İLİŞKİ ÖLÇÜLERİ

Buraya kadar olan bölümlerde yapılan işlemler hep tek bir seri için idi. Tek bir serinin;

- Tablo ile gösterimi,
- Grafik ile temsili,
- Tek bir değere indirgenerek temsil edilmesi (ortalamalar),
- Terimler arasındaki değişkenliğin ölçülmesi
- Çarpıklık ve baskınlığının ölçülmesi
- Çarpıklık ve basıklığının ölçülmesi

gibi konularla ilgilendik. Bu bölümde incelenen seri sayısını iki veya daha fazla olması durumunda bu seriler arasındaki ilişkinin (ortak değişimin) derecesini veren bazı istatistiksel yöntemleri göreceğiz.

SERİLER ARASI İLİŞKİLER

İstatistiksel olarak iki seri arasındaki ilişkinin hangi yöntemlerle ölçülebileceğine girmeden önce, seriler arasındaki ilişkileri iki temel gruba ayırıyoruz:

- Deterministik (kesin) ilişkiler
- Stokastik (*şansa dayalı*) ilişkiler

Deterministik ilişkiler çeşitli fonksiyonel türden ilişkilerdir. Aşağıdaki ilişkiler a, b, c birer sabit sayı olmak üzere, Y ve X serileri arasında birer deterministik ilişkidir:

$Y = aX + b$	Doğrusal İlişki
$Y = aX^2 + bX + c$	Parabolik İlişki
$Y = e^{aX+b}$	Üstel İlişki
$Y = a^{bX+c}$	Üssel İlişki
$Y = \log X$	Yarı logaritmik İlişki
$\log Y = \log\left(aX + b\right)$	Tam logaritmik İlişki

Bunlardan başka daha pek çok deterministik ilişki tipleri yazılabilir. Deterministik ilişkiler 2 kere 2 nin 4 etmesi türünden kesin ilişkileri tarif eden bir kavramdır. Serilerden birinin aldığı değer bilindiğinde diğer serinin alacağı değer kesin olarak hesaplanabilir. Örneğin;

- Bir gazın hacmi ile basıncı arasındaki ters yönlü ilişki,
- Elektrik akımı ile direnç arasındaki ters yönlü ilişki,
- Kuvvet ile yapılan iş miktarı arasındaki doğru yönlü ilişkiler

He birer deterministik (kesin, belirleyici) ilişkilerdir. Yani daha çok fen bilimlerine konu olan olaylar deterministik karakterlidir. Deterministik ilişkilere konu olan olayların belli şartlar altında hangi değerleri alacağı önceden kesin olarak bilinebilir.

Stokastik (olasılıklı, rassal) ilişkiler kesin olmayan yaklaşık olarak bir temayül belirleyen önceden hangi değeri alacağı kesin olarak bilinmeyen olaylar arasındaki ilişkilerdir. Daha çok iktisat, işletme gibi davranış (sosyal) bilimlerine konu olan ilişkiler stokastik karakterlidir. Bu tür ilişkilere konu olan olayların hangi sonucu alacağı deney ya da olay gerçekleşmeden bilinemez, ancak yaklaşık olarak, belli bir hata payı ile tahmin edilebilir. Örneğin iktisat teorisinden;

- Talep ile fiyat arasında ters yönlü bir ilişki
- Arz ile fiyat arasında doğru yönlü bir ilişki
- Tüketim ile gelir arasında doğru yönlü ilişki,
- Tüketim ile Fayda arasında önce parabolik ilişkiler

İşletmecilikte;

- Reklam harcamaları ile satışlar arasında doğru yönlü ilişki
- Uzmanlaşma ve verimlilik arasında doğru yönlü ilişki

Veya sosyal bir vakıa olarak;

- Alkollü içki tüketimi ile trafik kazaları arasında doğru yönlü bir ilişki
- Boşanma vakaları ile çocuk suçları arasında doğrusal bir ilişki
- Eğitim düzeyi ile çocuk sayısı arasında ters yönlü ilişki olduğu söylenebilir.

