

BMÜ-422

BENZETİM VE

MODELLEME

Ders İçeriği

❑ Benzetim ve Modellemeye Giriş

- ❑ Amaçları, Avantajı, Dezavantajı, Uygulama Alanları, Sistem, Sistemin Bileşenleri

❑ Çeşitli Modelleme Yaklaşımları

- ❑ Zamanı İşlemek, Stokastik mi Deterministik mi?, Kesikli ve sürekli benzetim

❑ Uygulamada Bilgisayarlı Benzetim

- ❑ Süreç, İçerik, Problem ve Proje, Çalışmanın Benzetim Problemi Kısımı, Problem Yapılandırma, Modelleme

❑ Statik Monte Carlo Benzetimi

❑ Dinamik Sistemler

- ❑ Başlangıç değeri problemi, Euler yöntemi, Runge kutta yöntemi, Taylor yöntemi,

❑ Matematiksel ve İstatiksel Modeller:

- ❑ Benzetimde istatiksel modeller -Kuyruk modelleri

❑ Rasgele Sayı ve Rasgele Değişken Üretme Teknikleri

- ❑ LCG, Formül Metodu, Red metodu, Konvülüsyon metodu, Keyfi rastgele değişkenlerin üretimi

❑ Petri Ağları

Kaynaklar ve Değerlendirme

- **Kaynaklar**

- System Modeling and Simulation, Frank L. Severance, John Wiley & Sons, West Sussex, 2001.
- Prof. Dr. H. Kemal SEZEN, Dr. M. Murat GÜNAL, Yöneylem Araştırmasında Benzetim, Ekin Basın Yayım Dağıtım, 2009.

- **Değerlendirme**

- Ödevler ve Proje: %20
- Vize: %40
- Final: %60

Benzetim ve Modellemeye Giriş

- Benzetim nedir?
- Amaçları
- Avantajı
- Ne zaman kullanılır?
- Ne zaman iyi bir fikir değildir?
- Dezavantajı
- Uygulama Alanları
- Sistem
- Sistemin Bileşenleri

Benzetim ve Modellemeye Giriş

1.GİRİŞ

- **Benzetim**, gerçek hayattaki bir sistemin veya sürecin çalışmasının taklit edilmesidir (genellikle bilgisayar üzerinde).
- Benzetim, sistemin yapay geçmişinin üretilmesine ve gerçek sistemin karakteristik özelliklerine dair çıkarımlar yapmak üzere bu geçmişin gözlemlenmesine olanak verir.
- Genel anlamda benzetim, zaman içinde sistemin işleyişinin taklididir.
- Benzetim, çeşitli koşullar altında sistemin tavrının gözlemlenebilmesi için, bu sistemin modellenmesi olarak da tanımlanabilir.
- Zaman içinde değişiklik gösteren bir sistemin tavrı, geliştirilen bir benzetim modeli ile incelenir. Bu model, sistemin çalışması ile ilgili kabuller setinden oluşur.
- Bu kabuller, sistemin ilgilenilen nesneleri (varlıkları) arasındaki matematiksel, mantıksal ve sembolik ilişkiler ile ifade edilir.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

- *Ne Zaman Benzetim?*

Rassallık



Karmaşıklık-Sistem Boyutu

Benzetim ve Modellemeye Giriş

- Bir benzetim modeli geliştirildikten ve geçerliliği sağladıktan sonra, gerçek sistem hakkındaki çeşitli sorulara cevap aramak için kullanılır.
- Bir benzetim modeli;
gerçek sistem üzerinde yapılacak değişikliklerin etkilerini,
yeni kurulacak bir sistemin performansını tahmin etmek için
 - analiz aracı,
 - tasarım aracıolarak kullanılır.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

- ❑ Gerçek hayatta karşılaşılan sistemlerin bir çoğu karmaşık bir yapıya sahiptir. Bu durumda, bu sistemlerin modellerini matematiksel metotlar ile çözmek mümkün değildir.
- ❑ Bu tür sistemlerin analizi ve çözümü, benzetim modeli ile yapılır.
- ❑ Benzetim çalışmasında, gerçek sistemden (mevcutsa) toplanan veri, sistemin modelinin çalıştırılabilmesi için gerekli olan girdi parametrelerinin tahmininde kullanılır.
- ❑ Benzetim, yöneylem araştırması ve yönetim biliminde uygulama alanı geniş olan metotlardan birisidir.
- ❑ Üniversitelerde ve işletmelerde benzetim tekniğinin kullanımı ile ilgili çeşitli araştırmalar yapılmıştır.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

Bu Araştırmalardan Bazıları;

- (1978) *Case Western Reserve Üniversitesinde- Yöneylem Araştırması Bölümünde* yüksek lisans öğrencileri arasında yapılan bir araştırma sonucunda; **benzetim** 15 teknik arasında aşağıda görüldüğü gibi **5. sırada** yer almıştır.

1.istatiksel metotlar

2.tahmin

3.sitem analizi

4.bilişim sistemeleri

5.benzetim

- Aynı çalışmanın doktora öğrencileri ile ilgili bölümünde ise ;
“İstatiksel metotlar” birinci sırada olmak üzere “doğrusal programlama” ile “benzetim” **ikinci sırayı** paylaşmaktadır.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Thomas ve Do Costa (1979),

137 firma arasında yapılan bir ankette **benzetimin** bu firmaların %84'ü tarafından kullanıldığını belirlemiştir. “İstatiksel Analiz” ise %93 kullanım oranı ile 1. sıradadır.

■ Shanon, Long ve Buckles (1980),

A.B.D. De Endüstri Mühendisleri Topluluğunun YA(OR) Bölümündeki üyeleri arasında bir araştırma yapmıştır. Bu araştırma sonuçlarına göre, **benzetim** 12 metot arasında, doğrusal programlamadan sonra **2. sırada** yer almıştır.

■ Forgionne (1983) ve Harpell, Lane ve Monsour (1989),

büyük şirketler arasında yaptığı bir araştırmada, **sekiz farklı metot** arasında **benzetimin 2.sırada** yer aldığını göstermiştir.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Bu araştırmaların tümü, o yıllarda benzetimin kullanımının hızla yaygınlaştığını göstermektedir. Bu gelişmeye en büyük katkıyı, benzetim yazılımları ve bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeler sağlamaktadır.



Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Amaçları

Benzetim aşağıda verilen amaçlardan birisini veya bir kaçını gerçekleştirmek için kullanılır.

- **Değerlendirme** : Belirlenen kriterlere göre önerilen sistemin ne kadar iyi çalıştığının gösterilmesi,
- **Karşılaştırma**: Önerilen sistem tasarımlarının veya politikaların karşılaştırılması,
- **Tahmin**: Önerilen koşullar altında sistemin performansının tahmin edilmesi,
- **Duyarlılık Analizi**: Sistemin performansı üzerinde hangi faktörlerin etkili olduğunu belirlenmesi,
- **Optimizasyon**: En iyi performans değerini veren faktör düzeylerinin bir kombinasyonunun belirlenmesi,
- **Darboğaz Analizi**: Bir sistemde darboğazların belirlenmesi amacıyla (Pedgen et al, 1995) benzetim kullanılır.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Ne Zaman Kullanılır?

- 1) Üzerinde çalışacak sistem çalışmaya, deney yapmaya uygun değilse,
- 2) Sistem henüz tasarım aşamasında ise,
- 3) Problemin analitik çözümü mümkün değilse,
- 4) Problemin analitik çözümü mümkün olmasına rağmen matematiksel modelin verebileceği sonuçlar dışında farklı sonuçlarla ilgileniliyorsa,
- 5) Sistemin davranış analizi yapılacaksa, benzetim kullanılır.

Benzetim

- **Ne Zaman İyi bir fikir değildir?**

1. Problem Sağduyulu bir Analiz ile Çözülebiliyorsa:

- Arabaları için taşıt vergisi ödemek isteyen saatte 100 müşteri, rasgele olarak bankaya varmaktadır. İlgili memurun her müşteri için harcadığı süre değişmekle birlikte ortalama 5 dakikadır.
- Durumu kontrol altında tutabilmek için en az kaç görevli gereklidir ?
- Durumu kontrol altında tutabilmek için en az 9 görevli gerekir.
(5dk*100/60dk)
- Daha fazla görevli olursa müşterilerin bekleme süresi kısılacaktır.

• **2. Problem Analitik Olarak Çözülebiliyorsa:**

- Kararlı hal kuyruk modelleri, raslantısal envanter modelleri gibi kapalı form denklemler ile çözülebilen durumlarda simülasyon daha pahalı bir yöntemdir.

Benzetim

Ne Zaman İyi bir fikir değildir?

