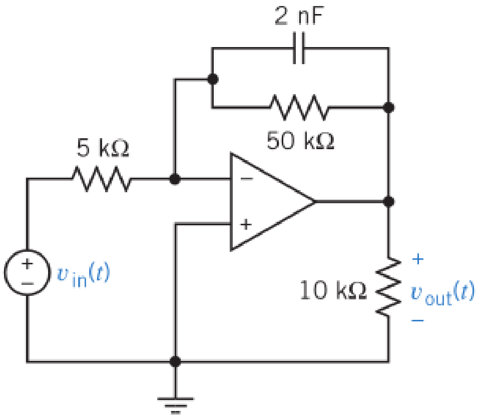
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Entrada
Fonte de tensão Vin

Saída
Tensão no resistor de 10k (Vout)

Em regime permanente senoidal
Saída senoidal de mesma frequência da entrada

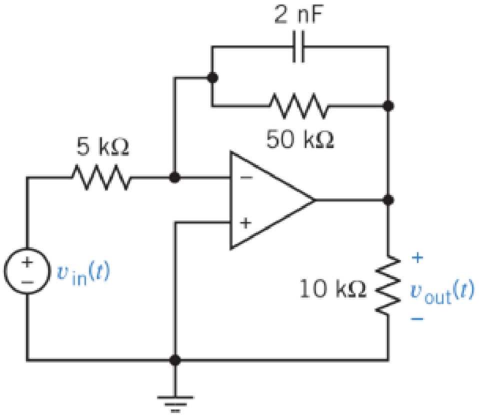
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Supondo entrada e saída

$$v_{in}(t) = A \cos \omega t \qquad v_{out}(t) = B \cos(\omega t + \theta)$$

Ganho:
G = B/A

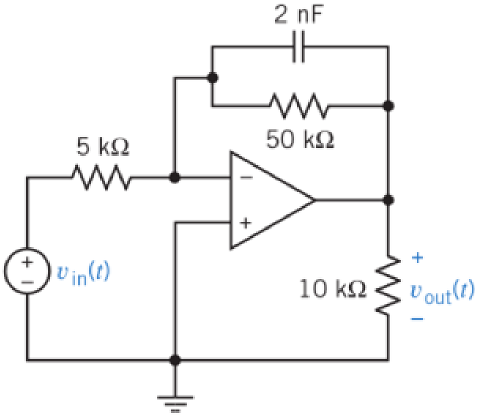
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Supondo entrada e saída

$$v_{in}(t) = A \cos \omega t \qquad v_{out}(t) = B \cos(\omega t + \theta)$$

Deslocamento de fase:
f = ϴ°-0°=ϴ°

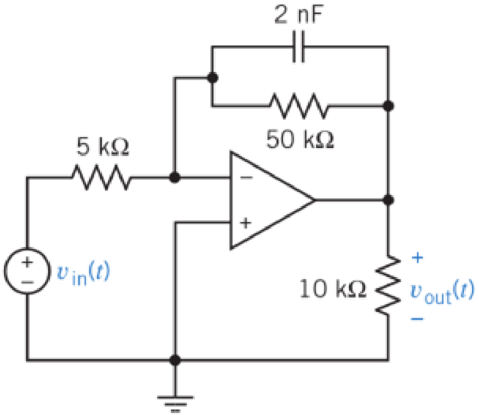
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Supondo entrada e saída

$$v_{in}(t) = A \cos \omega t \qquad v_{out}(t) = B \cos (\omega t + \theta)$$

Na frequência 6283 rad/s

Ganho = 8.47/1 = 8.47

Deslocamento de fase = 148°

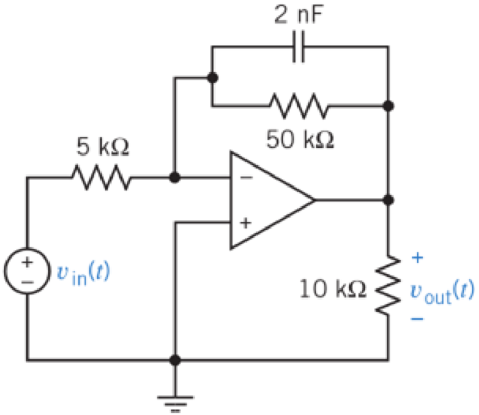
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Supondo entrada e saída

$$v_{in}(t) = A \cos \omega t \qquad v_{out}(t) = B \cos(\omega t + \theta)$$

O deslocamento de fase determina o tempo que a saída é atrasada ou adiantada em relação à entrada

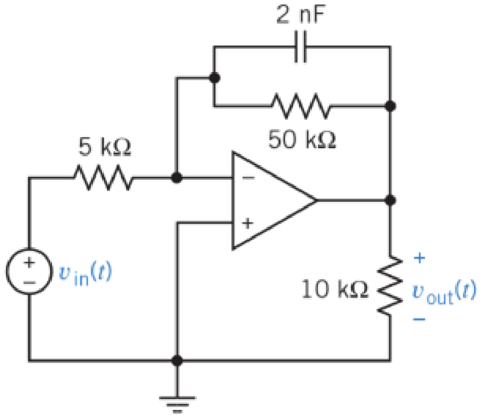
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Supondo entrada e saída

$$v_{in}(t) = A \cos \omega t \qquad v_{out}(t) = B \cos(\omega t + \theta)$$

$$B \cos(\omega t + \theta) = B \cos\left(\omega\left(t + \frac{\theta}{\omega}\right)\right) = B \cos(\omega(t + t_0))$$

$$t_0 = \theta/\omega \qquad t_0 = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2.58 \text{ rad}}{6283 \text{ rad/s}} = 410\ \mu s$$

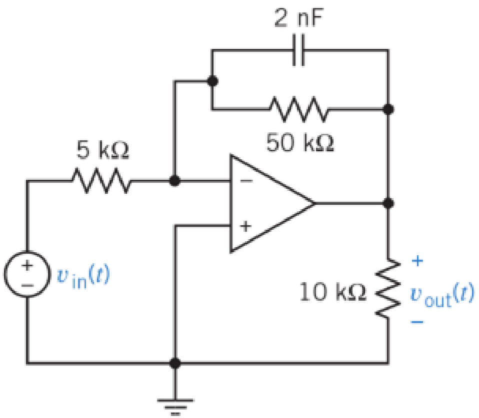
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Supondo entrada e saída

Na frequência de 6283 rad/s o circuito:
Amplifica por um fator de 8.47
Adianta o sinal por 410 μs

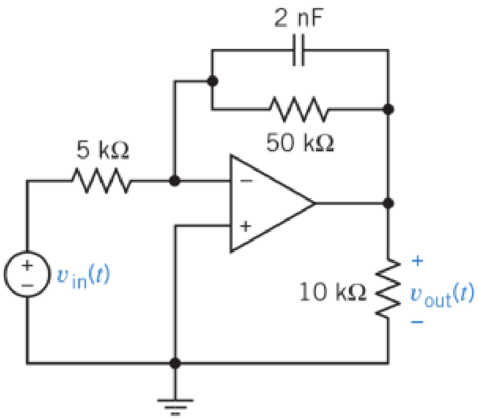
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Supondo entrada e saída

$v_{in}(t) = 1 \cos 3141.6t \text{ V}$ $\quad v_{out}(t) = 9.54 \cos(3141.6t + 163°) \text{ V}$

Na frequência de 3141.6 rad/s o circuito:
Amplifica por um fator de 9.54
Adianta o sinal por 163° ou 51.8 μs

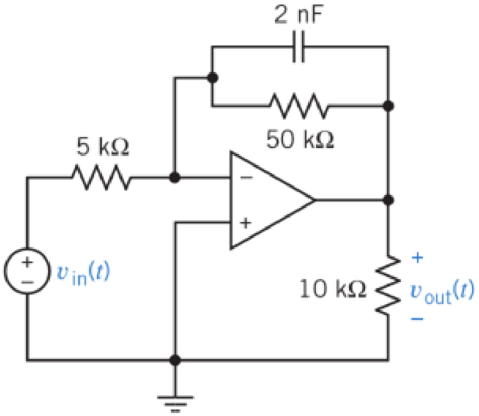
Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

Comportamento de circuitos que contém elementos reativos (capacitores e indutores) é dependente da frequência

- Ganho, deslocamento de fase e função de rede são funções da frequência

Exemplo:



Analisando várias frequências, pode-se obter a resposta em frequência do circuito Função de rede (transferência)

f (Hz)	ω (rad/s)	GAIN	PHASE SHIFT
100	628.3	9.98	176°
500	3,141.6	9.54	163°
1,000	6,283	8.47	148°
5,000	31,416	3.03	108°
10,000	62,830	1.57	99°

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Função de rede
  - Descreve o comportamento do circuito de acordo com a frequência (amplitude e fase)
  - Relação entre os fasores de saída e entrada (corrente ou tensão)

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$$

$$G = |H(\omega)| = \frac{|Y(\omega)|}{|X(\omega)|}$$

$$f = \angle H(\omega) = \angle Y(\omega) - \angle X(\omega)$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Função de rede
  - Passos para encontrar a função de rede de um circuito

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$$

$$G = |H(\omega)| = \frac{|Y(\omega)|}{|X(\omega)|}$$

$$f = \angle H(\omega) = \angle Y(\omega) - \angle X(\omega)$$

Passos:

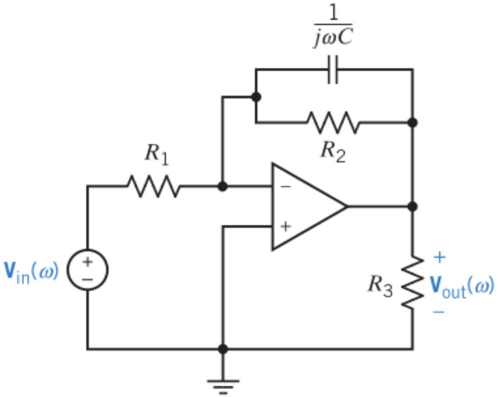
1 - representar o circuito no domínio da frequência usando impedâncias e fasores;

2 - analisar o circuito para determinar a razão entre os fasores de saída e de entrada;

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Função de rede
  - Passos para encontrar a função de rede de um circuito
- Exemplo



Equação de nó para a porta inversora

$$\frac{\mathbf{V}_{in}(\omega)}{R_1} + \frac{\mathbf{V}_{out}(\omega)}{R_2} + j\omega C \mathbf{V}_{out}(\omega) = 0$$

Função de transferência

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{\mathbf{V}_{out}(\omega)}{\mathbf{V}_{in}(\omega)} = \frac{-R_2}{R_1 + j\omega C R_1 R_2}$$

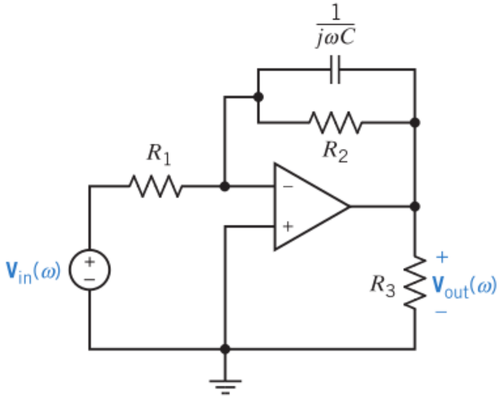
$$|\mathbf{H}(\omega)| = \mathrm{H} = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1+\omega^2 C^2 R_2^2}}$$

$$\angle \mathbf{H}(\omega) = 180^\circ - \tan^{-1}(\omega C R_2)$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Função de rede
  - Passos para encontrar a função de rede de um circuito
- Exemplo



Equação de nó para a porta inversora

$$\frac{\mathbf{V}_{in}(\omega)}{R_1} + \frac{\mathbf{V}_{out}(\omega)}{R_2} + j\omega C\mathbf{V}_{out}(\omega) = 0$$

Função de transferência

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{\mathbf{V}_{out}(\omega)}{\mathbf{V}_{in}(\omega)} = \frac{-R_2}{R_1 + j\omega C R_1 R_2}$$

$R_1 = 5\ \text{k}\Omega \quad R_2 = 50\ \text{k}\Omega \quad C = 2\ \text{nF}$

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{-10}{1 + (j\omega/10,000)}$$

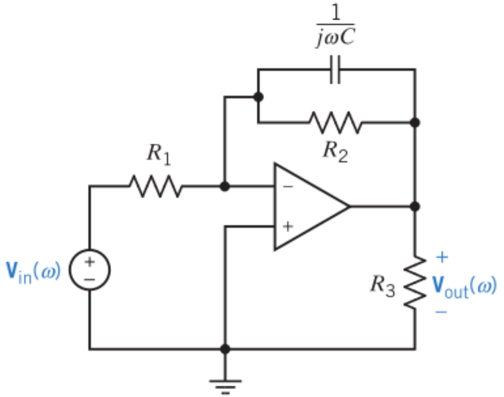
$$|\mathbf{H}(\omega)| = \frac{10}{\sqrt{1 + (\omega^2/10^8)}}$$

$$\angle\mathbf{H}(\omega) = 180^\circ - \tan^{-1}(\omega/10,000)$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Função de rede
  - Passos para encontrar a função de rede de um circuito
- Exemplo



Equação de nó para a porta inversora

$$\frac{\mathbf{V}_{in}(\omega)}{R_1} + \frac{\mathbf{V}_{out}(\omega)}{R_2} + j\omega C\mathbf{V}_{out}(\omega) = 0$$

Função de transferência

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{\mathbf{V}_{out}(\omega)}{\mathbf{V}_{in}(\omega)} = \frac{-R_2}{R_1 + j\omega C R_1 R_2}$$

$$R_1 = 5\,\text{k}\Omega \quad R_2 = 50\,\text{k}\Omega \quad C = 2\,\text{nF}.$$

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{-10}{1 + (j\omega/10,000)}$$

$$\frac{10}{\sqrt{1 + \frac{6283^2}{10^8}}} = 8.47$$

$$180^\circ - \tan^{-1}(6283/10,000) = 148^\circ$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

A função de rede contém informação que permite calcular a resposta em regime permanente CA em qualquer frequência. Descreve o comportamento do sistema.

- Função de rede
  - Passos para encontrar a função de rede de um circuito
- Resposta em frequência
  - Equação que representa o ganho e o deslocamento de fase de um circuito
- Exemplo:
  - Para a entrada

$$v_{\text{in}}(t) = 0.4\cos(5000t + 45^\circ)\ \text{V}$$

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{-10}{1 + (j5000/10,000)} = 8.94\,\underline{/153^\circ}$$

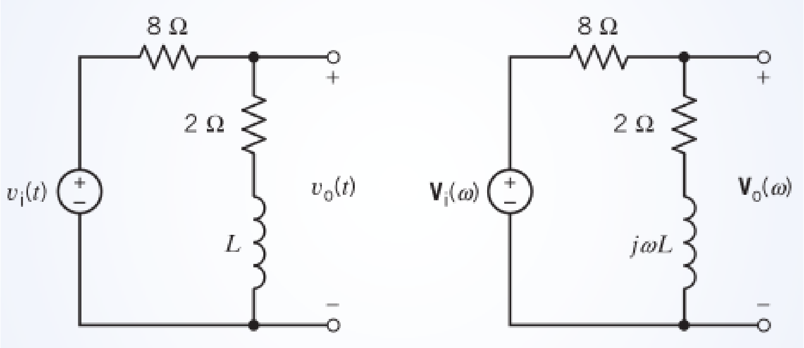
$$\mathbf{V}_{\text{out}}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{V}_{\text{in}}(\omega) = (8.94\,\underline{/153^\circ})(0.4\,\underline{/45^\circ}) = 3.58\,\underline{/198^\circ}$$

$$v_{\text{out}}(t) = 3.58\cos(5000t + 198^\circ)\ \text{V}$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Função de rede
  - Descreve o comportamento do circuito de acordo com a frequência (amplitude e fase)
  - Relação entre os fasores de saída e entrada (corrente ou tensão)
- Outro exemplo



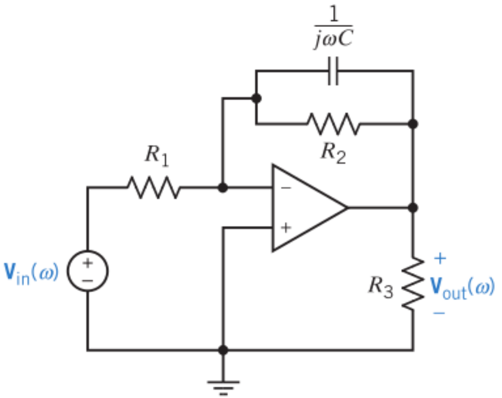
$$H(\omega) = V_o(\omega)/V_i(\omega) = 0.2\,\frac{1+j\omega/5}{1+j\omega/25}$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Função de rede
  - Parâmetros
    - H_0
    - ω_0

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}} \qquad \frac{|H_0|}{\sqrt{1 + \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \qquad \angle H_0 - \tan^{-1}(\omega/\omega_0)$$



$\omega \ll \omega_0$ → Ganho em CC → $|H_0|$

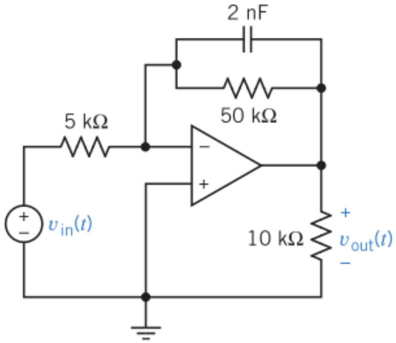
ω_0 → Frequência de meia potência / Frequência de corte

Frequência na qual:
- potência diminui por um fator de 2
- amplitude diminui por $\sqrt{2}$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Analisando graficamente uma função de rede



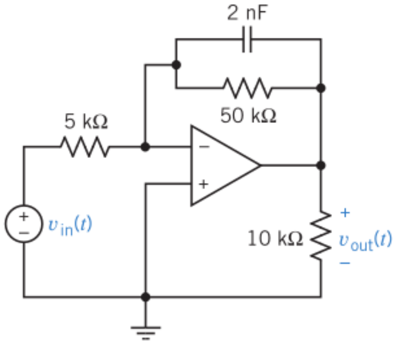
f (Hz)	ω (rad/s)	GAIN	PHASE SHIFT
100	628.3	9.98	176°
500	3,141.6	9.54	163°
1,000	6,283	8.47	148°
5,000	31,416	3.03	108°
10,000	62,830	1.57	99°

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Vetor de frequências a serem analisadadas
# Frequência inicial 0, frequência final 10 kHz, passos de 100 Hz
f = np.arange(0, 50e3, 1e2)
omega = 2*np.pi*f

