# Examénes y Trabajos Practicos Resueltos.

▼ **Trabajos Prácticos**

▼ Evaluación continua 3 - 2024  (Cúpula de una torre rusa)  ***[código correcto]***

La cúpula de una torre  rusa como la de la figura se puede representar mediante una superficie de revolución que se obtiene al girar el gráfico de la función $y = f(x)$ alrededor del eje $x$, donde

$f(x) = 3(x+0.5)\sin^4\left(\frac{x-2.7}{2}\right), \quad x \in [0, 2.4]$.

Con esta representación, tome 11 puntos igualmente espaciados en el intervalo propuesto, y realice un ajuste de $f(x)$ con un trazador cúbico sujeto. Con este nuevo modelo, suponiendo $x$ expresada en metros, complete:

**(a)** El radio de la cúpula para $x = 1\mathrm{m}$ es 1.43360 ✓ $\mathrm{m}$ (Exprese el resultado con 6 decimales) y el error que se comete con el modelo $f(x)$ es ✗ $\mathrm{m}$ (resultado con 3 cifras).

**(b)** El área de la cúpula (con 6 dígitos decimales exactos) según el modelo de spline es ✗ $\mathrm{m}^2$.

*Ayuda: La fórmula para hallar el área de superficie de revolución aparece en el ejercicio 10 de la guía 6.*

```
#TP3 2024 CUPULA:
#--------- Parte 1 (Guia 5)
format long
f = @(x) 3*(x+0.5).*sin((x-2.7)/2).^4;
df = @(x) 3*(sin((x-2.7)/2)).^4 + 6*(x+0.5).*(sin((x-2.7)/2)).^3 .* cos((x-2.7)/2);
x_datos = linspace(0,2.4,11);

y_datos = f(x_datos);

df1 = df(0);
df2 = df(2.4);

[S,dS,ddS]=funcion_spline(x_datos,y_datos,df1,df2);#Spline sujeto

plot(x_datos,f(x_datos),x_datos,S(x_datos))

S_1metro = S(1) #Radio segun spline
Y_1metro = f(1)

err = abs(S_1metro-Y_1metro)#Error del modelo

#--- Parte 2
integrando = @(x) 2*pi*S(x).*sqrt(1+dS(x).^2);
I = cuad_gauss_c(integrando,0,2.4,10,3)
```

▼ Evaluación continua 4 - 2024 (Péndulo simple sujeto a un brazo rígido) ***[código correcto]***

Considere un péndulo simple sujeto a un brazo rígido de longitud $L = 1$ metro, levemente amortiguado. La ecuación que modela su movimiento está dada en términos del ángulo $\varphi(t)$, medido en radianes desde la posición vertical de equilibrio. Suponga que hay un viento horizontal constante que hace más fuerza sobre el péndulo cuanto más vertical está, de modo que el movimiento del mismo está modelado por la siguiente ecuación:

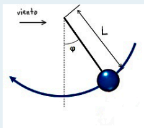
$\varphi'' + \varphi' + \sin(\varphi) = 20(\cos\varphi)^2$,

para $t \geq 0$. Considere que se suelta el péndulo desde el reposo, en la posición horizontal $\varphi(0) = \frac{\pi}{2}$. Complete:

**(a)** El ángulo que forma el péndulo con la vertical a tiempo $t = 2$ es $\varphi$= 1,3481 ✗ (con un error menor a $10^{-4}$) y en ese momento el péndulo se está moviendo de izquierda a derecha ✓ .

**(b)** Durante los primeros $4$ segundos, el péndulo cambió 3 ✓ veces de dirección.

**(c)** Al cabo de un tiempo el péndulo se aproxima a un estado estacionario. El ángulo al que tiende el péndulo, con respecto a la vertical, es menor ✗ a 45 grados.




```
#TP4 Péndulo simple
format long
yy0 = pi/2;
yyp0 = 0;%Parte del reposo
y0 = [yy0; yyp0];
inter = [0,2];
L = 10;
tolerancia = 10e-4;
diferencia = inf;
```

```
pendulo = @(t,y) [ y(2) ; 20.* (cos(y(1))).^2 - sin(y(1)) - y(2) ];

while diferencia > tolerancia
   L_prev = L;
   L = L * 2;

   [t1, y1] = rk4(pendulo, inter, y0, L_prev);
   [t2, y2] = rk4(pendulo, inter, y0, L);

   phi_prev = y1(end, 1);
   phi_current = y2(end, 1);
   diferencia = abs(phi_current - phi_prev);
end

disp('Ang en t=2');
y_refinado = phi_current

%Inciso b):

#SI ES NEGATIVO EL SIGNO DE LA DERIVADA SE ESTA MOVIENDO HACIA EL EJE
inter = [0,4];
[t,y]=rk4(pendulo, inter, y0, L);
yypp = y(:,2);
yy = y(:,1);
plot(t,yypp,'-r');
hold on;
plot(t,yy,'-b');


%Inciso c):
inter = [0,9];
[t,y]=rk4(pendulo, inter, y0, L);
yypp = y(:,2);
yy = y(:,1);
plot(t,yypp,'-r');
hold on;
plot(t,yy,'-b');
y(end,1) #1.349 es aproximadamente 70 grados por lo tanto es mayor.
```

▼ Evaluación continua 3 - 2023 (Ajuste de curva) ***[código correcto]***

**Ejercicio Entregable:** Se desea conocer la trayectoria de una partícula que se mueve en el plano, dada por la curva $(x(t), y(t))$. Para ello se cuenta con dos sensores, que determinan la posición de la partícula: uno mide la posición en el eje $x$ cada 2 segundos, y otro en el eje $y$ cada 1 segundo.

En el inicio de las mediciones ($t = 0$), se sabe que la partícula se encuentra a 2 cm del origen en la dirección $x$ y se mueve a una velocidad $\frac{\pi}{2}$ cm/s en la dirección $y$, y después de 6 segundos llega al origen a la misma velocidad inicial, pero en dirección negativa de $y$. Las mediciones de posición de los sensores se muestran en la siguiente tabla:

| $t$[s] | Sensor $x$[cm] | Sensor $y$[cm] |
|---|---|---|
| 0 | 2.0 | 0.0 |
| 1 | - | 1.0 |
| 2 | 1.5 | 0.0 |
| 3 | - | -1.0 |
| 4 | 0.5 | 0.0 |
| 5 | - | 1.0 |
| 6 | 0.0 | 0.0 |

**(a)** Realice interpolaciones por spline cúbicos sujetos para determinar expresiones de $x(t)$ y de $y(t)$ utilizando los datos de la tabla, y las velocidades inicial y final que describe el problema.

**(b)** Grafique la trayectoria de la partícula y determine la posición y el vector velocidad a los 3 segundos.

**(c)** Recuerde que la longitud de la trayectoria de la partícula durante los $T$ primeros segundos está dada por $\int_0^T \sqrt{x_1'(t)^2 + x_2'(t)^2}\, dt$. Estimar la distancia recorrida por la partícula durante el proceso. Dar el resultado con 6 cifras axactas.

```
#Tema 5 -
tx = [0 2 4 6];        %tiempo de la medicion
posx = [2.0 1.5 0.5 0.0]; %valor en x
ty = [0 1 2 3 4 5 6];
posy = [0.0 1.0 0.0 -1.0 0.0 1.0 0.0];

a=0;
b=6;

df0 = pi/2;
df2 = -pi/2;

[x,dX,ddX]=funcion_spline(tx,posx,0,0) %velocidad inicial y final nulas en x
#[a_x,b_x,c_x,d_x] = cubic_spline_clamped(tx,posx,0,0)

[y,dY,ddY]=funcion_spline(ty,posy,df0,df2)
#[a_y,b_y,c_y,d_y] = cubic_spline_clamped(ty,posy,pi/2,-pi/2)

 % S(3)
pos3 = [x(3),y(3)]
% dS(3)
vel3 = [dX(3),dY(3)]

#Tema 6-
integrando = @(t) sqrt(dX(t).^2 + dY(t).^2);
Q=cuad_gauss_c(integrando,0,6,10,4)
```

- Evaluación Continua 3 - 2025 (Ajuste por min cuad) *FALTA CAP ***[código correcto]***
  - Evaluación Continua 4 - 2025 (PVI falop)

```
% Evaluatorio 4
clear all; clc;
format long;


% Ecuación: f(η)*f''(n)+ 2f'''(n) = 0
% Cambio de variable:
% x1 = f
% x2 = f'
% x3 = f''

% Entonces:
% x1' = x2
% x2' = x3
% x3' = (-x1 * x3)/2

f = @(t,x) [x(2); x(3); ((-1).*x(1).*x(3))./2];

% Datos
% x1(0) = f(0) = 0
% x2(0) = f'(0) = 0
% x3(0) = f''(0) = 0.332

%-------------------- Inciso A ---------------------------------

y0 = [0 0 0.332];
inter = [0 4.92]; % n99 = 4.92
h = 0.01;
L = round((inter(2) - inter(1))/h);

[t,y] = rk4(f, inter, y0, L);
y(end,2)
plot(t, y(:,2), '-r');
```

```
hold on, grid on, grid minor;

%--------------------- Inciso B ----------------------------------
v = 5e-6; % m^2/s
U = 0.5; % m/s
x = 0.20; % m
n99 = 4.92;

delta = n99 * sqrt(v.*x./U)

%--------------------- Inciso C ----------------------------------
integrando = y(:,2);
x = linspace(0,n99,length(y(:,2)));

Is = simpsoncomp(x,integrando);

result = sqrt(v*U*0.2)*Is
```

▼ Código TomiDbr

```
x = [-1 1 2 3 4];
y = [0.23 0.25 0.26 0.14 0.06];

#f(x) = a / (b*exp(x) + cx + 7.5)

# a/y = be^x + cx +7.5
#z = 1/x
#z = C1 e^x + C2 x + C3 → serian los Coef 1 2 3 respectivamente
#→ Coef1 = b/a , Coef2 = c/a , Coef3 = 7.5/a

% Variable transformada
z = 1 ./ y;

% Construir la matriz del sistema
f1 = @(x) exp(x);
f2 = @(x) x;
f3 = @(x) ones(size(x));
M = [f1(x') f2(x') f3(x')];

A=M'*M;
b=M'*z';# → z= 1./y

#Coeficientes
c = gauss_p(A,b);

# Coeficientes
Coef1 = c(1)  % b/a
Coef2  = c(2)  % c/a
Coef3 = c(3)  % 7.5/a

# Coeficientes Originales
a = 7.5 / Coef3;
b = Coef1 * a;
c = Coef2 * a;

f = @(x) (a)/(b.*exp(x) + c.*x + 7.5);

#B
#Sujeto o Natural → Natural (seggún profe)
S,dS,ddS]=funcion_spline(x,y,0,0);
S(0);

#C
```

```
error_minimo = abs(f(0)-0.23) / 0.23;
error_spline = abs(S(0)- 0.23) / 0.23;
```

▼ Evaluación Continua 4 - 2025

**Ejercicio**

Se desea estudiar el flujo laminar estacionario sobre una placa plana colocada en dirección del flujo. Para modelar el desarrollo de la capa límite usaremos la ecuación de Blasius con la transformación de similitud:

$$f(\eta)f''(\eta) + 2f'''(\eta) = 0, \qquad \eta \geq 0$$

donde $f(\eta)$ es una función adimensional relacionada con el perfil de velocidades en la capa límite y $\eta = y\sqrt{\frac{U}{\nu x}}$ es la variable adimensional de similitud, con $U$ la velocidad de flujo libre y $\nu$ la viscosidad cinemática del fluido.

Si se supone una condición de no penetración del fluido sobre la placa $f(0) = 0$, y de no deslizamiento $f'(0) = 0$, experimentalmente se estima que $f''(0) = 0.332$.

Considerando como fluido una corriente de aire suave, a una temperatura ambiente de $20\,^{\circ}\mathrm{C}$, tendremos $U = 2\,\mathrm{m/s}$ y $\nu = 1.5 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}$. Si se resuelve el problema con el método de Ruge Kutta de orden 4 con $h = 0.01$:

**(a)** Determine el valor $\eta_{99}$ para el cual $f'(\eta_{99}) = 0.99$.

$\eta_{99}$ = 0,391 ✖

**(b)** Estime el espesor de la capa límite $\delta(x) = \eta_{99}\sqrt{\nu x/U}$, en $x = 40\mathrm{cm}$.

Espesor: 0,000939 ✖ $\mathrm{m}$

**(c)** Estime el *caudal volumétrico por unidad de ancho* $q(x) = \sqrt{\nu U x}\int_0^{\eta_{99}} f'(\eta)\, d\eta$ para $x = 40\mathrm{cm}$.

Caudal: 0,00346 ✖ $\mathrm{m^2/s}$

Dar todos los resultados con 3 cifras significativas.

---

## ▼ Práctica Parcial 1

▼ Parcial I 2020 [hecho]

▼ sistema Ax=b

Sea el sistema *Ax=b*, con

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, b = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix},$$

se desea determinar la solución del mismo partiendo de $x_0$=b y con un error relativo menor a $10^{-8}$.

Seleccione una o más de una:

- [ ] a. Gauss-Seidel coverge en una cantidad de iteraciones similares a SOR con el ω óptimo.
- [x] b. Gauss-Seidel converge en más de 80 iteraciones. ✓
- [x] c. El parámetro óptimo de SOR se encuentra entre 1 y 1.5. ✓
- [x] d. El resto de las respuestas no son correctas. ✗
- [ ] e. El parámetro óptimo de SOR es menor a 1.
- [ ] f. Jacobi no converge, pero Gauss-Seidel si.
- [ ] g. Gauss-Seidel y gradientes conjugados convergen en un número similar de iteraciones.

▼ cod_mer

```
A = [0.5 -1 0; -1 3 -1; 0 -1 2];
b = [7;4;5];
x0= b;
tol = 1e-7;
maxit = 2000;

[x_gs,it_gs,r_h] = gaussseidel(A,b,x0,maxit,tol);
disp('Iteraciones gaussseidel');
it_gs

tolerancia = tol;
[w] = wOptimo (A,b,x0,tolerancia,maxit);
disp('El w optimo es:');
w

[x,it_sor,r_h]=sor(A,b,x0,maxit,tol,w)
disp('Iteraciones sor');
it_sor
```

▼ newton x+e^-10x^2cos(x)

Dada la siguiente ecuación, se pide encontrar la raíz utilizando el método de Newton con una precisión de $10^{-6}$ iniciando en $x_0 = 0$

$f(x) = x + e^{-10x^2}cos(x)$

Seleccione una:

- i. -0.3264045
- ii. No converge ✓
- iii. -0.3242187
- iv. -0.344171
- v. -0.312500

▼ cod valen

```
f = @(x) x + e.^(-10.*(x.^2))*cos(x);

df = @(x) e.^(-10.*(x.^2)).*(e.^(10.*(x.^2))-sin(x)-20.*x.*cos(x));
tolerancia = 1e-20;
maxit = 7000;
[p,it,r,t] = Newton (f,df,0,tolerancia,maxit);
p
```

▼ código Eliminación de Gauss

```
function[x] =eliminacionGauss(A,b)
n = length(A);
  r = 1:n;
  for k=1:n
    [~,p] = max(abs(A(k:n,k)));
    p = p + k - 1;
    r( [k,p] ) = r( [p,k] );
    m = A(r(k+1:n),k)/A(k,k);
    b(r(k+1:n)) = b(r(k+1:n)) - m*b(k);
    A(r(k+1:n),k+1:n) -= A(r(k),k+1:n)*m;
  end
  x = sustitucionAtras(A,b,r);
endfunction
```

```
function[x] = eliminacionGauss(A,b)
   n = length(A);
   r= 1:n;
   for k=1:n
      [~,p] = max(abs(A(r(k:n),k))); #ACA
      p = p + k -1;
      r([k,p]) = r([p,k]);
      m= A(r(k+1:n),k)/A(r(k),k); #ACA
      b(r(k+1:n))=b(r(k+1:n)) - m*b(r(k)); #ACA
      A(r(k+1:n),k+1:n) -= m*A(r(k),k+1:n)*m; #ACA
   end
   x = sustitucionAtras(A,b,r);
   endfunction
```

▼ raíz de función seno/coseno distinto

Pregunta 4
Correcta
Puntúa 2,00 sobre 2,00

(Relacionado al Ejercicio 3 del TP4) Considere la función $f(x) = \sin(x) + \cos(1 + x^2) - 1$. Utilice el método de Newton partiendo de $x_0 = 1$ y seleccione la respuesta correcta:

Seleccione una:

- a. Converge a la cuarta raíz positiva.
- b. Converge a la tercera raíz positiva.
- c. Converge a la raíz positiva más cercana a 1.
- d. Converge a la quinta raíz positiva. ✓
- e. Converge a la sexta raíz positiva.
- f. La iteración diverge.

▼ Parcial I 2021

[Parcial 1 - 2021.pdf]

- Parcial I 2022

  [Parcial 1 - 2022 9 de mayo.pdf]

- Parcial I 2023 [hecho]

  - **valor parámetro a función z(t)**

    (a) Encuentre el valor positivo del parámetro $a$ (con un error de $10^{-6}$) tal que la función $z(t) = 0.04\sqrt{a+t}(1-t) - t\sqrt{3a}$ posea un punto fijo en $t = 0.02$. *Ayuda*: Se sabe que la gráfica de la función $z(t)$ pasa cerca de $w(t) = 0.04\sqrt{19+t}(1-t) - t\sqrt{57}$

    $a =$ 19.072954 ✓

    (b) Encuentre la raíz de $z(t)$ con un error de $10^{-6}$.

    raiz: 0.022585 ✓

    - cod_valen

```
clear all, clc;
format long;

t0 = 0.02;

z = @(a) ((0.04).*sqrt(a+t0).*(1-t0)-(t0.*sqrt(3.*a))) - t0;

z0 = @(a) 0.04.*sqrt(a+0.02).*(1-0.02)-0.02.*sqrt(3.*a) - 0.02;

w = @(t) ((0.04).*sqrt(19+t).*(1-t)-(t.*sqrt(57)));

x = linspace(-30, 30);
a0 = linspace(15, 25);

%plot(a0, z(a0), '-r');
%hold on, grid on, grid minor;
tolerancia = 1e-9;
maxit=6000;

[a,it,r,t] = Biseccion(z,15,25,tolerancia,maxit);
w(t); %ans = -2.990407338719962
a

%/////////////////////////b)/////////////////////////

z2 = @(t) ((0.04).*sqrt(a+t).*(1-t)-(t.*sqrt(3.*a)));
t = linspace(-30, 30);
plot(t, z2(t), '-b');
hold on, grid on, grid minor;

[x,it,r,t] = Biseccion(z2,-2,2,tolerancia,maxit);
x
```

  - problema de valor de contorno pero es gauss

Considere el siguiente problema de valores de contorno,

$$\begin{cases} -u'' = 20e^{-10(x-0.7)^2}, \quad 0 \leq x \leq 1, \\ u(0) = 5, \\ u(1) = 6. \end{cases}$$

donde $u(x)$ representa la temperatura en cada punto de una barra de longitud 1. Se discretiza el intervalo $[0, 1]$ en 41 puntos $0 = x_0$ y se considera una aproximación centrada de 3 puntos para $u''(x)$.

