

SAYI SİSTEMLERİ

8765 gibi bir ondalık sayı 8 tane binlik, 7 tane yüzlük, 6 tane onluk ve 5 tane birlikten oluşur. Görüldüğü üzere, on tabanındaki bir sayı 10 ve 10'un kuvvetlerinin belirli katsayı ile çarpılmasından oluşmaktadır.

$$10^3 \times 8 + 10^2 \times 7 + 10^1 \times 6 + 10^0 \times 5 = 8765$$

Genelde ondalık kesirli bir sayı aşağıdaki gibi gösterilir.

$$a_j a_{j-1} \dots a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} a_{-3} a_{-4} \dots$$

a_j katsayıları 0 ile 9 arasında değişen tam sayılarıdır. Ayrıca j değerleri 10'un hangi kuvvetinin alınacağını da gösterir.

$$a_5 \times 10^5 + a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 + \\ a_{-1} \times 10^{-1} + a_{-2} \times 10^{-2} + a_{-3} \times 10^{-3} + a_{-4} \times 10^{-4}$$

Onlu sayı sistemi 10 ve 10'un katları taban ya da baz aldığından dolayı bu sayılara on tabanında sayılar denir. İkili sayı sisteminde ise sadece 0'lar ve 1'ler söz konusudur. Burada taban ikidir. Dolayısıyla 2 ve 2'nin kuvvetleri söz konusudur. Örneğin, 1010.11 sayısının onlu tabandaki karşılığı,

$$(1010.11)_2 = (?)_{10} \\ = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ = 8 + 2 + 0.5 + 0.25 = 10.75$$

Genel olarak, r tabanındaki bir sayının onlu tabandaki karşılığı

$$...a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \dots + a_3 r^3 + a_2 r^2 + a_1 r^1 + a_0 r^0 + a_{-1} r^{-1} + a_{-2} r^{-2} + a_{-3} r^{-3} + \dots$$

Buradaki a katsayıları 0 ile $r-1$ arasında değişir. Bir sayı grubunun hangi tabanda olduğunu belirtmek için $(sayi)_{taban}$ düzeni kullanılır. Eğer taban belirtilmez ise sayı onlu tabandadır. $(5427)_8$, $(274)_{10}$, $(1011)_2$, $(5645)_7$ gibi örnekler verilebilir. Eğer kullanılan taban 10'dan büyük ise bu durumda 10 ve 10'dan büyük rakamlar için alfabenin harfleri kullanılır. Örneğin, $(AB2C)_{16}$ sayısının 10'lu tabandaki karşılığı,

$$(AB2C)_{16} = 16^3 \times A + 16^2 \times B + 16^1 \times 2 + 16^0 \times C$$

Buradaki harfler 10 ve 10'dan büyük olan sayılara karşılık gelir. Şöyle ki;

$$\begin{array}{ll} A \rightarrow 10 & D \rightarrow 13 \\ B \rightarrow 11 & E \rightarrow 14 \\ C \rightarrow 12 & F \rightarrow 15 \end{array}$$

İkili işlemler üzerine bazı örnekler;

$$\begin{array}{r}
 10111 \\
 + 01101 \\
 \hline
 100100
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10111 \\
 - 01101 \\
 \hline
 01010
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1011 \\
 \times 101 \\
 \hline
 1011 \\
 0000 \\
 + 1011 \\
 \hline
 110111
 \end{array}$$

Sayı Tabanlarında Dönüşüm

$$\checkmark (1010.011)_2 = (?)_{10}$$

$$= 2^3 \times 1 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0 + 2^{-1} \times 0 + 2^{-2} \times 1 + 2^{-3} \times 1$$

