

Prof. Hebert Coelho  
Profa Nádia Félix

## **Conteúdo**

<b>1</b>	<b>Percursos em Árvore Binária de Busca</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Árvore Binária em Vetor</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Altura máxima e mínima de uma ABB</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Percorso diferente em ABB</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Construindo uma árvore binária</b>	<b>7</b>

# 1 Percursos em Árvore Binária de Busca



(++++)

Faça um programa para inserir elementos inteiros em uma árvore binária de busca. Após apresentar duas linhas, uma com os elementos da árvore na sequência do percurso em pré-ordem e outra com os elementos do percurso em nível. Todos os algoritmos devem ser implementados sem uso de recursividade.

## Entrada

A primeira linha contém os elementos inteiros separados por espaço a serem inseridos na árvore.

## Saída

Você deverá imprimir duas linhas. A primeira linha apresenta os elementos da árvore separados por espaço na sequência do percurso em pré-ordem. A segunda linha apresenta os elementos da árvore separados por espaço na sequência do percurso em nível.

## Exemplos

Entrada	Saída
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

  

Entrada	Saída
5 3 7 2 4 6 8	5 3 2 4 7 6 8 5 3 7 2 4 6 8

## 2 Árvore Binária em Vetor



(+++)

Uma forma de representar uma árvore binária em um vetor é chamado de HEAP. Os HEAPS foram idealizados para que a menor ou a maior chave tenham acesso em tempo constante  $O(1)$ , assim são usados como filas de prioridade.

**Heap máximo:** lista linear em um vetor com chaves  $s_1, \dots, s_n$  com propriedade  $s_i \leq s_{\lfloor i/2 \rfloor}$ , para  $1 < i < n$ ; Considerando esta regra, podemos visualizar como se cada elemento do vetor na posição  $i$  fosse pai de dois elementos  $i*2$  e  $i*2 + 1$ . A ideia dos métodos para inserir um elemento, remover um elemento ou construir um *Heap* são apresentados abaixo:

Obs.: suponha que o Heap (vetor) tenha  $n$  elementos e comece na posição 1 (alguns ajustes devem ser feitos para o vetor começando em 0).

- **Construção 1:** para  $i = \lfloor n/2 \rfloor$  até 1 aplique  $descer(i, n)$ .
- **Construção 2:** para  $i = 2$  até  $n$  aplique  $subir(i)$

Abaixo são apresentados os métodos de subir e descer em um HEAP máximo.

$subir(i)$ :

```
.....  $j = \lfloor i/2 \rfloor$ 
.....se  $j \geq 1$  então
.....se  $T[i] > T[j]$  então
..... $T[i] \leftrightarrow T[j]$ 
.....subir( $j$ )
.
```

.

$descer(i, n)$ :

```
..... $j = 2 * i$ 
.....se  $j \leq n$  então
.....se  $j < n$  então
.....se  $T[j+1] > T[j]$  então
..... $j = j + 1$ 
.....se  $T[i] < T[j]$  então
..... $T[i] \leftrightarrow T[j]$ 
.....descer( $j, n$ )
```

Dado um sequencia de valores inteiros, construa 2 HEAPS, o primeiro HEAP usando o algoritmo de construção 1 e o segundo HEAP usando o algoritmo de construção 2. Apresente os elementos de ambos HEAPS na tela.

### Entrada

A primeira linha contém os  $1 < N < 200$  elementos inteiros separados por espaço para construir os HEAPS.

### Saída

Você deverá imprimir duas linhas. A primeira linha apresenta os elementos do HEAP1 construído a partir do algoritmo de construção 1. A segunda linha apresenta os elementos do HEAP2 construído a partir do algoritmo de construção 2.

