

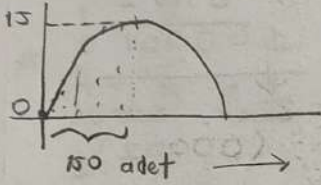
Digital Design - Lojik Devreler

Part 1 - İşaretler ve Sayı Sistemleri

Analog işaretten kodlanmış işarete \rightarrow ADC, tersine \rightarrow DAC

Soru 1) 0,15 V kesintisiz değerler alan analog işaretin 100 mV'de
yarıllıkla dönüştürülebilmesi için kaç bitlik adc gerekir? \downarrow
0,1 V

★ formül = $\log_2 \left(\frac{\text{aralık}}{\text{duyarlılık}} \right)$, $\log_2 \left(\frac{15}{0,1} \right) \Rightarrow \sim 7,23 \rightarrow 8 \text{ bit}$



150 adet \rightarrow Onu da 2'lik tabana çevirmek için logaritma kullanırız

Soru 2) 4 bitlik DAC devresinin gerilim aralığı 0-6V. 0000 \rightarrow 0V,

1111 \rightarrow 6V'a düşecek şekilde tablo oluşturmuz.

$\frac{15}{2^{\text{bit} - 1}}$

$\frac{6V}{15} = 0,4$ aralıklarla tablo yapılabilir.
(hassasiyet)

Hexadecimal $\rightarrow 16$ Octal $\rightarrow 8$ Sayı Sistemleri - Dönüşümler

Decimal 10, 11, 12, 13, 14, 15 \rightarrow A, B, C, D, E, F

Dönüşümler $(247)_{10} \rightarrow (?)_8 \rightarrow (?)_2$

$247 \div 2 = 123 \text{ R } 1$
 $123 \div 2 = 61 \text{ R } 1$
 $61 \div 2 = 30 \text{ R } 1$
 $30 \div 2 = 15 \text{ R } 0$
 $15 \div 2 = 7 \text{ R } 1$
 $7 \div 2 = 3 \text{ R } 1$
 $3 \div 2 = 1 \text{ R } 1$
 $1 \div 2 = 0 \text{ R } 1$

$\begin{array}{ccc} 3 & 6 & 7 \\ \hline 1111 & 0111 & \\ \hline 15 & 7 & \end{array} \rightarrow (367)_8$

$\begin{array}{cc} 16^1 & 16^0 \\ \hline F & 7 \\ \hline \end{array} \rightarrow (F7)_{16}$
 $15 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 = 247$

Sayı Sistemleri - Aritmetik İşlemler

Bire tümleyen ile çıkarma: $(11001)_2 - (10011)_2$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ - 10011 \\ \hline 01100 \\ \hline 100101 \end{array}$$

$(1001)_2 \odot 1001$
 $(1101)_2 \rightarrow +0010$
 $\underline{1011}$

00101
 $+ 1$
 $(00110)_2$

* Eğer elde bir varsa sonuç pozitifdir. ve başa eklenir.

Elde bir kalmadı, sonuç negatiftir. ters çevirilir başa "-" eklenir.

$\rightarrow -(0100)_2$

İkiye tümleyen ile çıkarma: $10100 - 10011$

10100
 $+ 1$
 $01101 \rightarrow 2$

10100
 01101
 $\underline{100001}$

* Alternatif Yöntem

ilk gördüğün bir'e kadar olabir
 Aynı şekilde sağ. brden sonrakileri ters çevir.

Elde bir kalmamışsa sonuç negatiftir.

10100
 01101
 $\underline{100001}$
 $(00001)_2$

Signed ve Unsignedlerde kullanılabilir. (2ⁿ)

Kodlama

BCD $\Rightarrow (25)_{10} \rightarrow (0010 \ 0101)_2$

3 farklılık \Rightarrow binary'e sırasıyla +3 ekle. $0 \rightarrow 0011$

Aiken kodu $\Rightarrow 0 \rightarrow 0000, 1 \rightarrow 0001, 9 \rightarrow 1111, 8 \rightarrow 1110, 7 \rightarrow 1101$

Tümleyeni

Bitişik Kodlama \Rightarrow

Aradaki fark
 Hamming uzaklığı
 '1'

Yansımalı

Gray Kodu \Rightarrow

ABCD	00	01	11	10
00	0	1	2	3
01	9			4
11	8			5
10	7			6

0	0000	1 f
1	0001	9 0100
2	0011	8 1100
3	0010	7 1000
4	0110	6 1010
5	1110	

ABCD	00	01	11	10
00	0	1	2	3
01	7	6	5	4
11	8	9	10	11
10	15	14	13	12

Her Zaman Geişlerde bir fark var.
 Birbirine komşu olmalı.
 Komşuluk şartı.