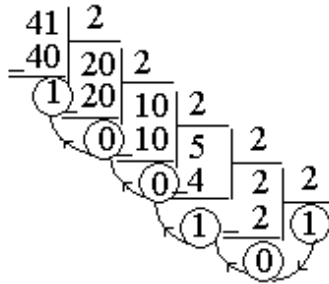
$$= (10.375)_{10}$$

$$\checkmark (630.4)_8 = (?)_{10}$$

$$= 8^2 \times 6 + 8^1 \times 3 + 8^0 \times 0 + 8^{-1} \times 4$$

$$= (408.5)_{10}$$

$$\checkmark (41)_{10} = (?)_2$$



Bölüm, dönüştürülmek istenen tabandan küçük bir sayı kalıncaya kadar dönüştürülmek istenen tabana bölünür. Daha sonra en son bölümden başlamak üzere kalan sayılar yan yana yazılarak dönüşüm tamamlanmış olur.

$$(41)_{10} = (101001)_2$$

$$\checkmark (0.6875)_{10} = (?)_2$$

$$0.6875 \times 2 = 1.375 \Rightarrow a_{-1} = 1$$

$$0.375 \times 2 = 0.750 \Rightarrow a_{-2} = 0$$

$$0.750 \times 2 = 1.500 \Rightarrow a_{-3} = 1$$

$$0.500 \times 2 = 1.000 \Rightarrow a_{-4} = 1$$

$$(0.6875)_{10} = (0.1011)_2$$

$$\checkmark (0.513)_{10} = (?)_8$$

$$0.513 \times 8 = 4.104 \quad a_{-1} = 4$$

$$0.104 \times 8 = 0.832 \quad a_{-2} = 0$$

$$0.832 \times 8 = 6.565 \quad a_{-3} = 6$$

$$0.656 \times 8 = 5.248 \quad a_{-4} = 5$$

$$0.248 \times 8 = 1.984 \quad a_{-5} = 1$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \dots\dots = ..$$

$$(0.513)_{10} = (0.40651\dots\dots)_8$$

Sayı hangi tabana dönüştürülecek ise o tabanla çarpılır ve tam kısmı kesirli kısımdan ayrılarak kesirli kısım sıfır oluncaya çarpma işlemine devam edilir.

$$\checkmark (41.6875)_{10} = (?)_2$$

Tam kısmı ve kesirli kısmı ayrı ayrı dönüştürülerek dönüşüm işlemi tamamlanır.

$$(41.6875)_{10} = (101001.1011)_2$$

Sekizli ve Onaltılı Sayılar

Sayısal bilgisayarlar, ikili sayı mantığını kullandığı için ikili, sekizli ve onaltılı sayıların iki yönlü dönüşümleri oldukça önemlidir. $2^3=8$ ve $2^4=16$ olduğu için ikili sayı grubu içindeki her üç hane bir sekizliye, her dört hane de bir onaltılıya karşılık düşer. İkiliden sekizliye dönüşüm, noktadan başlayarak sağa ve sola doğru grupların üçer üçer ayrılması ile gerçekleştirilir. Sonra bu haneler karşılık düşen değerler yazılarak işlem sona erdirilir.

$$(10111011101.1010111)_2 = (?)_8$$

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{10} & \underline{111} & \underline{011} & \underline{101} & . & \underline{101} & \underline{011} & \underline{100} \\ 2 & 7 & 3 & 5 & . & 5 & 3 & 4 \end{array} = 2735.534$$

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{101} & \underline{1101} & \underline{1101} & . & \underline{1010} & \underline{1110} & \\ 5 & D & D & . & A & E \end{array} = (5DD.AE)_{16}$$

Neden ikili sayı sistemi değil de sekizli ya da onaltılı sayı sistemi? Şöyle bir örnek ile rahatlıkla açıklanabilir: sayısal bilgisayarlarla iletişim kurmak için veri almak ya da yazmak gereklidir. Örneğin iki tabanında 1111111111111111 sayısını iletişim verisi olarak düşünelim. Bu verinin sayısal bilgisayara iletebilmesi için 16 tane haneye ihtiyaç vardır oysaki sekiz tabanında bu sayı 377777 gibi altı hane ile onaltı tabanında ise FFFF gibi dört

hane ile ifade edilebilir. İkili gösterime göre 3 ya da 4 kat daha az hane gerektirdiğinden bu sayı tabanları sayısal bilgisayarlarda tercih edilir.

