

Görüldüğü gibi, $W_1 = W_2$ 'dir. Neden?

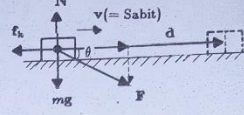
2. Bir adam, yatay düskenden aşağı doğru 45° 'lik açı yapan bir kuvvet uygulayarak, yatay bir zemin üzerinde duran ve kütlesi 27 kg olan bir bloğu sabit hızla $9,1 \text{ m}$ itiyor. Kinetik sürtünme katsayısı $0,20$ ise, adamın blok üzerine yaptığı iş nedir?

Çözüm : $m = 27 \text{ kg}$, $d = 9,1 \text{ m}$, $\theta = 45^\circ$,
 $\mu_k = 0,2$

f_k = sürtünme kuvveti, N = Normal kuvvet. Blok, sabit hızla hareket ettiğine göre,

$$f_k = F \cos \theta, \quad N = mg + F \sin \theta,$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k (mg + F \sin \theta).$$



Sürtünme kuvvetinin değerini hareket denkleminde yerine koyarsak,

$$\mu_k (mg + F \sin \theta) = F \cos \theta \Rightarrow F = \frac{\mu_k mg}{\cos \theta - \mu_k \sin \theta} \Rightarrow \text{Bu kuvvetin yaptığı iş,}$$

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = F d \cos \theta = \frac{\mu_k mg d \cos \theta}{\cos \theta - \mu_k \sin \theta} = \frac{0,2 \times 27 \times 9,8 \times 9,1 \times \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ - 0,2 \sin 45^\circ} = 602,0 \text{ J}.$$

3. Kütlesi 50 kg olan bir bavul, yatay doğrultuda olan bir kuvvet ile 30° 'lik eğik düzlem boyunca yukarı doğru sabit hızla $6,0 \text{ m}$ itiliyor. Düzlem ile bavul arasındaki sürtünme katsayısı $0,20$ 'dır. a) Uygulanan kuvvet, b) sürtünme kuvveti ve c) yer - çekim kuvveti tarafından yapılan iş hesaplayınız.

Çözüm : $m = 50 \text{ kg}$, $d = 6 \text{ m}$, $\theta = 30^\circ$,

$\mu_k = 0,20$, $v = C$ (sabit)

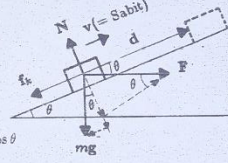
Cisim, sabit hızla eğik düzlem üzerinde hareket ettiğine göre, üzerine etkiyen net kuvvet sıfırdır.

a) Hareket denklemleri

$$N = mg \cos \theta + F \sin \theta, \quad f_k + mg \sin \theta = F \cos \theta,$$

$$f_k = \mu_k N, \quad \mu_k mg \cos \theta + \mu_k F \sin \theta + mg \sin \theta = F \cos \theta$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg(\sin \theta + \mu_k \cos \theta)}{\cos \theta - \mu_k \sin \theta}.$$



Bu kuvvetin yaptığı iş,

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = F d \cos \theta = \frac{mg(\sin \theta + \mu_k \cos \theta) d \cos \theta}{\cos \theta - \mu_k \sin \theta}$$

$$= \frac{50 \times 9,8(0,50 + 0,20 \times 0,86)6 \times 0,86}{0,86 - 0,20 \times 0,50} = 2237,6 \text{ J}.$$

b) Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş,

$$W = \mathbf{f}_k \cdot \mathbf{d} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d = -(F \cos \theta - mg \sin \theta) d$$

$$= -2237,6 + 50 \times 9,8 \times 6 \times 0,50 = -767,6 \text{ J}.$$

c) Yer-çekim kuvvetinin yaptığı iş,

$$W = \mathbf{mg} \cdot \mathbf{d} = mg d \cos(90^\circ + \theta) = 50 \times 9,8 \times 6 \cos 120^\circ = -1470 \text{ J}.$$

4. 230 kg 'lık bir sandık, düğey doğrultuda olan 12 m uzunluğundaki bir halatın serbest ucundan asılmıştır. Yatay doğrultuda bir kuvvet uygulanarak sandık, düğey doğrultudan 1,2 m uzaklığa itiliyor. a) Sandığı bu konumda tutabilmek için gerekli kuvvet nedir? b) Sandığı bu konumda tutabilmek için yapılan iş nedir? c) Sandık kenara itilirken yer-çekim kuvvetinin yaptığı iş nedir? d) Yatay kuvvet tarafından yapılan iş nedir? e) d) şıkkının yanıtı, a) şıkkının yanıtı ile 1,2 m 'nin çarpımına eşit midir? Açıklayınız. f) Halattaki gerilim kuvvetinin yaptığı iş nedir? g) Sandığın hareketi sırasında yapılan toplam iş nedir?