# Dados do circuito
R1 = 5e3
R2 = 50e3
C = 2e-9

H = -R2 / (R1 + (1j*omega*C*R1*R2))

plt.close('all')
plt.figure()
plt.subplot(121)
plt.plot(f, np.abs(H))
plt.xlabel('Frequência (Hz)')
plt.ylabel('Magnitude')
plt.grid()

plt.subplot(122)
plt.plot(f, np.angle(H)*180/np.pi)
plt.xlabel('Frequência (Hz)')
plt.ylabel('Fase (Graus)')
plt.grid()

plt.show()
```

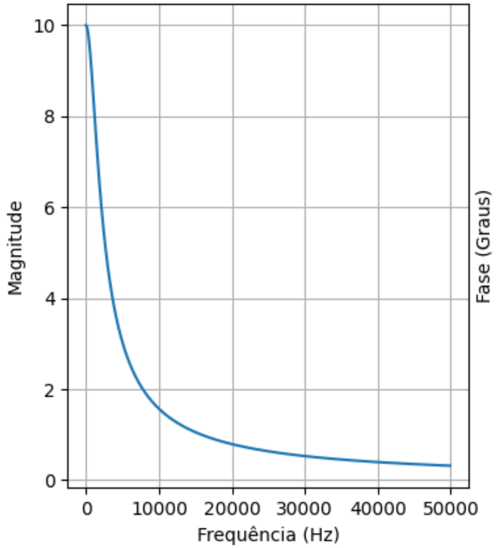
Projeto de operação de filtros

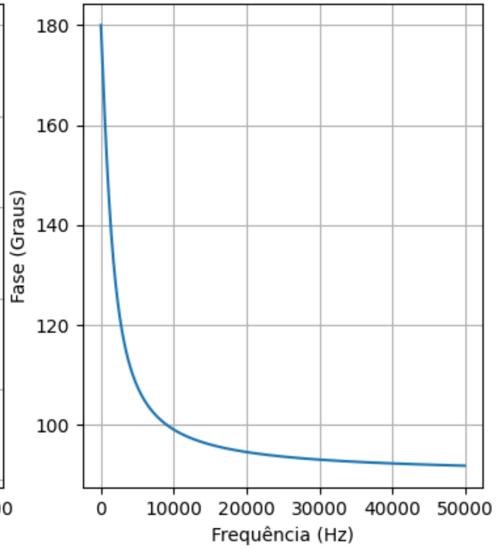
Resposta em frequência

- Analisando graficamente uma função de rede



$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$



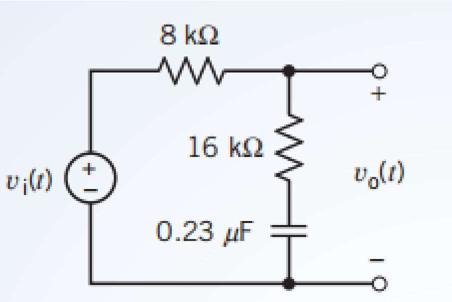


f (Hz)	ω (rad/s)	GAIN	PHASE SHIFT
100	628.3	9.98	176°
500	3,141.6	9.54	163°
1,000	6,283	8.47	148°
5,000	31,416	3.03	108°
10,000	62,830	1.57	99°

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

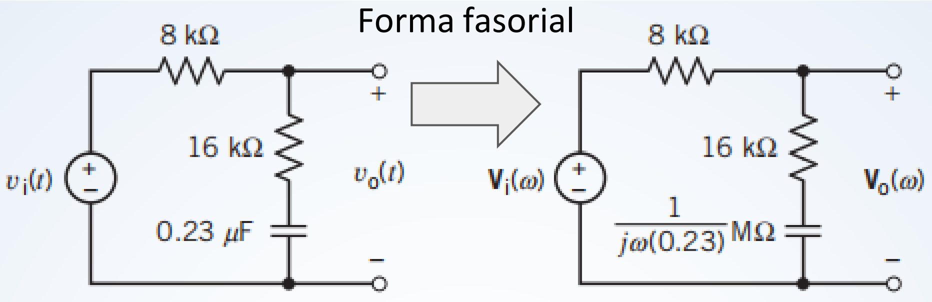
- Exemplo: Considere o circuito abaixo, para o qual a entrada é a fonte de tensão vi(t) e a saída é a tensão vo(t). Encontrar a função de rede que representa o circuito.



Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Exemplo: Considere o circuito abaixo, para o qual a entrada é a fonte de tensão vi(t) e a saída é a tensão vo(t). Encontrar a função de rede que representa o circuito.



$$V_o(\omega) = \frac{16k+1/(j\omega 0.23uF)}{8k+16k+1/(j\omega 0.23uF)} V_i(\omega)$$

$$V_o(\omega)/V_i(\omega) = \frac{16k+1/(j\omega 0.23uF)}{8k+16k+1/(j\omega 0.23uF)} = \frac{1+j(0.00368)\omega}{1+j(0.00552)\omega}$$

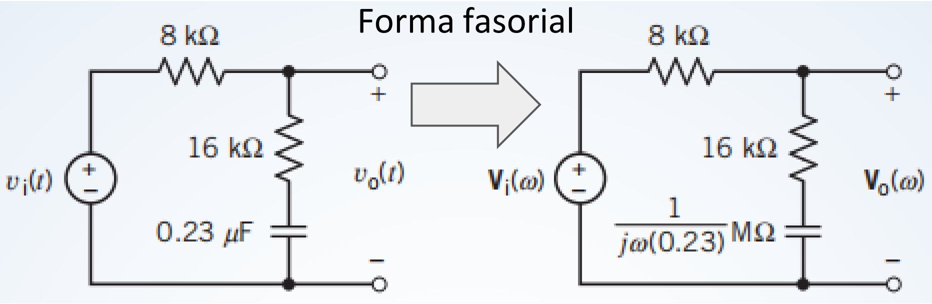
Projeto de operação de filtros

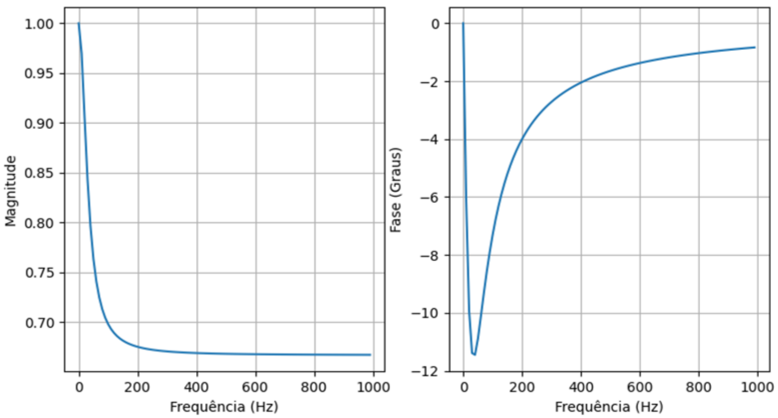
$$V_o(\omega) = \frac{16k+1/(j\omega 0.23uF)}{8k+16k+1/(j\omega 0.23uF)} V_i(\omega)$$

$$V_o(\omega)/V_i(\omega) = \frac{16k+1/(j\omega 0.23uF)}{8k+16k+1/(j\omega 0.23uF)} = \frac{1+j(0.00368)\omega}{1+j(0.00552)\omega}$$

Resposta em frequência

- Exemplo: Considere o circuito abaixo, para o qual a entrada é a fonte de tensão vi(t) e a saída é a tensão vo(t). Encontrar a função de rede que representa o circuito.

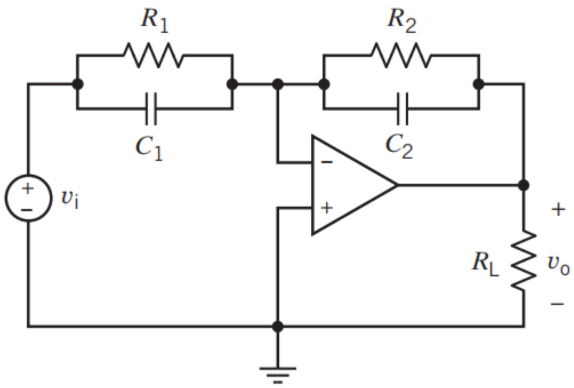




Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Alguns circuitos e suas funções de rede

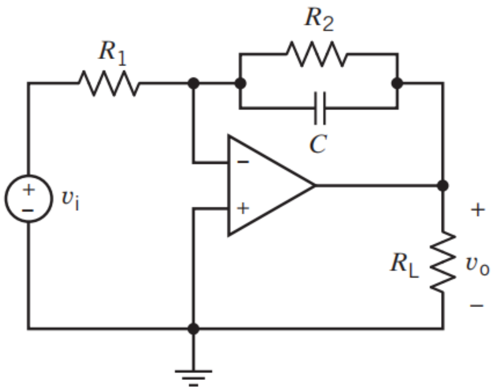


$$\mathbf{H}(\omega) = -k\,\frac{1 + j\,\frac{\omega}{z}}{1 + j\,\frac{\omega}{p}}$$

$$k = \frac{R_2}{R_1}$$

$$z = \frac{1}{C_1 R_1}$$

$$p = \frac{1}{C_2 R_2}$$



$$\mathbf{H}(\omega) = -\,\frac{k}{1 + j\,\frac{\omega}{p}}$$

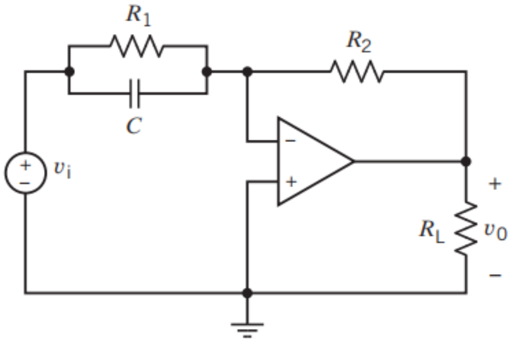
$$k = \frac{R_2}{R_1}$$

$$p = \frac{1}{CR_2}$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

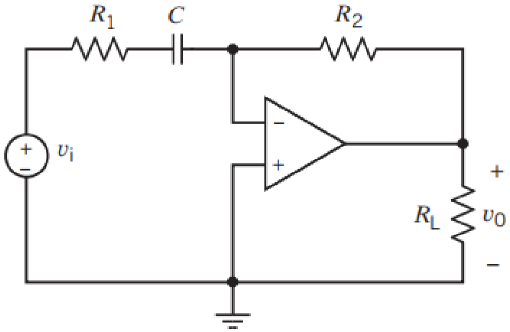
- Alguns circuitos e suas funções de rede



$$\mathbf{H}(\omega) = -k\left(1 + j\frac{\omega}{z}\right)$$

$$k = \frac{R_2}{R_1}$$

$$z = \frac{1}{CR_1}$$



$$\mathbf{H}(\omega) = -k\,\frac{j\omega}{1 + j\frac{\omega}{p}}$$

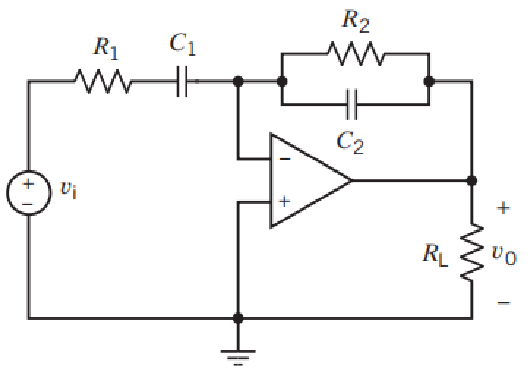
$$k = R_2C$$

$$p = \frac{1}{CR_1}$$

Projeto de operação de filtros

Resposta em frequência

- Alguns circuitos e suas funções de rede



$$\mathbf{H}(\omega) = -\frac{k(j\omega)}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{p_1}\right)\left(1 + j\dfrac{\omega}{p_2}\right)}$$

where $k = C_1 R_2$

$$p_1 = \frac{1}{C_1 R_1}$$

$$p_2 = \frac{1}{C_2 R_2}$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Vimos como determinar a função de rede (transferência) de um circuito
- O projeto de filtros consiste na determinação de um circuito que implementa uma determinada função de transferência
  - Não é um problema com uma única solução ⇒ pode haver vários circuitos que implementam a função de transferência
- Filtros
  - Tipo de circuito especial que tem capacidade de eliminar frequências enquanto mantém outras
  - Filtros passivos: implementados usando somente RLC
  - Filtros ativos: filtros que utilizam algum elemento ativo (alimentado) em sua construção, como amplificadores operacionais

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros ideais
  - Estes filtros separam as componentes em frequência em dois grupos: as componentes que passam pelo filtro inalteradas e as componentes que são eliminadas completamente.
- Exemplos:
  - Considerando a entrada de um filtro composta pela soma de senóides

$$v_{\mathrm{i}}(t) = \cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t + \cos \omega_3 t$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros ideais
  - Estes filtros separam as componentes em frequência em dois grupos: as componentes que passam pelo filtro inalteradas e as componentes que são eliminadas completamente.
- Exemplos:
  - Considerando a entrada de um filtro composta pela soma de senóides

$$v_i(t) = \cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t + \cos \omega_3 t$$

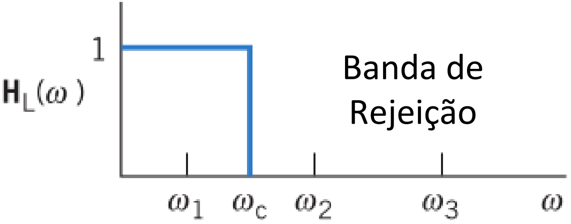
Filtro passa-baixas ideal

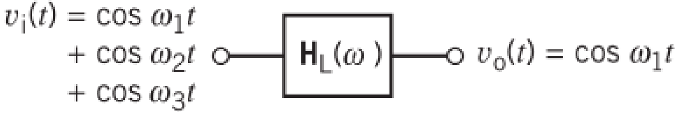
$$\mathbf{H}(\omega) = \begin{cases} 1 \angle 0^\circ & \omega < \omega_c \\ 0 & \omega > \omega_c \end{cases}$$

Frequência de corte

Banda de Passagem

Banda de Rejeição



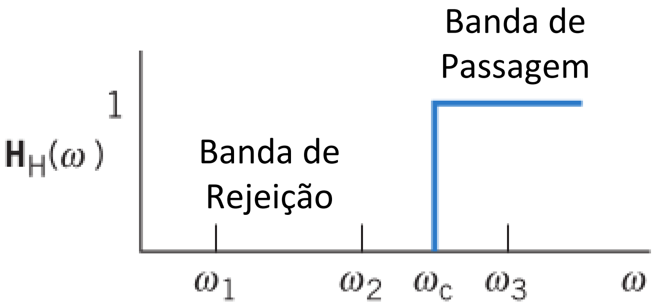


Projeto de operação de filtros

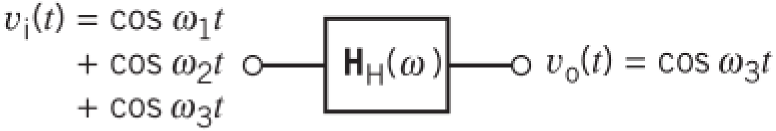
Projeto de filtros

- Filtros ideais
  - Estes filtros separam as componentes em frequência em dois grupos: as componentes que passam pelo filtro inalteradas e as componentes que são eliminadas completamente.
- Exemplos:
  - Considerando a entrada de um filtro composta pela soma de senóides

$$v_i(t) = \cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t + \cos \omega_3 t$$



Filtro passa-altas ideial

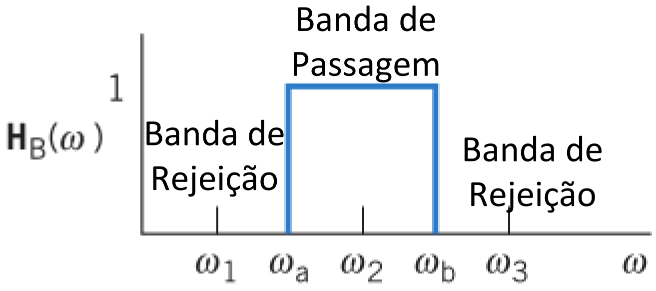


Projeto de operação de filtros

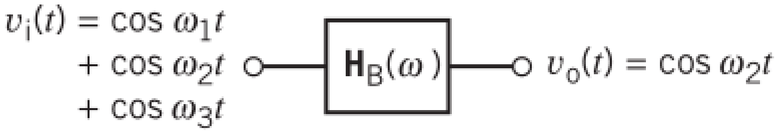
Projeto de filtros

- Filtros ideais
  - Estes filtros separam as componentes em frequência em dois grupos: as componentes que passam pelo filtro inalteradas e as componentes que são eliminadas completamente.
- Exemplos:
  - Considerando a entrada de um filtro composta pela soma de senóides

$$v_i(t) = \cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t + \cos \omega_3 t$$



Filtro passa-banda (faixa) ideial

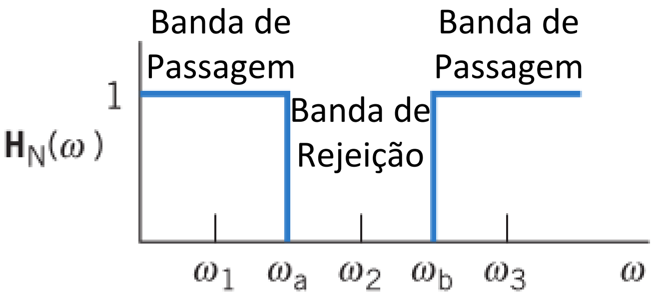


Projeto de operação de filtros

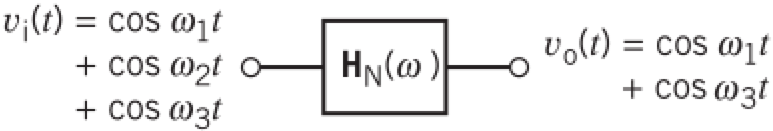
Projeto de filtros

- Filtros ideais
  - Estes filtros separam as componentes em frequência em dois grupos: as componentes que passam pelo filtro inalteradas e as componentes que são eliminadas completamente.
- Exemplos:
  - Considerando a entrada de um filtro composta pela soma de senóides

$$v_i(t) = \cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t + \cos\omega_3 t$$



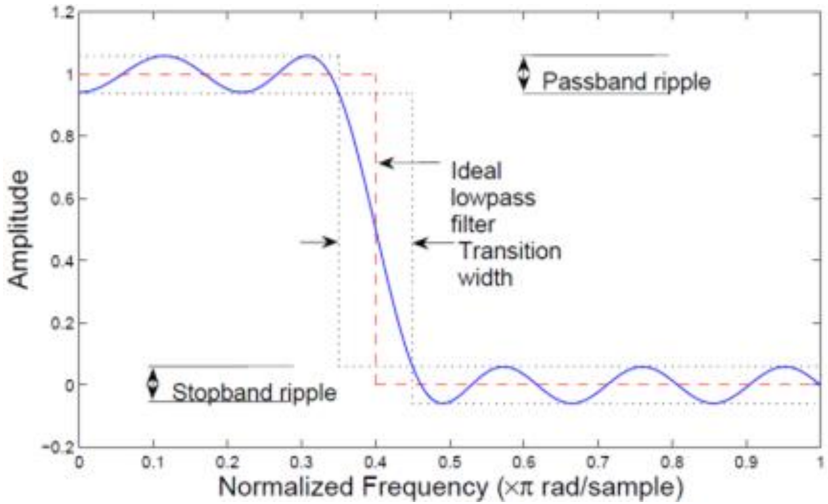
Filtro rejeita-banda (faixa) ideial



Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Filtros ideias não existem
    - Transformada de Fourier inversa de um filtro ideal → resposta infinita, não-causal
  - Definição de filtros: circuitos que aproximam a sua resposta em frequência de um filtro ideal
  - Especificações de um filtro de acordo com a aplicação
    - Banda de passagem
    - Banda rejeição
    - Banda de transição
    - Ripples na banda de passagem e rejeição



P = V I = V^2 / R = I^2 R

P = V^2 / R ⇒ R=1

V = \sqrt(P)

V_fc = 1/sqrt(2)

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
    - Funções de transferência normalizadas que podem ser modificadas para se projetar um filtro com frequência de corte desejada
    - Exemplo: Filtro Butterworth (funções de transferência pré-calculadas para a frequência de corte de 1 Hz. s = jω

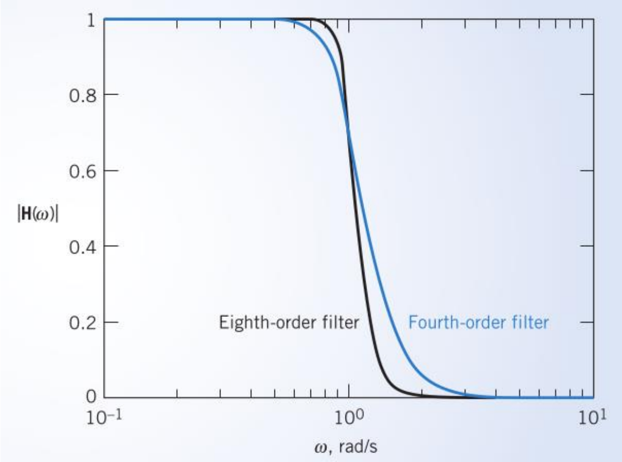
$$H_{\mathrm{L}}(s) = \frac{\pm 1}{D(s)}$$

1	$s + 1$
2	$s^2 + 1.414s + 1$
3	$(s + 1)(s^2 + s + 1)$
4	$(s^2 + 0.765s + 1)(s^2 + 1.848s + 1)$
5	$(s + 1)(s^2 + 0.618s + 1)(s^2 + 1.618s + 1)$
6	$(s^2 + 0.518s + 1)(s^2 + 1.414s + 1)(s^2 + 1.932s + 1)$
7	$(s + 1)(s^2 + 0.445s + 1)(s^2 + 1.247s + 1)(s^2 + 1.802s + 1)$
8	$(s^2 + 0.390s + 1)(s^2 + 1.111s + 1)(s^2 + 1.663s + 1)(s^2 + 1.962s + 1)$
9	$(s + 1)(s^2 + 0.347s + 1)(s^2 + s + 1)(s^2 + 1.532s + 1)(s^2 + 1.879s + 1)$
10	$(s^2 + 0.313s + 1)(s^2 + 0.908s + 1)(s^2 + 1.414s + 1)(s^2 + 1.782s + 1)(s^2 + 1.975s + 1)$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Funções de transferência normalizadas que podem ser modificadas para se projetar um filtro com frequência de corte desejada
  - Exemplo: Filtro Butterworth (funções de transferência pré-calculadas para a frequência de corte de 1 Hz. s = jω



$$s + 1$$
$$s^2 + 1.414s + 1$$
$$(s + 1)(s^2 + s + 1)$$
$$\boxed{(s^2 + 0.765s + 1)(s^2 + 1.848s + 1)}$$
$$(s + 1)(s^2 + 0.618s + 1)(s^2 + 1.618s + 1)$$
$$(s^2 + 0.518s + 1)(s^2 + 1.414s + 1)(s^2 + 1.932s + 1)$$
$$(s + 1)(s^2 + 0.445s + 1)(s^2 + 1.247s + 1)(s^2 + 1.802s + 1)$$
$$\boxed{(s^2 + 0.390s + 1)(s^2 + 1.111s + 1)(s^2 + 1.663s + 1)(s^2 + 1.962s + 1)}$$
$$(s + 1)(s^2 + 0.347s + 1)(s^2 + s + 1)(s^2 + 1.532s + 1)(s^2 + 1.879s + 1)$$
$$(s^2 + 0.313s + 1)(s^2 + 0.908s + 1)(s^2 + 1.414s + 1)(s^2 + 1.782s + 1)(s^2 + 1.975s + 1)$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Funções de transferência normalizadas que podem ser modificadas para se projetar um filtro com frequência de corte desejada
  - Exemplo: Filtro Butterworth (funções de transferência pré-calculadas para a frequência de corte de 1 Hz. $s = j\omega$
    - Ajuste da frequência de corte para a frequência desejada
      - $s \Rightarrow s/\omega_0$ ou $j\omega \Rightarrow j\omega/\omega_0$

$$H_n(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

$$s \Rightarrow s/\omega_c \quad \omega_c = 500\ rad/s$$

$$H(s) = \frac{1}{(\frac{s}{500}+1)((\frac{s}{500})^2+\frac{s}{\omega_c}+1)}$$

$$H(s) = \frac{125000000}{(s+500)(s^2+500s+250000)}$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

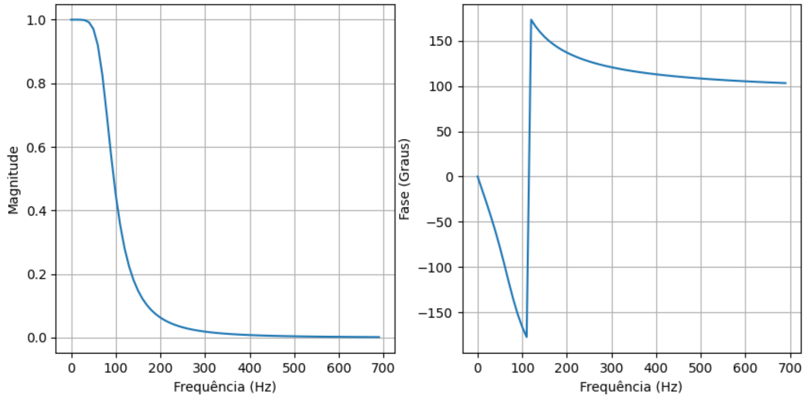
- Filtros práticos
  - Funções de transferência normalizadas que podem ser modificadas para se projetar um filtro com frequência de corte desejada
  - Exemplo: Filtro Butterworth (funções de transferência pré-calculadas para a frequência de corte de 1 Hz. s = jω
    - Ajuste da frequência de corte para a frequência desejada
      - $s \Rightarrow s/\omega_0$ ou $j\omega \Rightarrow j\omega/\omega_0$

$$H_n(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

$$s \Rightarrow s/\omega_c \quad \omega_c = 500\ rad/s$$

$$H(s) = \frac{1}{(\frac{s}{500}+1)((\frac{s}{500})^2+\frac{s}{\omega_c}+1)}$$

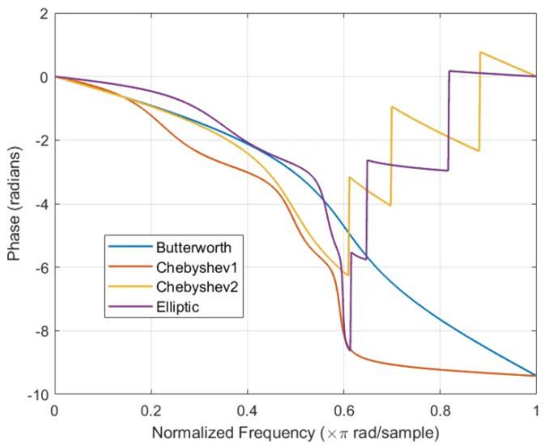
$$H(s) = \frac{125000000}{(s+500)(s^2+500s+250000)}$$

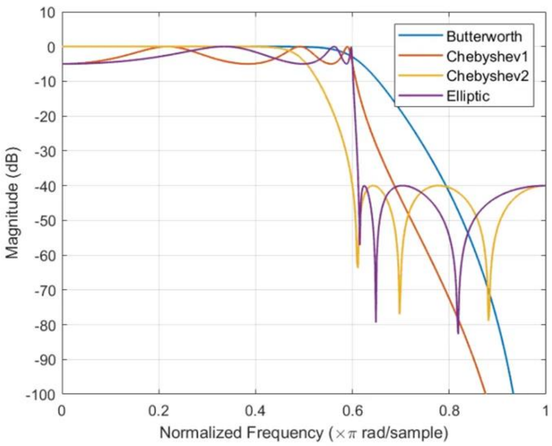


Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Funções de transferência normalizadas que podem ser modificadas para se projetar um filtro com frequência de corte desejada
  - Exemplo:
    - Outras aproximações: Butterworth, Chebyshev, Elítico





Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Filtros de segunda ordem
    - Fornecem aproximação relativamente boa para filtros ideais
    - São componentes de filtros de mais altas ordens
    - Parâmetros da função de transferência: Ganho em CC (k) , frequência de corte (ω_0) e fator de qualidade (Q)
  - Exemplo: Filtro passa-baixas de segunda ordem

$$H_{PB}(s) = \frac{k{\omega_0}^2}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+{\omega_0}^2}$$

$$H_{PB}(\omega) = \frac{k{\omega_0}^2}{-\omega^2+\frac{\omega_0}{Q}j\omega+{\omega_0}^2}$$

$$|H_{PB}(\omega)| = \frac{k{\omega_0}^2}{\sqrt{({\omega_0}^2-\omega)^2+(\frac{\omega_0}{Q}\omega)}} \cong \begin{cases} k & \omega \ll \omega_0 \\ 0 & \omega \gg \omega_0 \end{cases}$$

Projeto de operação de filtros

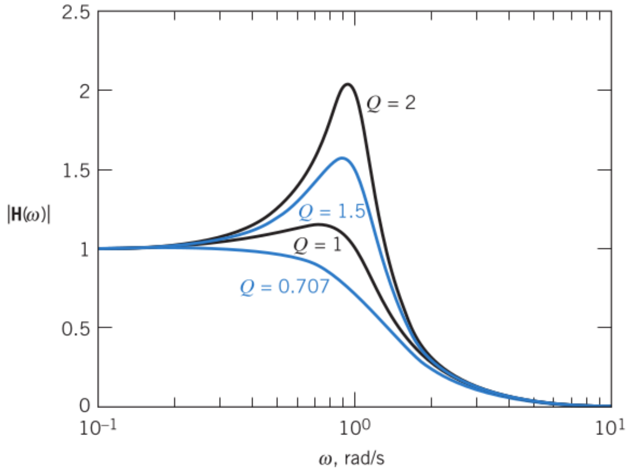
Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Filtros de segunda ordem
    - Fornecem aproximação relativamente boa para filtros ideais
    - São componentes de filtros de mais altas ordens
    - Parâmetros da função de transferência: Ganho em CC (k) , frequência de corte (ω_0) e fator de qualidade (Q)
  - Exemplo: Filtro passa-baixas de segunda ordem

$$H_{PB}(\omega) = \frac{k\omega_0{}^2}{-\omega^2+\frac{\omega_0}{Q}j\omega+\omega_0{}^2}$$

Respostas de acordo com o fator de qualidade

Fator de qualidade controle a transição da banda de passagem para a banda de rejeição

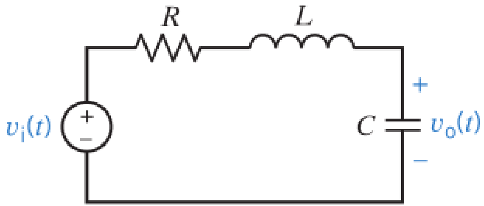


Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
    - Circuitos para filtros passivos de segunda ordem

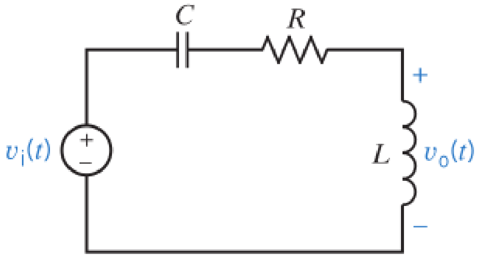
Passa-baixas



$$H(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$
$$k = 1$$

Passa-altas



$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

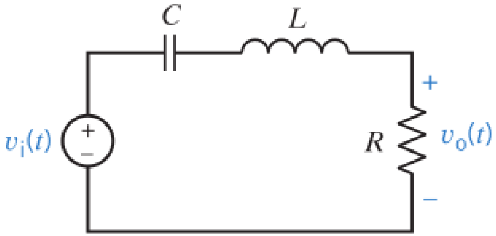
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$
$$k = 1$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Circuitos para filtros passivos de segunda ordem

Passa-banda



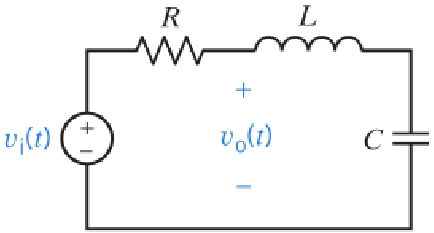
$$H(s) = \frac{\frac{R}{L}s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$k = 1$$

Rejeita banda



$$H(s) = \frac{s^2 + \frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

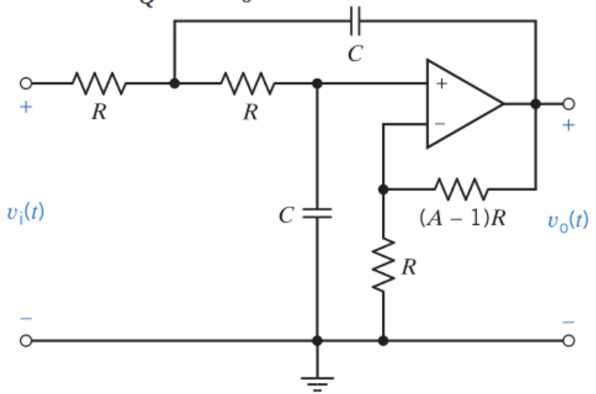
$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$k = 1$$

$$H_{PB}(\omega) = \frac{k\omega_0^{\,2}}{-\omega^2+\frac{\omega_0}{Q}j\omega+\omega_0^{\,2}}$$

Passa-baixas

Projeto de operação de filtros



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

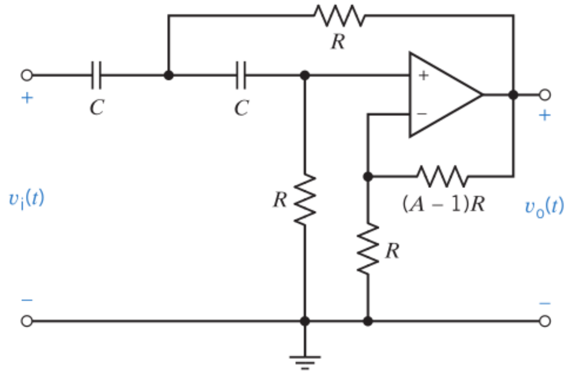
$$Q = \frac{1}{3-A}$$

$$k = A$$

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Circuitos para filtros ativos de segunda ordem

Passa-altas



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3-A}$$

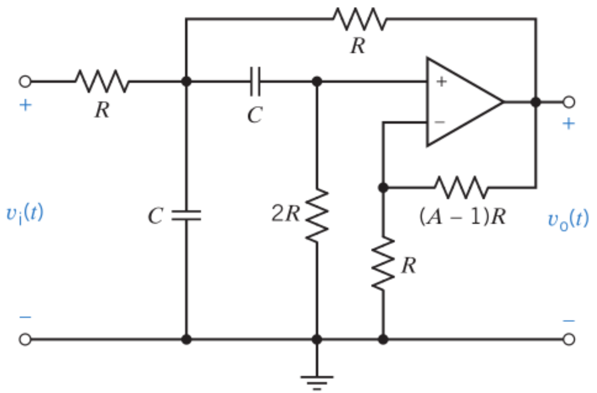
$$k = A$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Circuitos para filtros ativos de segunda ordem

Passa-banda

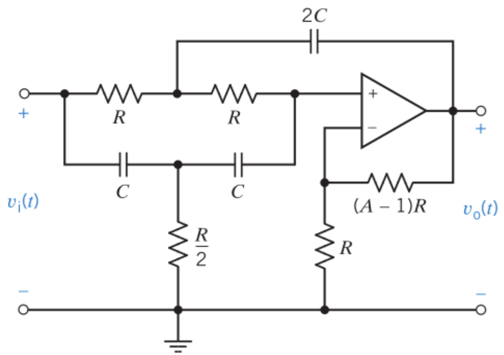


$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - A}$$

$$k = AQ$$

Rejeita banda



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{4 - 2A}$$

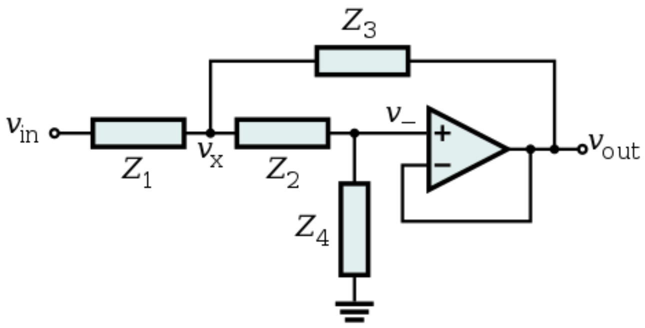
$$k = A$$

Projeto de operação de filtros

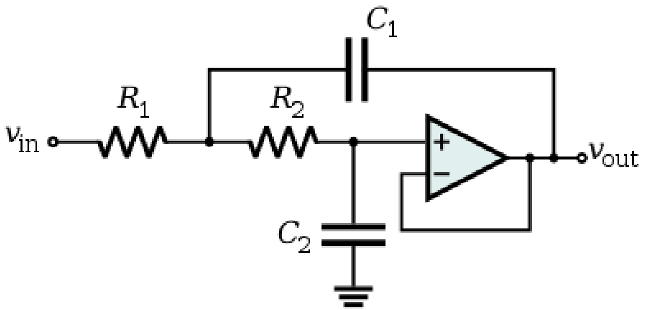
Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Circuitos para filtros ativos de segunda ordem
  - Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
  - Topologia de filtro:
    - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
    - Exemplo: Topologia Sallen-Key
      - https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key_topology

Filtro Sallen-Key Genérico



Filtro Sallen-Key passa-baixas



Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Circuitos para filtros ativos de segunda ordem
  - Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
  - Topologia de filtro:
    - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
    - Exemplo: Topologia Sallen-Key
      - https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key_topology

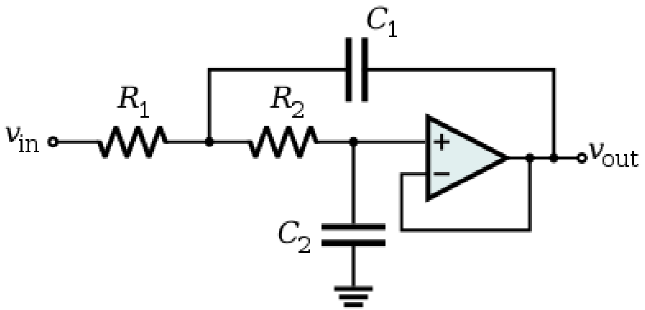
$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2},$$

Função de transferência

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$2\alpha = 2\zeta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{C_1}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right).$$

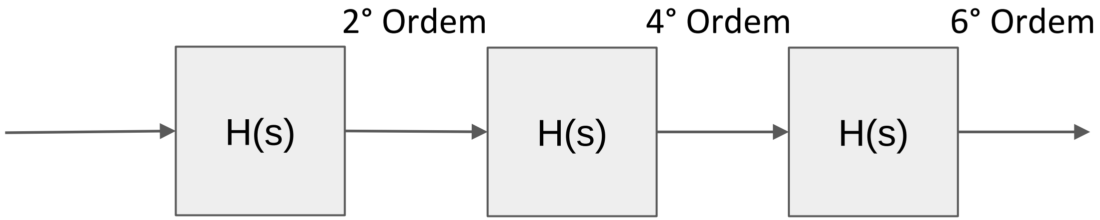
Filtro Sallen-Key passa-baixas



Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

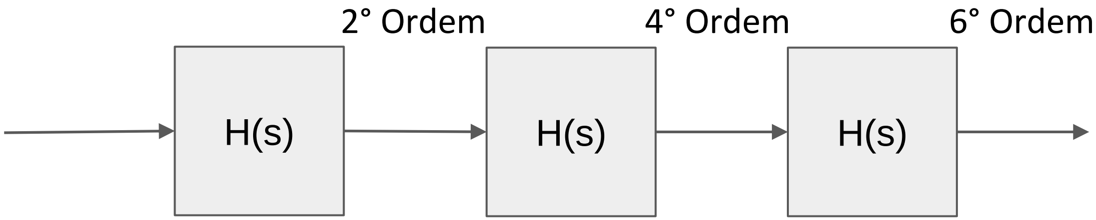
- Filtros práticos
  - Circuitos para filtros ativos de segunda ordem
  - Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
  - Topologia de filtro:
    - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
  - Cascateamento de funções de transferência para melhorar a resposta do filtro
    - Considerando H(s) de segunda ordem

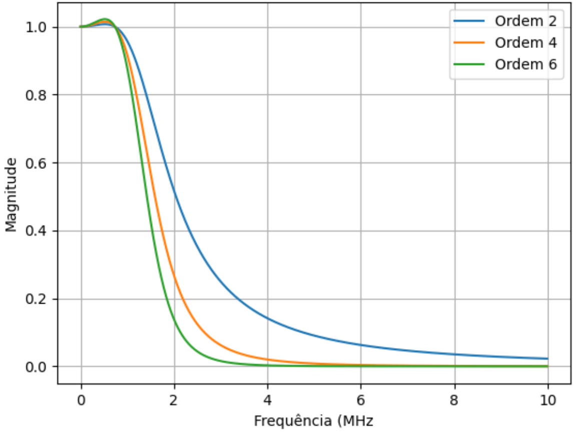


Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Circuitos para filtros ativos de segunda ordem
  - Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
  - Topologia de filtro:
    - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
  - Cascateamento de funções de transferência para melhorar a resposta do filtro
    - Considerando H(s) de segunda ordem





Projeto de operação de filtros

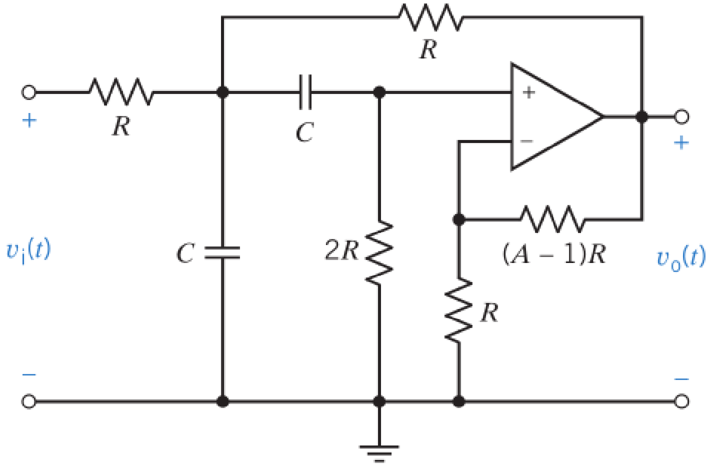
Projeto de filtros

- Filtros práticos
    - Exemplo: Projetar um filtro na topologia Sallen-Key com frequência central de 500 Hertz e largura de banda de 100 Hertz

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
    - Exemplo: Projetar um filtro na topologia Sallen-Key com frequência central de 500 Hertz e largura de banda de 100 Hertz



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

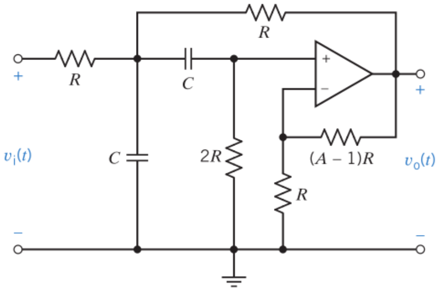
$$Q = \frac{1}{3 - A}$$

$$k = AQ$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Exemplo: Projetar um filtro na topologia Sallen-Key com frequência central de 500 Hertz e largura de banda de 100 Hertz



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - A}$$

$$k = AQ$$

A função de transferência passa banda de segunda ordem é

$$H(s) = \frac{k\frac{\omega_0}{Q}s}{s^2 + s\omega_0/Q + \omega_0^2} \Rightarrow H(\omega) = \frac{k}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}$$

Frequência de corte

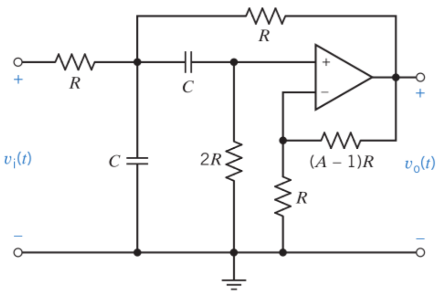
$$|H(\omega_1)| = |H(\omega_2)| = k/\sqrt{2}$$

$$\omega_1 = -\frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{(\frac{\omega_0}{2Q})^2 + \omega_0} \qquad \omega_2 = \frac{\omega_0}{2Q} + \sqrt{(\frac{\omega_0}{2Q})^2 + \omega_0}$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Exemplo: Projetar um filtro na topologia Sallen-Key com frequência central de 500 Hertz e largura de banda de 100 Hertz



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - A}$$

$$k = AQ$$

Largura de banda

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \omega_0/Q \Rightarrow Q = \omega_0/B = 5$$

$$\omega_0 = 2\pi 500 = 3142\ rad/s$$

$$\frac{1}{RC} = \omega_0 = 3142$$

$$A = 3 - 1/Q = 2.8$$

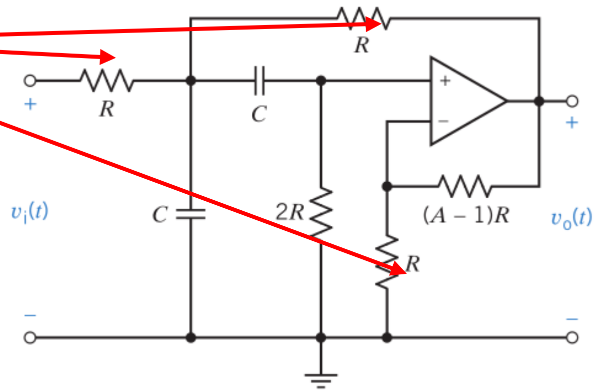
$$C = 0.1\mu F \Rightarrow R = 1/C\omega_0 = 3183\ \Omega$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Exemplo: Projetar um filtro na topologia Sallen-Key com frequência central de 500 Hertz e largura de banda de 100 Hertz

R = 3183 Ω



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - A}$$

$$k = AQ$$

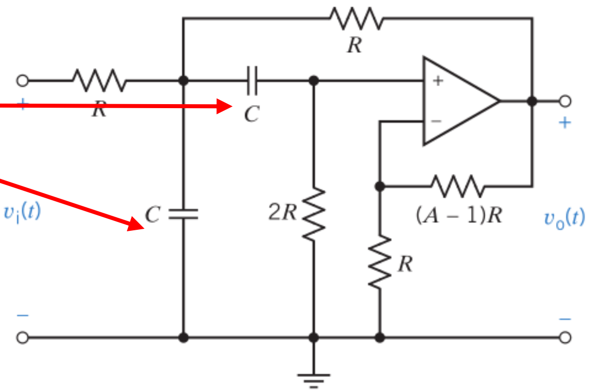
Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Exemplo: Projetar um filtro na topologia Sallen-Key com frequência central de 500 Hertz e largura de banda de 100 Hertz

R = 3183 Ω

C = 0.1 μF



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - A}$$

$$k = AQ$$

Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

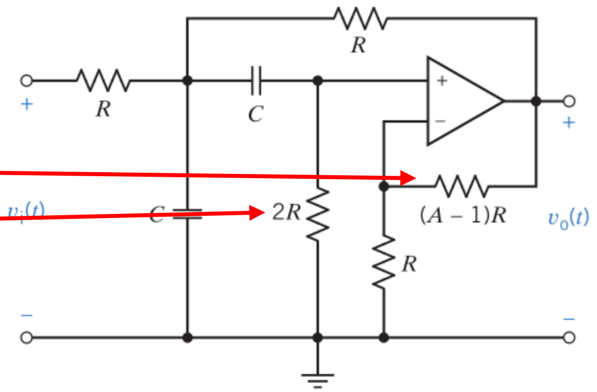
- Filtros práticos
  - Exemplo: Projetar um filtro na topologia Sallen-Key com frequência central de 500 Hertz e largura de banda de 100 Hertz

R = 3183 Ω

C = 0.1 µF

5729 Ω

6366 Ω



$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

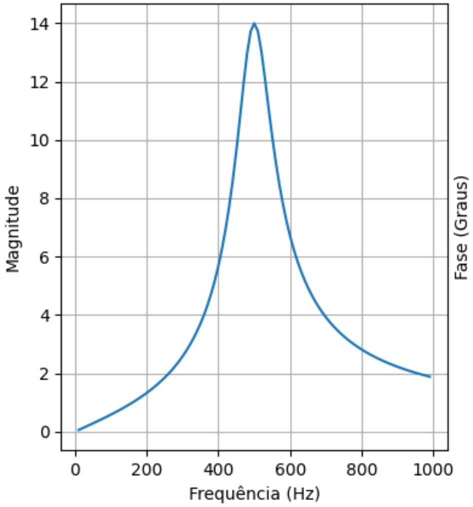
$$Q = \frac{1}{3 - A}$$

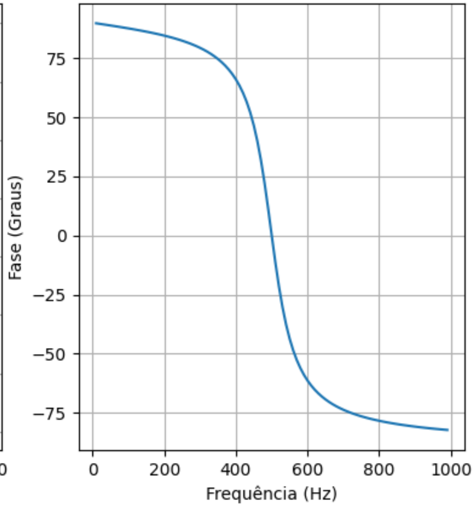
$$k = AQ$$

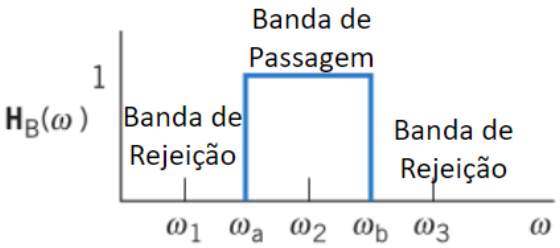
Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Exemplo: Projetar um filtro na topologia Sallen-Key com frequência central de 500 Hertz e largura de banda de 100 Hertz







Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Filtros práticos
  - Circuitos para filtros ativos de segunda ordem
  - Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
  - Topologia de filtro:
    - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
    - Exemplo: Topologia Sallen-Key
      - https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key_topology

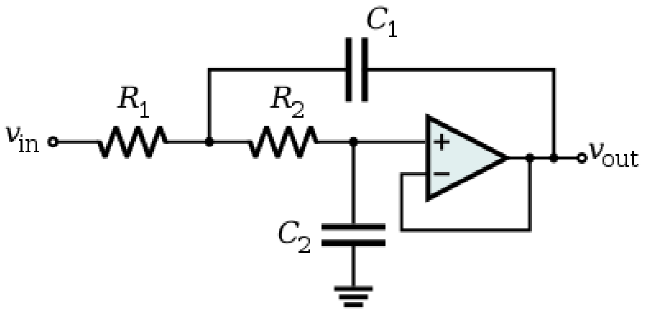
$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2},$$

Função de transferência

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$2\alpha = 2\zeta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{C_1}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right).$$

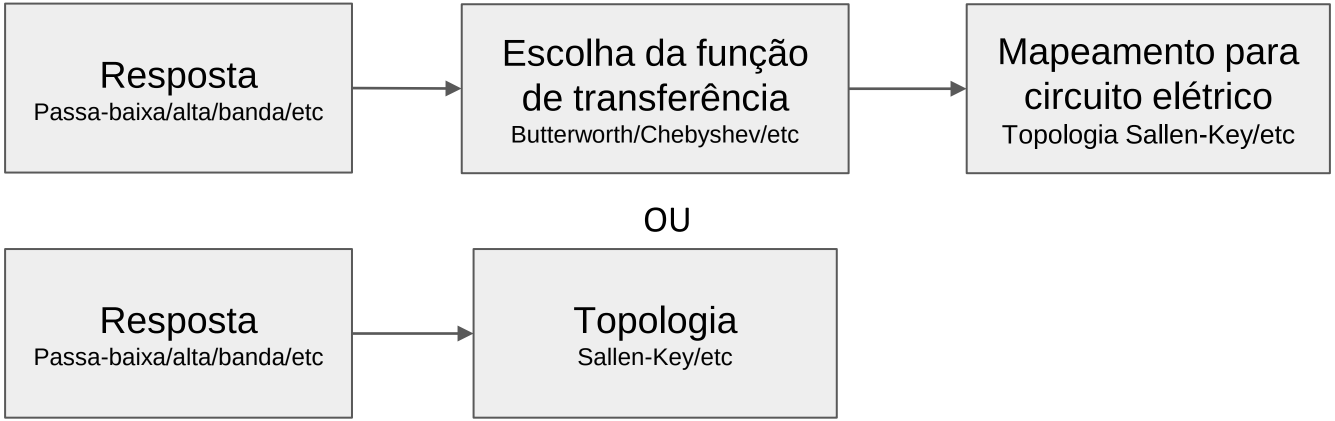
Filtro Sallen-Key passa-baixas



Projeto de operação de filtros

Projeto de filtros

- Resumo
  - Possíveis passos do projeto de um filtro



Projeto de operação de filtros

Exemplos

Projeto de operação de filtros

Exemplo 1 - Como visto nas aulas, um filtro Butterworth possui ganho unitário. É possível integrar um ganho diferente de 1 para a banda de passagem do filtro, para isso H(s)=(+/-) k / D(s), onde k é o ganho na banda de passagem. Obtenha um filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 100 rad/s e ganho de 5.

Projeto de operação de filtros

Exemplo 1 - Como visto nas aulas, um filtro Butterworth possui ganho unitário. É possível integrar um ganho diferente de 1 para a banda de passagem do filtro, para isso H(s)=(+/-) k / D(s), onde k é o ganho na banda de passagem. Obtenha um filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 100 rad/s e ganho de 5.

De acordo com a tabela de D(s) para filtros Butterworth

$$H_n(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

Pré-calculado para 1 Hz
Ganho em CC igual a 1

Projeto de operação de filtros