Tablo. Farklı tabanların dönüşümü

TABAN 10	TABAN 2	TABAN 8	TABAN 16
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Sayıların Tümleyeni

Sayıların tümleyenleri bilgisayarlarda çıkarma işlemini basitleştirmek ve lojik işlemleri yürütmek için kullanılır. r tabanındaki bir sayı için iki tümleyen vardır: birisi taban tümleyeni diğeri de taban-1 tümleyeni. Bunlar sırasıyla, r 'nin tümleyeni ve $r-1$ 'in tümleyeni olarak bilinir.

Taban-1 tümleyeni:

r tabanında n haneli bir N sayısı verildiğinde N 'in $r-1$ tümleyeni $(r^n-1)-N$ olarak verilir. 10 tabanında $r=10$ ve $r-1=9$ olup 9'un tümleyeni 10^n-1-N olur. 10 tabanında 4 haneli bir sayı için 9'a tümleyeni 9999'dan sayının çıkartılması ile elde edilir. Buradan da görüldüğü üzere 10 tabanında bir sayının 9'a tümleyeni her bir hanenin 9'dan çıkartılması ile elde edilir.

İkili sayılar için $r=2$ ve $r-1=1$ olup herhangi iki tabanındaki bir N sayısının 1'e tümleyeni $(2^n-1)-N$ 'dir. Örneğin, iki tabanında dört haneli bir sayı için $n=4$ olup $2^4=(10000)_2$ ve $2^4-1=1111$. İkili sayıların her bir basamağının 1'den çıkartılması 1'lerin 0, 0'ların 1 olması anlamına gelmektedir.

10001010'in 1'e tümleyeni 01110101'dir.

Sekizli ve onaltılı sayıların $(r-1)$ 'e tümleyeni ise sırasıyla 7 ve F'den çıkartılması ile elde edilir.

Taban Tümleyeni

n haneli bir N sayısının taban tümleyeni $N \neq 0$ için $r^n - N$ ve $N = 0$ için 0'dır. $(r-1)$ 'e göre tümleyen ile r 'ye göre tümleyen karşılaştırıldığında $r^n - N = [(r^n - 1) - N] + 1$ olup r 'ye göre tümleyen $r-1$ 'e göre tümleyene 1 eklenerek elde edilir. Örneğin, onlu tabandaki 2356 sayısının $r-1$ 'e göre tümleyeni 7643, r 'ye göre tümleyeni 7644'dür. Bir başka deyişle, onlu tabandaki sayının en düşük anlamlı rakamı 10'dan diğerleri de 9'dan çıkartılarak 10'a (taban) tümleyeni bulunur. Eğer en düşük anlamlı rakam sıfır ise sola doğru sıfırdan farklı ilk elemandan 10 çıkartılır diğerlerinden yine 9 çıkartılarak tümleyeni bulunur. Benzer şekilde ikili tabanda en düşük anlamlı rakamlar 0 ise ilk 1'de dâhil olmak üzere bunlar değiştirilmeden bırakılıp diğer değerler 1 ise 0, 0 ise 1 yapılarak 2'ye göre tümleyeni bulunur. Eğer en düşük anlamlı rakam 1 ise bu değiştirilmez diğer rakamlar 1 ise 0, 0 ise 1 yapılarak tümleyen bulunur. Eğer sayı kesirli ise nokta geçici olarak kaldırılır. Tümleyeni bulunduktan sonra nokta eski konumuna yerleştirilerek tümleyeni bulunmuş olur. Bir sayının tümleyeninin tümleyeni yine kendisine eşittir. Örneğin, N sayısının r 'ye göre tümleyeni $r^n - N$, $r^n - N$ sayısının tümleyeni $r^n - (r^n - N) = N$ 'dir.