Este procedimiento genera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$-U_{j-1} + 2U_j - U_{j+1} = h^2 20e^{-10(x_j-0.7)^2}, \quad \text{para } j = 1, \dots, 39$$

Donde el vector $U$ de componentes $U_1, U_2, \dots, U_{39}$ es la solución aproximada para $u(x)$ en los puntos $x_1, x_2, \dots, x_{39}$ respectivamente, y $h$ es la distancia entre dos puntos sucesivos.

Se puede apreciar que en la primera y última ecuación están involucradas las condiciones de contorno, es decir:

Para $j = 1$,

$$2U_1 - U_2 = h^2 20e^{-10(h-0.7)^2} + u(0),$$

y para $j = 39$,

$$-U_{38} + 2U_{39} = h^2 20e^{-10(1-h-0.7)^2} + u(1).$$

Con las 3 ecuaciones anteriores construya un sistema de ecuaciones algebraicas lineales (SEAL) para responder los siguientes items.

**(a)** Resuelva el sistema utilizando el método de Gauss-Seidel y diga cuántas iteraciones fueron necesarias. Utilice como criterio de convergencia la norma infinito del residuo, comenzando las iteraciones con el vector nulo y considerando un error de $10^{-6}$.

iteraciones:

1762

✔

**(b)** Determine la temperatura en el punto medio de la barra.

temperatura en el punto medio:

6,979986

✔

▼ cod_mer

```
%Datos:
A = 0;
b = 0;
h=1/40;
A(1:39,1:39) = 0;
b(1:39) = 0;

# U segunda
ddu = @(x) 20.*e.^(-10.*(x - 0.7).^2);
# Funcion para calcular los coeficientes de b
fb = @(x) ddu(x).*h.^2;

#Valores frontera
A(1,1) = 2;
A(1,2) = -1;
b(1) = fb(h)+5;

for i=2:38
  A(i,i-1) = -1;
  A(i,i) = 2;
  A(i,i+1) = -1;
  b(i) = fb(h*i);
endfor

b(39) = fb(1-h)+6;
A(39,38) = -1;
A(39,39) = 2;
b=b';

% Vector inicial x0
x0 = zeros(39,1);

#Aplico Gausssseidel
tol= 1e-6;
maxit=2000;

[x,it,r_h] = gausssseidel(A,b,x0,maxit,tol); %norm(A*x-b,Inf);
it

#---------------- Ejercicio c
x(20);
```

- raíz de función seno/coseno

(Relacionado al Ejercicio 3 del TP4) Considere la función $f(x) = \sin(x) + \cos(1 + x^2) - 1$. Calcule con 10 dígitos correctos la raíz de $f$ más cercana a 8.

7,9622106428

  - cod_mer

```
format long;
f = @(x) sin(x) + cos(1+x.^2)-1;
df = @(x) cos(x) - sin(1 + x.^2).*2.*x;

#Grafico para aproximar intervalo:
x = linspace(0,10);
plot(x,f(x),'-r');
hold on;
grid on;
z = @(x) x==0;
plot(x,z(x),'-b');

#Calcular raiz:
tolerancia= 1e-10;
maxit=2000;

[p,it,r,t] = Newton(f,df,8,tolerancia,maxit);
p
```

  - cod_valen

```
format long;
f = @(x) sin(x) + cos(1 + x.^2) - 1;
df = @(x) cos(x) - sin(1 + x.^2).*2.*x;

x = linspace(0, 10);
plot(x, f(x), '-r');
tolerancia = 1e-20;
maxit=6000;

[p,it,r,t] = Newton (f,df,8,tolerancia,maxit);
p
```

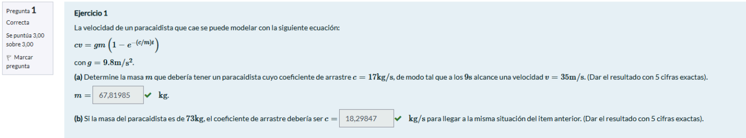
- código de factorización de Doolittle

```
function[M,P] =Doolittle(A)
n = length(A);
  r = 1:n;
  for k=1:n
    [~,p] = max(abs(A(k:n,k)));
    p = p(1) + k - 1;
    r( [k,p] ) = r( [p,k] );
    A(k:n,k) = A(k:n,k)/A(k,k);
    A(k+1:n,k+1:n) -= A(k+1:n,k)*A(k,k+1:n);
  endfor
  M = A(r,: );
  P = eye(n,n)(r,: );
endfunction
```

```
function [M,P]= Doolittle(A)
n=length(A);
r = 1:n;
for k=1:n
   [~,p] = max(abs(A(r(k:n),k)));
   p = p(1) + k -1;
   r([k,p]) = r([p,k]);
   A(r(k+1:n),k) = A(r(k+1:n),k)/A(r(k),k);
   A(r(k+1:n),k+1:n) -= A(r(k+1:n),k)*A(r(k),k+1:n);
endfor
M = A(r,: );
```

```
P = eye(n,n)(r,: );
endfunction
```

- Parcial I 2024 [hecho]
  - 1- velocidad de un paracaidista



Pregunta 1
Correcta
Se puntúa 3,00 sobre 3,00
Marcar pregunta

**Ejercicio 1**

La velocidad de un paracaidista que cae se puede modelar con la siguiente ecuación:

$$cv = gm\left(1 - e^{-(c/m)t}\right)$$

con $g = 9.8\mathrm{m/s^2}$.

**(a)** Determine la masa $m$ que debería tener un paracaidista cuyo coeficiente de arrastre $c = 17\mathrm{kg/s}$, de modo tal que a los $9\mathrm{s}$ alcance una velocidad $v = 35\mathrm{m/s}$. (Dar el resultado con 5 cifras exactas).

$m =$ 67,81985 kg.

**(b)** Si la masa del paracaidista es de $73\mathrm{kg}$, el coeficiente de arrastre debería ser $c =$ 18,29847 $\mathrm{kg/s}$ para llegar a la misma situación del item anterior. (Dar el resultado con 5 cifras exactas).

- cod_valen

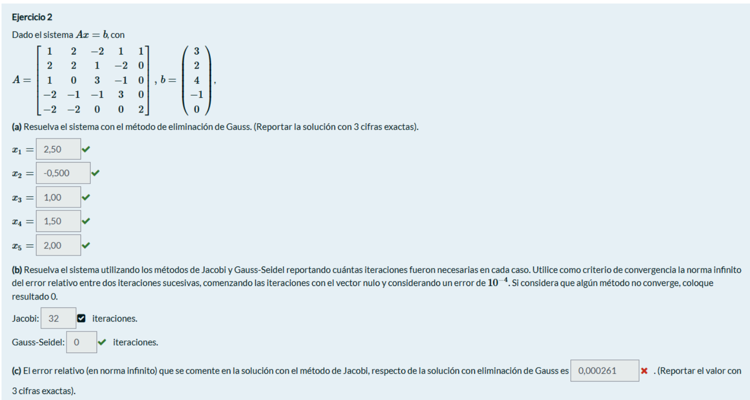
```
%% -- Valen:
% a)
g = 9.8;
coeficiente=16;
t = 9;
v = 35;
f = @(m) (g.*m.*(1-e.^((-coeficiente./m).*t)))/coeficiente - v;
[p1,it,r,t] = Biseccion(f,0,100,1e-5,3000);
p1 #Devuelve el resultado de la masa tal que esa función es 0;
#b)
g = 9.8;
t = 9;
v = 35;
masa = 69;
g = @(c) (g.*masa.*(1-e.^((-c./masa).*t)))/c - v;
[p2,it,r,t] = Biseccion(g,0,20,1e-5,3000);
p2 ##Devuelve el resultado del coeficiente de arrastre tal que esa función es 0;
```

- cod_mer

```
#Datos:
format long
c = 17; % coeficiente de arrastre
v = 35; % velocidad a los 9's
t = 9; % tiempo t
g = 9.8; % gravedad

## --------------------- Ejercicio a.
#Incognita: masa m
f = @(m) g.*m.*(1-e.^(-t.*(c./m))) - c.*v;

#Gráfico para aproximar intervalo:
m = linspace(60,80);
plot(m,f(m),'-r');
hold on;
grid on;
z = @(m) m==0;
plot(m,z(m),'-b');

#De analizar el gráfico aproximo el intervalo
tolerancia = 10e-5
maxit= 2000;
a = 60;
b = 80;

#Utilizo bisección
[p,it,r,t] = Biseccion (f,a,b,tolerancia,maxit);

disp('La masa debe ser de: ');
p
```

```
## ------------------------- Ejercicio b.

m = 73 % masa de paracaidista
v = 35; % velocidad a los 9's
t = 9; % tiempo t
g = 9.8; % gravedad

#Incognita: coeficiente c
f = @(c) g.*m.*(1-e.^(-t.*(c./m))) - c.*v;

#Gráfico para aproximar intervalo:
c = linspace(0,20);
plot(c,f(c),'-r');
hold on;
grid on;
z = @(c) c==0;
plot(c,z(c),'-b');

#De analizar el gráfico aproximo el intervalo
tolerancia = 10e-5
maxit= 2000;
a = 15;
b = 20;

#Utilizo bisección
[p,it,r,t] = Biseccion (f,a,b,tolerancia,maxit);

disp('El coeficiente c debe ser de: ');
p
```

▼ 2- sistema Ax = b



**Ejercicio 2**

Dado el sistema $Ax = b$, con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 3 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

**(a)** Resuelva el sistema con el método de eliminación de Gauss. (Reportar la solución con 3 cifras exactas).

$x_1 =$ 2,50

$x_2 =$ -0,500

$x_3 =$ 1,00

$x_4 =$ 1,50

$x_5 =$ 2,00

**(b)** Resuelva el sistema utilizando los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel reportando cuántas iteraciones fueron necesarias en cada caso. Utilice como criterio de convergencia la norma infinito del error relativo entre dos iteraciones sucesivas, comenzando las iteraciones con el vector nulo y considerando un error de $10^{-4}$. Si considera que algún método no converge, coloque resultado 0.

Jacobi: 32 iteraciones.

Gauss-Seidel: 0 iteraciones.

**(c)** El error relativo (en norma infinito) que se comente en la solución con el método de Jacobi, respecto de la solución con eliminación de Gauss es 0,000261 . (Reportar el valor con 3 cifras exactas).

▼ cod_mer

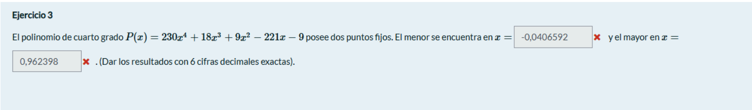
```
#Escribo el sistema Ax = b;
A = [1 2 -2 1 1; 2 2 1 -2 0; 1 0 3 -1 0; -2 -1 -1 3 0; -2 -2 0 0 2];
b = [3;2;4;-1;0];


# -------- Ejercicio a

#Utilizo gauss:
[x] = gauss_p(A,b)
```

```
# -------- Ejercicio b

#Resuelvo por métodos de Jacobi y Gauss-Seidel
x0 = [0;0;0;0;0];
maxit= 2000;
tol = 1e-4;

[x_jacobi,it_jacobi,r_h] = jacobi(A,b,x0,maxit,tol);
it_jacobi

[x_gs,it_gauss,r_h] = gaussseidel(A,b,x0,maxit,tol);
it_gauss
disp('No corvege, la matriz no es diagonalmente dominante');

# -------- Ejercicio c
error_relativo = norm(x_jacobi - x, inf) / norm(x, inf)
```

▼ cod_valen

```
clear all, clc;
#a)
A = [1 2 -2 1 1; 2 2 1 -2 0; 1 0 3 -1 0; -2 -1 -1 3 0; -2 -2 0 0 2]
b = [3 2 4 -1 0]'
[xg] = gauss_p(A,b);
xg
#b)
tolerancia = 1e-4;
x0 = zeros(5,1);
maxit = 10000;
[xj,itj,r_h] = Jacobi(A,b,x0,maxit,tolerancia);
xj
[xgs,itgs,r_h] = gausseidel(A,b,x0,maxit,tolerancia);
itj  #Iteraciones con jacobi
itgs #Iteraciones con gausseidel
#c)
errorrelativo = norm(xg-xj,inf)/norm(xg,inf)
```

▼ 3- polinomio de cuarto grado


**Ejercicio 3**

El polinomio de cuarto grado $P(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$ posee dos puntos fijos. El menor se encuentra en $x =$ -0,0406592 ✖ y el mayor en $x =$ 0,962398 ✖ . (Dar los resultados con 6 cifras decimales exactas).

***rta correcta:*** *x_menor = -0.040477, x_mayor = 0.9638405;*

▼ cod_nico

```
clear all, clc;
format long;

% a): -0.040477
% b): 0.9638405

f = @(x) 230*x.^4+18*x.^3+9*x.^2-222*x-9;

a = -1;
b = 1;
x = linspace(a,b);
plot(x,f(x),'-r');

tol = 1e-8;
maxit = 6000;

[x1,it,r,t] = Biseccion(f,a,b,tol,maxit);
```

```
[x2,it,r,t] = Biseccion(f,a,b-1,tol,maxit);


% Mostrar resultados con 6 decimales
printf('Primer punto fijo en x = %.6f\n', x1);
printf('Segundo punto fijo en x = %.6f\n', x2);
```

▼ cod_valen

```
f = @(x) 230.*x.^4 + 18.*x.^3 + 9.*x.^2 - 222.*x - 9;
x = linspace(-5,5);
plot(x,f(x),'-r');
grid on,grid minor, hold on;
z = @(x) x == 0;
plot(x,z(x),'-b');
[p1,it,r,t] = Biseccion(f,-1,1,1e-9,3000);
p1 #Punto fijo mayor
[p2,it,r,t] = Biseccion(f,-1,p1,1e-9,3000);
p2 #Punto fijo menor
```

▼ cod_mer

```
#Para que x sea un punto fijo x = p(x)
# por lo tanto uso 0 = p(x) - x;
# p_original = @(x) 230.*x.^4 + 18.*x.^3 + 9.*x.^2 - 221.*x - 9;

format long
%Restandole x:
p = @(x) 230.*x.^4 + 18.*x.^3 + 9.*x.^2 - 222.*x - 9;

#Gráfico para aproximar intervalo:
x = linspace(-1,1);
plot(x,f(x),'-r');
hold on;
grid on;
z = @(x) x==0;
plot(x,z(x),'-b');

#Datos para bisección:
a= -1;
b= 1;
tolerancia = 1e-6;
maxit = 2000;

[p_menor,it,r,t] = Biseccion (f,-1,0,tolerancia,maxit);
p_menor

[p_mayor,it,r,t] = Biseccion (f,0,1,tolerancia,maxit);
p_mayor
```

▼ 4- código de factorización de Doolittle

El siguiente código resuelve la factorización de Doolittle. De las opciones que corrigen el código.

```
function[L, U, P]=Doolittle(U)
  n = length(U);
  L = zeros(n);
  r = 1:n;
  for k=1:n
    [~,p] = max(abs(U(r(k:n),r(k))));
    p = p(1) + k - 1;
    r([k,p]) = r([p,k]);
    L(k+1:n,k) = U(r(k+1:n),k) / U(r(k),k);
    U(k:n,r(k+1:n)) -= L(r(k+1:n),k) * U(k:n,r(k));
  end
  U = U(r,: );
  L = L(r,: ) + eye(n);
  P = eye(n)(r,: );
endfunction
```

```
#Código correcto de Doolittle;
function[L, U, P]=Doolittle(U)
  n = length(U);
  L = zeros(n);
  r = 1:n;
  for k=1:n
    [~,p] = max(abs(U(r(k:n),k))); #ACA
    p = p(1) + k - 1;
    r([k,p]) = r([p,k]);
    L(r(k+1:n),k) = U(r(k+1:n),k) / U(r(k),k); #ACA
    U(r(k+1:n),k:n) -= L(r(k+1:n),k) * U(r(k),k:n); #ACA
  end
  U = U(r,: );
  L = L(r,: ) + eye(n);
  P = eye(n)(r,: );
endfunction
```

- Recuperatorio I 2024 [hecho]
  - 2- sistema Ax=b

**Ejercicio 2**

Considere el sistema $Ax = b$, cuya matriz $A$ tiene las entradas

$$a_{ij} = \begin{cases} 2i, & \text{si } j = i, \text{ para } i = 1, 2, \ldots, 40 \\ -1, & \text{si} j = i + 1, \text{ para } i = 1, 2, \ldots, 39 \\ -1, & \text{si } j = i - 1, \text{ para } i = 2, 3, \ldots, 40 \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

y las entradas del vector $b$ se definen como $b_i = 1.5i - 6$ para $i = 1, 2, \ldots, 40$.

**(a)** Resuelva el sistema con el método de eliminación de Gauss, y determine el valor de $x_7$.

$x_7 =$ 0,3731 ✔

**(b)** Resuelva el sistema utilizando los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel. Diga cuántas iteraciones fueron necesarias en cada caso. Utilice como criterio de convergencia la norma infinito del error entre dos iteraciones sucesivas, comenzando las iteraciones con el vector $b$ y considerando un error de $10^{-6}$. Si algún método no converge, colocar $0$ en la cantidad de iteraciones.

Jacobi: 17 ✔ iteraciones.

Gauss-Seidel: 10 ✔ iteraciones.

**(c)** Determine el valor del residuo en norma infinito de las soluciones obtenidas en el item anterior, reportando el valor con 3 cifras exactas:

Jacobi: 5,11e-3 ✖ .

Gauss-Seidel: 1,42e-4 ✖ .

