

## Práctica general de Vectores

1. Si  $u = \left\langle 1, \frac{1}{2} \right\rangle$  y  $v = \langle 2, 3 \rangle$ , calcule:

a)  $\|u\|$

b)  $\|v\|$

c)  $\|u + v\|$

d)  $\left\| \frac{u}{\|u\|} \right\|$

e)  $\left\| \frac{v}{\|v\|} \right\|$

f)  $\left\| \frac{u + v}{\|u + v\|} \right\|$

2. Calcule las componentes del vector  $v$ , dada la longitud de  $v$  y los ángulos que  $v$  forma con el eje  $x$  positivo.

a)  $\|v\| = 3, \theta = 0$

b)  $\|v\| = 2, \theta = \frac{5}{6}\pi$

3. Determine si los puntos que se presentan a continuación pertenecen a una misma recta.

a)  $(0, -2, -5), (3, 4, 4), (2, 2, 1)$

b)  $(1, -1, 5), (0, -1, 6), (3, -1, 3)$

c)  $(1, 2, 4), (2, 5, 0), (0, 1, 5)$

*Sugerencia:* Tres puntos A, B y C están sobre una misma recta si los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{BC}$  son paralelos

4. Demuestre que los puntos  $A(2, 9, 1), B(3, 11, 4), C(0, 10, 2), D(1, 12, 5)$  corresponden a los vértices de un paralelogramo de vértices ABCD.

*Sugerencia:* Debe comprobar que las parejas  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{DC}$ ;  $\overrightarrow{BC}$  y  $\overrightarrow{AD}$  son paralelos.

5. Determine los valores de  $c$  que satisfacen la ecuación dada si  $u = i + 2j + 3k$  y  $v = 2i + 2j - k$ .

a)  $\|cu\| = 1$

b)  $\|cv\| = 1$

c)  $\|cv\| = 5$

d)  $\|cu\| = 3$

6. En los siguientes ejercicios calcule a)  $u \cdot v$ ; b)  $u \cdot u$ ; c)  $\|u\|^2$ ; d)  $(u \cdot v)v$  y e)  $u \cdot (2v)$  si

a)  $u = \langle 3, 5 \rangle, v = \langle 2, -3 \rangle$

b)  $u = \langle 2, -3, 4 \rangle, v = \langle 0, 6, 5 \rangle$

c)  $u = 2i - j + k, v = i - k$

7. Encuentre el ángulo  $\theta$  entre los vectores dados.

a)  $u = \langle 1, 1 \rangle, v = \langle 2, -2 \rangle$

b)  $u = 3i + j, v = -2i + 4j$

c)  $u = \langle 1, 1, 1 \rangle, v = \langle 2, 1, -1 \rangle$

d)  $u = 3i - 3j + k, v = i - 2j + k$

8. Determine si  $u$  y  $v$  son ortogonales, paralelos o ninguno de los dos.

a)  $u = \langle 4, 0 \rangle, v = \langle 1, 1 \rangle$

b)  $u = \langle 4, 3 \rangle, v = \left\langle \frac{1}{2}, -\frac{2}{3} \right\rangle$

c)  $u = j + 6k, v = i - 2j - k$

d)  $u = \langle 2, -3, 1 \rangle, v = \langle -1, -1, -1 \rangle$

9. Sean  $A, B \in \mathbb{R}^3$ . Escoja un par de vectores (inventados o tomados de otro ejercicio) y compruebe que se cumplen las siguientes identidades:

a)  $\|A + B\|^2 - \|A - B\|^2 = 4AB$

b)  $A \perp B \Rightarrow \|A + B\| = \|A - B\|$

c)  $\|A + B\|^2 + \|A - B\|^2 = 2\|A\|^2 + 2\|B\|^2$

10. Calcule el área del paralelogramo que tiene sus vértices en los puntos  $(1, 1, 1), (2, 3, 4), (6, 5, 2), (7, 7, 5)$ .