

Sistem Dinamiği ve Modellemesi

Dinamik Sistemlerin Modellemesi ve Analizi

Dinamik sistemler nasıl modellenir ?

Dinamik sistemlerin modellenmesinden kasıt, sistemlerin *matematik modelinin* oluşturulmasıdır.

Dinamik bir sistemin matematik modeli, incelenen sistemin dinamik özelliklerini belirten matematiksel ifadeler bütünü olarak tanımlanabilir.

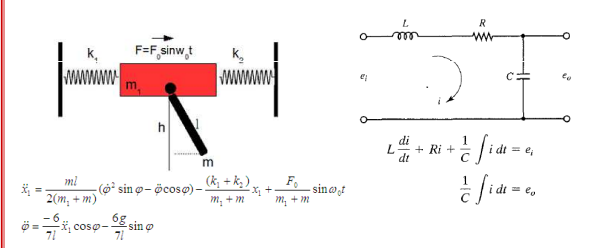
Sistemlerin sadece bir tek matematik modeli yoktur. Sistemler, farklı yöntemler kullanarak modellenebilirler (doğrusal modelleme, doğrusal olmayan modelleme, durum değişkenleri yöntemi kullanarak modelleme, yapay sinir ağıyla yardımcıyla modelleme vs.)

2

Dinamik sistemler nasıl modellenir ?

Sistemin cinsi ne olursa olsun (mekanik sistem, elektriksel sistem, termal sistem vs.) matematik modelleri, sistem dinamiğini veren diferansiyel denklemlerden oluşmaktadır.

Bir sistemin verilen girdiye karşı cevabı, bu matematiksel modelde belirtilen denklemlerin çözülmesi ile elde edilir.



3

Dinamik Sistemlerin Temel Değişkenleri ve Birimleri

Dinamik sistemler için temel değişkenler:

- Sıcaklık (°C)
- Uzunluk (m)
- Kütle (kg)
- Zaman (s)
- Kuvvet (N)

SI birim sistemi

Temel değişkenlerden türetilmiş değişkenler:

- Enerji (N.m), (Joule)
- Güç (N.m/s), (Watt)
- Hız (m/s)
- İvme (m/s²)
- Basınç (N/m²), (Pa)

4

Dinamik Sistemlerin Temel Değişkenleri ve Birimleri

Birim sistemleri :

Birim Sistemi	Uzunluk (L)	Kütle (M)	Zaman (t)	Kuvvet (F)	Basınç (P)	Sıcaklık (T)
CGS	cm	g	s	dyn	dyn/cm²	°C
SI	m	kg	s	N	Pa	°K
İngiliz sistemi	feet(ft)	slug = 11bs/ft	s	Pound(lb)	lb/ft²	°F

Birim dönüşüm tablosu:

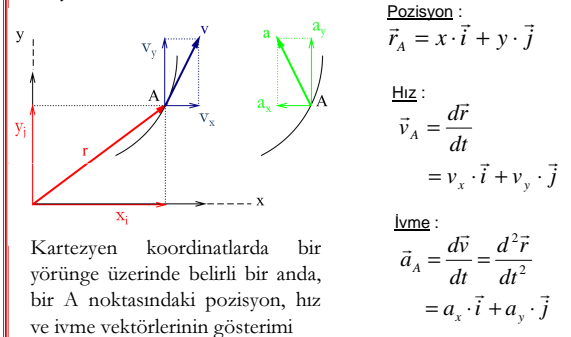
Uzunluk	1 inch	=	25,4	mm
	1 feet	=	30,48	cm
Hız	1 mil/h	=	0,447	m/s
Kütle	1 pound	=	0,4536	kg
Kuvvet	1 pound-force	=	4,448	Newton
Tork	1 foot-pound	=	0,1383	kgm
Güç	1 HP	=	746	Watt
	1 Btu	=	1055	Joules
Enerji	1KWh	=	860	Kcal
	1KWh	=	1,34	HPH
	1 KWh	=	3,6*10 ⁶	Joules



5

Mekanik Sistemlerin Modellemesi: (Temel kavramlar)

Pozisyon - hız ve ivme:



6

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Temel kavramlar)

Newton'un ikinci yasası :

“Bir cismin momentumundaki değişim, cisim üzerine uygulanan *itme ile orantılıdır* ve *itmenin uygulandığı düz doğru boyunca* meydana gelir.”