Exemplo 1 - Como visto nas aulas, um filtro Butterworth possui ganho unitário. É possível integrar um ganho diferente de 1 para a banda de passagem do filtro, para isso H(s)=(+/-) k / D(s), onde k é o ganho na banda de passagem. Obtenha um filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 100 rad/s e ganho de 5.

De acordo com a tabela de D(s) para filtros Butterworth

$$H_n(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

Pré-calculado para 1 Hz
Ganho em CC igual a 1

Multiplicando por 5 para ajustar o ganho e ajustando para a frequência de corte de 100 rad/s

$$H_L(s) = \frac{5}{\left(\frac{s}{100}+1\right)\left(\left(\frac{s}{100}\right)^2+\frac{s}{100}+1\right)} = \frac{5 \cdot 100^3}{(s+100)(s^2+100s+100^2)} = \frac{5000000}{(s+100)(s^2+100s+10000)}$$

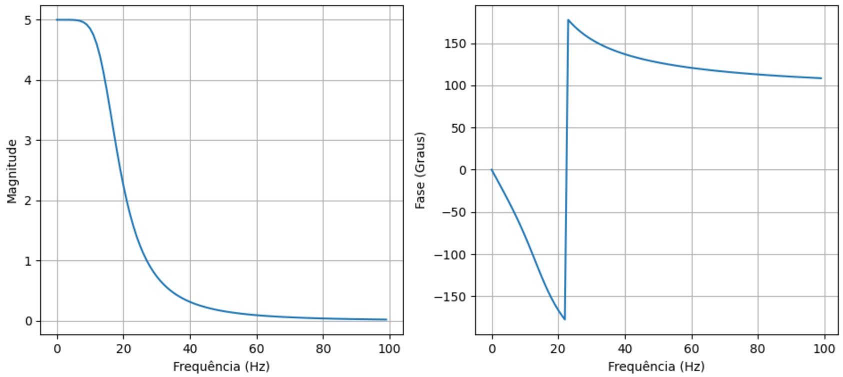
Projeto de operação de filtros

Exemplo 1 - Como visto nas aulas, um filtro Butterworth possui ganho unitário. É possível integrar um ganho diferente de 1 para a banda de passagem do filtro, para isso H(s)=(+/-) k / D(s), onde k é o ganho na banda de passagem. Obtenha um filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 100 rad/s e ganho de 5.

De acordo com a tabela de D(s) para filtros Butterworth

$$H_n(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

Pré-calculado para 1 Hz
Ganho em CC igual a 1



Multiplicando por 5 para ajustar o ganho e ajustando para a frequência de corte de 100 rad/s

$$H_L(s) = \frac{5}{\left(\frac{s}{100}+1\right)\left(\left(\frac{s}{100}\right)^2+\frac{s}{100}+1\right)} = \frac{5\cdot 100^3}{(s+100)(s^2+100s+100^2)} = \frac{5000000}{(s+100)(s^2+100s+10000)}$$

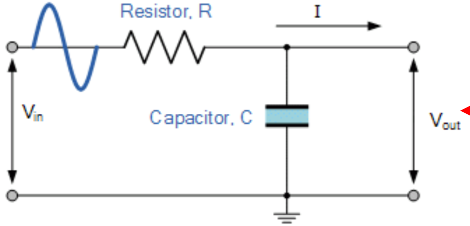
Projeto de operação de filtros

Exemplo 1 - Como visto nas aulas, um filtro Butterworth possui ganho unitário. É possível integrar um ganho diferente de 1 para a banda de passagem do filtro, para isso H(s)=(+/-) k / D(s), onde k é o ganho na banda de passagem. Obtenha um filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 100 rad/s e ganho de 5.

$$H_L(s) = \frac{5}{\left(\frac{s}{100}+1\right)\left(\left(\frac{s}{100}\right)^2+\frac{s}{100}+1\right)} = \frac{5\cdot 100^3}{(s+100)(s^2+100s+100^2)} = \frac{5000000}{(s+100)(s^2+100s+10000)}$$

Filtro RC de 1ª Ordem

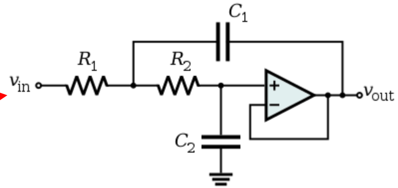
Fc = 1/(2πRC)



Fonte: https://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_2.html

Cascata de um filtro de primeira ordem com um filtro de segunda ordem

$$H(s) = \boxed{\frac{100}{s+100}} \times \boxed{\frac{50000}{s^2+100s+10000}}$$



Projeto de operação de filtros

Exemplo 2

Projeto de operação de filtros

Exemplo 2 - Filtros Butterworth passa-alta têm função de transferência na forma $H(s)=(+/-)\ k\ s^n/D_n(s)$, onde n é a ordem do filtro, $D_n(s)$ é um polinômio de ordem n mostrado em aula. Projete um filtro Butterworth passa-alta com frequência de corte de 100 rad/s e ganho de 5.

Projeto de operação de filtros

Exemplo 2 - Filtros Butterworth passa-alta têm função de transferência na forma $H(s)=(+/-)\ k\ s^n/D_n(s)$, onde n é a ordem do filtro, $D_n(s)$ é um polinômio de ordem n mostrado em aula. Projete um filtro Butterworth passa-alta com frequência de corte de 100 rad/s e ganho de 5.

De acordo com a tabela de D(s) para filtros Butterworth
e ajustando o numerador para ter um filtro passa-alta

$$H_n(s) = \frac{5s^3}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

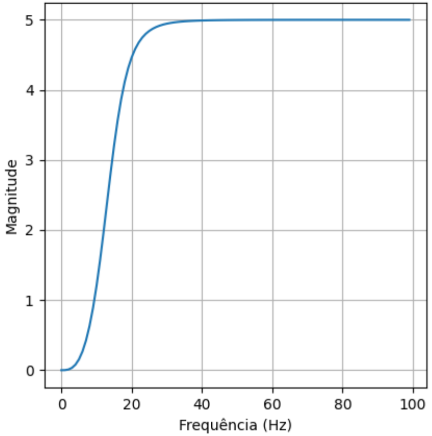
$$H_H(s) = \frac{5\left(\frac{s}{100}\right)^3}{\left(\frac{s}{100}+1\right)\left(\left(\frac{s}{100}\right)^2+\frac{s}{100}+1\right)} = \frac{5s^3}{(s+100)(s^2+100s+100^2)} = \frac{5s^3}{(s+100)(s^2+100s+10000)}$$

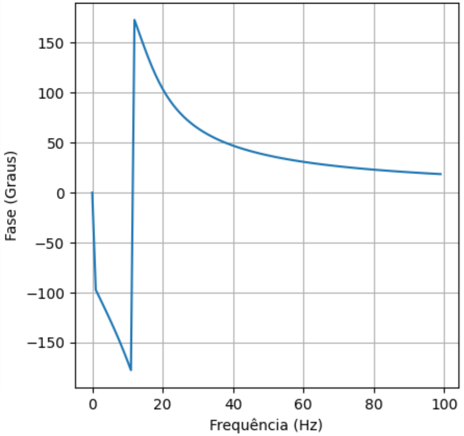
Projeto de operação de filtros

Exemplo 2 - Filtros Butterworth passa-alta têm função de transferência na forma H(s)=(+/-) k $s^n/D_n(s)$, onde n é a ordem do filtro, $D_n(s)$ é um polinômio de ordem n mostrado em aula. Projete um filtro Butterworth passa-alta com frequência de corte de 100 rad/s e ganho de 5.

De acordo com a tabela de D(s) para filtros Butterworth e ajustando o numerador para ter um filtro passa-alta

$$H_n(s) = \frac{5s^3}{(s+1)(s^2+s+1)}$$





$$H_H(s) = \frac{5\left(\frac{s}{100}\right)^3}{\left(\frac{s}{100}+1\right)\left(\left(\frac{s}{100}\right)^2+\frac{s}{100}+1\right)} = \frac{5s^3}{(s+100)(s^2+100s+100^2)} = \frac{5s^3}{(s+100)(s^2+100s+10000)}$$

Projeto de operação de filtros

Exemplo 3

Projeto de operação de filtros

Exemplo 3 - Um filtro passa-banda com duas frequências de corte, sendo ω_a muito inferior a ω_b, de modo que não é possível construir um filtro passa-banda com fator de qualidade que resulte em tal banda. Este filtro pode ser construído pela multiplicação de duas funções de rede $H_L(s)$ e $H_H(s)$, passa-baixa e passa-alta, respectivamente. Sendo o filtro resultante $H(s) = H_L(s) * H_H(s)$, com ordem igual a soma dos dois filtros. Obtenha um filtro passa-banda com frequências de corte de 100 rad/s e 2000 rad/s, e ganho de 4

Projeto de operação de filtros

Exemplo 3 - Um filtro passa-banda com duas frequências de corte, sendo ω_a muito inferior a ω_b, de modo que não é possível construir um filtro passa-banda com fator de qualidade que resulte em tal banda. Este filtro pode ser construído pela multiplicação de duas funções de rede $H_L(s)$ e $H_H(s)$, passa-baixa e passa-alta, respectivamente. Sendo o filtro resultante $H(s) = H_L(s) * H_H(s)$, com ordem igual a soma dos dois filtros. Obtenha um filtro passa-banda com frequências de corte de 100 rad/s e 2000 rad/s, e ganho de 4

1 - Projeto do filtro passa-baixa, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

Projeto de operação de filtros

Exemplo 3 - Um filtro passa-banda com duas frequências de corte, sendo ω_a muito inferior a ω_b, de modo que não é possível construir um filtro passa-banda com fator de qualidade que resulte em tal banda. Este filtro pode ser construído pela multiplicação de duas funções de rede $H_L(s)$ e $H_H(s)$, passa-baixa e passa-alta, respectivamente. Sendo o filtro resultante $H(s) = H_L(s) * H_H(s)$, com ordem igual a soma dos dois filtros. Obtenha um filtro passa-banda com frequências de corte de 100 rad/s e 2000 rad/s, e ganho de 4

1 - Projeto do filtro passa-baixa, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

2 - Projeto do filtro passa-alta, ganho 2, freq. corte 100 rad/s

$$H_H(s) = \frac{2 \cdot \left(\frac{s}{100}\right)^2}{\left(\frac{s}{100}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{100}\right) + 1} = \frac{2 \cdot s^2}{s^2 + 141.4s + 10000}$$

Projeto de operação de filtros

Exemplo 3 - Um filtro passa-banda com duas frequências de corte, sendo ω_a muito inferior a ω_b, de modo que não é possível construir um filtro passa-banda com fator de qualidade que resulte em tal banda. Este filtro pode ser construído pela multiplicação de duas funções de rede $H_L(s)$ e $H_H(s)$, passa-baixa e passa-alta, respectivamente. Sendo o filtro resultante $H(s) = H_L(s) * H_H(s)$, com ordem igual a soma dos dois filtros. Obtenha um filtro passa-banda com frequências de corte de 100 rad/s e 2000 rad/s, e ganho de 4

1 - Projeto do filtro passa-baixa, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

2 - Projeto do filtro passa-alta, ganho 2, freq. corte 100 rad/s

$$H_H(s) = \frac{2 \cdot \left(\frac{s}{100}\right)^2}{\left(\frac{s}{100}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{100}\right) + 1} = \frac{2 \cdot s^2}{s^2 + 141.4s + 10000}$$

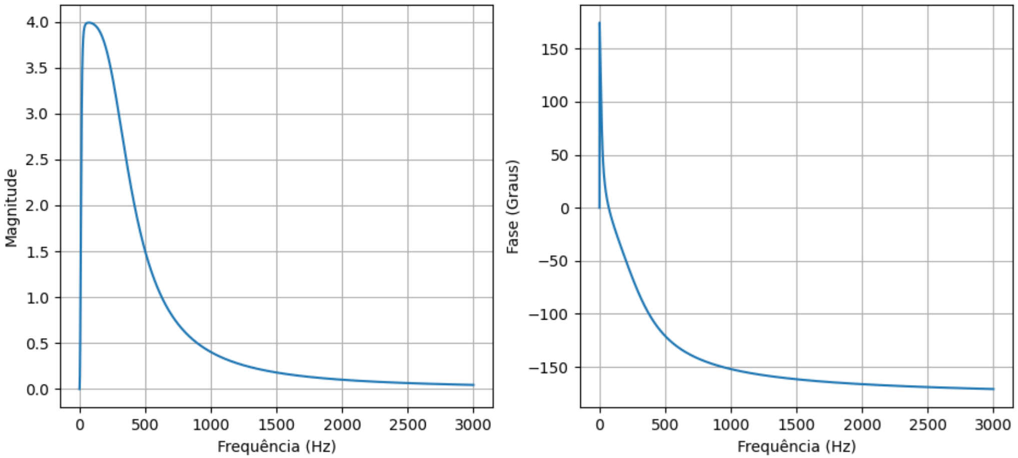
3 - Filtro resultante

$$H_B(s) = H_L(s) \times H_H(s)$$

$$= \frac{16000000 \times s^2}{\left(s^2 + 141.4s + 10000\right)\ \left(s^2 + 2828s + 4000000\right)}$$

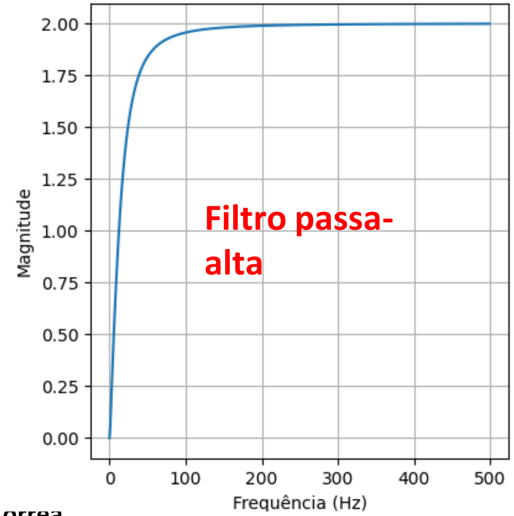
Projeto de operação de filtros

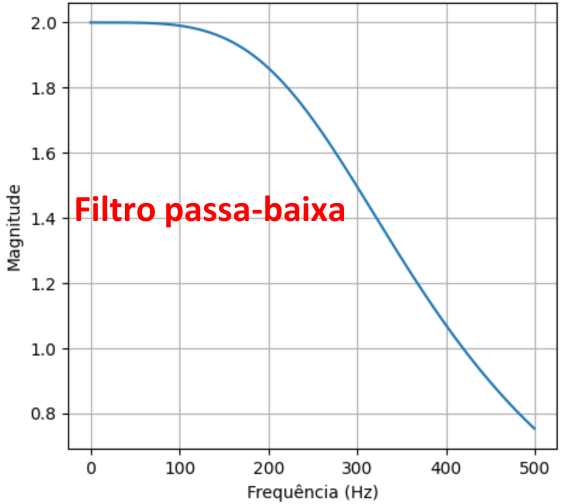
Exemplo 3 - Um filtro passa-banda com duas frequências de corte, sendo ω_a muito inferior a ω_b, de modo que não é possível construir um filtro passa-banda com fator de qualidade que resulte em tal banda. Este filtro pode ser construído pela multiplicação de duas funções de rede $H_L(s)$ e $H_H(s)$, passa-baixa e passa-alta, respectivamente. Sendo o filtro resultante $H(s) = H_L(s) * H_H(s)$, com ordem igual a soma dos dois filtros. Obtenha um filtro passa-banda com frequências de corte de 100 rad/s e 2000 rad/s, e ganho de 4



Projeto de operação de filtros

Exemplo 3 - Um filtro passa-banda com duas frequências de corte, sendo ω_a muito inferior a ω_b, de modo que não é possível construir um filtro passa-banda com fator de qualidade que resulte em tal banda. Este filtro pode ser construído pela multiplicação de duas funções de rede $H_L(s)$ e $H_H(s)$, passa-baixa e passa-alta, respectivamente. Sendo o filtro resultante $H(s) = H_L(s) * H_H(s)$, com ordem igual a soma dos dois filtros. Obtenha um filtro passa-banda com frequências de corte de 100 rad/s e 2000 rad/s, e ganho de 4





Projeto de operação de filtros

Exemplo 4

Projeto de operação de filtros

Exemplo 4 - Projeto de um circuito elétrico a partir de uma função de transferência

Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

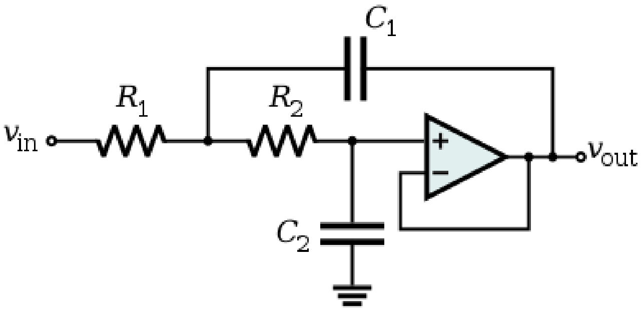
$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

Projeto de operação de filtros

Exemplo 4 - Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

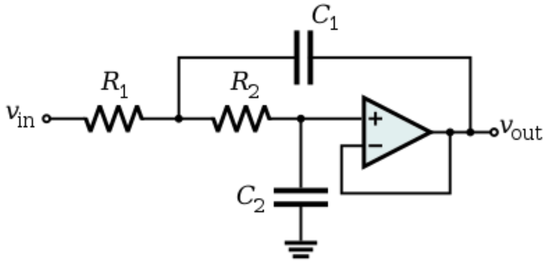


$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2},$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$2\alpha = 2\zeta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{C_1}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right).$$

Projeto de operação de filtros



Exemplo 4 - Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2},$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$2\alpha = 2\zeta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{C_1}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right).$$

$$H_L(s) = 2 \times \frac{4000000}{s^2+2828s+4000000}$$

$$2\alpha = 2828$$

$$\omega_0{}^2 = 4000000$$

$$R_1 = R_2 = 500$$

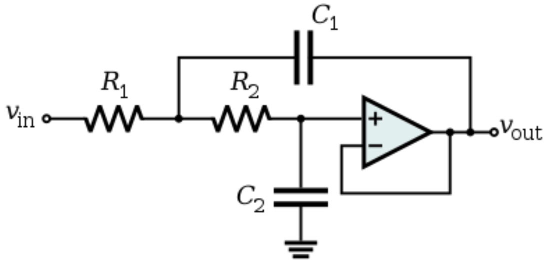
$$2828 = \frac{1}{C_1}(1/R_1 + 1/R_2)$$

$$C_1 = \frac{1}{2828}(1/R_1 + 1/R_2)$$

$$2000 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$C_2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 2000^2}$$

Projeto de operação de filtros



Exemplo 4 - Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2},$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$2\alpha = 2\zeta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{C_1}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right).$$