Çözüm : $m = 230 \text{ kg}$, $L = 12 \text{ m}$, $d = 1,2 \text{ m}$

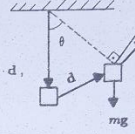
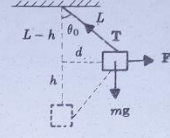
a) Hareket denklemleri

$$T \sin \theta_0 = F_0 , \quad T \cos \theta_0 = mg \Rightarrow \tan \theta_0 = \frac{F_0}{mg} ,$$

$$L^2 = (L - h)^2 + d^2 \Rightarrow h = L - \sqrt{L^2 - d^2}$$

$$\tan \theta_0 = \frac{d}{L - h} = \frac{d}{\sqrt{L^2 - d^2}} = \frac{F_0}{mg}$$

$$\Rightarrow F_0 = \frac{dmg}{\sqrt{L^2 - d^2}} = \frac{1,2 \times 230 \times 9,8}{\sqrt{(12)^2 - (1,2)^2}} = 226,5 \text{ N} .$$

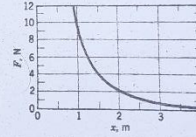


- b) $W = 0 \Rightarrow$ Yerdeğiştirme yoktur.
c) $d = d\mathbf{i} + h\mathbf{j}$, $h = L - \sqrt{L^2 - d^2}$, $\mathbf{w} = -mg\mathbf{j}$, $W_{mg} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{d}$,
 \mathbf{w} , cisme etkiyen yer-çekim kuvveti. $W_{mg} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{d} = -mgh$
 $W_{mg} = -230 \times 9,8 (12 - \sqrt{(12)^2 - (1,2)^2}) = -135,6 \text{ J} .$

- d) İlk hız $v_i = 0$, son hız $v_f = 0$, $W_{top} = \Delta K = 0$
 $W_{top} = W_{mg} + W_T + W_F = 0$, $\mathbf{T} \perp d\mathbf{r}$, gerilim yer değiştirmeye dik olduğu için
 $W_T = 0$, $W_F = -W_{mg} = 135,6 \text{ J}$.
e) $|\mathbf{F}| \neq C$ (sabit) ve $\theta \neq C$ (sabit) olduğu için yanıt hayır olur.
f) $\mathbf{T} \perp d\mathbf{r} \Rightarrow W_T = 0$, g) $W_{top} = 0 = \Delta K$.

Bölüm 7-3 Değişken Kuvvetin Yaptığı İş - Bir Boyutlu Durum

5. a) Şekil 7-10'da görülen kuvvetin bir parçası $x = 1 \text{ m}$ 'den $x = 3 \text{ m}$ 'ye götürülmesi için yaptığı iş yaklaşık olarak nedir? Yöntemi yeniden gözden geçirerek problemin kesin sonucu olan 6 J değerine ne kadar yaklaşılabileceğini araştırınız. b) Şekildeki eğrinin analitik ifadesi $F = a/x^2$ ve $a = 9 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ 'dir. Yapılan işin integral tekniği ile nasıl hesaplanacağını gösteriniz.



Şekil 7-10 Problem 5.

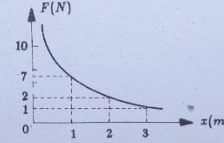
Çözüm : $I_s = W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$

- a) $x = 1 \text{ m}$, $F = 7 \text{ N}$, $x = 3 \text{ m}$, $F = 1 \text{ N}$
Kuvvet eğrisinden elde edilen bu değerlere göre $x = 1 \text{ m}$ ve $x = 3,0 \text{ m}$ arasında $F(x) = a/x^2$ kuvvetinin yaptığı iş yaklaşık olarak,

$$W_{12} = \left(\frac{7+1}{2} \right) (3-1) = 8 \text{ J} .$$

Burada $(7+1)/2 \text{ N}$, $x = 1 \text{ m}$ ve $x = 3 \text{ m}$ arasında kuvvetin ortalama değerini ifade eder.

$$b) F = \frac{a}{x^2} , \quad a = 9,0 \text{ N} \cdot \text{m}^2 , \quad W_{1,2} = \int_1^3 \frac{9}{x^2} dx = -\frac{9}{x} \Big|_1^3 = 9 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) = 9 \times \frac{2}{3} = 6 \text{ J} .$$



6. Bir cisim üzerine etkiyen kuvvet $F = F_0(x/x_0 - 1)$ olarak veriliyor. Cisim $x = 0$ dan $x = 2x_0$ noktasına gelinceye kadar kuvvetin yaptığı iş nedir? Bu problemi hem integral yöntemi ile hem de F 'nin x 'e göre değişimini çizip, elde edilen eğrinin sınırladığı alanı hesaplayarak çözünüz.