Ötelenen sistemler için:

$$\mathbf{F}_{net} = \frac{d(m \cdot \mathbf{v})}{dt}$$

$$\mathbf{F}_{net} = m \cdot \frac{d(\mathbf{v})}{dt} = m \cdot \mathbf{a}$$

“Bir cismin *ivmesi*, üzerine uygulanan *kuvvet ile doğru*, cismin *kütlesi ile ters orantılıdır*.”

Dönen sistemler için:

$$\mathbf{T}_{net} = \frac{d(J \cdot \mathbf{w})}{dt}$$

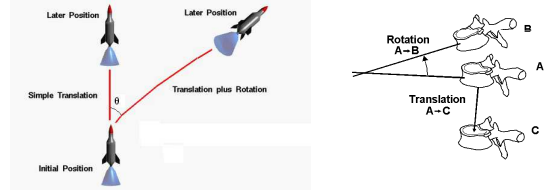
$$\mathbf{T}_{net} = J \cdot \frac{d(\mathbf{w})}{dt} = J \cdot \alpha$$

7

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Temel kavramlar)

Mekanik sistemlerin hareketi *öteleme (translation)*, *dönme (rotation)* veya bunların birleşimi şeklinde sınıflandırılır ve modelleme buna uygun şekilde yapılır.

Hareketi ifade eden denklemler genellikle doğrudan veya dolaylı yollar ile Newton'un ikinci yasasından türetilir.



8

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Temel kavramlar)

Öteleme Hareketi (Translational Motion):

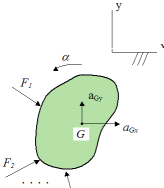
Üç boyutlu uzayda rijit bir cismin x,y,z eksenlerinde doğrusal hareketi öteleme hareketi olarak tanımlanır. Öteleme hareketinde dikkate alınacak hareket değişkenleri *çizgisel yer değiştirme*, *çizgisel hız* ve *çizgisel ivmedir*.

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m \cdot \vec{\mathbf{a}}$$

Rijit cisme etki eden toplam kuvvet

Rijit cismin ivmesi

Rijit cismin kütlesi



9

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

1. Kütile :

Bir cismin değişmeyen nicel bir özelliğidir ve maddenin doğrusal harekete karşı gösterdiği *direnç miktarıdır*. (Bknz. Newton kanunları)

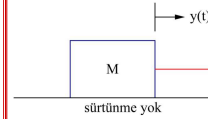
$$M = \frac{W}{g}$$

W : cismin ağırlığı

g : yer çekimi ivmesi (m/s^2)

$g = 32,174 (ft/s^2)$

$g = 9,8066 (m/s^2)$



$$F(t) = M \cdot a(t) = M \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = M \cdot \frac{dv}{dt}$$

10

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

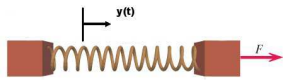
2. Lineer Yay :

Potansiyel enerjiyi depolayan bir eleman olarak tanımlanır. Yaylar doğrusal olmayan bir karakteristikte sahip olsalar da dar bir çalışma alanında doğrusal kabul edilebilirler.

$$f(t) = K \cdot y(t)$$

yay sabiti

Birim	Yay Sabiti K
SI birim sistemi	N/m
İngiliz birim sistemi	lb/ft



Yaya F_{om} gibi bir kuvvet ile ön yüklemeye uygulanmış ise :

$$f(t) - F_{om} = K \cdot y(t)$$

11

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

2. Sürtünme Etkisi:

İki fiziksel eleman arasında bir hareket olduğunda veya sistem hareket etme eğilimi gösterdiğinde *sürtünme etkisi oluşur* ve bu etki genelde doğrusal olmayan bir karakteristiktir.

İki yüzey arasında *sürtünme etkisinin oluşma nedenleri*:

- Yüzeylerin yapısı
- Yüzeyler arası basınç oluşumu
- Yüzeyler arası bağli hız vs.