Bitişik olması.
 $0 \ 3 \ 12 \ 15$ köşeleri
 $\downarrow \ \downarrow \ \downarrow \ \downarrow$
 $0 \ 1 \ 2 \ 1$
 $\downarrow \ \downarrow \ \downarrow$
 $1 \ 1 \ 1$

Arada 1 fark olması

Lojik Devre Temelleri - Diyagramlar ve işlemler

AND = $f = A \cdot B$

OR = $f = A + B$

NAND = $f = \overline{A \cdot B}$

XNOR = $f = \overline{A \oplus B}$

Not = $f = \overline{A}$

NOR = $f = \overline{A + B}$

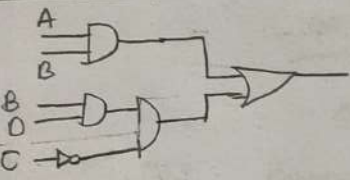
XOR = $f = A \oplus B$

X = Özel, XN = Aynı

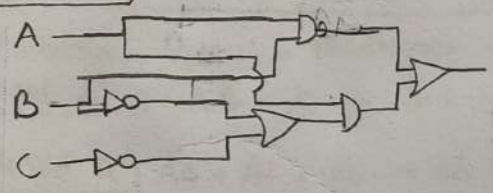
* Venn Diyagramı İkisi de farklı olmalı, İkisi de Aynı olmalı

* $\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$ $A + \overline{A} = 1$, $A \cdot \overline{A} = 0$; $1 + A = 1$, $1 \cdot A = A$; $0 + A = A$, $0 \cdot A = 0$

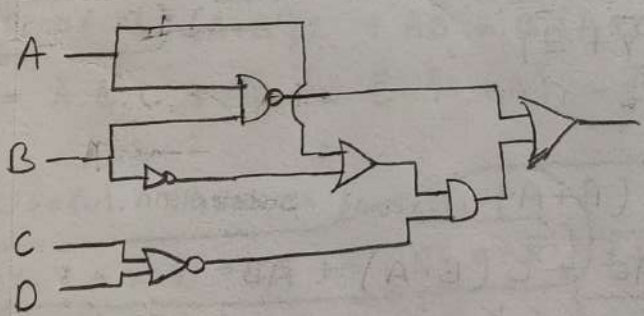
Soru 1) $Q = A \cdot B + B \overline{C} D$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.



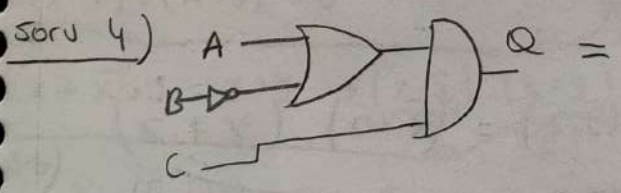
Soru 2) $Q = [A \cdot (\overline{B} + \overline{C})] + \overline{A} \cdot B$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.



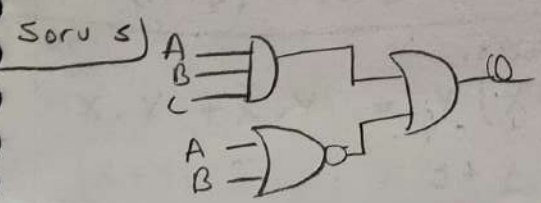
Soru 3) $Q = (A + \overline{B}) \cdot (\overline{C} + D) + \overline{A} \cdot B$



