دانشکده مهندسی کامپیوتر

ارائهٔ مطالب علمی و فنی

مستند پروژه

بررسی الگوریتم‌های فشرده‌سازی و کاربردهای آن‌ها

نگارندگان:
محمد مهدی عرفانیان

۱۴ دی ۱۳۹۸

چکیده

در مستندی که پیش روی خوانندهٔ عزیز قرار دارد تلاش شده تا مختصرا الگوریتم‌های فشرده‌سازی مختلف و کاربردهای آن‌ها در زمینه‌های مختلف مهندسی کامپیوتر در راستای انجام پروژهٔ درس ارائه مطالب علمی و فنی بررسی شود. این درس در پاییز ۹۸ در دانشکدهٔ مهندسی کامپیوتر دانشگاه صنعتی شریف توسط دکتر همت‌یار ارائه شده است.

برای سهولت کار استاد محترم درس برای تحصیل اطمینان از درستی مستندسازی و همچنین استفاده دانش‌جویان علاقه‌مند، سیر پیشرفت مستند به همراه کدهای LaTeX در *Github* قرار گرفته است، لازم به ذکر است که این مستند به صورت متن‌باز ارائه شده و استفاده از آن بدون ذکر منبع برای همگان آزاد است.
در انتها از استاد محترم درس، دستیار آموزشی ایشان و خوانندگان محترم تشکر می‌کنم.

با آرزوی خوش‌وقتی برای تمامی خوانندگان این مستند
نگارنده

فهرست مطالب

فهرست تصاویر

فهرست جداول

فصل ۱

مقدمه

توضیحی اولیه مبنی بر تعریف کلی فشرده‌سازی، انواع الگوریتم‌ها و کاربردها

۱.۱ تعریف

الگوریتم‌های فشرده‌سازی، الگوریتم‌هایی هستند که می‌توان با استفاده از آن‌ها داده‌ها را طوری رمزنگاری کرد که در تعداد کمتری بیت نسبت به آرایش اولیه قابل ارائه باشند.
برای مثال می‌دانیم که برای ذخیرهٔ هر بیت اسکی هشت بیت فضا لازم است، می‌توان با استفاده از نگاشتی متشکل از حروف استفاده‌شده در یک متن تعداد بیت‌های مورد نیاز برای نشان دادن هر حرف استفاده‌شده در متن را کاهش داد. با استفاده از این تکنیک در حقیقت متن را در قالب جدیدی فشرده کرده‌ایم.

۲.۱ انواع الگوریتم‌های فشرده‌سازی

در یک دسته‌بندی الگوریتم‌های فشرده‌سازی را به دو نوع زیر افراز می‌کنند.

- Lossless یا بدون هدررفت داده
- Lossy یا همراه هدررفت داده

۱.۲.۱ الگوریتم‌های Lossless

در این سری الگوریتم‌ها دادهٔ ورودی بدون هیچ‌گونه هدررفتی از دادهٔ خروجی قابل بازیابی‌ست، الگوریتم‌های این دسته با استفاده از افزونگی آماری تلاش می‌کنند تا نحوهٔ نمایش داده را در نگاشتی به نحوهٔ نمایش دیگری که به فضای کمتری نیاز دارد تبدیل کنند. این الگوریتم‌ها در مواقعی که ثابت ماندن داده در طی فشرده‌سازی الزامی‌ست استفاده می‌شوند، همچنین معمولا برای بازیابی اطلاعات فشرده‌شده نیاز به داده‌هایی خارجی است که با کمک آن عمل بازیابی انجام می‌گیرد، از این رو می‌توان از این نوع الگوریتم‌ها در رمزنگاری نیز استفاده کرد. یکی از کاربردهای اصلی این الگوریتم‌ها در فشرده‌سازی متون است که اشتباه شدن حتی یک حرف می‌تواند باعث بدخوانی و بدفهمی متن اصلی گردد. الگوریتم‌های مشهور کمپرس Lossless به شرح زیر اند.

- Run-Length Enconding (RLE)
- Lempel-Ziv (LZ)
- Huffman Encoding
- Burrows Wheeler Transform

البته لازم به ذکر است که در عمل از مجموعه‌ای از الگوریتم‌های فوق برای رسیدن به درصد مطلوب فشرده‌سازی استفاده می‌شود.

