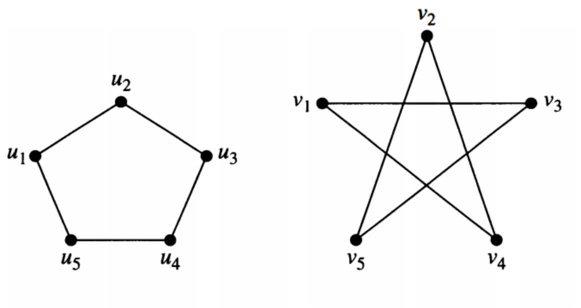
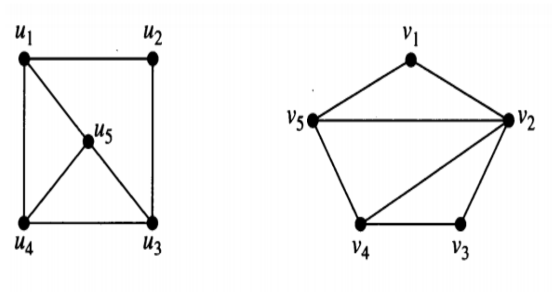
AYRIK MATEMATİK BÜTÜNLEME SINAVI

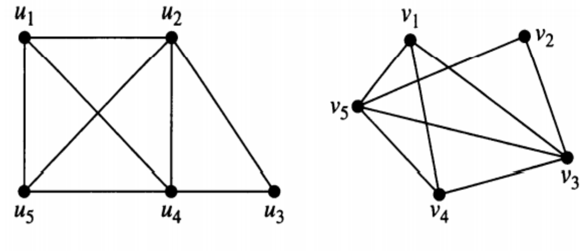
S1. Aşağıda verilen grafların izomorfik olup olmadığını gerek ve yeter şartları yazarak gösteriniz.



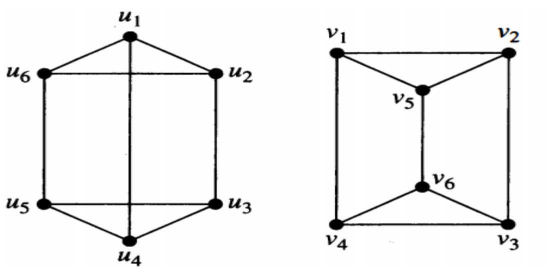
a



b



c



d

CEVAP 1:

a) Düğüm sayısı 5 5

Ayrıt sayısı 5 5

u_1: 2	v_1: 2
u_2: 2	v_2: 2
u_3: 2	v_3: 2
u_4: 2	v_4: 2
u_5: 2	v_5: 2

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	0	1	0	0	1
u_2	1	0	1	0	0
u_3	0	1	0	1	0
u_4	0	0	1	0	1
u_5	1	0	0	1	0

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
v_1	0	0	1	1	0
v_2	0	0	0	1	1
v_3	1	0	0	0	1
v_4	1	1	0	0	0
v_5	0	1	1	0	0

$u_1 \to v_1$ $u_2 \to v_3$ $u_3 \to v_5$ $u_4 \to v_2$ $u_5 \to v_4$

izomorfiktir

b)

Düğüm sayısı 5 5

Ayrıt sayısı 7 7

Düğüm derecesi

u_1: 3	v_1: 2
u_2: 2	v_2: 4
u_3: 3	v_3: 2
u_4: 3	v_4: 3
u_5: 3	v_5: 3

aynı sayıda düğüm derecesine sahip olmadığı için izomorfik değildir

c) Düğüm sayısı 5 5

Ayrıt sayısı 8 8

Düğüm derecesi

$U_1: 3$ $V_1: 3$

$U_2: 4$ $V_2: 2$

$U_3: 2$ $V_3: 4$

$U_4: 4$ $V_4: 3$

$U_5: 3$ $V_5: 4$

Komşuluk matrisi aktarılır:

$U_1 \to V_1$ $U_2 \to V_5$ $U_5 \to V_4$ $U_4 \to V_3$ $V_3 \to V_2$.

izomorfiktir:

d) Düğüm sayısı 6 6

Ayrıt sayısı 9 9

Düğüm derecesi

$U_1: 3$ $V_1: 3$

$U_2: 3$ $V_2: 3$

$U_3: 3$ $V_3: 3$

$U_4: 3$ $V_4: 3$

$U_5: 3$ $V_5: 3$

Komşuluk matrisi aktarılır.

