

# KIRCHHOFF'UN YASALARI (KANUNLARI)

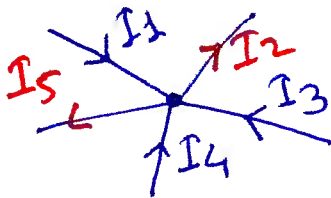
# 1. Kirchhoff Yasası  
(Kirchhoff'un Akımlar Kanunu)

# 2. Kirchhoff Yasası  
(Kirchhoff'un Gerilimler Kanunu)

- 1. Kirchhoff Yasası:** İki şekilde tanımlanabilir;
- # Bir devrede herhangi bir düğüme gelen akımların toplamı, düğümden giden akımların toplamına eşit olur.
  - # **Yada;** herhangi bir düğüme ilişkin akımların cebirsel toplamı sıfırdır. Bu toplamda; giden akımlar (+) işaretli, gelen akımlar (-) işaretli alınır. (Tam tersi de olabilir ama bu kabul kullanılır)

Bu şekilde yazılan denklemlere düğüm denklemleri denir.

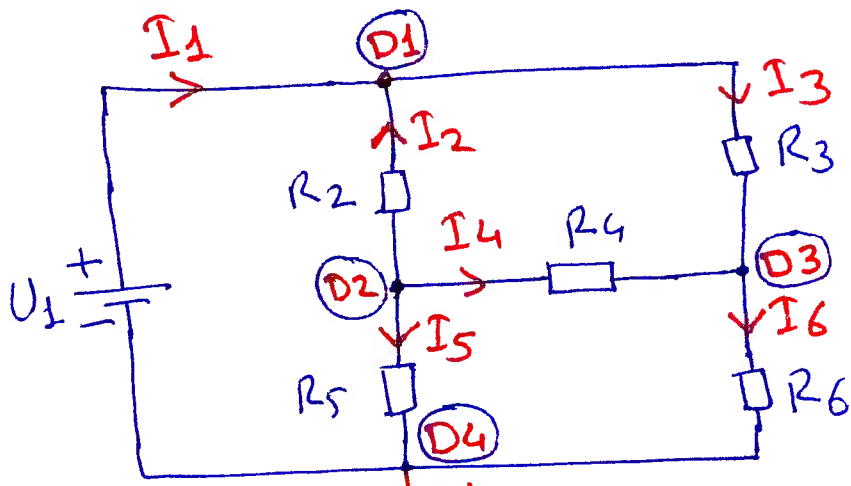
Bir devredeki düğüm aşağıda verildiği gibi olsun.



Burada düğüm denklemi hem  $I_2 + I_3 = I_1 + I_4 + I_5 \dots ①$  olarak hem de  $-I_1 + I_2 - I_3 - I_4 + I_5 = 0 \dots ②$

olarak yazılabilir. 1'in bir adım sonrası olan 2'deki tanım kullanılır (tercih edilir).

Bu yasa örnek bir devre üzerinde uygulanır sa:



Devrede  $U_1, R_2, R_3, R_4, R_5$  ve  $R_6$ 'nın bilindiği kabul edilmiştir.

$D_1, D_2, D_3$  ve  $D_4$  düğümleri için

**Düğüm Denklemleri** yazılırsa;

(Akımların yönleri rastgele seçilmiştir!)

(Referans Düğümü)

$$\begin{aligned} D1 \rightarrow & -I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ D2 \rightarrow & I_2 + I_4 + I_5 = 0 \\ D3 \rightarrow & -I_3 - I_4 + I_6 = 0 \end{aligned}$$

Kullanılarak  
Düğüm Denklemleri  
(Bağımsız Denklemler)