نمونه‌های الگوریتم‌های Lossless

در عمل از الگوریتم‌های Lossless در مواقعی که پایداری داده‌های ذخیره‌شده حیاتی‌ست یا این که فایل در آینده به تعداد زیادی بار فشرده و گسترده می‌شود و از دست دادن قسمتی از داده در هربار فشرده‌سازی منجر به اختلاف فاحش نهایی خواهد شد استفاده می‌شود.

- PNG

در طراحی فرمت PNG برای فشرده‌سازی تصاویر از الگوریتم Lempel-Ziv-Welch (LZW) که الگوریتی Lossless است استفاده شده. در شکل ۱.۱ و جدول ۱.۱ یک نمونه عکس در حالت فشرده‌نشده و فشرده‌شده با فرمت PNG و مقدار حجم آن در حالت‌های مختلف آورده شده است.

شکل ۱.۱: نمونهٔ فایل تولیدشده توسط نگارنده برای تست میزان کمپرس در فرمت PNG

جدول ۱.۱: حجم فایل نمونه در فرمت PNG

Format	Size
BMP	۷.۷ مگابایت
PNG	۹۸ کیلوبایت

- Free Lossless Audion Codec (FLAC)

الگوریتمی که با استفاده از اطلاعات ذاتی داده‌های صوتی به فشرده‌سازی آن‌ها می‌پردازد، نرخ فشرده‌سازی این الگوریتم با توجه به سطح فشرده‌سازی سازی آن معمولا بین ۴۰ تا ۶۰ درصد می‌باشد اما در حالت بیشینه ممکن است تا ۸۰ درصد هم برسد.

۲.۲.۱ الگوریتم‌های Lossy

در این الگوریتم‌ها پس از هر بار فشرده‌سازی مقداری از داده‌ها از دست می‌روند، معیار ارزیابی این الگوریتم‌ها مقدار فشرده‌سازی با توجه به میزان هدررفت داده می‌باشد، به علت هدررفت مقداری از داده این الگوریتم‌ها معمولا در مواردی که هدررفت اندک داده توسط انسان یا ماشین قابل تشخیص نباشد استفاده می‌شوند، مثلا تکنیک‌های ذخیره‌سازی تصاویر و ویدئوها در کامپیوترها مبتنی بر الگوریتم‌های Lossy است زیرا چشم انسان قادر به تشخیص عوض شدن تعدادی پیکسل در صفحه پس از بازیابی فایل فشرده‌شده نیست.

معمولا در فشرده‌سازی Lossy از Transform Coding استفاده می‌شود که داده‌ها را از فضای حقیقی به فضایی دیگر(معمولا فرکانس) می‌برد و در آنجا از قسمت‌هایی از داده که تاثیرگذاری و حس‌پذیری کمتری نسبت به دیگران دارند صرف نظر می‌شود، سپس وارون تبدیل اجرا شده و داده‌های کوچک‌شدهٔ جدید با الگوریتم‌های Lossless فشرده می‌شوند. یکی از مشهورترین Transform Coding ها الگوریتم Discrete Cosine Transform (DCT) است که در فصول آتیِ این مستند بیشتر با آن آشنا خواهیم شد.

نمونه‌های الگوریتم‌های Lossy

الگوریتم‌های Lossy با همه‌گیر شدن اینترنت و اشتراک‌گذاری بیشتر مدیا در فضای اینترنت بسیار همه‌گیر شدند، از این رو اکثر این الگوریتم‌ها برای فشرده‌سازی فایل‌های صوتی_تصویری یا به اصطلاح Media

استفاده می‌شوند.

- JPEG
- MP3
- MP4
- H.26x

به عنوان نمونهٔ برای الگوریتم Lossy حالت فشرده‌شدهٔ عکس ۱.۱ با فرمت JPEG با کیفیت‌های مختلف در جدول ۲.۱ آورده شده است. [۱]

جدول ۲.۱: حجم فایل نمونه در فرمت JPG

Format	Size	Quality(%)
BMP	۷.۷ مگابایت	۱۰۰
PNG	۹۸ کیلوبایت	۱۰۰
JPG	۸.۹۶ کیلوبایت	۹۰
JPG	۹.۶۲ کیلوبایت	۵۰
JPG	۴۹ کیلوبایت	۲۰

[۱] در صورتی که تمایل به دیدن اصل فایل‌ها دارید می‌توانید به *Github* مستند مراجعه کنید.