- cod_mer *FALTA EL C

```
## ---------- Ejercicio a:

#Creo la matriz
n = 40;
A = zeros(n, n);
% Relleno A
for i = 1:n
    for j = 1:n
        if j == i
            A(i, j) = 2*i;          % Diagonal principal
        elseif j == i + 1 && i < n
            A(i, j) = -1;         % Diagonal superior
        elseif j == i - 1 && i > 1
            A(i, j) = -1;         % Diagonal inferior
        else
            A(i, j) = 0;          % Otros casos
        end
    end
end

% Creo el vector b
```

```
b = zeros(n, 1);
for i = 1:n
   b(i) = 1.5*i - 6;
end

##  Resuelvo con Gauss:
[x] = gauss_p(A,b);
## Obtengo el valor en X(20):
x(7)


## ---------- Ejercicio b:
x0 = zeros(n,1); ## comenzando las iteraciones con el vector nulo
tol= 1e-6; ## considerando un error de 10-6
maxit= 5000;


[x,it_j,r_h_j] = jacobi(A,b,x0,maxit,tol);
disp('Iteraciones jacobi:');
it_j
[x,it_gs,r_h_g] = gaussseidel(A,b,x0,maxit,tol);
disp('Iteraciones GS:');
it_gs
```

▼ 3- polinomio de 3grado

**Ejercicio 3**

El polinomio $P(x) = x - x^3 - 4x^2 + 10$ tiene tres raíces reales:

**(a)** La raíz más chica es $x_1 =$

-3,4494897

✔ y la raíz mayor es $x_2 =$

1,4494897

✔ . (Dar los resultados con 7 cifras decimales exactas).

**(b)** El polinomio alcanza un máximo relativo en $x =$

0,11963298

✔ y ese valor máximo es

10,06067258

✔ . (Dar los resultados con 8 cifras exactas).

**(c)** El polinomio posee un punto fijo en $x =$

1,36522993

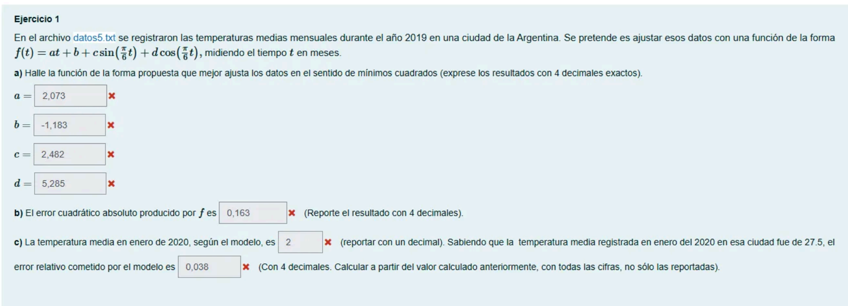
☑ . (Dar los resultados con 8 cifras decimales exactas).

▼ cod_mer

```
#Defino el polinomio:
f = @(x) x - x.^3 - 4.*x.^2 + 10;

#Grafico para aproximar intervalo:
x = linspace(-5,5);
plot(x,f(x),'-r');
hold on;
grid on;
z = @(x) x==0;
plot(x,z(x),'-b');

#Datos para biseccion:

## ------ Ejercicio a
a= -4;
b= -3;
tolerancia = 1e-8;
```

```
maxit = 2000;

[p_menor,it,r,t] = Biseccion (f,a,b,tolerancia,maxit);
p_menor

## ------  Ejercicio b
a= 1;
b= 3;

[p_mayor,it,r,t] = Biseccion (f,a,b,tolerancia,maxit);
p_mayor


## ------ Ejercicio c
#Defino el polinomio para punto fijo:
f = @(x) - x.^3 - 4.*x.^2 + 10;

#Grafico para aproximar intervalo:
x = linspace(-5,5);
plot(x,f(x),'-r');
hold on;
grid on;
z = @(x) x==0;
plot(x,z(x),'-b');

a= 1;
b= 2;
tolerancia = 1e-10;
maxit = 2000;

[p_f,it,r,t] = Biseccion (f,a,b,tolerancia,maxit);
p_f
```

- **Práctica Parcial 2**
  - Parcial II 2024 ***[completo con códigos correctos]***
    - Temperaturas medias mensuales - Ajuste por mínimos cuadrados [VERSION 1]



**Ejercicio 1**

En el archivo datos5.txt se registraron las temperaturas medias mensuales durante el año 2019 en una ciudad de la Argentina. Se pretende es ajustar esos datos con una función de la forma $f(t) = at + b + c\sin(\frac{\pi}{6}t) + d\cos(\frac{\pi}{6}t)$, midiendo el tiempo $t$ en meses.

**a)** Halle la función de la forma propuesta que mejor ajusta los datos en el sentido de mínimos cuadrados (exprese los resultados con 4 decimales exactos).

$a =$ 2,073 ✖

$b =$ -1,183 ✖

$c =$ 2,482 ✖

$d =$ 5,285 ✖

**b)** El error cuadrático absoluto producido por $f$ es 0,163 ✖ (Reporte el resultado con 4 decimales).

**c)** La temperatura media en enero de 2020, según el modelo, es 2 ✖ (reportar con un decimal). Sabiendo que la temperatura media registrada en enero del 2020 en esa ciudad fue de 27.5, el error relativo cometido por el modelo es 0,038 ✖ (Con 4 decimales. Calcular a partir del valor calculado anteriormente, con todas las cifras, no sólo las reportadas).

- Codigo_mer Corregido

```
y = [26.6 24.7 23.4 19.7 17.2 13.9 14.4
15.3
16.9
20.1
22.9
24.5 ];
tam = length(y);
x = [1:tam]; #desde t=1=(enero 2019)

#a) f(t)= at + b + c sin(π/6t)+d cos(π/6t)

M = zeros(tam,4);
```

```
for i=1:tam
  M(i,1) = x(i);
  M(i,2) = 1;
  M(i,3) = sin((pi/6)*x(i));
  M(i,4) = cos((pi/6)*x(i));
endfor

A = M'*M;
b = M'*y';
C = gauss(A,b);
a = C(1)
b = C(2)
c = C(3)
d = C(4)

#Armo funcion
f = @(x) a*x + b + c * sin((pi/6)*x) + d * cos((pi/6)*x);
xx = linspace(x(1),x(end)+1,201);
figure(1)
plot(x,y,'ok',xx,f(xx))

#b)
disp("\nError cuadratico")
err_cuad = norm(y-f(x),2)

#c)
disp("\nTemperatura en 2020 enero (mes 13)")
enero_2020 = f(x(end)+1)
hold on
plot(x(end)+1,f(x(end)+1),'*r')
disp("\nEl error relativo con respecto a 27 es")
err_rel = abs(27-enero_2020)/27
```

▼ Temperaturas medias mensuales - Ajuste por mínimos cuadrados [VERSION 2]

**Ejercicio 1**

En el archivo datos1.txt se registraron las temperaturas medias mensuales durante el año 2019 en una ciudad de la Argentina. Se pretende es ajustar esos datos con una función de la forma $f(t) = at + b + c\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + d\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, midiendo el tiempo $t$ en meses.

**a)** Halle la función de la forma propuesta que mejor ajusta los datos en el sentido de mínimos cuadrados (exprese los resultados con 4 decimales exactos).

$a =$ -0,0479 ✔

$b =$ 20,3283 ✔

$c =$ 3,0183 ✔

$d =$ 5,3739 ✔

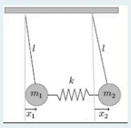
**b)** El error cuadrático absoluto producido por $f$ es 1,6333 ✔ (Reporte el resultado con 4 decimales).

**c)** La temperatura media en enero de 2020, según el modelo, es 25,8 ✔ (reportar con un decimal). Sabiendo que la temperatura media registrada en enero del 2020 en esa ciudad fue de 27, el error relativo cometido por el modelo es 0,0419 ✔ (Con 4 decimales. Calcular a partir del valor calculado anteriormente, con todas las cifras, no sólo las reportadas).

```
format long
y = [26.1 25.6 23.5 20.3 17.3 13.9 13.4 15 17.1 20.7 22.1 25.2 ];
tam = length(y);
x = [1:tam]; #comienza desde t = 1 =(enero 2019)

#a) f(t)=a*t + b + c*sin(π/6t)+ d*cos(π/6t)

M = zeros(tam,4);
for i=1:tam
  M(i,1) = x(i);
  M(i,2) = 1;
  M(i,3) = sin((pi/6)*x(i));
```

```
  M(i,4) = cos((pi/6)*x(i));
endfor
#{
   M(12,4)    *     c(4,1) = y(12,1)
[M'(4,12)*M(12,4)] * c(4,1) = [M'(4,12) * y(12,1)]
     A(4,4)       * c(4,1) =  b(4,1)
#}

A = M'*M;
b = M'*y';
C = gauss(A,b);
a = C(1)
b = C(2)
c = C(3)
d = C(4)

f = @(x) a*x + b + c * sin((pi/6)*x) + d * cos((pi/6)*x);
xx = linspace(x(1),x(end)+1,201);
figure(1)
plot(x,y,'ok',xx,f(xx))

#b)
disp("\nError cuadratico")
err_cuad = norm(y-f(x),2)

#c)
disp("\nTemperatura en 2020 enero (mes 13)")
enero_2020 = f(x(end)+1)
hold on
plot(x(end)+1,f(x(end)+1),'*r')
disp("\nEl error relativo con respecto a 27 es")
err_rel = abs(27-enero_2020)/27
```

▼ Péndulos acoplados



**Ejercicio 2**

Considere una pareja de péndulos acoplados, ambos con brazos de longitud $l$ y masas $m_1$ y $m_2$, unidas por un resorte de constante $k$, como muestra la figura. Considerando pequeños desplazamientos $x_1$ y $x_2$ respecto de la vertical, el problema se modela mediante el siguiente sistema:

$$\begin{cases} m_1 x_1'' = -\frac{m_1 g}{l} x_1 - k(x_1 - x_2) \\ m_2 x_2'' = -\frac{m_2 g}{l} x_2 + k(x_1 - x_2) \end{cases}$$

donde $g = 9.81\mathrm{m}/\mathrm{s}^2$ es la aceleración de la gravedad.

Suponga el brazo de longitud $l = 15\mathrm{m}$ que la masa del primer objeto es $m_1 = 1\mathrm{Kg}$ y la del segundo objeto es $m_2 = 3\mathrm{Kg}$ y la constante del resorte $k = 3\mathrm{N}/\mathrm{m}$N. Sabiendo que ambos objetos parten de sus correspondientes posiciones de equilibrio, y que al primer objeto se le imprime una velocidad inicial de $1\mathrm{m}/\mathrm{s}$ hacia la izquierda, mientras que al segundo objeto se le imprime igual velocidad hacia la derecha:

Determine, con 6 cifras decimales exactas, la posición de ambos objetos a los 10 segundos de comenzado el movimiento, y diga en qué dirección se está moviendo en ese instante:

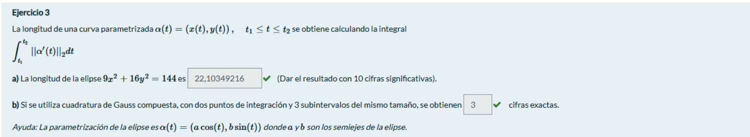
Posición del primer objeto: 1,00799 ✖ y se mueve de izquierda a derecha ✔

Posición del segundo objeto: 2,42218 ✖ y se mueve de izquierda a derecha ✖

```
% ESTA BIEN
#Datos
g = 9.81;
l = 15;
k = 3;
m1 = 1;
m2 = 3;

# x1'' = -g/l x1  - k/m1 (x1 - x2)
# x2 '' = -g/l + k/m2 (x1 - x2)
# x1 = x(1)
# x1'= x(2)
# x2 = x(3)
# x2' = x(4)

f = @(t,Y) [ Y(2); (-g/l)*Y(1) - (k/m1)*(Y(1)-Y(3)); Y(4);  (-g/l)*Y(3) + (k/m2)*(Y(1)-Y(3)) ];

   y0 = [0; -1; 0; 1]; % [x1(0), dx1(0), x2(0), dx2(0)]
```

```
h = 0.005;
L = (10)/h;

[t y] = rk4(f,[0 10],y0,L);

#A los 10s:
# x(1) → 0.319300604189967
# velocidad →    1.255372869890037  (>0 se mueve de izq a derecha)
# x(2) →  0.695647567778525
# velocidad →  -0.572418482977187 (<0 se mueve de der a izq)
```

- Longitud de curva elipse parametrizada [VERSION 1] // **OJO** cambian coeficientes ecuación



**Ejercicio 3**

La longitud de una curva parametrizada $\alpha(t) = (x(t), y(t))$, $t_1 \leq t \leq t_2$ se obtiene calculando la integral

$$\int_{t_1}^{t_2} ||\alpha'(t)||_2 dt$$

**a)** La longitud de la elipse $9x^2 + 16y^2 = 144$ es 22,10349216 (Dar el resultado con 10 cifras significativas).

**b)** Si se utiliza cuadratura de Gauss compuesta, con dos puntos de integración y 3 subintervalos del mismo tamaño, se obtienen 3 cifras exactas.

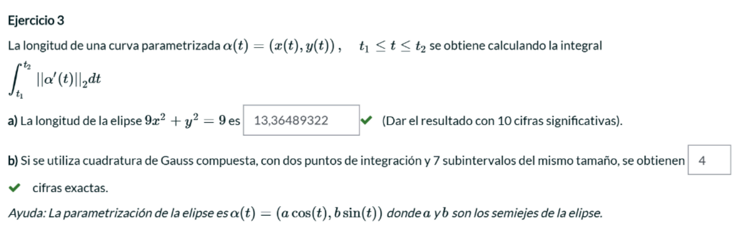
*Ayuda: La parametrización de la elipse es $\alpha(t) = (a\cos(t), b\sin(t))$ donde $a$ y $b$ son los semiejes de la elipse.*

  - cod_mer

```
%Parcial 2:

%Ejercicio 3:

elipse = @(t) 4 * cos(t) + 3 * sin(t) ;
df_x = @(t) -4 * sin(t);
df_y = @(t) 3 * cos(t) ;
f = @(t) sqrt( (df_x(t) ).^2 + (df_y(t) ).^2 );
a = 0;
b = 2*pi;
L = 3;
n=2;
Longitud_elipse =cuad_gauss_c(f,a,b,L,n);

for i=1:10
   L = L*2
   Longitud_elipse = cuad_gauss_c(f,a,b,L,n)
endfor
```

  - cod_valen

- Longitud de curva elipse parametrizada [VERSION 2]



**Ejercicio 3**

La longitud de una curva parametrizada $\alpha(t) = (x(t), y(t))$, $t_1 \leq t \leq t_2$ se obtiene calculando la integral

$$\int_{t_1}^{t_2} ||\alpha'(t)||_2 dt$$

**a)** La longitud de la elipse $9x^2 + y^2 = 9$ es 13,36489322 (Dar el resultado con 10 cifras significativas).

**b)** Si se utiliza cuadratura de Gauss compuesta, con dos puntos de integración y 7 subintervalos del mismo tamaño, se obtienen 4 cifras exactas.

*Ayuda: La parametrización de la elipse es $\alpha(t) = (a\cos(t), b\sin(t))$ donde $a$ y $b$ son los semiejes de la elipse.*

```
clear all;clc
format long

# Recordar que la elipse está dada por x^2 / a^2 + y^2 / b^2 = 1
#a) ------------------------------------
X = @(t) 1 * cos(t);
Y = @(t) 3 * sin(t);

dX = @(t) -1*sin(t);
dY = @(t) 3*cos(t);
```

```
integrando = @(t) sqrt(dX(t).^2+dY(t).^2);

L=30
I0 = cuad_gauss_c(integrando,0,2*pi,L,3)
tol = 1e-10;
while(1)
   L=2*L
   Int = cuad_gauss_c(integrando,0,2*pi,L,3)
   err = abs(I0-Int)
   if(err<tol)
     break
   endif
   I0 = Int;
endwhile

# b) ----------------
disp("\nEl valor de la longitud de la elipse es")
Int
Ejb = cuad_gauss_c(integrando,0,2*pi,7,2)
err_abs_b = abs(Int-Ejb)
```

- Recuperatorio II 2024 ***[completo con códigos correctos]***
  - Ejercicio1 por Logaritmo

**Ejercicio 1**

Dados los datos de la siguiente tabla:

| $x$ | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 3.20 | 5.32 | 6.91 | 8.62 | 10.04 | 11.44 |

Se desea encontrar un ajuste de la forma $f(x) = Ax^B$ en el sentido de cuadrados mínimos.

**(a)** Determine los valores de los coeficientes del ajuste. Exprese el resultado con 4 cifras cada uno:

$A =$ 1,2137

$B =$ 1,0946

**(b)** Calcule el error del ajuste para $x = 0.8$ (con 4 decimales):

Error en $x = 0.8$: 1,716

**(c)** Predecir el valor de $y$ para $x = 2$, con 2 cifras decimales:

$y =$ 13,94

rta: a=10.05, b= 0.7086, error en x=0.8: 0.0389, y= 16.426.

```
#Ejercicio Recuperatorio P2 2024
x = [0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2];
y = [3.20 5.32 6.91 8.62 10.04 11.44];

# f(x) = A * x^B
# Y = a*X + b;
# ln(y) = ln(A) + B*ln(x)

coef = polyfit(log(x), log(y), 1); # 1 porque con polinomio de grad 1 ya ando (a1x + a0);
B = coef(1)
A = e^coef(2)

f = @(x) A * x.^B;

# (b) Error para x = 0.8
x_eval = 0.8;
y_teorico = f(x_eval);
y_real = 8.62;
error = abs(y_real - y_teorico);


# (c) Predicción para x = 2
x_pred = 2;
y_pred = f(x_pred)
```

  - **Objeto que cae**

**Ejercicio 2**

Un objeto de masa $m = 68.1\mathrm{Kg}$ que cae en forma vertical está sometido a una fuerza de resistencia del aire proporcional al cuadrado de su velocidad. En este caso, la velocidad se calcula como

$$v(t) = \sqrt{\frac{gm}{c_d}} \tanh\left(\sqrt{\frac{gc_d}{m}} t\right)$$

donde $c_d = 0.25\mathrm{Kg/m}$ es el coeficiente de arrastre de segundo orden y $g = 9.81\mathrm{m/s\hat{}2}$ la aceleración de la gravedad.