3- Gerçek Sistem Üzerinde Değişiklik ve Deney yapmak Daha Kolaysa:

- Bu seçenek bariz görünmekle birlikte gözden kaçabilir: Arabaya servis seçeneği olan bir restoran için detaylı bir model oluşturulup ikinci bir servis penceresi açmanın servis süresine ne kadar katkı sağlayacağını belirlemek için bir çalışma yapılmış ve modelin tamamlanması haftalar sürmüştür. Öte yandan rakip bir restoran aynı fikri test etmek için ikinci bir elemanına uzaktan ses iletişimi kuracak bir cihaz vererek çalışmayı birkaç gün içinde tamamlamıştır.

4- Simülasyon Maliyeti Sağlanacak Kazancın Üzerinde ise:

- Hemen hemen tüm simülasyon projelerinin nitel faydaları olmakla birlikte maliyetler elde edilmesi umulan maddi fayda ile kıyaslanmalıdır.

BENZETİM

Ne Zaman İyi bir fikir değildir?

5- Proje için Yeterli Kaynaklar Mevcut Değilse:

- Başarılı bir simülasyon projesinin tamamlanması için gerekli ana kaynaklar:

İnsan-Yazılım-Bilgisayar-Para

- En önemli bileşen doğru detay seviyesini seçecek ve modeli oluşturacak insan(lar)dır.

6- Model sonuçlarından Faydalanmaya Yetecek Süre Yoksa:

- Proje süresi çok kısa, Modelin geliştirilmesi ve testi çok uzun.
Simülasyon modeli istenen cevapları verebilecek kadar detaylı olmalı ama çok detaylı da olmamalı!

7- Gerekli Veriler Hatta Tahmin Bile Yoksa:

- Simülasyon projesinin tasarım aşamasında projeden beklentileri karşılayacak ve proje için planlanan detay seviyesini karşılayacak verilerin var olup olmadığı, yoksa nasıl elde edilebileceği araştırılmalıdır.

BENZETİM

Ne Zaman İyi bir fikir değildir?

8- Modelin Doğrulanması ve Sağlaması Yapılamıyorsa:

- Validate (onay-ispat) Verify (onay-denetleme) Modeli test senaryoları karşısında doğrulamak için kullanışlı veriler mevcut olmayabilir. Yeterli zaman olmayabilir...

9- Projeden Beklentiler Karşılanabilir Düzeyde Değilse:

- Modeller ancak göz önüne aldıkları problemler ile ilgili sorulara cevap verebilir. Deneyimsiz yöneticiler sistem bir kez modellendiğinde sordukları tüm sorulara cevap alabileceklerini düşünebilirler !

10- Sistem Davranışı çok Karmaşık ise veya Sistem Modellenebilir değilse:

- Özellikle insan davranışının sistemin önemli bir parçası olması durumunda karşımıza çıkar. Normal bir günün simülasyonu yapıldığında model sonuçları sağlıklı iken acil durum senaryolarının Tümüyle tanımlanması veya modellenmesi İmkansız olabilir.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

Benzetimin Avantajları ve Dezavantajları

Bir çok sistemin analizinde uygun bir araç olmasına rağmen, sistem analisti bu metodolojiyi kullanmadan önce avantajlarını ve dezavantajlarını dikkate almalıdır.



Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Avantajları

1. Benzetim modeli kurulduktan sonra, önerilen yeni tasarımların veya yeni politikaların analizinde kullanılabilir.
2. Yeni bir sistemin analizine yardımcı olmak için kullanılır.
3. Veri elde etmek için: Benzetim modelinden veri elde etmek, gerçek sistemden aynı verileri elde etmekten daha ucuzdur.
4. Benzetim tekniği, analitik metotları uygulamaktan daha kolaydır.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Avantajları

5. Analitik modellerde çözüme ulaşabilmek için birçok basitleştirici kabullerin yapılması gerekirken, benzetim modellerinde böyle bir kısıtlama yoktur.

6. Analitik modeller ile kısıtlı sayıda performans ölçütleri hesaplanabilir. Benzetim modelleri ile akla gelebilen herhangi bir performans ölçütü tahmin edilebilir.

7. Bazı durumlarda, benzetim, bir çözümün elde edilmesi için tek araçtır.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Dezavantajları

1. Benzetim modellerinin kurulması ve geçerliliğinin araştırılması, zaman alıcıdır. Bu nedenle bilgisayarlarda benzetim modellerinin koşum maliyeti yüksek olabilir.
2. Maliyeti etkileyen diğer bir faktör benzetim modellerinin birden fazla (n kez) çalıştırılması ihtiyacıdır. Bu durumda bilgisayar maliyeti artmaktadır.
3. Benzetimin analitik tekniklerin yeterli olabileceği durumlarda da zaman zaman kullanıldığı gözlenmektedir.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Dezavantajları

4. Genel olarak, tüm benzetim modelleri, “girdi-çıkıtı” modelleri olarak adlandırılır. Verilen bir girdi seti için sistemin çıktısını elde ederler. Yani, benzetim modelleri matematiksel modellerde olduğu gibi çözülmezler, çalıştırılırlar.

5. Belirli koşullar altında, sistemin tavrını incelemek için kullanılırlar.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

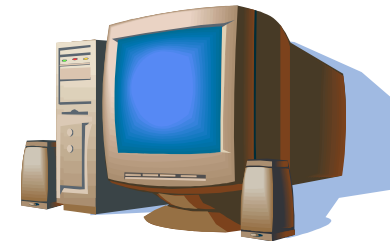
- Bu nedenle, analitik modellerin aksine eniyi çözümü üretmezler.
- Bu durum, verilen bir girdi seti altında, kontrol değişkenlerinin hangi seti için, eniyi değer elde edilir? sorusunu cevaplama amacıyla kullanılan **benzetim optimizasyonu** dışındadır (Pedgen, Shannon & Sadowski, 1995).

Benzetim ve Modellemeye Giriş

Genel Olarak Uygulama Alanları

- **1.BİLGİSAYAR SİSTEMLERİ:**

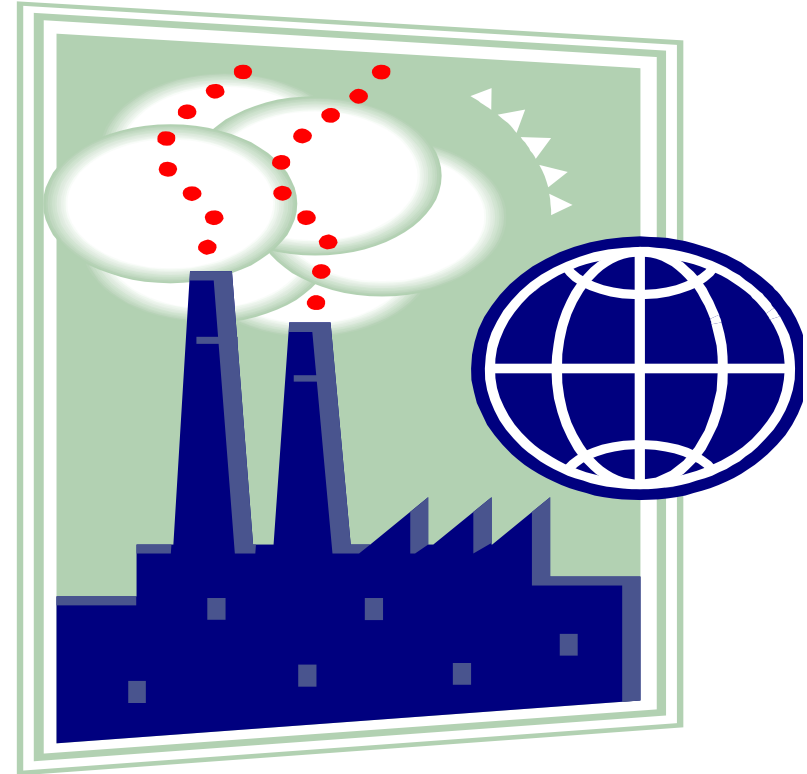
Yazılım sistemleri, bilgisayar ağları, veri tabanı yapısı ve yönetimi, bilgi işleme, donanım ve yazılım güvenliğinde



