



# Apunte 2

## Conceptos.

El objetivo de la Matemática Financiera es estudiar variaciones de sumas de dinero a través del tiempo, es decir, analizar las variaciones del capital en el tiempo.

- Operación financiera: debe existir un intercambio de capitales no simultaneo y un precio por tal.
- Componentes:
  - a. Dador/Prestamista.
  - b. Prestario/Deudor.
  - c. Capital.
  - d. Interés.
  - e. Tiempo.

Jurídicamente → compensación al acreedor por privación del capital.

Financieramente → precio del tiempo por el uso del capital.

## Tasas de Intereses.

- Tasa de Interés simple: Valor constante de los intereses. Es el mismo en cada período ya que se calcula sobre un mismo capital inicial.

$$Is = C_0 * i * n$$

- Tasa de Interés compuesto: Los intereses generados en un periodo se capitalizan acumulando al valor inicial para producir nuevos intereses.

$$C_n = C_o * (1 + i)^n$$

## Capitalización vs Actualización.

La capitalización es el proceso por el cual se conoce  $C_0$  y se desea hallar  $C_n$ , mientras que por el contrario, la actualización es cuando con el valor final  $C_n$  busco hallar  $C_0$ .

- **Factor de capitalización** → Se utiliza para llevar una cantidad presente  $P$  a una cantidad futura  $F$  mediante una tasa de interés  $i$  durante  $n$  periodos.

$$F = Presente / (1 + i)^n$$

- **Factor de actualización** → Se usa para traer una cantidad futura  $F$  al presente, aplicando la misma tasa de interés  $i$  durante  $n$  periodos.

$$P = Final / (1 + i)^n$$

## **Tasa Efectiva de un Conjunto de Operaciones.**

Para calcular la tasa efectiva para un conjunto de operaciones en las cuáles no se practicaron ni nuevos aportes ni retiros de capital, debería comparar al capital inicial depositado y el capital finalmente obtenido al cabo las distintas operaciones financieras.

Allí se obtiene el factor de capitalización para el plazo de la operación "total", restándole 1 se hallará la tasa.

$$10.000 \cdot (1,085)^{(120/365)} = \$ 10.271,84 \quad 10.271,84 \cdot (1,075)^{(90/365)} = \$ 10.456,65 \quad 10.456,65 \cdot (1,09)^{(120/365)} = \$ 10.757,15$$

*¿Cuál es la tasa efectiva para el conjunto de las operaciones?*

$$10.757,15 / 10.000 = 1,075715 \text{ (factor de capitalización)}$$

$$1,075715 - 1 = 0,075715 = 7,57\% \text{ para 330 días (120 + 90 + 120)}$$

*La tasa efectiva de la operación es de 7,57% para 330 días*

Ejemplo de Tasa efectiva.

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i_1)^{n_1} \cdot (1 + i_2)^{n_2} \cdot (1 + i_3)^{n_3} \rightarrow \frac{C_n}{C_0} = (1 + i_1)^{n_1} \cdot (1 + i_2)^{n_2} \cdot (1 + i_3)^{n_3} = (1 + i_{ef}) = Fc$$

$$i_{ef} = Fc - 1 ; \quad i_{ef} = (1 + i_1)^{n_1} \cdot (1 + i_2)^{n_2} \cdot (1 + i_3)^{n_3} - 1 ; \quad i_{ef} = \frac{C_n}{C_0} - 1$$

Deducción de tasa efectiva, a veces puedo simplemente multip. intereses

**Tasa equivalente** → Si el plazo del conjunto de operaciones coincide con el año allí se obtendrá la tasa buscada, en caso contrario, se tendrá que hallar la tasa equivalente anual, mediante la aplicación de potencias al factor de capitalización logrado.

*Siguiendo con el ejemplo:*

*7,57% + 1 = 1,075715 (pasamos de la tasa de interés al factor de capitalización original)*

*1,075715 ^ (365 / 330) = 1,084074 / hallamos la tasa anual equivalente del factor de capitalización originalmente expresado para 330 días.*

*1,084074 - 1 = 0,084074 = 8,4074% anual*

*Con lo cuál, la tasa efectiva para el conjunto de operaciones originales es de 7,57% para 330 días.*

*La tasa anual equivalente de la anterior es del 8,4074% (para 365 días o anual).*

## **Tasas Nominales vs Reales.**

Con el contexto inflacionario actual reaparece en la economía la importancia de observar ya no exclusivamente las variables nominales, sino las variables reales, que son aquellas que procuran reflejar el comportamiento efectivo de una variable, y que subyace a su expresión nominal.

