



دانشگاه صنعتی شریف  
دانشکده مهندسی کامپیوتر

---

# بررسی الگوریتم‌های فشرده‌سازی و کاربردهای آنها

---

نگارنده:

محمد مهدی عرفانیان

درس:

ارائه مطالب علمی و فنی

مدرس:

دکتر همت‌یار

۲۲ دی ۱۳۹۸

## چکیده

الگوریتم‌های فشرده‌سازی در طی عمر علوم کامپیوتر یکی از مهم‌ترین موضوعات مورد بحث آن بوده اند. در ابتدا با توجه به کندی و ضعف سخت‌افزار و نیاز به انتقال حداقلی داده این الگوریتم‌ها مورد توجه قرار گرفتند؛ سپس با پیشرفت اینترنت و نیاز به انتقال سریع داده، این الگوریتم‌ها دوباره به یکی از مهم‌ترین زمینه‌های تحقیق در علوم کامپیوتر تبدیل شدند، در این زمان بسیاری از الگوریتم‌های مهم فشرده‌سازی داده کشف شدند. فرمت‌هایی همچون MP3 یا JPEG - که از شناخته‌ترین فرمت‌های فشرده‌سازی حال حاضر هستند - ماحصل تحقیقات همین دوران اند. الگوریتم‌های فشرده‌سازی نه تنها راه خود را به دنیای مدیا باز کردند بلکه در پردازش سیگنال نیز تاثیر عمده‌ای داشتند، تمامی ارتباطات رادیویی با استفاده از این الگوریتم‌ها سعی در بالا بردن امنیت و کاهش هزینه انتقال داده دارند، در رمزنگاری نیز این الگوریتم‌ها راه‌گشایی می‌کنند و بسیاری از الگوریتم‌های رمزنگاری و درهم‌سازی خود نوعی الگوریتم فشرده‌سازی محسوب می‌شوند.

در این مستند سعی شده است تا مقدمه‌ای برای ورود به دنیای شگفت‌انگیز الگوریتم‌های فشرده‌سازی نوشته شود و خوانندگان را با تعاریف بنیادین و کاربردهای اصلی این الگوریتم‌ها آشنا کند، این مستند مقدمتاً درباره تعاریف اصلی و انواع الگوریتم‌های فشرده‌سازی و کاربردهای اصلی آن‌ها در دنیای امروز بحث می‌کند و پس از آن به بررسی جزئی‌تر دو فرمت اصلی فشرده‌سازی (MP3 و JPEG) می‌پردازد. امید است تا مطالب این مستند مورد توجه خوانندگان عزیز قرار گیرد.

**کلمات کلیدی: الگوریتم‌های فشرده‌سازی، فشرده‌سازی تصویر، فشرده‌سازی صوت، MP3،**

**JPEG**

# فهرست مطالب

۱	مقدمه	۱
۲	تعریف	۱.۱
۲	انواع الگوریتم‌های فشرده‌سازی	۲.۱
۲	۱.۲.۱ الگوریتم‌های بدون هدررفت داده	۱.۲.۱
۴	۲.۲.۱ الگوریتم‌های با هدررفت داده	۲.۲.۱
۴	۳.۱ کاربردهای دیگر فشرده‌سازی	۳.۱
۶	۲ بررسی نحوه فشرده‌سازی در فرمت JPEG	۲
۷	۱.۲ تبدیل کسینوسی گسسته	۱.۲
۷	۱.۱.۲ تعریف	۱.۱.۲
۷	۲.۲ تبدیل دنباله‌ای از پیکسل‌ها به تابع	۲.۲
۷	۳.۲ نحوه کار JPEG	۳.۲
۹	۴.۲ یک مثال از فشرده‌سازی JPEG	۴.۲
۱۰	۱.۴.۲ جدول کوانتیزه کردن	۱.۴.۲
۱۲	۵.۲ کدگذاری آنتروپی	۵.۲
۱۳	۶.۲ کدگذاری طول اجرا	۶.۲
۱۳	۷.۲ فشرده‌سازی هافمن	۷.۲
۱۳	۱.۷.۲ تعریف	۱.۷.۲
۱۶	۳ بررسی نحوه فشرده‌سازی در فرمت MP3	۳
۱۷	۱.۳ مقدمه	۱.۳
۱۷	۲.۳ نرخ بیتی	۲.۳
۱۷	۳.۳ نحوه کار MP3	۳.۳
۱۸	۴.۳ بررسی دستگاه شنوایی انسان	۴.۳
۱۸	۱.۴.۳ ضعف شنوایی بزرگسالان	۱.۴.۳
۱۸	۲.۴.۳ درک کمتر جزییات صداها	۲.۴.۳
۱۸	۳.۴.۳ آستانه شنوایی انسان	۳.۴.۳
۱۸	۴.۴.۳ اثر پوشش‌دهی صداها	۴.۴.۳
۲۰	۵.۳ فشرده‌سازی MP3 در عمل	۵.۳

۲۱	۴	جمع‌بندی
۲۲	۱.۴	خلاصه
۲۲	۲.۴	نتیجه‌گیری
۲۲	۳.۴	هدف مقاله و حق استفاده
۲۳	۴	مراجع

# فهرست تصاویر

۳	شکل نمونه برای تست میزان کمپرس در فرمت PNG	۱.۱
۸	توصیف فرکانسی توابع $\cos(x)$ , $\cos(2x)$	۱.۲
۸	توصیف فرکانسی تابع $\cos(x) + \cos(2x)/2$	۲.۲
۹	نمونه تصویر برای فشرده‌سازی	۳.۲
۱۱	ماتریس فرکانس‌های استاندارد	۴.۲
۱۲	کدگذاری زیگزاگ	۵.۲
۱۵	مراحل الگوریتم هافمن	۶.۲
۱۹	آستانه شنوایی انسان برای فرکانس‌های مختلف	۱.۳
۱۹	اثر پوشش‌دهی صدا	۲.۳

# فهرست جداول

۳	.....	حجم فایل نمونه در فرمت PNG	۱.۱
۴	.....	حجم فایل نمونه در فرمت JPG	۲.۱
۱۳	.....	نوعی نظیرسازی حروف با طول ثابت برای هر حرف	۱.۲
۱۴	.....	نوعی نظیرسازی حروف با طول متغیر برای هر حرف	۲.۲
۱۵	.....	جدول تکرار حروف در یک رشته نمونه	۳.۲

# فصل ۱

## مقدمه

توضیحی اولیه مبنی بر تعریف کلی فشرده‌سازی، انواع الگوریتم‌ها و کاربردها

## ۱.۱ تعریف

الگوریتم‌های فشرده‌سازی، الگوریتم‌هایی هستند که می‌توان با استفاده از آن‌ها داده‌ها را طوری رمزنگاری کرد که در تعداد کمتری بیت نسبت به آرایش اولیه قابل ارائه باشند [۱]. برای مثال می‌دانیم که برای ذخیره هر بیت اسکی<sup>۱</sup> هشت بیت فضا لازم است، می‌توان با استفاده از نگاشتی متشکل از حروف استفاده‌شده در یک متن تعداد بیت‌های مورد نیاز برای نشان دادن هر حرف استفاده‌شده در متن را کاهش داد. با استفاده از این تکنیک در حقیقت متن را در قالب جدیدی فشرده کرده‌ایم.

## ۲.۱ انواع الگوریتم‌های فشرده‌سازی

در یک دسته‌بندی الگوریتم‌های فشرده‌سازی را به دو نوع زیر افراز می‌کنند.

- بدون هدررفت داده<sup>۲</sup>
- همراه هدررفت داده<sup>۳</sup>

### ۱.۲.۱ الگوریتم‌های بدون هدررفت داده

در این سری الگوریتم‌ها داده ورودی بدون هیچ‌گونه هدررفتی از داده خروجی قابل بازیابی است، الگوریتم‌های این دسته با استفاده از افزونگی آماری تلاش می‌کنند تا نحوه نمایش داده را در نگاشتی به نحوه نمایش دیگری که به فضای کمتری نیاز دارد تبدیل کنند. این الگوریتم‌ها در مواقعی که ثابت ماندن داده در طی فشرده‌سازی الزامی است استفاده می‌شوند، همچنین معمولاً برای بازیابی اطلاعات فشرده‌شده نیاز به داده‌هایی خارجی است که با کمک آن عمل بازیابی انجام می‌گیرد، از این رو می‌توان از این نوع الگوریتم‌ها در رمزنگاری نیز استفاده کرد. یکی از کاربردهای اصلی این الگوریتم‌ها در فشرده‌سازی متون است که اشتباه شدن حتی یک حرف می‌تواند باعث بدخوانی و بدفهمی متن اصلی گردد. الگوریتم‌های مشهور فشرده‌سازی بدون هدررفت داده به شرح زیر اند [۲].