Deterministik ve stokastik ilişkilere ilişkin bu izahattan anlaşılacağı gibi deterministik ilişkiler daha çok fen bilimleri alanında görülürken stokastik ilişkiler daha çok sosyal bilimlerde, özel olarak davranış bilimlerinde ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte fen bilimleri alanında da yer yer stokastik ilişkilere rastlanmaktadır. İki seri arasında araştırılan ilişkinin mantıksal bir temeli olmalıdır. Yukarıda verilen örnekler ilgili bilim dalları açısından teorik bir temele dayanmaktadır. Oysa örneğin;

Trafik kazaları ile doların yükselen kurları arasındaki ilişkinin mantıksal bir temeli yoktur.

Şimdi, söz konusu ilişkilerin mantıksal bir temele oturduğu varsayımı altında bu ilişkilerin hangi istatistiksel yöntemlerle ölçülebileceğine bakalım.

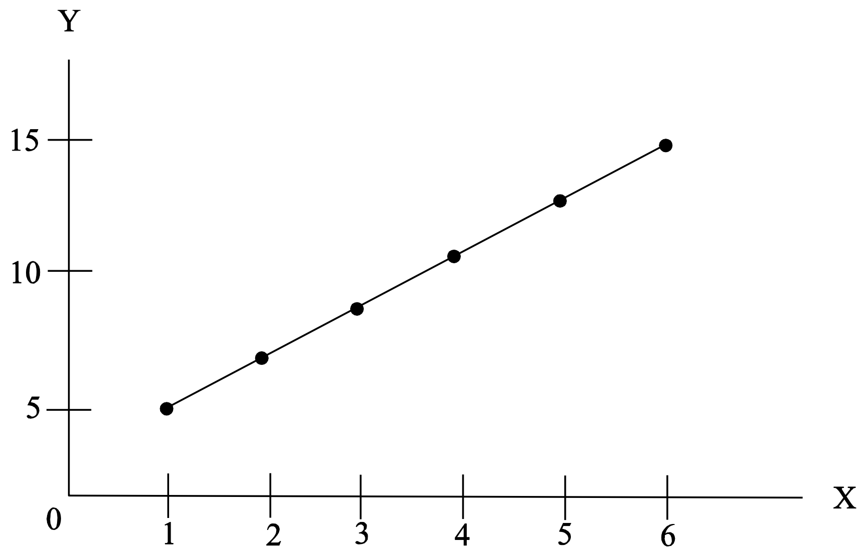
Serpilme Diyagramı

İki seri arasındaki deterministik veya stokastik ilişkinin derecesini kabaca gözlemlemeye yarayan en basit araç serpilme diyagramı adı verilen grafiklerdir. Serpilme diyagramında aralarında ilişki aranan iki serinin karşılıklı gözlem değerlerinin oluşturduğu, $\left(X_i,\ Y_i\right),\ i=1,\ 2,\dots,n$ ikilileri birer nokta olarak XY koordinat düzleminde işaretlenir. İstatistiğe konu olan seriler genellikle pozitif büyüklükler olduğundan iki seriye ait noktalar ++ bölgesinde yer alır. Aşağıda bazı serilere ilişkin serpilme diyagramı örnekleri verilmiştir.

Örnek :

$X:$	1	2	3	4	5	6
$Y:$	4	6	8	10	12	14

X ve Y serileri arasında $Y=2X+2$ gibi deterministik bir ilişki mevcuttur. Bu yüzden de bu iki seriye ait serpilme diyagramında, gözlem noktaları tam bir doğru üzerinde serpilmektedir.