Genelde sistemlerde üç çeşit *sürtünme etkisi* görülür:

- Vizkoz sürtünme
- Statik sürtünme
- Coulomb sürtünmesi

12

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

Vizkoz Sürtünme:

Uygulanan kuvvet ile hız arasındaki doğrusal ilişkidir. Sönüm elemanı bu etkiyi oluşturan en temel elemandır.



$$f(t) = B \cdot \frac{dy}{dt}$$

Vizkoz sönüm sabiti

Birim	Vizkoz sönüm sabiti B
SI birim sistemi	$N \cdot s / m$
İngiliz birim sistemi	$lb \cdot s / ft$

13

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

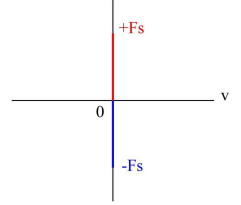
Statik Sürtünme:

Temas halinde olan iki cisim birbirlerine göre durgun haldeyken, oluşacak bağlı harekete karşı koyan etki.

$$f(t) = \pm(F_s) \big|_{\dot{y}=0}$$

Sürtünme etkisinin işareti, hareket yönüne veya başlangıç hız yönüne ters yöndedir.

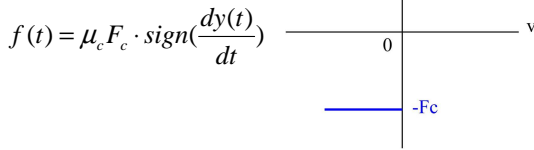
Hareket başladığı anda statik sürtünme etkisi biter ve varsa diğer sürtünme etkileri devreye girer.



14

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

Coulomb Sürtünmesi:



15

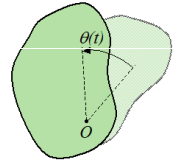
Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Temel kavramlar)

Dönme Hareketi(Rotational Motion):

Üç boyutlu uzayda rijit bir cismin sabit x,y,z eksenleri etrafında yaptığı hareket olarak tanımlanır. Dönme hareketinde dikkate alınacak hareket değişkenleri *açısal yer değiştirme*, *açısal hız* ve *açısal ivme*dir.

$$\sum \vec{T} = I \cdot \vec{\alpha}$$

Rijit cisme etki eden toplam tork
Rijit cismin ataleti
Rijit cismin açısal ivmesi



16

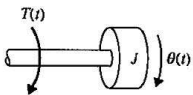
Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Dönme Hareketi)

1. Atalet:

Bir cismin değişmeyen nicel bir özelliğidir ve maddenin dönel harekete karşı gösterdiği direnç miktarıdır.

Cismin ataleti geometriye ve hangi eksene göre ataletin hesaplandığına göre farklılık gösterir.

Farklı geometrilere sahip cisimlerin atalet momenti değerleri [tabloda](#) verilmiştir.



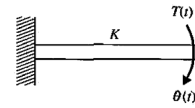
Birim	Atalet	Tork	Açısal yer değiştirme
SI	$kg \cdot m^2$	$N \cdot m$	rad
İngiliz	$slug \cdot ft^2$	$lb \cdot ft$	rad

$$T(t) = I \cdot \alpha(t) = J \cdot \frac{dw(t)}{dt} = I \cdot \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2}$$

17

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Dönme Hareketi)

2. Torsiyon yayı :



$$T(t) = K_{\theta} \cdot \theta(t)$$

Birim	Yay Sabiti K
SI birim sistemi	N / m
İngiliz birim sistemi	lb / ft

TP ön yüklemesi uygulanırsa :

$$T(t) - TP = K_{\theta} \cdot \theta(t)$$

3. Dönme Hareketinde Sürtünme :

Vizkoz Sürtünme : $T(t) = B_{\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$

Statik Sürtünme : $T(t) = \pm(T_s) \big|_{\theta=0}$

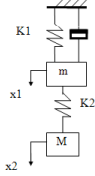
Coulomb Sürtünmesi : $T(t) = T_c \cdot \frac{d\theta(t)/dt}{|d\theta(t)/dt|}$

18

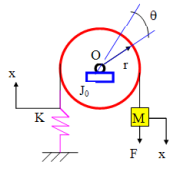
Mekanik Sistemlerin Hareket Denklemlerinin Çıkarılması:

Örnek 1 : Şekil 1'deki sistemin hareket denklemlerini çıkartınız. ($m=0$ kütsüz farzedilecektir.)

Örnek 2 : Şekil'de görülen ve birbirlerine bir halatla bağlı makara- kütle-yay sisteminde, kütlein kendisine etki eden bir $F(t)$ kuvvetinin etkisi altında yapacağı titreşimlerin hareket denklemini çıkarınız. (makara ile halat arasında kayma olmadığı farzedilecektir.)



Şekil 1



Şekil 2

19

Mekanik Sistemlerin İndirgenmeleri ve Eşdeğer Bağlıları:

Mekanik sistemlerin dinamik çözümlemelerinde pek çok durumda sistemin dinamik parametreleri (kütle, atalet, yay katsayısı, sönüm katsayısı vs.) sabit veya belirli bir noktada toplanmış (indirgenmiş) olarak düşünülebilir.