فصل ۲

بررسی نحوهٔ فشرده‌سازی در فرمت JPEG

توضیح نحوهٔ کار فشرده‌سازی در فرمت JPEG، مقدمه‌ای بر DCT و توضیح کلی Huffman encoding

DCT ۱.۲

۱.۱.۲ تعریف

تبدیل کسینوسی گسسته (به انگلیسی: Discrete cosine transform) ، دنباله‌ای محدود از اعداد (داده ها) را به صورت مجموع توابع کسینوسی با فرکانس های متفاوت نمایش می‌دهد. تبدیل کسینوسی گسسته، شباهت بسیاری به تبدیل فوریه گسسته (DFT) دارد، با این تفاوت که حاصل تبدیل فقط مقادیر حقیقی دارد (بر خلاف تبدیل فوریه که منجر به مقادیر مختلط می شود).

به صورت علمی‌تر می‌توان نوشت که DCT تابعی معکوس‌پذیر و خطی از R^N به R^N است.

فرمول کلی DCT برای فضای یک‌بعدی به شکل زیر است.

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos[\pi/n(n+1/2)k], k = 0, ..., N-1 \qquad (۱.۲)$$

تبدیل دنباله‌ای از پیکسل‌ها به تابع ۲.۲

هر تصویر در حقیقت به صورت چهار ماتریس دوبعدی ذخیره می‌شود که هر ماتریس مقدار رنگی پیکسل را برای آن کانال رنگی (RBG و α) نشان می‌دهد، برای کمپرس کردن یک عکس ماتریس‌های کانال‌های رنگی مختلف را جداگانه فشرده می‌کنیم، کانال رنگی R را در نظر بگیرید، در این حالت یک ماتریس $n*m$ داریم که هر خانهٔ آن عددی بین ۰ تا ۲۵۵ را نشان می‌دهد، برای سادگی یک سطر از این ماتریس را در نظر بگیرید، این سطر معادل با یک آرایه از اعداد می‌باشد، در صورتی که تمامی اعداد را از دامنه ۰ تا ۲۵۵ به دامنه ۱۲۸ـ تا ۱۲۷ ببریم می‌توانیم این دنباله را با مجموعه‌ای از توابع کسینوسی بازتولید کنیم، این ضرایب همان ضرایبی‌ست که با استفاده از DCT می‌خواهیم به دست بیاوریم.

شکل ۱.۲ نمونه‌ای از توصیف عکس با توابع کسینوسی را نشان می‌دهد.

حال اگر دو تابع نشان‌داده شده در شکل ۱.۲ را با هم جمع کرده و میانگین بگیریم، به نمایش فرکانس دیگری می‌رسیم که در شکل ۲.۲ نشان داده شده است. در صورتی که به شکل‌های متفاوت و با ضرابت متفاوت توابع مختلف کسینوسی را با هم جمع کنیم می‌توانیم هر فرکانسی را بسازیم. این کاری‌ست که در عمل الگوریتم DCT برای ما انجام می‌دهد.