**(a)** A los $10\mathrm{s}$ el objeto cayó una distancia de 334,178 ✔ $m$ (dar el resultado con 3 cifras decimales exactas).

**(b)** Si para estimar la distancia que cayó el objeto a los $5\mathrm{s}$ se utiliza la regla de trapecio compuesta con 5 subintervalos, se obtienen 0 ✘ cifras exactas, y si se utiliza cuadratura de Gauss de 2 puntos con los mismos subintervalos, se obtienen 3 ✘ cifras exactas.

Comentario:
b) No queda claro, desde lo que plantea en el script, cómo obtiene la cantidad de cifras exactas.

```
%Ejercicio2
m = 68.1;
cd = 0.25;
g = 9.81;
raiz1 = sqrt((g*m)/cd);
raiz2 = sqrt((g*cd)/m);

L = 1000;
v = @(t) raiz1.*tanh(raiz2.*t);

Q=cuad_gauss_c(v,0,10,5,10)

% b) --------------
disp('Con IntNC');
I_b= intNCcompuesta(v,0,5,5,10)
%Con trapcomp
n=5;
x = linspace(0, 5, n + 1);
y = v(x);
disp('Con TrapComp');
I_trapcomp = trapcomp(x,y)


%con cuadruatura de gaus:
disp('Con CuadGauss');
I_cuad =cuad_gauss_c(v,0,5,5,2)

#Si quere refinar:
#tol = 1e-5;
# for i=1:10
#  Q_gauss=cuad_gauss_c(v,a,b,L_simpson_comun,4)
#  Q_simpson_comun = intNCcompuesta(v,a,b,L,1)#Simpson Comun
#  Q_trapecio = intNCcompuesta(v,a,b,L,2) #Trapecio
#  Q_simpson_compuesta = intNCcompuesta(v,a,b,L,3) #Simpson Compuesta
#  L_simpson_comun *= 2;
#  L *= 2
# endfor
```

▼ **Proyectil**

**Ejercicio 3**

Suponga que se dispara un proyectil en línea recta hacia arriba con velocidad inicial $v_0$ desde la superficie de la Tierra. Si la resistencia del aire no influye, entonces su altura $x(t)$ en el instante $t$ satisface la siguiente ecuación:

$$x''(t) = -\frac{gR^2}{(x(t)+R)^2}$$

donde $g$ representa la aceleración gravitacional de la Tierra en su superficie y $R$ el radio del planeta. Considere que $g = 9.81\ m/s^2$, $R = 6373002\ m$ y que el proyectil es disparado con una velocidad inicial $v_0 = 1409.34 m/s$.

**(a)** La magnitud de la velocidad del proyectil a los 3 minutos del disparo es 315,93 ✔ $m/s$ y en ese instante el proyectil está descendiendo ✔ .

**(b)** Determine la altura máxima alcanzada por el proyectil con 6 dígitos significativos correctos y el tiempo de ascenso a dicha altura (reportarlo con 3 dígitos).

Altura máxima = 102870 ✔ $m$.

Tiempo de ascenso = 146 ✔ $s$.

```
%Ejercicio 4:

%Datos:
g = 9.81;
R = 6373002;

yy0 = 0;
```

```
yyp0 = 1409.34; %x'(0)

%3 min son → 60 * 3 = 180seg;
inter = [0;180];
y0 = [yy0; yyp0];
L = 1000;

f = @(t,y) [ y(2) ;  ( (-g.*(R.^2)) ./ (y(1) + R).^2 )  ];

[t,y]=rk4(f, inter, y0, L);


disp('Magnitud del proyectil a los 3min:')
abs(y(end,2))

%En la altura maxima
altura_maxima = max(y(:,1));

%tiempo hasta llegar a la cima?
velocidades=  y(:, 2);
[~, indice] = min(abs(velocidades));  % encontrar el índice donde la velocidad es cero
tiempo_cima = t(indice);
```

- ▼ Parcial II 2023 ***[completo con códigos correctos]***
  - ▼ Ajuste

**Ejercicio 1**

Dados los datos de la siguiente tabla:

| $x$ | 0.0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 4.24 | 4.44 | 4.91 | 5.44 | 5.65 | 5.33 | 3.91 | 1.86 | 0.07 | −1.16 | −1.94 |

Se desea encontrar un ajuste de la forma $f(x) = a_0 + a_1 \cos(\frac{\pi x}{2}) + a_2 \cos^2(\frac{\pi x}{2})$

**(a)** Determine los valores de los coeficientes del ajuste. Exprese el resultado con 2 decimales:

$a_0 =$

-3,99

✖

$a_1 =$

3,01

✔

$a_2 =$

5,16

✖

**(b)** Calcule el error del ajuste para $x = 1$ (con 4 decimales):

Error en $x = 1$:

0,1734

✔

  - ▼ Por Minimos Cuadrados

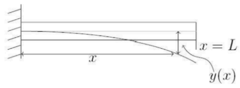
```
#PARCIAL 2023 EJERCICIO 1

x = linspace(0,2,11);
x = x';
y = [4.24 4.44 4.91 5.44 5.65 5.33 3.91 1.86 0.07 -1.16 -1.94]';

f0 = @(x) ones(size(x));
f1 = @(x) cos(pi.*x./2);
f2 = @(x) cos(pi.*x./2).^2;

M = [f0(x) f1(x) f2(x)];
A = M'*M;
b = M'*y;
coef = A\b

f =@(x) coef(1) + coef(2).* f1(x) + coef(3).*f2(x);

error_rel = norm(abs(5.33 - f(1)), inf)
```

▼ Por Polyfit

```
# a) --------
x= [0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0]';
y = [4.24 4.44 4.91 5.44 5.65 5.33 3.91 1.86 0.07 (-1.16) (-1.94)];
tam = length(y);
#Ajuste por: f(x) = a0 + a1*cos(pi/2 .* x) + a2 cos(pi/2.*x).^2

%FUNCIONES
% f(x) = a0 + a1*cos(pi*x/2) + a2*cos(pi*x/2)^2;
% g(x) = a0 + a1*t(x) + a2*t(x)^2 tal que t(x) = cos(pi*x/2);

%AJUSTE
% con valores t(x) = cos(pi*x/2)
t = cos(pi.*x./2);
c = polyfit(t,y,2)   % a0 = c(3), a1 = c(2), a2 = c(1)

f = @(x) c(3) + c(2).*cos(pi.*x./2) + c(1).*cos(pi.*x./2).^2;

% b)--------

% Error del ajuste en x=1
E = abs(5.33 - f(1))
```

▼ PVI

**Ejercicio 2**




Consideremos una viga recta, de material homogéneo y uniforme, cuya longitud $L$ es mucho mayor al área de su sección transversal. Ubiquemos la viga de manera que su **eje de simetría** se corresponda con $y = 0$ en el plano cartesiano. Para cada posición horizontal $0 \leq x \leq L$, la **curva elástica** $y(x)$ mide el desplazamiento vertical (hacia abajo) del eje de simetría a causa de la flexión producida por aplicación de cargas transversales en el plano $xy$ sobre la viga.

La **curva elástica** satisface la ecuación $M(x) = EI\kappa(x)$, donde $\kappa = \frac{y''}{(1+(y')^2)^{\frac{3}{2}}}$ es su curvatura, $M(x)$ el momento flector sobre la abscisa $x$, $E$ la constante de elasticidad del material e $I$ el momento de inercia de la sección transversal.

Consideremos una viga de hierro de longitud $L = 120cm$ con constantes $E = 2.1 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2}$ e $I = 4250cm^4$. Consideremos también que la viga está en voladizo, es decir, el extremo izquierdo está empotrado a una pared mientras que el derecho está libre, de manera que la curva elástica satisface $y(0) = 0$, e $y'(0) = 0$. Supongamos ahora que se aplica sobre el extremo libre una carga de $P = 3000kg$, de manera que el momento flector en cada $x$ es $M(x) = P(L - x)$.

**a)** El máximo desplazamiento del eje de simetría ocurrió en la posición $x =$

120

✔ $cm$ y fue de

0,1936

✔ $cm$ (4 decimales).

**b)** La pendiente de la curva comienza a ser mayor a $0.0019$ a partir de los

64,367

✔ $cm$ (2 decimales correctos).

**Nota**: Se sugiere entregar desarrollo del ejercicio en una hoja, para sumar puntos por desarrollo.

```
format long
%Datos:
L = 120;
I = 4250;
E = 2.1*10^6;
P = 3000;

inter = [0,L];
y0 = [0;0];

f = @(x,z) [z(2);  P/(E*I).*(L - x).*(1 + z(2).^2)^(3/2)];

[x,z] = rk4(f, inter, y0, 100);

%GRAFICA
plot(x,z(:,1));

% a) El mayor desplazamiento se logra en el extremo libre y fue de
x(end)
%en z;
z(end,1);
% b) Encontrar a partir de donde es mayor a 0.0019

%Interpolamos para tener una curva sobre la que usar biseccion
```

```
[S,dS]=funcion_spline(x,z,z(1,2),z(end,2)); #[x,z, z'(0), z'(n)]
g = @(x) dS(x)-0.0019;


[p,itB,rB,tB] = Biseccion(g,63,65,1e-8,1000);
p
```

- Integral con Cuad de Gauss

Pregunta 5
Correcta
Se puntúa 3,00 sobre 3,00

(Relacionado al ejercicio 10 de TP6) Considere $f(x) = 2 + \cos(\pi x)$ en el intervalo $[0, 2]$, determine el área de superficie de revolución a través de la cuadratura de Gauss con $n = 3$ puntos de integración y utilizando $40$ subintervalos. Determine cuántas cifras exactas tiene el resultado obtenido.

Superficie:
57,9282708

Cifras exactas:
9

```
format long;

% Datos
f = @(x) 2 + cos(pi.*x);
df = @(x) -pi.*sin(pi.*x);
a=0;
b=2;

% Integro
integrando = @(x) 2.*pi.*f(x).*sqrt(1 + df(x).^2);
I = cuad_gauss_c(integrando,a,b,40,3)

% Para saber cuantas cifras exactas tiene el resultado, calculamos un
% resultado mejor y vemos cuantas coinciden
I_mejor = intNCcompuesta(integrando,a,b,100,4)
#9 CIFRAS.
```

- Parcial II 2022 ***[incompleto** **pero con códigos correctos]***
  - Ajuste

Pregunta 1
Parcialmente correcta
Se puntúa 1,00 sobre 2,00

(Relacionado al Ejercicio 9 del TP5) Considere ahora un polinomio de grado ≤4 que mejor aproxima en el sentido de cuadrados mínimos. Determine lo siguiente, teniendo en cuenta los datos de todos los incisos del ejercicio. Dar los resultados con 6 cifras significativas. (El error relativo NO DARLO EN TÉRMINOS PORCENTUALES).

Error cuadrático del ajuste: 12177,2

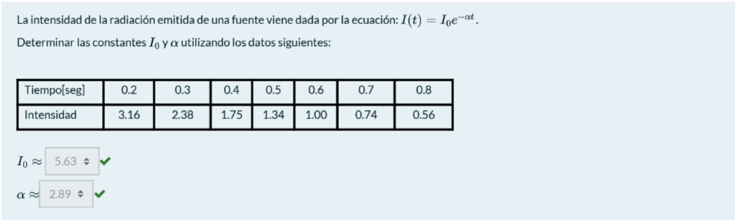
Error relativo para las 10 semanas: 0,567852

La respuesta correcta es: 0.567852
Se puntúa 1,00 sobre 1,00

```
clear all;clc
format long

x = [0 1 2 3 4 5 6];
y = [432 599 1012 1909 2977 4190 5961];

grado = 4;

cL = polyfit(x,y,grado);
pL = @(x) polyval(cL,x);

xx = linspace(0,10,201);

plot(x,y,'k*',xx,pL(xx),10,pL(10),'r*',10,14900,'b*')
```

```
disp("Valor en las 10ma semana")
pL(10)

# -------Si se sabe que la medicion a las 10 semanas es de 14900 mosquitos
sem_10 = 14900;
x10 = [x 10];
y10 = [y sem_10];

pol = pL(x10);

err_cuad = norm(pol-y10,2)
err_rel_10 = abs(sem_10-pL(10))/abs(sem_10)
```

▼ Ajuste x2



La intensidad de la radiación emitida de una fuente viene dada por la ecuación: $I(t) = I_0 e^{-\alpha t}$.

Determinar las constantes $I_0$ y $\alpha$ utilizando los datos siguientes:

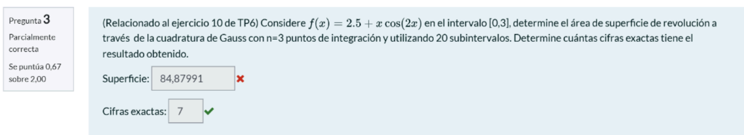
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tiempo[seg] | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 |
| Intensidad | 3.16 | 2.38 | 1.75 | 1.34 | 1.00 | 0.74 | 0.56 |

$I_0 \approx$ 5.63

$\alpha \approx$ 2.89

```
clear all;clc
format long

t = [0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8]';
I0 = [3.16 2.38 1.75 1.34 1.00 0.74 0.56]';

#I = i0*e^(-a*t)
#ln(I) = -a*t + ln(i0) = A*t+B
#A = -a
#B = ln(io)

coef = polyfit(t, log(I0), 1); # 1 porque con polinomio de grad 1 ya ando (a1x + a0);
a = -coef(1)
Io = e^coef(2)

f = @(t) a * exp(t.*I0);
tt = linspace(0.2,0.8,201);
plot(t,I,'o',tt,f(tt))
```

▼ Integral con Cuad de Gauss



Pregunta 3
Parcialmente correcta
Se puntúa 0,67 sobre 2,00

(Relacionado al ejercicio 10 de TP6) Considere $f(x) = 2.5 + x\cos(2x)$ en el intervalo [0,3], determine el área de superficie de revolución a través de la cuadratura de Gauss con n=3 puntos de integración y utilizando 20 subintervalos. Determine cuántas cifras exactas tiene el resultado obtenido.

Superficie: 84,87991

Cifras exactas: 7

```
f = @(x) 2.5 + x .* cos(2*x);
df = @(x) -2*x.*sin(2*x)+cos(2*x);

integrando = @(x) 2*pi*f(x).*sqrt(1+df(x).^2);
L = 20
integral_L = cuad_gauss_c(integrando,0,3,L,3)

L=100
integral_L = cuad_gauss_c(integrando,0,3,L,3)
```

▼ PVI teórico ***[COMPLETAR]***

Pregunta 4
Finalizado
Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Lea detenidamente el enunciado del siguiente link

Ver Enunciado

a) Transforme el sistema del problema en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, detallando correctamente el procedimiento realizado.

b) Describa correctamente las condiciones iniciales que se deberían agregar al modelo para obtener una solución única.

**Nota: Las respuestas deben ser entregadas en una hoja con nombre y apellido a los docentes.**

Entregado en papel. Se adjunta script con los 4 ejercicios.

```
...
```

▼ PVI péndulo doble ***[NO TENGO ENUNCIADO :(]***

Pregunta 5
Correcta
Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Lea detenidamente el enunciado del siguiente link

Ver Enunciado

Considere que la masa del primer objeto es $m_1 = 3$Kg y la del segundo objeto es $m_2 = 1$Kg y las constantes de los resortes son $k_1 = 5$N/m y $k_2 = 4$N/m. Sabiendo que el primer objeto parte de una posición de $1.5$m a la derecha de su posición de equilibro, mientras que el segundo objeto lo hace a una distancia de $0.5$m, también a la derecha, y que ambos objetos parten desde el reposo:

Determine, con 6 cifras decimales exactas, la posición de ambos objetos a los 20 segundos de comenzado el movimiento, y diga en qué dirección se está moviendo en ese instante:

Posición del primer objeto: -0,945709 ✔ y se mueve de izquierda a derecha ✔

Posición del segundo objeto: -0,899065 ✔ y se mueve de derecha a izquierda ✔

▼ Parcial II 2025 ***[incompleto pero con códigos correctos]***

10.4208
1.7692
3.1413
Me dio eso el 2

EL b = 1.169899

El c = 0,0407152

Ejer 3:

magVel4 = 10.08672336588593
error = 7.579847096155312e-02

Somos 3 mi loco

MER: NO COPIAR Y PEGAR SOLO CHEQUEAR

**Ejercicio 2**

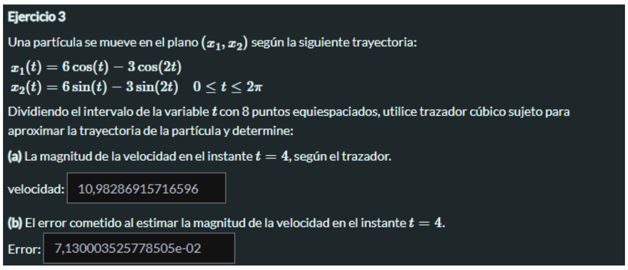
Determine la función de la forma $f(x) = \dfrac{1}{a + be^x + ce^{-x}}$ que mejor aproxima en el sentido de cuadrados mínimos a los datos de la siguiente tabla

| $x$ | 0.0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 | 1.4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0.0653 | 0.066 | 0.0657 | 0.0651 | 0.0635 | 0.0611 | 0.058 | 0.0544 |

```
#EJERCICIO 2
format long
x = [0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4];
y = [0.0653 0.066 0.0657 0.0651 0.0635 0.0611 0.058 0.0544];

#f(x) = 1 / a + (b*exp(x)) + c.*exp(-x)

# 1/y = a + be^x + ce^-x
#z = 1/x
# funcion de la forma z = C1 + C2 e^x + C3e^-x

% Variable transformada
z = 1 ./ y;

% Construir la matriz del sistema
f1 = @(x) ones(size(x));
```

```
f2 = @(x) exp(x);
f3 = @(x) exp(-x);
M = [f1(x') f2(x') f3(x')];

A=M'*M;
b=M'*z';

#Coeficientes
c = gauss_p(A,b);

Coef1 = c(1);  % a
Coef2  = c(2);  % b
Coef3 = c(3);  %  c

% Coeficientes Originales
disp('Coeficientes:');
a = Coef1  % a
b = Coef2  % b
c = Coef3  % c

% Funci´on original
f = @(x) 1 ./ (a + b.*exp(x) + c.*exp(-x));

#b) ----
f_int = @(x) x./20;
plot(x,f(x),'-r');
hold on;
plot(x,f_int(x),'-b');

f2 = @(x) f(x) - f_int(x); % interseccion

[p, it, r, t] = Biseccion(f2, 1, 2, 10e-8, 2000);
p

%c)  Calcule  el ´area comprendida entre ambas curvas y limitada a la izquierda por el eje y
L = 10;
n = 4;
Q = cuad_gauss_c(@(x) abs(f2(x)), 0, p, L, n);
```

MER : NO COPIAR Y PEGAR SOLO CHEQUEAR



**Ejercicio 3**

Una partícula se mueve en el plano $(x_1, x_2)$ según la siguiente trayectoria:

$x_1(t) = 6\cos(t) - 3\cos(2t)$

$x_2(t) = 6\sin(t) - 3\sin(2t) \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

Dividiendo el intervalo de la variable $t$ con 8 puntos equiespaciados, utilice trazador cúbico sujeto para aproximar la trayectoria de la partícula y determine:

**(a)** La magnitud de la velocidad en el instante $t = 4$, según el trazador.

velocidad: 10,98286915716596

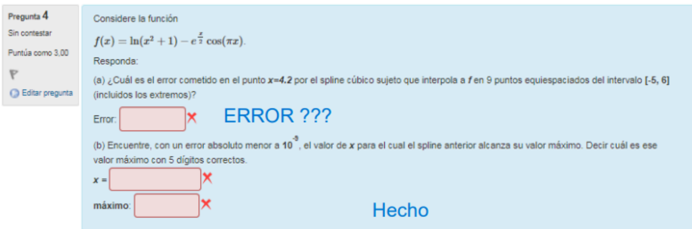
**(b)** El error cometido al estimar la magnitud de la velocidad en el instante $t = 4$.