$Q = (A + \overline{B}) \cdot C$



$Q = (A \cdot B \cdot C) + (\overline{A + B})$



Boole Cebri Arayam ve Teoremleri

Doğru kabul edilen \rightarrow Aksiyom, ispatlanabilen \rightarrow teorem

1- Dağılma özelliği $\Rightarrow a + b \cdot c = (a+b) \cdot (a+c)$, $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$

2- Değişkenin fazlalık $\Rightarrow a+a=a$, $a \cdot a=a$

3- Yutma özelliği $\Rightarrow \underbrace{a + \underbrace{a \cdot b}_{\substack{0 \cdot x \\ 1 \cdot 0}}}_{f \{ \substack{0 \\ 1} \}} = \underline{a}$, $\underbrace{a \cdot \underbrace{(a+b)}_{\substack{1 \cdot 1 \rightarrow 1 \\ 0 \cdot 0, 1 \rightarrow 0}}}_{\substack{1 \\ 0}} = \underline{a}$ ★

4- De Morgan Kuralı $\Rightarrow (\overline{a+b}) = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \dots$, $(\overline{a \cdot b \cdot c \dots}) = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} \dots$ ★

5- $(a+b)(\bar{a}+c)(b+c) = (a+b)(\bar{a}+c)$, $ab + \bar{a}c + b \cdot c = \bar{a}b + \bar{a}c$ ★

6- $(a+b)(\bar{a}+c) = \bar{a}c + \bar{a}b$, $ab + \bar{a}c = (a+c)(\bar{a}+b)$ ★

$\rightarrow \underbrace{a \cdot \bar{a}}_0 + \underbrace{a \cdot c}_{\substack{1 \cdot 0 \\ 0 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 \rightarrow 1 \\ 0 \cdot 0}} + \underbrace{\bar{a} \cdot b}_{\substack{0 \cdot 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot 1 \cdot 1 \rightarrow 1}} + \underbrace{b \cdot c}_{\substack{0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 1 \\ 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot 1 \rightarrow 1}} = \underline{1}$
bc, etkisiz eleman

Soru 1) $f = A \cdot (B+C) + \bar{A} + (\bar{B} \cdot C)$, $\bar{f} = ?$

$\bar{f} = \overline{A \cdot (B+C) + \bar{A} + (\bar{B} \cdot C)} = \bar{A} + \overline{(B+C)} \cdot \bar{\bar{A}} \cdot \overline{(\bar{B} \cdot C)} = \bar{A} + (B+C) \cdot A \cdot (B+\bar{C})$
 $= (A+B+C) \cdot (AB + A\bar{C})$

Soru 2) $f = \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$, $\bar{f} = ?$

$\bar{f} = \overline{(\bar{x}y\bar{z}) + (\bar{x}\bar{y}z)} = (x + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) = \bar{f}$

Soru 3) $f = x(\bar{y}\bar{z} + yz)$, $\bar{f} = ?$

$\bar{f} = \bar{x} + (\overline{\bar{y}\bar{z} \cdot yz}) = \bar{x} + (y+z) \cdot (\bar{y} + \bar{z})$

Soru 4) $Q = B \cdot C + B \cdot (C+A) + C(B+A)$ ifadesini sadeleştirin.

$BC + BC + AB + \bar{B}C + AC = BC + AB + AC = C(B+A) + AB$

Dualite Prensipli

$x(y+0) = x + (y \cdot 1)$, $\bar{x} \cdot 1 + (\bar{y} \cdot z) = (\bar{x}+0) \cdot (\bar{y} + z)$

Dualite = Görpim ve Toplamların tersi

★ tersi demek değil! 1 ve 0'ların tersi

Circuit Optimization

Literal cost (L), Gate input cost (G), Gate input with nots cost (GN)

→ Değişkenlerin sayısı $\Rightarrow F = BD + \bar{A}CB + A\bar{C}\bar{D}$, $L = 8$

Gate input cost $3 \rightarrow N$:

$$F = \underbrace{BD}_{3 \rightarrow G} + \underbrace{\bar{A}CB}_{3 \rightarrow G} + \underbrace{A\bar{C}\bar{D}}_{3 \rightarrow G} \Rightarrow F \xrightarrow{8} \begin{matrix} \uparrow G \\ 3 \\ \downarrow G \end{matrix} + \begin{matrix} \uparrow N \\ 3 \\ \downarrow GN \end{matrix}$$

→ A, B gibi
terimler dahil edilmez!

