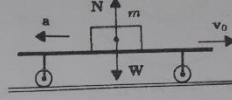


Çözüm : $\mu_s = 0,25$, $v_0 = 48 \text{ km/saat}$

En kısa uzaklıkta durabilmek için harekete ters yönde oluşacak ivmenin maksimum ve buna bağlı olarak doğacak kuvvetin de maksimum olması gerekir. Aynı zamanda kütle (sandık) vagona göre hareketsiz kalması gerektiği için bu uygulanacak maksimum kuvvetin büyüklüğü maksimum statik sürtünme kuvvetinden büyük olamaz. O halde,



$$F_{mak} = -f_{smak} , \quad f_{smak} = \mu_s N = \mu_s mg$$

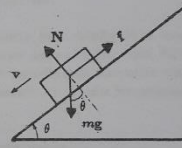
$$F_{mak} = -\mu_s mg \Rightarrow a_{mak} = \frac{F_{mak}}{m} = -\mu_s g$$

$$v^2 - v_0^2 = 2az \Rightarrow \text{Son hız sıfır olduğundan } v = 0 \text{ 'dır.}$$

$$0 - v_0^2 = 2a_{mak} z_{min} \Rightarrow z_{min} = \frac{v_0^2}{-2a_{mak}} = \frac{v_0^2}{-2\mu_s g} = \frac{(48 \times 10^3)^2}{2 \times 0,25 \times 9,8}$$

$$z_{min} = 36,3 \text{ m.}$$

32. Bir blok, eğim açısı θ olan bir eğik düzlemde aşağıya doğru sabit hızla kayıyor. daha sonra aynı düzlem boyunca yukarıya doğru v_0 başlangıç hızı ile atılıyor. a) Blok duruncaya kadar düzlem üzerinde ne kadar yol alır? b) Tekrar aşağıya doğru kayar mı?



Çözüm : $N = mg \cos \theta$; $f = \mu_k N = \mu_k mg \cos \theta$. v hızı sabit olduğundan f sürtünme kuvveti bloğu hareket ettiren kuvvete eşittir. $f = mg \sin \theta$ 'dır. f 'in değerini yerine koyarsak,

$$\mu_k mg \cos \theta = mg \sin \theta , \quad \mu_k = \tan \theta \Rightarrow f = mg \tan \theta \cos \theta$$

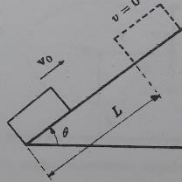
elde edilir. Hareket denklemi

$$a) \quad -f - mg \sin \theta = ma$$

$$a = -2g \sin \theta , \quad v^2 - v_0^2 = 2aL$$

$$\text{dir ve } v = 0 \text{ olduğuna göre, } L = \frac{-v_0^2}{2a}$$

$$L = \frac{-v_0^2}{-4g \sin \theta} \Rightarrow L = \frac{v_0^2}{4g \sin \theta}$$

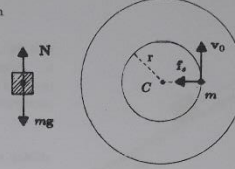


b) Görüldüğü gibi, $mg \sin \theta = f_k$ 'dır. Blok tepeye çıktığında hızı sıfırdır. Bloğun tekrar harekete geçebilmesi için $mg \sin \theta \geq f_{smak}$ olmalıdır. $f_{smak} > f_k$ olduğuna göre, $f_{smak} > mg \sin \theta$ 'dır. Blok tepe noktasında durur ve aşağıya doğru hareket etmez.

33. Küçük bir cisim, bir pikabın üzerine merkezden 10 cm uzaklıktaki bir noktaya yerleştiriliyor. Platform, $33\frac{1}{3}$ devir/dak 'lık frekans ile dönerken cisim, bulunduğu noktada kalıyor,fakat frekans, 45 devir/dak değerine ulaştığı anda, cisim platformdan fırlıyor. Bu durumda cisim ile platform arasındaki statik sürtünme katsayısının sınır değerleri (limit) nedir?