Mekanik Sistemlerde Kütle İndirgemesi :

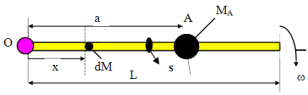
Dağılmış parametrelili bir sistem, aşağıdaki kabullerle belirli bir noktada toplanmış eşdeğer bir sisteme dönüştürülebilir:

Eşdeğerlik şartları:

- Aynı toplam kütle
- Aynı kütle atalet merkezi (veya ağırlık merkezi)
- Aynı dönme atalet momenti
- Aynı toplam enerji veya enerji kaybı

20

Yayılmış Kütleli bir Çubuğun Kütle ve Atalet Eşdeğeri:



$$dM = \left(\frac{M}{L} \right) \cdot x$$

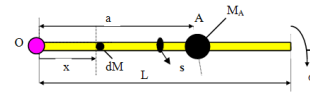
$$V_x = w \cdot x$$

$$dEk = \frac{1}{2} \cdot dM \cdot V_x^2$$

$$dEk = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{L} \cdot dx \cdot (w \cdot x)^2$$

21

Yayılmış Kütleli bir Çubuğun Kütle ve Atalet Eşdeğeri:



$$dM = \left(\frac{M}{L} \right) \cdot x$$

$$V_x = w \cdot x$$

$$dEk = \frac{1}{2} \cdot dM \cdot V_x^2$$

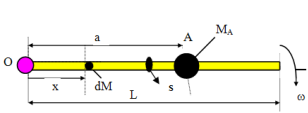
$$dEk = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{L} \cdot dx \cdot (w \cdot x)^2$$

$$\frac{1}{2} M_A \cdot V_A^2 = \int dEk = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{M}{L} \omega^2 x^2 dx; \quad V_A = \omega \cdot a$$

$$\frac{1}{2} M_A \omega^2 a^2 = \frac{1}{2} \frac{M}{L} \omega^2 \int_0^L x^2 dx \rightarrow M_A = \frac{M}{3} \frac{L^2}{a^2}$$

22

Yayılmış Kütleli bir Çubuğun Kütle ve Atalet Eşdeğeri:

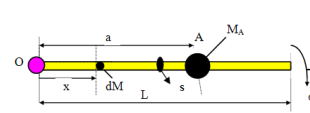


$$dM = \left(\frac{M}{L} \right) \cdot x$$

$$V_x = w \cdot x$$

23

Yayılmış Kütleli bir Çubuğun Kütle ve Atalet Eşdeğeri:



$$dM = \left(\frac{M}{L} \right) \cdot x$$

$$V_x = w \cdot x$$

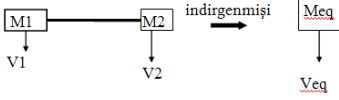
$$\frac{1}{2} I_O \omega^2 = \int dEk = \int_0^L \frac{1}{2} dM \cdot x^2 \cdot \omega^2 = \int_0^L \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{L} \cdot dx \cdot x^2 \omega^2$$

$$I_O = \frac{ML^2}{3}$$

SORU ! Steiner Teoremi ile tekrar hesaplayınız

24

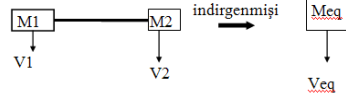
Çok Kütleli Sistemlerin İndirgenmesi:



$$E_{eq} = (1/2) \cdot M_{eq} \cdot V_{eq}^2$$

25

Çok Kütleli Sistemlerin İndirgenmesi:



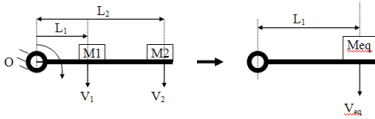
$$E_{eq} = (1/2) \cdot M_{eq} \cdot V_{eq}^2$$

$$E_{eq} = (1/2) \cdot M_1 \cdot V_1^2 + (1/2) \cdot M_2 \cdot V_2^2$$

$$M_{eq} = \frac{M_1 \cdot V_1^2 + M_2 \cdot V_2^2}{V_{eq}^2}$$

26

Bir Nokta Etrafında Dönen Rijit İki Kütlelin İndirgenmesi:



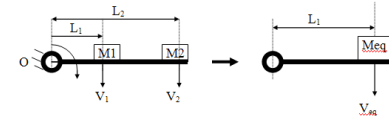
Eşdeğer atalet indirgemesi :

$$E_{eq} = \frac{1}{2} \cdot I_{eq} \cdot \dot{\theta}_{eq}^2 = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\theta}_2^2$$

$$I_{eq} = \frac{I_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + I_2 \cdot \dot{\theta}_2^2}{\dot{\theta}_{eq}^2}$$

27

Bir Nokta Etrafında Dönen Rijit İki Kütlelin İndirgenmesi:



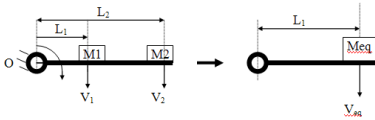
Eşdeğer atalet indirgemesi :

$$E_{eq} = \frac{1}{2} \cdot I_{eq} \cdot \dot{\theta}_{eq}^2 = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\theta}_2^2$$

$$I_{eq} = \frac{I_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + I_2 \cdot \dot{\theta}_2^2}{\dot{\theta}_{eq}^2} \longrightarrow I_{eq} = I_1 + I_2 \quad \left(\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_{eq} = w \right)$$

28

Bir Nokta Etrafında Dönen Rijit İki Kütlelin İndirgenmesi:



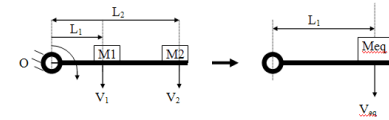
Eşdeğer kütle indirgemesi :

$$E_{eq} = \frac{1}{2} \cdot M_{eq} \cdot V_{eq}^2 = \frac{1}{2} \cdot M_1 \cdot V_1^2 + \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot V_2^2$$

$$M_{eq} = \frac{M_1 \cdot V_1^2 + M_2 \cdot V_2^2}{V_{eq}^2}$$

29

Bir Nokta Etrafında Dönen Rijit İki Kütlelin İndirgenmesi:



Eşdeğer kütle indirgemesi :

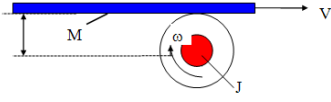
$$E_{eq} = \frac{1}{2} \cdot M_{eq} \cdot V_{eq}^2 = \frac{1}{2} \cdot M_1 \cdot V_1^2 + \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot V_2^2$$

$$M_{eq} = \frac{M_1 \cdot V_1^2 + M_2 \cdot V_2^2}{V_{eq}^2} \longrightarrow M_{eq} = M_1 + M_2 \cdot (L_2 / L_1)^2$$

$$\left(V_2 = V_1 \cdot (L_2 / L_1) \right)$$

30

Dönme ve Öteleme Hareketi Yapan Sistemlerin İndirgenmesi :

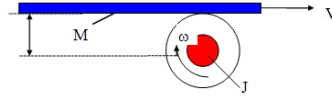


Öteleme Eşdeğeri :

$$E = \frac{1}{2} . M_{eq} . V_{eq}^2 = \frac{1}{2} . M . V^2 + \frac{1}{2} . I . \dot{\theta}^2$$

31

Dönme ve Öteleme Hareketi Yapan Sistemlerin İndirgenmesi :

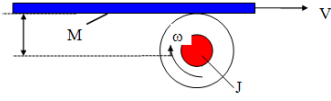


Öteleme Eşdeğeri :

$$E = \frac{1}{2} . M_{eq} . V_{eq}^2 = \frac{1}{2} . M . V^2 + \frac{1}{2} . I . \dot{\theta}^2 \quad \left[V_{eq} = V, \quad \dot{\theta} = \frac{V}{R} \right]$$

32

Dönme ve Öteleme Hareketi Yapan Sistemlerin İndirgenmesi :



Öteleme Eşdeğeri :

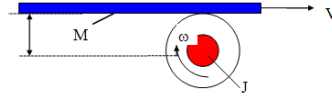
$$E = \frac{1}{2} . M_{eq} . V_{eq}^2 = \frac{1}{2} . M . V^2 + \frac{1}{2} . I . \dot{\theta}^2 \quad \left[V_{eq} = V, \quad \dot{\theta} = \frac{V}{R} \right]$$

$$\frac{1}{2} . M_{eq} . V^2 = \frac{1}{2} . M . V^2 + \frac{1}{2} . I . (V / R)^2$$

$$M_{eq} = M + \frac{I}{R^2}$$

33

Dönme ve Öteleme Hareketi Yapan Sistemlerin İndirgenmesi :