Örnek 1) $F = \underbrace{\bar{A}}_{\Delta} + \underbrace{\bar{B}}_{\Delta} + \underbrace{\bar{C}}_{\Delta} \quad \begin{matrix} L = 5 \\ G = 5 + 2 = 7 \end{matrix} \quad GN = G + \bar{D} = 9$

Örnek 2) $F = \underbrace{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}_{GN=11} + \underbrace{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}_{GN=12} = \underbrace{(\bar{A} + \bar{C})}_{\Delta} (\underbrace{\bar{B} + \bar{C}}_{\Delta}) (\underbrace{\bar{A} + \bar{B}}_{\Delta})$

Same function, different design, different cost

★ SOP, POS, Karnaugh maps

Proofs - Extra Theorems

Evaluation Order = Parentheses \rightarrow Not \rightarrow AND \rightarrow OR

Proof 1) $A + A.B = A \rightarrow A.1 + A.B \rightarrow A(\underbrace{1+B}_1) \rightarrow A.1 = A$

Proof 2) $AB + \bar{A}C + BC \rightarrow AB + \bar{A}C + \underbrace{1}_{1}.BC \rightarrow AB + \bar{A}C + (A + \bar{A}).BC \rightarrow \underbrace{AB + \bar{A}C}_{\boxed{AB + \bar{A}C}} + \underbrace{ABC}_{\bar{A}BC +} + \underbrace{ABC}_{\bar{A}BC +}$

Proof 3) $(\bar{A} + B)C + A\bar{B} = \bar{B}(A + C)$
 $= \bar{A}.\bar{B}.C + A\bar{B} = \bar{B}(\bar{A}C + A) = \bar{B}(\underbrace{\bar{A} + A}_1).(AC) = \bar{B}(A + C)$

Useful Theorems

1) $X.Y + \bar{X}.Y = Y \rightarrow Y(\underbrace{X + \bar{X}}_1)$ 1-b) $X = X + XY \rightarrow X(\underbrace{1 + Y}_1) \rightarrow X$

2) $(X + Y).(\bar{X} + Y) = Y \rightarrow Y + \underbrace{X.\bar{X}}_0$ 2-b) $X.(X + Y) = X \rightarrow \underbrace{X.X}_X + X.Y \rightarrow X$

3) $X + \bar{X}.Y = X + Y \rightarrow (\underbrace{X + \bar{X}}_1).(X + Y) \rightarrow X + Y$

3-b) $X.(\bar{X} + Y) = X.Y \rightarrow \underbrace{X.\bar{X}}_0 + X.Y \rightarrow X.Y$

$X.Y + \bar{X}.Y = Y(\underbrace{X + \bar{X}}_1) \rightarrow Y$

$(X + Y)(\bar{X} + Y) = Y + \underbrace{X.\bar{X}}_0 \rightarrow Y$

Simplification

Simplest \rightarrow Lowest literals

★ Not lowest cost ★

Canonical Forms - Minterms, Maxterms

SOM \rightarrow Sum of minterms, POM \rightarrow Product of maxterms.

Minterms) AND, $2^n \xrightarrow{\text{Variable Count}} \text{minterms}$, $xy, x\bar{y}, \bar{x}y, \bar{x}\bar{y}$

Maxterms) OR, $2^n, x+y, x+\bar{y}, \bar{x}+y, \bar{x}+\bar{y}$

index	min	max
0	$\bar{x}\bar{y}$	$x+y$
1	$\bar{x}y$	$x+\bar{y}$
2	$x\bar{y}$	$\bar{x}+y$
3	xy	$\bar{x}+\bar{y}$

minterm $\rightarrow m$
 $x\bar{y}$
 $\downarrow \downarrow$
 10

maxterm $\rightarrow M$
 $x+\bar{y}$
 $\downarrow \downarrow$
 01

xyz
 $m_0 \rightarrow \bar{x}\bar{y}\bar{z}, M_0 \rightarrow x+y+z$
 $m_6 \rightarrow xyz, M_6 \rightarrow \bar{x}+\bar{y}+\bar{z}$