Çözüm : $\nu_1 = \frac{100 \text{ devir}}{3 \text{ dak}}$, $\nu_2 = \frac{45 \text{ devir}}{\text{dak}}$, $r = 10 \text{ cm}$

Pikabın platformu üzerinde platforma göre hareket-siz duran parçacık üzerine platformun uyguladığı statik sürtünme kuvveti yatay doğrultuda ve daima merkeze doğrudur. Sistem sabit açısal hızla döndüğüne göre, bu kuvvet dairesel hareket yapan parçacığın üzerindeki net merkezci kuvettir. O halde, statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü



$$f_s = m \frac{v_0^2}{r} \text{ 'dur. Çizgisel hız } v_0 = 2\pi r \nu_1 \text{ yerine konulursa, } f_s = 4\pi^2 m r \nu_1^2 \text{ olur.}$$

Parçacık düşey doğrultuda hareket etmediği için $N = mg$ 'dur. Buradan $f_{s\text{mak}} = \mu_{s1} N = \mu_{s1} mg$ olduğuna göre,

$$\mu_{s1} = \frac{4\pi^2 m r \nu_1^2}{mg} = \frac{4\pi^2 \times 10 \times 10^{-2}}{9,8} \left(\frac{100}{3 \times 60} \right)^2 \Rightarrow \mu_{s1} = 0,12 \text{ bulunur.}$$

Frekans $\nu_2 = 45 \text{ devir/dak}$ olduğunda sürtünme katsayısı

$$\mu_{s2} = \frac{4\pi^2 m r \nu_2^2}{mg} = \frac{4\pi^2 \times 10 \times 10^{-2}}{9,8} \left(\frac{45}{60} \right)^2 \Rightarrow \mu_{s2} = 0,23.$$

Dolayısıyla, sürtünme katsayısının limit değerleri $0,12 \leq \mu_s \leq 0,23$ 'dir.

34. Kütleli 0,75 kg olan bir model uçak, yerden 18 m yükseklikte, bağlı olduğu 30 m uzunluğundaki bir ipin ucunda yatay bir düzlemde sabit hızla dairesel hareket yapmaktadır. İpin diğer ucu yere bağlıdır. Uçak dakikada 4,4 devir yapmakta ve uçağa hiç bir aero-dinamik kuvvetler etki etmemektedir. a) Uçağın ivmesi nedir? b) İpteki gerilim kuvveti nedir? c) Uçağın kanatlarının sağladığı kaldırma kuvvetinin büyüklüğü nedir?

Çözüm : $m = 0,75 \text{ kg}$, $h = 18 \text{ m}$, $L = 30 \text{ m}$, $f = 4,4 \text{ devir/dakika}$

a) Dairesel hareketin yarıçapı, $R = L - h$ 'dır ve model uçağın hızı, $v = 2\pi R f$ 'dir. Uçağa etki eden T gerilim kuvveti daima merkeze (O noktası) doğrudur. Bu durumda net merkezci kuvvet, $T = (mv^2)/R = ma \Rightarrow$ ivme de merkezci olup büyüklüğü,

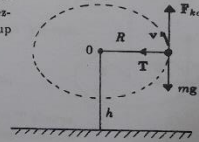
$$a = \frac{v^2}{R} = 4\pi^2 R f^2 = 4\pi^2 \times (30 - 18) \times \left(\frac{4,4}{60} \right)^2$$

$$a = 34,7 \text{ m/s}^2 \text{ 'dır.}$$

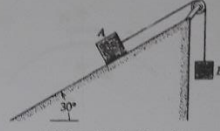
$$b) T = ma = 0,75 \times 34,7 = 26,1 \text{ N 'dır.}$$

c) Uçak düşey doğrultuda hareket etmediğine göre, havanın uçağın kanatlarına uyguladığı yukarı doğrultudaki kaldırma kuvveti uçağın ağırlığına eşittir.

$$F_{kal} = mg = 0,75 \times 9,8 = 7,35 \text{ N 'dır.}$$



35. İki blok, Şekil 6 - 30'da gösterildiği gibi, kütsüz bir makaradan geçirilmiş bir ip ile bağlanmıştır. A bloğunun kütlesi 10kg ve kinetik sürtünme katsayısı 0,20'dir. A bloğu sabit hızla düzlemde aşağı kayıyorsa, B kütesinin değeri nedir?



Şekil 6-30 Problem 35.

Çözüm : Sisteme etkiyen kuvvet diagramı şekilde gösterilmiştir.