$U_6 \to V_1$ $U_1 \to V_5$ $U_2 \to V_2$ $U_5 \to V_4$ $U_6 \to V_6$

$U_3 \to V_3$

old. izomorfiktir.

S2. Aşağıda verilen F fonksiyonunun eş değerini hesaplayınız.

a) F(p,q,r)= $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$

b) F(p,q,r)= $[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)] \to r$

c) F(p,q,r)= $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \to (q \vee r)$

d) F(p,q,r)= $((p \to r) \wedge (q \to r) \wedge (p \vee q)) \to r$

Cevap 2

$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r) \equiv 1$

$[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)] \to r \equiv 1$

$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \to q \vee r \equiv 1$

$((p \to r) \wedge (q \to r) \wedge (p \vee q)) \to r \equiv 1$

S.3.

a) $a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}+2^n$ tekrarlı ilişkisi için başlangıç değerlerini $a_0=0$ ve $a_1=1$ alarak $\{a_n^{(p)}+a_n^{(h)}\}$ çözüm kümesini bulunuz.

b) $a_n=2a_{n-1}+3a_{n-2}+3^n$ tekrarlı ilişkisi için başlangıç değerlerini $a_0=0$ ve $a_1=1$ alarak $\{a_n^{(p)}+a_n^{(h)}\}$ çözüm kümesini bulunuz.

c) $a_n=2a_{n-2}+(-2)^n$ tekrarlı ilişkisi için başlangıç değerlerini $a_0=0$ ve $a_1=1$ alarak $\{a_n^{(p)}+a_n^{(h)}\}$ çözüm kümesini bulunuz.

d) $a_n=-2a_{n-1}-a_{n-2}+1^n$ tekrarlı ilişkisi için başlangıç değerlerini $a_0=0$ ve $a_1=1$ alarak $\{a_n^{(p)}+a_n^{(h)}\}$ çözüm kümesini bulunuz.

Cevap 3.

$a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}+2^n$

$\boxed{\alpha_1 . 2^n+\alpha_2 . 1^n}$ homojen çözüm

özel çözüm $c.n.2^n$ formundadır.

$c.n.2^n=3.c(n-1).2^{n-1}-2.c.2^{n-2}.(n-2)+2^n$

$cn2^n=3cn2^{n-1}-3c2^{n-1}-2cn2^{n-2}+4c2^{n-2}+2^n$

$cn2^n=\frac{3}{2}cn2^n-\frac{3}{2}c2^n-\frac{cn}{2}2^n+c2^n+2^n$

$cn=\frac{3}{2}cn-\frac{3}{2}c-\frac{cn}{2}+c+1$

$\cancel{cn}=\cancel{cn}-\frac{3}{2}c+c+1 \Rightarrow \boxed{c=2}$

$a_n^h+a_n^p=\alpha_1 . 2^n+\alpha_2 . 1^n+2n2^n$

$a_0=0$ için

$0=\alpha_1+\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2=-\alpha_1$

$a_1=1$ için

$1=2\alpha_1+\alpha_2+4$

$-3=2\alpha_1-\alpha_1 \Rightarrow \boxed{\alpha_1=-3}$ $\boxed{\alpha_2=3}$

$\boxed{-3.2^n+3.1^n+2n2^n}$

$a_n=2a_{n-2}+(-2)^n$

$r^2=2 \Rightarrow r_1=\sqrt{2}$ $r_2=-\sqrt{2}$

$\boxed{\alpha_1(\sqrt{2})^n+\alpha_2.(-\sqrt{2})^n}$ homojen çözüm

özel çözüm $c.(-2)^n$ formundadır.