Error: 7,130003525778505e-02

```
#EJERCICIO 3
% Defino trayectoria
x1 = @(t) 6*cos(t) - 3*cos(2*t);
x2 = @(t) 6*sin(t) - 3*sin(2*t);

% Derivadas para spline sujeto
dx1_dt = @(t) -6*sin(2*t) + 6*sin(t) ;  % Derivada de x1
dx2_dt = @(t) 6*cos(t) - 6*cos(2*t);   % Derivada de x2

% Intervalo
t = linspace(0, 2*pi, 8);
x1_t0 = x1(t);
```

```
x2_t0 = x2(t);

% Derivadas en extremos
df1_x1 = dx1_dt(t(1));
df2_x1 = dx1_dt(t(end));
df1_x2 = dx2_dt(t(1));
df2_x2 = dx2_dt(t(end));

% Función spline para x1(t)
[S_x1, dS_x1, ddS_x1] = funcion_spline(t, x1_t0, df1_x1, df2_x1);

% Función spline para x2(t)
[S_x2, dS_x2, ddS_x2] = funcion_spline(t, x2_t0, df1_x2, df2_x2);


% (a) --- La magnitud de la velocidad en el instante t=4, según el trazador

%Derivadas del spline en t=4
vx1_spline = dS_x1(4);
vx2_spline = dS_x2(4);

% Magnitud de la velocidad
velocidad = sqrt(vx1_spline^2 + vx2_spline^2)

% (b) --- El error cometido al estimar la magnitud de la velocidad en t=4
v_x1_real = dx1_dt(4);
v_x2_real = dx2_dt(4);
v_real = sqrt(v_x1_real^2 + v_x2_real^2);

% Error absoluto
error_absoluto = abs(velocidad -  v_real)
% Error relativo
error_relativo = (velocidad /  v_real);
```

- MIX Generales. ***[incompleto** pero con códigos correctos]*
  - 1



Pregunta 4
Sin contestar
Puntúa como 3,00
Editar pregunta

Considere la función

$f(x) = \ln(x^2+1) - e^{\frac{x}{2}} \cos(\pi x)$.

Responda:

(a) ¿Cuál es el error cometido en el punto ***x=4.2*** por el spline cúbico sujeto que interpola a ***f*** en 9 puntos equiespaciados del intervalo **[-5, 6]** (incluidos los extremos)?

Error:   ERROR ???

(b) Encuentre, con un error absoluto menor a $\mathbf{10^{-5}}$, el valor de ***x*** para el cual el spline anterior alcanza su valor máximo. Decir cuál es ese valor máximo con 5 dígitos correctos.

***x*** =

**máximo**:   Hecho

**Error: 13.385**
**x = 4.088961382**
**máximo: 9.8085**

```
% Definición de la función
f = @(x) log(x.^2 + 1) - exp(x./2) .* cos(pi.*x);
df = @(x) (2.*x)./((x.^2) + 1) + pi.*exp(x./2).*sin(pi.*x) - (exp(x./2).*cos(pi.*x))./2;

x1 = linspace(-5, 6, 9);
y1 = f(x1);

y_func = f(4.2);

% Derivadas en los extremos
```

```
df1 = df(-5);
df2 = df(6);

[S,dS,ddS]=funcion_spline(x1,y1,df1,df2);
y_spline = S(4.2);

error = abs(y_func-y_spline)


%b) ----
plot(x1,S(x1),'-r');
[p,it,r,t] = Biseccion (dS,4,5,10e-6,2000);
p %maximo
S(p)
```

▼ 2

Teniendo en cuenta el enunciado del siguiente link

Enunciado del Ejercicio

(a) Utilice la segunda ley de Newton para plantear un PVI que permita encontrar la posición ***x*** a los ***t*** segundos. Resuelva el sistema a los 10 segundos, considerando ***m* = 20kg**, ***k* = 20N/m**, **c = 10N.s/m**, y sin fuerza externa, partiendo del reposo a 1 metro hacia la derecha de la posición de equilibrio. Dar el resultado con 5 cifras decimales exactas.

***x*** = -0,084776 ✓

a partir del segundo cero, contamos 5 cifras y vamos cambiando el L hasta que no cambie mas

(b) Determine la máxima velocidad alcanzada por el sistema y en qué tiempo ocurre.

hecho

***v*** = -0,71 ✓

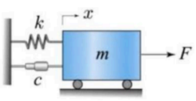
***t*** = 1,36 ✓

(Dar el resultado con dos dígitos decimales significativos, puede hacerlo a partir de un gráfico adecuado).

Considere un objeto de masa $m$ moviéndose en un plano horizontal, sujeto a un resorte amurado a una pared y sometido a una fuerza externa $F$ y a un sistema de amortiguamiento. La fuerza total $f_T$ que actúa sobre el objeto está dada por

$$f_T = -cv - kx + F,$$

donde $x$ representa el desplazamiento del objeto desde la posición de equilibrio en metros, $v$ su velocidad, $k$ la constante elástica del resorte y $c$ el coeficiente de amortiguamiento.




```
#Datos:
m=20;
k=20;
c=10;

inter=[0,10];
y0=[1;0];

% La ecuación diferencial es: m*x'' + c*x' + k*x = F(t)
% Para t > 1, F = 0 (sin fuerza externa)
% Convertimos a sistema de primer orden:
% y1 = x (posición)
% y2 = x' (velocidad)
% y1' = y2
% y2' = (F - c*y2 - k*y1)/m

% Función que define el sistema de ecuaciones diferenciales
f = @(t,y) [y(2); (-c*y(2)-k*y(1))/m];

[t,y]=rk4(f, inter, y0, 100);

#x a los 10s:
y(end,1)

#b) velocidad maxima:
???
```

▼ 3

## PREGUNTA 7:

Considere el enunciado del siguiente link

Enunciado del Ejercicio

(a) ¿Cuál es el valor de $y$ que le corresponde a $x = 1.9$ según el modelo determinado? (Escriba el resultado con 5 dígitos decimales correctos).

$y =$ 0,19236 ✓

(b) Determinar el área de la superficie de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de $f$ alrededor del eje $x$ (Escriba el resultado con 5 dígitos decimales correctos).

AYUDA: El área de la superficie de revolución que se obtiene al girar el gráfico de $y = f(x)$ alrededor del eje $x$, para $a \le x \le b$ es:

$\int_a^b 2\pi f(x)\sqrt{1+f'(x)^2}dx$

hecho

Area = 3,01986 ✓

Considere el ajuste en el sentido de cuadrados mínimos de la forma $f(x) = ae^{bx}$ para los datos de la siguiente tabla:

| $x$ | 1 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 | 2.2 | 2.4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0.678 | 0.512 | 0.387 | 0.293 | 0.221 | 0.167 | 0.126 | 0.096 |

▼ 4

## PREGUNTA 8: (relacionado al ejercicio 10 del TP06)

(Relacionado al ejercicio 10 de TP6) Considere $f(x) = 1 + x + cos(x)$ en el intervalo [0,4], determine el área de superficie de revolución a través de la cuadratura de Gauss con n=3 puntos de integración y utilizando 10 subintervalos. Determine cuántas cifras exactas tiene el resultado obtenido.

Superficie: 90.59421972189901 ✓

Cifras exactas: 6 ✓

Falta ver como saber las cifras exactas

▼ 5

## PREGUNTA 9:

Teniendo en cuenta el enunciado del siguiente link

Enunciado del Ejercicio

Complete:

(a) La posición del péndulo a tiempo $t = 5$ es $\theta =$ -0.12505 ✓ (con un error menor a $10^{-3}$) y en ese momento el péndulo se está moviendo de izquierda a derecha ✓.

(b) El péndulo cambia por primera vez la dirección de movimiento en el tiempo $t =$ 3.28 ✓ (Dar el resultado con tres dígitos significativos, puede hacerlo a partir de un gráfico adecuado).

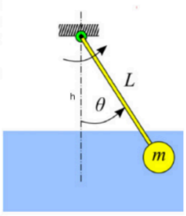
Considere un péndulo simple sujeto a un brazo rígido de longitud $L$. La ecuación que modela su movimiento está dada en términos del ángulo $\theta(t)$, medido en radianes desde la posición vertical de equilibrio. Suponga que hay un fluido ubicado a una distancia $h$ de la base del péndulo, que provee un amortiguamiento de magnitud 0.8 cuando el péndulo entra en contacto con él.

El movimiento de este péndulo está modelado por la siguiente ecuación:

$$\theta'' + f(\theta)\,\theta' + \operatorname{sen}(\theta) = 0, \qquad t \ge 0,$$

donde el amortiguamiento está dado por

$$f(\theta) = \begin{cases} 0.8, & \text{si } |\theta| < \theta_0, \\ 0, & \text{si } |\theta| \ge \theta_0, \end{cases}$$



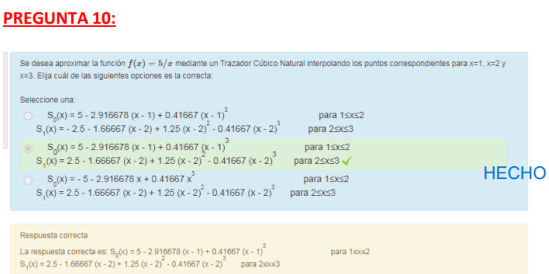

donde $\theta_0$ es el ángulo a partir del cual el péndulo toca el fluido, y que satisface $L\cos\theta_0 = h$.

Considere que $L = 1$, $h = \frac{3}{4}$ y que se se suelta el péndulo desde el reposo, en la posición horizontal $\theta(0) = \pi/2$.

```
% Función auxiliar para el amortiguamiento
function d = damping(theta, theta0, cons)
   if abs(theta) < theta0
      d = cons;
   else
      d = 0;
   end
end
```

```
Long = 1;
h = 0.75;
theta0 = acos(h / Long); % Ángulo límite
inter = [0, 5];
cons = 0.8;

f = @(t, theta) [theta(2); -damping(theta(1), theta0, cons) * theta(2) - sin(theta(1))];

% Condición inicial: el péndulo se suelta desde la posición horizontal
z0 = [pi/2, 0];

% Llamada al método RK4
L = 10000;
[t, theta] = rk4(f, inter, z0, L);



theta #NO DA EXACTO PERO CASI debería dar -0.12505

% b) rta: 3.28...


### ALTERNATIVO
L = 1;
h = 3/4;
delta_t = 0.01;
t = [0:delta_t:5];
alfa = 0.8;
theta0 = acos(h/L);

f = @(t,y) [y(2);-(abs(y(1))<theta0)*alfa*y(2)-sin(y(1))];
y0 = [pi/2; 0];

[t,y] = RK4Sistemas(f,t,y0);
t=t';
y=y';
sol = [t y] %-0,12461 da medio distinto

%para b) puedo ver la tabla, con gráfico o con biseccion.

# Graficamos ambas: angulo y velocidad
figure(2)
plot(t,y)
hold on
xlabel('Tiempo')
ylabel('Angulo, Velocidad')
grid on;
grid minor
```

▼ 6



**PREGUNTA 10:**

Se desea aproximar la función $f(x) = 5/x$ mediante un Trazador Cúbico Natural interpolando los puntos correspondientes para x=1, x=2 y x=3. Elija cuál de las siguientes opciones es la correcta:

Seleccione una:

- $S_0(x) = 5 - 2.916678 (x - 1) + 0.41667 (x - 1)^3$ para $1 \le x \le 2$
  $S_1(x) = - 2.5 - 1.66667 (x - 2) + 1.25 (x - 2)^2 - 0.41667 (x - 2)^3$ para $2 \le x \le 3$
- $S_0(x) = 5 - 2.916678 (x - 1) + 0.41667 (x - 1)^3$ para $1 \le x \le 2$
  $S_1(x) = 2.5 - 1.66667 (x - 2) + 1.25 (x - 2)^2 - 0.41667 (x - 2)^3$ para $2 \le x \le 3$ ✓
- $S_0(x) = - 5 - 2.916678 x + 0.41667 x^3$ para $1 \le x \le 2$
  $S_1(x) = 2.5 - 1.66667 (x - 2) + 1.25 (x - 2)^2 - 0.41667 (x - 2)^3$ para $2 \le x \le 3$

HECHO

Respuesta correcta

La respuesta correcta es: $S_0(x) = 5 - 2.916678 (x - 1) + 0.41667 (x - 1)^3$ para $1 \le x \le 2$
$S_1(x) = 2.5 - 1.66667 (x - 2) + 1.25 (x - 2)^2 - 0.41667 (x - 2)^3$ para $2 \le x \le 3$

▼ 7

**PREGUNTA 11:**

(Relacionado al ejercicio 9 del TP7) Seleccione los puntos de inflexión de la solución y(t) que están en el intervalo [0, 5]. (Los valores se consideran con 3 decimales correctos)

Seleccione una o más de una:

- a. 3.141
- b. 4.712 ✓
- c. 1.570 ✓
- d. 6.283
- e. 0.785
- f. 0

HECHO

**Ejercicio 9 (Aula):** Considere siguiente PVI de orden 3:

$$\begin{cases} y^{(3)} + 4y'' + 5y' + 2y = -4\,\mathrm{sen}\,t - 2\cos t \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = -1 \end{cases}$$

(a) Reescriba el problema como un sistema de EDO de primer orden, con sus respectivos valores iniciales.

(b) Grafique la solución y obtenga el valor de la variable de estado $y$ en $t = 2.5$, con 6 dígitos exactos.

(c) Indique cuántas veces se anula la función $y'(t)$ en el intervalo $[0, 15]$.

▼ 8

Se quiere aproximar la función: $f(x) = \frac{1}{4x}$ en el intervalo [1,3] utilizando una interpolación polinómica con tres(3) puntos equidistantes en dicho intervalo. Determine cuál de las cuatro soluciones dadas para el Error Máximo Teórico (sale de la fórmula de error del polinomio de Lagrange) es la correcta, cuando lo medimos en el punto 1.7.

De igual forma marcar la solución correcta del Error Real cometido.

ERROR MÁXIMO TEÓRICO: 0.0683 ✓

ERROR REAL: 0.0069 ✓

HECHO

▼ 9

(Relacionado al Ejercicio 8 del TP5) Determine las componentes (Vx,Vy) de la velocidad del brazo mecánico en el instante de tiempo t=5.5 s.

Vx: 4,8750 ✓

Vy: 1,8750 ✓

HACER

▼ 10

(Relacionado al Ejercicio 10 del TP7) Si el brazo del péndulo mide 2 metros, indique la posición a los 10 segundos, si inicialmente parte de la posición de equilibrio con velocidad 1. (Exprese su resultado en radianes con 4 dígitos decimales correctos).

