

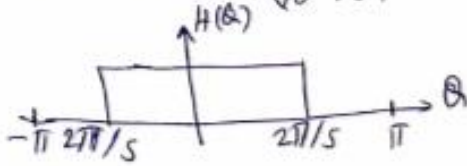
1. (15p) a)  $F_s=10\text{KHz}$  örneklenmiş işaretler için  $f_c=2\text{KHz}$  olan bir alçak geçiren filtre tasarlanmak isteniyor. Tasarım için  $\theta_c$  (radyan/örnek) olarak filtreyi çiziniz.
- b) Kesim frekansı  $\theta_c=2\pi/3$  (radyan/örnek) olan bir alçak geçiren filtrenin  $h(k)$  katsayılarını  $N=5$  nokta için bulunuz.
- c) Alçak geçiren bir filtre kullanarak yüksek geçiren bir filtreyi nasıl elde edersiniz.
- d) Sadece alçak geçiren filtreler kullanarak  $\theta_{c1}=2\pi/3$  ve  $\theta_{c2}=\pi/3$  arasındaki frekansları durduran filtreyi nasıl tasarlarsınız.

Çözüm adımlarının açıklamaları yazılmadan verilen cevaplar geçersiz sayılacaktır. Soruların cevabı için verilecek linkler kesinlikle dikkate alınmayacaktır.

**Çözüm:**

1)  $F_s = 10\text{KHz}$ ,  $f_c = 2\text{KHz}$

2)  $\theta_c = \frac{2\pi f_c}{F_s} = \frac{2\pi(2 \cdot 10^3)}{(10 \cdot 10^3)} = \frac{2\pi}{5}$  radyan/örnek



$$H(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| \leq \frac{2\pi}{5} \\ 0, & \text{Diğer} \end{cases}$$

b)  $H_A(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| \leq \frac{2\pi}{3} \\ 0, & \text{Diğer} \end{cases} \Rightarrow h(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi/3}^{2\pi/3} 1 \cdot e^{jk\Omega} d\Omega$

$$h(k) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{e^{jk\Omega}}{jK} \right) \Big|_{-2\pi/3}^{2\pi/3} = \frac{1}{2\pi jk} \left\{ e^{jk \frac{2\pi}{3}} - e^{-jk \frac{2\pi}{3}} \right\}$$

$$h(k) = \frac{1}{2\pi jk} \left\{ \cos\left(k \frac{2\pi}{3}\right) + j \sin\left(k \frac{2\pi}{3}\right) - \left( \cos\left(k \frac{2\pi}{3}\right) - j \sin\left(k \frac{2\pi}{3}\right) \right) \right\}$$

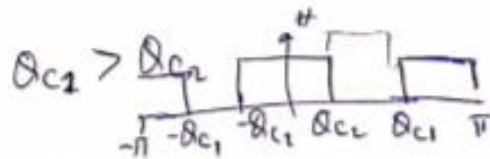
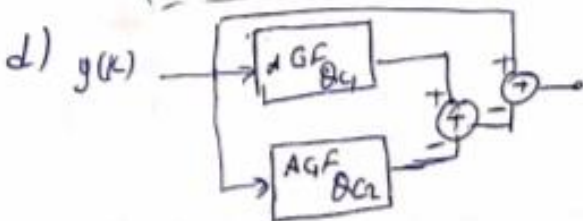
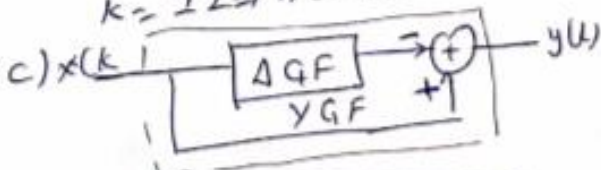
$$h(k) = \frac{1}{2\pi jk} \cdot 2j \sin\left(k \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sin\left(k \frac{\pi}{3}\right)}{k\pi} = 3 \cdot \text{sinc}\left(\frac{k\pi}{3}\right)$$

$N=5 \Rightarrow k=0, \pm 1, \pm 2$

$k=0 \Rightarrow h(0) \approx 1$

$k=\pm 1 \Rightarrow h(\pm 1) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)/\pi = 0.276$

$k=\pm 2 \Rightarrow h(\pm 2) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)/2\pi = 0.138$



2. (15p)  $x(k) = 2\delta(k+2) - 2\delta(k+1) + \delta(k) + 3\delta(k-1)$  ve  $h(k) = 3\delta(k+1) - 2\delta(k) + \delta(k-1)$  ise,

a) Çıkış  $y(k)$ 'yi çiziniz.

b) Çıkış işaretini birim darbe cinsinden ifade ediniz.