Çözüm :

$$F = F_0 \left(\frac{x}{x_0} - 1 \right) \Rightarrow W = \int_0^{2x_0} F dx = \int_0^{2x_0} F_0 \left(\frac{x}{x_0} - 1 \right) dx \quad \uparrow F$$

6. Bir cisim üzerine etkiyen kuvvet $F = F_0(x/x_0 - 1)$ olarak veriliyor. Cisim $x = 0$ dan $x = 2x_0$ noktasına gelineye kadar kuvvetin yaptığı iş nedir? Bu problemi hem integral yöntemi ile hem de F 'nin x 'e göre değişimini çizip, elde edilen eğrinin sınırladığı alanı hesaplayarak çözüünüz.

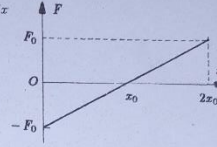
Çözüm :

$$F = F_0\left(\frac{x}{x_0} - 1\right) \Rightarrow W = \int_0^{2x_0} F dx = \int_0^{2x_0} F_0\left(\frac{x}{x_0} - 1\right) dx$$

$$= F_0 \left[\frac{x^2}{2x_0} - x \right]_0^{2x_0} = F_0(2x_0 - 2x_0) = 0$$

İş = Kuvvet doğrusunun x eksenine ile arasındaki alan

$$= -\frac{F_0 x_0}{2} + F_0\left(\frac{2x_0 - x_0}{2}\right) = 0$$



Bölüm 7 - 4 Değişken Kuvvetin Yaptığı İş - İki Boyutlu Durum

7. \mathbf{F} kuvvetinin yönü ve büyüklüğü değişiyorsa ve hareket bir eğri boyunca ise, \mathbf{F} kuvvetinin yaptığı iş, $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ eşitliğinin eğri boyunca integrasyonu ile elde edilir. F ve \mathbf{F} ile $d\mathbf{r}$ arasındaki açı θ , noktadan noktaya değişebilir (Şekil 7 - 7'ye bakınız). İki boyutlu hareket için

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

eşitliğinin geçerli olduğunu gösteriniz. Burada v son hız ve v_0 ilk hızdır.

Çözüm : $W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

$$\mathbf{F} = m(a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}), \quad d\mathbf{r} = dx \mathbf{i} + dy \mathbf{j} + dz \mathbf{k}$$

$$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = ma_x dx + ma_y dy + ma_z dz, \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dx} \frac{dx}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx}, \quad a_y = v_y \frac{dv_y}{dy}, \quad a_z = v_z \frac{dv_z}{dz}$$

Elde edilen bu bağıntılar $\int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ çarpımında yerlerine konulursa,

$$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = m[v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z] \Rightarrow W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = m \int (v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z)$$

$$W = \frac{m}{2} \left\{ v_x^2 \Big|_{v_{x0}}^{v_x} + v_y^2 \Big|_{v_{y0}}^{v_y} + v_z^2 \Big|_{v_{z0}}^{v_z} \right\} = \frac{1}{2} m [(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - (v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + v_{z0}^2)]$$

$$W = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

8. Dünya, güneş etrafındaki devrini bir yılda tamamlar. dünyayı, güneşe göre hareketsiz duruma getirmek için dünya üzerine yapılması gereken iş nedir? sayısal veriler için Ek - C'ye bakınız ve dünyanın kendi eksenindeki dönüşünü ihmal ediniz.

Çözüm : $T = 1$ yıl, $R = 150 \times 10^6$ km, $m_d = 5,98 \times 10^{24}$ kg

Dünyanın dönüş hızı, $v = (2\pi R)/T$

Dünya üzerine yapılması gereken iş, $W = \Delta K = 0 - K_i = -\frac{1}{2}m_d v^2$

$$W = -\frac{1}{2}m_d \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = -\frac{1}{2} \times 5,98 \times 10^{24} \times \frac{4\pi^2 \times (150 \times 10^3)^2}{(12 \times 30 \times 24 \times 3600)^2} = -2,75 \times 10^{33} \text{ N} \cdot \text{m}$$



Bölüm 7-5 Kinetik Enerji ve İş - Enerji Teoremi

9. Bir proton (Hidrojen atomunun çekirdeği) lineer hızlandırıcı içerisinde ivmelenmektedir. Hızlandırıcının her basamağında proton düz çizgi boyunca $3,6 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$ 'lik ivme ile hızlanmaktadır. Eğer proton böyle bir basamağa $2,4 \times 10^7 \text{ m/s}$ 'lik hızla girerse ve basamağın uzunluğu 3,5 cm ise, a) basamağın sonunda hızı nedir? b) Hızlanma sonucu kazandığı kinetik enerji nedir? Proton'un kütlesi $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ' dir. Sonucu elektron volt cinsinden ifade ediniz. $1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Bölüm 7-5 Kinetik Enerji ve İş - Enerji Teoremi

