

| | | | |
|--|----------------|--|------|
| Teknoloji Fak. MAT161 Matematik I Final sınavı - A | Dersin Hocası: | 17.01.2023 | Puan |
| Bölümü : | Şubesi : | Süre 80 dakikadır. İlk 30 dakika sınavdan çıkmak yasaktır. | |
| Adı ve Soyadı : | Öğrenci No : | İmza: | |

1) $f(x) = \begin{cases} 1 - m \cos x, & x \leq 0 \\ \frac{\sin 3x}{x}, & x > 0 \end{cases}$ biçiminde tanımlı $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

fonksiyonu $x = 0$ noktasında sürekli ise m kaçtır?

- A) -2 B) 2 C) -1 D) 1

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - m \cos x) \Rightarrow 3 = 1 - m \Rightarrow m = -2$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3 - 2x^2 + 3}{3x^2 + 4} \right)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1/3 B) 0 C) ∞ D) $-\infty$

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır. der (pay) > der (payda) old. ve $(x \rightarrow -\infty)$ old. dolayı limitin değeri $(-\infty)$ dur.

3) Aşağıda verilen ifadelerden hangisi ya da hangileri daima doğrudur?

- I- Bir fonksiyon limitli olduğu bir noktada sürekli olmayabilir.
II- Bir fonksiyonun sürekli olduğu bir noktasında limiti vardır.
III- Bir fonksiyonun sürekli olduğu bir noktasında türevi vardır.
IV- Bir fonksiyon türevli olduğu bir noktada sürekli olmayabilir.

- A) III ve IV B) I ve II C) II ve III D) I, II ve IV

4) Türevlenebilir bir fonksiyonun 1. türevinin pozitif olduğu aralıkta fonksiyon artan olur.

- A) konveks B) konkav C) artan D) azalan

$f'(x) > 0$ ise f artan
 $f'(x) < 0$ ise f azalan

5) $f(x) = \ln(\arctan x) - \frac{x^2}{\pi}$ ise $f'(1)$ türevi kaçtır?

- A) $1/\pi$ B) 0 C) $2/\pi$ D) $4/\pi$

$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{2x}{\pi} \Rightarrow \{ \arctan 1 = \frac{\pi}{4} \}$
 $\Rightarrow f'(1) = \frac{1/2}{\arctan 1} - \frac{2}{\pi} = 0$

6) I. Bölgede $y = x^3$ eğrisinin hangi noktasındaki teğeti $y = 3x$ doğrusuna paraleldir?

- A) (1,3) B) (3,3) C) (1,1) D) (3,1)

$y = 3x$ doğrusunun eğimi 3'tür.

$f'(x) = 3x^2 = 3$

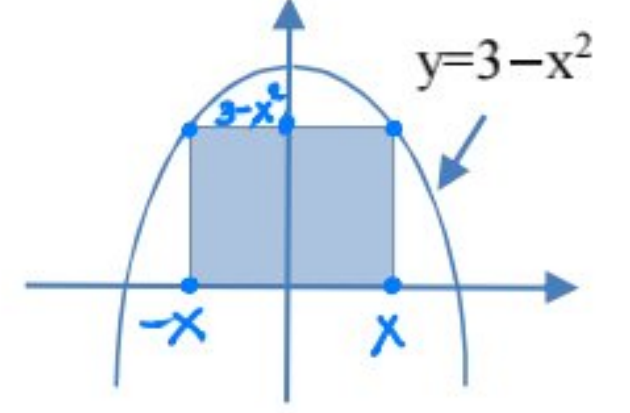
$\Rightarrow x = -1$ ve $x = 1$

$\Rightarrow y = -1$ ve $y = 1$

olup (1,1) ve (-1,-1) noktaları bulunur.

7) Şekildeki dikdörtgenin alanı en fazla kaç br^2 dir?

- A) 1 B) 3 C) 2 D) 4



$A(x) = 2x \cdot (3 - x^2) = 6x - 2x^3$

$A'(x) = 6 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

$A(1) = 4 \text{ br}^2$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos 4x}{x^2} \right)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) 4 C) 8 D) -8

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos 4x}{x^2} \right) \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin 4x}{2x} = 8$

9) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ eğrisinin yerel minimum ve dönüm noktası sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0,2) ve (1,2) B) (0,4) ve (1,2)

- C) (2,0) ve (0,4) D) (2,0) ve (1,2)

$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$

$y'' = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$

$y'' = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$

10) Aşağıda türevlenebilir bir $f(x)$ fonksiyonunun 1. türevinin işaret tablosu verilmiştir.

| | | | | | |
|------|-----------|----|----|---|----------|
| x | $-\infty$ | -3 | -1 | 2 | ∞ |
| f' | + | - | - | + | + |

Buna göre verilen seçeneklerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(3) < f(4)$
B) $f(x)$, $[0,2]$ aralığında azalandır.
C) $f(x)$ in 2 tane ekstremum noktası vardır.
D) $f(-2) < f(0)$

$(2, \infty)$ aralığında $f' > 0$ old. f artandır. $f(3) < f(4)$.
 $[0,2]$ aralığında $f' < 0$ old. f azalandır.
 $x = -3$ ve $x = 2$ noktalarında f' işaret değiştirmiştir. Bu noktalar ekstremum noktasıdır.
 $(-3, 0]$ aralığında $f' < 0$ old. f azalandır. $f(-2) > f(0)$.