$$D4 \rightarrow I_1 - I_5 - I_6 = 0 \quad \text{Kullanılmaz}$$

**Not-1:** Bir devrede  $N_d$ : düğümlerin sayısı ise  $(N_d - 1)$  tane denklem bağımsızdır ve kullanılabilir.

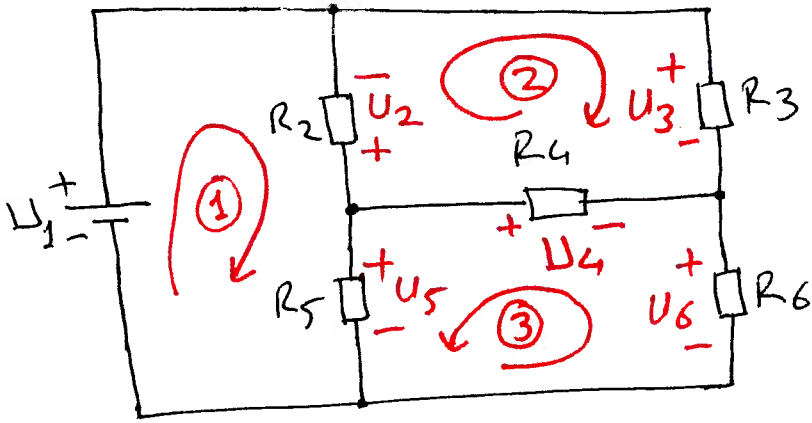
**Not-2:** Devrede  $N_d = 4$  olup  $(N_d - 1 = 3)$  tane denklem kullanılabilir. 6 bilinmeyenli 3 tane düğüm denklemleri vardır ve bu aşamada çözüm mümkün değildir.

**Not-3:** Devrede düğümlerden bir tanesi Referans Düğümü olarak seçilir ve gerilimi sıfır kabul edilir. En fazla kaynağına bağlı bulunduğu düğümün Referans Düğümü olarak tercih edilmesi kolaylıklar sağlar.

**Not-4:** Yukarıdaki denklemler eleman akımları cinsindendir.

**2. Kirchhoff Yasası:** Bir devrede kapalı bir yol (gevre) boyunca karşılaşılan gerilimlerin cebirsel toplamı sıfır olur. Gevrede bir pozitif yön seçilir ve bu yönde gidilirken; eleman gerilimi (+) ucuna girilmiş ise (+) işaretli olarak, (-) ucuna girilmiş ise de (-) işaretli olarak denklemden yer alır. Oluşan denklemlere gevre denklemleri denir.

Bu yasa örnek bir devre üzerinde uygulanacak olursa:



Burada  $U_1, R_2, R_3, R_4, R_5$  ve  $R_6$  biliniyor olsun. Eleman gerilimleri ve polariteleri rastgele seçilmiştir. Gevre yönleri rastgele seçilmiştir.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & -U_2 + U_5 = U_1 \\ \textcircled{2} \quad & U_2 + U_3 - U_4 = 0 \\ \textcircled{3} \quad & -U_4 + U_5 - U_6 = 0 \end{aligned}$$

Eleman gerilimleri cinsinden gevre denklemleri. 6 bilinmeyen 3 denklem var, çözüm mümkün değil.

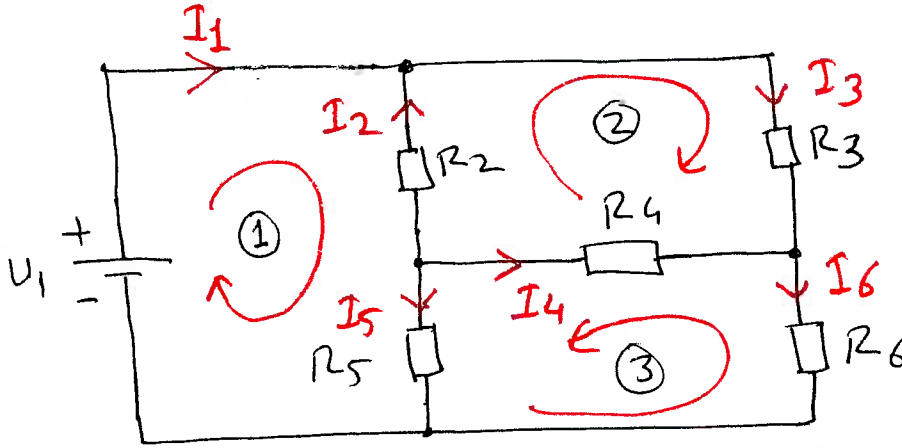
**Not-5:** Bir devrede  $N_e$ : elemanların sayısı,  $N_d$ : düğümlerin sayısı ise  $(N_e - N_d + 1)$  tane gevre denklemi bağımsızdır ve kullanılabilir. Bu denklemlerde bütün eleman gerilimleri gösterilmelidir.

Yukarıdaki devrede  $N_e = 6$ ,  $N_d = 4$  olup,  $N_e - N_d + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$  tane gevre denklemi kullanılabilir.