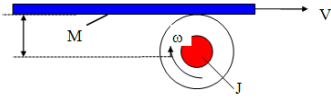


Dönme Eşdeğeri :

$$\frac{1}{2} . I_{eq} . \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} . I . \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} . M . (\dot{\theta} . R)^2$$

34

Dönme ve Öteleme Hareketi Yapan Sistemlerin İndirgenmesi :



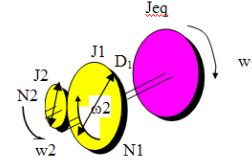
Dönme Eşdeğeri :

$$\frac{1}{2} . I_{eq} . \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} . I . \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} . M . (\dot{\theta} . R)^2$$

$$I_{eq} = I + M . R^2 \quad \left[\dot{\theta}_{eq} = \dot{\theta}, \quad V = \dot{\theta} . R \right]$$

35

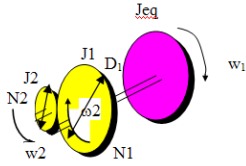
Disli Sistemlerin Atalet İndirgenmesi :



$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{W_2}{W_1}$$

36

Dişli Sistemlerin Atalet İndirgemesi :

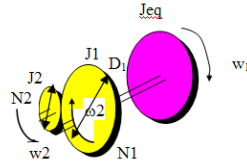


$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{W_2}{W_1}$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{eq} = \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_1 \cdot \frac{N_1}{N_2} \end{cases}$$

37

Dişli Sistemlerin Atalet İndirgemesi :



$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{W_1}{W_2}$$

$$E_{eq} = \frac{1}{2} \cdot I_{eq} \cdot \dot{\theta}_{eq}^2 = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\theta}_2^2$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2 \cdot (N_1 / N_2)^2$$

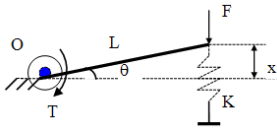
$$\begin{cases} \dot{\theta}_{eq} = \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_1 \cdot \frac{D_1}{D_2} \end{cases}$$

SORU! İndirgeme I_2 'nin şaftına yapılırsa eşdeğer atalet ne olur?

38

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

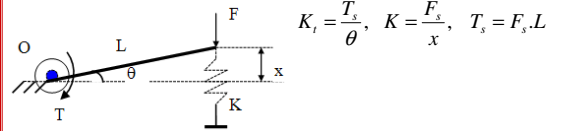
Eşdeğer torsiyon yay sabitinin bulunması :



39

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Eşdeğer torsiyon yay sabitinin bulunması :

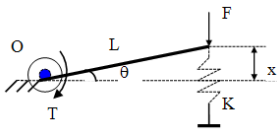


$$K_t = \frac{T_s}{\theta}, \quad K = \frac{F_s}{x}, \quad T_s = F_s \cdot L$$

40

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Eşdeğer torsiyon yay sabitinin bulunması :



$$K_t = \frac{T_s}{\theta}, \quad K = \frac{F_s}{x}, \quad T_s = F_s \cdot L$$

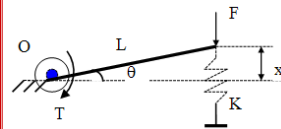
$$\theta = \frac{x}{L}, \quad x \ll L$$

$$K_t = \frac{F_s \cdot L}{x/L} = \frac{F_s}{x} \cdot L^2 = K \cdot L^2$$

41

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Eşdeğer torsiyon yay sabitinin bulunması :



$$K_t = \frac{T_s}{\theta}, \quad K = \frac{F_s}{x}, \quad T_s = F_s \cdot L$$

$$\theta = \frac{x}{L}, \quad x \ll L$$

$$K_t = \frac{F_s \cdot L}{x/L} = \frac{F_s}{x} \cdot L^2 = K \cdot L^2$$

Bir yayda depolanan potansiyel enerji :

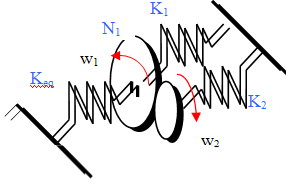
$$E_p = \int_{x=0}^{x_{max}} F \cdot dx = \int_0^{x_{max}} K \cdot x \cdot dx = (1/2) \cdot K \cdot x_{max}^2$$

$$E_p = \int_{\theta=0}^{\theta_{max}} T_s \cdot d\theta = \int_0^{\theta_{max}} K_t \cdot \theta \cdot d\theta = (1/2) \cdot K_t \cdot \theta_{max}^2$$