Taban Tümleyeni Kullanılarak Çıkarma İşlemi

Sayısal bilgisayarlar çıkarma işlemini yapmak için burada anlatılacak mantığı kullanır. n haneli ve işaretli iki sayıdan oluşan r tabanındaki $M-N$ gibi bir çıkarma işlemi;

- Çıkarılan M sayısı, çıkan N sayısının r 'ye göre tümleyenine eklenir. Böylece $M + (r^n - N) = M - N + r^n$ işlemi gerçekleşmiş olur.
- $M \geq N$ ise toplama sonucundan r^n eldesi atılarak $M - N$ işleminin sonucu elde edilir.
- $M < N$ ise toplama sonucunda elde oluşmaz ve sonuç $r^n - (N - M)$ 'e eşit olur. Bu aslından $M - N$ 'in r 'ye göre tümleyenidir ve sonuç negatiftir.

Örnek: 10'a tümleyen kullanarak 72532–3250 işlemini gerçekleştiriniz.

$$\begin{array}{rcl}
 M & = & 72532 \\
 N\text{'in } 10\text{'a göre tümleyeni} & = & 96750 \quad (10^5 - 3250 \text{ sayı 4 haneli ama haneler eşit} \\
 & & \text{olmak zorunda olduğu için } n=5 \text{ seçildi.}) \\
 \text{Toplam} & = & \begin{array}{r} + \\ 169282 \end{array} \\
 M \geq N \text{ olduğu için atılacak son elde } 10^5 & = & \begin{array}{r} - \\ 100000 \end{array} \\
 \text{Sonuç} & = & 69282
 \end{array}$$

N'in 10'a tümleyeni ile en anlamlı hane 9 olur. Toplamda yeni bir hanenin oluşması atılacak bir elde olduğu ya da işlem sonucunun pozitif olduğu anlamına gelir.

Örnek: 10'a tümleyen kullanarak 3250-72532 işlemini gerçekleştiriniz.

$$\begin{array}{rcl}
 M & = & 03250 \\
 N\text{'in } 10\text{'a göre tümleyeni} & = & \underline{27468} \\
 \text{Toplam} & = & 30718 \\
 \text{Atılacak elde yoktur.} & & \\
 \text{Sonuç:}-(30718\text{'in } 10\text{'a tümleyeni}) & = & -69282
 \end{array}$$

N'in 10'a tümleyeni alınıp toplandığında herhangi bir hane oluşmadığından atılacak bir elde yoktur ve işlem sonucu negatiftir.

Örnek: X=1010100 ve Y=1000011 ikili sayılarını 2'ye tümleyenlerini kullanarak (a) X-Y ve (b) Y-X işlemlerini gerçekleştiriniz.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{(a)} & X & = 1010100 \\
 & Y\text{'nin } 2\text{'ye tümleyeni} & = \underline{+0111101} \\
 & \text{Toplam} & = \underline{10010001} \quad (\text{hane oluştuğu için elde var}) \\
 & \text{Atılan elde } 2^7 & = \underline{-10000000} \\
 & \text{Sonuç (X-Y)} & = 00010001 \\
 \text{(b)} & Y & = 1000011 \\
 & X\text{'nin } 2\text{'ye tümleyeni} & = \underline{+0101100} \\
 & \text{Toplam} & = \underline{1101111} \quad (\text{hane oluşmadığı için elde yok}) \\
 & \text{Atılan elde} & = \text{Yok} \\
 \text{Sonuç:}-(Y-X)\text{Toplamın } 2\text{'ye tümleyeni} & = & -0010001
 \end{array}$$

Taban-1 tümleyeni kullanılarak çıkarma işleminin yapılması

İşaretsiz sayıların çıkarma işlemi $(r-1)$ 'e tümleyen kullanılarak da yapılabilir. $(r-1)$ 'e tümleyeninin r 'ye tümleyenden bir eksik olduğu hatırlanırsa çıkan tümleyeni ile çıkarılanın toplamı sonucunda elde oluşuyor ise sonuç, eldenin kaldırılarak toplama eklenmesi ile bulunur.