## Eleman Akımları Cinsinden Gevre Denklemleri:

Bu yöntemde, gevre denklemlerindeki eleman gerilimleri eleman akımları cinsinden yazılır ( $V_R = R I_R$ ). Eleman akımlarının yönü rastgele seçilir. Seçilen Gevre yönü ile akım yönü aynı ise gerilim (+) işaretli olarak, ters ise de gerilim (-) işaretli olarak denklemlerde yer alır.

Örnek devre üzerinde uygulama:



$U_1, R_2, R_3, R_4, R_5$   
ve  $R_6$  biliniyor.

$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$   
ve  $I_6$  bilinmeyenler.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & -I_2 R_2 + I_5 R_5 = U_1 \\ \textcircled{2} \quad & I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = 0 \\ \textcircled{3} \quad & -I_4 R_4 + I_5 R_5 - I_6 R_6 = 0 \end{aligned}$$

Eleman akımları cinsinden Gevre denklemleri. Bilinmeyen sayısı, denklem sayısından fazla.

**Not-6:** Yukarıdaki denklemler, eleman gerilimleri cinsinden Gevre denklemlerinin bir adım sonradır. Burada eleman gerilimleri, akımları cinsinden ifade edilmiştir.

**Not-7:** 1. yazardan elde edilen 3 adet dögüm denklemi ile yukarıda elde edilen 3 adet eleman akımları cinsinden Gevre denklemleri birleştirilirse 6 bilinmeyenli (eleman akımları) 6 denklem oluşur. Bu durumda gözüm mümkün hale gelmiştir. Bu gözüm sonucunda  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  ve  $I_6$  bulunur. deha sonra eleman gerilimleri ( $V_R = R I_R$ ) ile hesaplanır.

## Gevre Akımları Cinsinden Gevre Denklemleri

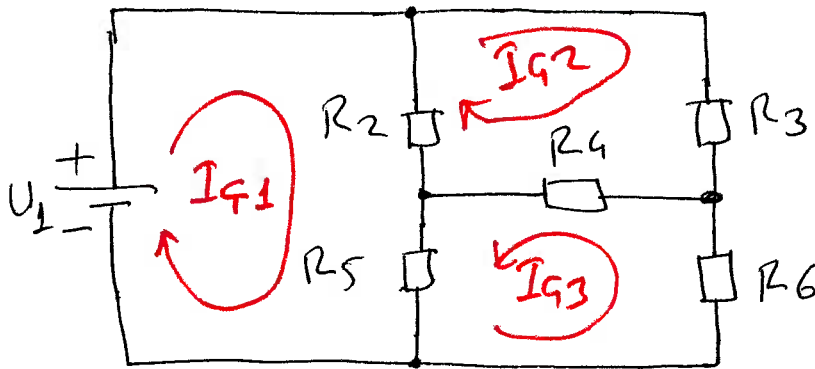
Bu yöntemde seçilen her bir gevreye bir gevre akımı karşılık düşünülür. Eleman gerilimleri gevre akımları cinsinden yazılır.

# Önce ilgili gevre denkleminde, ilgili gevre akımının dirençler üzerinden etkileri (+) işaretli olarak yer alır.

# Sonra, ilgili gevreye dirençler üzerinden komşu gevre akımı varsa ve eleman üzerinde aynı yönde ise gerilimi (+) işaretli, ters yönde ise (-) işaretli olarak komşu gevrelerin etkileri ilgili denklemlerde yer alır.

# İlgili gevrede varsa gerilim kaynağının gerilimi denklemlerde yer alır.

# Bilinenler eşitliğin diğer tarafına yazılır.



$U_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$  biliniyor.

$I_{q1}, I_{q2}, I_{q3}$  Gevre akımları bilinmiyor.

- ①  $R_2 I_{q1} + R_5 I_{q1} - R_2 I_{q2} + R_5 I_{q3} = U_1$
- ②  $-R_2 I_{q1} + R_2 I_{q2} + R_3 I_{q2} + R_4 I_{q2} + R_4 I_{q3} = 0$
- ③  $R_5 I_{q1} + R_4 I_{q2} + R_4 I_{q3} + R_5 I_{q3} + R_6 I_{q3} = 0$

Yukarıdaki denklemler düzenlenirse;

- ①  $(R_2 + R_5) I_{q1} - R_2 I_{q2} + R_5 I_{q3} = U_1$
- ②  $-R_2 I_{q1} + (R_2 + R_3 + R_4) I_{q2} + R_4 I_{q3} = 0$
- ③  $R_5 I_{q1} + R_4 I_{q2} + (R_4 + R_5 + R_6) I_{q3} = 0$