Şekil Doğrusal deterministik ilişki

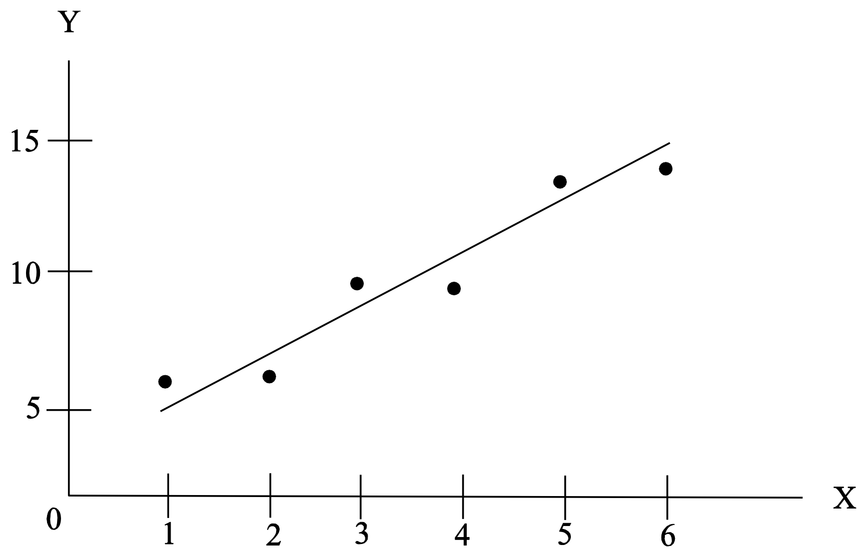
Örnek :

X :	1	2	3	4	5	6
Y :	5	4	10	9	14	12

Burada verilen seriler arasındaki ilişkiler stokastik karakterlidir. Seriler arasında doğrusala yakın bir ilişki söz konusudur. Gözlem noktaları adeta;

$$Y = 2X + 2$$

doğrusu etrafında serpilmektedir.

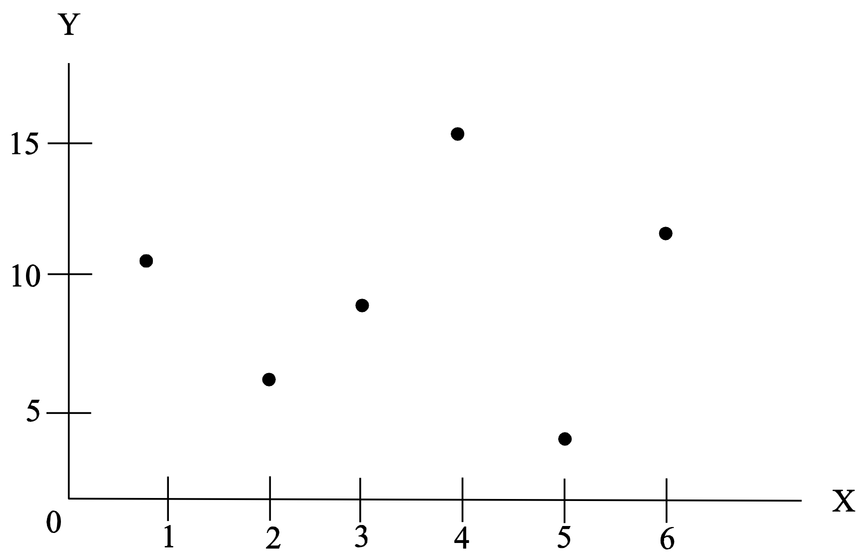


Şekil Doğrusala yakın (stokastik) ilişki

Örnek 1:

X :	1	2	3	4	5	6
Y :	11	4	9	14	4	12

Bu iki seriye ilişkin gözlem noktalarının incelenmesinden herhangi bir ilişkinin olmadığı görülüyor.



Şekil Çok Zayıf İlişki

İki seriye ait serpilme diyagramı yukarıdaki hallerin dışında başka biçimlerde de gözlenebilir. Fakat her halükarda serpilme diyagramı yardımıyla iki seri arasındaki ilişki ancak görsel olarak incelenebilir. Oysa uygulamalarda çeşitli ilişkilerin derecelerini birbiri ile mukayese edebilmek için seriler arası ilişkilerin sayısal bir ölçüsü bulunmalıdır. İki seri arasındaki ilişkinin derecesini sayısal olarak veren belli başlı üç ölçü mevcuttur. Bunlar; kovaryans, korelasyon katsayısı ve regresyondur.

