

Aufgabenblatt 2

Namen: Elena Noll, Martin Dreher
Matrikel: 6335415, 6354762

Aufgabe 2.1

In dieser Aufgabe gehen wir von den SI-Binärpräfixen (1 KB = 1000 B) aus.

(a)

Das Register kann $2^{64} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616$ verschiedenen Werte annehmen. Die Taktfrequenz entspricht

$$3,1 \text{ GHz} = 3\,100\,000\,000 \text{ Berechnungen / Sekunde}$$

Somit gilt für den Überlaufzeitpunkt t :

$$3\,100\,000\,000 \cdot t = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617 \Leftrightarrow t \approx 5\,950\,562\,604,4 \text{ Sekunden}$$

Also läuft das Register erst nach ca. 188 Jahren über (Genauer: 188 Jahren 8 Monaten 8 Tagen 22 Stunden 3 Minuten und 24.4 Sekunden). Wenn die CPU vom 11.11.2011 an durchgehend laufen würde, würde sie am 5. Juni 2200 überlaufen.

(b)

Der Überlaufzeitpunkt des kleineren Registers t' ist:

$$3\,100\,000\,000 \cdot t' = 2^{32} + 1 = 4\,294\,967\,297 \Leftrightarrow t' \approx 1,385 \text{ Sekunden}$$

Dieser Prozessor würde also schon innerhalb der zweiten Sekunde das Register durchlaufen.

Aufgabe 2.1**Aufgabe 2.2****a)**

$$\begin{aligned}49 : 2 &= 24,5 \Rightarrow 1 \\24 : 2 &= 12 \Rightarrow 0 \\12 : 2 &= 6 \Rightarrow 0 \\6 : 2 &= 3 \Rightarrow 0 \\3 : 2 &= 1,5 \Rightarrow 1 \\1 : 2 &= 0,5 \Rightarrow 1 \\ \Rightarrow [49]_{10} &= [110001]_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}49 : 8 &= 6 \Rightarrow \text{Rest : } 1 \\6 : 8 &= 0 \Rightarrow \text{Rest : } 6 \\ \Rightarrow [49]_{10} &= [61]_8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}49 : 16 &= 3 \Rightarrow \text{Rest : } 1 \\3 : 16 &= 0 \Rightarrow \text{Rest : } 3 \\ \Rightarrow [49]_{10} &= [31]_{16}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}2011 : 2 &= 1005,5 \Rightarrow 1 \\1005 : 2 &= 502,5 \Rightarrow 1 \\502 : 2 &= 251 \Rightarrow 0 \\251 : 2 &= 125,5 \Rightarrow 1 \\125 : 2 &= 62,5 \Rightarrow 1 \\62 : 2 &= 31 \Rightarrow 0 \\31 : 2 &= 15,5 \Rightarrow 1 \\15 : 2 &= 7,5 \Rightarrow 1 \\7 : 2 &= 3,5 \Rightarrow 1 \\3 : 2 &= 1,5 \Rightarrow 1 \\1 : 2 &= 0,5 \Rightarrow 1 \\ \Rightarrow [2011]_{10} &= [11111011011]_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2011 : 8 &= 251 \Rightarrow \text{Rest} : 3 \\251 : 8 &= 31 \Rightarrow \text{Rest} : 3 \\31 : 8 &= 3 \Rightarrow \text{Rest} : 7 \\3 : 8 &= 0 \Rightarrow \text{Rest} : 3 \\ \Rightarrow [2011]_{10} &= [3733]_8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2011 : 16 &= 125 \Rightarrow \text{Rest} : 11 \\125 : 16 &= 7 \Rightarrow \text{Rest} : 13 \\7 : 16 &= 0 \Rightarrow \text{Rest} : 7 \\ \Rightarrow [2011]_{10} &= [7DB]_{16}\end{aligned}$$

c)