- Tasa de interés nominal (i) → Se refiere al retorno de los ahorros en términos de la cantidad de dinero que se obtiene en el futuro para un monto dado de ahorro actual.

- Tasa de interés real ( $r$ ) → Mide el retorno de los ahorros en términos del volumen de bienes que se pueden adquirir en el futuro con un monto dado de ahorro actual.
- Tasa de inflación ( $f$ ) → Variación de precios por unidad de tiempo.

La fórmula simplificada para obtener la tasa de interés real implícita en la nominal también sería:

$$(1 + r) = (1 + i)/(1 + f)$$

Si al final del año recibes \$110, y la inflación anual fue del 0.5%:

$$\text{Valor real} = \frac{110}{1.005} \approx 109.45$$

Eso significa que esos \$110 tienen el mismo poder de compra que \$109.45 al inicio del año.

$$\text{valorReal} = \text{valorNominal}/(1 + f)$$

## **Indicadores de Rentabilidad.**

Los indicadores orientan la toma de decisión y son herramientas básicas que contribuyen para la toma de decisión (hacer o no, conviene este proyecto o no, etc...).

- Costo de oportunidad (COK) → Es el valor de aquello a lo que se renuncia cuando se toma una decisión.

Es la opción que debe abandonarse para obtener otra cosa.

El COK no es igual para todas las personas, porque no accedemos a las mismas posibilidades (las mejores alternativas descartadas son diferentes). Cada persona, cada empresa, podrá acceder a COK distintos. A veces, pueden coincidir. Además el COK de un individuo/empresa puede cambiar con el tiempo, en cada contexto.

Son indicadores importantes, de carácter financiero, pero pueden existir otras variables que influyan al

momento de decidir. Principales indicadores:

- **VAN (Valor Actual Neto)** → Es la suma algebraica de los fondos, actualizados con la tasa elegida (de la empresa o del inversionista). Criterio:  $Van > 0$  Aceptar,  $Van = 0$  Indif,  $Van < 0$  Rechazar.

$$VAN = \sum_{i=1}^n f_t / (1 + d)^t$$

Tal que  $F$  = flujo neto para cada momento  $t$ ,  $t$  = tiempo cada uno de los momentos,  $d$  = tasa de descuento.

\*Tiene una alta dependencia de la tasa  $i$  aplicada (COK). Un VAN de 150\$ implica que el proyecto generará 150\$ por encima del COK.

- **TIR (Tasa Interna de Retorno)** → Es la Tasa de Rentabilidad del Proyecto. Basado en el descuento de los flujos de fondos, teniendo en cuenta su monto y el momento en el que se producen. "VAN y TIR son dos formas de observar un mismo fenómeno", son elementos complementarios. Criterios:  $TIR > COK$  Aceptar,  $TIR = COK$  Indiferencia,  $TIR < COK$  rechazar

$$VAN = \sum_{i=1}^n f_t / (1 + TIR)^t = 0$$

\*Es la tasa de descuento para la cual el VAN es cero.

\* Si se hace con calculadora, es recomendable calcular el VAN con diferentes tasas. Cuando encontremos que una tasa genera un valor de VAN (+) y con otra un VAN (-), entre esos dos valores de tasas, estará ubicada la TIR.

\*

Ventajas: Se calcula fácilmente. Sólo requiere los FF del proyecto. Está representada con una tasa.

\* Desventajas: Depende la forma del FF, puede arrojar más de una raíz de la ecuación. No compara el tamaño del proyecto.

- **RBC (Relación Beneficio Costo)** → Basado en el descuento de los flujos de fondos, considerando en forma separada los ingresos y los egresos, es decir no se deberían es decir no se deberían netear. Criterio:  $RBC > 1$  Aceptar,  $RBC = 1$  Indiferencia,  $RBC < 1$  Rechazar.

$$RBC = \frac{\sum_{t=0}^n \frac{I_t}{(1+d)^t}}{\sum_{t=0}^n \frac{C_t}{(1+d)^t}} = VAI/VAC$$

Donde:

I= ingreso para cada momento t.

C= costo para cada momento t.

t= tiempo cada uno de los momentos.

d= tasa de descuento.

VAI= Valor Actual de los Ingresos.

VAC= Valor actual de los Costos.

- **PCR (Período de Recuperación del Capital)** → Basado en el descuento de los flujos de fondos. Trata de medir el tiempo que tarda en recuperarse la inversión realizada. Criterio de respuesta: de varias alternativas será mejor el que se recupere lo antes posible, en el menor tiempo.

\*Se calcula a partir de los flujos actualizados acumulados. Se busca el punto en que el flujo cambia de signo (pasando de negativo a positivo).