- کدبندی طول اجرا<sup>۴</sup>
- فشرده‌سازی LZ<sup>۵</sup>
- کدگذاری هافمن<sup>۶</sup>
- تبدیل باروس-ویلر<sup>۷</sup>

البته لازم به ذکر است که در عمل از مجموعه‌ای از الگوریتم‌های فوق برای رسیدن به درصد مطلوب فشرده‌سازی استفاده می‌شود.

<sup>۱</sup> ASCII

<sup>۲</sup> Lossless

<sup>۳</sup> Lossy

<sup>۴</sup> Run-Length Encoding (RLE)

<sup>۵</sup> Lempel-Ziv (LZ)

<sup>۶</sup> Huffman Encoding

<sup>۷</sup> Burrows Wheeler Transform



## نمونه‌های الگوریتم‌های بدون هدررفت داده

در عمل از الگوریتم‌های بدون هدررفت داده در مواقعی که پایداری داده‌های ذخیره‌شده حیاتی است یا این که فایل در آینده به تعداد زیادی بار فشرده و گسترده می‌شود و از دست دادن قسمتی از داده در هربار فشرده‌سازی منجر به اختلاف فاحش نهایی خواهد شد استفاده می‌شود. احتمالاً می‌توان مشهورترین فرمت فشرده‌سازی بدون هدررفت داده را فرمت ZIP نامید، این فرمت که برای فشرده‌سازی فایل‌های مختلف استفاده می‌شود به علت گستردگی استفاده در درون خود از الگوریتم‌های بدون هدررفت داده استفاده می‌کند، به جز فرمت ZIP فرمت‌های دیگری که استفاده‌های تخصصی‌تری دارند نیز از این الگوریتم‌ها استفاده می‌کنند که در ادامه به دو مورد مهم ایشان اشاره می‌کنیم.

### • PNG

در طراحی فرمت PNG برای فشرده‌سازی تصاویر از الگوریتم Lempel-Ziv-Welch (LZW) که الگوریتمی بدون هدررفت داده است استفاده شده. در شکل ۱.۱ و جدول ۱.۱ یک نمونه عکس در حالت فشرده‌نشده و فشرده‌شده با فرمت PNG و مقدار حجم آن در حالت‌های مختلف آورده شده است.

### • FLAC [4]

کدک صوتی بدون هدررفت داده آزاد<sup>۱</sup> یا FLAC الگوریتمی که با استفاده از اطلاعات ذاتی داده‌های صوتی به فشرده‌سازی آن‌ها می‌پردازد، نرخ فشرده‌سازی این الگوریتم با توجه به سطح فشرده‌سازی آن معمولاً بین ۴۰ تا ۶۰ درصد می‌باشد اما در حالت بیشینه ممکن است تا ۸۰ درصد هم برسد.

۸	۱	۸	۵	۱	۰	۰	۱	۱	۸
۸	۴	۴	۳	۹	۱	۷	۳	۰	۵
۸	۹	۷	۰	۵	۲	۸	۹	۲	۰
۴	۱	۶	۰	۱	۰	۲	۸	۶	۳
۱	۴	۷	۲	۱	۵	۴	۷	۵	۶
۷	۱	۲	۳	۶	۷	۵	۵	۹	۰
۴	۸	۲	۱	۲	۲	۱	۶	۲	۶
۶	۰	۵	۹	۵	۴	۹	۹	۶	۱
۲	۳	۹	۹	۵	۴	۵	۴	۰	۹
۴	۴	۴	۸	۶	۶	۰	۹	۹	۴

شکل ۱.۱: شکل نمونه برای تست میزان کمپرس در فرمت PNG [۳]

جدول ۱.۱: حجم فایل نمونه در فرمت PNG

Format	Size
BMP	۷.۷ مگابایت
PNG	۹۸ کیلوبایت

<sup>1</sup> Free Lossless Audio Codec

## ۲.۲.۱ الگوریتم‌های با هدررفت داده

معمولا در فشرده‌سازی با هدررفت داده از تبدیل فضایی<sup>۱</sup> استفاده می‌شود که داده‌ها را از فضای حقیقی به فضایی دیگر (معمولا فرکانس) می‌برد و در آنجا از قسمت‌هایی از داده که تاثیرگذاری و حس‌پذیری کمتری نسبت به دیگران دارند صرف نظر می‌شود، سپس وارون تبدیل اجرا شده و داده‌های کوچک‌شده جدید این بار با الگوریتم‌های بدون هدررفت داده فشرده می‌شوند. یکی از مشهورترین تبدیل‌های فضایی تبدیل کسینوسی گسسته<sup>۲</sup> است که در فصل دوم این مستند بیشتر با آن آشنا خواهیم شد [۶].

### نمونه‌های الگوریتم‌های با هدررفت داده

الگوریتم‌های با هدررفت داده با همه‌گیر شدن اینترنت و اشتراک‌گذاری بیشتر مدیا در فضای اینترنت بسیار گسترده شدند، از این رو اکثر این الگوریتم‌ها برای فشرده‌سازی فایل‌های صوتی-تصویری یا به اصطلاح مدیا<sup>۳</sup> استفاده می‌شوند. فرمت‌های زیر همگی در بطن خود از الگوریتم‌های با هدررفت داده برای فشرده‌سازی مدیا استفاده می‌کنند.

• JPEG

• MP3

• MP4

• H.26x

به عنوان نمونه برای الگوریتم با هدررفت داده حالت فشرده‌شده عکس ۱۰۱ با فرمت JPEG با کیفیت‌های مختلف در جدول ۲.۱ آورده شده است.

جدول ۲.۱: حجم فایل نمونه در فرمت JPG

کیفیت (%)	اندازه	فرمت
۱۰۰	۷.۷ مگابایت	BMP
۱۰۰	۹۸ کیلوبایت	PNG
۹۰	۸.۹۶ کیلوبایت	JPG
۵۰	۹.۶۲ کیلوبایت	JPG
۲۰	۴۹ کیلوبایت	JPG

## ۳.۱ کاربردهای دیگر فشرده‌سازی

الگوریتم‌های فشرده‌سازی داده علاوه بر این که در کاربرد اصلی خود فشرده کردن فایل‌ها بسیار استفاده می‌شوند اما کاربردهایی دیگری هم در دنیای کامپیوتر دارند، به عنوان مثال یکی از حیاتی‌ترین

<sup>1</sup> Transformation

<sup>2</sup> Discrete Cosine Transform (DCT)

<sup>3</sup> Media

عناصر پردازش سیگنال<sup>۱</sup> را فشرده‌سازی سیگنال تشکیل می‌دهد. در ارتباطات رادیویی برای بالا بردن امنیت و کم کردن هزینه انتقال از فشرده‌سازی داده استفاده می‌شود. از دیگر کاربردهای جدید فشرده‌سازی داده ژنتیک است، رشته‌های دی‌ان‌ای<sup>۲</sup> و آران‌ای<sup>۳</sup> را معمولاً می‌توان به صورت یک رشته متنی نشان داد و با الگوریتم‌های فعلی فشرده‌سازی متن فشرده کرد اما به دلیل این که این رشته‌ها طول و تعداد زیادی دارند بهتر است از روش‌های دیگری برای بازیابی و فشرده‌سازی سریع آن‌ها استفاده کنیم، با رشد سریع ژنتیک و بایوانفورماتیک در جهان و نیاز مبرم به ذخیره‌سازی رشته‌های دی‌ان‌ای و آران‌ای الگوریتم‌های مختلفی مختص فشرده‌سازی این رشته‌ها معرفی شده‌اند [۱۳].