9. Bir proton (Hidrojen atomunun çekirdeği) lineer hızlandırıcı içerisinde ivmelenmektedir. Hızlandırıcının her basamağında proton düz çizgi boyunca $3,6 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$ 'lik ivme ile hızlanmaktadır. Eğer proton böyle bir basamağa $2,4 \times 10^7 \text{ m/s}$ 'lik hızla girerse ve basamağın uzunluğu $3,5 \text{ cm}$ ise, a) basamağın sonunda hızı nedir? b) Hızlanma sonucu kazandığı kinetik enerji nedir? Proton'un kütlesi $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 'dır. Sonucu elektron volt cinsinden ifade ediniz. $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Çözüm : $a = 3,6 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$, $v_0 = 2,4 \times 10^7 \text{ m/s}$, $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ (protonun kütlesi), $L = 3,5 \text{ cm}$ (basamağın uzunluğu)

- a) $W = FL = m_p a L = \Delta K$
 $\frac{1}{2} m_p (v_s^2 - v_0^2) = m_p a L \Rightarrow$ Son hız, $v_s = \sqrt{2aL + v_0^2}$
 $= \sqrt{2 \times 3,6 \times 10^{15} \times 3,5 \times 10^{-2} + (2,4 \times 10^7)^2} \Rightarrow v_s = 2,9 \times 10^7 \text{ m/s}$.
- b) $\Delta K = m_p a L = 1,67 \times 10^{-27} \times 3,6 \times 10^{15} \times 3,5 \times 10^{-2} = 2,1 \times 10^{-13} \text{ J} \Rightarrow \frac{2,1 \times 10^{-13}}{1,6 \times 10^{-19}} \text{ eV}$
 $\Delta K = 1,3 \times 10^6 \text{ eV} = 1,3 \text{ MeV}$.

10. Bir helikopter, kütlesi 72 kg olan astronotu, okyanus yüzeyinden 15 m yüksekliğe bir kablo yardımıyla kaldırma için kullanılıyor. Astronotun ivmesi $g/10$ dir. a) Helikopterin astronot üzerine yaptığı iş nedir? b) Yer-çekimi kuvvetinin astronot üzerine yaptığı iş nedir? c) Astronotun helikoptere ulaşmadan hemen önceki kinetik enerjisi nedir?

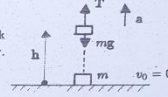
Çözüm : $m = 72 \text{ kg}$, $h = 15 \text{ m}$, $a = g/10$

a) Astronotun hareket denklemi, $T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a)$
veya

$$T = mg \left[1 + \frac{1}{10} \right] = \frac{11mg}{10} \text{ dir.}$$

Ba gerilimin yaptığı iş, $W_T = \mathbf{T} \cdot \mathbf{h} = Th$. Skaler çarpım cebrik çarpıma dönüşür. Çünkü, \mathbf{T} ve \mathbf{h} vektörleri arasındaki açı sıfırdır.

$$W_T = \frac{11mg}{10} h = \frac{11 \times 72 \times 9,8 \times 15}{10} = 1,2 \times 10^4 \text{ J}.$$



b) Yer-çekimi kuvvetinin astronot üzerinde yaptığı iş $W_{mg} = mg \cdot h = -mgh$. \mathbf{g} ve \mathbf{h} vektörleri arasındaki açı 180° olduğundan $mg \cdot h = mgh \cos 180^\circ = -mgh$ 'dir.

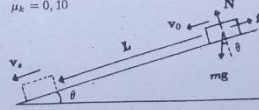
$$W_{mg} = -mgh = -72 \times 9,8 \times 15 = -1,1 \times 10^4 \text{ J}$$

- c) $W_{top} = W_T + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow 1,2 \times 10^4 - 1,1 \times 10^4 = K - 0 \Rightarrow K = \frac{1}{2} mv^2$
 $= 1,1 \times 10^3 \text{ J} \Rightarrow v = 5,5 \text{ m/s}$.

11. Ağırlığı 267 N olan bir çocuk, oyun parkındaki boyu $6,1 \text{ m}$ ve yatay ile 20° açısı yapan kayma aletinden kayar. Kinetik sürtünme katsayısı $0,10$ dir. a) Yer-çekimi tarafından yapılan iş nedir? b) Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş nedir? c) Çocuk, kaymaya en üst noktadan $0,46 \text{ m/s}$ hızla başlarsa, en alt noktaya geldiği andaki hızı ne olur?

Çözüm : $w = 267 \text{ N}$, $L = 6,1 \text{ m}$, $\theta = 20^\circ$, $\mu_k = 0,10$

- a) $W_g = mg \cdot L = mgL \sin \theta$
 $= 267 \times 6,1 \sin 20^\circ = 557,0 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- b) $f_k = \mu_k N = \mu_k mg \cos \theta$
 $W_k = f_k \cdot L = -f_k L = -\mu_k w L \cos \theta$
 $W_k = -0,10 \times 267 \times 6,1 \cos 20^\circ = -153,0 \text{ N} \cdot \text{m}$.