```
In [41]: R1=R2=500; C1 = 2828*(1/R1 + 1/R2); C2 = 1/(R1*R2*C1*2000**2)

In [42]: C1
Out[42]: 11.312

In [43]: C2
Out[43]: 8.840169731258840e-14
```

Projeto de operação de filtros

Exemplo 4 - Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

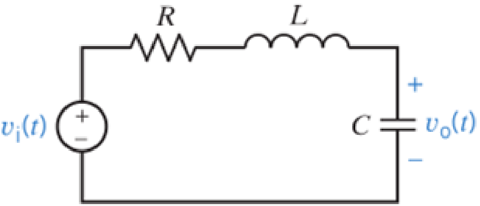
Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

$$\frac{1}{LC} = 4000000$$

$$\omega_0 = 2000 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{R}{L} = 2828$$



$$H(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$k = 1$$

$$C = 1\mu F$$

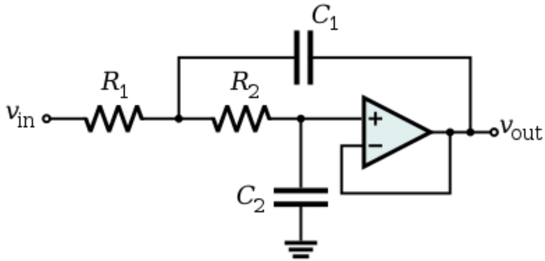
$$L = \frac{1}{1\mu \times 4000000} = 0.25$$

$$R = 0.25L = 707$$

Projeto de operação de filtros

Exemplo 4 no Tina

Projeto de operação de filtros



Exemplo 4 no Tina- Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2},$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

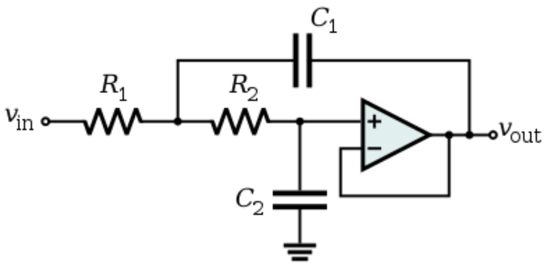
$$2\alpha = 2\zeta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{C_1}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right).$$