---

<sup>1</sup> Signal Processing

<sup>2</sup> DNA

<sup>3</sup> RNA

## فصل ۲

# بررسی نحوه فشرده‌سازی در فرمت JPEG

توضیح نحوه کار فشرده‌سازی در فرمت JPEG، مقدمه‌ای بر تبدیلی کسینوسی گسسته و توضیح کلی کدگذاری هافمن

## ۱۰.۲ تبدیل کسینوسی گسسته

### ۱۰.۱.۲ تعریف

تبدیل کسینوسی گسسته<sup>۱</sup> یا مختصراً DCT دنباله ای محدود از اعداد را به صورت مجموع توابع کسینوسی با فرکانس های متفاوت نمایش می دهد.

تبدیل کسینوسی گسسته، شباهت بسیاری به تبدیل فوریه گسسته<sup>۲</sup> دارد، با این تفاوت که حاصل تبدیل فقط مقادیر حقیقی دارد برخلاف تبدیل فوریه که منجر به مقادیر مختلط می شود. به صورت علمی تر می توان نوشت که DCT تابعی معکوس پذیر و خطی از  $R^N$  به  $R^N$  است. فرمول کلی DCT برای فضای یک بعدی در معادله ۱۰.۲ آمده است [۶].

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos[\pi/n(n+1/2)k], k = 0, \dots, N-1 \quad (10.2)$$

## ۲۰.۲ تبدیل دنباله ای از پیکسل ها به تابع

هر تصویر در حقیقت به صورت چهار ماتریس دوبعدی ذخیره می شود که هر ماتریس مقدار رنگی پیکسل را برای آن کانال رنگی (RBG و  $\alpha$ ) نشان می دهد، برای فشرده کردن یک عکس ماتریس های کانال های رنگی مختلف را جداگانه فشرده می کنیم، کانال رنگی R را در نظر بگیرید، در این حالت یک ماتریس  $n*m$  داریم که هر خانه آن عددی بین ۰ تا ۲۵۵ را نشان می دهد، برای سادگی یک سطر از این ماتریس را در نظر بگیرید، این سطر معادل با یک آرایه از اعداد می باشد، در صورتی که تمامی اعداد را از دامنه ۰ تا ۲۵۵ به دامنه ۱۲۸- تا ۱۲۷ ببریم می توانیم این دنباله را با مجموعه ای از توابع کسینوسی بازتولید کنیم، این ضرایب همان ضرایبی ست که با استفاده از DCT می خواهیم به دست بیاوریم.

شکل ۱۰.۲ نمونه ای از توصیف عکس با توابع کسینوسی را نشان می دهد. حال اگر دو تابع نشان داده شده در شکل ۱۰.۲ را با هم جمع کرده و میانگین بگیریم، به نمایش فرکانس دیگری می رسم که در شکل ۲۰.۲ نشان داده شده است. در صورتی که به شکل های متفاوت و با ضرایب متفاوت توابع مختلف کسینوسی را با هم جمع کنیم می توانیم هر فرکانسی را بسازیم. این کاری ست که در عمل الگوریتم DCT برای ما انجام می دهد.

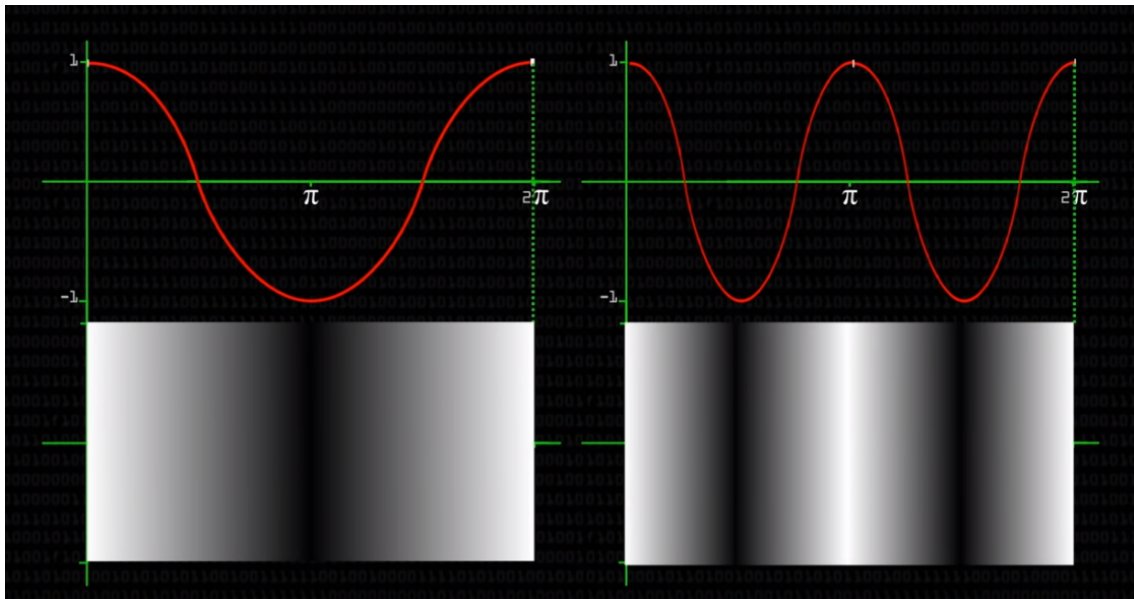
## ۳۰.۲ نحوه کار JPEG

برای فشرده سازی یک تصویر در JPEG مراحل زیر انجام می شود.

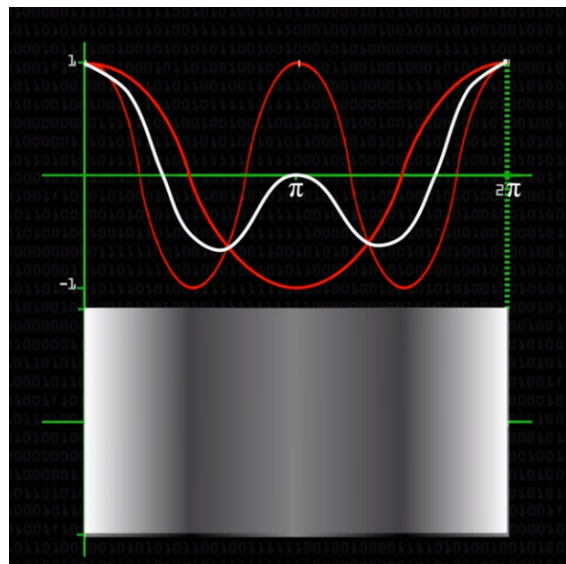
- تبدیل تصویر به بلوک های کوچک
- تبدیل هر بلوک به مجموعه ای از توابع کسینوسی استاندارد با DCT
- تنظیم ضرایب متناسب برای بلوک های DCT
- فشرده کردن ضرایب با استفاده از کدگذاری هافمن

<sup>1</sup> Discrete cosine transform

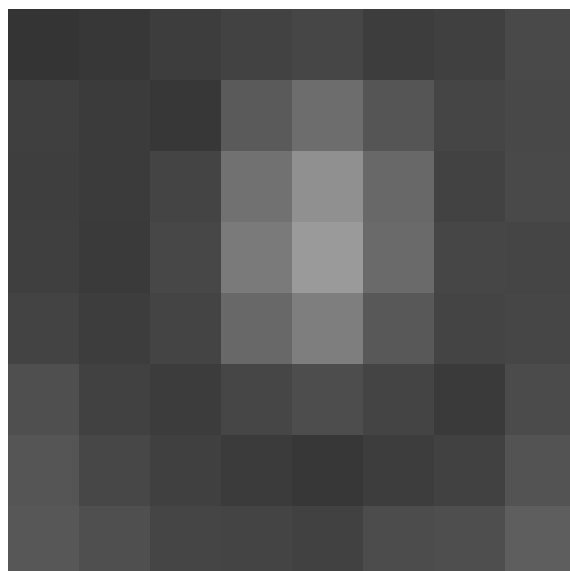
<sup>2</sup> Discrete fourier transform



شکل ۱.۲: توصیف فرکانسی توابع  $\cos(x)$ ,  $\cos(2x)$  [۸]



شکل ۲.۲: توصیف فرکانسی تابع  $\cos(x) + \cos(2x)/2$  [۸]