Kovaryans

Ortak değişim anlamına gelen kovaryans, iki serinin aritmetik ortalamalarından farklarının çarpımının aritmetik ortalaması diye tanımlanabilir. *X* ve *Y* gibi iki seri verildiğinde bunların kovaryansı $Kov(XY)$ veya σ_{xy} ile gösterilir ve şu şekilde hesaplanır;

$$Kov(XY) = \sigma_{xy} = \frac{\sum (X_i - \mu_x)(Y_i - \mu_y)}{N}$$

Burada μ_x ve μ_y sırasıyla *X* ve *Y*'nin aritmetik ortalamasını göstermektedir. Bulunan kovaryans değeri teorik olarak artı sonsuz ile eksi sonsuz arasında herhangi bir değer olabilir: Yani, $-\infty \leq Kov(XY) \leq \infty$ *X* ile *Y* arasındaki kovaryans negatif ise ilişki ters yönlü, sıfır ise ilişki yok, pozitif ise doğru yönlü ilişki vardır. açıktır ki, kovaryans hesabı için her iki seri de aynı (*N*) sayıda terim içermelidir.

Örnek: Bir konaklama yerine gelen turist sayısı ile günlük meşrubat satışı şöyledir:

X_i : Günlük gelen turist sayısı X_i : 20, 22, 24, 23, 27, 24, 21

Y_i : Günlük satılan meşrubat sayısı Y_i : 90, 65, 105, 80, 117, 86, 92

Bu iki seri arasındaki ilişkiyi kovaryans cinsinden ölçmek istiyorsak önce her bir serinin ortalaması bulunmalıdır. Bunlar;

$$\mu_x = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{20+22+24+23+27+24+21}{7} = 23.3$$

$$\mu_y = \frac{\sum Y_i}{N} = \frac{90+95+105+80+117+86+92}{7} = 95$$

olarak hesaplanır. Kovaryans hesabı için gerekli olan ortalamadan farklar ve bunların çarpımını tablo ile verelim.

$X_i - \mu_x$	$Y_i - \mu_y$	$(X_i - \mu_x)(Y_i - \mu_y)$
-3	-5	15
-1	0	0
1	10	10
0	15	0
4	22	88
1	-9	-9
-2	-3	6

Son sütunun toplamından;

$$\sum(X_i - \mu_x)(Y_i - \mu_y) = 110$$

olarak elde edilir. Buradan kovaryans,

$$Kov(XY) = \frac{110}{7} = 15.7$$

olarak bulunur. Buna göre hava sıcaklığı ile meşrubat satışları arasında doğru yönlü bir ilişki vardır.

İlişki ölçüsü olarak kovaryansın bir kusuru şudur; kovaryans, serilerin ölçme biriminden etkilenir. Örneğin serilerden biri kilogram cinsinden ağırlık değerlerini ifade ediyorsa, buradan elde edeceğimiz kovaryans değeri ile aynı ağırlıkları gram olarak ifade ettikten sonraki kovaryans değeri farklı çıkacaktır. Bu yüzden, aynı konuda fakat farklı ölçme birimlerine dayanan kovaryans ölçülerinin mukayese edilmesi anlamsız olmaktadır. Şu halde serilerin ölçme biriminden etkilenmeyen yeni bir ilişki ölçüsü bulunmalıdır. İşte korelasyon katsayısı böyle bir ölçüdür.

Korelasyon Katsayısı

X ve *Y* gibi iki seri arasındaki ilişkinin derecesini nispi olarak veren korelasyon katsayısı ρ (ro) ile gösterilir ve şöyle tanımlanır:

$$\rho_{xy} = \frac{\sum (X_i - \mu_x)(Y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum (X_i - \mu_x)^2 \sum (Y_i - \mu_y)^2}}$$

Aynı cins birimler hem pay hem de paydada bulunduğundan, birimler bölme işlemiyle sadeleşir. Bu şekilde serilerin ölçme biriminden etkilenmeyen bir ilişki ölçüsü elde edilir. Korelasyon formülünde her bir serinin ortalamadan sapmalarını, $x_i = X_i - \mu_x$ ve $y_i = Y_i - \mu_y$ ile gösterirsek korelasyon formülü daha basit olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\rho = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

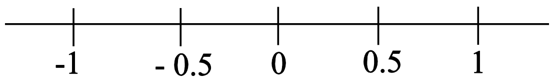
Korelasyon katsayısını kovaryans ve standart sapmalar cinsinden de yazabiliriz. *X* ile *Y* arasındaki kovaryans;

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum (X_i - \mu_x)(Y_i - \mu_y)}{N}$$

X'in ve *Y*'nin standart sapması sırasıyla;