## Gevre Akımları Cinsinden Gevre Denklemlerinin Doğrudan Yazılması

- # İlgili gevredaki dirençler toplanır ve ilgili gevre akımı ile çarpılır.
- # Dirençler üzerinden komşu gevre akımları yönlenide dikkate alınarak ilgili gevre denkleminde yazılır.
- # Kaynak gerilimleri yazılır, bilinmeyenler eşitliğin diğer tarafında yer alır.

$$\textcircled{1} (R_2 + R_5) I_{q1} - R_2 I_{q2} + R_5 I_{q3} = U_1$$

$$\textcircled{2} -R_2 I_{q1} + (R_2 + R_3 + R_4) I_{q2} + R_4 I_{q3} = 0$$

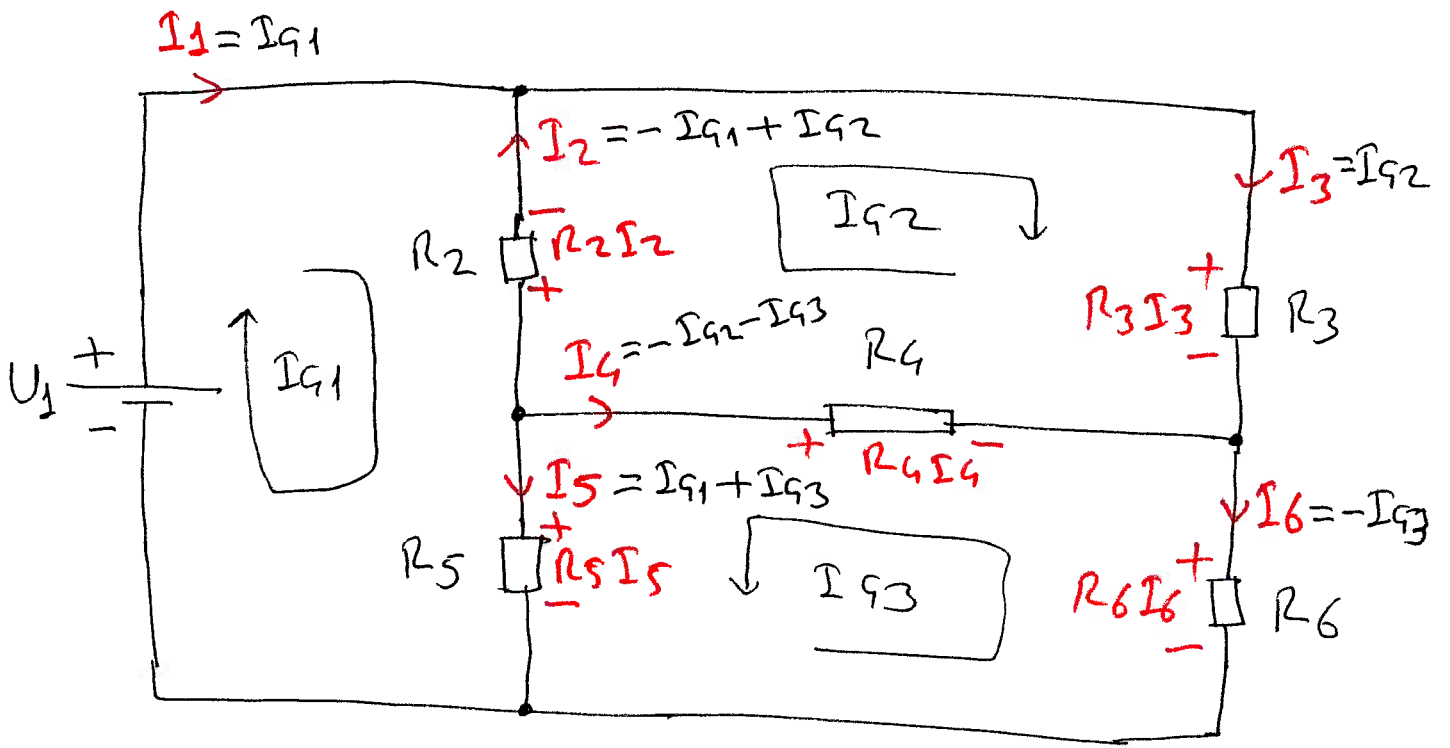
$$\textcircled{3} R_5 I_{q1} + R_4 I_{q2} + (R_4 + R_5 + R_6) I_{q3} = 0$$