شکل ۳.۲: نمونه تصویر برای فشرده‌سازی [۷]

## ۴.۲ یک مثال از فشرده‌سازی JPEG

برای درک بهتر مراحل گفته شده تلاش می‌کنیم تا ماتریس ۲.۲ - که تصویر کانال خاکستری آن را در شکل ۳.۲ مشاهده می‌شود - را با الگوریتم‌های گفته شده فشرده‌سازی کنیم.

$$M = \begin{bmatrix} 52 & 55 & 61 & 66 & 70 & 61 & 64 & 73 \\ 63 & 59 & 55 & 90 & 109 & 85 & 69 & 72 \\ 62 & 59 & 68 & 113 & 144 & 104 & 66 & 73 \\ 63 & 58 & 71 & 122 & 154 & 106 & 70 & 60 \\ 67 & 61 & 68 & 104 & 126 & 88 & 68 & 70 \\ 79 & 65 & 60 & 70 & 77 & 68 & 58 & 75 \\ 85 & 71 & 64 & 59 & 55 & 61 & 65 & 83 \\ 87 & 79 & 69 & 68 & 65 & 76 & 78 & 94 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

هر عنصر ماتریس ۲.۲ عددی بین ۰ تا ۲۵۵ دارد اما از آنجایی که تابع کسینوسی مقادیر بین ۱- تا ۱ می‌گیرد نیازمندیم تا با کم کردن هر عنصر این ماتریس از ۱۲۸ هر عنصر این ماتریس را به عددی بین ۱۲۸- تا ۱۲۷

تبدیل کنیم. ماتریس ۳.۲ تبدیل شده است.

$$M' = \begin{bmatrix} -55 & -64 & -67 & -58 & -62 & -67 & -73 & -76 \\ -56 & -59 & -43 & -19 & -38 & -73 & -69 & -65 \\ -55 & -62 & -24 & 16 & -15 & -60 & -69 & -66 \\ -59 & -58 & -22 & 26 & -6 & -57 & -70 & -65 \\ -58 & -60 & -40 & -2 & -24 & -60 & -67 & -61 \\ -53 & -70 & -60 & -51 & -58 & -68 & -63 & -49 \\ -45 & -63 & -67 & -73 & -69 & -64 & -57 & -43 \\ -34 & -50 & -52 & -63 & -60 & -59 & -49 & -41 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

در گام بعدی مقادیر ماتریس تبدیل شده را با استفاده از الگوریتم DCT به فضای فرکانس می بریم هر مقدار از این ماتریس جدید برابر با ضریب فرکانس معادل در ماتریس استاندارد است. ماتریس ۴.۲ ماتریس تبدیل شده ما خواهد بود.

$$F = \begin{bmatrix} 0/46 & -2/39 & -20/10 & 56/12 & 27/24 & -61/20 & -30/19 & -415/38 \\ 4/88 & -8/54 & -7/09 & 13/15 & 10/25 & -60/76 & -21/28 & 4/47 \\ -5/65 & 5/42 & 9/93 & -28/91 & -24/56 & 77/13 & 7/37 & -46/83 \\ 1/95 & 1/83 & 6/30 & -10/24 & -14/76 & 34/10 & 12/07 & -48/53 \\ 3/14 & -2/79 & 1/75 & -1/87 & -3/95 & -13/20 & -6/55 & 12/12 \\ 1/85 & 4/30 & 0/94 & -2/38 & -5/94 & 2/38 & 2/91 & -7/73 \\ -0/66 & 4/12 & -3/02 & -0/88 & -2/42 & 0/42 & 0/18 & -1/03 \\ 1/68 & 0/50 & -0/10 & -1/17 & -4/19 & -1/07 & 0/14 & -0/17 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

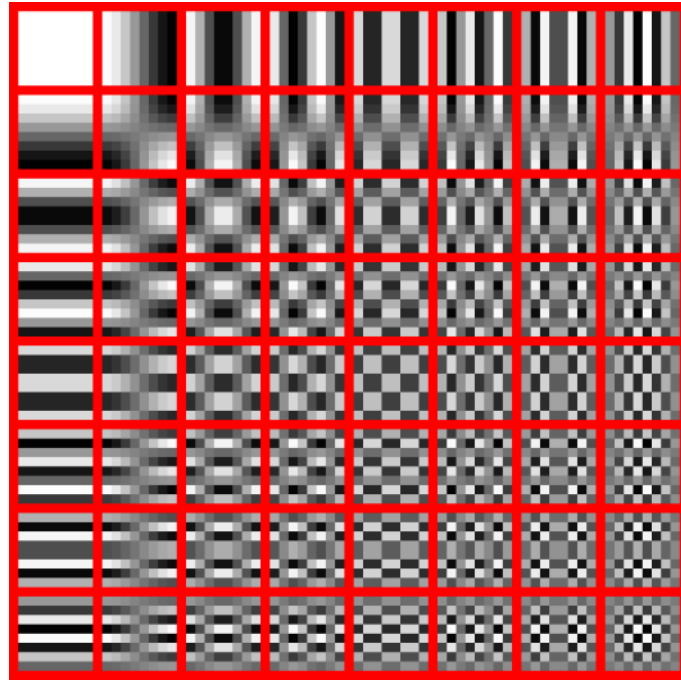
هر کدام از عناصر ماتریس ۴.۲ مقدار ضریب تاثیر فرکانس نشان داده شده در شکل ۴.۲ می باشند. تا به این لحظه هیچ مقداری از داده را برای فشرده سازی از دست نداده ایم اما در این گام می خواهیم قسمت هایی از تصویر که برای چشم انسان قابل تشخیص نیستند را حذف کنیم تا مقدار داده کمتری را ذخیره کنیم. باید توجه داشت که چشم انسان معمولاً قادر به تشخیص و تمییز تصاویر با فرکانس های بالا در تصاویر نیست و همان طور که در ماتریس ۴.۲ هم مشاهده می شود ضریب این فرکانس ها نسبت به فرکانس های پایین بسیار کم است، می توانید به مقدار بسیار بزرگ ۴۱۵ برای فرکانس بسیار پایین در راستای x و y در ماتریس توجه کنید تا این نکته روشن شود. حال باید ضرایب فعلی ماتریس را با تقریبی گرد کنیم و تاثیر فرکانس های بالا را کمتر از تاثیر فرکانس های پایین قرار دهیم، از این رو از جدولی به نام جدول کوانتیزه کردن استفاده می کنیم.

## ۱.۴.۲ جدول کوانتیزه کردن

جدول کوانتیزه کردن<sup>۱</sup> جدولی است که در آن مقدار تاثیر هر فرکانس برای هر رده فشرده سازی برای عکس های JPEG به صورت جهانی استاندارد سازی و تعیین شده است. برای مثال برای نرخ فشرده سازی ۵۰ درصد جدول کوانتیزه کردن در ماتریس ۵.۲ آمده است. این ماتریس برای کیفیت های مختلف فشرده سازی

<sup>۱</sup> معادل فارسی برای Quantization یافت نشد.





شکل ۴.۲: ماتریس فرکانس‌های استاندارد [۹]

به صورت استاندارد شده وجود دارد.

$$Q = \begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

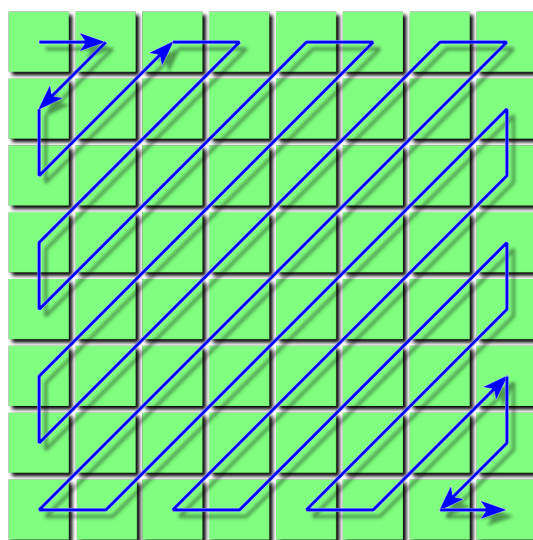
حال برای آخرین گام باید مقادیر ماتریس ۴.۲ را بر مقادیر ماتریس ۵.۲ که همان ماتریس کوانتیزه کردن است تقسیم کنیم و عدد به دست آمده را گرد کنیم. ماتریس نهایی برای فشرده‌سازی در ماتریس ۶.۲ آمده‌است.

$$R = \begin{bmatrix} -26 & -3 & -6 & 2 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

همان‌طور که در ماتریس ۶.۲ مشهود است تعداد بسیار زیادی از عناصر ماتریس جدید مقدار صفر دارند (که بیشتر فرکانس‌های بالا را شامل می‌شوند) در ادامه فشرده‌سازی، ماتریس ۶.۲ به وسیله الگوریتم فشرده‌سازی بدون هدررفت داده کدگذاری آنتروپی<sup>۱</sup> فشرده می‌شود و به همراه مقداری داده افزوده<sup>۲</sup> مانند درصد فشرده‌سازی و داده‌های مورد نیاز برای بازیابی متن کدگذاری شده توسط کدگذاری آنتروپی ذخیره می‌شود.