$$2 * 0,53125 = 1,0625 \Rightarrow \text{Ziffer: } 1$$

$$2 * 0,0625 = 0,125 \Rightarrow \text{Ziffer: } 0$$

$$2 * 0,125 = 0,25 \Rightarrow \text{Ziffer: } 0$$

$$2 * 0,25 = 0,5 \Rightarrow \text{Ziffer: } 0$$

$$2 * 0,5 = 1 \Rightarrow \text{Ziffer: } 1$$

$$\Rightarrow [0,53125]_{10} = [0,10001]_2$$

$$8 * 0,53125 = 4,25 \Rightarrow \text{Ziffer: } 4$$

$$8 * 0,25 = 2 \Rightarrow \text{Ziffer: } 2$$

$$\Rightarrow [0,53125]_{10} = [0,42]_8$$

$$16 * 0,53125 = 8,5 \Rightarrow \text{Ziffer: } 8$$

$$16 * 0,5 = 8 \Rightarrow \text{Ziffer: } 8$$

$$\Rightarrow [0,53125]_{10} = [0,88]_{16}$$

d)

$$135 : 2 = 67,5 \Rightarrow 1$$

$$67 : 2 = 33,5 \Rightarrow 1$$

$$33 : 2 = 16,5 \Rightarrow 1$$

$$16 : 2 = 8 \Rightarrow 0$$

$$8 : 2 = 4 \Rightarrow 0$$

$$4 : 2 = 2 \Rightarrow 0$$

$$2 : 2 = 1 \Rightarrow 0$$

$$1 : 2 = 0,5 \Rightarrow 1$$

$$2 * 0,375 = 0,75 \Rightarrow \text{Ziffer: } 0$$

$$2 * 0,75 = 1,5 \Rightarrow \text{Ziffer: } 1$$

$$2 * 0,5 = 1 \Rightarrow \text{Ziffer: } 1$$

$$\Rightarrow [135,375]_{10} = [10000111,011]_2$$

$$135 : 8 = 16 \Rightarrow \text{Rest : } 7$$

$$16 : 8 = 2 \Rightarrow \text{Rest : } 0$$

$$2 : 8 = 0 \Rightarrow \text{Rest : } 2$$

$$0,375 * 8 = 3 \Rightarrow \text{Ziffer: } 3$$

$$\Rightarrow [135,375]_{10} = [207,3]_8$$

$$135 : 16 = 8 \Rightarrow \text{Rest : } 7$$

$$8 : 16 = 0 \Rightarrow \text{Rest : } 8$$

$$16 * 0,375 = 6 \Rightarrow \text{Ziffer: } 6$$

$$\Rightarrow [135,375]_{10} = [87,6]_{16}$$

2,3

a)

$$0 * 1 = 0$$

$$1 * 2 = 2$$

$$0 * 4 = 0$$

$$1 * 8 = 8$$

$$\Rightarrow 0 + 2 + 0 + 8 = 10$$

$$1 * 1 = 1$$

$$1 : 2 = 0,5$$

$$\Rightarrow 10 + 0,5 = 10,5$$

$$\Rightarrow [1010,1]_2 = [10,5]_{10}$$

b)

$$0 * 1 = 0$$

$$1 * 2 = 2$$

$$0 * 4 = 0$$

$$1 * 8 = 8$$

$$1 * 16 = 16$$

$$\Rightarrow 0 + 2 + 0 + 8 + 16 = 26$$

$$1 * 1 = 1$$

$$1 * 2 = 2$$

$$0 * 4 = 0$$

$$0 * 8 = 0$$

$$1 * 16 = 16$$

$$\Rightarrow 1 + 2 + 0 + 0 + 16 = 19$$

$$19 : 32 = 0,59375$$

$$\Rightarrow 26 + 0,59375 = 26,59375$$

$$\Rightarrow [11010,10011]_2 = [26,59375]_{10}$$

Aufgabe 2.4

$$27355 + 16195 = 43550$$

$$[27355]_{10} = [110101011011011]_2 \text{ (Rechnung siehe Aufgabe 2.2)}$$

$$[16195]_{10} = [11111101000011]_2 \text{ (Rechnung siehe Aufgabe 2.2)}$$

$$1 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 1 + 1 = 1 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$0 + 0 + 1 = 1 \text{ (kein Übertrag)}$$