DeMorgan) $M_2 = \bar{x}+y = m_2 = x\bar{y}, M_i = \bar{m}_i, m_i = \bar{M}_i$

Soru 1) $f_1 = m_1 + m_4 + m_7 \rightarrow \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + xyz$

Soru 2) $f_2(A,B,C,D,E) = m_2 + m_9 + m_{13} + m_{23}$

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}E + \bar{A}\bar{B}\bar{C}DE + \bar{A}\bar{B}CDE$

Soru 3) $f_3 = m_0 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot m_5 \cdot m_6$

$f_3 = (x+y+z) \cdot (x+\bar{y}+z) \cdot (x+\bar{y}+\bar{z}) \cdot (\bar{x}+y+\bar{z}) \cdot (\bar{x}+\bar{y}+z)$

Soru 4) $f_4(A,B,C,D) = m_7 \cdot m_8 \cdot m_{11} \cdot m_{14}$

$f_4 = (A+B+\bar{C}+\bar{D}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C+D) \cdot (\bar{A}+B+\bar{C}+D) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C+D)$

★ Yöntem \Rightarrow Önce ağırları yaz. Sonrasında minterm ise başlara (0), 1-1 koy. maxterm ise dolulara (1), 1-1 koy. (complement). ★

Canonical SOM \rightarrow Tabloda 1'leri karşılık gelenler

★ Yöntem \Rightarrow Önce fonksiyonu aq. Sonrasında tek kalanları $(v+\bar{v})$ ile AND'le.

ÖRNEK) $f = x + \bar{x}\bar{y} \rightarrow x(y+\bar{y}) + \bar{x}\bar{y} \rightarrow xy + x\bar{y} + \bar{x}\bar{y} \rightarrow m_3 + m_2 + m_0$

Soru) $f = A + \bar{B}C$

$A(B+\bar{B}) + (A+\bar{A})\bar{B}C \rightarrow AB + A\bar{B} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C \rightarrow ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$

★ Yöntem \Rightarrow Kopyaları tere indirene kadar sil.

$ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C \rightarrow m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_1$

Shorthand SOM form) $\sum_m(1,4,5,6,7) = f, \bar{f} = \sum_m(0,2,3)$

Shorthand POM form) $\prod_M(0,2,3) = f, \bar{f} = \prod_M(1,4,5,6,7)$

Canonical Pom) → Tabloda '0'a Karşılık Gelenler

★ Yöntem ⇒ Önce fonksiyonu aq, sonrasında tek kelimeleri $(V.\bar{V})$ ile OR'la.

ÖRNEK) $f(x,y,z) = x + \bar{x}\bar{y}$

$$x + \bar{x}\bar{y} = \underbrace{(x + \bar{x})}_{1} \cdot (x + \bar{y}) = 1 \cdot (x + \bar{y}) = x + \bar{y} \rightarrow \text{Fonksiyonu Aq.}$$

$$x + \bar{y} + \underbrace{z.\bar{z}}_{\star} = (x + \bar{y} + z) \cdot (x + \bar{y} + \bar{z}) \rightarrow (V.\bar{V}) \text{ ile OR'la.}$$

$$f = M_2 + M_3$$

Soru) $f(A,B,C) = A.\bar{C} + BC + \bar{A}.\bar{B}$

$$(A.\bar{C} + BC + \bar{A}) \cdot (A\bar{C} + BC + \bar{B}) \rightarrow x + yz = (x+y)(x+z) \rightarrow \text{Küme dağılım hanesi}$$

$$(\bar{C} + BC + \bar{A}) \cdot (A\bar{C} + C + \bar{B}) \rightarrow x + \bar{x}y = x + y \rightarrow \text{Yuva Bozan Hanesi}$$

$$(\bar{C} + B + \bar{A}) \cdot (A + C + \bar{B}) \rightarrow (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C) \rightarrow M_5 \cdot M_2$$

★ Yöntem ⇒ Sayıların dışında kelimeleri yaz. $(2^n - 1)$ e göre.

