

**Professeur responsable :** Christophe ANCEY

**Date limite de rendu :** vendredi 7 juin 2021 à 18 h

---

## Étude d'un ouvrage-fente

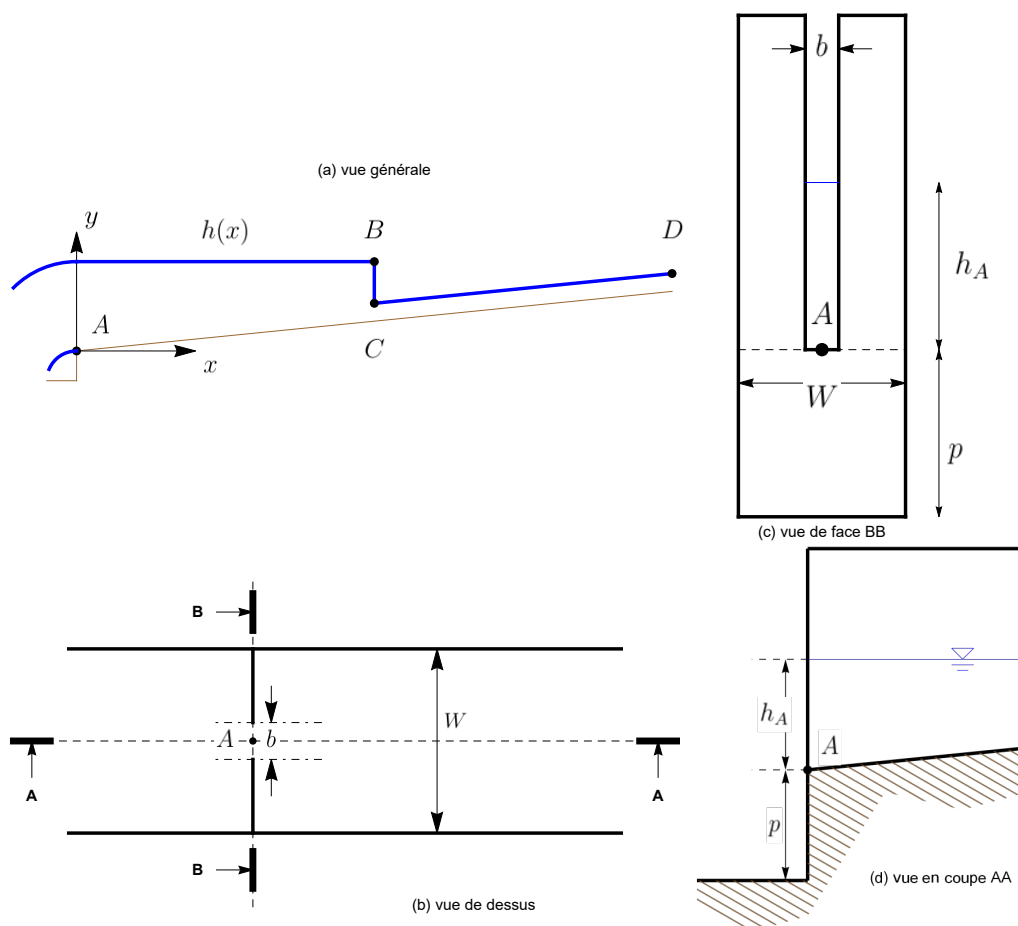
Le projet comporte 20 questions, toutes notées sur 0,4 points. Il y a donc 2 points de bonus. Les copies difficilement lisibles se verront pénaliser de 0,5 points. Pour les applications numériques, on pensera à arrondir les valeurs de façon pertinente. Certaines questions sont très faciles, d'autres nécessitent plus de travail et de réflexion.

Il est préférable de rendre le rapport sous forme dactylographiée (une forme manuscrite est toutefois possible si la présentation est soignée). Dans tous les cas de figure, seule une copie électronique au format PDF sera acceptée par l'assistant responsable (Ivan Pascal : [ivan.pascal@epfl.ch](mailto:ivan.pascal@epfl.ch)). Ne pas oublier d'indiquer le numéro de la question pour chaque réponse.