```
In [41]: R1=R2=500; C1 = 2828*(1/R1 + 1/R2); C2 = 1/(R1*R2*C1*2000**2)

In [42]: C1
Out[42]: 11.312

In [43]: C2
Out[43]: 8.840169731258884e-14
```

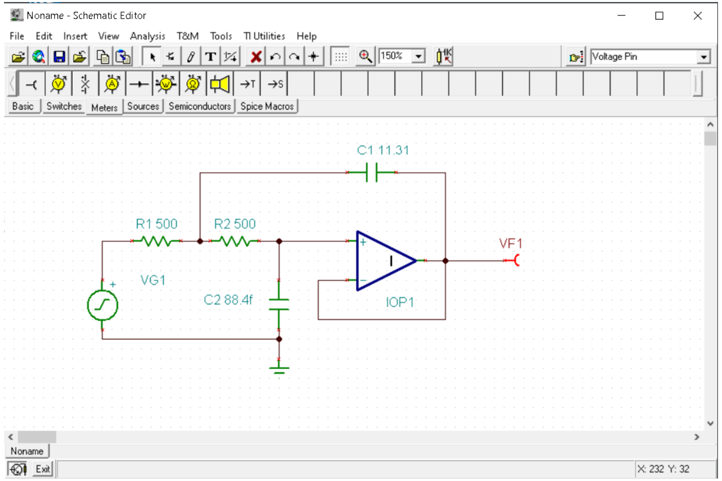
Projeto de operação de filtros

Exemplo 4 no Tina- Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s



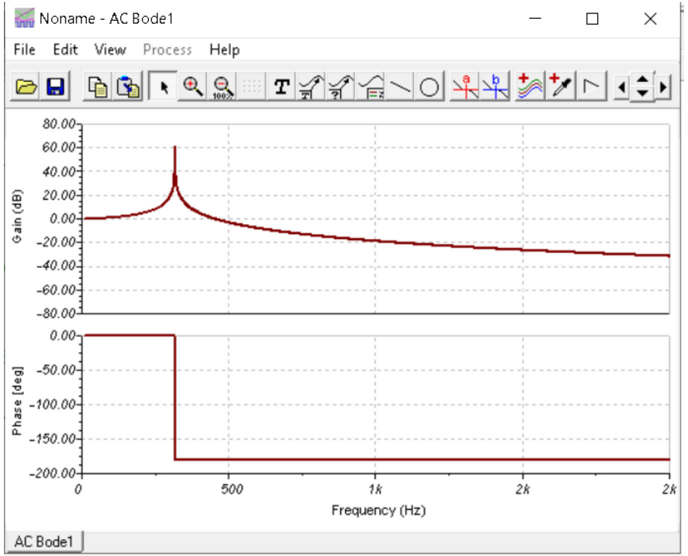

```
In [41]: R1=R2=500; C1 = 2828*(1/R1 + 1/R2); C2 = 1/(R1*R2*C1*2000**2)

In [42]: C1
Out[42]: 11.312

In [43]: C2
Out[43]: 8.840169731258844e-14
```

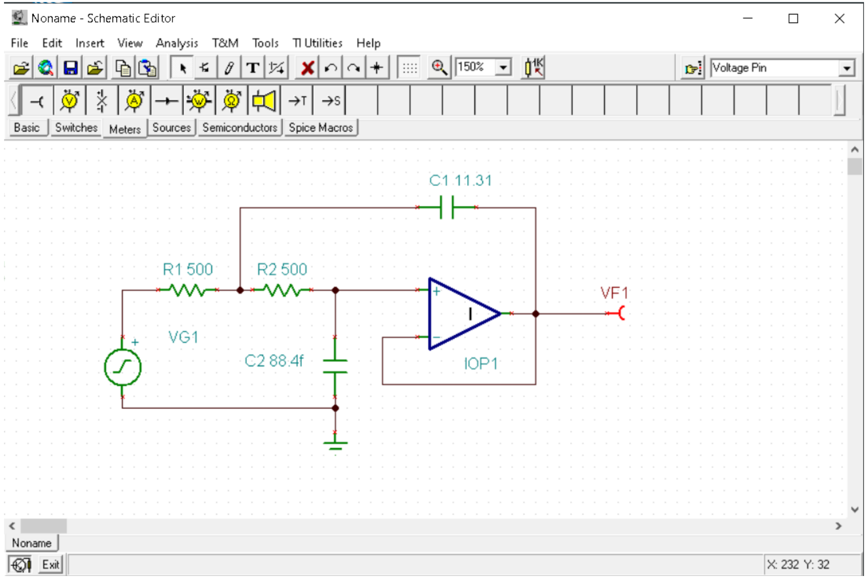


Projeto de operação de filtros

Exemplo 4 no Tina- Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s





Projeto de operação de filtros

Exemplo 4 no Tina- Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

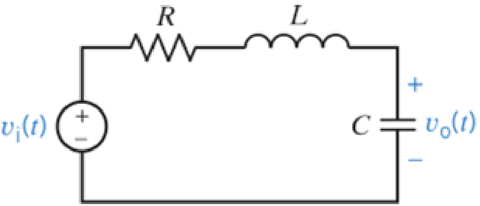
Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s

$$H_L(s) = \frac{2}{\left(\frac{s}{2000}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2000}\right) + 1} = \frac{8000000}{s^2 + 2828s + 4000000}$$

$$\frac{1}{LC} = 4000000$$

$$\omega_0 = 2000 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{R}{L} = 2828$$



$$H(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$k = 1$$

$$C = 1\mu F$$

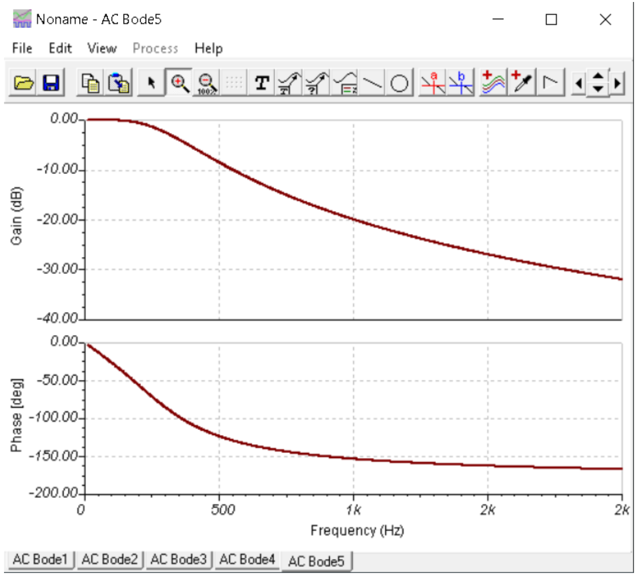
$$L = \frac{1}{1\mu \times 4000000} = 0.25$$

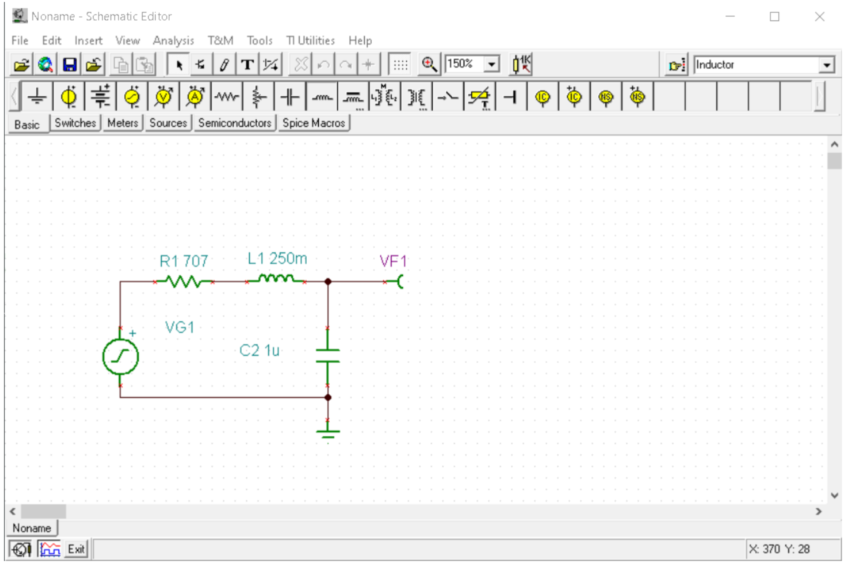
$$R = 0.25L = 707$$

Projeto de operação de filtros

Exemplo 4 no Tina- Projeto de um circuito elétrico a partir de um função de transferência

Filtro passa-baixa do exemplo anterior, ganho 2, freq. corte 2000 rad/s





Projeto de operação de filtros

Filtros Butterworth

Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros ⇒ Filtros Butterworth

- Funções de transferência Butterworth possuem a forma

$$H_L(s) = \frac{\pm 1}{D(s)}$$

- Sendo o denominador um conjunto de funções tabeladas
  - Tabela de denominadores das funções Butterworth para filtros passa-baixas para frequência de 1 rad/s

ORDER	DENOMINATOR, $D(s)$
1	$s+1$
2	$s^2 + 1.414s + 1$
3	$(s+1)(s^2+s+1)$
4	$(s^2+0.765s+1)(s^2+1.848s+1)$
5	$(s+1)(s^2+0.618s+1)(s^2+1.618s+1)$
6	$(s^2+0.518s+1)(s^2+1.414s+1)(s^2+1.932s+1)$
7	$(s+1)(s^2+0.445s+1)(s^2+1.247s+1)(s^2+1.802s+1)$
8	$(s^2+0.390s+1)(s^2+1.111s+1)(s^2+1.663s+1)(s^2+1.962s+1)$
9	$(s+1)(s^2+0.347s+1)(s^2+s+1)(s^2+1.532s+1)(s^2+1.879s+1)$
10	$(s^2+0.313s+1)(s^2+0.908s+1)(s^2+1.414s+1)(s^2+1.782s+1)(s^2+1.975s+1)$

Condicionamento de sinais

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

f0 = 1e3
w0 = 2*np.pi*f0

f = np.arange(0,5*f0, f0/5)
w = f*2*np.pi
s = 1j*w / w0

H = 1 / (s**2 + 1.414*s + 1)

plt.figure()
plt.plot(f, np.abs(H))
plt.xlabel('Frequência (Hz)')
plt.ylabel('Magnitude')
plt.grid()
plt.show()
```

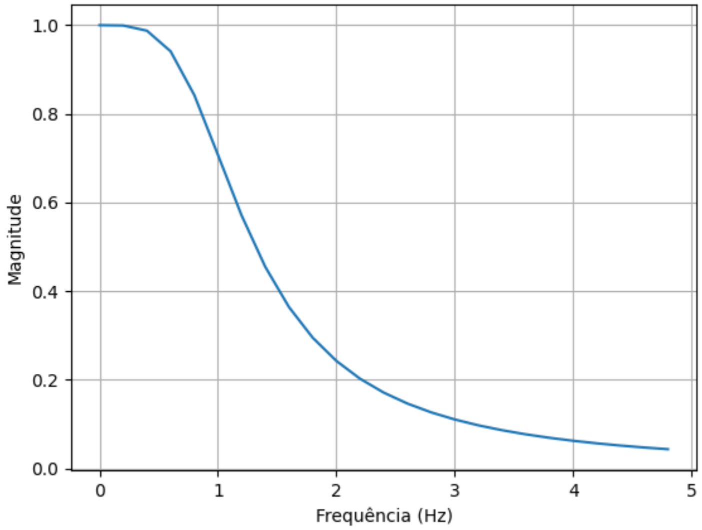
Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros ⇒ Filtros Butterworth

- Funções de transferência Butterworth possuem a forma

$$H_{\mathrm{L}}(s) = \frac{\pm 1}{D(s)}$$

- Sendo o denominador um conjunto de funções tabeladas
    - Tabela de denominadores das funções Butterworth para filtros passa-baixas para frequência de 1 rad/s

Resposta do filtro Butterworth de segunda ordem



2	$s^2 + 1.414s + 1$

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

f0 = 1e3
w0 = 2*np.pi*f0

f = np.arange(0,5*f0, f0/5)
w = f*2*np.pi
s = 1j*w / w0

H = 1 / (s**2 + 1.414*s + 1)