Function Complement) $f(x,y,z) = \sum_m(1,3,5,7)$

$$\bar{f} = \sum_m(0,2,4,6) \quad , \quad \bar{f} = \prod_m(1,3,5,7) \quad , \quad f = \prod_m(0,2,4,6)$$

STANDARD FORMS) SOP = $ABC + \bar{A}\bar{B}C + B$, POS = $(A+B) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot C$

Mixed (karışık) olanlar SOP veya POS değildir!

$$(AB+C)(A+C) \quad ? \quad , \quad ABC + AC(A+B) \quad ?$$

no duplication
↑
fewer than 2^n inputs

Implementation) for 'n' variables ⇒ n input AND Gates + Single OR Gate

Circuit Optimization

★ Reminder ⇒ $f = \underset{A}{\dot{A}} + \underset{A}{\dot{B}}\underset{A}{\dot{C}} + \underset{A}{\dot{B}}\underset{A}{\dot{C}}$ $L = \cdot + \cdot = 5$ $GN = \cdot + \Delta + \square = 9$
 $G = \cdot + \Delta = 7$

Karnaugh Maps) → for SOP, POS, two level and/or circuits

each square → a minterm

Two Variable K-map

x \ y	0	1
0	m_0 $\bar{x}\bar{y}$	m_1 $\bar{x}y$
1	m_2 $x\bar{y}$	m_3 xy

Example) $f(x,y) = x$

f=x	y=0	y=1
x=0	0	0
x=1	1	1

Example) $G(x,y) = x+y$

G=x+y	y=0	y=1
x=0	0	1
x=1	1	1

bitişik 1'ler duplicate silinebilir.

G	x=0	y=1
x=0	0	1
x=1	1	1

Three Variable Maps

	$Y_2=00$	$Y_2=01$	$Y_2=11$	$Y_2=10$
$X=0$	m_0	m_1	m_3	m_2
$X=1$	m_4	m_5	m_7	m_6

Alternate 1

	\bar{Y}	Y
\bar{X}	0	1
X	4	5
	\bar{Z}	Z

Alternate 2

$X \backslash Y_2$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

Example 1

$$f(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5)$$

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	0	1	1	1
1	1	1	1	0

Example 2

$$G(a,b,c) = \sum m(3,4,6,7)$$

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	0	1	1	0
1	1	1	1	1

★ Square Combination ★

- 1 alone square = 3 terms, $xyz \rightarrow 2^0 \rightarrow n$
- 2 bitisik squares = 2 terms (variable), $xy \rightarrow 2^1 \rightarrow n$
- 4 bitisik squares = 1 variable, $x \rightarrow 2^2 \rightarrow n$
- 8 bitisik squares = "1", 0 variable $\rightarrow 2^3 \rightarrow n$

Variable Count

$$K - \sqrt{n} = \text{bitisik terim sayısı}$$

Örnek) $f = \sum m(2,3,6,7)$

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	0	1	1	1
1	1	1	1	1

$$f(x,y,z) = \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}yz + xz\bar{y} + xyz$$

$$= xz + y\bar{z} = y(\bar{z} + z) = y$$

Örnek) $f(x,y,z) = \sum m(1,2,3,5,7)$

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	0	1	1	1
1	1	1	1	0

$$z + \bar{x}y$$

Soru) $f(x,y,z) = \sum m(0,1,2,4,6,7)$

Four Variable K-Maps

- 1 Alone square \rightarrow 4 variable
- 2 bitisik \rightarrow 3 variable
- 4 bitisik \rightarrow 2 variable
- 8 bitisik \rightarrow 1 variable
- 16 bitisik \rightarrow 0 variable \rightarrow "1"

$$\text{Formül} = K - \sqrt{n}$$

terim sayısı bitisik miktarı

	\bar{C}	C	
	0	1	2
\bar{A}	4	5	6
	13	12	14
A	8	9	10
	\bar{D}	D	\bar{D}

Soru 1) $F(W, X, Y, Z) = \sum_m(0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15)$

W \ X \ Y \ Z	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$XZ + \bar{X}\bar{Z} + W\bar{X}$ (fully simplified)