CEVAP FORMU

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A |
| B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B | B |
| C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C | C |
| D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D |

11) $f(x) = \int (x^2 - 4x + a) dx$ biçiminde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu için $f'(2) = -9$ dur. Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisi noktasından çizilen teğetinin eğimi kaçtır?

- A) -6 B) 0 C) -5 D) -2

$$f'(x) = x^2 - 4x + a \text{ olup}$$

$$f'(2) = -4 + a = -9 \Rightarrow a = -5$$

$$f'(x) = x^2 - 4x - 5 \Rightarrow f'(-1) = 0 \text{ (eğim)}$$

12) $\int \sin^3 x \cos^2 x dx = ?$

A) $-\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + c$ B) $-\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$

C) $\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + c$ D) $\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$

$$\int (1 - \cos^2 x) \cdot \cos^2 x \cdot \sin x dx = -\int (1 - u^2) \cdot u^2 \cdot du$$

$$= -\int (u^2 - u^4) du = -\left(\frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5}\right) + c \quad (u = \cos x)$$

$$= -\left[\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5}\right] + c$$

13) $\int x^4 \ln 3x dx = ?$

A) $\frac{x^5}{5} \ln 3x + \frac{x^5}{25} + c$ B) $\frac{x^5}{5} \ln 3x - \frac{x^5}{25} + c$

C) $\frac{x^5}{5} \ln 3x - \frac{x^5}{5} + c$ D) $\frac{x^5}{5} \ln 3x + \frac{x^5}{5} + c$

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln 3x = u \\ \frac{3}{3x} dx = du \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x^4 dx = dv \\ \frac{x^5}{5} = v \end{array} \right. \quad (\text{Kısmi int. Meti})$$

$$\int x^4 \ln 3x dx = \frac{x^5}{5} \ln 3x - \int \frac{x^5}{5} \frac{dx}{x} = \frac{x^5}{5} \ln 3x - \frac{x^5}{25} + c$$

14) $\int \frac{1-3x}{\sqrt{2-x^2}} dx = ?$

A) $\arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2-x^2} + c$ B) $\arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2-x^2} + c$

C) $\arcsin \frac{x}{2} + 3\sqrt{2-x^2} + c$ D) $\arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2}\sqrt{2-x^2} + c$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}} + 3 \int \frac{-x dx}{\sqrt{2-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}} + \frac{3}{2} \int \frac{-2x dx}{\sqrt{2-x^2}}$$

$$= \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{2-x^2} + c$$

15) $\int \frac{e^x}{1-2e^x} dx = ?$

A) $\frac{1}{2} \ln|1-2e^x| + c$ B) $-2 \ln|1-2e^x| + c$

C) $-\frac{1}{2} \ln|1-2e^x| + c$ D) $-\ln|1-2e^x| + c$

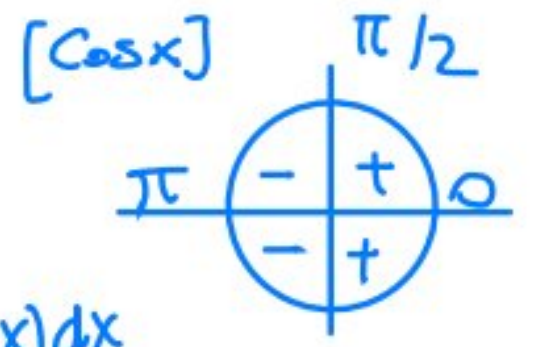
$$\int \frac{e^x dx}{1-2e^x} = -\frac{1}{2} \int \frac{-2e^x dx}{1-2e^x} = -\frac{1}{2} \ln|1-2e^x| + c$$

16) $\int_0^\pi |\cos x| dx = ?$

- A) 0 B) 1 C) -2 D) 2

$$\int_0^\pi |\cos x| dx = \int_0^{\pi/2} \cos x dx + \int_{\pi/2}^\pi (-\cos x) dx$$

$$= \sin x \Big|_0^{\pi/2} - \sin x \Big|_{\pi/2}^\pi = (\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0) - (\sin \pi - \sin \frac{\pi}{2}) = 2$$