Exemple d'un barrage-fente (muni de barres horizontales pour filtrer le charriage torrentiel). Zinal (VS).

Un canal en béton armé transporte de l'eau avec un débit  $Q = 100 \text{ L/s}$ . Il a une pente de  $i = 1\%$ . Il a une section rectangulaire de hauteur 1 m et de largeur  $W = 50 \text{ cm}$ . En un point A – ici de coordonnées  $(0, 0)$  dans le repère  $Axy$  de la figure 1 – il y a un ouvrage-fente (*slit dam*): il s'agit d'un mur droit qui occupe toute la largeur du canal. Une fente le parcourt sur toute sa hauteur; elle a une largeur  $b$  et elle est centrée par rapport à l'axe du canal (voir figure 1). Au pied de la fente (côté aval), il y a une marche verticale de pelle  $p$ . Le canal continue avec la même pente. Le coefficient de Manning-Strickler du béton est  $K = 55 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ .



**Figure 1** : vues du projet. L'eau coule de la droite vers la gauche.

L'eau arrive par la droite sur la figure 1(a). Compte tenu de la pente, on suppose en première approximation que le régime est supercritique dans la partie amont du bief. Le passage de la fente conduit à un ralentissement significatif de l'écoulement. Le régime est attendu être subcritique à l'amont immédiat de la fente. De ce fait, on suppose qu'il se forme un ressaut hydraulique noté BC sur la figure 1. Compte tenu du fort rétrécissement et de la marche, l'écoulement est supposé devenir critique au point A. (Par commodité de notation, on pourra appeler A' le point A quand il est dans la fente de largeur  $b$ , et garder la notation A quand il est du côté du canal avec une largeur  $W$ ). En résumé, une analyse simplifiée conduit à considérer qu'en première approximation, lorsque l'on va de l'amont vers l'aval (de la droite vers la gauche sur la figure 1(a)), on a un écoulement permanent uniforme entre D et C, puis un ressaut entre C et B, et enfin une zone d'écoulement subcritique avec une surface libre horizontale.

**Problème 1** On s'intéresse au comportement hydraulique de l'ouvrage. Dans un premier temps (pour tout ce problème), on néglige les effets des parois latérales, et on suppose donc que le rayon hydraulique  $R_h$  varie comme la hauteur d'eau  $h$  dans le canal. On néglige les pertes de charge au passage de la fente.

- (1) [0,40] Si l'écoulement est critique au passage de la fente (en A), montrer que la charge spécifique en A

$$H_s = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}}.$$

- (2) [0,40] Calculer la hauteur normale dans le bief amont (on suppose que  $h_n = h_C = h_D$ ) avec l'hypothèse d'un canal infiniment large.
- (3) [0,40] Calculer la hauteur du ressaut  $h_B$  en B (qui est la hauteur conjuguée de  $h_C$ ).
- (4) [0,40] Calculer la hauteur d'eau juste en amont de la fente (au point A, avant le passage à la hauteur critique).
- (5) [0,40] Tracer les courbes de charge spécifique  $H_s(h)$  pour l'écoulement dans le canal et celle à travers la fente. Positionner les points A, B, C, et D. En déduire la position du ressaut.
- (6) [0,40] Est-ce qu'il existe un débit minimal au-dessous duquel aucun ressaut ne se forme. Pour cela, on pourra montrer que la condition

pour observer une courbe remous telle que celle reportée sur la figure 1(a) est que :

$$h_C + \frac{u_C^2}{2g} \leq \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}},$$

avec  $h_C$  et  $u_C$  la hauteur et vitesse à l'amont du ressaut. Est-ce que cette relation est toujours vérifiée pour le canal étudié ici ?