$c.(-2)^n=2.c(-2)^{n-2}+(-2)^n$

$c.\cancel{(-2)^n}=\frac{c}{2}\cancel{(-2)^n}+\cancel{(-2)^n}$

$c=\frac{c}{2}+1 \Rightarrow \boxed{c=2}$

$a_n^h+a_n^p=\alpha_1(\sqrt{2})^n+\alpha_2(-\sqrt{2})^n+2(-2)^n$

$a_0=0$ için

$0=\alpha_1+\alpha_2+2 \Rightarrow \alpha_1+\alpha_2=-2$

$a_1=1$ için

$1=\alpha_1\sqrt{2}-\alpha_2\sqrt{2}-4 \Rightarrow \alpha_1\sqrt{2}-\alpha_2\sqrt{2}=5$

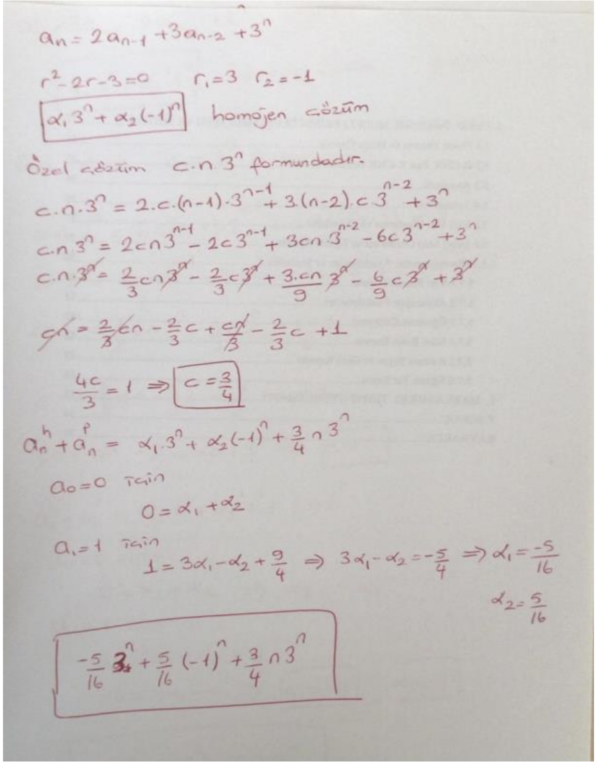
$\sqrt{2}/$ $\alpha_1+\alpha_2=-2$

$\alpha_1\sqrt{2}-\alpha_2\sqrt{2}=5$

$2\alpha_1\sqrt{2}=5-2\sqrt{2}$

$\alpha_1=\frac{5-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$, $\alpha_2=-2-\frac{5-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{-2\sqrt{2}-5}{2\sqrt{2}}$

$\boxed{=\frac{5-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}.(\sqrt{2})^n-\frac{2\sqrt{2}+5}{2\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^n+2(-2)^n}$



$a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} + 3^n$

$r^2 - 2r - 3 = 0 \quad r_1 = 3 \quad r_2 = -1$

$\boxed{\alpha_1 3^n + \alpha_2(-1)^n}$ homojen çözüm

Özel çözüm $c.n.3^n$ formundadır.

$c.n.3^n = 2.c.(n-1).3^{n-1} + 3(n-2).c\,3^{n-2} + 3^n$

$c.n\,3^n = 2cn3^{n-1} - 2c3^{n-1} + 3cn\,3^{n-2} - 6c3^{n-2} + 3^n$

$c.n\cancel{3^n} = \frac{2}{3}cn\cancel{3^n} - \frac{2}{3}c\cancel{3^n} + \frac{3.cn}{9}\cancel{3^n} - \frac{6}{9}c\cancel{3^n} + \cancel{3^n}$