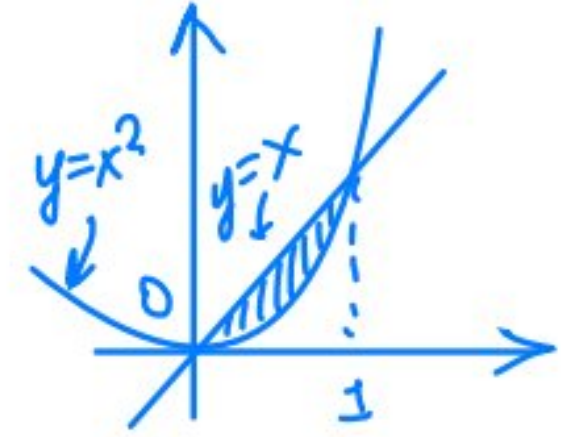


17) $y = x^2$ parabolü ile $y = x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

- A) 1/3 B) 1/6 C) 1/2 D) 2/3

$$x^2 = x \Rightarrow x = 0, x = 1$$

$$A = \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{6} \text{ br}^2$$

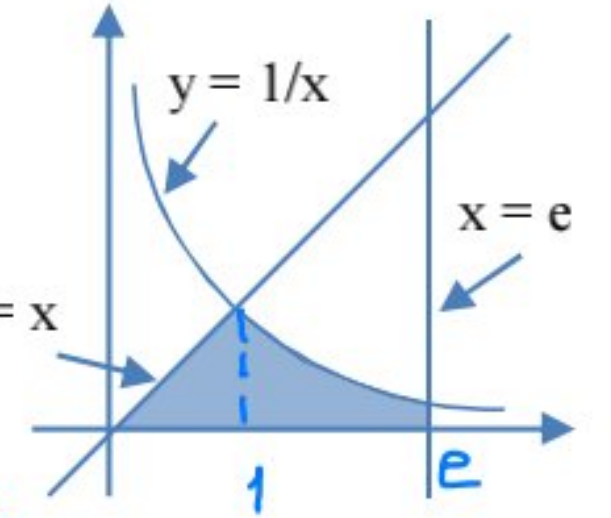


18) Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

- A) 3/2 B) $\frac{1}{2} - \ln 2$ C) $\frac{1}{2} + \ln 2$ D) $\ln 2$

$$\frac{1}{x} = x \Rightarrow x = 1$$

$$A = \int_0^1 x dx + \int_1^e \frac{1}{x} dx = \frac{1}{2} + \ln e = \frac{3}{2} \text{ br}^2$$

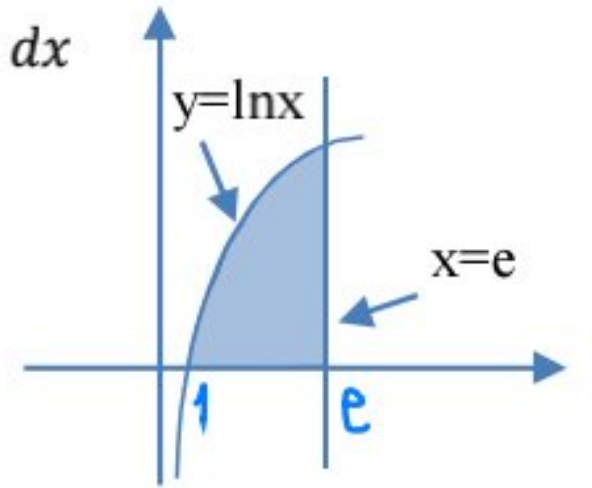


19) Şekildeki taralı bölgenin x-ekseni etrafında dönmesiyle oluşan dönel cismin hacmini veren integral formülü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\pi \int_1^e (\ln^2 x - x^2) dx$ B) $\pi \int_1^e \ln x dx$

C) $2\pi \int_0^1 (e - e^y) dy$ D) $\pi \int_1^e \ln^2 x dx$

$$V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx$$



20) 3 cm yarıçap ve 8 cm yüksekliğe sahip bir silindirin yanal yüzeyinin alanını veren integral formülü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\pi \int_0^8 8\sqrt{1+(0)^2} dx$ B) $2\pi \int_0^8 3\sqrt{1+(0)^2} dx$

C) $2\pi \int_0^3 8\sqrt{1+(0)^2} dx$ D) $2\pi \int_0^3 3\sqrt{1+(0)^2} dx$

İstenilen silindiri elde etmek için $y = 3$ doğrusunun $[0, 8]$ aralığındaki parçasını x-ekseni etrafında döndürmek yeterlidir.

$$A = 2\pi \int_0^8 3\sqrt{1+(0)^2} dx$$

