

### Tablo Yöntemi

Değişken sayısının beşi geçmediği durumlarda diyagram yöntemi oldukça kullanışlıdır. Fakat, diyagramda komşu kareler arasında ilişkiyi görmek ve minimum değişken ile fonksiyonu ifade etmek için standartlar yoktur. Tamamen kişinin tecrübelerine ve görüş kabiliyetine bağlıdır. Eğer değişken sayısı artarsa oldukça zor ve hataya açık durumlar söz konusu olacağı aşikardır. Bu nedenle, kullanıcı hatalarından uzak kalabilmek için tablo yöntemi kullanmak gerekecektir. Bu yöntem iki aşamadan oluşur. Önce, asal çarpanlar bulunur sonra, en az sayıda değişkeni verecek ifade seçilir.

### Asal Çarpanların Belirlenmesi

Fonksiyonu belirleyen minterimlerin alınması işleme başlanır.

İzlenecek adımlar şu şekildedir.

Eşleme işlemi uygulanarak temel çarpanlar bulunur. Bu adım şu şekildedir: her minterim diğer minterimlerle karşılaştırılır. İki minterim birbirinden tek değişken ile ayrılıyorsa bu değişken kaldırılarak terimden bir değişken eksiltir. Bu eşleme işlemi tüm minterimler için yapıldıktan sonra ikinci minterim ve diğerleri için tekrarlanır. Geriye kalan terimlerle eşleşmeyen terimler asal çarpanları oluşturur.

**Örnek:** Tablo yöntemi kullanarak aşağıdaki Boole fonksiyonunu basitleştiriniz.

$$F(w, x, y, z) = \sum(0, 1, 2, 8, 10, 11, 14, 15)$$

(a)						(b)						(c)					
w	x	y	z			w	x	y	z			w	x	y	z		
0	0	0	0	0	✓	0,1	0	0	0	–		0,2,8,10	–	0	–	0	
						0,2	0	0	–	0	✓	0,8,2,10	–	0	–	0	
						0,8	–	0	0	0	✓						
1	0	0	0	1	✓												
2	0	0	1	0	✓	2,10	–	0	1	0	✓	10,11,14,15	1	–	1	–	
8	1	0	0	0	✓	8,10	1	0	–	0	✓	10,14,11,15	1	–	1	–	
10	1	0	1	0	✓	10,11	1	0	1	–	✓						
						10,14	1	–	1	0	✓						
11	1	0	1	1	✓												
14	1	1	1	0	✓												
15	1	1	1	1	✓	11,15	1	–	1	1	✓						
						14,15	1	1	1	–	✓						

Adım 1. Önce minterimler temsil ettikleri ikili karşılıklarındaki 1'lerin sayısına göre gruplandırılırlar. Kullanılacak olan minterimler  $m_0$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_8$ ,  $m_{11}$ ,  $m_{14}$  ve  $m_{15}$  olduğuna göre

bunların ikili karşılıklarında kaç adet 1 varsa gruplandırılırlar. 0'da 0 tane, 1,2 ve 8'de 1 tane, 10'da iki tane, 11 ve 14'de 3 tane ve 15'de 4 tane bir vardır. Her bir grup altındaki grupla ilişkilendirilebilir. Çünkü komşu gruplar arasında sadece bir tane 1 farklıdır. Dolayısıyla, tek bir bitin yer değiştirmesi söz konusu olabilir fakat iki altındaki grupla 1'lerin sayısı farklı olduğu için herhangi bir benzerlik aramak mümkün değildir.

Adım 2. İki grup arasında sadece bir bit farklıysa bu iki grup eşleştirilebilir. Örneğin (a) sütunundaki 0 ile 1 arasında sadece ilk bitler farklı olduğu için bu iki 0,1 şeklinde bir grup oluştururlar ve farklı olan bit – ile gösterilir. Bir başka deyişle, değişen bit çıkartılır. O bu sütundaki diğer iki eleman olan 2 ve 8 ile de karşılaştırılır ve tek bit değişiyorsa bunlarda bir grup oluştururlar. Oluşan gruplar 0,1 0,2 ve 0,8 gruplarıdır. Daha sonra 1,2 ve 8 grubu 10 grubu ile karşılaştırılır. Oluşan gruplar 2,10 ve 8,10 gruplarıdır. Bu işleme tüm gruplar arasında devam edilerek ikinci sütun oluşturulur.