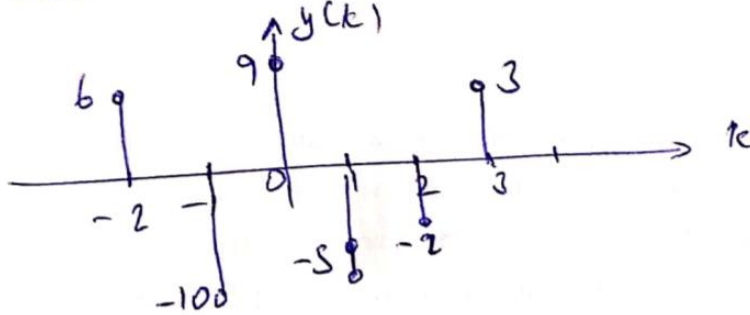
Çözüm adımlarının açıklamaları yazılmadan verilen cevaplar geçersiz sayılacaktır. Soruların cevabı için verilecek linkler kesinlikle dikkate alınmayacaktır.

**Çözüm:**

$$2a) y(k) = x(k) * h(k)$$

$$y(k) = 6\delta(k+2) - 8\delta(k+1) + 3\delta(k) + 9\delta(k-1) - 4\delta(k+1) + 4\delta(k) - 2\delta(k-1) - 3\delta(k-2) + 2\delta(k) - 2\delta(k-1) + \delta(k-2) + 3\delta(k-3)$$

$$b) y(k) = 6\delta(k+2) - 10\delta(k+1) + 9\delta(k) - 5\delta(k-1) - 2\delta(k-2) + 3\delta(k-3)$$



3. (20p) Aşağıda verilen transfer fonksiyonunu dikkate alarak;

a) Filtreyi standart fark denklemi olarak ifade edip blok diagramı olarak çiziniz.

b)  $h(k)$ 'yi bulunuz.

$$H(z) = \frac{z - 0.7}{(z + 0.3)(z - 0.5)^2}$$

Çözüm adımlarının açıklamaları yazılmadan verilen cevaplar geçersiz sayılacaktır.

Soruların cevabı için verilecek linkler kesinlikle dikkate alınmayacaktır.

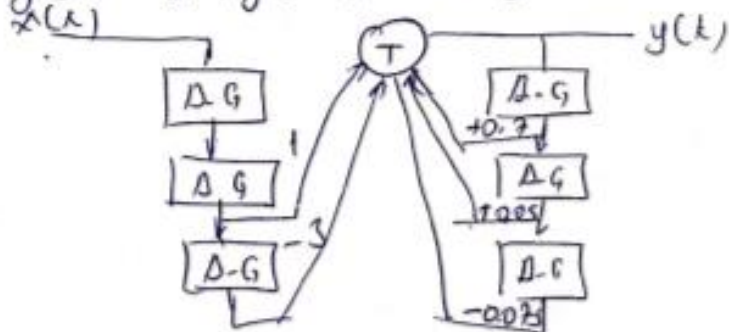
**Çözüm:**

$$3) H(z) = \frac{z - 0.7}{(z + 0.3)(z - 0.5)^2} = \frac{z - 0.7}{(z + 0.3)(z^2 - z + 0.25)}$$

$$= \frac{z - 0.7}{z^3 - z^2 + 0.25z + 0.3z^2 - 0.3z + 0.075} = \frac{z - 0.7}{z^3 - 0.7z^2 - 0.05z + 0.075}$$

$$= \frac{z^{-2} \cdot z^3}{1 - 0.7z^{-1} - 0.05z^{-2} + 0.075z^{-3}} = \frac{x(z)}{A(z)} = H(z) \Rightarrow$$

$$y(k) - 0.7y(k-1) - 0.05y(k-2) + 0.075y(k-3) = x(k-1)$$



b) Kurzupklar  $p_1 = -0.3, p_2 = +0.5$

$$H(z) = \frac{z - 0.7}{(z + 0.3)(z - 0.5)^2} = \frac{C_1 z}{z - p_1} + D_1 \frac{z}{z - p_2} + D_2 \frac{z}{(z - p_2)^2}$$