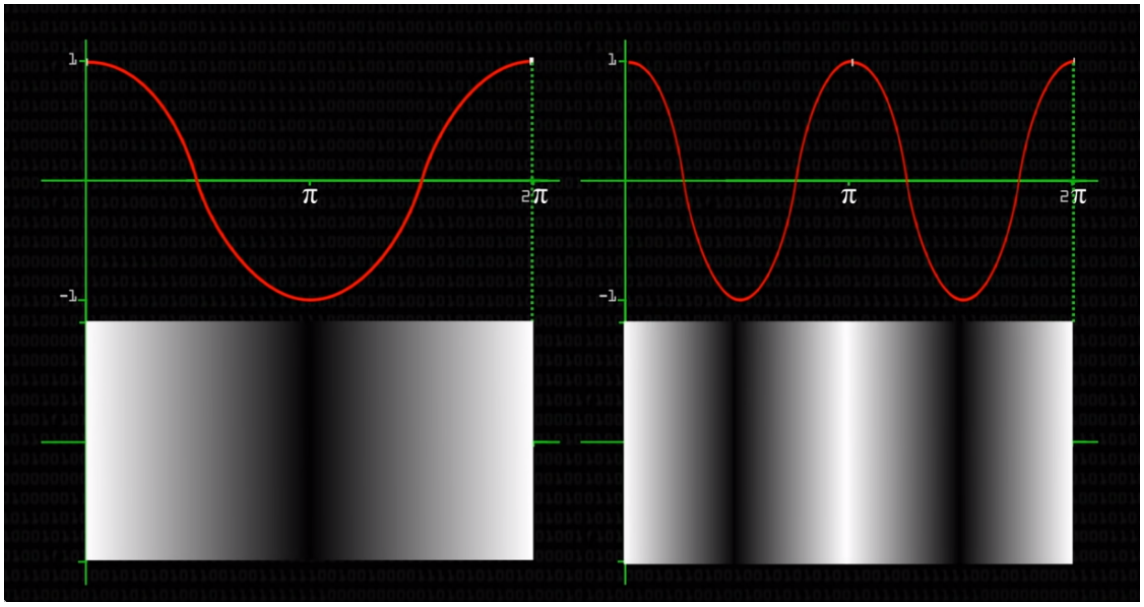
نحوهٔ کار JPEG ۳.۲

برای فشرده‌سازی یک تصویر در JPEG مراحل زیر انجام می‌شود.

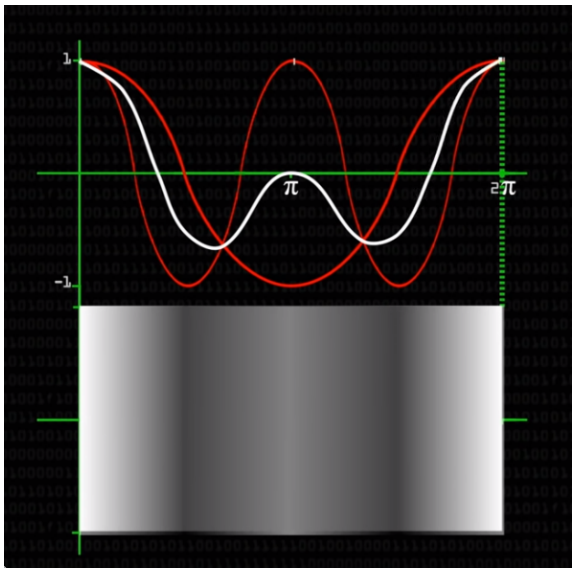
- تبدیل تصویر به بلوک‌های کوچک
- تبدیل هر بلوک به مجموعه‌ای از توابع کسینوسی استاندارد با DCT
- تنظیم ضرایب متناسب برای بلوک‌های DCT
- کمپرس کردن ضرایب با استفاده از Huffman

یک مثال از فشرده‌سازی JPEG ۴.۲

برای درک بهتر مراحل گفته شده تلاش می‌کنیم تا ماتریس زیر را (که در حقیقت می‌تواند یک کانال رنگی از قسمتی از یک تصویر باشد) را با الگوریتم‌های گفته‌شده فشرده‌سازی کنیم.



شکل ۱.۲: توصیف فرکانسی توابع $\cos(x), \cos(2x)$



شکل ۲.۲: توصیف فرکانسی تابع $\cos(x) + \cos(2x)$

$$M = \begin{bmatrix} 52 & 55 & 61 & 66 & 70 & 61 & 64 & 73 \\ 63 & 59 & 55 & 90 & 109 & 85 & 69 & 72 \\ 62 & 59 & 68 & 113 & 144 & 104 & 66 & 73 \\ 63 & 58 & 71 & 122 & 154 & 106 & 70 & 60 \\ 67 & 61 & 68 & 104 & 126 & 88 & 68 & 70 \\ 79 & 65 & 60 & 70 & 77 & 68 & 58 & 75 \\ 85 & 71 & 64 & 59 & 55 & 61 & 65 & 83 \\ 87 & 79 & 69 & 68 & 65 & 76 & 78 & 94 \end{bmatrix}$$

هر عنصر این ماتریس عددی بین ۰ تا ۲۵۵ دارد اما از آنجایی که تابع کسینوسی مقادیر بین ۱ـ تا ۱ می‌گیرد نیازمندیم تا با کم کردن هر عنصر این ماتریس از ۱۲۸ هر عنصر این ماتریس را به عددی بین ۱۲۷ـ تا ۱۲۸ تبدیل کنیم. ماتریس تبدیل‌شده به شکل زیر است.