Benzetim ve Modellemeye Giriş

- **2.ÜRETİM:**

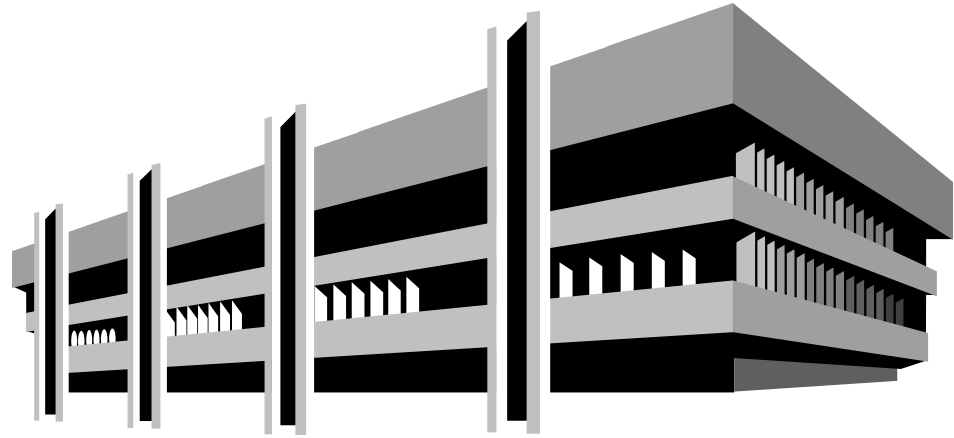
Malzeme taşıma sistemleri, montaj hatları, otomatik üretim tesisleri, otomatik depolama tesisleri, stok kontrol sistemleri, fabrika yerleşimi, makina tasarımı



Benzetim ve Modellemeye Giriş

- **3.İŞLETME :**

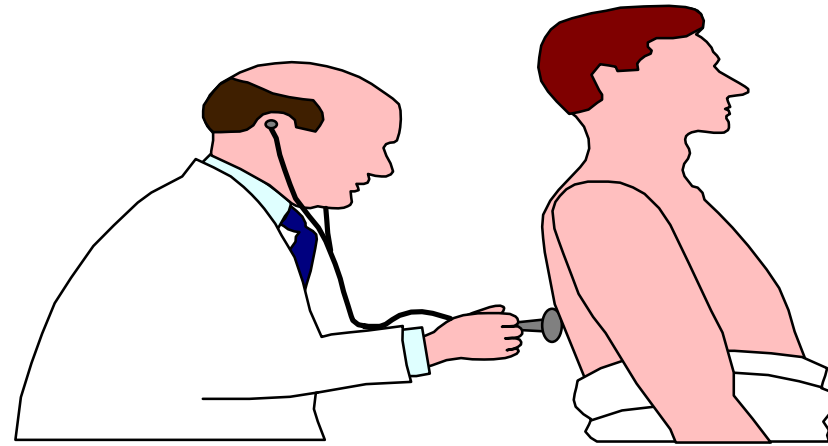
Stok ve mal analizi,
ücretlendirme politikası,
pazarlama stratejileri,
nakit akış analizleri,
tahmin, ulaştırma
alternatifleri, işgücü
planlaması



Benzetim ve Modellemeye Giriş

- **4.KAMU HİZMETİ:**

Askeri silahlar ve kullanımları, askeri taktikler, nüfus tahmini, arsa kullanımı, sağlık hizmetleri, polis servisleri, itfaiye hizmetleri, karayolu tasarımı, trafik kontrolü



Benzetim ve Modellemeye Giriş

- **5.EKOLOJİ VE**

ÇEVRE : Su kirliliği ve temizlenmesi, atık kontrolü, hava kirliliği, hava tahmini, deprem ve fırtına analizi, maden arama ve çıkarma, güneş enerjisi sistemleri, tahıl üretimi.



Benzetim ve Modellemeye Giriş

- **6. SOSYOLOJİ :**

Yiyecek/ nüfus analizi,
eğitim politikaları,
organizasyon yapısı,
sosyal sistemlerin
analizi, refah sistemleri,
üniversite eğitimi

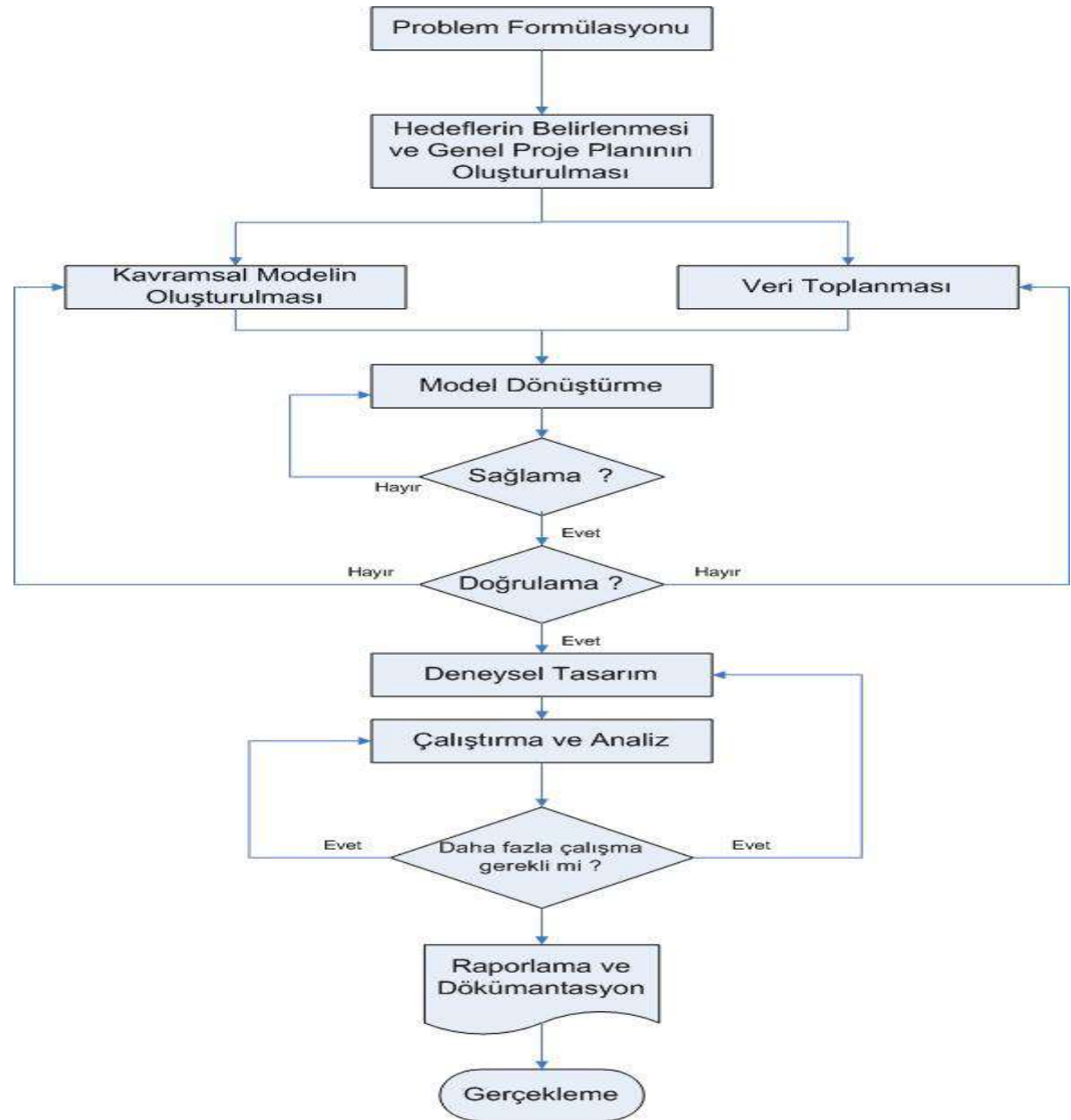


Benzetim ve Modellemeye Giriş

- **7. BİYOLOJİ :** Salgın hastalık kontrolü, biyolojik yaşam çevrimi, biomedikal çalışmalar. (Pegden, Shanon & Sadowski, 1995)



Benzetim ve Modellemeye Giriş



Benzetim çalışmasının adımları

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Sistem ve Çevresi:

- Sistem; bir amacı gerçekleştirmek için aralarında düzenli bir etkileşimin, veya bağımlılığın bulunduğu nesneler topluluğudur.

Örneğin; otomobil üreten bir üretim sisteminde, makinalar, iş parçaları ve işçiler; yüksek kalitede bir araç üretmek için birlikte bir **montaj hattı** oluştururlar.



Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Sistem

- Bir sistem, kendisi dışında ortaya çıkan değişikliklerden etkilenir. Sistemlerin modellerinin kurulabilmesi için, sistem ve sistemin çevresi arasındaki sınıra karar vermek gerekir. Bu karar, sistemin özelliğine ve çalışmanın amacına bağlıdır.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

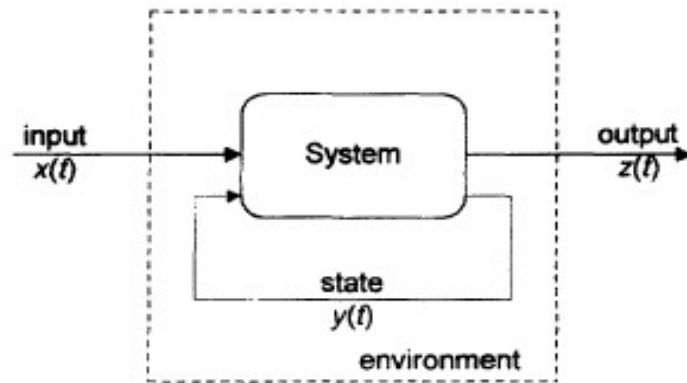
■ Sistemin Bileşenleri



Şekil: Sistemin Bileşenleri

Sistemlerin Doğası

- Sistem genel olarak bir sebep sonuç ilişkisine dayalı olarak alt sistemlerden oluşan ve sınırlı uygulama alanı üzerinde gerçekleştirilen uygulamalar olarak tanımlanır.
- Bir sistem genelde aşağıdaki şekildeki gibi kara-kutu olarak ifade edilir.



Sistem blok diyagramı

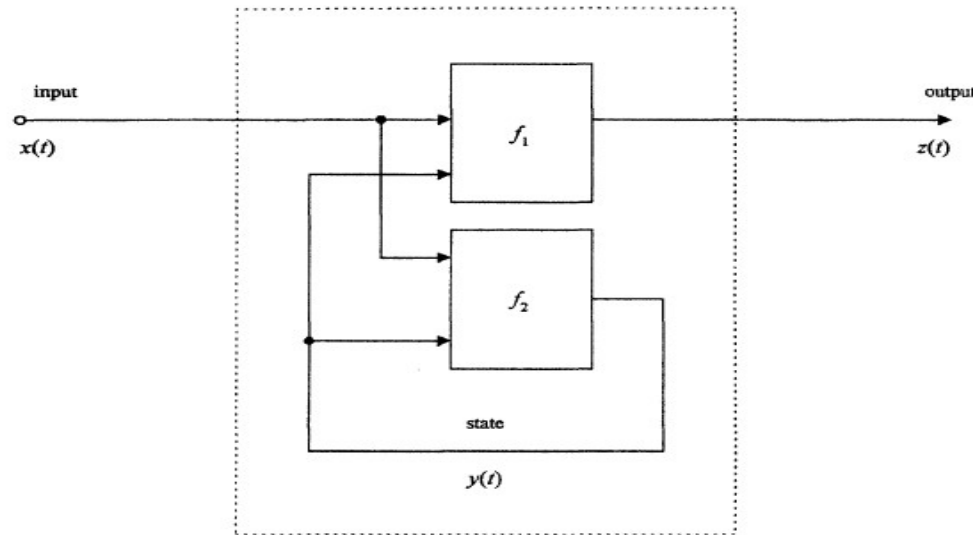
• Sistemlerin özellikleri:

- Sistem üzerindeki bütün çevresel etkiler giriş vektörü olarak alınır. $X(t)=[x_1(t), ..x_n(t)]$
- Sistemin çıkışı ise zamanla değişen bir vektör olup $z(t)=[z_1(t),...z_n(t)]$ ile ifade edilir.
- Eğer çıkış sinyalleri sadece giriş sinyalinin cebirsel fonksiyonu ise sıfıncı derecedendir ve sistem dinamikleri yoktur. Dolayısıyla şekildeki sistem şöyle yazılabilir:

$$y(t)=f_1(x(t)) \text{ ve } z(t)=f_2(x(t),y(t))$$

Sistemlerin özellikleri

- Eğer giriş sinyali dinamik olarak çıkışa bağlı ise sistem bir hafızaya sahiptir.
- Örneğin eğer sistem $t=0, 1, 2, \dots$ saniye şeklinde örneklenmişse ve $z(t)$ $x(t-1)$ 'e bağlı ise $x(t-1)$ ve $x(t-2)$ 'yi tutmak için iki hafıza elemanına ihtiyaç vardır.
- Her böyle hafıza elemanı sistem durum değişkenlerini bir artırır.
- Böylece bir önceki sunuda denklemleri verilen sistem zaman gecikmeleri, türev ve intergaller üzerinde dinamiktir. Bu sistem aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

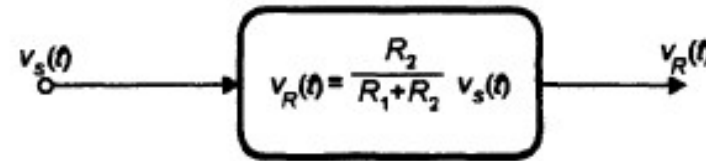
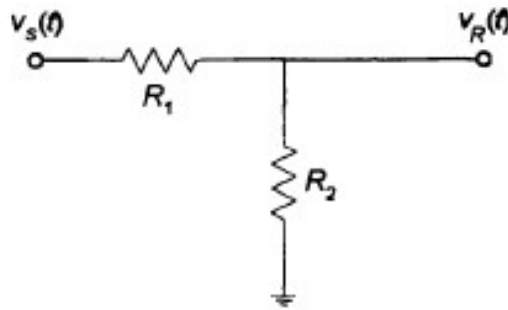


Geri beslemeli sistem

Örnek:

Aşağıda verilen şekildeki elektrik devresinde sistem bir giriş gerilimi $V_s(t)$ ile sürülmekte ve çıkış ise ikinci direnç üzerindeki gerilim ile alınmaktadır.

- Sistem tek giriş ve tek çıkışlıdır.
- Giriş ve çıkışlar $X(t)=V_s(t)$ ve $z(t)=V_R(t)$ ile gösterilir.
- $Z(t)=(R_2/(R_1+R_2))*x(t)$ ile çıkış hesaplanır.
- Çıkış ve durum denklemlerini bulmak için durum değişkeni tanımlanmalıdır. Durum değişkeni akım olarak belirlenirse $y(t)=i(t)$, durum denklemi $y(t) = x(t)/(R_1 + R_2)$ ve çıkış $z(t) = R_2y(t)$.



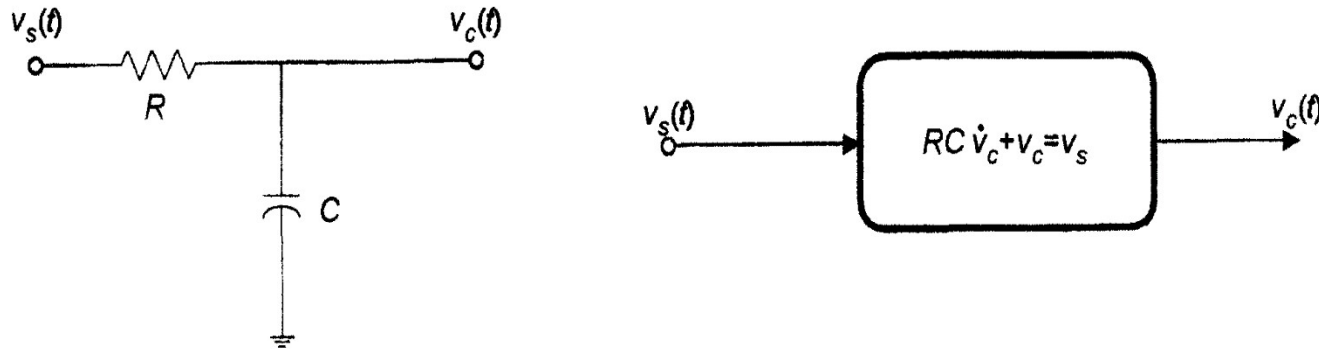
Tek girişli elektrik devresi sistemi

Örnek:

Direnç-kondansatörden oluşan bir sistem aşağıda verilen devrede kondansatör enerji depolayan bir eleman olduğundan sistem dinamiktir.

- Sistemin girişi kaynak gerilimi $v_s(t)$ ve çıkışı kondansatör üzerindeki gerilimdir.
- Temel fizik kanunlarından $RC(dv_c/dt) + v_c = v_s$.