## ۵.۲ کدگذاری آنتروپی

کدگذاری آنتروپی نوعی کدگذاری تصاویر است که سعی می‌کند یک ماتریس را به صورت زیگزاگ به یک رشته متنی تبدیل کند و سپس با اجرای الگوریتم کدگذاری طول اجرا و الگوریتم فشرده‌سازی هافمن این رشته را فشرده کند. شکل ۵.۲ نحوه تبدیل یک ماتریس عددی به یک رشته متنی در فشرده‌سازی آنتروپی رو نشان می‌دهد.



شکل ۵.۲: کدگذاری زیگزاگ [۱۰]

در نتیجه دنباله زیگزاگی ماتریس ۶.۲ به صورت زیر می‌شود.

$$(۷.۲) \quad -۲۶, -۳, ۰, -۳, -۲, -۶, ۲, -۴, ۱, -۳, ۱, ۱, ۵, ۱, ۲, -۱, ۱, -۱, ۲, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰, -۱, -۱, ۰, \dots, ۰$$

در ادامه، این رشته یک بار با الگوریتم کدگذاری طول اجرا به یک رشته جدید کوتاه‌تر تبدیل می‌شود و سپس با الگوریتم هافمن فشرده می‌شود.

<sup>۱</sup> Entropy encoding

<sup>۲</sup> Meta data

## ۶.۲ کدگذاری طول اجرا

الگوریتم کدگذاری طول اجرا<sup>۱</sup> یا RLE الگوریتمی است که سعی می‌کند به جای تکرار حروف تکراری پشت سر هم از اعداد برای نمایش تعداد آن‌ها استفاده کند. مثلاً به جای رشته *aaa* رشته *a<sup>۳</sup>* را قرار می‌دهد، در صورتی که حرف فقط یکبار تکرار شده باشد عدد ۱ نشان داده نمی‌شود. برای اجرای این کدگذاری بر روی رشته ۷.۲ صفرهای پایانی کدگذاری نمی‌شوند و برای هر عدد غیر صفر به جز عدد اول تعداد صفرهای قبل از آن در رشته ذخیره می‌شود.

## ۷.۲ فشرده‌سازی هافمن

در انتها رشته خروجی الگوریتم کدگذاری طول اجرا با الگوریتم هافمن در سطح بیتی فشرده می‌شود؛ در این قسمت مختصراً الگوریتم هافمن برای فشرده‌سازی یک رشته متنی شرح داده می‌شود.

### ۱.۷.۲ تعریف

برای نمایش رشته در حالت اسکی<sup>۲</sup> برای هر حرف ۸ بیت فضا گرفته می‌شود و تمامی حروف با یک آرایه هشت‌بیتی نمایش داده می‌شوند. رشته زیر را در نظر بگیرید.

$$S = \text{bananasc}$$

برای نمایش این رشته در حالت اسکی به  $64 = 8 * 8$  بیت فضا نیاز داریم، در صورتی که بخواهیم از طراحی با طول بیت ثابت برای هر حرف در این رشته استفاده کنیم می‌توانیم نظیرسازی جدول ۱.۲ را در نظر بگیریم.

جدول ۱.۲: نوعی نظیرسازی حروف با طول ثابت برای هر حرف

نماد	حرف
۰۰۱	a
۰۱۰	b
۰۱۱	n
۱۰۰	s
۱۰۱	c

در این روش برای نشان دادن هر حرف به سه بیت فضا نیاز داریم پس در کل به  $24 = 3 * 8$  بیت فضا نیاز است.

اما در صورتی که به صورت دقیق‌تر به رشته نگاه کنیم متوجه می‌شویم که تعداد تکرار هر حرف یکسان نیست و می‌توانیم برای نشان دادن هر حرف از تعداد بیت متغیر استفاده کنیم به شکلی که حروفی که بیشتر تکرار شده‌اند تعداد بیت کمتری بگیرند و حروفی که کمتر تکرار شده‌اند از تعداد بیت بیشتری برای ذخیره‌سازی استفاده کنند. مثلاً نظیرسازی جدول ۲.۲ را برای این رشته در نظر بگیرید.

<sup>۱</sup> Run-length encoding

<sup>۲</sup> ASCII

جدول ۲.۲: نوعی نظیرسازی حروف با طول متغیر برای هر حرف

نماد	حرف
۰	a
۱۱۰	b
۱۰	n
۱۱۱۰	s
۱۱۱۱	c

در صورتی که رشته اصلی را با این نظیرسازی فشرده کنیم به بیت‌های زیر می‌رسیم.

۱۱۰۰۱۰۰۱۰۰۱۱۱۰۱۱۱۱

همان‌طور که در رشته جدید مشهود است تعداد بیت‌های استفاده‌شده برای نمایش رشته اصلی به ۱۸ بیت کاهش پیدا کرده، نکته اساسی در این فشرده‌سازی این است که رشته به صورت یکتا قابل بازیابی باشد، در صورتی که به رشته بالا دقت کنیم متوجه می‌شویم که تنها حالتی که می‌توان با توجه به حروف جدول برای بازیابی بیت‌ها متصور شد همین حالتی است که به رشته اصلی منجر می‌شود.

۱۱۰, ۰, ۱۰, ۰, ۱۰, ۰, ۱۱۱۰, ۱۱۱۱

این اتفاق به این دلیل رخ می‌دهد که شروع هیچ حرفی زیرمجموعه پیشوندی هیچ رشته دیگری نیست، برای مثال در صورتی که حرف a با ۰ و حرف b با ۱۰ و حرف n با ۱۰ نمایش داده می‌شدند برای رشته بیتی ۰۱۰ دو حالت an و b می‌توانستیم متصور شویم، علت این اتفاق این است که رشته حرف a زیرمجموعه حرف b است.