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \mu_x)^2}{N}} \qquad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (Y_1 - \mu_y)^2}{N}}$$

olmak üzere korelasyon katsayısı ρ 'yu yeniden $\rho = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x . \sigma_y}$ şeklinde yazabiliriz. ρ korelasyon katsayısı daima -1 ile +1 arasında değer alır. Yani $-1 \le p \le +1$. Korelasyon bu değişim aralığını sayı ekseni üzerinde gösterirsek;



X ile *Y* arasında hesaplanan bir ρ değeri, eğer;

$\rho < 0$ ise, negatif (ters yönlü) ilişki

$\rho > 0$ ise, pozitif (doğru yönlü) ilişki

$\rho = -1$ ise, ters yönlü tam ilişki,

$\rho = 0$ ise, ilişki yok,

$\rho = +1$ ise, doğru yönlü tam ilişki,

$\rho < -0.5$ ise, ters yönlü kuvvetli ilişki,

$\rho > -0.5$ ise, ters yönlü zayıf ilişki,

$\rho > 0.5$ ise, doğru yönlü kuvvetli ilişki,

$\rho < 0.5$ ise, doğru yönlü zayıf ilişki,

söz konusudur. Buraya kadarki açıklamalardan sezinlenebileceği gibi, deterministik ilişkilerde korelasyon katsayıları daima ya -1 ya da +1 olarak çıkar. Stokastik ilişkilerde korelasyon katsayısının uç değerleri yani -1, 0 ve +1 değerlerinin çıkması ihtimal dışıdır. Bu tür ilişkilerde çoğunlukla bu uç değerler arasında bir değer ortaya çıkar. Korelasyon katsayısı ile ilgili açıklamalarımızı bitirmeden önce diğer özelliklerine değinelim.

- Korelasyon katsayısı, iki değişken arasındaki sadece doğrusal ilişkilerin derecesini ölçen bir alettir. İki seri arasında doğrusal dışı bir ilişki varsa, ilişkinin derecesi hakkında gerçek bir fikir veremez.
- Korelasyon katsayısı değişkenlerden hangisinin sebep (bağımsız) hangisinin sonuç (bağımlı) olduğunu belirtmez.
- Korelasyon katsayısı ölçme birimlerinden etkilenmez.

- Korelasyon katsayısı iki seri açısından simetriktir. Yani $\rho_{xy} = \rho_{yx}$

Örnek : Bir grup öğrencinin boy ve ağırlık ölçüleri şöyledir:

Boylar (cm)	X_i :	160	178	163	167
Ağırlıklar (kg)	Y_i :	62	71	64	67

Öğrencilerin boyları ile ağırlıkları arasındaki ilişkinin derecesini korelasyon katsayısı ile hesaplayalım. Burada $\mu_x = 167$ ve $\mu_y = 66$'dır. Buna göre korelasyon hesabı için gerekli rakamları tablo ile gösterelim.

$(X_i-\mu_x)$	$(Y_i-\mu_y)$	$\left[(X_i-\mu_x)(Y_i-\mu_y)\right]$	$(X_i-\mu_x)^2$	$(Y_i-\mu_y)^2$
-7	-4	28	49	16
11	5	55	121	25
-4	-2	8	16	4
0	1	0	0	1
0	0	91	186	46

Tablodaki değerlerden korelasyon katsayısının değeri;

$$\rho = \frac{\sum (X_i-\mu_x)(X_i-\mu_y)}{\sqrt{\sum (X_i-\mu_x)^2 (X_i-\mu_y)^2}}$$

$$= \frac{91}{\sqrt{186 \times 46}} = 0.98$$

bulunur. ρ'nun değerini standart sapmalar cinsinden hesaplayabiliriz.

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum (X_i-\mu_x)(Y_i-\mu_y)}{N} = \frac{91}{4} = 22.75$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (X_i-\mu_x)^2}{N}} = \sqrt{\frac{186}{4}} = 6.82$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (Y_i-\mu_y)^2}{N}} = \sqrt{\frac{46}{4}} = 3.4$$

olmak üzere korelasyon katsayısı;

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x.\sigma_y} = \frac{22.75}{(6.82)\times(3.4)} = \frac{22.75}{23.2}$$

$$\rho = 0.98$$

şeklinde bularak yine aynı sonucu elde edebilir. Bulunan bu ρ değerine göre öğrencilerin boyları ile kiloları arasında doğru yönlü oldukça kuvvetli bir ilişkinin olduğu söylenebilir.