- c) $v_0 = 0,46 \text{ m/s}$
Çocuk üzerine yapılan toplam iş, $W_{top} = W_g + W_k + W_N = \Delta K$ $557 - 153 + 0 = \frac{1}{2} m (v_s^2 - v_0^2)$ 'dir.
Çocuğun son hızı,

$$v_s = \sqrt{\frac{2}{m} (557 - 153) + v_0^2} = \sqrt{\frac{2 \times 9,8}{267} (557 - 153) + (0,46)^2} = 5,47 \text{ m/s} \text{ olur.}$$

12. Kütlesi 0,55 kg olan bir cisme, uçuşunun kenarından 1550 J'lık kinetik enerji ile eğik atış yaptırılır. Cismin en yüksek noktaya ulaştığı andaki konumu atış noktasından 140 m yukarıdadır. Cismin başlangıçtaki hızının a) yatay ve b) düşey bileşenleri nedir? c) Cismin hızının düşey bileşeni 65 m/s olduğu andaki konumu belirleyiniz. Bu konum, atış noktasına göre yukarıdadır mı veya aşağıdadır mı?

Çözüm : $m = 0,55 \text{ kg}$, $K_0 = 1550 \text{ J}$, $y_{\text{mak}} = 140 \text{ m}$

$$\text{a) } K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2K_0}{m}}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta, \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

Cisim en tepe noktaya gelinceye kadar cismin üzerine yer-çekimi kuvvetinin yaptığı iş,

$$W_g = mg \cdot r_{\text{mak}} = -mgy_{\text{mak}} = \Delta K$$

$$= \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \text{ 'dir}$$

ve $v_x = v_{0x}$ olduğuna göre,

$$-mgy_{\text{mak}} = \frac{1}{2}mv_{0x}^2 - K_0 \Rightarrow v_{0x} = \sqrt{\frac{2}{m}(K_0 - mgy_{\text{mak}})}$$

$$v_{0x} = \sqrt{\frac{2}{0,55}(1550 - 0,55 \times 9,8 \times 140)} = 53,8 \text{ m/s},$$

cismin ilk hızının yatay bileşenidir.

b) İlk hızın düşey bileşeni,

$$v_{0y} = \sqrt{v_0^2 - v_{0x}^2} = \sqrt{\frac{2K_0}{m} - v_{0x}^2} = \sqrt{\frac{2 \times 1550}{0,55} - (53,8)^2} = 52,4 \text{ m/s} \text{ olur.}$$

c) $v_y = 65 \text{ m/s}$

$$W_g = mg \cdot r = -mgy = \Delta K = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

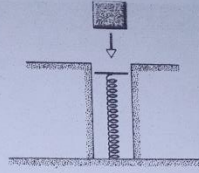
$$-mgy = \frac{1}{2}m(v_y^2 + v_{0x}^2) - K_0 \Rightarrow y = \frac{K_0}{mg} - \frac{(v_y^2 + v_{0x}^2)}{2g} = \frac{1550}{0,55 \times 9,8} - \frac{65^2 + (53,8)^2}{2 \times 9,8}$$

$y = -75,6 \text{ m}$, cismin düşey konumdaki yeri olur. Cismin yatay konumdaki yeri, $x = v_{0x}t$ 'dir. Bu konuma gelene kadar geçen süre,

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{-g} = \frac{-65 - 52,4}{-9,8} \Rightarrow \text{ve } x = 53,8 \times \frac{(65 + 52,4)}{9,8}$$

$x = 645,7 \text{ m}$, cismin yatay konumdaki yeridir. Cismin yer vektörü, $r = (645,7\hat{i} - 75,6\hat{j}) \text{ m}$ 'dir. Cisim, atış noktasına göre aşağıdaki bir konumdadır.

13. Kütlesi 250 g olan bir blok, düşey doğrultuda duran ve yay kuvvet sabiti $k=2,5 \text{ N/cm}$ olan bir yay üzerine serbest düşmeye bırakılır (Şekil 7-11). Blok, yaya çarpıp ve yayı 12 cm sıkıştırıp bir an için durur. a) Yayın sıkıştırılması süresince yerçekimi kuvvetinin yaptığı iş nedir? b) Bu sürede yayın yaptığı iş nedir? c) Cismin, yaya çarpma anındaki hızı nedir? d) Cismin yaya çarpma anındaki hızı iki katına çıkartılırsa, yayın maksimum sıkışma miktarı ne olur? Sürtünmeyi ihmal ediniz.



Şekil 7-11 Problem 13.