**Not-8:** Yukarıdaki denklemler ile önceki düzenlenenen denklemlerin aynı olduğu görülür.

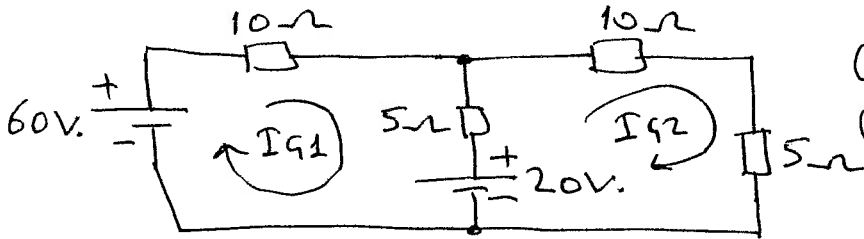
**Not-9:** Elde edilen bu 3 bilinmeyenli 3 denklem gözülürse  $I_{q1}$ ,  $I_{q2}$  ve  $I_{q3}$  bulunur. Daha sonra eleman gerilimleri bulunur. Bu sonuçların devre üzerinde gösterimleri aşağıda verilmiştir.

**Not-10:** Gevre akımları yöntemi kullanılarak bir devrenin görünümü en az sayıda denklemler kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Yukarıdaki tüm konular da hep aynı örneğin kullanıldığı görülür. Dolayısıyla esasta 6 bilinmeyenli 6 denklem görmek yerine 3 bilinmeyenli 3 denklem gözülerek devreye ilişkin tüm bilinmeyenler daha sonra adım adım gerçekleştirilebilir.

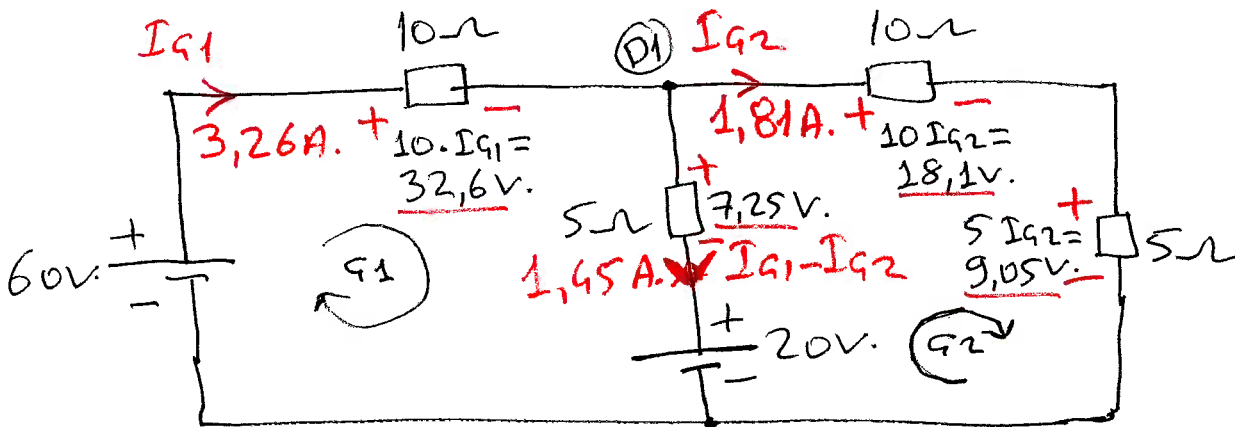
**Not-11:** Gevre akımları cebirsel toplanarak eleman akımları hesaplanır.



**örnek:** Aşağıdaki devreyi Gevire akımları yöntemiyle çözerek, tüm akımları ve gerilimleri devre üzerinde gösteriniz?



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 15 I_{q1} - 5 I_{q2} &= 40 \\ \textcircled{2} \quad -5 I_{q1} + 20 I_{q2} &= 20 \\ I_{q1} &= 3,26 \text{ A} \\ I_{q2} &= 1,81 \text{ A} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} q1'da \text{ toplam gerilim} &\rightarrow -60 + 32,6 + 7,25 + 20 \approx 0 \\ q2'de \text{ " " " } &\rightarrow -20 - 7,25 + 18,1 + 9,05 \approx 0 \\ D1'de \text{ toplam akım} &\rightarrow -3,26 + 1,81 + 1,45 = 0 \end{aligned}$$