$$M_{shifted} = \begin{bmatrix} -76 & -73 & -67 & -62 & -58 & -67 & -64 & -55 \\ -65 & -69 & -73 & -38 & -19 & -43 & -59 & -56 \\ -66 & -69 & -60 & -15 & 16 & -24 & -62 & -55 \\ -65 & -70 & -57 & -6 & 26 & -22 & -58 & -59 \\ -61 & -67 & -60 & -24 & -2 & -40 & -60 & -58 \\ -49 & -63 & -68 & -58 & -51 & -60 & -70 & -53 \\ -43 & -57 & -64 & -69 & -73 & -67 & -63 & -45 \\ -41 & -49 & -59 & -60 & -63 & -52 & -50 & -34 \end{bmatrix}$$

در گام بعدی مقادیر این ماتریس را با استفاده از الگوریتم DCT به فضای فرکانس می‌بریم هر مقدار از این ماتریس جدید برابر با ضریب فرکانس معادل در ماتریس استاندارد است.

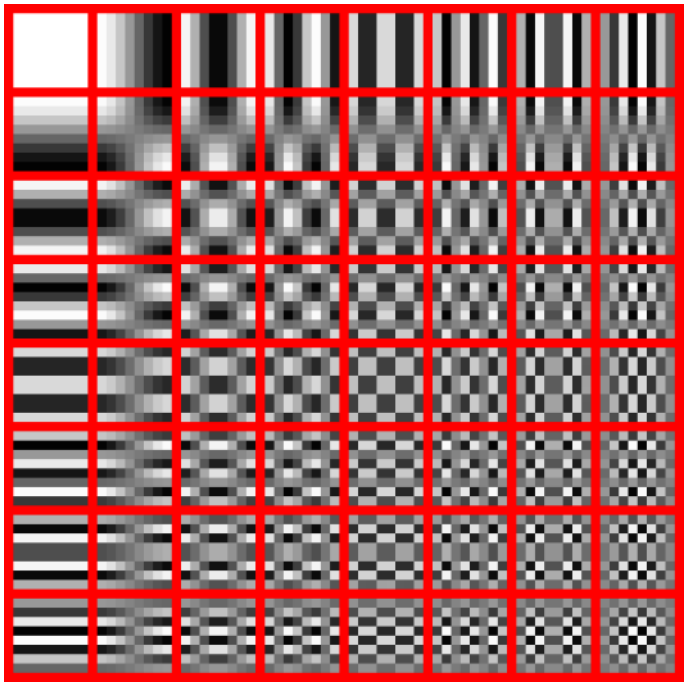
$$F = \begin{bmatrix} -415.38 & -30.19 & -61.20 & 27.24 & 56.12 & -20.10 & -2.39 & 0.46 \\ 4.47 & -21.28 & -60.76 & 10.25 & 13.15 & -7.09 & -8.54 & 4.88 \\ -46.83 & 7.37 & 77.13 & -24.56 & -28.91 & 9.93 & 5.42 & -5.65 \\ -48.53 & 12.07 & 34.10 & -14.76 & -10.24 & 6.30 & 1.83 & 1.95 \\ 12.12 & -6.55 & -13.20 & -3.95 & -1.87 & 1.75 & -2.79 & 3.14 \\ -7.73 & 2.91 & 2.38 & -5.94 & -2.38 & 0.94 & 4.30 & 1.85 \\ -1.03 & 0.18 & 0.42 & -2.42 & -0.88 & -3.02 & 4.12 & -0.66 \\ -0.17 & 0.14 & -1.07 & -4.19 & -1.17 & -0.10 & 0.50 & 1.68 \end{bmatrix}$$

هر کدام از عناصر ماتریس بالا مقدار ضریب تاثیر فرکانس نشان‌داده‌شده در شکل ۳.۲ می‌باشند.

تا به این لحظه هیچ مقداری از داده را برای فشره‌سازی از دست نداده‌ایم اما در این گام می‌خواهیم قسمت‌هایی از تصویر که برای چشم انسان قابل تشخیص نیستند را حذف کنیم تا مقدار دادهٔ کمتری را ذخیره کنیم. باید توجه داشت که چشم انسان معمولا قادر به تشخصی و تمیز تصاویر با فرکانس‌های بالا در تصاویر نیست و همان‌طور که در ماتریس هم مشاهده می‌شود ضریب این فرکانس‌ها نسبت به فرکانس‌های پایین بسیار کم است، می‌توانید به مقدار بسیار بزرگ ۴۱۵ برای فرکانس بسیار پایین در راستای x و y در ماتریس توجه کنید تا این نکته روشن شود. حال باید ضرایب فعلی ماتریس را با تقریبی گرد کنیم و تاثیر فرکانس‌های بالا را کمتر از تاثیر فرکانس‌های پایین قرار دهیم، از این رو از جدولی به نام Quantization Table استفاده می‌کنیم.