Exemplos

Entrada	Saída
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	10 9 7 8 5 6 3 1 4 2 10 9 6 7 8 2 5 1 4 3

Entrada	Saída
5 3 7 2 4 6 8	5 3 2 4 7 6 8 5 3 7 2 4 6 8

### 3 Altura máxima e mínima de uma ABB



(+++)

Dado um conjunto de chaves, construir uma árvore binária de busca (ABB) de altura máxima com tais chaves (árvore degenerada), e construir uma árvore binária de busca de altura mínima com tais chaves (árvore balanceada). Ao final responder a altura de cada árvore. Você deverá construir as árvores e rodar uma função que determina a altura, não apenas fazer os cálculos.

#### Entrada

A primeira linha contém os  $1 < N < 10000$  elementos inteiros separados por espaço para construir as árvores binárias de busca.

#### Saída

Seu programa deve imprimir dois inteiros, o primeiro inteiro representa a altura da ABB de altura máxima e o segundo inteiro representa a altura da ABB de altura mínima.

#### Exemplo

Entrada	Saída
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	10 4

  

Entrada	Saída
5 3 7 2 4 6 8	7 3

  

Entrada	Saída
5 3 7 2 4 6 8 1 15 17 18 30 25 31 40 55 100 66 88 32 76 77 80	23 5

## 4 Percurso diferente em ABB



(+)

Seja um percurso definido pelas seguintes operações:

**Ordem A:**

1. Visitar a raiz;
2. percorrer a subárvore esquerda do nó  $v$  na ordem A;
3. percorrer a subárvore direita do nó  $v$  na ordem B;

**Ordem B:**

1. percorrer a subárvore esquerda do nó  $v$  na ordem B;
2. Visitar a raiz;
3. percorrer a subárvore direita do nó  $v$  na ordem A;

Dado um conjunto de chaves, faça um programa que insira os elementos em uma árvore binária de busca, e a partir da raiz execute o percurso em ordem A.

### Entrada

A primeira linha contém os  $1 < N < 10000$  elementos inteiros separados por espaço para construir a árvore binária de busca.

### Saída

Você deverá imprimir uma linha com os elementos da ABB seguindo o percurso A.

### Exemplo

Entrada	Saída
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

  

Entrada	Saída
5 3 7 2 4 6 8	5 3 2 4 6 7 8

## 5 Construindo uma árvore binária



(+++++)

Uma árvore binária (não precisa ser de busca) pode ser construída de forma única de várias maneiras (veja exercício 3.32 do livro Estruturas de dados e Seus algoritmos e estude todas as formas possíveis). Dados um percurso em ordem simétrica e um percurso em nível, construa a árvore binária referente a tais dados e imprima a árvore com a função de impressão abaixo:

```
void printTree( arvore p, int h){
.....if (p != NULL){
.....printTree(p->dir, h + 1);
.....printf (“ %*d \n”, h*5, p->chave);
.....printTree(p->esq, h+1);
.....}
}
```

Obs.1: A chamada inicial da função printTree(raiz, 0), ou seja, deve ser passado a raiz da árvore e o valor 0(zero) para h.

Obs.2: printTree imprime a árvore lateralmente, com raiz a esquerda.

### Entrada

A primeira linha contém os  $1 < N < 10000$  elementos inteiros separados por espaço referente ao percurso em ordem simétrica na árvore binária. A primeira linha contém os  $1 < N < 10000$  elementos inteiros separados por espaço referente ao percurso em nível na árvore binária.

### Saída

Você deverá imprimir os elementos da árvore binária construída com a função printTree(raiz,0). Obs.: Desconsidere os pontos nas saídas de exemplo abaixo, foram utilizados apenas para que os espaços ficassem corretos.

### Exemplo

Entrada	Saída
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	.....10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	.....9
	.....8
	.....7
	.....6
	.....5
	.....4
	.....3
	.....2
	1

Entrada	Saída
2 3 4 5 6 7 8 5 3 7 2 4 6 8	.....8 ....7 .....6 5 .....4 ....3 .....2

Entrada	Saída
4 5 1 7 3 8 1 5 3 4 7 8	.....8 ....3 .....7 1 ....5 .....4