Adım 3. (b) sütunundaki elemanların artık üç değişkeni kalmıştır. Değeri 1 ise elemanın kendisi değeri 0 ise elemanın üslü değerinin alınacağı anlamına gelir. Burada gruplar arasında Adım 2'deki gibi bir eşleme işlemi uygulanır. 0,1 elemanı herhangi bir grupla eşleşmediği için yanında (  $\surd$  ) işareti konmamıştır. Herhangi bir grupla eşleşmeyen grubun yanına (  $\surd$  ) konmaz. Bu da bu grubun daha fazla sadeleştirilemeyeceği anlamına gelir. Eşleşmeyen gruplar bu şekilde belirlenir. Burada incelenen örnek üçüncü sütunda sonlanmıştır. İşleme eşleşmeyen grup kalmayınca kadar devam edilir.

Adım 4. Tabloda yanında (  $\surd$  ) işareti olmayan terimler asal çarpanları oluşturur. Bu örnekte, (b) sütunundaki 0,1 grubu, (c) sütunundaki 0,2,8,10 ve 10,11,14,15 terimleri asal çarpanlardır. 000-, -0-0 ve 1-1- gruplarıdır. Bunlar,  $w'x'y'$ ,  $x'z'$  ve  $wy$  terimlerine karşılık gelir. Asal çarpanların toplamı fonksiyonun basitleştirilmiş halini verir.

$$F = w'x'y' + x'z' + wy$$

Bu örneği, yöntemi doğrulamak için diyagram yöntemi ile de çözüp görelim.

yz \ wx	00	01	11	10
00	1	1		1
01				
11			1	1
10	1		1	1

$$F = w'x'y' + x'z' + wy$$

Tablo yöntemin yapılması gereken uzun ve sıkıcı işlemler, karşılaştırmanın ikili sayılar yerine onlu sayılarla yapılması ile azaltılabilir. İkili sayılar içindeki her bir, ikinin bir kuvveti ile çarpılacak bir katsayıyı temsil eder. Önce sayılar bir önceki örnekte olduğu gibi sıralanır. Daha sonra gruplar birbiri ile karşılaştırılır. Alt gruptaki sayı üst gruptaki sayıdan ikinin kuvveti kadar büyükse bu grup (b) sütununa taşınır. Ve parantez içine de 2'nin kuvveti olan fark yazılır. İlk gruptaki 0, ikinci gruptaki 1, 2 ve 8'den ikinin kuvveti kadar küçüktür. Dolayısıyla bunlar şeklinde 0,1 (1), 0,2 (2) ve 0,8 (8) bir grup oluştururlar. Üçüncü grup 10 ise, 2 ve 8 ile 2,10 (8) ve 8,10 (2) şeklinde iki grup oluşturur. Bu şartları sağlayabilmesi için alt gruptaki sayı üst gruptaki sayıdan büyük olmalıdır. (b) sütunu oluşturulduktan sonra artık eşlemeler parantez içindeki sayılara göre yapılır. Aynı sayı grupları eşleştirilir. Eşleşen tüm terimlerin yanına da  $\checkmark$  işareti konur. (c) sütunu da bu şekilde oluşturulur. Asal çarpanlar tabloda yanında  $\checkmark$  işareti olmayan terimlerdir. Bu terimler onlu verildikleri için ikiliye dönüştürülmeli ve yanındaki parantez içindeki rakamlar ise hangi basamaktaki elemana – konacağını belirtir. Örneğin, 0,2,8,10 (2,8), 1010 ikili rakamındaki 2. ve 4. rakamların – olacağı anlamına gelir. Yani terim, -0-0 olarak göz önüne alınacaktır. 10,11,14,15 (1,4) grubunda ise 1111 ifadesinde 1. ve 3. rakamlar – olarak göz önüne alınacaktır. Terim 1-1- olarak kabul edilecektir.