Respuesta: 0,05963 ✓

HACER

▼ TEÓRICOS

El siguiente código resuelve un PVI de primer orden por medio del método multipaso Adams-Moulton de 2 pasos utilizando el método de Newton-Raphson para avanzar en la solución. Los primeros pasos se obtienen con el método de Runge-Kutta de orden 4. Indique las opciones que corrigen el código.

```
function[t,w]=pvi2steps_rk_nr(f,df,a,b,y0,N,maxit,tol)
  h = (b - a)/N;
  t = [a:h:b];
  w = zeros(1,N+1);
  w(1) = y0;
  p = 3;
  for i = 1:p-1
    k1 = h * f( t(i), w(i));
    k2 = h * f( t(i) + h/2, w(i) + k1/2);
    k3 = h * f( t(i) + h/2, w(i) + k2/2);
    k4 = h * f( t(i) + h, w(i) + k3);
    w(i+1) = w(i) + 1/6 *(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4);
  endfor
  for i = p:N
    w0 = w(i);
    fi = f(t(i),w(i));
    fim1 = f(t(i+1),w(i+1));
    for it=1:maxit
      fip1 = f(t(i+1),w(i+1));
      g = w0 - w(i) + h/12*(5*fip1 + 8*fi - fim1);
      dfip1 = df(t(i+1),w(i+1));
      dg = 1 + h*5/12*dfip1;
      w(i+1) = w0 - g/dg;
      if (abs(w(i+1)-w0) < tol && abs(g) < tol)
        break;
      endif
      w0 = w(i+1);
    endfor
  endfor
endfunction
```

```
function [t, w] = pvi2steps_rk_nr(f, df, a, b, y0, N, maxit, tol)
  h = (b - a) / N;
  t = [a:h:b];
  w = zeros(1, N+1);
  w(1) = y0;
  p = 2;

  for i = 1:p-1
    k1 = h * f(t(i), w(i));
    k2 = h * f(t(i) + h/2, w(i) + k1/2);
    k3 = h * f(t(i) + h/2, w(i) + k2/2);
    k4 = h * f(t(i) + h, w(i) + k3);
    w(i+1) = w(i) + 1/6 * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4);
  end

  for i = p:N
    w0 = w(i);
    fi = f(t(i), w(i));
    fim1 = f(t(i-1), w(i-1));
    for it = 1:maxit
      fip1 = f(t(i+1),w0);
      g = w0 - w(i) - h/12*(5*fip1 + 8*fi - fim1);
      dfip1 = df(t(i+1),w0);
      dg = 1 - h*5/12*dfip1;
      w(i+1) = w0 - g / dg;

      if (abs(w(i+1) - w0) < tol && abs(g) < tol)
        break;
      end
    end

    w0 = w(i+1);
  end
end
```

El siguiente código resuelve un PVI de primer orden por medio del método de Crank-Nicholson usando el método de Newton-Raphson para avanzar en la solución. Indique las opciones que corrigen el código.

```
function[x,w] = CN_NR(f,df,x0,xn,y0,N,maxit,tol)
h = (xn-x0)/N;
  x = [x0:h:xn];
  w = zeros(1,N+1);
  w(1) = y0;
  for i=1:N
    w0 = w(i);
    fn = f(x(i),w(i));
    for it=1:maxit
      fnp1 = f(x(i+1),w(i+1));
      g = w0 - w(i) - h*fn;
      dfnp1 = df(x(i+1),w(i+1));
      dg = 1 - h*dfnp1;
      w(i+1) = w0 - g/dg;
      if (abs(w(i+1)-w0) < tol && abs(g) < tol)
        break;
      endif
      w0 = w(i+1);
    endfor
  endfor
endfunction
```

```
function [x, w] = CN_NR(f, df, x0, xn, y0, N, maxit, tol)
  h = (xn - x0) / N;
  x = [x0:h:xn];
  w = zeros(1, N+1);
  w(1) = y0;

  for i = 1:N
    w0 = w(i);
    fn = f(x(i), w(i));

    for it = 1:maxit
      fnp1 = f(x(i+1), w0);
      g = w0 - w(i) - h*0.5*(fn + fnp1);
      dfnp1 = df(x(i+1), w0);
      dg = 1 - h/2 * dfnp1;
      w(i+1) = w0 - g / dg;

      if (abs(w(i+1) - w0) < tol && abs(g) < tol)
        break;
      end
    end

    w0 = w(i+1);
  end
end
```

[ejemplos_parcial_2 (2).pdf]

▼ **Finales + Coloquio**

▼ Final Integrador 2024

**Ejercicio 1**

Una barra de aluminio homogénea de $2\,\mathrm{cm}$ de largo y $A = 0.01\,\mathrm{cm}^2$ de sección transversal se somete a un estudio de difusión-reacción de calor. Se conocen las propiedades de dicho material: calor específico $c = 0.217\,\mathrm{cal}/(\mathrm{g}\,^\circ\mathrm{C})$, densidad $\rho = 2.7\,\mathrm{g}/\mathrm{cm}^3$ y conductividad térmica $K_0 = 0.57\,\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}\cdot\,^\circ\mathrm{C})$. En la barra actúa una fuente de calor $f = 12\cos(2x)$, medida en $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^3)$, y un proceso reactivo cuyo coeficiente en cada punto de la barra se expresa como $c_R(x) = 5(x-2)$, con unidades $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^3\cdot^\circ\mathrm{C})$. El extremo izquierdo de la barra se somete a una temperatura fija de $6^\circ\mathrm{C}$. Recordemos que el flujo de calor por unidad de área $\phi$ en un punto de la barra se determina como: $\phi(x) = -K_0 u'(x)$.

**(a)** Si se conoce el flujo en el extremo derecho $\phi(2) = -40\,\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2)$, el flujo en el extremo izquierdo sería $\phi(0) =$ 8751.7 ✗ $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2)$. (Dar el resultado con 4 cifras exactas).

-65.53

**(b)** La energía térmica total de la barra se puede calcular como $E = A\int_0^L c\rho u(x)dx$. Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, la energía térmica total es $E =$ -0.076253 ✓ cal. (Dar el resultado con 5 cifras exactas).

**(c)** Suponga ahora que se conoce el flujo en el extremo izquierdo $\phi(0) = -20\,\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2)$, pero no en el extremo derecho. Entonces, la temperatura en el extremo derecho será de 13.7041 ✓ $^\circ\mathrm{C}$ y el flujo será $\phi(2) =$ -23.5026 ✓ $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2)$. (Dar el resultado con 6 cifras exactas).

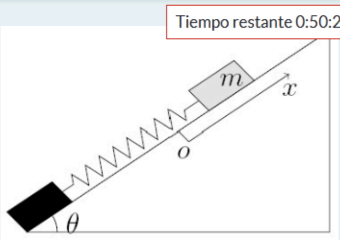
Comentario:
Aprobado

▼ Final Julio 2025

**Ejercicio 1**

Tiempo restante 0:50:24

Considere un plano inclinado, con ángulo de inclinación $\theta$, sobre el cual se mueve una masa $m$ sujeta por medio de un resorte a la base (con constante de resorte $k$), como muestra la figura. Supongamos que el plano tiene rozamiento, con coeficiente $\mu$. Eligiendo convenientemente un sistema de coordenadas con eje $x$ paralelo al plano de desplazamiento de la masa, y origen en el punto de equilibrio, la ecuación de movimiento del sistema se puede escribir como:




$$F_T = -kx - P_x + F_r$$

donde $F_T$ es la fuerza total que actúa sobre la masa, $P_x = mg\sin(\theta)$ es la componente del peso en la dirección del plano, y $F_r$ la fuerza de rozamiento con el plano. Esta fuerza depende de la dirección del movimiento y es proporcional a la componente normal del peso. La misma puede expresarse como:

$$F_r = \begin{cases} \mu mg\cos(\theta) & \text{si} \quad x' < 0 \\ -\mu mg\cos(\theta) & \text{si} \quad x' > 0 \\ 0 & \text{si} \quad x' = 0 \end{cases}$$

Considere una masa de $1$Kg y un ángulo de inclinación $\theta = 30^\circ$. Si la constante del resorte es $k = 50$N/m, el coeficiente de rozamiento $\mu = 0.3$ y $g = 9.8$m/s$^2$, y la masa parte del reposo a $50$cm de la posición de equilibrio, *estirando* el resorte, responda:

**(a)** La posición de la masa a $1$ segundo es ____ m (con 3 decimales correctos). En ese momento el objeto ____.

**(b)** La primer posición de retorno (cuando la masa cambia por primera vez de sentido del movimiento) es a una distancia de ____ m de la posición de equilibrio y ocurre a los ____ segundos. (con 3 decimales)

**(c)** En determinado momento, las fuerzas actuantes debido al resorte y al peso no son suficientes para vencer la fuerza de rozamiento, por lo que el objeto quedará detenido. Dicho tiempo es ____ segundos (con 2 decimales), y la posición será ____ m. (con 3 decimales). Puede determinarlo gráficamente.

```
clear; clc; close all;
format long;

% Constantes
k = 50;
m = 1;
mu = 0.3;
g = 9.8;
theta = pi/6;     % 30° en radianes

f = @(t, y) [
  y(2);  % dx/dt = v
  (-k*y(1) - m*g*sin(theta) + Fr(y(2), mu, m, g, theta)) / m
```

```
];

% Definimos la Friccion
function fr = Fr(v, mu, m, g, theta)
  if v > 0
    fr = -mu * m * g * cos(theta);
  elseif v < 0
    fr = +mu * m * g * cos(theta);
  else
    fr = 0;
  end
end

inter = [0 5];
L = 1000;
y0 = [0.5 0];
[t, y] = rk4(f, inter, y0, L);

% Extraer posición y velocidad
x = y(:,1);
v = y(:,2);

% (a) t = 1 s
idx1 = find(t >= 1, 1);
x(idx1)
v(idx1)

plot(t,x)
hold on;
plot(t,y)

% (b) Primer retorno, es decir, hay un cambio de signo en la velocidad
for i = 3:length(v)
  if sign(v(i)) ~= sign(v(i-1))
    idx_ret = i;
    t_ret = t(i);
    x_ret = x(i); % si también tenés la posición x
    break; % salimos del bucle una vez que encontramos el primer cambio
  endif
endfor

t_ret
x_ret

% (c)
t_detiene = 2.66;
idx_det = find(t >= t_detiene, 1);
x(idx_det)
```

Tiempo restante 1:57:39

**Ejercicio 2**

La siguiente tabla de datos de presión-volumen

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $P$ [atm] | 0.985 | 1.108 | 1.363 | 1.631 |
| $V$ [ml] | 25000 | 22200 | 18000 | 15000 |

corresponden a un gas que responde a la siguiente ecuación de estado:

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{A_1}{V} + \frac{A_2}{V^2}$$

donde $R = 82.05\,\mathrm{ml \cdot atm/gmol \cdot K}$ y $T = 303\,\mathrm{K}$.

**(a)** Encuentre las mejores constantes viriales $A_1$ y $A_2$ que aproximan a los datos en el sentido de cuadrados mínimos. Reporte los resultados con 6 cifras correctas.

$A_1 =$

$A_2 =$

**(b)** Según el modelo anterior, si quiero llegar a una presión de $2\,\mathrm{atm}$, el volumen necesario es $\mathrm{ml}$, mientras que para disminuir la presión a $0.5\,\mathrm{atm}$, se necesita un volumen de $\mathrm{ml}$. Dar los resultados con 5 cifras exactas.

**(c)** El trabajo isotérmico necesario para expandir un mol de gas de un volumen $V_1$ a un volumen $V_2$ se calcula como:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV.$$

Determine el trabajo necesario para expandir un mol de gas de $10000\,\mathrm{ml}$ a $30000\,\mathrm{ml}$. Dar el resultado con 7 cifras exactas.

$W =$ $\mathrm{atm \cdot ml}$

```
clear all; clc; close all;
format long;

% Datos
P = [0.985, 1.108, 1.363, 1.631];
V = [25000, 22200, 18000, 15000];
R = 82.05;
T = 303;

% Variable dependiente
y = (P .* V) / (R * T);
Y = y - 1;

% Funciones base
f1 = @(x) 1 ./ x;
f2 = @(x) 1 ./ (x .^ 2);

% Matriz del sistema
M = [f1(V)', f2(V)'];

% Resolver mínimos cuadrados
A = M' * M;
b = M' * Y';
% c = A \ b;
% A1 = c(1)
% A2 = c(2)

[x, A] = gauss_p(A,b);
A1 = x(1)
A2 = x(2)

% ============================================================
RT = R * T;
Pmodelo = @(V) RT./V + RT*A1./(V.^2) + RT*A2./(V.^3);

% Función para bisección: f(V) = Pmodelo(V) - 2
f_obj = @(V) Pmodelo(V) - 2;
```

```
% Graficamos
xx = linspace(10000, 20000);
plot(xx, f_obj(xx));

a = 10000;
b = 13000;
tolerancia = 1e-5;
maxit = 6000;
[p,it,r,t] = Biseccion(f_obj,a,b,tolerancia,maxit);
p

% Función para bisección: f(V) = Pmodelo(V) - 0.5
f_obj = @(V) Pmodelo(V) - 0.5;

% Graficamos
xx = linspace(40000,50000);
plot(xx, f_obj(xx));

a = 40000;
b = 50000;
tolerancia = 1e-5;
maxit = 6000;
[p,it,r,t] = Biseccion(f_obj,a,b,tolerancia,maxit);
p

% ==============================================================
L = 1;
for i = 1:10
  L = L * 2;
  Q = intNCcompuesta(Pmodelo,10000,30000,L,3) % Regla de simpson
endfor
```

Tiempo restante 1:24:34

**Ejercicio 3**

Considere el siguiente problema de valores de contorno:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((1-x^2)\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y(x)\right) + 42y(x) = 0, \quad -1 \leq x \leq 1 \\ y(-1) = 1, \quad y(1) = 1 \end{cases}$$

**(a)** Determine el valor de $y(0)$ con 6 cifras decimales exactas. $y(0) =$

**(b)** Encuentre el polinomio de grado $\leq 6$ que mejor ajusta a los datos obtenidos en (a), en el sentido de cuadrados mínimos. Si llamamos $a_i$ con $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ al coeficiente que acompaña a $x^i$, reporte los valores obtenidos con 3 cifras decimales:

$a_0 =$

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_5 =$

$a_6 =$

**(c)** Calcule las 3 raíces positivas del ajuste obtenido, con 8 cifras decimales. (Utilice todos los decimales obtenidos en el ajuste, y no sólo los 3 reportados de cada coeficiente). Reportarlos en orden creciente:

Raíz menor:

Raíz del medio:

Raíz mayor:

```
clear all; clc; close all;
format long;
```

```
% Definición de coeficientes con protección contra división por cero
p = @(x) 2.*x./(1 - x.^2);
q = @(x) -42./(1 - x.^2);
r = @(x) 0.*x;

% IMPORTANTE: f debe ser función columna
f = @(x) [p(x) q(x) r(x)];

% Intervalo evitando extremos
eps = 1e-6;
inter = [-1 + eps, 1 - eps];

% Condiciones de contorno y discretización
yc = [1 1];
h = 0.01;
L = round(abs(inter(2) - inter(1)) / h);

[x, y] = disparo_lineal(f, inter, yc, L);

% Buscar y(0)
[~, idx0] = min(abs(x));  % índice más cercano a x = 0
y0 = y(idx0);

fprintf('y(0) = %.6f\n', y0);

% ======================================================================

% Ajustamos el polinomio
a = polyfit(x, y, 6);  % devuelve a6, a5, ..., a0

% Invertimos el orden para que sea [a0, a1, ..., a6]
a_flip = fliplr(a);

% Mostrar con 3 cifras decimales
for i = 0:6
  printf("a_%d = %.3f\n", i, a_flip(i+1));
end

% ======================================================================

xx = linspace(min(x), max(x), 500);
yy = polyval(fliplr(a), xx);  % evalúa el polinomio ajustado

plot(xx, yy, 'b-');

roots(a)
```

▼ Final Agosto 2025

**Ejercicio 1**

Un planeta es atraído por el sol. Considerando que la influencia del planeta sobre el sol es despreciable, supondremos que el sol siempre permanece en reposo. El planeta está sometido a una fuerza atractiva cuya dirección es radial y apunta hacia el centro del sol. Podemos suponer entonces que la posición del planeta a tiempo $t$ está dada por $r(t) = (x(t), y(t))$, que el sol se encuentra siempre en el origen del sistema de referencia y que la aceleración apunta en dirección opuesta al vector $r(t)$ y tiene magnitud $\frac{80}{\pi}|r(t)|^{-2}$.

Tenga en cuenta que el tiempo se mide en años, y la longitud en unidades astronómicas (UA) (1UA $= 1.496 \cdot 10^{11} m$), que en el instante inicial el cuerpo se encuentra en la posición $(1.382, 0)$ y la velocidad inicial es un vector vertical de magnitud $5.573$ UA/año.

**a)** Luego de un año y medio, el planeta está en la posición $x =$ -2,7267722364 UA , $y =$ 3,1929545141 UA.

**b)** El afelio es el punto de la órbita del planeta más lejano al sol. Esté se encuentra en las coordenadas $x =$ -7,4084253598 UA, $y =$ -0,0002639983 UA y se alcanza a los 40,156 años de iniciado el recorrido.

**c)** El planeta da 4 vueltas completas alrededor del sol durante los primeros 50 años.

**d)** La distancia recorrida por el planeta durante los primeros 10 años fue de 18,3609305576 UA.

Considere sus respuestas con un error absoluto menor a $10^{-3}$.

Tiempo restante 0:32:06

**Ejercicio 2**

Se quiere conocer las constantes $A_1$ y $A_2$ de la ecuación de Van Laar para un sistema trimetilpentano $(x_2)$ y benceno $(x_1)$ a $328\text{K}$ Para esto se realizaron mediciones en el laboratorio de la energía de exceso $(ge)$ para distintas concentraciones de benceno:

| $x_1$ | $0.0819$ | $0.2192$ | $0.3582$ | $0.3831$ | $0.5256$ | $0.8478$ | $0.9872$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ge[\text{cal/mol}]$ | $20.0$ | $48.6$ | $70.3$ | $72.3$ | $84.1$ | $53.5$ | $5.7$ |

A partir de la ecuación de Van Laar

$$ge = \frac{A_1 A_2}{A_1 x_1 + A_2 x_2} RT x_1 x_2$$

y considerando la relación $x_1 + x_2 = 1$, obtenemos la linealización

$$\frac{RT x_1 x_2}{ge} = x_1 \left( \frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) + \frac{1}{A_1},$$

donde $T$ es la temperatura en grados Kelvin y $R$ una constante de gases.

**(a)** Para $R = 1.987\text{cal/mol K}$ se tiene que $A_1 =$ 0,393 y $A_2 =$ 0,706 .

**(b)** Para una concentración de benceno de $0.3$, el valor esperado de la energía de exceso es 62,114 .

**(c)** En un nuevo estudio se obtuvo para un $x_1 = 0.5$ un $ge = 80$. El error relativo de esa medición en función del ajuste realizado es 0,029 .

Dar sus respuestas de los items anteriores con 3 decimales exactos.

**(d)** Para obtener una energía de exceso de $10\text{cal/mol}$ con $x_1 > 0.5$, se necesitan 0,97738 unidades de trimetilpentano (5 decimales correctos).

Tiempo restante 0:49:48

**Ejercicio 3**

Una barra de aluminio homogénea de $2\,\mathrm{cm}$ de largo y $A = 0.01\,\mathrm{cm}^2$ de sección transversal se somete a un estudio de difusión-reacción de calor. Se conocen las propiedades de dicho material: calor específico $c = 0.217\,\mathrm{cal}/(\mathrm{g}\,°\mathrm{C})$, densidad $\rho = 2.7\,\mathrm{g}/\mathrm{cm}^3$ y conductividad térmica $K_0 = 0.57\,\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}\cdot\,°\mathrm{C})$. El extremo izquierdo de la barra se somete a una temperatura fija de $6°\mathrm{C}$ y en el extremo derecho rige la ley de enfriamiento de Newton donde $H = 10\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2\cdot°\,\mathrm{C})$ es el coeficiente transferencia de calor y $u_E = 4°\mathrm{C}$ es la temperatura exterior. En la barra actúa una fuente de calor $f = 12\cos(2x)$, medida en $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^3)$, y un proceso reactivo cuyo coeficiente en cada punto de la barra se expresa como $c_R(x) = 5(x-2)$, con unidades $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^3\cdot°\,\mathrm{C})$.