42

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Dönme hareketine çalışan yaylar :

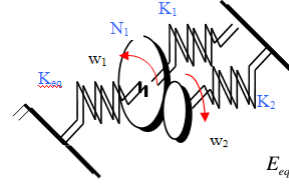


$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

43

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Dönme hareketine çalışan yaylar :



$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

$$E_{eq} = \frac{1}{2} \cdot K_{eq} \cdot \theta_{eq}^2 = \frac{1}{2} \cdot K_1 \cdot \theta_1^2 + \frac{1}{2} \cdot K_2 \cdot \theta_2^2$$

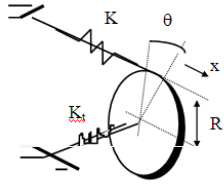
$$K_{eq} = \frac{K_1 \cdot \theta_1^2 + K_2 \cdot \theta_2^2}{\theta_{eq}^2},$$

$$K_{eq} = K_1 + K_2 \cdot (N_1 / N_2)^2$$

44

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Ötelemeye ve dönmeye çalışan yaylar :



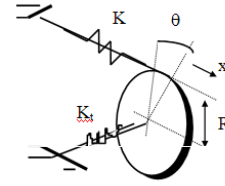
Öteleme Eşdeğeri :

$$\frac{1}{2} \cdot K_{eq} \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot K_t \cdot \theta^2$$

45

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Ötelemeye ve dönmeye çalışan yaylar :



Öteleme Eşdeğeri :

$$\frac{1}{2} \cdot K_{eq} \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot K_t \cdot \theta^2$$

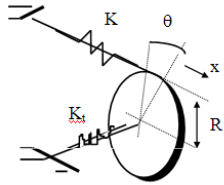
$$K_{eq} = \frac{K \cdot x^2 + K_t \cdot \theta^2}{x^2} \rightarrow \theta = x / R$$

$$K_{eq} = K + K_t \cdot \frac{1}{R^2}$$

46

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Ötelemeye ve dönmeye çalışan yaylar :



Öteleme Eşdeğeri :

$$\frac{1}{2} \cdot K_{eq} \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot K_t \cdot \theta^2$$

$$K_{eq} = \frac{K \cdot x^2 + K_t \cdot \theta^2}{x^2} \rightarrow \theta = x / R$$

$$K_{eq} = K + K_t \cdot \frac{1}{R^2}$$

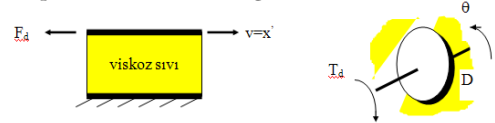
Dönme Eşdeğeri :

$$K_{eq} = \frac{K \cdot x^2 + K_t \cdot \theta^2}{\theta^2} \rightarrow x = \theta \cdot R$$

$$K_{eq} = K \cdot R^2 + K_t$$

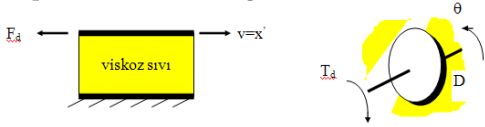
47

Damper Sistemlerinde İndirgeme:



48

Damper Sistemlerinde İndirgeme:



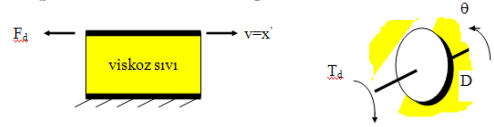
Damperde yutulan enerji :

$$E_d = \int_0^{v_{\max}} F_d \cdot dv = \int_0^{v_{\max}} D \cdot v \cdot dv \rightarrow \text{öteleme hareketi için}$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot D \cdot v_{\max}^2$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot D \cdot v_{\max}^2$$

Damper Sistemlerinde İndirgeme:



Damperde yutulan enerji :

$$E_d = \int_0^{v_{\max}} F_d \cdot dv = \int_0^{v_{\max}} D \cdot v \cdot dv \rightarrow \text{öteleme hareketi için}$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot D \cdot v_{\max}^2$$

dönme hareketi için \longleftrightarrow

$$E_d = \int_0^{\omega_{\max}} T_d \cdot d\omega = \int_0^{\omega_{\max}} D \cdot \omega \cdot d\omega$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \omega_{\max}^2$$