$$C_1 = \frac{H(z) \cdot (z + 0.3)}{z} \Big|_{z = -0.3} = \frac{z - 0.7}{z(z - 0.5)^2} \Big|_{z = -0.3}$$

$$C_1 = \frac{-0.3 - 0.7}{-0.3(-0.3 + 0.5)^2} = \frac{-1}{-0.3(0.2)^2} = \frac{-1}{-0.3 \cdot 0.04} = \frac{1}{0.12}$$

$$D_1 = \frac{d}{dz} \left( \frac{(z - 0.7)(z - 0.5)^2}{(z + 0.3)(z - 0.5)^2 z} \right) \Big|_{z = 0.5} = \frac{d}{dz} \left( \frac{z - 0.7}{z(z + 0.3)} \right) \Big|_{z = 0.5}$$

$$= \frac{(z^2 + 0.3z) - (2z + 0.3)(z - 0.7)}{(z^2 + 0.3z)^2} \Big|_{z = 0.5} = \frac{(0.5^2 + 0.3 \cdot 0.5) - (2 \cdot 0.5 + 0.3)(0.5 - 0.7)}{(0.5^2 + 0.3 \cdot 0.5)^2}$$

$$= \textcircled{3} // D_2 = \frac{(z - 0.5)^2}{z} \cdot \frac{z - 0.7}{(z + 0.3)(z - 0.5)^2} \Big|_{z = 0.5} = \frac{z - 0.7}{z(z + 0.3)} \Big|_{z = 0.5} = \frac{0.5 - 0.7}{0.5(0.5 + 0.3)}$$

$$D_2 = \frac{-0.2}{0.5(0.8)} = \frac{-0.2}{0.4} = -1/2$$

$$H(z) = 5.2 \cdot \frac{z}{z + 0.3} + 3 \cdot \frac{z}{(z - 0.5)} + 1/2 \cdot \frac{z}{(z - 0.5)^2}$$

$$h(k) = 5.2(-0.3)^k + 3(0.5)^k + \frac{1}{2}k(0.5)^{k-1}$$

4. (10p) Aşağıda doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin transfer fonksiyonu verilmiştir. Buna göre bu sisteme karşılık gelen fark denklemini bulunuz. Çözüm adımlarının açıklamaları yazılmadan verilen cevaplar geçersiz sayılacaktır. Soruların cevabı için verilecek linkler kesinlikle dikkate alınmayacaktır.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{10 - 2z^{-1}}{a^2 + 2az^{-1} + z^{-2}}$$

Çözüm:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{10 - 2z^{-1}}{a^2 + 2az^{-1} + z^{-2}}$$

$$Y(z)(a^2 + 2az^{-1} + z^{-2}) = X(z)(10 - 2z^{-1})$$

$$a^2y[n] + 2ay[n-1] + y[n-2] = 10x[n] - 2x[n-1]$$

$$y[n] = \frac{1}{a^2}(10x[n] - 2x[n-1] - 2ay[n-1] - y[n-2])$$

5. (15p) Aşağıda doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem için verilen  $H(z)$  transfer fonksiyonu ve çıkış sinyali  $y[n]$ 'e göre, giriş sinyali  $x[n]$ 'i açıklayarak bulunuz. Çözüm adımlarının açıklamaları yazılmadan verilen cevaplar geçersiz sayılacaktır. Soruların cevabı için verilecek linkler kesinlikle dikkate alınmayacaktır.

$$H(z) = 1 - 2z^{-1}$$

$$y[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1]$$

Çözüm:

$$Y(z) = 1 + \frac{1}{2}z^{-1}$$

$$X(z) = \frac{Y(z)}{H(z)} = \frac{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - 2z^{-1}}$$

Because we would like a bounded  $x[n]$ , we rewrite this as

$$X(z) = \frac{z(1 + \frac{1}{2}z^{-1})}{z - 2} = -\frac{1}{2} \frac{\frac{1}{2} + z}{1 - \frac{1}{2}z} = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \frac{z}{1 - \frac{1}{2}z} \right)$$