Çoklu Korelasyon

Araştırmalardan bazen bir seri ile ikiden fazla seri arasındaki ilişkinin eş anlı olarak ölçülmesi istenir. Bir seri ile birden fazla seri arasındaki ilişkinin ölçülmesi istendiğinde çoklu korelasyon katsayısı kullanılır. Seri sayısı arttıkça çoklu korelasyonun formülasyonu ve hesabı güçleşir. Burada sadece üç serili çoklu korelasyon katsayısını vermekle yetiniyoruz. X_1, X_2 ve X_3 serileri verilmişken, ρ_{12}, ρ_{13} ve ρ_{23} sırasıyla X_1 ile X_2; X_1 ile X_3 ve X_2 ile X_3 serileri arasındaki basit korelasyon katsayılarını göstermek üzere, X_1 serisi ile X_2, X_3 serileri arasındaki çoklu korelasyon katsayısı;

$$\rho_{1.23} = \sqrt{\frac{\rho_{12}^2 + \rho_{13}^2 - 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23}}{1 - \rho_{23}^2}}$$

(pozitif karekök) ile hesaplanır. X_2 serisi ile X_1, X_3 serileri arasındaki çoklu korelasyon katsayısı;

$$\rho_{2.13} = \sqrt{\frac{\rho_{21}^2 + \rho_{23}^2 - 2\rho_{21}\rho_{23}\rho_{13}}{1 - \rho_{13}^2}}$$

X_3 serisi ile X_1, X_2 serileri arasındaki çoklu korelasyon katsayısı;

$$\rho_{3.12} = \sqrt{\frac{\rho_{31}^2 + \rho_{32}^2 - 2\rho_{31}\rho_{32}\rho_{12}}{1 - \rho_{12}^2}}$$

ile hesaplanır. Çoklu korelasyon katsayısının değer aralığı ve değerlerin yorumu basit korelasyon katsayısından farklıdır. Çoklu korelasyon katsayısı, ikinci grup serilerin birinci seri üzerindeki doğru veya ters yönlü toplam etkilerini yüzde olarak ifade eder ve değişim aralığı 0’dan 1’e kadardır.

Örneğin X_1 serisi ile X_2, X_3 serileri arasındaki $\rho_{1.23}$ çoklu korelasyon katsayısı;

$\rho_{1.23} = 0$ ise,	ilişki yok,
$\rho_{1.23} < 0.50$ ise,	ilişki zayıf,
$\rho_{1.23} > 0.50$ ise,	ilişki zayıf,
$\rho_{1.23} = 1$ ise,	ilişki tam,

Çoklu korelasyon katsayısı uygulamalarda sıfıra yakın veya 1'e yakın değerler alabilirse de tam olarak sıfır veya 1 değerlerini aldığı pek görülmez. Serpilme diyagramında gözlem noktalarının dağılımı, bunların tam ortasından çizilen doğruya yaklaştıkça çoklu korelasyon katsayısı 1'e yaklaşır. Noktalar doğrudan uzaklaştıkça ilişki zayıflar ve çoklu korelasyon katsayısı sıfıra yaklaşır.

Örnek : Tüketicilerin bir maldan talep ettikleri miktar (X_1), o malın fiyatı (X_2) ve tüketicilerin gelir düzeyi (X_3) ile ilişkilidir. Aşağıda bu üç seriye ilişkin veriler yer almaktadır.

X_1:	9	7	8	6	5	6	8	(bin ton)
X_2:	6	7	3	6	8	7	5	(TL)
X_3:	10	8	11	5	4	6	12	(bin TL)

Talep edilen miktarın (X_1), fiyat (X_2) ve gelir (X_3) ile çoklu korelasyonunu bulalım. Bu verilerden $\bar{X}_1 = 7$, $\bar{X}_2 = 6$ ve $\bar{X}_3 = 8$ ortalamaları bulunur. Her bir serinin kendi ortalamalarından sapmaları olan x_1, x_2 ve x_3 değerleri bulunmalıdır.

x_1:	2	0	1	-1	-2	-1	1
x_2:	0	1	-3	0	2	1	-1
x_3:	2	0	3	-3	-4	-2	4

Sapmalar cinsinden ara değerler tablosu şu şekilde oluşturulmuştur.