$m_A = 10 \text{ kg}$, $\mu_k = 0,2$, $v_A = \text{sabit}$, $\theta = 30^\circ$

Sistemin hareket denklemi

$$m_A g \sin \theta - T - f_k = 0.$$

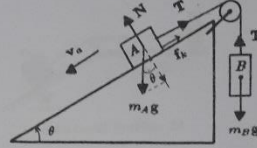
Blok sabit hızla hareket ettiğinden üzerine etkiyen kuvvetlerin toplamı sıfırdır. Sürtünme kuvveti

$$f_k = \mu_k N = \mu_k m_A g \cos \theta,$$

bu iki denklem arasında T çözülürse,

$$T = m_A g \sin \theta - \mu_k m_A g \cos \theta, \quad T = m_B g \text{ buradan } m_B \text{ çözülürse,}$$

$$m_B = \frac{T}{g} = m_A \sin \theta - \mu_k m_A \cos \theta = 10[\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ] = 3,3 \text{ kg}.$$

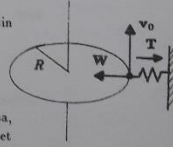


36. Dünya dönmeseydi, ekvator kuşağında ve deniz seviyesinde standard kilogramın ağırlığı 9,8 N olacaktı. Fakat, dünyanın döndüğünü biliyoruz. Bu durumda, bu kütle, yarıçapı $6,40 \times 10^6 \text{ m}$ (dünyanın yarıçapı) olan daire üzerinde 465 m/s 'lik sabit hızla dönmektedir. a) Standard kilogramın dairesel yörüngede dönebilmesi için gerekli merkezci kuvveti hesaplayınız. b) Standard kilogram tarafından ekvatora yerleştirilmiş bir yaylı teraziye uygulanan kuvvet (standard kilogramın ağırlığı) nedir?

Çözüm : $W = 9,8 \text{ N}$, $R = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$, $v_0 = 465 \text{ m/s}$

a) Dairesel hareket için gerekli olan net merkezci kuvvetin büyüklüğü,

$$F_c = \frac{W v_0^2}{g R} = \frac{9,8}{9,8} \times \frac{(465)^2}{6,4 \times 10^6} = 0,03 \text{ N olur.}$$



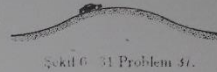
b) Yaylı terazinin standard kilograama uyguladığı kuvvet T alınırsa, standard kilograama etkiyen dairesel hareket merkezine doğru olan net kuvvet,

$$W - T = \frac{W v_0^2}{g R} \text{ 'dir ve } T = W - \frac{W v_0^2}{g R} \text{ olur.}$$

Standard kilogramın yaya uyguladığı kuvvet, $T' = -T$ 'dir. T' 'nin yönü dairenin merkezine doğrudur ve büyüklüğü,

$$T' = T = W - F_c = 9,8 - 0,03 = 9,77 \text{ N olur.}$$

37. Yarıçapı yaklaşık olarak 250 m olan daire şeklindeki bir tepenin üzerinde bir otomobil hareket etmektedir. Otomobilin, yoldan ayrılmadan hareketine devam etmesi için tepenin en üst noktasına geldiğinde maksimum hızı ne olmalıdır? (Şekil 6 - 31.)



Şekil 6 - 31 Problem 37.

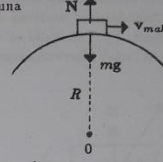
Çözüm : $R = 250$ m

Tepenin üzerindeki hareket yaklaşık olarak dairesel hareket olduğuna göre, net merkezci kuvvet,

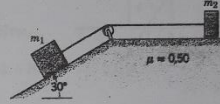
$$mg - N = \frac{mv^2}{R} \text{ 'dir.}$$

Yolun uyguladığı kuvvet minimum ($N \rightarrow 0$) olduğunda otomobilin hızı maksimum olur.

$$N = 0 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{gR} = \sqrt{9,8 \times 250} = 49,5 \text{ m/s 'dir.}$$



38. Şekil 6 - 32'deki m_1 kütesinin değeri 4,0 kg ve m_2 kütesinin değeri 2,0 kg 'dır. m_2 ile yatay düzlem arasındaki sürtünme katsayısı 0,50 ve eğik düzlem sürtünmesizdir. a) İpteki gerilim kuvvetini bulunuz. b) Blokların ivmesi nedir?