Çözüm : $m = 250 \text{ g}$, $k = 2,5 \text{ N/cm}$, $y_0 = 12 \text{ cm}$

a) $W_g = mg \cdot y_0 = (-mg)(-y_0) = mgy_0$
 $= 250 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 12 \times 10^{-2} = 0,29 \text{ N} \cdot \text{m}$

b) $W_F = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{y} = - \int ky dy = -\frac{1}{2}ky_0^2$
 $= -\frac{1}{2} \times 2,5 \times 10^2 \times (12 \times 10^{-2})^2 = -1,8 \text{ N} \cdot \text{m}$ 'dir.

c) İş-Enerji teoremine göre, $W_{\text{top}} = W_g + W_F = \Delta K = \frac{1}{2}m(0 - v^2)$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}(-W_g - W_F)} = \sqrt{\frac{2}{250 \times 10^{-3}}(-0,29 + 1,8)} = 3,47 \text{ m/s}$$
 'dir.

d) $v' = 2v$, $y = y_{\text{mak}} \Rightarrow v = 0$ olduğuna göre,

$$W_g = mgy_{\text{mak}}, \quad W_F = -\frac{1}{2}ky_{\text{mak}}^2 \quad \text{ve} \quad W_F + W_g = -\frac{1}{2}mv'^2$$

eşitliğinden,

$$mgy_{\text{mak}} - \frac{1}{2}ky_{\text{mak}}^2 = -\frac{1}{2}m(2v)^2 \quad \text{eşitliği elde edilir.}$$

Bu ikinci dereceden denklem çözülürse,

$$y_{\text{mak}} = \frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{4mv^2}{k}} = \frac{250 \times 10^{-3} \times 9,8}{2,5 \times 10^2} + \sqrt{\left(\frac{250 \times 10^{-3} \times 9,8}{2,5 \times 10^2}\right)^2 + \frac{4 \times 250 \times 10^{-3} \times (3,47)^2}{2,5 \times 10^2}} = 0,23 \text{ m}$$

Bölüm 7 - 7 Güç

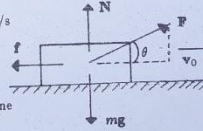
14. Yatay zemin üzerinde duran 100 kg kütleli bir blok, büyüklüğü 122 N ve yatay düzlemde 37° yukarı doğrultuda olan bir kuvvet uygulanarak, 5,0 m/s 'lik sabit hızla çekilir. a) Uygulanan kuvvetin, birim zamanda yaptığı iş nedir? b) Sürtünme kuvvetinin, birim zamanda yaptığı iş nedir?

Çözüm : $m = 100 \text{ kg}$, $F = 122 \text{ N}$, $\theta = 37^\circ$, $v_0 = 5,0 \text{ m/s}$

a) \mathbf{F} kuvvetinin birim zamanda yaptığı iş,

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_0 = F \cos \theta v_0 = 122 \times \cos 37^\circ \times 5 = 487,2 \text{ W}$$
 'dir.

b) Cisim sabit bir hız ile hareket ettiğine göre, cismin üzerine etkiyen toplam kuvvet sıfırdır.



$$mg = N + F \sin \theta \quad \text{ve} \quad f = F \cos \theta \quad \text{'dir. Sürtünme kuvvetinin birim zamanda yaptığı iş,}$$

$$\frac{dW_f}{dt} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_0 = -f v_0 = -F \cos \theta v_0 \quad \frac{dW_f}{dt} = P_f = -P = -487,2 \text{ W}$$
 'dir.

15. Kütlesi m olan bir cisim, durgun halden düzgün olarak ivmeleniyor ve t_s süresi içinde v_s değerine yükseltiyor. a) Cisim üzerine yapılan işin, zamanın fonksiyonu olarak

$$\frac{1}{2} m \frac{v_s^2}{t_s^2} t^2$$

fonksiyonu olarak, nedir? c

$$\frac{dW_f}{dt} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_0 = -f v_0 = -F \cos \theta v_0 \quad \frac{dW_f}{dt} = P_f = -P = -487,2 \text{ W 'dir.}$$

15. Kütlesi m olan bir cisim, durgun halden düzgün olarak ivmeleniyor ve t_s süresi içinde hızını v_s değerine yükseltiyor. a) Cisim üzerine yapılan işin, zamanın fonksiyonu olarak

$$\frac{1}{2} m \frac{v_s^2}{t_s^2} t^2$$

şeklinde yazıldığını gösteriniz. b) Cisme verilen ani güç, zamanın fonksiyonu olarak, nedir? c) 10 saniye içinde ivmelenerek hızını 90 km/saat 'e yükselten, 1500 kg 'lık cisme 10 s sonunda verilen ani güç nedir?

Çözüm : $W = \int F dx$, $v_0 = 0 \xrightarrow{t_s} v_s$

$$a) \quad W = \int m a dx = m \int \frac{dv}{dt} \frac{dx}{dt} dt = m \int v \frac{dv}{dt} dt = \frac{m}{2} \int \frac{d}{dt}(v^2) dt = \frac{1}{2} m(v^2) \Big|_0^{v_s} = \frac{1}{2} m v_s^2.$$

Herhangi bir t anında hız $v = at$, cismin hızlanma süresindeki ivmesi

$$a = \frac{v_s}{t_s} \Rightarrow v = \frac{v_s}{t_s} t.$$

Hız için elde ettiğimiz bu ifade yukarıda yerine konulursa,

$$W = \frac{1}{2} m \left(\frac{v_s}{t_s} \right)^2 t^2 \text{ bulunur.}$$

$$b) \quad P = \frac{dW}{dt} = m \left(\frac{v_s^2}{t_s^2} \right) t \text{ 'dir.}$$

c) $t_s = 10 \text{ s}$, $m = 1500 \text{ kg}$, $v_s = 90 \text{ km/saat}$

$$P = 1500 \left[\frac{90 \times 10^3}{10} \right]^2 \times 10 = 93,8 \times 10^3 \text{ W} = 93,8 \text{ kW 'dir.}$$

16. Yüklü bir asansör kabininin kütlesi $3,0 \times 10^3 \text{ kg}$ 'dır. Asansör, 20 saniye içinde 200 m yüksekliğe sabit hızla çıkmaktadır. Asansör kablosunun birim zamanda yaptığı iş nedir?