$x_1.x_2$	$x_1.x_3$	$x_2.x_3$	x_1^2	x_2^2	x_3^2
0	4	0	4	0	4
0	0	0	0	1	0
-3	3	-9	1	9	9
0	3	0	1	0	9
-4	8	-8	4	4	16
-1	2	-2	1	1	4
-1	4	-4	1	1	16
-7	24	-23	12	16	58

Bu ara değerlerden aşağıdaki basit korelasyonlar hesaplanır:

$$\rho_{12} = \frac{\sum x_1.x_2}{\sqrt{\sum x_1^2.\sum x_2^2}} = \frac{-7}{\sqrt{12\times16}} = -0.50$$

$$\rho_{13} = \frac{\sum x_1.x_3}{\sqrt{\sum x_1^2.\sum x_3^2}} = \frac{-7}{\sqrt{12\times58}} = 0.90$$

$$\rho_{23} = \frac{\sum x_2.x_3}{\sqrt{\sum x_2^2.\sum x_3^2}} = \frac{-23}{\sqrt{16\times58}} = -0.76$$

Buradan talep edilen miktar (X_1) ile fiyat (X_2) ve gelir (X_3) arasında çoklu korelasyon katsayısı:

$$\rho_{1.23} = \sqrt{\frac{\rho_{12}^2 + \rho_{13}^2 - 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23}}{1-\rho_{23}^2}}$$

$$\rho_{1.23} = \sqrt{\frac{(-0.50)^2 + (0.90)^2 - 2(-0.50)(0.90)(-0.76)}{1-(0.76)^2}} = 0.89$$

Çoklu korelasyon katsayısı % 89 gibi yüksek bir oranda gerçekleşmiştir. Bu da talep edilen miktar (X_1) ile fiyat (X_2) ve gelir (X_3) arasında oldukça yüksek bir korelasyon olduğunu göstermektedir.

Kısmi Korelasyon Katsayısı

Çoklu korelasyon katsayısı bir seri ile birden fazla seri arasındaki eş anlı ilişkiyi ölçmekte idi. Bir seri ile ikinci bir seri arasındaki ilişkiyi ölçerken diğer serilerin etkilerinin sabit tutulması ile kısmi korelasyon kavramı ortaya çıkar. Birbirleriyle etkileşimli ikiden fazla seri verildiğinde, diğer serilerin etkilerinin sabit tutulmasıyla iki seri arasındaki korelasyon kısmi korelasyon katsayısı ile ölçeriz. X_1, X_2 ve X_3 gibi üç serimiz olsun. Eğer bu üç seri aralarında karşılıklı bir etkileşim içerisinde iseler, bunlardan sadece ikisi arasındaki ilişkiyi ölçerken, üçüncü serinin bu ikisi üzerindeki etkilerini sabit tutmamız gerekir. bu şekilde X_1, X_2 ve X_3 serileri verildiğinde şu kısmi korelasyonlar söz konusu olur;

$\rho_{12.3}$: X_1 ile X_2 arasındaki korelasyon, X_3 'ün etkisi sabit

$\rho_{13.2}$: X_1 ile X_3 arasındaki korelasyon, X_2 'nin etkisi sabit

$\rho_{23.1}$: X_2 ile X_3 arasındaki korelasyon, X_1 'in etkisi sabit

Bu kısmi korelasyon katsayıları basit korelasyon katsayıları yardımıyla bulunur. Şöyle ki;

$$\rho_{12.3} = \frac{\rho_{12} - \rho_{13}\rho_{23}}{\sqrt{\left(1-\rho_{13}^2\right)\left(1-\rho_{23}^2\right)}}$$

$$\rho_{13.2} = \frac{\rho_{13} - \rho_{12}\rho_{23}}{\sqrt{\left(1-\rho_{12}^2\right)\left(1-\rho_{23}^2\right)}}$$

$$\rho_{23.1} = \frac{\rho_{23} - \rho_{12}\rho_{13}}{\sqrt{\left(1-\rho_{12}^2\right)\left(1-\rho_{13}^2\right)}}$$

Burada ρ_{12}, ρ_{13} ve ρ_{23} sırasıyla X_1 ile X_2, X_1 ile X_3 ve X_2 ile X_3 arasındaki basit korelasyon katsayılarıdır. Bu şekilde elde edilen kısmi korelasyon katsayılarının değer aralığı ve yorumu yukarıda basit korelasyon katsayısında olduğu gibidir.