Örnek: X=1010100 ve Y=1000011 ikili sayılarını 1'e tümleyenlerini kullanarak (a) X-Y ve (b) Y-X işlemlerini gerçekleştiriniz.

$$\text{(a)} \quad X = 1010100$$

$$\begin{array}{rcl}
Y'nin 1'e tümleyeni & = & + \begin{array}{r} 0111100 \\ \hline 10010000 \end{array} \quad (\text{hane oluştuğu için elde var}) \\
\text{Toplam} & = & \\
\text{Elde aktarması} & = & + \begin{array}{r} \boxed{1} \rightarrow 1 \\ \hline \end{array} \\
\text{Sonuç (X-Y)} & = & 0010001
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
(b) \quad Y & = & 1000011 \\
X'nin 1'e tümleyeni & = & + \begin{array}{r} 0101011 \\ \hline 1101110 \end{array} \quad (\text{hane oluşmadığı için elde yok}) \\
\text{Toplam} & = & \\
\text{Atılan elde} & = & \text{Yok} \\
\text{Sonuç:-(Y-X)Toplamın 1'e tümleyeni} & = & -0010001
\end{array}$$

İKİLİ KODLAR

Bilgisayarlar sadece birler ve sıfırlar üzerinde işlem yapabildikleri için veriler ikili olarak kodlanmış olarak kaydedilirler. Kaydedilen kodların her bir hanesi bir bittir. Bit, tanıma göre ikili bir hanedir. İkili bir hane de ya 0 ya da 1'den oluşmuş bir büyüklüktür. n bitlik bir sayı dizisi ya da kod 2^n farklı gruptan oluşan bir büyüklüğü temsil eder. Örneğin, 2 bitlik bir kodda 00, 01, 10 ve 11 olmak üzere $2^2=4$ tane farklı durum belirtilebilir.

Onlu sayılar en az dört bit ile ifade edilir. Dört ya da daha fazla biti farklı kombinasyonlarda düzenleyerek çeşitli kodlar elde edilebilir. Kullanılan birkaç kod aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo. Onlu sayılar için ikili kodlar

Onlu Sayı	BCD 8421	3 Artıklı	84-2-1	2421	İki Beşli 5043210
0	0000	0011	0000	0000	0100001
1	0001	0100	0111	0001	0100010
2	0010	0101	0110	0010	0100100
3	0011	0110	0101	0011	0101000
4	0100	0111	0100	0100	0110000
5	0101	1000	1011	1011	1000001
6	0110	1001	1010	1100	1000010
7	0111	1010	1001	1101	1000100
8	1000	1011	1000	1110	1001000
9	1001	1100	1111	1111	1010000

BCD (**B**inary **C**oded **D**ecimal)(ikili kodlanmış onlu), her onlu sayının yukarıdaki tabloda verildiği gibi bir koda karşılık gelmesi ile elde edilir. BCD kodunda ağırlıklar 8, 4, 2 ve 1'dir. Örneğin, onlu tabandaki 6, BCD kodunda 0110 değerine karşılık gelir. $0 \times 8 + 1 \times 4 + 2 \times 1 + 0 \times 1 = 6$ şeklinde onlu tabana çevrilir. Bu onlu sayının ikili tabana çevrilmesi gibi görünmekle birlikte tamamen farklıdır. 0 ile 9 arasındaki sayıların ikili tabanı ile BCD kodları aynı olmakla beraber 9'dan büyük sayılar için farklıdır. Örneğin, onlu 27 sayısını düşünelim, 27 sayının

ikili dönüşümü, 11011 iken BCD kodu 0010 0111'dir. Her bir onlu basamağın ayrı ayrı ikili karşılıkları yazılarak sayı BCD olarak kodlanır. 3-artıklı kodlamada sayının BCD koduna 3 eklenerek elde edilir. Eski bilgisayarlarda kullanılan bir kodlama türüdür. 84-2-1 kodlamada ağırlıklar 8, 4, -2 ve -1 olarak değişir. 1011 sayısının onlu karşılığı, $1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times (-2) + 1 \times (-1) = 5$ olarak bulunur. Tabloda gösterilen diğer ağırlıklı kodlar ise 2421 ve 5043210 'dır.