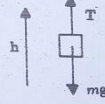
Çözüm : $m = 3 \times 10^3 \text{ kg}$, $h = 200 \text{ m}$, $t = 20 \text{ s}$

$W = \mathbf{T} \cdot \mathbf{h} = T h$, \mathbf{T} ve \mathbf{h} vektörleri aynı yönde olduklarından skaler çarpım cebrik çarpıma dönüşür. Birim zamanda yapılan ortalama iş ise

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{3 \times 10^3 \times 9,8 \times 200}{20} = 2,94 \times 10^5 \text{ Watt} = 294 \text{ kW}.$$

17. Tam yüklü ve yavaş hareket eden bir yük asansörünün toplam kütlesi, 1200 kg 'dır. Asansör, yukarı doğrultuda 3,0 dakikada 54 m çıkar. Dengeleyici ağırlığın kütlesi 950 kg 'dır. Asansör motorunun sağladığı gücü, beygir gücü cinsinden, bulunuz. Asansörü harekete başlatmak ve durdurmak için gerekli olan işi ihmal ediniz. Diğer bir deyimle, asansörün sabit hız ile hareket ettiğini varsayınız.

Çözüm : $m = 1200 \text{ kg}$, $h = 54 \text{ m}$, $t = 3,0 \text{ dakika}$, $M_d = 950 \text{ kg}$

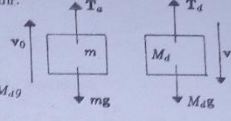


Asansör sabit bir hız ile hareket ettiğine göre, $T_a = mg$ 'dir.
Asansörün sabit olan hızı,

$$v_0 = \frac{h}{t} = \frac{54}{3 \times 60} = 0,30 \text{ m/s 'dir.}$$

Dengeleyici ağırlık üzerindeki gerilim kuvveti ise $T_d = M_d g$ 'dir. Asansör motorunun sağladığı güç,

$$\begin{aligned} P &= T_a \cdot v_0 + T_d \cdot v'_0 = T_a v_0 - T_d v'_0 \text{ 'dur ve } v'_0 = v_0 \text{ olduğuna göre,} \\ P &= (m - M_d) g v_0 = (1200 - 950) \times 9,8 \times 0,30 = 735 \text{ W} \\ P &= \frac{735}{745,7} = 0,986 \text{ B.G. olur.} \end{aligned}$$



18. Kütlesi 1500 kg olan bir otomobil, durgun halden başlayarak, düzgün bir yol üzerinde, 30 saniye içinde saatte 72 km hıza ulaşıyor. a) 30 saniye sonunda otomobilin kinetik enerjisi nedir? b) 30 saniye içinde otomobile verilen ortalama net güç nedir? c) İvmenin sabit olduğunu kabul ederek, 30 s sonunda ani güç nedir?

Çözüm : $m = 1500 \text{ kg}$, $t_0 = 30 \text{ s}$, $v_0 = 0 \Rightarrow v_s = 72 \text{ km/saat}$

$$\text{a) } K = \frac{1}{2} m v_s^2 = \frac{1}{2} 1500 \times \left(\frac{72 \times 10^3}{3600} \right)^2 \Rightarrow K = 3,0 \times 10^5 \text{ J .}$$

$$\text{b) Ortalama net güç, } \bar{P} = \frac{W}{t_0}, \quad \bar{P} = \frac{\Delta K}{t_0} = \frac{K}{t_0} = \frac{3,0 \times 10^5}{30} = 1,0 \times 10^4 \text{ Watt} = 10 \text{ kW .}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } a &= \frac{v_s - v_0}{t_0} = \frac{v_s}{t_0}, \quad F = ma = m \frac{v_s}{t_0}, \quad v = at = \frac{v_s}{t_0} t \\ W &= \int F dx = \int F \frac{dx}{dt} dt = \int m \frac{v_s}{t_0} v dt = \int m \left(\frac{v_s}{t_0} \right)^2 t dt = m \left(\frac{v_s}{t_0} \right)^2 \frac{t^2}{2}, \quad \frac{dW}{dt} = P \\ P &= \frac{m v_s^2}{t_0^2} t = \frac{1500}{(30)^2} \times \left(\frac{72 \times 10^3}{3600} \right)^2 \times 30 = 2 \times 10^4 \text{ Watt} = 20 \text{ kW .} \end{aligned}$$