(a)	(b)	(c)
0 $\checkmark$	0,1 (1)	0,2,8,10 (2,8)
1 $\checkmark$	0,2 (2) $\checkmark$	0,2,8,10 (2,8)
2 $\checkmark$	0,8 (8) $\checkmark$	10,11,14,15 (1,4)
8 $\checkmark$	2,10 (8) $\checkmark$	10,11,14,15 (1,4)
10 $\checkmark$	8,10 (2) $\checkmark$	
11 $\checkmark$	10,11 (1) $\checkmark$	
14 $\checkmark$	10,14 (4) $\checkmark$	
15 $\checkmark$	11,15 (4) $\checkmark$	
	14,15 (1) $\checkmark$	

**Örnek:** Aşağıdaki fonksiyonun asal çarpanlarını belirleyiniz.

$$F(w, x, y, z) = \sum(1, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15)$$

(a)	(b)	(c)
0001 1 ✓	1,9 (8)	8,10,9,11 (1,2)
0100 4 ✓	4,6 (2)	
1000 8 ✓	8,9 (1) ✓	
0110 6 ✓	8,10 (2) ✓	
1001 9 ✓	6,7 (1)	
1010 10 ✓	9,11 (2) ✓	
0111 7 ✓	10,11 (1) ✓	
1011 11 ✓	7,15 (8)	
1111 15 ✓	11,15 (4)	

Yanında ✓ işareti olmayan 1,9 (8) 4,6 (2) 6,7 (1) 7,15 (8) 11,15 (4) ve 8,9,10,11 (1,2) terimleri asal çarpanlardır.

O halde;

$$1,9 (8)=1001=-001 =x'y'z$$

$$4,6 (2)=0110=01-0 =w'xz'$$

$$6,7 (1)=0111=011- =w'xy$$

$$7,15 (8)=1111=-111=xyz$$

$$11,15 (4)=1111=1-11=wyz$$

$$8,9,10,11 (1,2)=1011=10--=wx'$$

$$F= wy'z+w'xz'+w'xy+xyz+wyz+wx'$$

Bu yaklaşımla minimum değişken içeren ifade elde edilmesi garanti altına alınmaz. Bu örnek için diyagram metodunu inceleyelim.

yz \ wx	00	01	11	10
00		1		
01	1		1	1
11			1	
10	1	1	1	1

$$F=wx'+xyz+w'xz'+x'y'z$$

Görüldüğü üzere tablo yöntemi şu hali ile minimum fonksiyonu vermez. O halde minimumu veren başka bir tablo yöntemi kullanmak gerekecektir.

### Asal Çarpanların Seçimi

Minimum fonksiyonu veren asal çarpanların seçimi asal çarpanlar tablosundan yapılır. Önce elde edilen terimler bir sütuna yazılır. Yanındaki sütuna bu terimin hangi minterimlerle ilişkili olduğu yazılır. Diğer sütunlara ise tüm minterimler yazılır. Her terim hangi minterimi ihtiva ediyorsa onun bulunduğu satır ve sütuna X işareti konur. Sütununda tek X olan minterimleri bünyesinde bulunduran terim temel asal çarpandır. Öncelikle bu temel asal çarpanlar bulunur ve yanlarına  $\surd$  işareti konur. Sonra bu asal çarpanların içindeki diğer minterimler diğer tüm terimlerde aranır ve bulunanların en alt sütununa  $\surd$  işareti konur. En alt sütununda  $\surd$  işareti olmayan minterimleri bulunduran terim ise asal çarpan olarak fonksiyona katılır. Bunu bir örnekle açıklayalım.