Bu verilen kodlamalardan en doğal olanı ve en çok kullanılanı BCD kodlamadır. Listedeki diğer dört bitli kodlamalarda ise BCD'de olmayan bir özellik vardır. 3 artıklı kod, 84-2-1 ve 2421 kodlamaları kendilerini simetrik olarak tümleyen kodlardır, yani onlu sayının 9'a tümleyeni 1'leri 0, 0'ları 1 yapmakla kolayca bulunabilir. 604 sayısının 2421 kodunda 110000000100 olarak kodlanır. Bu sayının 9'a tümleyeni 00111111011 olup onlu karşılığı 395 'dir. Verilen diğer kod olan iki beşli kodu hata bulma özelliği olan bir koddur. Bu kodda sayı iki tane 1 ve beş tane 0 ile temsil edilir. Elektriksel olarak bu bilginin iletilmesi sırasında bu 1 ve 0'lar belirli elektriksel sinyaller ile ifade edilirler. Veri bir yerden bir yere iletilirken bozulmalar söz konusu olabilir. Bu kod yardımı ile alınan veri yukarıda verilen tablodaki kombinasyonlara uymuyorsa bir hata saptanır.

Hata Bulma Kodu

İkili bir bilginin iletilmesi sırasında bilgide gürültüden dolayı bazı kayıplar söz konusu olabilir. Gönderilen verideki 1'lerin sayısını tek ya da çift yapacak bir ek bit mesaja eklenmesi ile elde edilir. İletim hattı boyunca bir bilgi kaybolması söz konusu olmuş ise bu bit yardımı ile hata olduğu anlaşılır. Bu kodlamada hata tespit edilir fakat düzeltilemez. Ayrıca çift eşitlik kodlamada iki tane bit değişirse bu hata da tespit edilemez ancak ilave hata bulma yöntemlerine ihtiyaç duyulur.

Gray Kodu

Sürekli sinyallerin sayısal ya da ayırık sinyallere dönüştürülmesinde kullanılan bir

Tablo. Eşitlik biti

Tek Eşitlik		Çift Eşitlik	
Mesaj	P	Mesaj	P
0000	1	0000	0
0001	0	0001	1
0010	0	0010	1
0011	1	0011	0
0100	0	0100	1
0101	1	0101	0
0110	1	0110	0
0111	0	0111	1
1000	0	1000	1
1001	1	1001	0
1010	1	1010	0
1011	0	1011	1
1100	1	1100	0
1101	0	1101	1
1110	0	1110	1
1111	1	1111	0

Tablo. Gray Kodu

GRAY KODU	ONLUK EŞDEĞERİ
0000	0
0001	1
0011	2
0010	3
0110	4
0111	5
0101	6
0100	7
1100	8
1101	9
1111	10
1110	11
1010	12
1011	13
1001	14
1000	15

kodlama türüdür. Bu koddaki avantaj bir birini takip eden sayıların bitlerinin tek tek değişmesidir. Örneğin, ikili 7 sayısı 8'e geçerken dört bit değer değiştirir. Bu kodda ise 7, 0100 ile gösterilir 8 ise 1100 ile gösterilir. Görüldüğü gibi sadece bir bitte değişim olmuştur. Hızlı değişen sayılarda ikili kodlarda birden fazla bitin değişiminden doğacak gecikme hataları olabilir. Ama gray kodunda sadece bir bit değişeceğinden bu tip geçiş hatalarından kurtulabiliriz. Gray kodunun en tipik uygulaması sürekli mil konumunun belirlenmesidir. Bu uygulamada mil konumları parçalara ayrılarak bu parçalara numaralar verilir. Peş peşe verilen numaralar ile geçişlerdeki hatalar ortadan kaldırılır. İkili sayının gray kodu karşılığı için:En yüksek değerlikli (MSB) bit aşağı indirilir. Her bit solundaki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır. Bu işlem en düşük değerlikli (LSB) bite kadar devam eder. Elde edilen sayı, Binary sayının Gray kod karşılığıdır.