Soru 2) $F(a, b, c, d) = \sum_m(3, 4, 5, 7, 9, 13, 14, 15)$

a \ b \ c \ d	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

İhtimaller

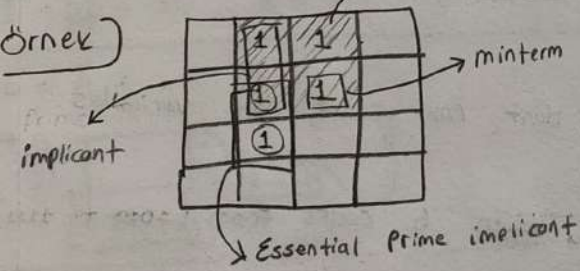
$4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
 $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \rightarrow 18 \rightarrow \text{cost}$

or
 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \rightarrow 12 \rightarrow \text{cost}$

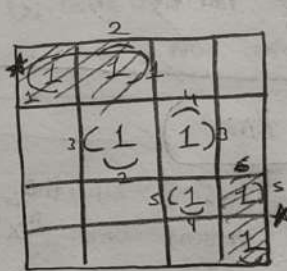
$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}D + A\bar{C}D + ABC$

Systematic Simplification

Implicant (Üye) \rightarrow 1'den fazla mintermi kapsayan dörtgen
Prime implicant (birinci üye) $\rightarrow 2^n$ olacak şekilde oluşabilecek maksimum miktarda mintermleri kapsayan dörtgen.
Essential Prime implicant (essiz) \rightarrow Ağıta kapan mintermi kapsayan, zorunlu, alternatifsiz dörtgen.



Örnek)



Essentials
 \downarrow
(1, 6)
Primes
 \downarrow
(1, 2, 3, 4, 5, 6)

Soru 1) PI?, $F(A, B, C, D) = \sum_m(0, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$

A \ B \ C \ D	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$A + B'D' + B'C$

Soru 2) $G(A,B,C,D) = \sum_m (0, 2, 3, 4, 7, 12, 13, 14, 15)$, $PI = ?$

	\bar{C}		C		
\bar{A}	0	1	3	2	\bar{B}
A	4	5	7	6	B
	12	13	15	14	
	8	9	11	10	\bar{B}
	\bar{D}		D		

$$AB + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}CD + \bar{A}BD + B\bar{C}\bar{D} + BCD$$

Possibles

$$F_1 = AB + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}C\bar{D} + B\bar{C}\bar{D}$$

$$F_2 = AB + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C + BCD$$

$$F_3 = AB + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C + A'CD$$

$$F_4 = AB + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BD + A'CD$$

★ Her minterm'den en az bir tane olması zorunlu.

Five + Variable K-Maps

5) $E=0$ $E=1$

ABCD	ABCD
------	------

5'de 2 tane 4'lü
6'da 4 tane 4'lü
7'de 8 tane 4'lü

2 Adet 4'lü tablo

More Examples

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

Essentials

02 8 10
8 9 12 13
5, 13
2, 6

0, 6
5, 10
E.m

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

E.m

6

E.PI

0 1 8 9
5 7 13 15
6 7

Duplicate minterms \rightarrow D.m

\rightarrow 12, 13
only take one dm PI

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

E.PI

0 1 8 9
6 7 14 15

P.I.

8 9 12 13
12 13 14 15

Dont Cares - Kmap

if function is not using all the variables, we dont care codes that variables included. Dont cares present with "x". (on table)

Example \Rightarrow (A,B,C,D) but inputs are only BCD, then 6 codes from (1010 to 1111) are not included (the ones A is '1')

Example \Rightarrow (A,B,C,Y) şeklinde bir fonksiyon, '2' çıkışına bağlı. Y, sadece ABC 111 olması durumunda '0' veya '1' değeri alabiliyor. Yani $Y = Y$. Bu durumda 7 kolanı 14 kombinasyon \rightarrow dont care.

★ 'x' değerleri prime implicantlar tarafından alınmak zorunda değildir.

Örnek) BCD "5 or more" \rightarrow BCD'nin ≥ 5 olması gerek.