کلیت الگوریتم هافمن پیدا کردن بهترین کدگذاری برای هر حرف در رشته اصلی است که طول رشته نهایی کم‌ترین اندازه را داشته باشد و کدگذاری هیچ حرفی زیرمجموعه پیشوندی حرف دیگری نشود، برای این کار از شبه کد زیر استفاده می‌شود [۱۱].

```

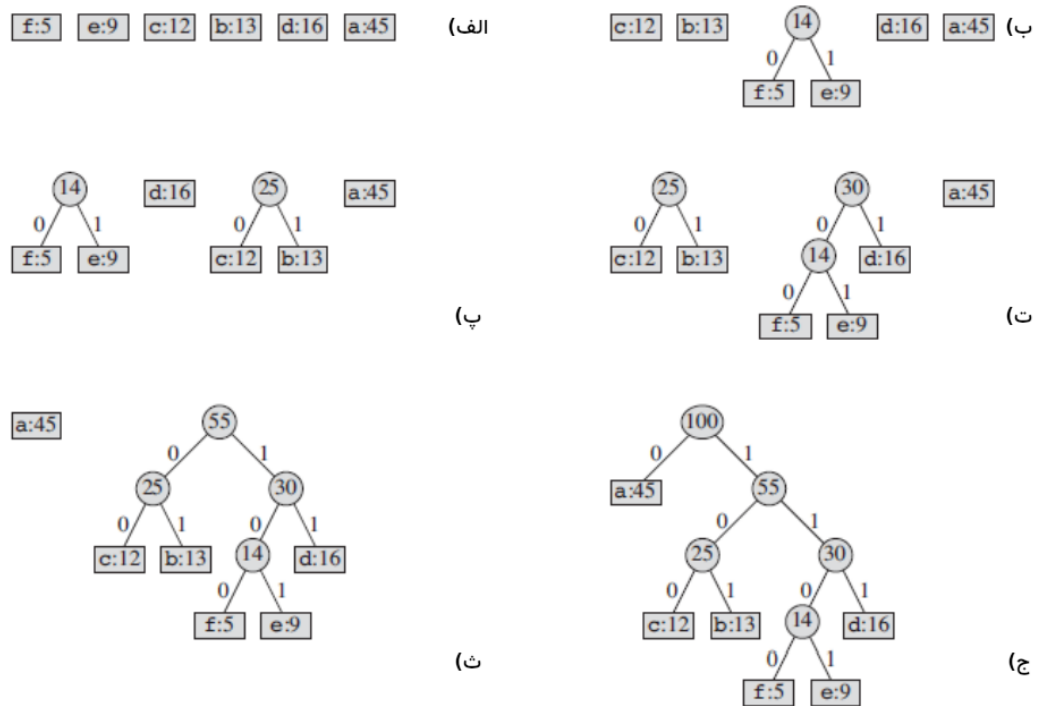
1 //Huffman Algorithm
2 n := |C|;
3 Q := C;
4 for i := 1 to n - 1 do
5     allocate a new node z
6     z.left := x := Extract-Min(Q);
7     z.right := y := Extract-Min(Q);
8     z.freq := x.freq + y.freq;
9     Insert(Q, z);
10 end for
11 return Extract-Min(Q); {return the root of the tree}

```

شکل ۶.۲ مراحل الگوریتم هافمن را برای یک رشته با تعداد تکرار در جدول ۳.۲ نشان می‌دهد.

جدول ۳.۲: جدول تکرار حروف در یک رشته نمونه

تکرار	حرف
۵	f
۹	e
۱۲	c
۱۳	b
۱۶	d
۴۵	a



شکل ۶.۲: مراحل الگوریتم هافمن [۱۲]

## فصل ۳

# بررسی نحوه فشرده‌سازی در فرمت MP3

توضیح نحوه کار فشرده‌سازی در فرمت MP3، تحلیل صدای انسان و توضیح کانال‌های فرکانسی

## ۱.۳ مقدمه

در اواخر قرن بیستم و با شروع فراگیری اینترنت در جوامع مختلف، اشتراک‌گذاری مدیاهای مختلف مانند صوت، فیلم و تصویر در فضای اینترنت به یکی از خواست‌های همگانی و نیازهای اصلی مردم تبدیل شد اما مشکل اصلی در این میان، حجم زیاد فایل‌های مدیا و سرعت پایین انتقال داده در فضای اینترنت بود. فرمت‌های فشرده‌سازی مختلفی برای حل این معضل پیشنهاد شدند که هر کدام با تکیه بر تحلیل‌های آماری و یا حذف داده‌هایی غیرضروری در راستای کم کردن حجم فایل‌های مدیا می‌کوشیدند. در زمینه فشرده‌سازی فایل‌های صوتی فرمت MP3 یقیناً فراگیرترین و موفق‌ترین فرمت به شمار می‌رود. در این فصل نگاهی کلی به نحوه کار این فرمت و الگوریتم‌های با هدررفت داده به کاررفته در این فرمت خواهیم داشت. برای تقریب اذهان به بزرگی حجم فایل‌های صوتی فشرده‌ناشده لازم به توجه است که هر فایل صوتی در حالتی که هیچ مقداری از داده فشرده نشود در هرثانیه حدود ۱۷۶۰۰۰ بایت فضا می‌گیرد، یعنی یک صوت یک دقیقه‌ای حدوداً به ۳۴ مگابایت فضا نیاز دارد [۱۴].

## ۲.۳ نرخ بیتی

برای درک بهتر مفاهیمی که در ادامه متن با آن‌ها سر و کار داریم لازم است تا ابتدا با مفهوم نرخ بیتی<sup>۱</sup> آشنا شویم، در مفاهیم علوم کامپیوتر، نرخ بیتی معمولاً مقدار بیتی‌ست که در برای واحد زمانی ذخیره می‌شود [۱۵]، مثلاً وقتی نرخ بیتی یک موسیقی ۳۲۰ کیلوبیت بر ثانیه اعلام می‌شود به این معنی‌ست که برای هر ثانیه از این صوت ۳۲۰ کیلوبیت داده ذخیره شده است؛ همچنین نرخ بیتی می‌تواند سرعت انتقال داده در یک کانال را بیان کند، مثلاً در طراحی مودم‌های شبکه از این مفهوم برای نمایش سرعت انتقال داده استفاده می‌شود.

## ۳.۳ نحوه کار MP3

تمرکز فرمت MP3 در فشرده‌سازی بر حذف اصواتی‌ست که توسط گوش انسان شنیده نمی‌شوند، همان‌طور که از فصل دو به یاد دارید برای فشرده‌سازی تصاویر می‌توانستیم از بیت‌هایی که نمایانگر تصاویری با فرکانس بالا بودند صرف نظر کنیم زیرا توسط چشم انسان قابل تشخیص نبودند، در فشرده‌سازی صوت نیز می‌توانیم با مطالعه ساختار شنوایی انسان اصواتی که به طور معمول توسط گوش انسان شنیده نمی‌شود را از صوت حذف می‌کنیم تا حجم فایل کاهش یابد.

به شکل خلاصه می‌توان مراحل فشرده‌سازی در فرمت MP3 را به شکل زیر خلاصه کرد [۱۶].

- تبدیل صوت به قسمت‌های کوچک
- حذف صوت‌های خارج از محدوده شنوایی انسان
- نمونه‌برداری از موسیقی با توجه به نرخ بیتی خواسته شده
- اضافه کردن افزونه‌ها و فشرده‌سازی نمونه

<sup>1</sup> bitrate

## ۴.۳ بررسی دستگاه شنوایی انسان

برای فشرده‌سازی صوت باید در ابتدا اصواتی که توسط گوش انسان قابل شنیدن نیستند یا گوش انسان با جزییات کمتری آن‌ها را درک می‌کند را حذف کنیم، برای این کار به تحلیل صوت‌شناسی<sup>۱</sup> نیاز داریم. نتایج تحلیل‌های صوت‌شناسی برای دستگاه شنوایی انسان موارد مفید زیر را اعلام می‌کند [۱۷].

- ضعف شنوایی بزرگسالان

- درک کمتر جزییات صداهای کم

- آستانه شنوایی انسان

- اثر پوشش‌دهی صداهای بلند

به تفصیل موارد بالا و کاربردهای آنان در فشرده‌سازی را بررسی خواهیم کرد.

### ۱.۴.۳ ضعف شنوایی بزرگسالان

در کودکی انسان‌ها معمولاً می‌توانند اصواتی را که بین فرکانس‌های ۱۰ تا ۲۰ کیلوهرتز باشند را بشنوند، اما با بزرگ شدن انسان معمولاً حد بالای شنوایی به مقدار ۱۵ کیلوهرتز می‌رسد و در صورتی که به درصد فشرده‌سازی بالایی نیاز داشته باشیم می‌توانیم از فرکانس‌های بیش از ۱۵ کیلوهرتز صرف نظر کنیم.

### ۲.۴.۳ درک کمتر جزییات صداهای کم

دستگاه شنوایی انسان معمولاً به جزییات صداهای بلند بیش از صداهای آرام توجه می‌کند، در نتیجه می‌توانیم برای صداهایی که سطح فشار صوت<sup>۲</sup> کمتری دارند از bitrate پایین‌تری استفاده کنیم.

### ۳.۴.۳ آستانه شنوایی انسان

گوش انسان برای هر فرکانس صوتی آستانه شنوایی دارد که اگر سطح فشار صدا از آن کمتر باشد آن را نمی‌شنود، شکل ۱.۳ این آستانه را برای فرکانس‌های مختلف نشان می‌دهد؛ در صورتی که سطح صوتی فرکانسی در هر قسمت از مقدار آستانه آن کمتر باشد آن صدا شنیده نمی‌شود و می‌توان آن را حذف کرد.