ASCII Karakter Kodları

Bilgisayarlarda veriler sadece rakamlardan oluşmaz. Harf ya da bazı özel karakterlerden oluşabilir. Bu karakterler ve kodları aşağıda verilmiştir.

Tablo. ASCII Karakter Tablosu

b ₇ b ₆ b ₅								
b ₄ b ₃ b ₂ b ₁	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	'	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(8	H	X	h	x
1001	HT	EM)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	
1101	CR	GS	-	=	M]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

İKİLİ LOJİK

İkili lojik, iki ayrık değeri olan değişkenler ve mantık alanındaki işlemlerle ilgilenir. Değişkenlerin aldığı iki değer olup bunlar Evet-Hayır ya da Doğru-Yanlış gibi isimler ile adlandırılır. Ama bit olarak düşüldüğünde 1 ya da 0 değerlerini bu değişkenlere atamak daha

uygun olacaktır. Burada anlatılacak olan ikili lojik Boole Cebri diye adlandırılan cebir türüne eşdeğerdir. Boole cebri, ikili işlemler ve bunları gerçekleştiren sayısal devrelerin tasarımı arasında bir köprü görevi görür.

İkili lojik iki değişken ve lojik işlemlerden oluşur. Sadece 1 ve 0 olan bu değişkenlere A, B, C, x, y, z... gibi alfabaden değişken isimleri atamak kullanılan en yaygın yoldur. VE, VEYA ve DEĞİL olmak üzere üç tane temel lojik işlem vardır.

- 1- VE: Bu işlem iki lojik değişkenin arasına bir nokta konularak ya da herhangi bir işaretçi kullanılmadan temsil edilir. Örneğin $x.y=z$ ya da $xy=z$ gibi. Bu işlem “x ve y eşittir z” şeklinde okunur. VE işlemi x ve y 1 olduğunda 1 değerini verirken diğer tüm durumlarda çıkış 0 olarak gerçekleşir. İkili tabandaki çarpma işlemine benzemektedir.

VE işlemi için doğruluk tablosu

x	y	x.y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- 2- VEYA: bu işlem (+) işareti ile temsil edilir. İki lojik değişken arasındaki VEYA işlemi $x+y=z$ ile gösterilir ve “x veya y eşittir z” şeklinde okunur. Bu işlem ikili toplamadan farklıdır. İkili toplamada $1+1=10$ iken ikili lojikte $1+1=1$ ’dir. İlki, “bir artı bir eşittir iki” diye okunurken ikincisi “bir veya bir eşittir bir” diye okunur.

VEYA işlemi için doğruluk tablosu

x	y	x+y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

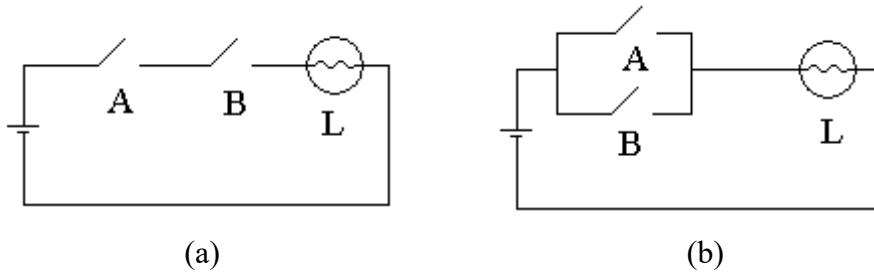
- 3- DEĞİL: üssü (') ya da üst çizgi (–) ile temsil edilir. $x'=z$ ya da $\bar{x}=z$ şeklinde yazılırken “x’in değili eşittir z” olarak okunur.