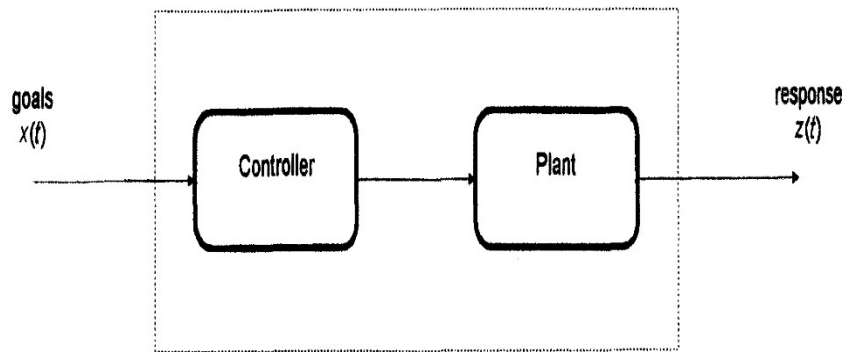
$$\dot{y}(t) = \frac{1}{RC}[x(t) - y(t)],$$
$$z(t) = y(t).$$



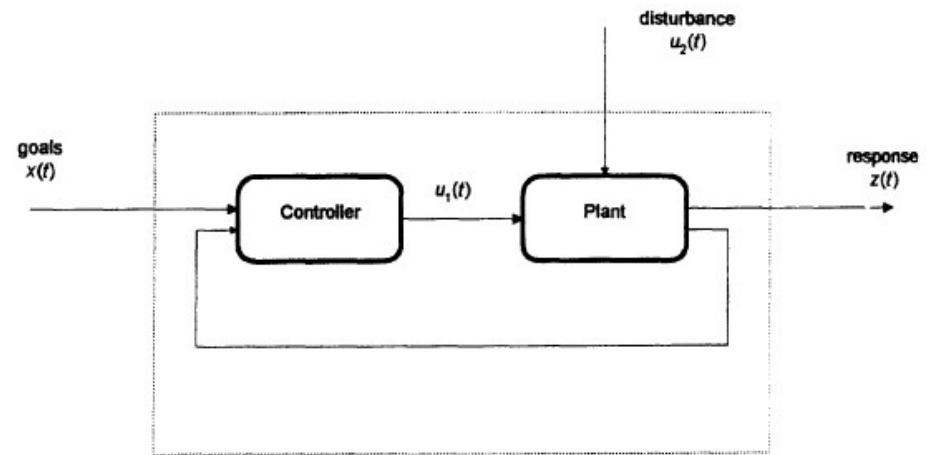
Şekil 4: Birinci dereceden tek giriş ve tek çıkışlı RC devresi

Kontrol Sistemleri

- Sistem uygulamalarından en popülerleri kontrol sistemleridir. Burada belirli bir şekilde davranan bir fabrika olarak bir alt sistemi düşünelim.
- Gelen giriş sinyallerine göre arzu edilen amaçları elde etmek için bir denetleyici alt sistem tasarlanır.
- Bu sistem açık devre kontrol sistemi olup sol taraftaki şekilde gösterilmiştir.
- Elbette bir denetleyici ile sağlanandan daha çok giriş sinyali olabilir. Gürültü veya daha açık bir sinyal biçiminde çevresel etkiler arzu edilen çıkış üzerinde etkili olabilir. Bu durumda geri beslemeli bir kontrol sistemi tasarlanır. Bu durum kapalı çevrim kontrol sistemi olup sağ taraftaki şekilde gösterilmiştir.



Açık çevrim kontrol sistemi



Kapalı-çevrim kontrol sistemi

Ayrık zamanlı sistemler

- Şimdiye kadar verilen sistemler (direnç ve kapasitör devreleri) sürekli zaman sürümlü sistemlerdir.
- Zaman-sürümlü modeller girişi bütün zaman dilimlerinde değişen sistemlerdir. Bu özel durumda t zamanı sürekli. Çünkü çıkış diferansiyel denklem ile gösterilir.
- Eğer sistem olayları sadece belirli zamanlarda oluşuyorsa ayrık zamanlı bir sistemden bahsedilir.
- Bu tür bir sistemde $t_k = t_0 + hk$ for $k = 0, 1, \dots$ ile ifade edilir. Ve burada k negatif olmayan tam sayı değerlerdir. t_k başlangıç t_0 zamanı ile başlar sistem sinyali h birim zamanına kadar değişmez.
- $t_{k+1} - t_k = h$ örnekleme oranının adım boyutudur.

Örnek:

- Sürekli zamanlı bir $x(t) = \cos(\pi t)$ sinyalinin $t_k = 3 + (1/2)k$ ayrık zamanlarda örneklendiğini düşünelim. Burada örnekleme uzunluğu $h = (1/2)$ olup ve başlangıç zamanı $t_0 = 3$ olsun.

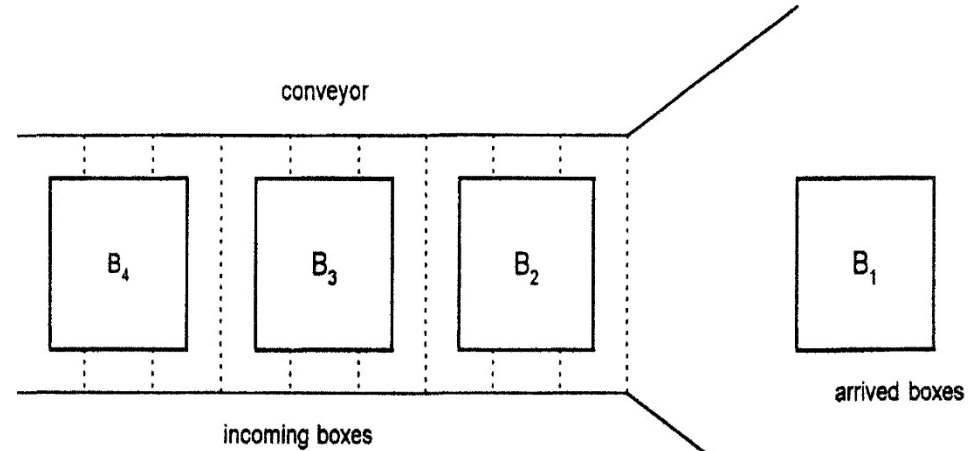
$$\begin{aligned}x(t_k) &= \cos[\pi(3 + \tfrac{1}{2}k)] \\&= -\cos(\tfrac{1}{2}\pi k) \\&= \begin{cases} 0, & k = \text{odd}, \\ (-1)^{(k+2)/2}, & k = \text{even}. \end{cases}\end{aligned}$$

- Dolayısıyla $x(k)$ aşağıdaki gibi yazılır.

$$x(k) = \begin{cases} 0, & k = \text{odd}, \\ (-1)^{(k+2)/2}, & k = \text{even}, \end{cases}$$

- **Örnek:** Her 10 saniyede bir, bir kutunun ulaştığı bir fabrika taşıyıcı sistemi düşünelim. Kutuların ağırlıkları sırasıyla 5, 10, ve 15 kg'dır. Fakat 5kg ve 15kg'lık kutuların gelme olasılığı 10 kg'ın gelme olasılığından iki kat fazladır. Bu sistem nasıl modellenir ve benzetimi nasıl yapılır?
- **Çözüm:** Tanımlamadan kutuların ağırlık dağılımı aşağıdaki gibidir.

w	$\Pr[W = w]$
5	0.4
10	0.2
15	0.4
1.0	



Şekil. Deterministik taşıyıcı sistem

Burada W üç ayrık ağırlık değerinden birini alan ağırlık değişkenidir. $\Pr(W=w)$ ise rastgele ağırlığın w olma olasılığıdır. W kümesi $\{5, 10, 15\}$ olarak alınır.

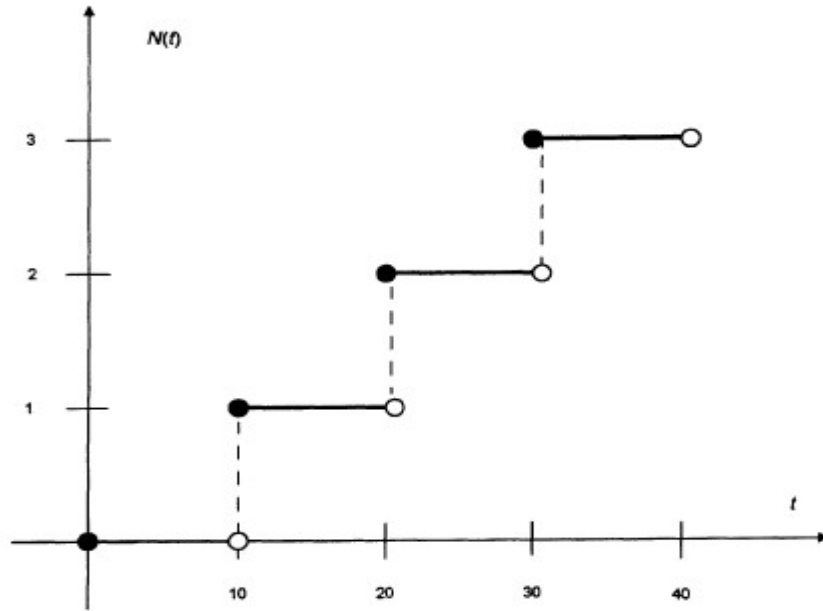
Her 10 saniyede bir kutu geldiğine göre $t=10k$ olarak alınır.