### ۴.۴.۳ اثر پوشش‌دهی صداهای بلند

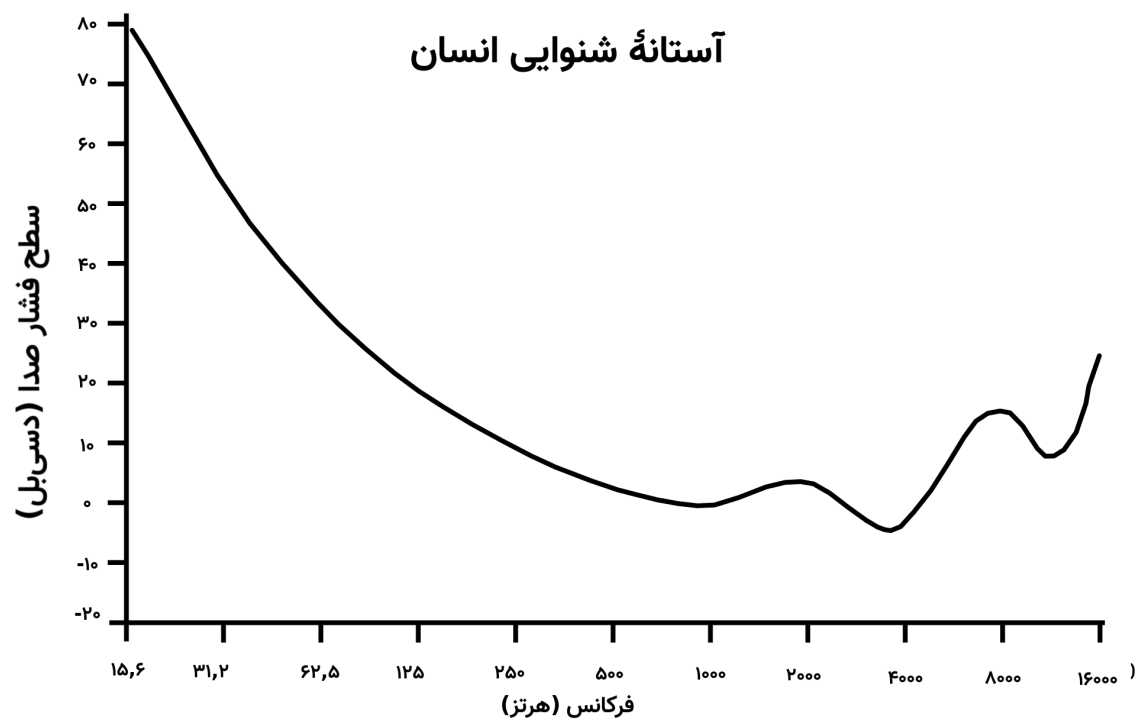
هنگامی که در یک محدوده فرکانسی یک صدای بلند رخ دهد گوش انسان نمی‌تواند صداهای آرام با فرکانس‌های نزدیک به آن را تشخیص دهد و بشنود حتی اگر سطح صوتی آن از آستانه شنوایی انسان بیشتر باشد، به این اثر در گوش انسان اثر پوشش‌دهی<sup>۳</sup> گفته می‌شود. مثالی از اثر پوشش‌دهی در شکل ۲.۳ نشان داده شده است.

<sup>۱</sup> Psychoacoustics

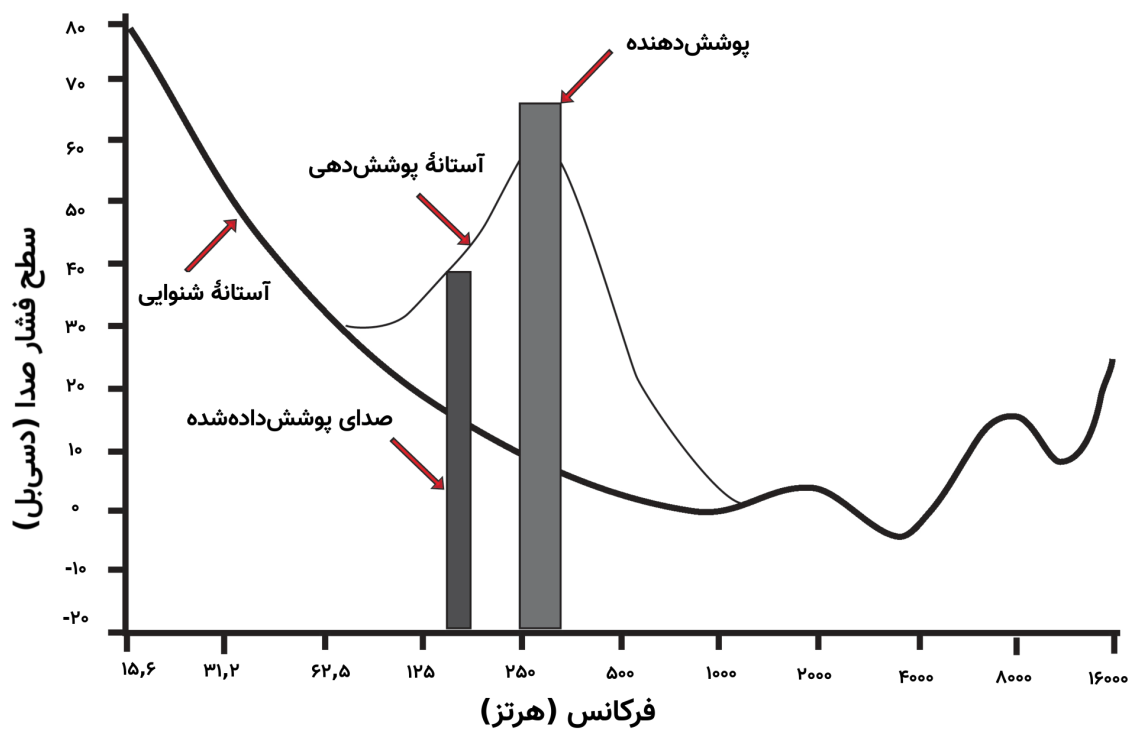
<sup>۲</sup> Sound Pressure Level (db)

<sup>۳</sup> Masking Effect





شکل ۱.۳: آستانه شنوایی انسان برای فرکانس‌های مختلف [۱۸]



شکل ۲.۳: اثر پوشش‌دهی صدا [۱۹]

## ۵.۳ فشردن سازی MP3 در عمل

پس از بررسی انتزاعی اتفاقاتی که برای فشردن سازی در فرمت MP3 میافتد نیازمند آنیم تا با یک مثال جزئیات فنی پیاده سازی این فرمت را نیز بررسی کنیم.

هنگامی که یک صوت برای فشردن شدن انتخاب می شود ابتدا به تکه های صوتی کوچک تر تقسیم می شود و با تبدیل کسینوسی گسسته که در فصل دوم معرفی شد به فضای فرکانس برده می شود، پس از آن اصواتی که فرکانس هایی پایین تر از آستانه شنوایی انسان دارند حذف می شوند و همین طور برای هر کانال صوتی عامل پوشش دهنده<sup>۱</sup> و عوامل پوشش پذیر<sup>۲</sup> شناسایی می شوند و بیت های مربوط به عوامل پوشش پذیر حذف می شوند، همچنین برای صداهای بلند مقداری از جزئیات اصوات آرام تر را حذف می کنیم زیرا توسط ذهن انسان تشخیص داده نمی شوند.

پس از این تغییرات دوباره به فضای زمان برمی گردیم تا نمونه گیری را با توجه به نرخ بیتی خواسته شده انجام دهیم؛ دقت کنید که تا این جای کار هیچ مقداری از بیت هایی که توسط دستگاه شنیداری انسان قابل شنیدن باشند از دست نرفته اند.

در گام سوم با توجه به نرخ بیتی از هر قسمت کوچک ساخته شده نمونه برداری می کنیم و سپس به گام آخر فشردن سازی می رسم در این گام اطلاعاتی که برای بازیابی هر قسمت مورد نیاز است به همراه تعدادی بیت که برای تشخیص خطا قرار می گیرند را در سر تیر<sup>۳</sup> هر قسمت قرار می دهیم و سپس داده اصلی را قرار می دهیم. مختصرا می توان گفت که هر بلوک داده موارد زیر را در خود دارد.