۱.۴.۲ Quantization Table

Quantization table جدولی است که در آن مقدار تاثیر هر فرکانس برای هر ردهٔ فشرده‌سازی برای



شکل ۳.۲: ماتریس فرکانس‌های استاندارد

عکس‌های JPEG به صورت جهانی استانداردسازی و تعیین شده‌است. برای مثال برای نرخ کمپرس ۵۰ درصد Quantization Table به شکل زیر است.

$$Q = \begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix}$$

حال برای آخرین گام باید مقادیر ماتریس Q را بر مقادیر ماتریس F تقسیم کنیم و عدد به دست آمده را گرد کنیم. ماتریس نهایی برای فشرده‌سازی به شکل زیر است.

$$R = \begin{bmatrix} -26 & -3 & -6 & 2 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

همان‌طور که در ماتریس R مشهود است تعداد بسیار زیادی از عناصر ماتریس جدید مقدار صفر دارند (که بیشتر فرکانس‌های بالا را شامل می‌شوند) در ادامهٔ فشرده‌سازی این ماتریس به وسیلهٔ الگوریتم فشرده‌سازی بدون هدررفت داده Huffman فشرده می‌شود و به همراه مقداری دادهٔ افزوده [۱] مانند درصد فشرده‌سازی

[۱] meta data

و... ذخیره می‌شود.

۵.۲ فشرده‌سازی Huffman

برای این که ماتریس مرحلهٔ آخر را به یک رشتهٔ متنی تبدیل کنیم می‌خواهیم از فشرده‌سازی یا الگوریتم Huffman استفاده کنیم. در این قسمت مختصرا الگوریتم Huffman برای فشرده‌سازی یک رشتهٔ متنی شرح داده می‌شود.

۱.۵.۲ تعریف

برای نمایش رشته در حالت ascii برای هر حرف ۸ بیت فضا گرفته می‌شود و تمامی حروف با یک آرایهٔ هشت‌بیتی نمایش داده می‌شوند. رشتهٔ زیر را در نظر بگیرید.

$$S = bananasc$$

در این رشته در حالت ascii به $8 * 8 = 64$ بیت فضا نیاز داریم، در صورتی که بخواهیم از طراحی با طول بیت ثابت برای هر حرف در این رشته استفاده کنیم می‌توانیم نظیرسازی زیر را در نظر بگیریم.

جدول ۱.۲: نوعی نظیرسازی حروف با طول ثابت برای هر حرف

حرف	نماد
a	۰۰۱
b	۰۱۰
n	۰۱۱
s	۱۰۰
c	۱۰۱

در این روش برای نشان دادن هر حرف به سه بیت فضا نیاز داریم و در کل به $8 * 3 = 24$ بیت فضا نیاز داریم.

اما در صورتی که به صورت دقیق‌تر به رشته نگاه کنیم متوجه می‌شویم که تعداد تکرار هر حرف یکسان نیست و می‌توانیم برای نشان دادن هر حرف از تعداد بیت متغیر استفاده کنیم به شکلی که حروفی که بیشتر تکرار شده‌اند تعداد بیت کمتری بگیرند و حروفی که کمتر تکرار شده اند از تعداد بیت بیشتری برای ذخیره‌سازی استفاده کنند. مثلا نظیرسازی زیر را برای این رشته در نظر بگیرید.