- **Örneğin devamı:** Sistem tanımlandıktan sonra nasıl benzetimi yapılacağı belirlenir. $N(t)$ gelen kutu sayısını göstermek üzere aşağıdaki gibi gösterilebilir.
- Gelen kutuların ağırlıklarının benzetimini yapmak için RND rastgele sayı üretme fonksiyonunu kullanırız. Bu amaçla aşağıdaki algoritma yazılabilir.

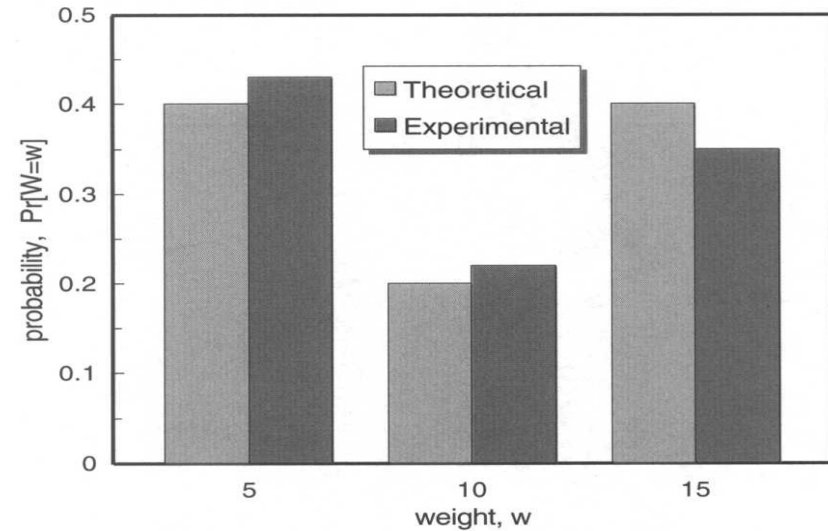
```

for k=1 to n
  r=10*RND
  if r<4 then w(k)=5
  if 4 <= r<6 then w(k)=10
  if r >=6 then w(k)=15
next k

```



Sabit zaman aralıkları için $N(t)$ ' durumu



n=100 adım için Histogram

Örnek:

İki taşıyıcıya sahip bir fabrika sistemi düşünelim: biri önceki örnekte olduğu gibi kutuları almaktadır. Fakat bu kez ulaşan kutular sadece 3 kutu tutan kısa taşıyıcıya yerleştirilmektedir. Yeni gelen kutular düşen kutuların yerine gelmektedir. Bu durumda her bir kutunun ağırlığı yerine ilgili taşıyıcıdaki toplam kutu sayısı ile ilgileniriz. Bununla birlikte $g(k)$ çıkışını belirlemek için önceki iki giriş te hatırlanmalıdır. Bu sistemi karakterize edelim.

Çözüm: Sistem girişi rastgele bir değişken olduğundan çıkış ta non-deterministik olmalıdır. Aynı zamanda taşıyıcı yüklendikten sonra üç noktadan ikisi bilinmelidir.

$$z(k) = \begin{cases} x(1), & k = 1, \\ x(1) + x(2), & k = 2, \\ x(k) + x(k-1) + x(k-2), & k > 2. \end{cases}$$

- Yukarıdaki denklem ikinci dereceden bir fark denklemidir. $z(k) =$
- $x(k) + x(k-1) + x(k-2)$, iki başlangıç koşulu $z(1) = x(1)$ ve $z(2) = x(1) + x(2)$.
- Bu iki hafıza elemanına ihtiyaç olduğu anlamındadır.

Örneğin devamı:

- Bu modelin benzetim programı aşağıda verilmiştir. Döngüdeki ilk dört komut önceki örnekte bahsedilen tek-taşıyıcı sistem için tanımlanmıştır.
- Son üç komut ise bu örneğin ikinci taşıyıcısını tanımlar.

```
for k=1 to n
  r=10*RND
  if r<4 then x(k)=5
  if 4 <= r<6 then x(k)=10
  if r >=6 then x(k)=15
  if k=1 then z(k)=x(1)
  if k=2 then z(k)=x(1)+x (2)
  if k>2 then z(k)=x(k)+x(k-1)+x(k-2)
next k
```

Olay Sürümlü Modeller

- Olay sürümlü bir modelde sistem düzensiz planlanmış olaylar oluşumunda hareketsiz bekleme durumunda kalır.
- Örneğin bilgisayar klavyesi ve mouse'un kullanımı modellendiğinde bir kullanıcı düzensiz bir şekilde her bir aygıtı kullanır. Ardışık olaylar arasındaki zaman k , $k+1$, $t_{k+1} \dots t_k$ olarak ifade edilen varışlar arası zamandır.
- Zaman sürümlü modellerde zaman aralığı sabittir.
- Burada ise genellikle değişir ve non-deterministiktir.
- Bu yüzden olay-sürümlü benzetimler stokastik metotlara dayalıdır

Olay Sürümlü Modeller

- Burada $tk = k$. olayın oluştuğu zamanı ifade eder.
- Basit bir şekilde varış zamanları arası $[0,1)$ aralığında rastgele dağılım gösterebilir.
- Diğer bir deyişte $tk+1 - tk = \text{RND}$ ile ifade edilir.
- Aşağıdaki kod n adet rastgele dağılım gösterir.

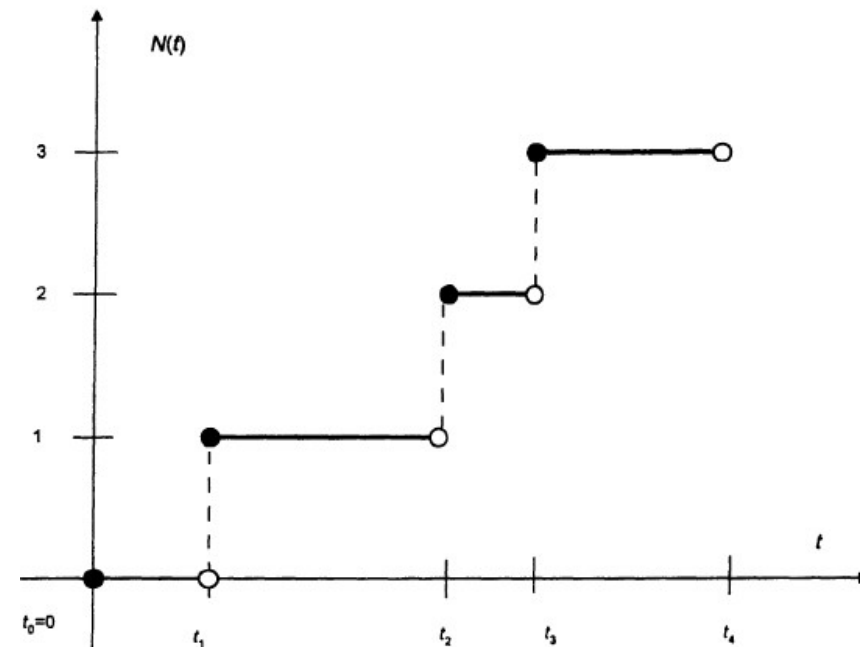
```
tk=0  
for i=1 to n  
    tk=tk-1+RND  
next k
```

- **Örnek:** Daha önceki taşıma sistemini göz önüne alalım. Bu kez bütün kutular aynı fakat farklı zaman aralıklarında ulaşmaktadırlar. Amaç t zamanına kadar kaç kutu ulaşmıştır.

Çözüm:

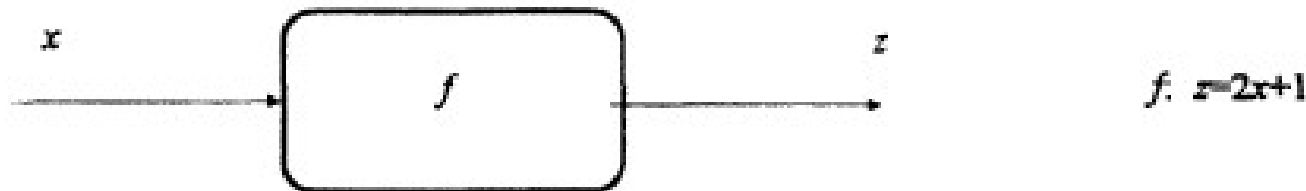
- Benzetim girişi daha önce bahsedilen kritik olay zamanlarının bir kümesidir. Çıkış ise belirlenen zamana kadar ne kadar kutu geldiğidir.
- Fakat t anındaki olayların sayısını hesaplamak için t zamanının t_k ile t_{k+1} arasında düşüp düşmediğini kontrol etmek gerekir. Aksi takdirde sonraki aralık kontrol edilmelidir.
- Yandaki sözde kod üretilen gerekli zaman çiftlerini gösterir. Burada dikkat edilmesi gereken giriş zamanları sürekli fakat olay zamanları ayrıktır.

```
t0=0
for k=1 to n
    tk=tk-1+RND
next k
for t=0 to tn step h
    for k=1 to n
        if tk-1 <= t < tk then N=k
    next k
    print t, N
next t
```