Şekil 6-32 Problem 38

Çözüm : $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $\mu_2 = 0,5$, $\theta = 30^\circ$

a) Hareket denklemleri

$$m_1 g \sin \theta - T = m_1 a, \quad T - f_k = m_2 a$$

T ilk denklemden çözülüp ikinci denkleme yerine konulur ve

$$f_k = \mu_2 N_2 = \mu_2 m_2 g$$

olduğu anımsanırsa,

$$m_1 g \sin \theta - \mu_2 m_2 g = (m_1 + m_2) a.$$

Bu ifadenin a çözülürse,

$$a = \frac{m_1 g \sin \theta - \mu_2 m_2 g}{(m_1 + m_2)}$$

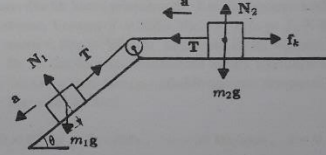
bulunur ve ikinci hareket denkleminde yerine konulursa, ipteki gerilim kuvveti,

$$T = m_2 a + f_k = m_2 \frac{m_1 g \sin \theta - \mu_2 m_2 g}{(m_1 + m_2)} + \mu_2 m_2 g$$

$$T = 2 \times \frac{4 \times 9,8 \times \sin 30^\circ - 0,5 \times 2 \times 9,8}{(4 + 2)} + 0,5 \times 2 \times 9,8 = 13,1 \text{ N bulunur.}$$

b) İvme,

$$a = \frac{m_1 g \sin \theta - \mu_2 m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{4,0 \times 9,8 \times \sin 30^\circ - 0,5 \times 2,0 \times 9,8}{4 + 2} = 1,6 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$



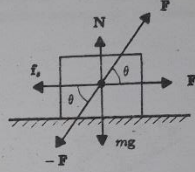
39. Kütlesi 10 kg olan bir çelik blok, yatay masa üzerinde hareketsiz durmaktadır. Blok ile masa arasındaki statik sürtünme katsayısı 0,50 dir. a) Bloğu harekete başlatabilmek için uygulanması gereken yatay kuvvetin büyüklüğü ne olmalıdır? b) Bloğu harekete başlatabilmek için yukarıya doğru uygulanan ve yatayla 60° lik açı yapan kuvvetin değeri ne olmalıdır? c) Bloğun hareket etmemesi için aşağıya doğru uygulanan ve yatayla 60° lik açı yapan kuvvetin değeri ne olmalıdır?

Çözüm : $m = 10 \text{ kg}$, $\mu_s = 0,50$, $\theta = 60^\circ$

- a) $f_{\text{mak}} = \mu_s N = \mu_s mg = 0,50 \times 10 \times 9,8 = 49 \text{ N} = F_1$.
b) $N = mg - F \sin \theta$, $f_{\text{mak}} = \mu_s N = \mu_s (mg - F \sin \theta)$
 $F \cos \theta = f_{\text{mak}} = \mu_s (mg - F \sin \theta)$

Bu denklemden bloğu hareket ettiren F kuvveti çözümlerse,

$$F = \frac{\mu_s mg}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta} = \frac{0,5 \times 10 \times 9,8}{\cos 60^\circ + 0,5 \sin 60^\circ} \Rightarrow F = 52,5 \text{ N}$$



- c) $\theta = 60^\circ$, $N = mg + F \sin \theta$, $f_{\text{mak}} = \mu_s N = \mu_s (mg + F \sin \theta)$
Bloğun hareketsiz kalması için $-F$ kuvvetinin yatay doğrultudaki bileşeninin f_s sürtünme kuvvetine eşit olması gereklidir.

$$F \cos \theta = f_{\text{mak}} = \mu_s (mg + F \sin \theta)$$

bu denklemden F çözümlerse,

$$F = \frac{\mu_s mg}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta} = \frac{0,5 \times 10 \times 9,8}{\cos 60^\circ - 0,5 \sin 60^\circ} \Rightarrow F = F_{\text{mak}} = 731,5 \text{ N} \text{ bulunur.}$$

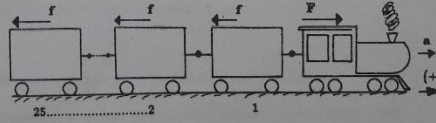
40. Bir lokomotif 25 vagonluk bir katarı düz bir hatta çekmektedir. Her bir vagonun kütlesi 50 metrik ton'dur. Her bir vagona etki eden sürtünme kuvveti, $f = 250 \text{ v}$ 'dir. v , m/s ve f , N ile ifade edilir. Katarın hızı 30 km/saat olduğunda ivmesi $0,20 \text{ m/s}^2$ 'dir. a) Lokomotif ile ilk vagonun bağlantı noktasındaki gerilim kuvveti nedir? b) Bu gerilim kuvveti, lokomotifin katarı uygulayacağı maksimum kuvvete eşit ise, katarın 30 km/saat 'lık sabit hızla rampayı çıkabilmesi için rampanın eğim açısının en büyük değeri ne olur? (Bir metrik ton = 10^3 kg 'dır.)