**(a)** Calcule la temperatura en el extremo derecho con 4 cifras decimales exactas.

Temperatura en el extremo derecho: 0,1413 $°\mathrm{C}$

**(b)** El flujo de calor $\phi$ en un punto de la barra se determina como: $\phi(x) = -K_0 u'(x)$.

Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, realice una estimación del flujo en el extremo derecho de la barra. (Dar el resultado con 5 cifras exactas).

Flujo en el extremo derecho: -38,582 $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2)$

**(c)** La energía térmica total de la barra se puede calcular como $E = A\int_0^L c\rho u(x)dx$. Estime dicha energía.

$E =$ -0,0706989795 cal

**(d)** Suponga ahora que el flujo en el extremo izquierdo de la barra es $-48\,\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2)$, y que en el extremo derecho no rige la ley de enfriamiento de Newton, ni ningún otro dato. La temperatura en ese extremo será de 4,58501 $°\mathrm{C}$. Dar el resultado con 6 cifras exactas

▼ Ejercicios del Drive

Considere el siguiente problema de valores de contorno:

$$\begin{cases} x^2y''(x) + \dfrac{11}{3}xy'(x) - y(x) + \ln x - \dfrac{8}{3} = 0, & 1 \le x \le 4 \\ y(1) = 1, \quad y(4) = 2.9736954 \end{cases}$$

a) Calcule $y(2.5)$ con 7 cifras decimales exactas utilizando el método de diferencias finitas.

$y(2.5) =$ 2,2734995 ✔

b) Estime $y'(2.5)$ con 5 cifras decimales.

$y'(2.5) =$ 0,58091

c) Con los datos obtenidos, estime la integral $\int_1^4 y(x)\,dx$.

$\int_1^4 y(x)\,dx =$ 6,5573805878849102 ✔

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

% funciones
p = @(x) (-11/3).*x./x.^2;
q = @(x) 1./x.^2;
r = @(x) (-log(x)+(8/3))./x.^2;

f = @(x) [p(x) q(x) r(x)];
% rob = [0 1 b] para direchet
rob = [0 1 2.9736954];
ycd = 1;
h = 0.001;

inter = [1 4];
N = abs(inter(2) - inter(1)) / h;

[x, y] = dif_fin_rob(f, inter, ycd, rob, N);
plot(x,y);

% item A
```

```
idx = find(x >= 2.5, 1);
y(idx)

% item B
dy = (y(idx) - y(idx-1))/h

% item C
Q = simpsoncomp(x,y)
```

**Ejercicio 1**

Una barra de aluminio homogénea de $2\ \mathrm{cm}$ de largo y $A = 0.01\ \mathrm{cm}^2$ de sección transversal se somete a un estudio de difusión-reacción de calor. Se conocen las propiedades de dicho material: calor específico $c = 0.217\ \mathrm{cal/(g\,°C)}$, densidad $\rho = 2.7\ \mathrm{g/cm^3}$ y conductividad térmica $K_0 = 0.57\ \mathrm{cal/(s \cdot cm \cdot °C)}$. En la barra actúa una fuente de calor $f = 12\cos(2x)$, medida en $\mathrm{cal/(s \cdot cm^3)}$, y un proceso reactivo cuyo coeficiente en cada punto de la barra se expresa como $c_R(x) = 5(x-2)$, con unidades $\mathrm{cal/(s \cdot cm^3 \cdot {}^\circ C)}$. El extremo izquierdo de la barra se somete a una temperatura fija de $6°\mathrm{C}$. Recordemos que el flujo de calor por unidad de área $\phi$ en un punto de la barra se determina como:
$\phi(x) = -K_0 u'(x)$.

**(a)** Si se conoce el flujo en el extremo derecho $\phi(2) = -40\ \mathrm{cal/(s \cdot cm^2)}$, el flujo en el extremo izquierdo sería $\phi(0) =$ -65,54 ✔ $\mathrm{cal/(s \cdot cm^2)}$. (Dar el resultado con 4 cifras exactas).

**(b)** La energía térmica total de la barra se puede calcular como $E = A\int_0^L c\rho u(x)dx$. Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, la energía térmica total es $E =$ -0,076252 ✔ cal. (Dar el resultado con 5 cifras exactas).

**(c)** Suponga ahora que se conoce el flujo en el extremo izquierdo $\phi(0) = -20\ \mathrm{cal/(s \cdot cm^2)}$, pero no en el extremo derecho. Entonces, la temperatura en el extremo derecho será de 13,7041 ✔ $°\mathrm{C}$ y el flujo será $\phi(2) =$ -23,5025 ✔ $\mathrm{cal/(s \cdot cm^2)}$. (Dar el resultado con 6 cifras exactas).

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

% Datos
L = 2;
A = 0.01;
c = 0.217;
ro = 2.7;
K0 = 0.57;
y0 = 6;
uE = 4;

% Funciones
fuente = @(x) 12.*cos(2.*x); % cal/(s*cm^3)
cR = @(x) 5.*(x - 2);        % cal/(s*cm^3*°C)

inter = [0 L];

% p = @(x) (c * ro / K0) * ones(size(x));
p = @(x) 0.*x;
q = @(x) cR(x) ./ K0;
r = @(x) -fuente(x)./K0;

f = @(x) [p(x) q(x) r(x)];

% rob = [k0 0 q] para neumann
rob = [K0 0 40];
ycd = y0;
h = 0.0001;
N = abs(inter(2) - inter(1)) / h;

[x, y] = dif_fin_rob(f, inter, ycd, rob, N);

% Gráfico de temperatura
plot(x, y, '-b');
```

```
xlabel('x (cm)');
ylabel('Temperatura (°C)');
title('Distribución de temperatura en la barra');

phi0 = -K0 * (y(2) - y(1)) / h

integrando =  c*ro.*y;
Q = A*simpsoncomp(x,integrando)

% ====================================================================

F = @(t,x) [x(2); (fuente(t) - cR(t).*x(1))./(-K0)];
y0 = [6 20/K0];

[t,y]=rk4(F, inter, y0, N);
y(end,1)

phi_2 = -K0*y(end,2)
```

Considere el siguiente problema de valores de contorno:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}\left((1-x^2)\frac{d}{dx}y(x)\right) + 42y(x) = 0, \quad -1 \leq x \leq 1 \\ y(-1) = 1, \quad y(1) = 1 \end{cases}$$

**(a)** Determine el valor de $y(0)$ con 6 cifras decimales exactas. $y(0) =$ -0,312499 ✔

**(b)** Encuentre el polinomio de grado $\leq 6$ que mejor ajusta a los datos obtenidos en (a), en el sentido de cuadrados mínimos. Si llamamos $a_i$ con $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ al coeficiente que acompaña a $x^i$, reporte los valores obtenidos con 3 cifras decimales:

$a_0 =$ -0.312 ✔

$a_1 =$ 0,000 ✔

$a_2 =$ 6,562 ✔

$a_3 =$ 0,000 ✔

$a_4 =$ -19,687 ✔

$a_5 =$ 0,000 ✔

$a_6 =$ 14,437 ✔

**(c)** Calcule las 3 raíces positivas del ajuste obtenido, con 8 cifras decimales. (Utilice todos los decimales obtenidos en el ajuste, y no sólo los 3 reportados de cada coeficiente). Reportarlos en orden creciente:

Raíz menor: 0,20000000 ✘

Raíz del medio: 0,60000000 ✘

Raíz mayor: 0,89000000 ✘

Raíz menor: 0.23861917

Raíz medio:  0.661209349

Raíz mayor:  0.932469479

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

% Definición de coeficientes con protección contra división por cero
p = @(x) 2.*x./(1 - x.^2);
q = @(x) -42./(1 - x.^2);
r = @(x) 0.*x;

% IMPORTANTE: f debe ser función columna
f = @(x) [p(x) q(x) r(x)];

% Intervalo evitando extremos
eps = 1e-10;
inter = [-1 + eps, 1 - eps];

% Condiciones de contorno y discretización
yc = [1 1];
h = 0.1;
L = round(abs(inter(2) - inter(1)) / h);
```

```
[x, y] = disparo_lineal(f, inter, yc, L);

% Buscar y(0)
idx0 = find(x >= 0 + eps, 1);
y0 = y(idx0);
disp(y0);

for i=0:5
  L = L*2;
  [x, y] = disparo_lineal(f, inter, yc, L);
  % Buscar y(0)
  idx0 = find(x >= 0, 1);
  y0 = y(idx0);
  disp(y0);
endfor

% ======================================================================

% Ajustamos el polinomio
a = polyfit(x, y, 6);  % devuelve a6, a5, ..., a0

% Invertimos el orden para que sea [a0, a1, ..., a6]
a_flip = fliplr(a);

% Mostrar con 3 cifras decimales
for i = 0:6
  printf("a_%d = %.4f\n", i, a_flip(i+1));
end

% ======================================================================

xx = linspace(min(x), max(x), 500);
yy = polyval(fliplr(a), xx);  % evalúa el polinomio ajustado

plot(xx, yy, 'b-');

roots(a)
```

**Ejercicio 1**

Una barra de aluminio homogénea de $2\,\mathrm{cm}$ de largo y $A = 0.01\,\mathrm{cm}^2$ de sección transversal se somete a un estudio de difusión-reacción de calor. Se conocen las propiedades de dicho material: calor específico $c = 0.217\,\mathrm{cal}/(\mathrm{g}\,^\circ\mathrm{C})$, densidad $\rho = 2.7\,\mathrm{g}/\mathrm{cm}^3$ y conductividad térmica $K_0 = 0.57\,\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}\cdot\,^\circ\mathrm{C})$. El extremo izquierdo de la barra se somete a una temperatura fija de $6^\circ\mathrm{C}$ y en el extremo derecho rige la ley de enfriamiento de Newton donde $H = 10\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2\cdot^\circ\mathrm{C})$ es el coeficiente transferencia de calor y $u_E = 4^\circ\mathrm{C}$ es la temperatura exterior. En la barra actúa una fuente de calor $f = 12\cos(2x)$, medida en $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^3)$, y un proceso reactivo cuyo coeficiente en cada punto de la barra se expresa como $c_R(x) = 5(x-2)$, con unidades $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^3\cdot^\circ\mathrm{C})$.

**(a)** Calcule la temperatura en el extremo derecho con 4 cifras decimales exactas.

Temperatura en el extremo derecho: 0.1413 $^\circ\mathrm{C}$

**(b)** El flujo de calor $\phi$ en un punto de la barra se determina como: $\phi(x) = -K_0u'(x)$.

Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, realice una estimación del flujo en el extremo derecho de la barra. (Dar el resultado con 5 cifras exactas).

Flujo en el extremo derecho: -38.588 $\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2)$

**(c)** La energía térmica total de la barra se puede calcular como $E = A\int_0^L c\rho u(x)dx$. Estime dicha energía.

$E =$ -0.07069858 $\mathrm{cal}$

**(d) (Sólo libres)** Si el flujo en el extremo izquierdo de la barra es $-48\,\mathrm{cal}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}^2)$, la temperatura en el otro extremo será de 4.585017 $^\circ\mathrm{C}$. Dar el resultado con 6 cifras exactas

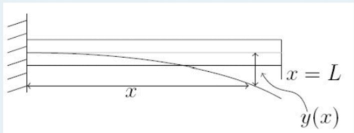
▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

% Datos
L = 2;
A = 0.01;
c = 0.217;
ro = 2.7;
K0 = 0.57;
```

```
y0 = 6;
uE = 4;
H = 10;

% Funciones
fuente = @(x) 12.*cos(2.*x); % cal/(s*cm^3)
cR = @(x) 5.*(x - 2);        % cal/(s*cm^3*°C)

inter = [0 L];

p = @(x) 0.*x;
q = @(x) cR(x) ./ K0;
r = @(x) -fuente(x)./K0;

f = @(x) [p(x) q(x) r(x)];
rob = [K0 H H*uE];   % Condición de frontera derecha (tipo Robin)
ycd = y0;
h = 0.01;
N = round(abs(inter(2) - inter(1)) / h);

[x, y] = dif_fin_rob(f, inter, ycd, rob, N);

% Gráfico de temperatura
plot(x, y, '-b');
xlabel('x (cm)');
ylabel('Temperatura (°C)');
title('Distribución de temperatura en la barra');

% (a) Temperatura en x = L
fprintf('(a) T(L=2cm) = %.4f °C\n', y(end));

for i=0:2
  N = 2*N;
  [x, y] = dif_fin_rob(f, inter, ycd, rob, N);
  % (a) Temperatura en x = L
  fprintf('(a) T(L=2cm) = %.4f °C\n', y(end));
endfor


% (b) Estimación del flujo en x = L
h = abs(inter(2) - inter(1)) / N;
dy = (y(end) - y(end-1)) / h;
phi_L = -K0 * dy;
fprintf('(b) Flujo en el extremo derecho: %.5f cal/(s*cm^2)\n', phi_L);

% (c) Energía total
cpuro = c * ro;
integrando = cpuro .* y; % vector temperatura * c*rho
E = A *simpsoncomp(x,integrando);
fprintf('(c) Energía total: %.10f cal\n', E);

% (d) Si flujo en x=0 es -48, hallar T en x=2
% Parámetros
% Sistema de primer orden
f = @(x,y) [
    y(2);
    p(x)*y(2) + q(x)*y(1) + r(x)
];

% Condiciones iniciales
du_dx0 = 48 / K0;
y0 = [6; du_dx0];

% Resolución
```

```
inter = [0 2];
L = 2000;

[t, y] = rk4(f, inter, y0, L);

% Resultado inciso (d)
fprintf('(d) T(x=2) = %.6f °C\n', y(end,1));
```

**Ejercicio 2**




Consideremos una viga recta, de material homogéneo y uniforme, cuya longitud $L$ es mucho mayor al área de su sección transversal. Ubiquemos la viga de manera que su **eje de simetría** se corresponda con $y = 0$ en el plano cartesiano. Para cada posición horizontal $0 \leq x \leq L$, la **curva elástica** $y(x)$ mide el desplazamiento vertical (hacia abajo) del eje de simetría a causa de la flexión producida por aplicación de cargas transversales en el plano $xy$ sobre la viga.

La **curva elástica** satisface la ecuación $M(x) = EI\kappa(x)$, donde $\kappa = \frac{y''}{(1+(y')^2)^{\frac{3}{2}}}$ es su curvatura, $M(x)$ el momento flector sobre la abscisa $x$, $E$ la constante de elasticidad del material e $I$ el momento de inercia de la sección transversal.

Consideremos una viga de hierro de longitud $L = 120cm$ con constantes $E = 2.1 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2}$ e $I = 4250cm^4$. Consideremos también que la viga está en voladizo, es decir, el extremo izquierdo está empotrado a una pared mientras que el derecho está libre, de manera que la curva elástica satisface $y(0) = 0$, e $y'(0) = 0$. Supongamos ahora que se aplica sobre el extremo libre una carga de $P = 3000kg$, de manera que el momento flector en cada $x$ es $M(x) = P(L - x)$.

**a)** El máximo desplazamiento del eje de simetría ocurrió en la posición $x =$ ____ $cm$ y **fue de** ____ $cm$ (4 decimales).

**b)** La pendiente de la curva comienza a ser mayor a $0.0019$ a partir de los ____ $cm$ (2 decimales correctos).

**Nota**: Se sugiere entregar desarrollo del ejercicio en una hoja, para sumar puntos por desarrollo.

▼ Código Nico

```
clear all; clc;
close all;
format long;

Long = 120;
I = 4250;
E = 2.1e6;
P = 3000;

f = @(t,x) [x(2);(P.*(Long-t).*(1+x(2).^2).^(3/2))./(E*I)];
inter = [0 Long];
y0 = [0 0];
h = 0.01;
L = Long/h;

[t,y]=rk4(f, inter, y0, L);

% (a) Máximo desplazamiento
[max_disp, idx] = max(y(:,1));
x_max = t(idx);

fprintf("(a) Máximo desplazamiento = %.4f cm en x = %.4f cm\n", max_disp, x_max);

% (b) x donde y' > 0.0019
pendiente = y(:,2);
i = find(pendiente >= 0.0019, 1);
fprintf("(b) y'(x) > 0.0019 a partir de x = %.2f cm\n", t(i));

% Gráfica opcional
figure;
plot(t, y(:,1), 'b'); grid on;
xlabel('x (cm)');
ylabel('y(x) (cm)');
title('Curva elástica de la viga');
```

**Ejercicio 3**

Se construye un péndulo mediante una masa $m$ unida al extremo de un cable unido al techo. Suponga que la longitud del cable $l(t)$ varía con el tiempo de cierta manera predeterminada. Si $\theta(t)$ es el ángulo entre el péndulo y la vertical, entonces el movimiento del péndulo queda descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$l^2(t)\theta''(t) + 2l(t)l'(t)\theta'(t) + gl(t)\theta(t) = 0$

donde $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ es la aceleración debido a la gravedad. Suponga que

$l(t) = l_0 + l_1\cos(\omega t + \phi)$,

con $l_0 = 10\,\mathrm{m}, l_1 = 1\,\mathrm{m}, \omega = 1\,\mathrm{rad/s}$ y $\phi = 0.02\,\mathrm{rad}$. Estime con la precisión solicitada:

**(a)** Si el péndulo parte de un ángulo inicial $\theta_0 = 0.5\,\mathrm{rad}$, la velocidad inicial que se necesita para que el péndulo pase por la posición de equilibrio exactamente a los 5 segundos es $\theta'_0 =$ ____ $\mathrm{rad/s}$ (Dar el resultado con 3 decimales exactos).

**(b)** La máxima amplitud del ángulo del péndulo en ese período es de ____ $\mathrm{rad}$, y ocurre a los ____ segundos. (Dar respuestas con 4 cifras exactas).

**(c)** A los 2.5 segundos, el péndulo se encuentra ____ la posición de equilibrio, formando un ángulo con la vertical de amplitud ____ $\mathrm{rad}$.

SOLUCION:

a) 0.1213 rad/seg.
b) 0.6271 rad., 3.384 seg.
c) A la izquierda de: , 0.38188 rad.