Değil işlemi için doğruluk tablosu

x	x'
0	1
1	0

Anahtarlama Devreleri ve İkili İşaretler

Şekildeki devreleri göz önüne alalım.

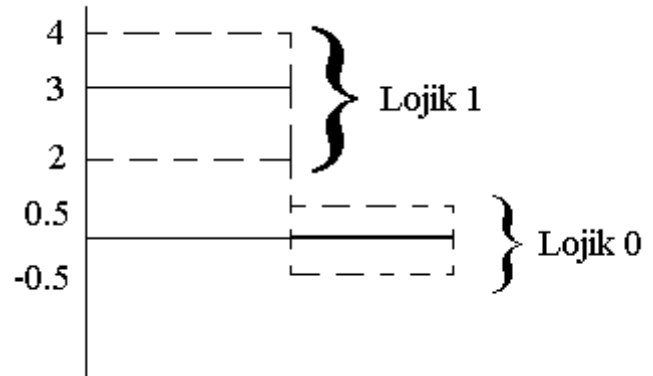


A ve B anahtarları açıkken 0, kapalı iken 1'i temsil etsin. Benzer şekilde L lambası yanıyorken 1, sönükken 0'ı temsil etsin. Anahtarlar seri bağlı iken **A ve B** lambalarının kapalı olması durumunda L lambası yanar. Anahtarlar paralel bağlı iken **A veya B** anahtarlarının kapalı olması durumunda lamba yanar. Bu iki devre için VE ve VEYA işlemleri ile aşağıdaki bağıntılar çıkartılabilir.

$$L = A \cdot B \quad (a)$$

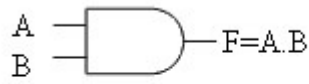
$$L = A + B \quad (b)$$

Elektronik sayısal devreler, transistör gibi aktif bir elemanın anahtar gibi davranmasından dolayı anahtarlama devreleri olarak da adlandırılır. Transistörün iletimde olması anahtarın kapalı, kesimde olması ise anahtarın açık olması durumlarına karşılık gelir. Bu anahtarları elle kapatmak yerine ikili işaretleri kullanarak transistör iletim ya da kesim durumlarının birinde çalıştırılabilir. Bütün sayısal sistemlerde akım ya da gerilim gibi elektriksel büyüklükler iki belirli değerden birini alır. Bunlar lojik 1 ya da lojik 0 olarak adlandırılan iki gerilim seviyesidir. Lojik 1, 2 ile 4V arasında değişen bir gerilim seviyesi iken lojik 0 ise, 0.5 ile -0.5V arasında değişir. İzin verilen aralıklar kesikli çizgiler ile sınırlandırılmış olan bölgelerdir. Bu bölgeler dışında sadece durum geçişleri sırasında karşılaşırlar.



Lojik Kapılar

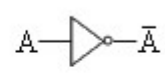
Aşağıda VE, VEYA ve DEĞİL lojik işlemlerini gerçekleştiren lojik kapı sembolleri görülmektedir. Kapı adı verilen bu devreler, girişteki lojik şartlar sağlandığında Lojik 1 ya da Lojik 0 işareti üreten devre elemanlarıdır.



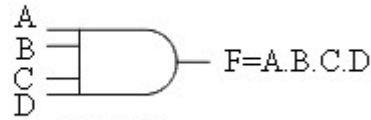
iki girişli VE kapısı



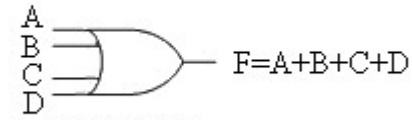
iki girişli VEYA kapısı



DEĞİL kapısı



4 girişli VE kapısı



4 girişli VEYA kapısı

İkili işaretler şeklinde düşünülecek olursa VE, VEYA ve DEĞİL işlemleri sonucunda iki girişli kapıların çıkış sinyalleri aşağıdaki gibi olur.

x	0	1	1	0	0
y	0	0	1	1	0
x+y	0	1	1	1	0
x.y	0	0	1	0	0
x'	1	0	0	1	1