**Örnek:** Aşağıdaki fonksiyonu tablo yöntemi kullanarak sadeleştiriniz

$$F(w, x, y, z) = \sum(1, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15)$$

$F = wy'z + w'xz' + w'xy + xyz + wyz + wx'$  şeklinde asal çarpanları daha önce bulunmuştu.

			1	4	6	7	8	9	10	11	15
$\surd$	$x'y'z$	1,9	X					X			
$\surd$	$w'xz'$	4,6		X	X						
	$w'xy$	6,7			X	X					
$\surd$	$xyz$	7,15				X					X
	$wyz$	11,15								X	X
$\surd$	$wx'$	8,9,10,11					X	X	X	X	
			$\surd$	$\surd$	$\surd$		$\surd$		$\surd$	$\surd$	

Tek sütununda çarpı olan elemanlar 1, 4, 8 ve 10'dur. Bu minterimlerin en az birini içeren terimler temel asal çarpanlar olup  $x'y'z$ ,  $w'xz'$  ve  $wx'$  şeklinde elde edilirler. Daha sonra bu temel asal çarpanlardaki diğer minterimlere bakılır. Örneğin,  $x'y'z$  terimindeki diğer minterim 9'dur onun en alt sütununa da  $\surd$  işareti konur.  $w'xz'$  temel asal çarpanındaki diğer minterim 6'dır 6 sütunun altına da  $\surd$  işareti konur.  $wx'$  temel asal çarpanındaki minterimler 10 ve 11'dir onların da altına  $\surd$  işareti konur. Altına işareti olmayan minterimleri içeren (7 ve 15-  $xyz$ ) terim de asal çarpan olarak fonksiyona katılarak minimum değişkenli fonksiyon elde edilir.

$$F = wx' + xyz + w'xz' + x'y'z$$

Toplamların şeklindeki bir ifadeyi elde edebilmek için sadece 0'lar göz önüne alınır. Fonksiyonun tümleyeni bulunur. Daha sonra bu ifadenin tümleyeni alınarak fonksiyon

toplamların çarpımı şeklinde elde edilir. Etkisiz koşullar ise fonksiyonun minterimleri şeklinde göz önüne alınarak minimum değişkenli fonksiyon elde edilebilir.

### Etkisiz Koşulların Değerlendirilmesi

Etkisiz koşullar başlangıçta birer minterim gibi gözönüne alınır. Gerekli sadeleştirme işlemleri yapılarak asal çarpanların seçimine geçilir. Asal çarpanlar seçilirken minterim sütununa etkisiz koşullar geçirilmez ve sadece etkisiz koşullarla ifade edilmiş bir terim buraya alınmaz.

**Örnek:**  $F(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 2, 8, 12)$  ve  $d(A, B, C, D) = \sum(3, 7, 10, 14)$  şeklinde verilmiş bir Boole fonksiyonunun en sade halini Tablo yöntemini (Quine-McCluskey) kullanarak bulunuz.

ABCD	ABCD	ABCD		0	1	2	8	12
0 ✓	0,1 (1) ✓	0,1,2,3 (1,2)	A'B' 0,1,2 ✓	X	X	X		
1 ✓	0,2 (2) ✓	0,2,8,10 (2,8)	B'D' 0,2,8	X		X	X	
2 ✓	0,8 (8) ✓		AD' 8, 12 ✓				X	X
8 ✓	1,3 (2) ✓	8,10,12,14 (2,4)		✓	✓	✓	✓	✓
10 ✓	2,3 (1) ✓							
12 ✓	2,10 (8) ✓							
3 ✓	8,10 (2) ✓							
7 ✓	8,12 (4) ✓							
10 ✓	3,7 (4)							
12 ✓	10,14 (4) ✓							
14 ✓	12,14 (2) ✓							

**Örnek:**  $F(w, x, y, z) = \sum(0, 1, 3, 5, 13, 15)$  ve  $d(w, x, y, z) = \sum(2, 6, 10, 11, 12)$  şeklinde verilmiş bir Boole fonksiyonunun en sade halini Tablo yöntemini (Quine-McCluskey) kullanarak bulunuz.