**Problème 2** On réalise maintenant une étude plus détaillée du comportement hydraulique.

- (1) [0,40] En vous inspirant de ce qui a été fait en cours pour le seuil mince, montrer qu'en l'absence de pertes de charge, le débit à travers la fente est

$$Q = \left(\frac{2}{3}h_A\right)^{3/2} b\sqrt{g}.$$

- (2) [0,40] Pour prendre en compte les pertes de charge, on introduit un coefficient de débit  $C_d$  tel que

$$Q = \frac{2}{3}C_d\sqrt{2gh}h_A^{3/2}.$$

Faire une analyse dimensionnelle et établir la dépendance de  $C_d$  vis-à-vis des groupes dimensionnels importants du problème. Une étude expérimentale<sup>1</sup> montre que

$$C_d = 0,562 + \frac{10}{Re^{0,45}},$$

où  $Re = \sqrt{2gh}b/\nu$  est le nombre de Reynolds, et  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  la viscosité cinématique de l'eau. En déduire le hauteur d'eau  $h_A$  juste à l'amont de la fente.

- (3) [0,40] Calculer les hauteurs normale et critique le long du bief CD en prenant en compte les parois latérales du canal. Dans quel régime d'écoulement est-on ?
- (4) [0,40] Calculer la hauteur d'eau du ressaut  $h_B$ .

1. Aydin, I., A.B. Altan-Sakarya, and A.M. Ger, Performance of slit weir, *Journal of Hydraulic engineering*, **132** (9), 987-989, 2006.

- (5) [0,40] Résoudre numériquement l'équation de la courbe de remous dans le canal.
- (6) [0,40] Tracer la courbe de remous et la comparer avec celle idéalisée au problème 1.

**Problème 3** On étudie maintenant les forces qui s'exercent sur la fente. Pour les applications numériques, on se servira des valeurs obtenues dans le calcul approché du problème 1.

- (1) [0,40] Calculer la pression hydrostatique sur chacune des deux ailes de la fente en supposant que la hauteur d'eau est uniforme le long de la section et vaut  $h_A$ . Faire l'application numérique.
- (2) [0,40] Considérer un volume de contrôle entre A et B. On suppose que la hauteur et la vitesse moyenne sont uniformément constantes pour la section en B. Au point A, la vitesse varie fortement au passage de la fente. On a fait des mesures de la composante  $u$  selon  $x$  de la vitesse près de la fente. Les données sont accessibles à partir du fichier `profil_vitesse_z.txt`. Tracer le profil de vitesse  $u$  pour les sections A et B.
- (3) [0,40] Écrire le théorème de conservation de la quantité de mouvement sous forme intégrale en régime permanent et considérer sa projection sur l'axe  $Ax$ . Dans un premier temps, on négligera le frottement sur les parois.
- (4) [0,40] Exprimer la force de pression et le flux de quantité de mouvement pour la section B. Faire l'application numérique. Faire la même chose pour la section passant par A.
- (5) [0,40] Estimer la composante motrice du poids. Comparer la résultante des forces (pression + flux de quantité de mouvement + force motrice). Est-ce que les écarts peuvent s'expliquer par le frottement sur les parois (que l'on a négligé) ?
- (6) [0,40] Le profil de hauteur mesurée expérimentalement le long de  $Ax$  est disponible à partir du fichier `profil_hauteur_x.txt` ; on dispose aussi du profil de hauteur le long de l'ouvrage-fente selon  $z$  (il faut se reporter au fichier `profil_hauteur_z.txt`). Tracer les profils de hauteur expérimental et théorique pour les directions  $x$  et  $z$ . Que pensez-vous de l'accord entre théorie et expérience ?

- (7) [0,40] Faire une estimation du terme de frottement. On pourra donner les bornes attendues de variation en considérant que le frottement s'exerce uniquement sur le fond (hypothèse d'un canal infiniment large) ou bien sur tout le périmètre mouillé (fond + parois latérales). On négligera les pertes de charge singulière au passage de la fente.
- (8) [0,40] En vous servant des données expérimentales fournies, refaire un bilan de quantité de mouvement en tenant compte du frottement (et des incertitudes sur sa détermination).