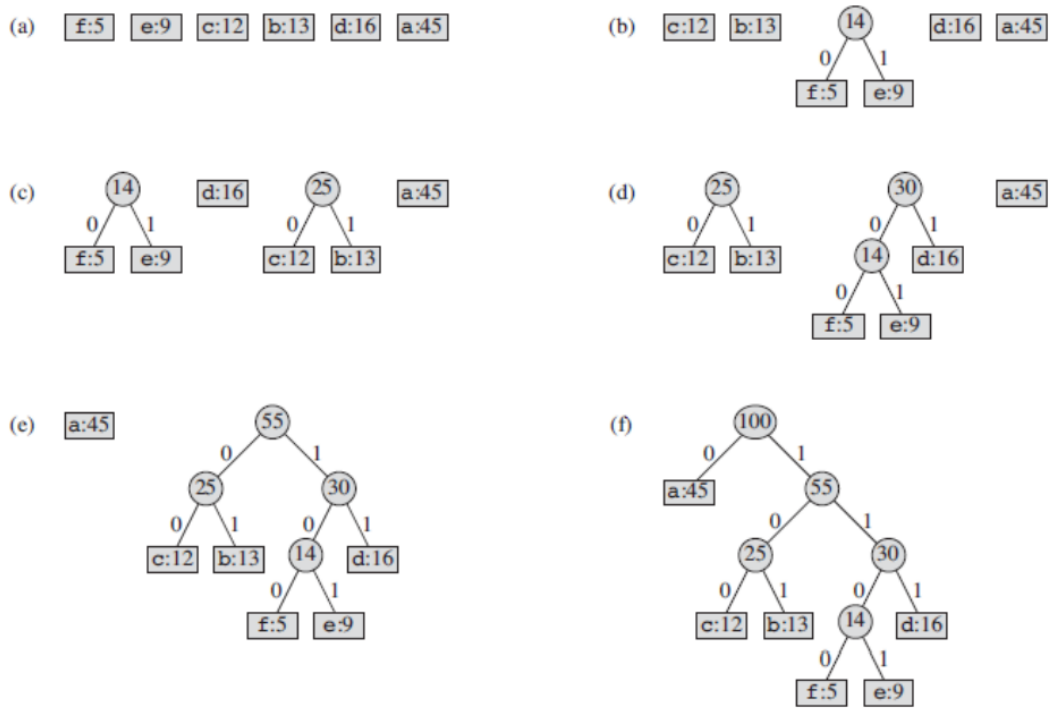
جدول ۲.۲: نوعی نظیرسازی حروف با طول متغیر برای هر حرف

حرف	نماد
a	۰
b	۱۱۰
n	۱۰
s	۱۱۱
c	۱۱۱۰

درصورتی که رشتهٔ اصلی را با این نظیرسازی فشرده کنیم به بیت‌های زیر می‌رسیم.

110010001001111110

همان‌طور که در رشتهٔ جدید مشهود است تعداد بیت‌های استفاده‌شده برای نمایش رشتهٔ اصلی به ۱۸ بیت کاهش پیدا کرده، نکته اساسی در این فشرده‌سازی این است که رشته به صورت یکتا قابل بازیابی باشد، در



شکل ۴.۲: مراحل الگوریتم Huffman

صورتی که به رشتهٔ بالا دقت کنیم متوجه می‌شویم که تنها حالتی که می‌توان با توجه به حروف جدول برای بازیابی بیت‌ها متصور شد همین حالتی‌ست که به رشتهٔ اصلی منجر می‌شود، این اتفاق به این دلیل رخ می‌دهد که شروع هیچ حرفی زیرمجموعهٔ پیشوندی هیچ رشتهٔ دیگری نیست، برای مثال در صورتی که حرف a با 0 و حرف b با 010 و حرف n با 10 نمایش داده می‌شدندبرای رشتهٔ بیتی 010 دو حالت an و b می‌توانستیم متصور شویم، علت این اتفاق این است که رشتهٔ حرف a زیرمجموعهٔ حرف b است.

کلیت الگوریتم Huffman پیدا کردن بهترین کدگذاری برای هر حرف در رشتهٔ اصلی است که طول رشتهٔ نهایی کم‌ترین اندازه را داشته باشد، برای این کار از شبه کد زیر استفاده می‌شود.

```
1  //Huffman Algorithm
2  n := |C|;
3  Q := C;
4  for i := 1 to n - 1 do
5          allocate a new node z
6          z.lef t := x := Extract-Min(Q);
7          z.right := y := Extract-Min(Q);
8          z.freq := x.freq + y.freq;
9          Insert(Q, z);
10 end for
11 return Extract-Min(Q); {return the root of the tree}
```

شکل ۴.۲ مراحل الگوریتم Huffman را نشان می‌دهد.

فصل ۳

بررسی نحوهٔ فشرده‌سازی در فرمت AAC

توضیح نحوهٔ کار فشرده‌سازی در فرمت AAC، تحلیل صدای انسان و توضیح کانال‌های فرکانسی