Sistemlerin tanımlanması

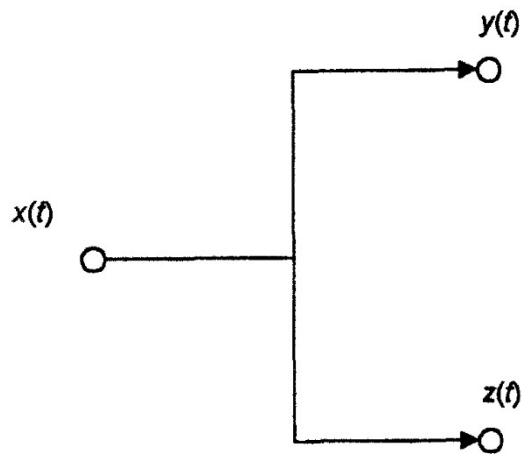
- Modeller kendi sistem davranışı ve sistem tarafından kabul edilen giriş türü ile tanımlanır.
- Giriş ve sistem davranışı bilinirse çıkış bulunabilir.
- Örneğin bir model aşağıdaki gibi girişin iki katını alıp bir ekleyen bir sistem olabilir. Bu sistem sıfırıncı dereceden ve zamandan bağımsızdır.



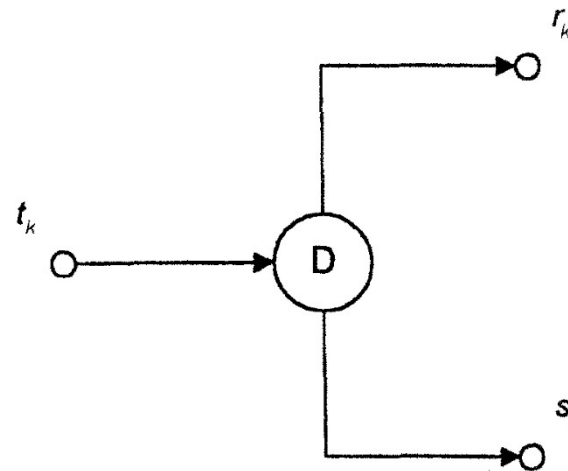
- $z(k) + 4z(k - 1) = x(k)$ birinci dereceden ayrık sistem
- $z(k) + 4z(k - 1) + 3z(k - 2) = x(k)$ ikinci dereceden ayrık sistem

Benzetim diyagramları

- Genel olarak matematikteki gibi denklemler bir modelin tanımlanması için kesin bir anlam ifade eder.
- Fakat kavramsal bir çizim amaç ve motivasyon için daha kullanışlıdır.
- Bu yüzden sistemleri genel diyagramlar ile göstermek oldukça kullanışlıdır.
- Benzetim diyagramları iki temel varlığa sahiptir:
 - yönlendirilmiş çizgiler ile gösterilen sinyaller
 - Kutu, çember veya diğer geometrik şekiller ile ifade edilen dönüşümler.

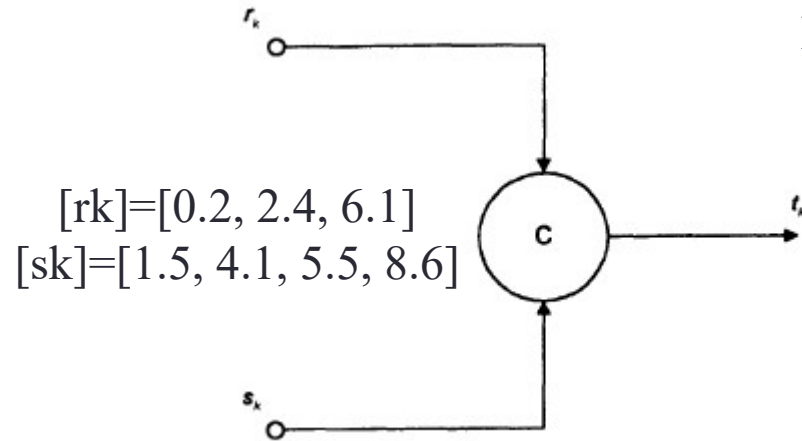


(a) $y(t)=x(t)=z(t)$



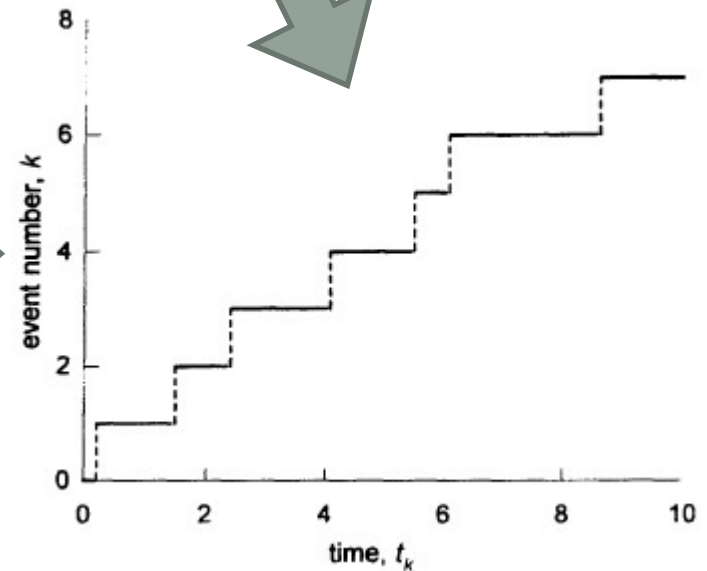
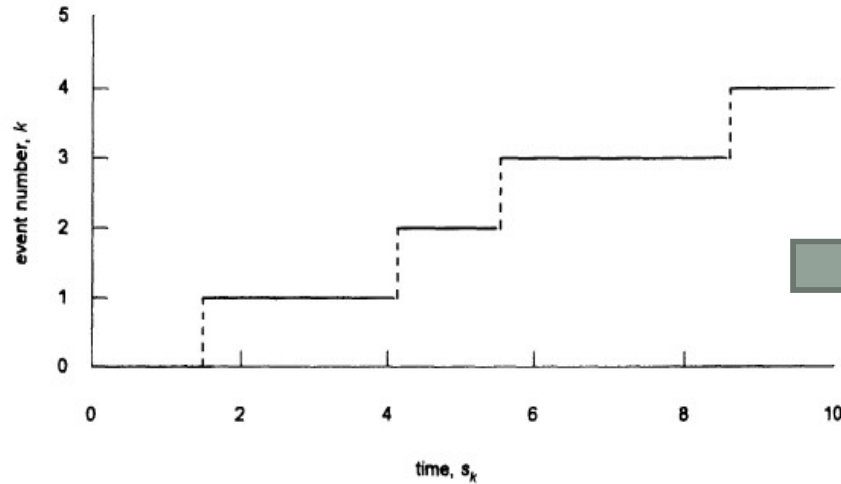
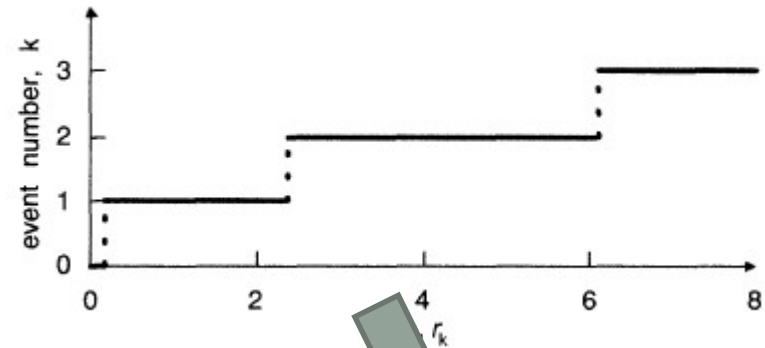
(b) $t_k=r_k=s_k$

Örnek: Aşağıdaki şekilde verilen iki sinyali birleştirme operatörü ile birleştiriniz