Örnek: Bir meslek sınavında adaylar, yazılı, mülakat ve uygulama olmak üzere üç ayrı sınava tabi tutulmaktadır. Sınava giren 5 adayın bu üç sınavdan 10 üzerinden yapılan değerlendirmelerinde şu puanlar ortaya çıkmıştır:

Aday Sıra No	:	i :	1	2	3	4	5
Yazılı Sınav Puanı	:	X_1 :	2	2	3	4	4
Mülakat Sınavı Puanı	:	X_2 :	3	3	5	4	5
Uygulama Sınavı Puanı	:	X_3 :	3	4	5	6	7

Her üç sınav arasındaki kısmi korelasyon katsayılarını araştıralım.

$\rho_{12.3}$: Yazılı Mülakat korelasyonu, Uygulama sabit

$\rho_{13.2}$: Yazılı ve Uygulama korelasyonu, Mülakat sabit

$\rho_{23.1}$: Mülakat ve Uygulama korelasyonu, Yazılı sabit

Bu kısmi korelasyon katsayıların hesabı için ara değerler sapmalar cinsinden aşağıdaki tablo ile hesaplanmıştır.

X_1	X_2	X_3	$X_1.X_2$	$X_1.X_3$	$X_2.X_3$	X_1^2	X_2^2	X_3^2
-1	-1	-2	1	2	2	1	1	4
-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	0	1
1	1	2	1	1	2	1	1	4
0	0	0	3	4	5	4	4	10

Kısmi korelasyonların hesabı için gerekli basit korelasyonlar:

$$\rho_{12} = \frac{\sum X_1.X_2}{\sqrt{\sum X_1^2 \sum X_2^2}} = \frac{3}{\sqrt{4 \times 4}} = 0.75$$

$$\rho_{13} = \frac{\sum X_1.X_3}{\sqrt{\sum X_1^2 \sum X_3^2}} = \frac{3}{\sqrt{4 \times 10}} = 0.63$$

$$\rho_{23} = \frac{\sum X_2.X_3}{\sqrt{\sum X_2^2 \sum X_3^2}} = \frac{3}{\sqrt{4 \times 10}} = 0.79$$

Buna göre kısmi korelasyonlar;

$$\rho_{12.3} = \frac{\rho_{12} - \rho_{13}\rho_{23}}{\sqrt{\left(1-\rho_{12}^2\right)\left(1-\rho_{23}^2\right)}} = \frac{0.75-(0.63)\times(0.79)}{\sqrt{\left[1-(0.63)^2\right]\left[1-(0.79)^2\right]}} = 0.5$$

$$\rho_{13.2} = \frac{\rho_{13} - \rho_{12}\rho_{23}}{\sqrt{\left(1-\rho_{13}^2\right)\left(1-\rho_{23}^2\right)}} = \frac{0.63-(0.75)\times(0.79)}{\sqrt{\left[1-(0.75)^2\right]\left[1-(0.79)^2\right]}} = 0.1$$

$$\rho_{23.1} = \frac{\rho_{23} - \rho_{12}\rho_{13}}{\sqrt{\left(1-\rho_{12}^2\right)\left(1-\rho_{13}^2\right)}} = \frac{0.79-(0.75)\times(0.63)}{\sqrt{\left[1-(0.75)^2\right]\left[1-(0.63)^2\right]}} = 0.62$$

Adayların yazılı ve mülakat sınavları ile mülakat ve uygulama sınavları arasında vasat bir kısmi korelasyon ortaya çıkarken, yazılı ve uygulama sınavları arasındaki kısmi korelasyonlar küçük çıkmıştır.