\*Si al realizar este proceso, el acumulado de los flujos sigue siendo negativo con el último período, indica que en ese plazo, no se alcanza a recuperar la inversión.

### ¿Cómo saber si una inversión / propuesta nos conviene?

Desde las matemáticas financieras, es posible realizar dos procesos en el tiempo, como ya vimos: Actualización y Capitalización.

Para la determinación de indicadores mencionados es necesario discretizar los flujos de fondos. En primer lugar se debe determinar los ingresos y egresos de dinero para cada uno de los períodos imputables al proyecto.

1. Se toma el flujo del Período, una mitad se asigna al Momento anterior y la otra al Momento posterior;

2. Se prosigue de esta manera hasta agotar los períodos, de forma tal que quede todo repartido en cada uno de los momentos correspondientes.

Como todos estos flujos están dispuestos en distintos momentos del tiempo, es necesario lograr su homogeneización en el tiempo para compararlos (egresos e ingresos) en un mismo momento del tiempo. Puede ser :

- Al momento 0: se deberá actualizar todos los valores.
- Al momento n: se deberá capitalizar todos los valores.
- A un momento intermedio: donde habrá algunos valores a capitalizar (desde 0 a dicho momento) y otros a actualizar (desde dicho momento hasta n).

## **Sistemas de Amortización.**

Las cuotas con las cuales se "saldan" el crédito poseen dos componentes:

1. Amortización del Capital: esta componente va disminuyendo (amortizando) el capital adeudado.
2. Pago de intereses: es el pago del interés por el capital prestado.

- **Sistema Francés:**

Es un sistema que consiste en cancelar el crédito con n cuotas periódicas, iguales y consecutivas. El interés se calcula sobre la parte de la deuda no cancelada, es decir sobre el saldo.

En este sistema dado que la Cuota (C) es constante y el interés (I) va disminuyendo (porque se calcula sobre saldo), la componente de Amortización (A) debe ir en aumento para compensar la caída de la otra componente.

→ Cuota constante = Componente de amortización(crecient) + Componente Intereses(decrec).

$$Deuda = (1 + i)^n - 1/i(1 + i)^n$$

Conclusiones:

La cuota es constante por ser la particularidad del Modelo.

Cada cuota posee una parte de Amortización de deuda y otra de Interés.

El interés de cada período se ha calculado con la tasa (constante) sobre el saldo de deuda (decreciente). Por ello el interés también decrece.

La Amortización del período se calcula restando los intereses del valor de la Cuota.

La suma de las Amortizaciones de cada período es igual a la deuda original.

- **Sistema Alemán:**

Se basa en el pago de cuotas periódicas donde permanece constante el valor de la Amortización del Capital. El interés se calcula sobre la parte de la deuda no cancelada, es decir sobre el saldo.

En este sistema dado que la Amortización (A) es constante y el interés (I) va disminuyendo (porque se calcula sobre saldo), la Cuota debe decrecer.

$$A = Deuda/n(cuotas)$$

Conclusiones:

La Amortización es constante por ser la particularidad del Modelo.

Cada cuota posee una parte de Amortización de deuda y otra de Interés.

El interés de cada período se ha calculado a tasa (constante) sobre el saldo de deuda (decreciente).

El interés también decrece.

La Amortización de Capital en cada cuota es la enésima parte de la capital solicitado.

La deuda al inicio de cada período es la diferencia entre la deuda total y el total amortizado hasta ese momento.

La suma de las Amortizaciones de cada período es igual a la deuda original.

### **Costo Financiero Total.**

El costo financiero total es una variable de suma relevancia, ya que describe el costo real que debe afrontar el deudor para acceder al financiamiento requerido, y debe ser el criterio de comparación entre las alternativas de financiamiento para poder seleccionar la oferta más económica.

Este indicador incorporará, además del costo referido a la tasa de interés que usualmente se conoce y compara, todas aquellas erogaciones y/o costos que a menudo se pueden tener que asumir, los cuáles varían en función del acreedor o el tipo de crédito, pero a modo de ejemplo se citan:

- ✓ Seguro de vida;
- ✓ Gastos de otorgamiento del crédito;
- ✓ IVA de los intereses;
- ✓ Gastos de constitución y posterior levantamiento de la hipoteca o prenda;
- ✓ Cuota de afiliación (en el caso de los créditos de mutuales);
- ✓ Sellados;
- ✓ Gastos por análisis de riesgo;
- ✓ Etc.

Al incorporar en el análisis los costos adicionales que pueda tener el préstamo en cuestión seguramente incrementará el costo, arrojando un nuevo valor que deberá ser objeto de comparación entre las alternativas disponibles.