Çözüm : $n = 25$, $m = 50 \text{ ton} = 50 \times 10^3 \text{ kg}$, $f = 250v$, $v = 30 \text{ km/saat}$, $a = 0,20 \text{ m/s}^2$

- a) Sistem üzerine etki eden net kuvvet $F - nf$ 'dir. Hareket denklemi,

$$F - nf = nma \text{ 'dır.}$$

Birinci vagona lokomotifin uyguladığı kuvvet,

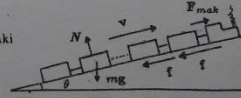


$$F = nma + nf = nma + n \times 250v = 25[50 \times 10^3 \times 0,20 + 250 \times 30 \times \frac{10^3}{3600}]$$

$$F = 3,02 \times 10^5 \text{ N 'dır.}$$

- b) $v = C$ (sabit), $F_{\text{mak}} = 3,02 \times 10^5 \text{ N}$
Hız sabit olacağı için eğik düzleme paralel doğrultudaki net kuvvet sıfır olmalıdır.

$$F_{\text{mak}} - 25f - 25mg \sin \theta_{\text{mak}} = 0$$



$$\sin \theta_{mak} = \frac{F_{mak} - 25 \times 250v}{25mg} \Rightarrow \theta_{mak} = \sin^{-1} \left(\frac{F_{mak}}{25mg} - \frac{250v}{mg} \right)$$

$$\theta_{mak} = \sin^{-1} \left(\frac{3,02 \times 10^5}{25 \times 50 \times 10^3 \times 9,8} - \frac{250 \times 30 \times 10^3}{50 \times 10^3 \times 9,8 \times 3600} \right) = 1,17^\circ$$

$\theta \leq \theta_{mak}$ olmalıdır.

41. Birbirlerine ipe bağlanmış 35,6 N ve 71,2 N ağırlığındaki iki blok 30° 'lik bir eğik düzlemde aşağıya doğru kayıyorlar. 35,6 N 'luk blok ile düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,10 ve 71,2 N 'luk blok ile düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,20 dir. a) Blokların ivmesini bulunuz. b) 35,6 N 'luk bloğun önde gittiğini varsayarak, ipteki gerilimi hesaplayınız. c) Blokların sırası değiştirilirse, ne olur?

Çözüm : $W_1 = 35,6 \text{ N}$, $\mu_{1k} = 0,10$,
 $W_2 = 71,2 \text{ N}$, $\mu_{2k} = 0,20$, $\theta = 30^\circ$

a) Sürtünme kuvvetleri,

$$f_1 = \mu_{1k} N_1 = \mu_{1k} W_1 \cos \theta; f_2 = \mu_{2k} N_2 = \mu_{2k} W_2 \cos \theta.$$

Hareket denklemleri

$$W_1 \sin \theta - T - f_1 = \frac{W_1}{g} a \quad (1 \text{ nolu blok için}) \quad \text{ve}$$

$$W_2 \sin \theta + T - f_2 = \frac{W_2}{g} a \quad (2 \text{ nolu blok için}) \quad \text{dir.}$$

Denklemler taraf tarafa toplanırsa,

$$(W_1 + W_2) \sin \theta - f_1 - f_2 = \left(\frac{W_1 + W_2}{g} \right) a \quad \text{bulunur.}$$

Bu ifadeden a çözülürse,

$$a = \frac{g}{W_1 + W_2} [(W_1 + W_2) \sin \theta - (\mu_{1k} W_1 + \mu_{2k} W_2) \cos \theta] \quad \text{elde edilir.}$$

$$a = \frac{9,8}{(35,6 + 71,2)} [(35,6 + 71,2) \sin 30^\circ - (0,1 \times 35,6 + 0,2 \times 71,2) \cos 30^\circ], \quad \text{buradan}$$

$$a = 3,49 \text{ m/s}^2 \quad \text{bulunur.}$$

b) İki numaralı bloğun hareket denkleminde ipteki T gerilimi çekilirse,

$$T = \frac{W_2}{g} a + \mu_{2k} W_2 \cos \theta - W_2 \sin \theta \quad \text{bulunur.}$$

Gerilim kuvvetinin büyüklüğü,

$$T = \frac{71,2}{9,8} \times 3,49 + 0,2 \times 71,2 \cos 30^\circ - 71,2 \sin 30^\circ \Rightarrow T = 2,09 \text{ N}.$$

c) Bu durumda gerilim $T = 0$ olacağından bloklar birbirlerinden bağımsız hareket ederler. Belli bir zaman sonra birinci blok ikinci bloğa çarpar.