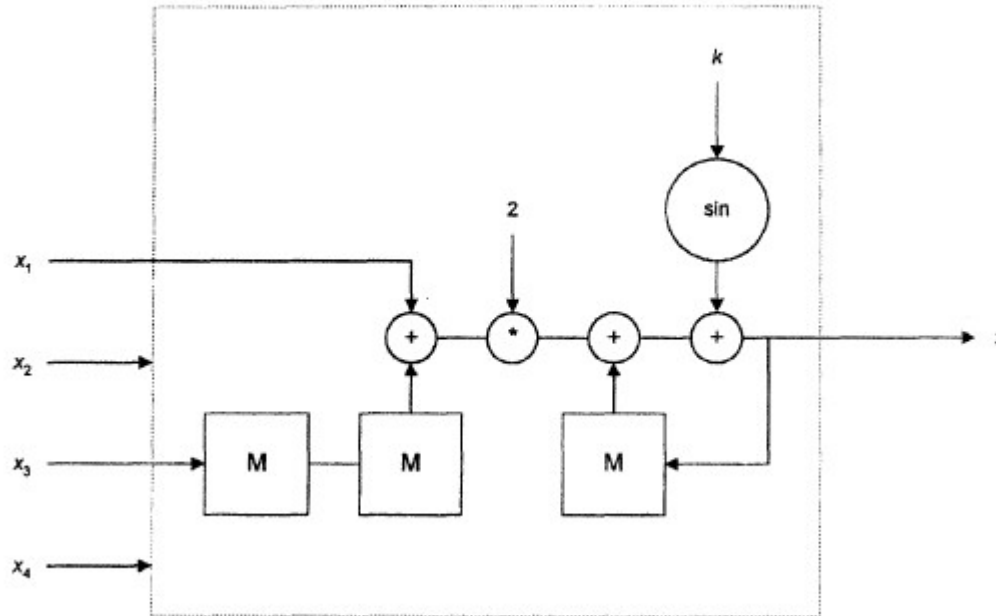
Çözüm:

R_k ve s_k 'nin birleşimi $[tk] = [0.2, 1.5, 2.4, 4.1, 5.5, 6.1, 8.6]$.

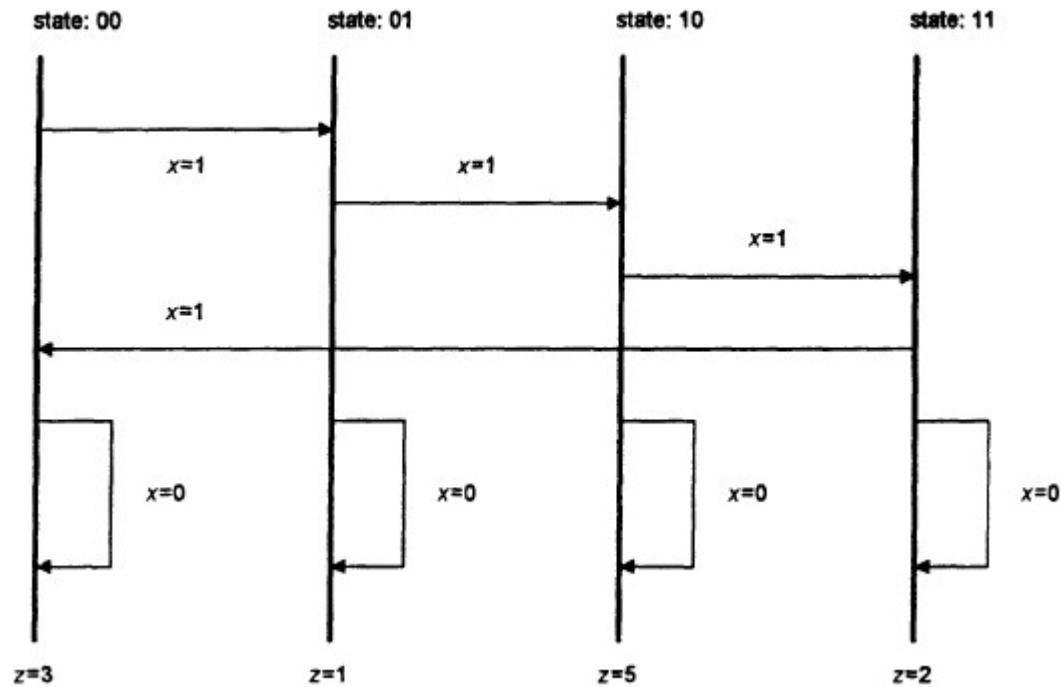


Dönüşüm Blokları

- Bir modelleme şematiğinden geçen sinyaller dönüştürücü olarak davranan farklı bileşenler olarak adlandırılır.
- Dönüştürücü bloklar hafıza, cebirsel işlemler ve tip dönüşümü ile veri akışından oluşur.
- Örneğin , $z(k) = z(k-1) + 2x_1(k) + 2x_3(k-2) + \sin k$ doğrusal zamandan bağımsız, ikinci dereceden hafıza dönüşümüne sahip olup aşağıda gösterilmiştir.



- **Örnek:** Sonlu durum makinası ile iki bitlik bir sayıcı tasarlanacaktır. Eğer giriş $x=0$ ise sayma olmayacak. Giriş $x=1$ ise sayıcı 3, 1, 5, 2, 3, 1, 5, 2, ... şeklinde sayacaktır.
- **Çözüm:**
- $2^2=4$ farklı durum olduğundan sayıcı iki bitliktir. Durumlar ikili olarak $y=(y1, y2)$ şeklinde gösterilir. Giriş x ve çıkış z 'dir. Değişkenlerin her biri $x, y1, y2$ 0 veya 1 değeri alır. Z çıkışı $\{1,2,3,5\}$ değerlerini alır. Sonlu durum modeli aşağıda verilmiştir.



Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Sistemin Bileşenleri

- **Varlık (Entity):**

Sistemde ilgilenilen bir nesnedir. Farklı nesneler farklı özelliklere sahiptir. Örneğin; maliyet, şekil vb. gibi

Nesneler 3 temel sınıf altında toplanabilir.

- İnsan (müşteri, hasta, vb.)
- Parça, evrak
- Elektronik mektup, proje, telefon konuşması

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Sistemin Bileşenleri

- **Özellik (Atributte)** : Bir nesnenin sahip olduğu özellik.
- **Faaliyet (Activity)** : Belirli bir zaman diliminde bir işlemin tamamlanması.

Örnek ; Bir parçanın kesilmesi, makine tamiri veya sipariş formunun doldurulması

- **Kaynaklar (Resources)** : Personel, alet, alan, enerji, zaman, para
- **Kontrol (Control)** : Kontroller faaliyetlerin nerede, ne zaman, nasıl ortaya çıkacağını programlar

Örnek ; Proses planı, üretim planı, iş programı, bakım politikası

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Sistemin Bileşenleri

- Topluluğu, diğer bir çalışma için tüm sistemin bir alt seti olabilir.

Örnek:

Banka

- **Amaç**, çek bozdurma veya para yatırmaya gelen müşterilere yeterli servisi verebilecek gerekli vezne sayısının belirlenmesi

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Sistemin Bileşenleri

Bu durumda sistem;

- vezneler ile
 - kuyrukta bekleyen ve servis alan müşterilerden
- oluşan bir alt bölümdür.

Çalışmanın amacı, seyahat çeki satan, çek hazırlayan özel veznedarların da sayısının belirlenmesi olsaydı sistemin tanımının genişletilmesi gerekirdi.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Sistemin Bileşenleri

- Sistemin Durumu (System Statement) :

Çalışmanın amacına bağlı olarak, herhangi bir anda sistemi tanımlamak için gerekli olan değişkenlerin toplamıdır.

Örnek: Banka

mümkün durum değişkenleri,

- meşgul vezne sayısı,
- servis gören ve kuyrukta bekleyen müşterilerin sayısı,
- müşterilerin geliş zamanı.

Benzetim ve Modellemeye Giriş

■ Sistemin Bileşenleri

- **Olay (Event)** : Herhangi bir anda ortaya çıkarak sistemin durumunu değiştirir.

Örnek: Banka

- müşterinin bankaya varışı “**Variş Olayı**”
- servisin tamamlanması ise “**Servis Olayı**” dır.



Benzetim ve Modellemeye Giriş

SİSTEM	NESNE	ÖZELLİK	FAALİYET	OLAY	DURUM DEĞİŞKENİ
Banka	Müşteri	Hesap Kontrolü	Mevduat Hesabı Açma	Varış, Çıkış	Meşgul Vezne Sayısı Bekleyen Müş.Sayısı Varış Zamanı
Hızlı Tren	Yolcu	Trene Bindiği Şehir ve İneceği Şehir	Seyahat	Trenin İstasyona Varışı, Gidilecek Şehire Varışı	Her İstasyonda Bekleyen Yolcu Sayısı, Trendeki Yolcu Sayısı
Üretim	Makinalar	Hız, Kapasite, Arızalanma Olasılığı	Kalıp Vurma, Kesme, Birleştirme	Arızalanma	Makinaların Durumu (meşgul, boş, arızalı)
Haberleşme	Mesajlar	Uzunluğu, Gideceği Yer	Gönderme	Gideceği Yere Varış	Gönderilmeyi Bekleyen Mesaj Sayısı
Stok	Depo	Kapasite	Depodan Mal Alınması	Talep	Stok Düzeyleri Karşılanmayan Talep