### • سر تیر

- |                                   |                              |
|-----------------------------------|------------------------------|
| - کد همگام سازی <sup>۴</sup>      | - بیت فاصله <sup>۹</sup>     |
| - نسخه <sup>۵</sup>               | - بیت خصوصی <sup>۱۰</sup>    |
| - لایه صوتی <sup>۶</sup>          | - حالت صوت <sup>۱۱</sup>     |
| - بیت جلوگیری از خطا <sup>۷</sup> | - داده کپی شده <sup>۱۲</sup> |
| - نرخ بیتی <sup>۸</sup>           | - داده اصلی <sup>۱۳</sup>    |
| - فرکانس                          | - بیت تاکید <sup>۱۴</sup>    |

### • داده صوتی

<sup>1</sup> Masker  
<sup>2</sup> Maskee  
<sup>3</sup> Header  
<sup>4</sup> Sync word  
<sup>5</sup> Version  
<sup>6</sup> Layer  
<sup>7</sup> Error protection bit  
<sup>8</sup> Bitrate  
<sup>9</sup> Padding bit  
<sup>10</sup> Private bit  
<sup>11</sup> Mode  
<sup>12</sup> Copy  
<sup>13</sup> Original  
<sup>14</sup> Emphasis

## فصل ۴

# جمع بندی

مروری بر مباحث این مقاله، هدف مقاله و نتیجه پایانی

## ۱۰۴ خلاصه

در این مقاله سعی شد تا نگاهی گذرا به مسأله الگوریتم‌های فشرده‌سازی در علوم کامپیوتر در هر دو حیطه عملی و نظری انداخته شود. ابتدا درباره تعاریف و انواع الگوریتم‌های فشرده‌سازی نوشتیم و سپس به کاربردهای مختلف این الگوریتم‌های در قسمت‌های مختلف علوم کامپیوتر پرداختیم؛ در فصل دوم و سوم نیز بر روی دو محصول نهایی این الگوریتم‌ها متمرکز شدیم، دو فرمت برای نمایش تصویر و صوت که هر دو در بطن خود از الگوریتم‌های فشرده‌سازی مختلفی استفاده می‌کردند. برای درک نحوه کار این دو فرمت نیاز بود تا مقدمه‌ای بر تبدیل کسینوسی گسسته بنویسیم و سپس گریزی به برخی مفاهیم فراعلم کامپیوتری بزنیم. این که ساختار چشم انسان قادر به تشخیص چه فرکانس‌هایی نیست و گوش انسان چه صداهایی را نمی‌شنود مهم‌ترین مباحث برون‌کامپیوتری این مقاله بودند. در این میان الگوریتم‌های مختلف فشرده‌سازی با هدررفت داده و بدون هدررفت داده با مثال‌هایی برای درک بهتر بررسی شدند و در این فصل هم این مقاله به پایان می‌رسد.

## ۲۰۴ نتیجه‌گیری

به علت واگویی ساده‌تر مباحث فشرده‌سازی این مقاله نتیجه‌گیری علمی خاصی و رای مباحثی که تا به حال در این مورد نوشته شده ندارد اما آشنا شدن بیشتر با کاربردهای فشرده‌سازی در دنیای واقع و درک بهتر برخی الگوریتم‌های فشرده‌سازی از فواید این مقاله برای نگارنده بود. می‌توان به عنوان اصلی‌ترین نتیجه این مقاله نوشت که الگوریتم‌های فشرده‌سازی در دنیای علوم کامپیوتر یکی از جذاب‌ترین و مهم‌ترین زمینه‌های تحقیق می‌باشند که با گذشت زمان پویایی خود را حفظ کرده‌اند. هم‌اکنون نیز تحقیقات بسیاری برای تسریع عملیات فشرده‌سازی و بازیابی اطلاعات بر روی رشته‌های دی‌ان‌ای در حال انجام است، علاوه بر ژنتیک در زمینه امنیت نیز پژوهش‌های زیادی شکل گرفته و با گذشت زمان نیز در حال شکل‌گیری است.

## ۳۰۴ هدف مقاله و حق استفاده

هدف اصلی این مقاله نوشتن مقدمه‌ای مختصر و ساده برای آشنایی علاقه‌مندان به علوم کامپیوتر و ساختار داده با یکی از قسمت‌های مهم این رشته یعنی الگوریتم‌های فشرده‌سازی بود، در نگارش این مقاله سعی شد تا حتی‌الامکان مباحث به صورت ساده و با مثال عینی بیان شوند و از تکلف‌ورزی در بیان مطالب یا ورود جزیی به بنیان‌های عمیق ریاضیاتی مسأله جلوگیری شود.

همچنین سعی شد تا پرکاربردترین فرمت‌های فشرده‌سازی در این مقاله بررسی شوند تا مخاطبان در حین مطالعه درک کلی از کاربرد الگوریتم‌های فشرده‌سازی داشته باشند و مباحث مورد بحث کاملاً انتزاعی و دور از مباحث دنیای واقع دیده نشوند.

مؤخراً باید نوشت که این مستند در راستای انجام پروژه مستندسازی درس ارائه مطالب علمی و فنی تهیه شده است و برای سهولت کار استاد محترم درس برای تحصیل اطمینان از درستی مستندسازی و همچنین استفاده دانش‌جویان علاقه‌مند، سیر پیشرفت مستند به همراه کدهای  $\text{\LaTeX}$  در *Github* قرار گرفته‌اند، لازم به ذکر است که این مستند به صورت متن‌باز ارائه شده و استفاده از آن بدون ذکر منبع برای همگان آزاد است.

## ٤ مراجع

- [1] Mahdi, O.A.; Mohammed, M.A.; Mohamed, A.J. (March 2013) *Implementing a Novel Approach an Convert Audio Compression to Text Coding via Hybrid Technique*. International Journal of Computer Science Issues.
- [2] Pujar, J.H.; Kadlaskar, L.M. (May 2010). "A New Lossless Method of Image Compression and Decompression Using Huffman Coding Techniques" (PDF). Journal of Theoretical and Applied Information Technology.
- [3] Mahdi, E; <https://github.com/merfanian/DataCompressionDoc/blob/master/LatexFiles/figs/compressed.png>
- [4] Web Archive; <https://web.archive.org/web/20090202063734/http://synthetic-soul.co.uk/comparison/lossless/index.asp>
- [5] Arcangel, Cory. (March 2013); *On Compression*
- [6] Ahmed, Nasir (January 1991); *How I Came Up With the Discrete Cosine Transform*
- [7] Cburnett; <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3333955>
- [8] Computerphile; [https://www.youtube.com/watch?v=n\\_uNPbdenRs](https://www.youtube.com/watch?v=n_uNPbdenRs)
- [9] Wikipedia; <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dctjpeg.png>
- [10] Wikipedia; [https://en.wikipedia.org/wiki/JPEG#/media/File:JPEG\\_ZigZag.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/JPEG#/media/File:JPEG_ZigZag.svg)
- [11] Huffman, D. (1952); "A Method for the Construction of Minimum-Redundancy Codes"
- [12] Radu Trîmbițaș (2012); *Huffamn Codes*
- [13] Stéphane Grumbach, FarizaTahi (November 1994); *A new challenge for compression algorithms: Genetic sequences*
- [14] Makeuseof; <https://www.makeuseof.com/tag/audio-file-format-right-needs/g>
- [15] Gupta, Prakash C (2006); *Data Communications and Computer Networks*. PHI Learning.

- [16] Guckert, John (Spring 2012); *The Use of FFT and MDCT in MP3 Audio Compression*
- [17] Ledgernote; <https://ledgernote.com/blog/q-and-a/how-does-mp3-compression-work/>
- [18] Wikipedia; [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Human\\_Hearing\\_Graph.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Human_Hearing_Graph.jpg)
- [19] Wikipedia; [https://en.wikipedia.org/wiki/Psychoacoustics#/media/File:Audio\\_Mask\\_Graph.png](https://en.wikipedia.org/wiki/Psychoacoustics#/media/File:Audio_Mask_Graph.png)