plt.figure()
plt.plot(f, np.abs(H))
plt.xlabel('Frequência (Hz)')
plt.ylabel('Magnitude')
plt.grid()
plt.show()
```

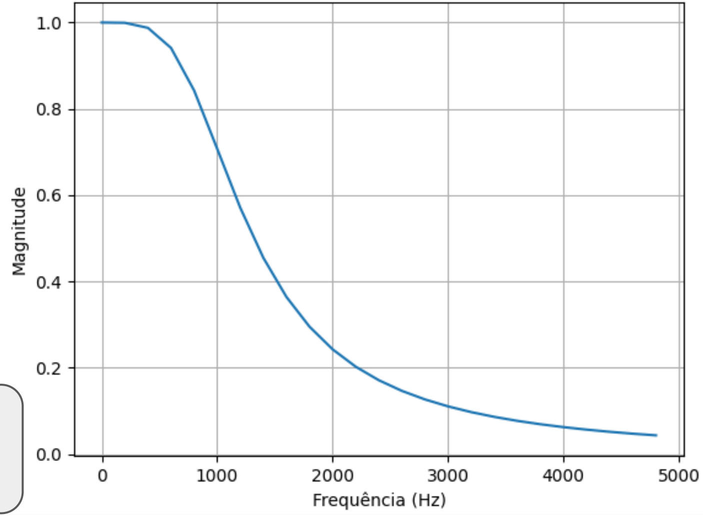
Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros ⇒ Filtros Butterworth

- Funções de transferência Butterworth possuem a forma

$$H_{\mathrm{L}}(s) = \frac{\pm 1}{D(s)}$$

- Sendo o denominador um conjunto de funções tabeladas
    - Tabela de denominadores das funções Butterworth para filtros passa-baixas para frequência de 1 rad/s



Resposta do filtro Butterworth de segunda ordem

Escalado para frequência de 1000 Hz

$s \Rightarrow s/\omega_0$

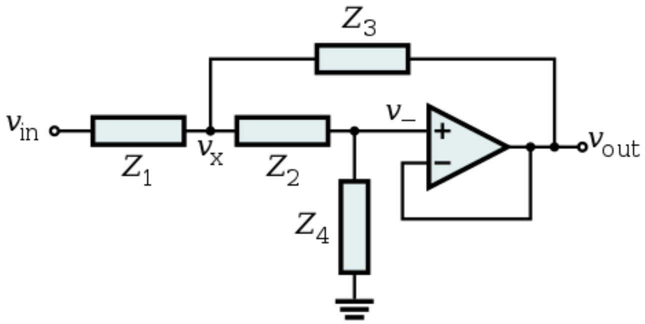
2 $\quad s^2 + 1.414s + 1$

Condicionamento de sinais

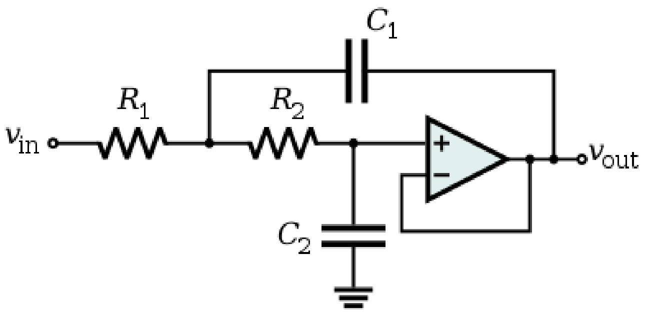
Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros ⇒ topologia Sallen-Key

- Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
- Topologia de filtro:
  - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
  - Exemplo: Topologia Sallen-Key
    - https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key_topology

Filtro Sallen-Key Genérico



Filtro Sallen-Key passa-baixas



Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros ⇒ topologia Sallen-Key

- Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
- Topologia de filtro:
  - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
  - Exemplo: Topologia Sallen-Key
    - https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key_topology

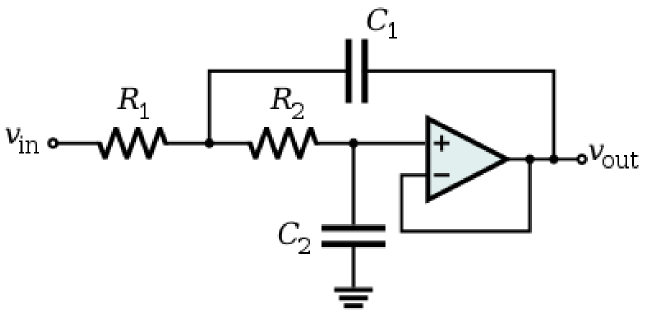
$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2},$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$2\alpha = 2\zeta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{C_1}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right).$$

Função de transferência

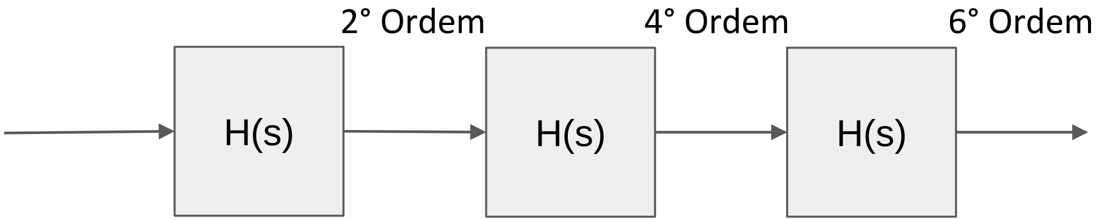
Filtro Sallen-Key passa-baixas



Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros ⇒ topologia Sallen-Key

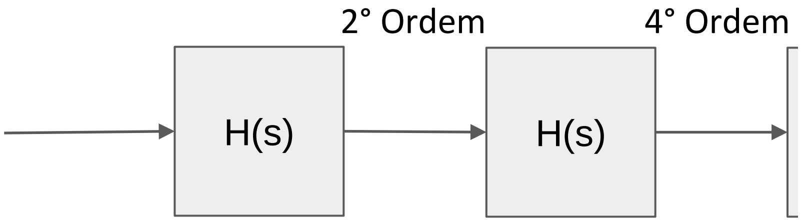
- Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
- Topologia de filtro:
  - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
  - Exemplo: Topologia Sallen-Key
    - https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key_topology
- Cascateamento de funções de transferência para melhorar a resposta do filtro
  - Considerando H(s) de segunda ordem

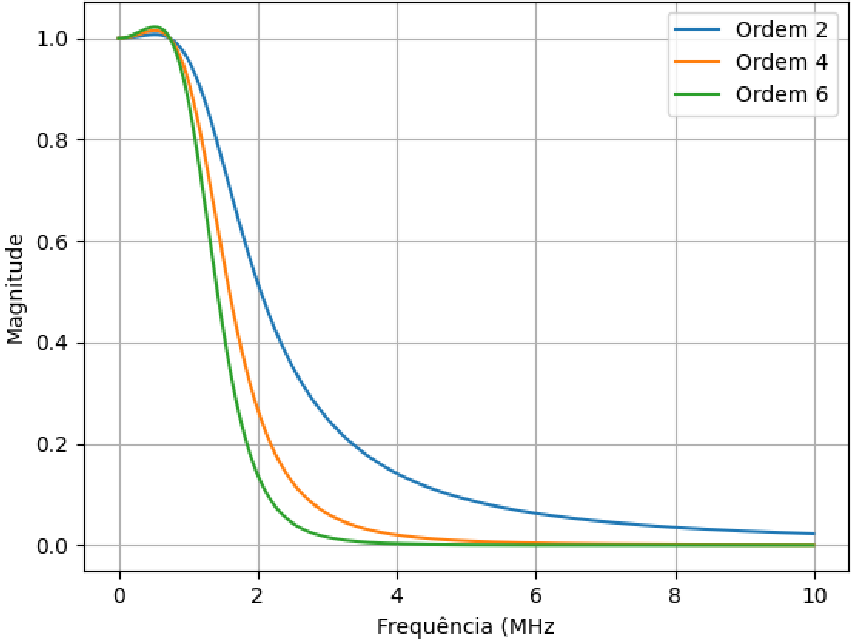


Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros ⇒ topologia Sallen-Key

- Função de transferência define a resposta em frequêr
- Topologia de filtro:
  - Provê um circuito elétrico padronizado para implement
  - Exemplo: Topologia Sallen-Key
    - https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%9
- Cascateamento de funções de transferência para mell
  - Considerando H(s) de segunda ordem





Condicionamento de sinais

Filtragem ⇒ Amplificadores operacionais como filtros ⇒ topologia Sallen-Key

- Função de transferência define a resposta em frequência de um filtro genérico
- Topologia de filtro:
    - Provê um circuito elétrico padronizado para implementar uma determinada função de transferência
    - Exemplo: Topologia Sallen-Key
        - https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key_topology
- Exemplo de projeto de filtro com a topologia Sallen-Key
    - Script em Python

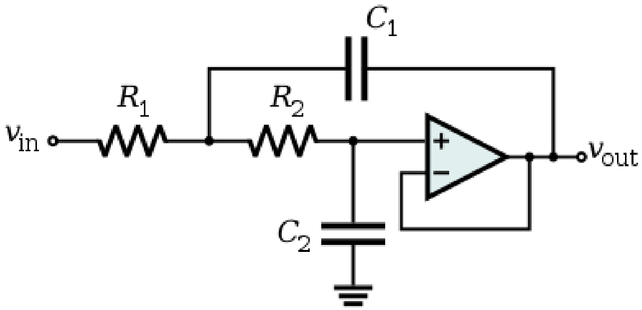
Filtro Sallen-Key passa-baixas

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2},$$

Função de transferência

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$2\alpha = 2\zeta\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{C_1}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right).$$



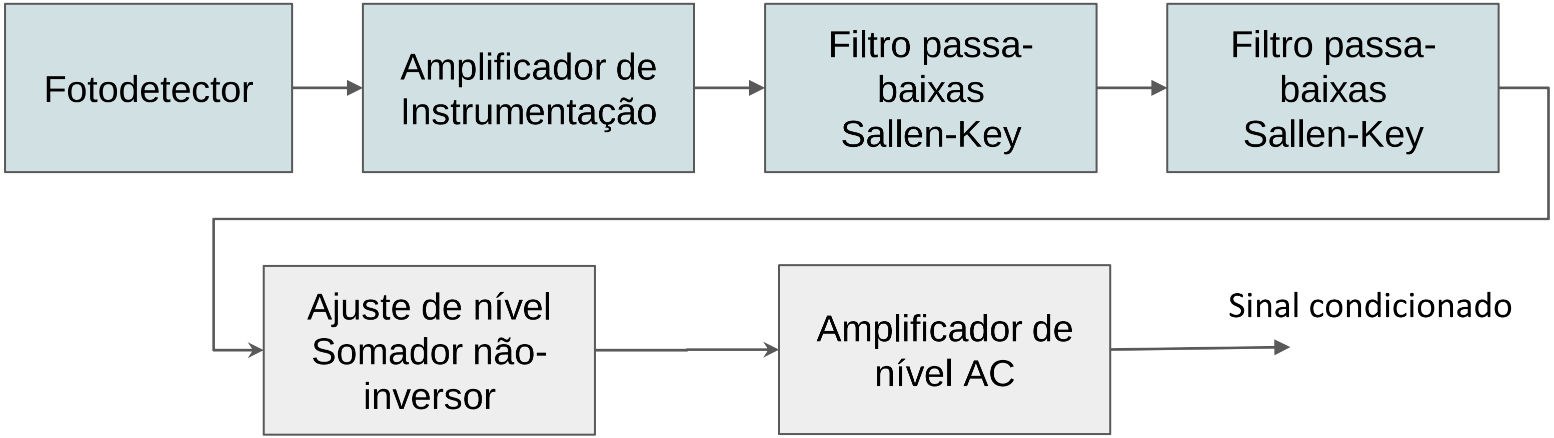
Condicionamento de sinais

Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

Condicionamento de sinais

Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.



Condicionamento de sinais

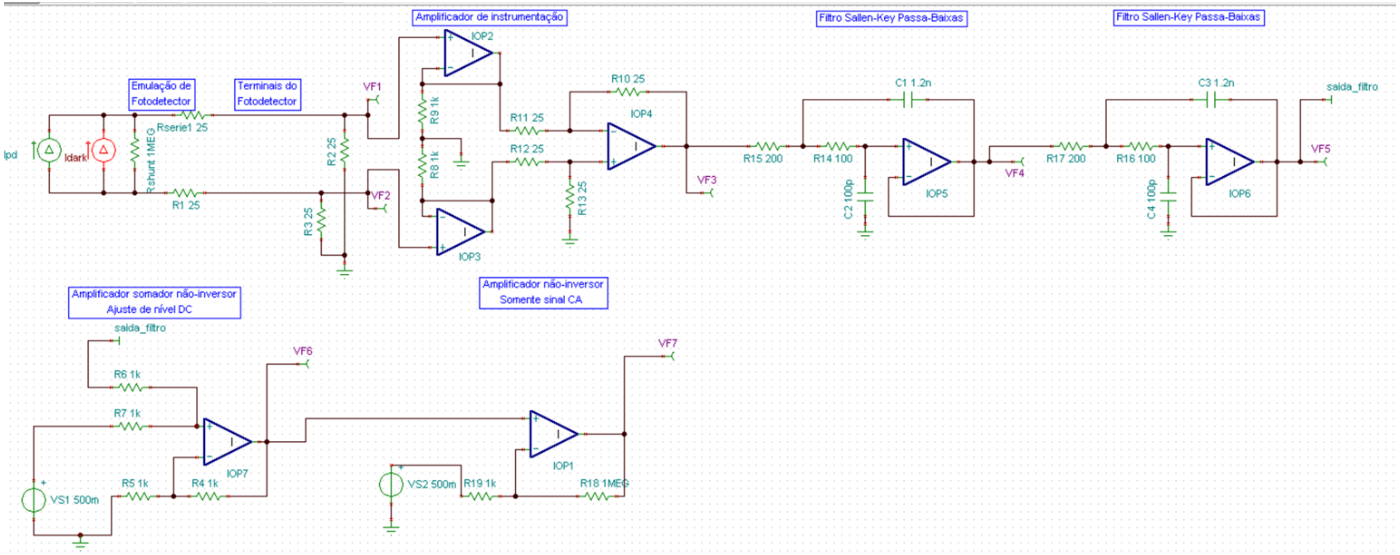
Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.
- Aplicação: Amostragem do sinal com conversor AD
  - Supondo que o sinal condicionado será amostrado por um conversor AD que opera na faixa de 0 a 1 V.
    - Um amplificador somador não inversor é utilizado para somar um nível DC no sinal, de modo que este não assuma valores de tensão negativos, para poder ser amostrado corretamente pelo AD
  - Um estágio de condicionamento para amplificar o sinal de modo que ele excursione em toda a faixa dinâmica do conversor AD (0V a 1V)
    - Utilizar um amplificador que amplifica somente o nível AC

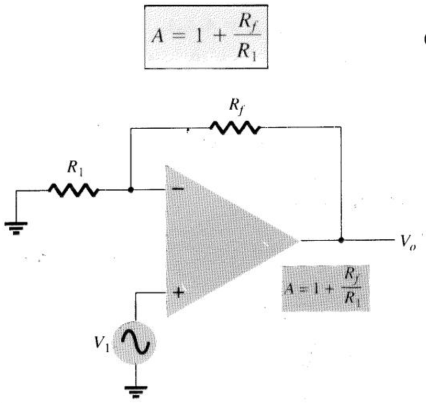
Condicionamento de sinais

Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.
- Circuito da aula anterior atualizado com os dois novos processamentos

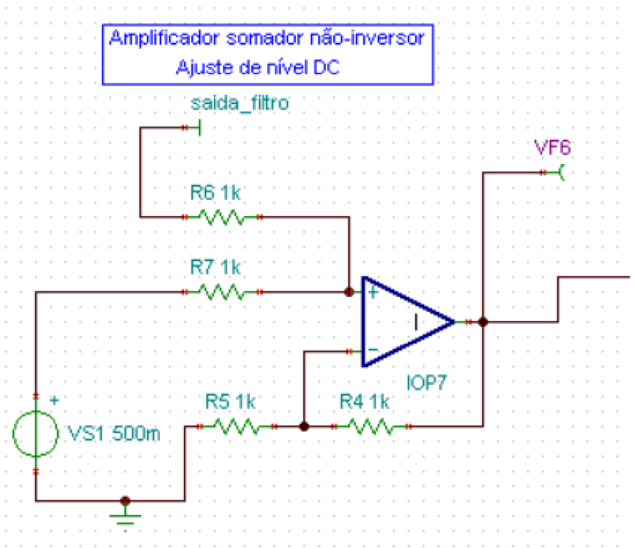


Condicionamento de sinais



Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.
- Ajuste de nível DC
  - O sinal filtrado é somado com um sinal de tensão constante de 0.5 V