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

% y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x) para x en [a,b]
% y(a)=alpha , y(b) = beta

g = 9.81;
l0 = 10;
l1 = 1;
w = 1;
phi = 0.02;

l = @(t) l0 + l1.*cos(w.*t+phi);
dl = @(t) -l1.*sin(w.*t+phi)*w;

p = @(t) -2.*dl(t)./l(t);
q = @(t) -g./l(t);
r = @(t) 0.*t;

f = @(t) [p(t) q(t) r(t)];
inter = [0 5];
yc = [0.5 0];
h = 0.0001;
L = round(abs(inter(2)-inter(1))/h);

[x,y]=dif_fin_dir(f,inter,yc,L);

dy = (y(2) - y(1)) /h;  % Aproximación de θ'(0)

fprintf("a) Velocidad inicial θ'(0): %.4f rad/s\n", dy);

[max_theta, idx] = max(abs(y));
t_max = x(idx);
fprintf("b) Máxima amplitud: %.4f rad, ocurre a los %.3f s\n", max_theta, t_max);

idx = find(x >= 2.5,1);
theta_2_5 = y(idx)

fprintf("c) A los 2.5 s: %.5f rad\n", abs(theta_2_5));

if theta_2_5 > 0
   disp('A la derecha de la posición de equilibrio.');
else
   disp('A la izquierda de la posición de equilibrio.');
end
```

**Ejercicio 3**

Se construye un péndulo mediante una masa $m$ unida al extremo de un cable unido al techo. Suponga que la longitud del cable $l(t)$ varía con el tiempo de cierta manera predeterminada. Si $\theta(t)$ es el ángulo entre el péndulo y la vertical, entonces el movimiento del péndulo queda descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$l^2(t)\theta''(t) + 2l(t)l'(t)\theta'(t) + gl(t)\theta(t) = 0$

donde $g = 9.81\text{m/s}^2$ es la aceleración debido a la gravedad. Suponga que

$l(t) = l_0 + l_1\cos(\omega t + \phi)$,

con $l_0 = 10\text{m}, l_1 = 1\text{m}, \omega = 1\text{rad/s}$ y $\phi = 0.02\text{rad}$. Estime con la precisión solicitada:

**(a)** Si el péndulo parte de un ángulo inicial $\theta_0 = 0.5$, la velocidad inicial que se necesita para que el péndulo pase por la posición de equilibrio exactamente a los 5 segundos es $\theta'_0 =$ 0.121 ✔ rad/s (Dar el resultado con 3 decimales exactos).

**(b)** La máxima amplitud del ángulo del péndulo en ese período es de 0.6271 ✔ rad, y ocurre a los 3.384 ✔ segundos.

(Dar respuestas con 4 cifras exactas).

---

Lea detenidamente el enunciado del siguiente link

Ver Enunciado

a) Calcule la temperatura en el extremo derecho con 4 cifras decimales exactas.

Temperatura en el extremo derecho: 3,7146 ✔

b) El flujo de calor $\phi$ en un punto de la barra se determina como: $\phi(x) = -K_0 u'(x)$.

Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, realice una estimación del flujo en el extremo derecho de la barra.

Flujo en el extremo derecho: -4,280839656898965 ✔

c) La energía térmica total de la barra se puede calcular como $E = A\int_0^L c\rho u(x)dx$. Estime dicha energía.

$E =$ 0,02949610140295054 ✔ cal

Una barra de aluminio homogénea de 2 cm de largo y $A = 0.01\,\text{cm}^2$ de sección transversal se somete a un estudio de difusión-reacción de calor. Se conocen las propiedades de dicho material: calor específico $c = 0.217\,\text{cal}/(\text{g}\,°\text{C})$, densidad $\rho = 2.7\,\text{g}/\text{cm}^3$ y conductividad térmica $K_0 = 0.57\,\text{cal}/(\text{s}\cdot\text{cm}\cdot°\text{C})$. El extremo izquierdo de la barra se somete a una temperatura fija de 6°C y en el extremo derecho rige la ley de enfriamiento de Newton donde $H = 15\,\text{cal}/(\text{s}\cdot\text{cm}^2\cdot°\text{C})$ es el coeficiente transferencia de calor y $u_E = 4$ °C es la temperatura exterior. En la barra actúa una fuente de calor $f = 2x(2-x)$, medida en $\text{cal}/(\text{s}\cdot\text{cm}^3)$, y un proceso reactivo cuyo coeficiente en cada punto de la barra se expresa como $c_R(x) = 0.1x^3 + 2.5$, con unidades $\text{cal}/(\text{s}\cdot\text{cm}^3\cdot°\text{C})$.

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

% Datos
L = 2;
A = 0.01;
c = 0.217;
ro = 2.7;
K0 = 0.57;
y0 = 6;
uE = 4;
H = 15;

% Funciones
fuente = @(x) 2.*x.*(2 - x); % cal/(s*cm^3)
cR = @(x) 0.1.*x.^3 + 2.5;        % cal/(s*cm^3*°C)

inter = [0 L];

% p = @(x) (c * ro / K0) * ones(size(x));
p = @(x) 0.*x;
q = @(x) cR(x) ./ K0;
r = @(x) -fuente(x)./K0;

f = @(x) [p(x) q(x) r(x)];
```

```
% rob = [K0 H H*uE] para robin
rob = [K0 H H*uE];
ycd = y0;
h = 0.00005;
N = abs(inter(2) - inter(1)) / h;

[x, y] = dif_fin_rob(f, inter, ycd, rob, N);

% Gráfico de temperatura
plot(x, y, '-b');
xlabel('x (cm)');
ylabel('Temperatura (°C)');
title('Distribución de temperatura en la barra');

y(end)

dy = (y(end)-y(end-1))/h;
phi_2 = -K0*dy

integrando =  c*ro.*y;
Q = A*simpsoncomp(x,integrando)
```

(Relacionado al Ejercicio 6 del TP8)

a) Considere ahora que $c_R = 0.5x + 0.5$. Calcule la temperatura en el punto medio de la barra con la misma precisión solicitada en el ejercicio original.

Temperatura en el punto medio: 51,8168 ✖ °C

b) El flujo de calor $\phi$ en un punto de la barra se determina como: $\phi(x) = -K_0 u'(x)$.

Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, realice una estimación del flujo en el extremo izquierdo de la barra.

Flujo en el extremo izquierdo: -14,5662 ✖

Sugerencia: Estime numéricamente $u'$ en el punto solicitado.

**Solución: Temp. Punto medio: 15.7496 ºC**

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

% y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x) para x en [a,b]
% y(a)=alpha , Ay'(b) + By(b) = C

Long = 5; % cm
K0 = 0.9;
y0 = 6;
H = 15;
uE = 4;
inter = [0 5];
cR = @(x) 0.5.*x + 0.5;
fuente = @(x) 5.*x.*(5-x);

p = @(x) 0.*x;
q = @(x) cR(x) ./ K0;
r = @(x) -fuente(x)./K0;

f =@(x) [p(x) q(x) r(x)];
rob = [K0 H H*uE];
ycd = y0;
h = 0.01;
L = abs(inter(2)-inter(1))./h;

[x,y] = dif_fin_rob(f,inter,ycd,rob,L);

plot(x,y,'-b');
```

```
idx = find(x >= 2.5, 1);
y(idx)

dy = (y(idx)-y(idx-1))/h;
phi_2_5 = -K0*dy
```

(Relacionado al Ejercicio 5 del TP8)

a) Considere ahora que el sistema posee un coeficiente de reacción $c_R = 2$. Calcule la temperatura en el extremo derecho, con la misma precisión solicitada en el ejercicio original.

Temperatura en el extremo derecho: 20,54 ✖

b) El flujo de calor $\phi$ en un punto de la barra se determina como: $\phi(x) = -K_0 u'(x)$.

Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, realice una estimación del flujo en el extremo izquierdo de la barra.

Flujo en el extremo izquierdo: -0,50 ✖

Sugerencia: Estime numéricamente $u'$ en el punto solicitado.

Solución: Temp. Extremo derecho: 2.376

Flujo en el extremo izquierdo: 27.488

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

Long = 3;
y0 = 21;
H = 0;
ue = 4;
K0 = 1;

fuente = @(x) 20*sin(5*(x-1));
cR = @(x) 2.*ones(size(x));

p = @(x) 0.*x;
q = @(x) cR(x) ./ K0;
r = @(x) -fuente(x)./K0;

f =@(x) [p(x) q(x) r(x)];

rob = [K0 0 0];

inter = [0 3];
h = 0.01;
L = round(abs(inter(2)-inter(1))/h);

ycd = y0;
[x,y]=dif_fin_rob(f,inter,ycd,rob,L);
plot(x,y,'-b');


y(end)

dy = (y(2)-y(1))/h;
phi_0 = -K0*dy
```

(Relacionado al Ejercicio 5 del TP8)

a) Considere ahora que en el extremo derecho rige la ley de enfriamiento de Newton con constante de transferencia de calor $H = 5$ y la temperatura externa es $u_E = 10$. Calcule la temperatura en el extremo derecho, con la misma precisión solicitada en el ejercicio original.

Temperatura en el extremo derecho: ✖

b) El flujo de calor $\phi$ en un punto de la barra se determina como: $\phi(x) = -K_0 u'(x)$.

Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, realice una estimación del flujo en el extremo derecho de la barra.

Flujo en el extremo derecho: ✖

Solución: Temp. Extremo derecho: 11.241

Flujo en el extremo izquierdo: 6.208

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;

Long = 3;
y0 = 21;
H = 5;
uE = 10;
K0 = 1;

fuente = @(x) 20*sin(5*(x-1));
cR = @(x) 0.*x;

p = @(x) 0.*x;
q = @(x) cR(x) ./ K0;
r = @(x) -fuente(x)./K0;

f =@(x) [p(x) q(x) r(x)];

rob = [K0 H H*uE];

inter = [0 3];
h = 0.0001;
L = abs(inter(2)-inter(1))/h;

ycd = y0;
[x,y]=dif_fin_rob(f,inter,ycd,rob,L);
plot(x,y,'-b');


y(end)

dy = (y(end)-y(end-1))/h;
phi_0 = -K0*dy
```

Una barra de aluminio homogénea de 2 cm de largo y $A = 0.01\,\text{cm}^2$ de sección transversal se somete a un estudio de difusión-reacción de calor. Se conocen las propiedades de dicho material: calor específico $c = 0.217\,\text{cal}/(\text{g}\,°\text{C})$, densidad $\rho = 2.7\,\text{g}/\text{cm}^3$ y conductividad térmica $K_0 = 0.57\,\text{cal}/(\text{s}\cdot\text{cm}\cdot°\text{C})$. El extremo izquierdo de la barra se somete a una temperatura fija de 6°C y en el extremo derecho rige la ley de enfriamiento de Newton donde $H = 15\ \text{cal}/(\text{s}\cdot\text{cm}^2\cdot°\text{C})$ es el coeficiente transferencia de calor y $u_E = 4$ °C es la temperatura exterior. En la barra actúa una fuente de calor $f = 2x(2-x)$, medida en $\text{cal}/(\text{s}\cdot\text{cm}^3)$, y un proceso reactivo cuyo coeficiente en cada punto de la barra se expresa como $c_R(x) = 0.1x^3 + 2.5$, con unidades $\text{cal}/(\text{s}\cdot\text{cm}^3\cdot°\text{C})$.

Lea detenidamente el enunciado del siguiente link

Ver Enunciado

a) Calcule la temperatura en el extremo derecho con 4 cifras decimales exactas.

Temperatura en el extremo derecho: 3,7146 ✔

b) El flujo de calor $\phi$ en un punto de la barra se determina como: $\phi(x) = -K_0 u'(x)$.

Considerando la discretización obtenida en el inciso anterior, realice una estimación del flujo en el extremo derecho de la barra.

Flujo en el extremo derecho: -4,280839656898965 ✔

c) La energía térmica total de la barra se puede calcular como $E = A\int_0^L c\rho u(x)dx$. Estime dicha energía.

$E =$ 0,02949610140295054 ✔ cal

Dado el siguiente problema de valores de contorno (PVC),

$$u''(x) = 5x - u, \qquad a \le x \le b$$
$$u(a) = \alpha, \quad u(b) = \beta$$

Se discretiza el intervalo $[a, b]$ en $N + 2$ puntos $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_{N+1} = b$ y se considera una aproximación centrada de 3 puntos para $u''(x)$.

Considerando el enunciado del siguiente link

Enunciado del ejercicio

Plantee el *método de diferencias finitas* para el PVC y justifique cómo se resolvería numéricamente el problema, presentando las ecuaciones generales e indicando claramente en qué instancia de la resolución intervienen las condiciones de contorno.

(Se sugiere adjuntar un archivo legible con sus datos personales con el desarrollo del ejercicio).

En el archivo adjunto está el desarrollo del problema.

$U'' = 5x - U$ Maldonado Nahuel

$U(a) = \alpha \quad U(b) = \beta$ 41188818

En cada punto del intervalo se va a cumplir la ED. Entonces,

$U''(x_i) = 5x_i - U(x_i)$

Para aproximar $U''(x)$ voy a utilizar una fórmula en diferencias, en este caso una fórmula de 3 puntos.

• Llamaré $U_i$ a mi aproximación de $U(x_i)$

$U''(x_i) \approx \frac{U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1}}{h^2}$ siendo $h$ la distancia entre nodos

De esta forma, puedo relacionar cada nodo en términos de sus adyacentes

$U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1} = h^2(5x_i - U_i)$ multiplicando por $h^2$

$U_{i-1} + U_i(-2 + h^2) + U_{i+1} = h^2 5x_i$ redistribuyendo

Puedo plantear esta ecuación para cada uno de los $N$ nodos internos y con estas ecuaciones voy a formar un sistema de ecuaciones lineales.

En la primer y última ecuación van a intervenir las condiciones de contorno, ya que son adyacentes al primer y último nodo interno. Entonces, los puedo pasar al vector de términos independientes. En conclusión, el sistema queda como $Au = F$ donde

$$\begin{bmatrix} -2+h^2 & 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 1 & -2+h^2 & 1 & 0 & & \cdots \\ 0 & 1 & -2+h^2 & 1 & & 0 \\ & \cdots & \cdots & & \cdots & \\ \cdots & & 1 & -2+h^2 & & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & & -2+h^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0 \\ U_1 \\ \cdots \\ \\ U_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h^2 5x_i - \alpha \\ h^2 5x_i \\ \cdots \\ h^2 5x_i \\ h^2 5x_i - \beta \end{bmatrix}$$

NOTA

Comentario:

Un minimo detalle. En el vector de terminos independientes pusiste todos xi sin colocar el i correspondiente a cada ecuacion.

Escribir comentario o corregir la calificación

Dado el siguiente problema de valores de contorno (PVC),

$$u''(x) = 5x - u, \qquad a \leq x \leq b$$
$$u(a) = \alpha, \quad u(b) = \beta$$

Se discretiza el intervalo $[a, b]$ en $N + 2$ puntos $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_{N+1} = b$ y se considera una aproximación centrada de 3 puntos para $u''(x)$.

Considerando el enunciado del siguiente link
Enunciado del ejercicio

Plantee el *método de diferencias finitas* para el PVC y justifique cómo se resolvería numéricamente el problema, presentando las ecuaciones generales e indicando claramente en qué instancia de la resolución intervienen las condiciones de contorno.

(Se sugiere adjuntar un archivo legible con sus datos personales con el desarrollo del ejercicio).

Es un ejercicio de valor de contorno, lo resuelvo con el metodo de diferencias finitas lineal.
El ejercicio es u''(x) = 5x - u con a <= x <= b y que u(a) = alfa y u(b) = beta; es lineal.

Se resuelve con la ecuacion -(1+h/2*p(xi))*wi-1 + (2+h^2*q(xi))*wi - (1-h/2*p(xi))*wi+1 = -h^2*r(xi) donde los wi son las soluciones aproximadas de u(xi) y los xi los valores de x, para i = 1 ,1 ,2 ... n, y los p(xi), q(xi) y r(xi) son los terminos que acompañan a los wi.

Para i = 1 w0 es equivalente a alfa, por lo que se pasa a lado derecho de la ecuacion; lo mismo pasa cuando i = n, donde wn+1 es beta, asi que tambien se lo pasa a lado derecho de la ecuacion.

Como la ecuacion se constituye a partir de las soluciones aproximadas del paso anterior e siguiente, lo puedo plantear como un sistema de ecuacion lineal resolviendo una matriz tridiagonal, de esta forma encuentro la solucion aproximadas. (Es conveniente usando el metodo Crout).

Considerando el enunciado del siguiente link
Enunciado del ejercicio

Plantee el *método de diferencias finitas* para el PVC dado y justifique cómo se resolvería numéricamente el problema, presentando las ecuaciones según los datos fijos del problema planteado e indicando claramente en qué instancia de la resolución intervienen las condiciones de contorno. **Sólo debe aparecer como variable las incógnitas del problema**, y todos los datos deben estar correctamente representados.

(Se sugiere adjuntar un archivo legible con sus datos personales con el desarrollo del ejercicio).

Enunciado del ejercicio:

Dado el siguiente problema de valores de contorno (PVC),

$$\begin{cases} -u_{xx} = 20e^{-10(x-0.7)^2}, & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0) = 5, \\ u(1) = 6. \end{cases}$$

Se discretiza el intervalo $[0, 1]$ en 41 puntos $0 = x_0 < x_1 < \ldots < x_{40} = 1$ y se considera una aproximación centrada de 3 puntos para $u''(x)$.

Dado el enunciado del siguiente link

Enunciado del Ejercicio

Calcule u$(0.5)$, mediante el método de diferencias finitas para la discretización dada, en la pregunta 1.

Dado el siguiente problema de valores de contorno (PVC),

$$\begin{cases} -u_{xx} = 20e^{-10(x-0.7)^2}, & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0) = 5, \\ u(1) = 6. \end{cases}$$

Se discretiza el intervalo $[0, 1]$ en 41 puntos $0 = x_0 < x_1 < \ldots < x_{40} = 1$ y se considera una aproximación centrada de 3 puntos para $u''(x)$.

RESPUESTA: 6.9801 (corresponde a u(0.5))

▼ Código Nico

```
clear all; clc; close all;
format long;


p = @(x) 0.*x;
q = @(x) 0.*x;
r = @(x) -20.*e.^(-10.*(x-0.7).^2);

f =@(x) [p(x) q(x) r(x)];

inter = [0 1];
yc = [5 6];
L = 40;

[x,y]=dif_fin_dir(f,inter,yc,L);

plot(x,y,'-b');

idx = find(x >= 0.5, 1);
y(idx)
```