Gerekli işlemlerden sonra bulunan terimler aşağıdaki gibi olur.

		0	1	3	5	13	15
(✓)	w'y'z 1, 5		X		X		
	wxy' 13					X	
(✓)	xy'z 5,13				X	X	
	wyz 15						X
✓	wxz 13,15					X	X
✓	w'x' 0,1,3	X	X	X			
	x'z 3			X			
		✓	✓	✓			

Parantez içindeki ifadelerden sadece bir tanesi alınacak

Sütununda tek X olan 0'dır. İçerdiği terimler 1 ve 3'tür. Bu terimlerin sütununa da ✓ işareti konur. İşaret olmayan sütunlar 5, 13, ve 15'tir. Sadece bu üç terim tarafından aynı anda kapsanan

terimlere bakılır. 13 ve 15 terimlerini kapsayan wxz 13,15 terimini alırsak açıkta kalan 4 terim mevcuttur. Bu 4 terimden wyz 15 ve wxy' 13 terimleri zaten 13 ve 15 tarafından kapsanmaktadır. 5 ile ilgili olan terimlere bakılacak olursa w'y'z 1, 5 terimi alınırsa açıkta kalan hiç terim kalmıyor. Aynı şekilde xy'z 5,13 terimi alındığında da açıkta kalan terim kalmıyor. Dolayısıyla istenilen iki terimden birisi alınabilir.

**Örnek:** (Petrick algoritmasının uygulanışı)  $F(w, x, y, z) = \sum(1, 5, 7, 8, 10, 14)$  ve  $d(w, x, y, z) = \sum(0, 6, 9, 11, 13, 15)$  şeklinde verilmiş bir Boole fonksiyonunun en sade halini Tablo yöntemini (Quine-McCluskey) kullanarak bulunuz.

Gerekli işlemlerden sonra bulunan terimler aşağıdaki gibi olur.

		1	5	7	8	10	14
A	1, 8 (1,8)	X			X		
B	1, 5 (4,8)	X	X				
C	8, 10(1,2)				X	X	
D	5, 7 (2,8)		X	X			
E	7, 14 (1,8)			X			X
F	10, 14 (1,4)					X	X

Görüldüğü üzere her terimde iki tane (X) var ve asal çarpanların seçimi mümkün görülmemektedir. Bu durumda *Petrick algoritması* uygulanarak minimum değişken ile örtülen en sade fonksiyonun bulunması gerekecektir. İlk sütunda yazan harfler (A, B, C,...) o değişkenin hangi minterimler ile örtüldüğünü göstermektedir. Algoritmaya göre yazılacak ifade şu şekilde olmalıdır:

- 1- Örneğin; 1 nolu minterim A+B ile örtülmektedir. 5 nolu minterim B+D ile örtülmektedir. Bu şekilde tüm terimler bulunur.
- 2- Minterimleri örten harfler toplamaların çarpımı formunda elde edilir. Yani  $(A+B)(B+D)(D+E)(A+C)(C+F)(E+F)$  şeklinde bulunur.
- 3- Toplamaların çarpımı formundaki bu ifade düzenlenerek çarpımların toplamı formuna getirilir.  
 $BCE+ABEF+BCDF+ACDE+ADF$
- 4- Bu terimler içerisinde en az terimle ifade edilen BCE ve ADF terimleridir. Bu terimler alınır.
- 5- BCE terimi 1,5 (4,8), 8,10 (1,2) ve 7, 14 (1,8) ile ifade edilen terimlerin alınacağını gösterir.  
Bu durumda  $F=y'z+wx'+xy$  olarak basitleştirilmiş ifade elde edilir.
- 6- ADF terimi 1,8 (1,8), 5,7 (2,8) ve 10,14 (1,4) ile ifade edilen terimlerin alınacağını gösterir.  
Bu durumda  $F=x'y'+xz+wy$  olarak basitleştirilmiş ifade elde edilir.
- 7- Bu iki basitleştirilmiş ifadeden istenilen kullanılabilir.