  - É utilizado um amplificador não-inversor como somador
    - $G = 1 + R_f/R_1$
  - Os sinais são somados, ou seja, o sinal filtrado $x_f(t)$ será utilizado para gerar um outro sinal
    - $x_{f2}(t) = 0.5 + G*x_f(t)$
  - Ver exemplo no Tina

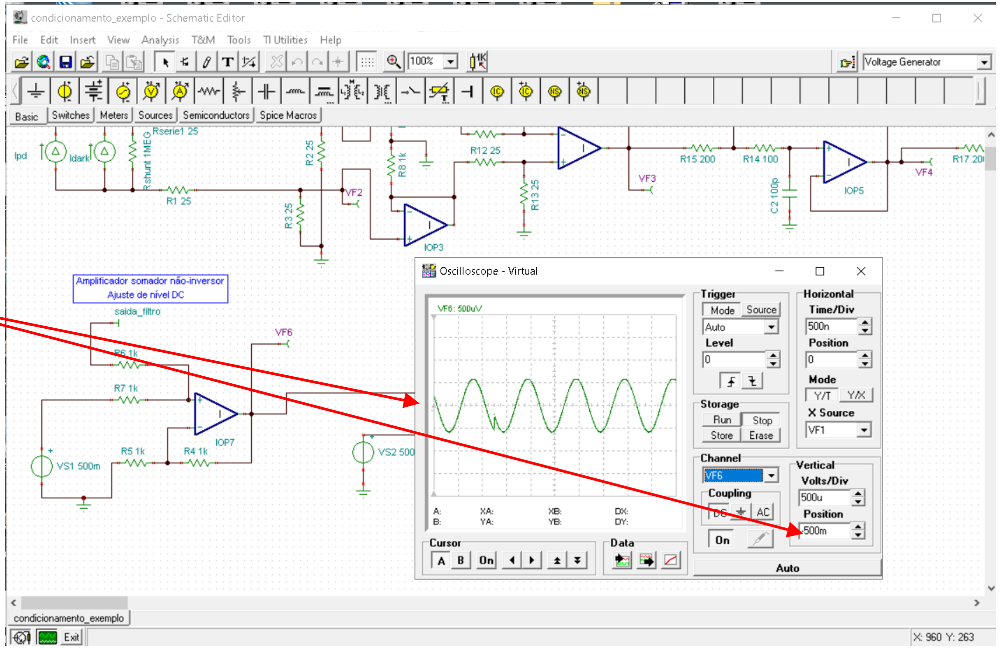


Condicionamento de sinais

Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.
- Ajuste de nível DC
  - Ver exemplo no Tina

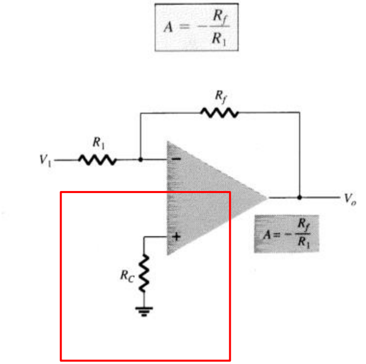
Osciloscópio ajustado para mostrar 500mV no centro do eixo vertical

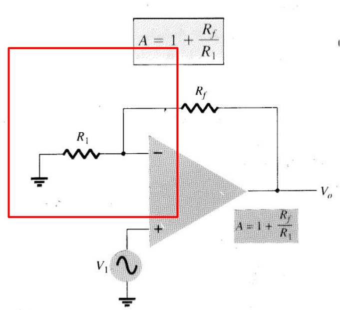


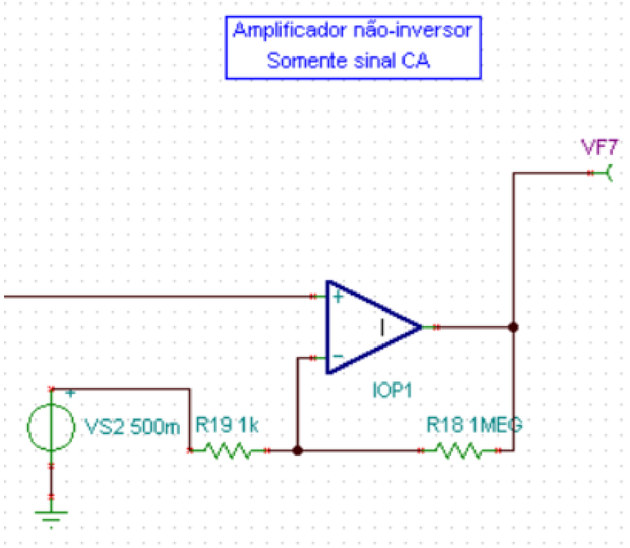
Condicionamento de sinais

Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

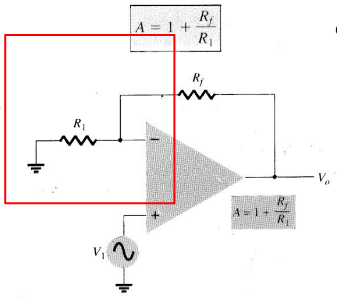
- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.
- Amplificador de nível AC
  - Em geral os circuitos com AMPOPs utilizam o sinal de terra como referência





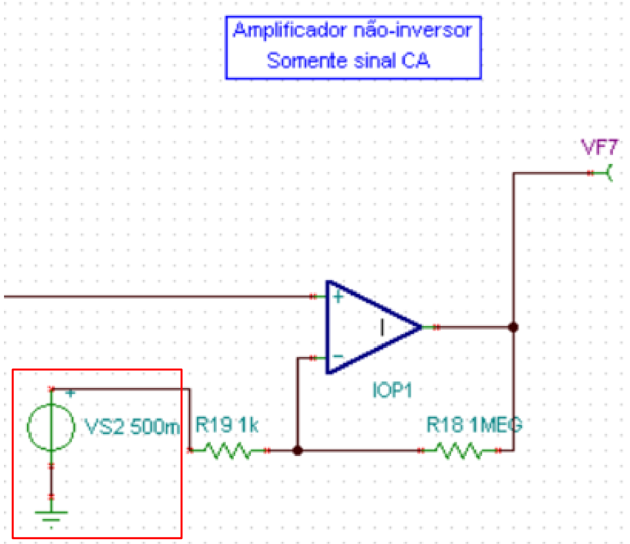


Condicionamento de sinais



Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.
- Amplificador de nível AC
  - Em geral os circuitos com AMPOPs utilizam o sinal de terra como referência
  - Com o sinal terra como referência, o amplificador operacional amplificará o sinal em torno dessa referência
  - Alterando essa referência por uma tensão qualquer (Vref), é possível amplificar o sinal em torno dessa tensão
  - No nosso exemplo, o sinal de entrada desse amplificador tem um nível de 0,5 V devido ao estátio anterior
  - Ver exemplo no Tina



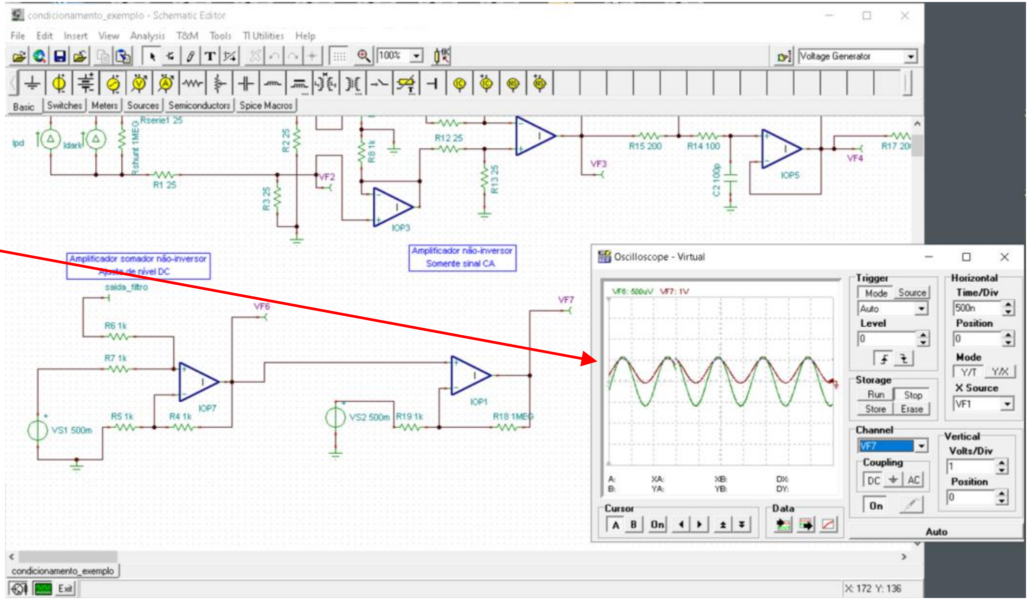
Condicionamento de sinais

Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.
- Amplificador de nível AC
  - Ver exemplo no Tina

Diferentes escalas para mostrar os sinais VF6 e VF7 ⇒ Ganho aproximado de 1000

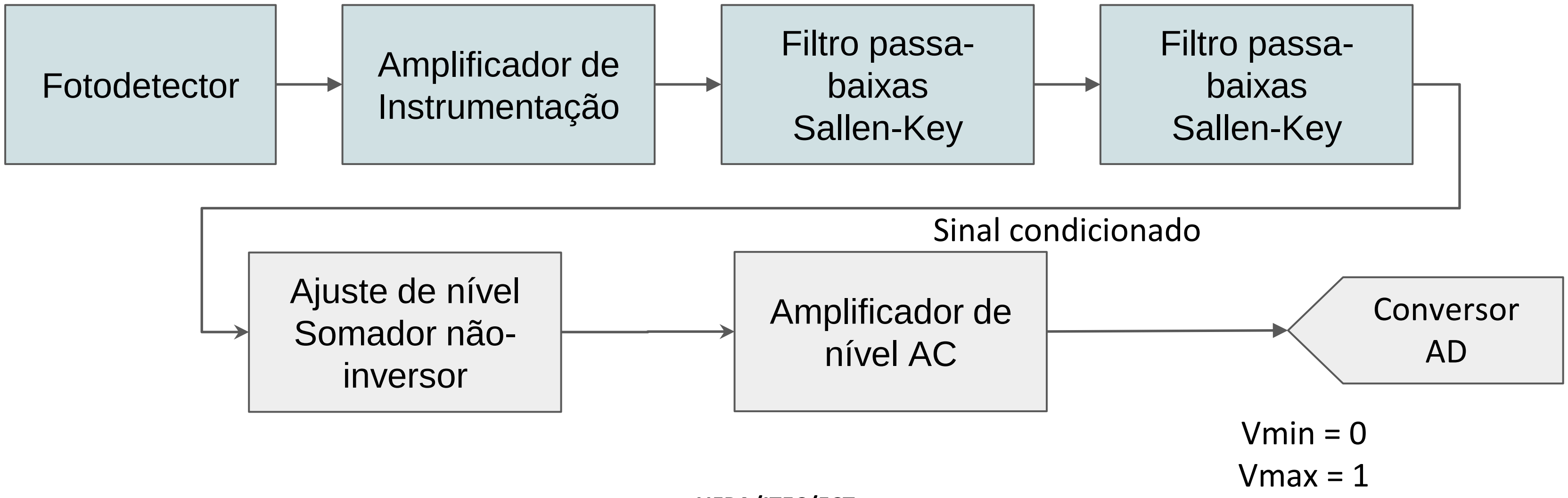
Somente sinal AC é amplificado.



Condicionamento de sinais

Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.



Condicionamento de sinais

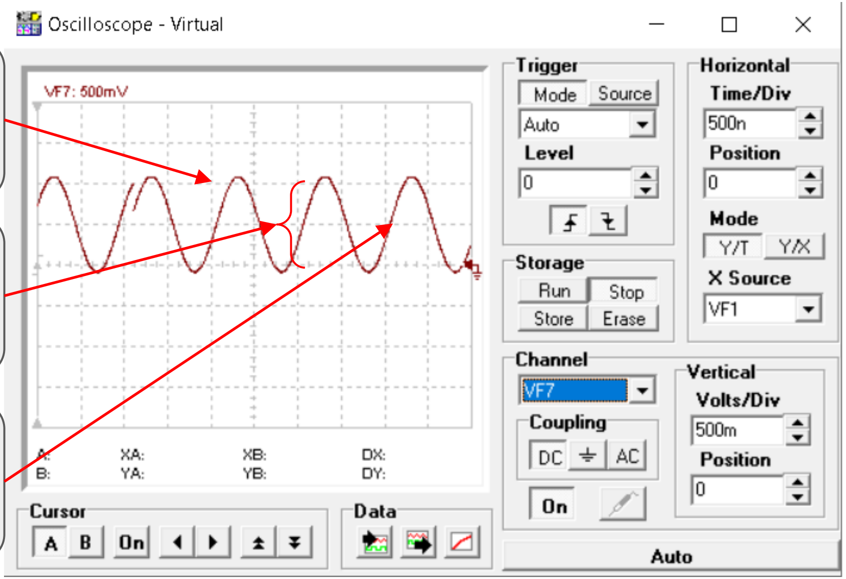
Condicionamento do sinal do fotodetector no Tina

- Continuação do circuito de condicionamento do sinal do fotodetector da aula anterior.

Sinal na entrada do conversor AD

Aprox. 1 V de amplitude pico-a-pico

Nível médio (AC) de 0,5 V



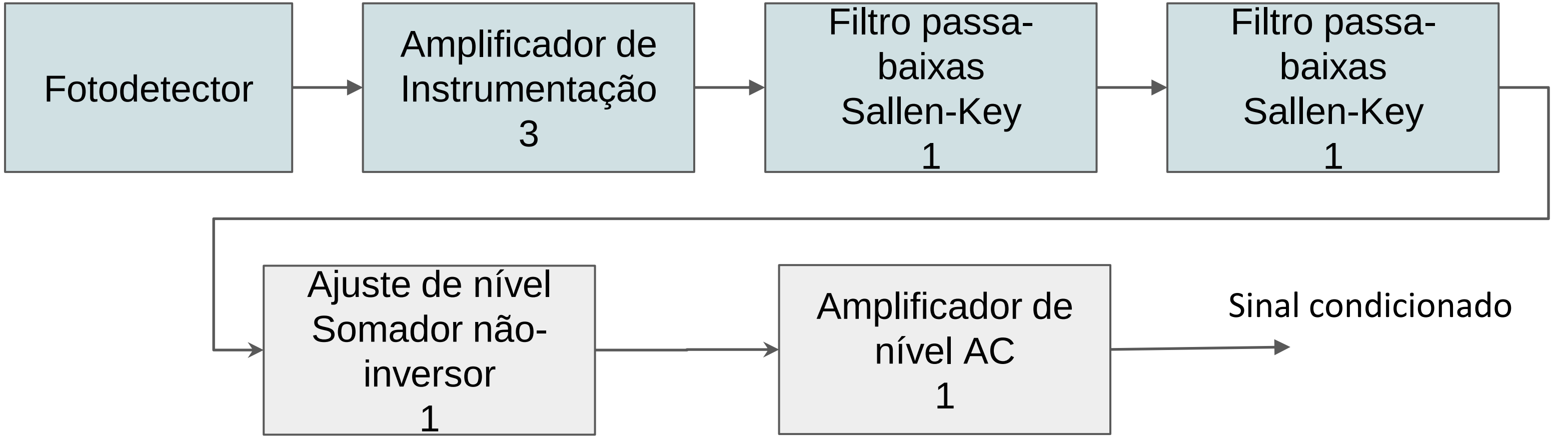
Condicionamento de sinais

Otimização do circuito

Condicionamento de sinais

Otimização do circuito

- A solução apresentada utiliza 7 amplificadores operacionais mais componentes passivos (resistores e capacitores)
  - É possível diminuir o número de componentes?
  - Resposta: Sim! ⇒ AMPOPs podem ser configurados como amplificadores+somadores ou filtros com ganho



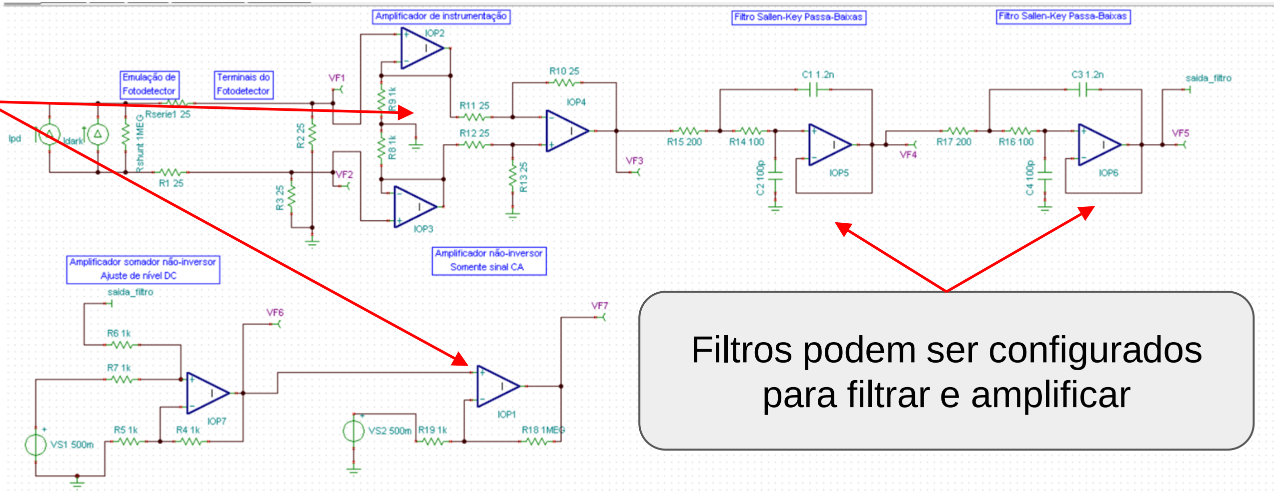
Condicionamento de sinais

Otimização do circuito

- A solução apresentada utiliza 7 amplificadores operacionais mais componentes passivos (resistores e capacitores)
    - É possível diminuir o número de componentes?

O sinal poderia ser amplificado em um estágio anterior, dispensando último amplificador

Outro filtro mais sofisticado para evitar a utilização de dois Sallen-Key



Filtros podem ser configurados para filtrar e amplificar

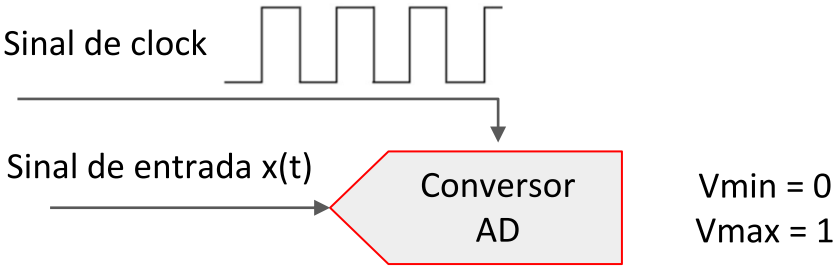
Condicionamento de sinais

Considerações sobre a frequência de amostragem do conversor AD

Condicionamento de sinais

Considerações sobre a frequência de amostragem do conversor AD

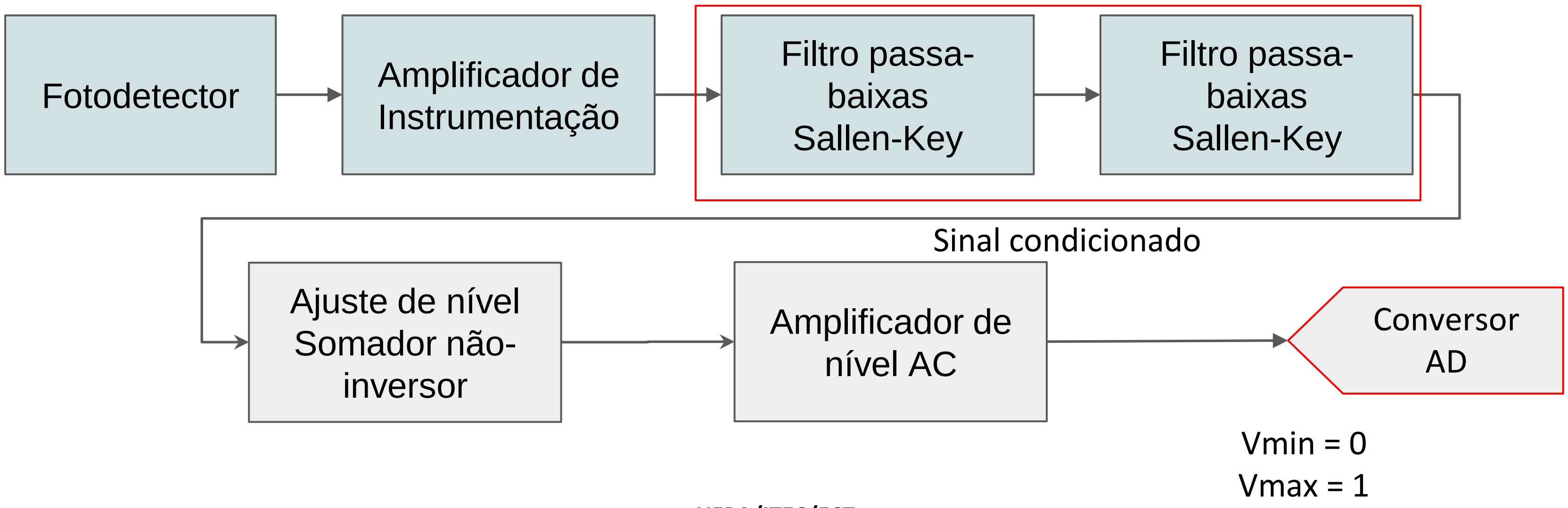
- Conversores AD são dispositivos que geram amostras de um sinal a cada T segundos
- Em geral, a geração das amostras é cadenciada por um sinal de clock com período de T segundos
  - A frequência de amostragem é o inverso do período: $F_a = 1/T$
- Em geral, é necessário que a frequência do sinal de entrada seja menor ou igual a $F_a/2$
  - Um sinal real é composto por várias frequências.
  - É necessário eliminar todas as componentes maiores que $F_a/2$ que compõem o sinal ⇒ filtro



Condicionamento de sinais

Considerações sobre a frequência de amostragem do conversor AD

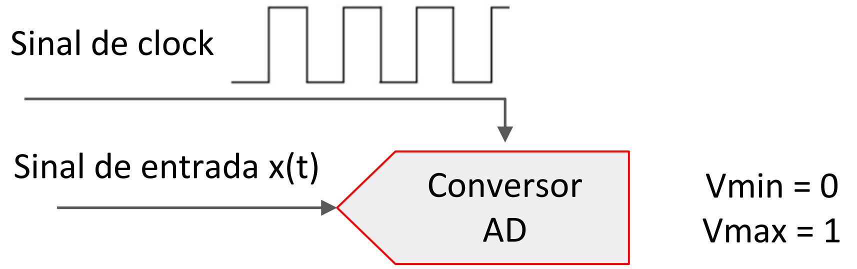
- Filtro Sallen-Key do exemplo



Condicionamento de sinais

Considerações sobre a frequência de amostragem do conversor AD

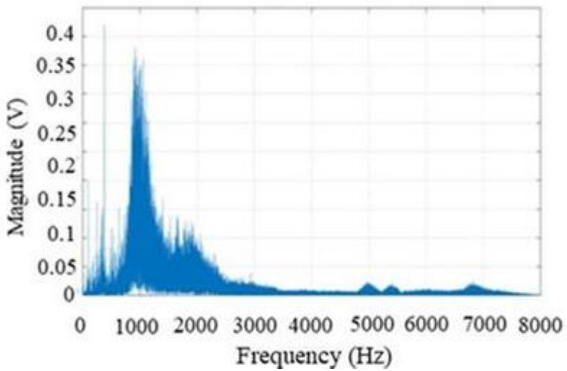
- Do exemplo mostrado
  - Ipd ⇒ 1 MHz
  - Idark ⇒ 10 MHz
  - Se F_a = 15 MHz, F_a /2= 7,5 MHz
    - Nesse caso, o filtro elimina/atenua Idark de modo que o sinal de entrada do conversor AD não tenho componentes com frequências maiores que 7,5 MHz com amplitude significativa

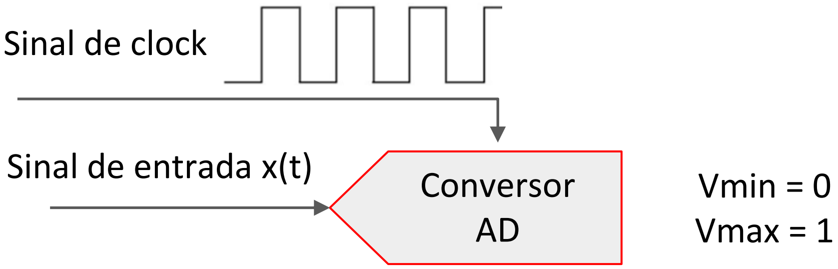


Condicionamento de sinais

Considerações sobre a frequência de amostragem do conversor AD

- Outro exemplo: Sistema amostragem de sinal de microfone (áudio)
  - Audição humana tem capacidade de detectar sons de 20 Hz a 20 kHz
  - Frequências acima de 20 kHz podem ser filtradas
  - Frequência de amostragem > 40 kHz
    - Na prática, frequências de amostragem comuns em sinais de áudio são 44 kHz e 48 kHz
    - Frequências de amostragem maiores também podem ser usadas, mas os benefícios estão fora do escopo desta aula.





Dúvidas?