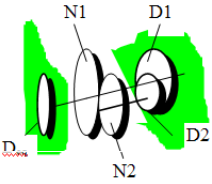
$$E_d = \int_0^{\omega_{\max}} T_d . d\omega = \int_0^{\omega_{\max}} D_t . \omega . d\omega$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot D_t \cdot \omega_{\max}^2$$

dönme hareketi için ←

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

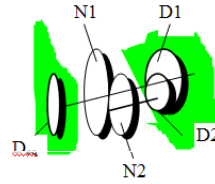
Dönme hareketine çalışan damper :



$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Dönme hareketine çalışan damper :



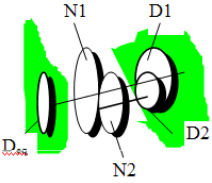
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

$$E_{eq} = \frac{1}{2} \cdot D_{eq} \cdot w_{eq}^2 = \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot w_1^2 + \frac{1}{2} \cdot D_2 \cdot w_2^2$$

$$D_{eq} = \frac{D_1 \cdot w_1^2 + D_2 \cdot w_2^2}{w_{eq}^2},$$

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Dönme hareketine çalışan damper :



$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

$$E_{eq} = \frac{1}{2} \cdot D_{eq} \cdot w_{eq}^2 = \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot w_1^2 + \frac{1}{2} \cdot D_2 \cdot w_2^2$$

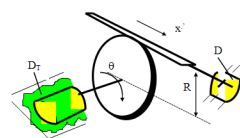
$$D_{eq} = \frac{D_1 \cdot w_1^2 + D_2 \cdot w_2^2}{w_{eq}^2},$$

$$D_{eq} = D_1 + D_2 \cdot (N_1 / N_2)^2$$

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Ötelemeye ve dönmeye çalışan damperler :

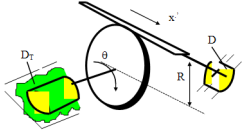
Öteleme Eşdeğeri :



$$\frac{1}{2}.D_{eq}.w^2 = \frac{1}{2}.D.v^2 + \frac{1}{2}.D_t.w^2$$

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Ötelemeye ve dönmeye çalışan damperler :



Öteleme Eşdeğeri :

$$\frac{1}{2} \cdot D_{eq} \cdot w^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot D_t \cdot w^2$$

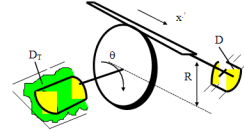
$$D_{eq} = \frac{D \cdot v^2 + D_t \cdot w^2}{v^2} \rightarrow w = v / R$$

$$D_{eq} = D + D_t \cdot \frac{1}{R^2}$$

55

Yay Sistemlerinde İndirgeme:

Ötelemeye ve dönmeye çalışan damperler :



Öteleme Eşdeğeri :

$$\frac{1}{2} \cdot D_{eq} \cdot w^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot D_t \cdot w^2$$

$$D_{eq} = \frac{D \cdot v^2 + D_t \cdot w^2}{v^2} \rightarrow w = v / R$$

$$D_{eq} = D + D_t \cdot \frac{1}{R^2}$$

Dönme Eşdeğeri :

$$D_{eq} = \frac{D \cdot v^2 + K \cdot D_t \cdot w^2}{v^2} \rightarrow v = w \cdot R$$

$$D_{eq} = D \cdot R^2 + D_t$$

56

Yay ve Damperlerin Paralel-Seri Bağlanmaları:

Paralel Bağlanan Yaylar : (iki yay)

$$K_{eq} = K_a + K_b$$

Seri Bağlanan Yaylar : (iki yay)

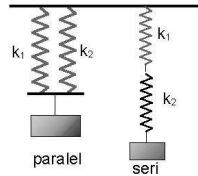
$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_a} + \frac{1}{K_b}$$

Paralel Bağlanan Damper : (iki damper)

$$D_{eq} = D_a + D_b$$

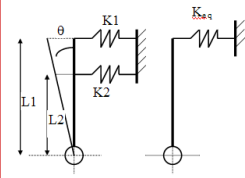
Seri Bağlanan Damper : (iki damper)

$$D_{eq} = \frac{D_a \cdot D_b}{D_a + D_b}$$

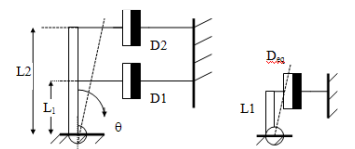


57

Örnek 1 :



Örnek 2 :



58