$$1 + 0 = 1 \text{ (kein Übertrag)}$$

$$1 + 0 = 1 \text{ (kein Übertrag)}$$

$$0 + 0 = 0 \text{ (kein Übertrag)}$$

$$1 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 0 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$0 + 1 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 1 + 1 = 1 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$0 + 1 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 1 + 1 = 1 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$0 + 1 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 1 + 1 = 1 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 = 1$$

$$\Rightarrow [110101011011011]_2 + [11111101000011]_2 = [1010101000011110]_2$$

$$[1010101000011110]_2 = [43550]_{10} \text{ (Rechnung siehe Aufgabe 2.3)}$$

Aufgabe 2.5

$$1 * 10111001 = 10111001$$

$$1 * 10111001 = 10111001$$

$$0 * 10111001 = 00000000$$

$$1 * 10111001 = 10111001$$

$$0 * 10111001 = 00000000$$

$$1 * 10111001 = 10111001$$

$$1 = 1 \text{ (0 Übertrag)}$$

$$0 + 0 = 0 \text{ (0 Übertrag)}$$

$$0 + 0 + 1 = 1 \text{ (0 Übertrag)}$$

$$1 + 0 + 0 + 0 = 1 \text{ (0 Übertrag)}$$

$$1 + 0 + 0 + 0 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 0 + 1 + 0 + 0 + 1 + 1 = 0 \text{ (10 Übertrag)}$$

$$0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 \text{ (0 Übertrag)}$$

$$1 + 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 1 = 0 \text{ (10 Übertrag)}$$

$$0 + 0 + 0 + 1 + 1 + 0 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 0 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 \text{ (10 Übertrag)}$$

$$0 + 0 + 1 + 0 = 1 \text{ (0 Übertrag)}$$

$$1 + 0 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 + 1 = 0 \text{ (1 Übertrag)}$$

$$1 = 1$$

$$\Rightarrow [10111001]_2 * [110101]_2 = [10110010011001]_2$$

2.6

Das Komplement einer Zahl z zur Basis n lautet:

$$K_b(z) = \begin{cases} b^n - z & \text{für } z \neq 0 \\ 0 & \text{für } z = 0 \end{cases}$$

$$K_{b-1}(z) = \begin{cases} b^n - b^{-m} - z & \text{für } z \neq 0 \\ 0 & \text{für } z = 0 \end{cases}$$

Wobei n die Anzahl der Vorkommastellen und m die Anzahl der Nachkommastellen ist.

(a)

Sei $n = 1$:

$$K_{10}(4,381)_{10} = 10^1 - 4,381 = 5,619_{10}$$

(b)

Sei $n = 0, m = 4$:

$$K_9(0,4172)_{10} = 10^0 - 10^{-4} - 0,4172 = 1 - 0,0001 - 0,4172 = 0,5827_{10}$$

(c)

Wir rechnen nun im Dualsystem. Sei $n = 1$:

$$K_2(1,011)_2 = 10^1 - 1,011 = 0,101_2$$

Rechnung:

$$\begin{array}{r} 10,000 \\ - \quad 1,011 \\ \hline \quad 11 \quad 11 \\ \hline 00,101 \end{array}$$

(d)

Sei $n = 100_2$ und $m = 10_2$:

$$K_1(110,01)_2 = 10^{100} - 10^{-10} - 110,01 = 1000 - 0,01 - 110,01 = 1,1_2$$

Rechnung:

$$\begin{array}{r} 1000,00 \\ - \quad 0,01 \\ - \quad 110,01 \\ \hline \quad 1111 \quad 1 \\ \hline 0001,10 \end{array}$$

2.7

Teil	Ganzzahl	Betrag+VZ	Exzess-127	Einerkomp.	Zweierkomp.
(a) 00001011	11	11	116	11	11
(b) 01100110	102	102	15	102	102
(c) 10000001	129	-1	-2	-126	-127
(d) 11111110	254	-126	-127	-1	-2