$\cancel{cn} = \frac{2}{3}cn - \frac{2}{3}c + \frac{cn}{3} - \frac{2}{3}c + 1$

$\frac{4c}{3} = 1 \Rightarrow \boxed{c = \frac{3}{4}}$

$a_n^h + a_n^p = \alpha_1 3^n + \alpha_2(-1)^n + \frac{3}{4}n3^n$

$a_0 = 0$ için

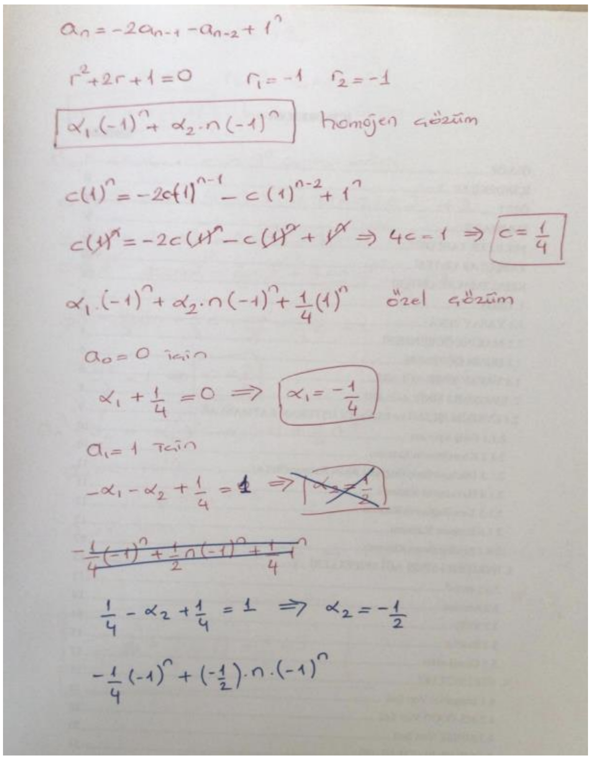
$0 = \alpha_1 + \alpha_2$

$a_1 = 1$ için

$1 = 3\alpha_1 - \alpha_2 + \frac{9}{4} \Rightarrow 3\alpha_1 - \alpha_2 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{-5}{16}$

$\alpha_2 = \frac{5}{16}$

$\boxed{\frac{-5}{16}3^n + \frac{5}{16}(-1)^n + \frac{3}{4}n3^n}$



$a_n = -2a_{n-1} - a_{n-2} + 1^n$

$r^2 + 2r + 1 = 0 \quad r_1 = -1 \quad r_2 = -1$

$\boxed{\alpha_1.(-1)^n + \alpha_2.n(-1)^n}$ homojen çözüm

$c(1)^n = -2c(1)^{n-1} - c(1)^{n-2} + 1^n$

$c(1)^n = -2c(1)^n - c(1)^n + 1^n \Rightarrow 4c = 1 \Rightarrow \boxed{c = \frac{1}{4}}$

$\alpha_1.(-1)^n + \alpha_2.n(-1)^n + \frac{1}{4}(1)^n$ özel çözüm

$a_0 = 0$ için

$\alpha_1 + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha_1 = -\frac{1}{4}}$

$a_1 = 1$ için

$-\alpha_1 - \alpha_2 + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow$

$\cancel{-\frac{1}{4}(-1)^n + \frac{1}{2}n(-1)^n + \frac{1}{4}}$

$\frac{1}{4} - \alpha_2 + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow \alpha_2 = -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{4}(-1)^n + (-\frac{1}{2}).n.(-1)^n$

S.4

Postfix açılımı verilen matematiksel ifadenin sonucunu hesaplayınız. Ağacı çiziniz.

a) 6,2,-,1,/,2,8,4,-,+,2,↑,+

b) 3,2,-,1,/,6,2,-,2,+,1,↑,+

c) 4,2,-,1,1,+,/,3,2,1,+,↑,+

d) 2,1,-,1,1,+,/,2,1,+3,↑,+

Cevap 4.