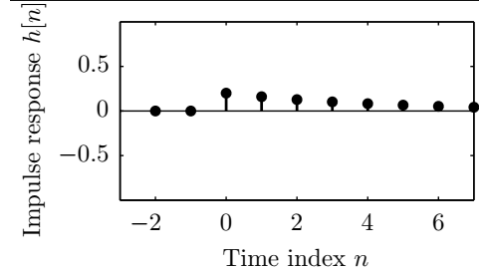
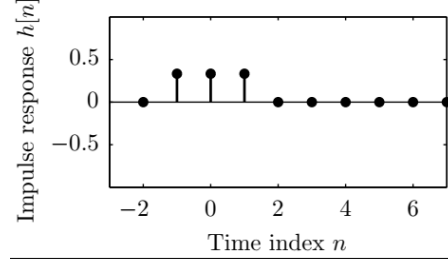
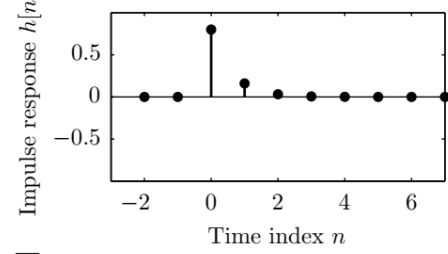
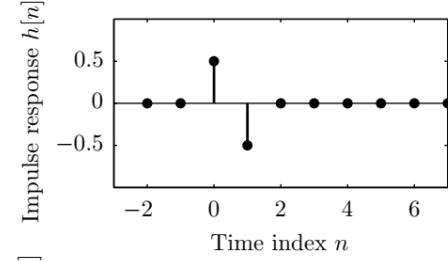
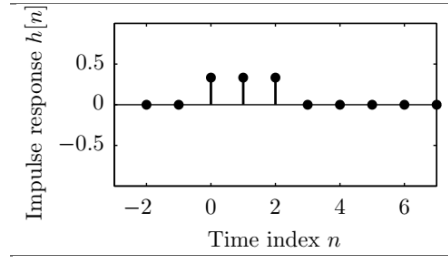
$$x[n] = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}\delta[n] + \frac{5}{4} \left( \frac{1}{2} \right)^{-n-1} u[-n-1] \right) = -\frac{1}{4}\delta[n] + \frac{5}{8} \left( \frac{1}{2} \right)^{-n-1} u[-n-1]$$

$$-\frac{1}{4}\delta[n] + \frac{5}{8} \left( \frac{1}{2} \right)^{-n-1} u[-n-1]$$

6. (15p) Aşağıda fark denklemleri verilen sistemlerin birim dürtü cevaplarını çiziniz. Çözüm adımlarının açıklamaları yazılmadan verilen cevaplar geçersiz sayılacaktır. Soruların cevabı için verilecek linkler kesinlikle dikkate alınmayacaktır.

<b>A</b>	$y[n] = \frac{1}{3} (x[n] + x[n-1] + x[n-2])$
<b>B</b>	$y[n] = \frac{1}{2} (x[n] - x[n-1])$
<b>C</b>	$y[n] = 0.8x[n] + 0.2y[n-1]$
<b>D</b>	$y[n] = \frac{1}{3} (x[n+1] + x[n] + x[n-1])$
<b>E</b>	$y[n] = 0.2x[n] + 0.8y[n-1]$

**Çözüm:**





7. (10p) Aşağıda verilen  $h[n]$  ayrık sinyali dikkate alarak şu sinyalleri bularak çiziniz.

a)  $h[2-3n] \cdot u[n+1]$

b)  $2 \cdot h[-3-4n] + 5 \cdot \delta[n-4] - 3 \cdot \delta[n-2]$

Çözüm adımlarının açıklamaları yazılmadan verilen cevaplar geçersiz sayılacaktır.  
Soruların cevabı için verilecek linkler kesinlikle dikkate alınmayacaktır.

$$h(n) = \begin{cases} 0 & \text{for } n < 0 \\ 1 & \text{for } 0 \leq n \leq 3 \\ -2 & \text{for } 4 \leq n \leq 5 \\ 0 & \text{for } n > 5 \end{cases}$$

Çözüm:

$$h(n) = \begin{cases} 0 & \text{for } n < 0 \\ 1 & \text{for } 0 \leq n \leq 3 \\ -2 & \text{for } 4 \leq n \leq 5 \\ 0 & \text{for } n > 5 \end{cases}$$