19. 1,5 MW gücündeki lokomotif, treni ivmelendirerek 6,0 dakika içinde hızını 10 m/s 'den 25 m/s 'ye yükseltiyor. a) Sürtünmeyi ihmal ederek trenin kütlesinin hesaplayınız. b) Verilen zaman aralığında trenin hızını zamanın fonksiyonu olarak bulunuz. c) Bu zaman aralığında trenin gittiği yolun uzunluğunu bulunuz. d) Treni ivmelendiren kuvveti zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

Çözüm : $P = 1,5 \text{ MW}$, $v_0 = 10 \text{ m/s}$, $v = 25 \text{ m/s}$, $t = 6,0 \text{ dakika}$

$$\text{a) } \bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{\Delta K}{t} = \frac{\frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)}{t} .$$

Buradan m çözülürse,

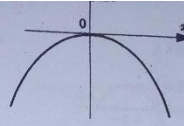
$$m = \frac{2 \bar{P} t}{v^2 - v_0^2} = \frac{2 \times 1,5 \times 10^6 \times 360}{(25)^2 - (10)^2} = 2,1 \times 10^6 \text{ kg .}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } W &= FL \Rightarrow \frac{dW}{dt} = F \frac{dL}{dt} \Rightarrow P = Fv, \quad F = m \frac{dv}{dt} \\ P &= m \frac{dv}{dt} v, \quad P = \frac{1}{2} m \frac{d}{dt} (v^2) \Rightarrow \frac{d}{dt} (v^2) = \frac{2P}{m} \Rightarrow d(v^2) = \frac{2P}{m} dt . \\ \text{Her iki tarafın integralini alalım. } \int d(v^2) &= \int \frac{2P}{m} dt \Rightarrow v^2 = \frac{2P}{m} t + C . \end{aligned}$$

Eğer hareket $x_0 = 0$ dan başlarsa, $\Delta U = -\frac{1}{2}kx^2$ dir. Enerjinin korunumu şartı

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta K - \frac{1}{2}kx^2 = 0 \text{ olur.}$$

b) Başlangıç noktasında $F = 0$ ve $\Delta U = 0$ dir. Grafikten görüleceği gibi $x = 0$ kararsız denge noktasıdır. Hareket $x \neq 0$ olduğunda potansiyel enerji azalır ve $x < 0$ için $F < 0$; $x > 0$ için $F > 0$ dir.



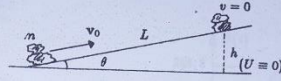
30. Bir volkana ait küller, yatay doğrultuda hareket halinde iken yörüngesinde olan 10° 'lik eğimli yamacı 920 m tırmanıp dururlar. Küllerin içinde bulunan gazlardan ötürü yer ile arasındaki sürtünme çok küçük olup ihmal edilebilir. Küllerin yamacı tırmanmaya başlamadan önceki hızları nedir?

Çözüm : $\theta = 10^\circ$, $L = 920$ m
Enerji kaybı olmadığı için $E = C$ 'dir.

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gL \sin \theta} = \sqrt{2 \times 9,8 \times 920 \times \sin 10^\circ}$$

$v_0 = 56,0$ m/s tırmanış başlamadan önceki hız olur.



31. Bir ucundan tavana asılı olan yayın diğer ucuna bir ağırlık asılır ve kütle-yay sistemi yavaş yavaş denge konumuna getirilir. Ağırlığın, denge durumuna gelmek için aşağı doğru hareketi sırasında, kaybettiği potansiyel enerjinin yayda depolanan elastik enerjinin yarısına eşit olduğunu gösteriniz. (Bu iki enerji miktarı neden birbirlerine eşit değildir?)

Çözüm : Yay - kütle sistemi üzerindeki net kuvvet hareket boyunca sıfır olacağı için sisteme uygulanacak kuvvet,

$$F = -mg \Rightarrow F = mg \text{ 'dir.}$$

Bu kuvvetin yaptığı iş $W_F = \Delta U$ dir.

$$W_F = -mgy_m = -\left(-mgy_m + \frac{1}{2}ky_m^2\right)$$

$$2mgy_m = \frac{1}{2}ky_m^2 = U_{yay} \Rightarrow mgy_m = \frac{1}{2}U_{yay} \text{ olur.}$$

32. Kütleli 1,0 kg olan cisim, $F = -3,0x - 5,0x^2$ ile verilen korunumlu bir kuvvet etki ediyor. Burada F , Newton x ise metre cinsinden ifade edilmektedir. a) Cisim $x = 2,0$ m konumunda bulunduğunda potansiyel enerjisi nedir? b) Eğer cisim negatif x yönünde 4,0 m/s 'lik bir hız $x = 5,0$ m konumunda iken sahipse, hareketin bundan sonraki kısmını açıklayınız.