F(x,y,z)	0	1	0	0	x
w	0	0	1	1	0
w	1	1	0	0	1
w	1	1	1	1	1

0000	8 1000	13 1101
0001	9 1001	14 1110
0010	10 1010	15 1111
0011	11 1011	
0100	12 1100	

dont care as '1' $\rightarrow w + xz + xy$
Cost G = 7
dont care as '0' $\rightarrow w\bar{x}\bar{y} + \bar{w}x\bar{z} + \bar{w}xy$
Cost G = 12

★ BCD \rightarrow g = 1001
10 = 0001 0000
10 = 0001 1001

Multiple Level Optimization) ml \rightarrow not two level - , By applying transformations.

Factoring \Rightarrow SOP veya POS'u normal fonksiyona dönüştürerek cost azaltma.

Decomposition \Rightarrow fonksiyonu başka fonksiyonlar cinsinden yazmak (yeni)

Substitution \Rightarrow fonksiyonu diğer fonksiyon cinsinden yazma

Elimination \Rightarrow tersi, fonksiyonu teke düşürmek, diğer fonksiyonları çıkarmak

Extraction \Rightarrow Birden fazla fonksiyonu ortak bir fonksiyon ile yazmak
 \rightarrow toplamda sadece bir cost eklenir

Algebraic Factoring (Cebirsel)

$$F = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + ABC + AC\bar{D} \quad G=16$$

$$F = \bar{A}(\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}) + A(BC + C\bar{D}) \quad G=18$$

$$F = \bar{A}\bar{C}(\bar{D} + B) + AC(B + \bar{D}) \quad G=12$$

$$F = (\bar{A}\bar{C} + AC)(B + \bar{D}) \quad G=10$$

Substitution

$$E = B + \bar{D}, \quad F = \bar{A}\bar{C}(B + \bar{D}) + AC(B + \bar{D}), \quad G=12$$

$$F = \bar{A}\bar{C}E + ACE \quad G=10$$

Decomposition

$$F = E.H, \quad E = B + \bar{D}, \quad H = \bar{A}\bar{C} + AC, \quad G=10$$

$$F = (B + \bar{D}).(\bar{A}\bar{C} + AC) \\ = \bar{A}BC + ABC + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + AC\bar{D}, \quad G=16$$

Elimination

$$Z = \bar{A}B + C, \quad G=4 \quad \leftarrow \text{after 2 level min}$$

$$X = B + C, \quad Y = A + B, \quad Z = \bar{A}X + CY, \quad G=10$$

$$Z = \bar{A}(B + C) + C(A + B), \quad G=10$$

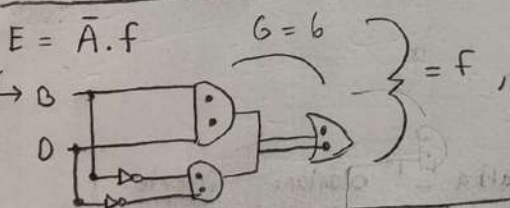
$$Z = \bar{A}B + \bar{A}C + AC + BC, \quad G=12 \quad \text{two level}$$

G is increased but created SOP for optimization

Extraction

$$\begin{aligned} E &= \bar{A}B\bar{D} + \bar{A}BD \\ H &= \bar{B}C\bar{D} + BCD \\ F &= \bar{B}\bar{D} + BD, \quad E = \bar{A}F, \quad H = CF, \quad G=10 \end{aligned}$$

$G=16$ for E , $G=8$ for H , $G=8$ for F (ortak)



★ L, literal count \rightarrow AND inputs + single OR input

★ G, Gate input cost \rightarrow OR inputs + L

★ GN \rightarrow + Not inputs + G

Shannons Theorem

Z	H	E	F	C	D	A	B	
								29
		X	X				X	30
	X	X					X	31
X	X							32
			X	X				33

Quine - McCluskey Tekniği

Example $F(A,B,C,D) = \sum_m (0, 1, 3, 7, 8, 9, 11, 15)$

First Turn Decimals to binary and group.

0	0000	0
1	0001	1
3	0011	2
7	0111	3
8	1000	1
9	1001	2
11	1011	3
15	1111	4

Group →

0	m_0	0000 ✓
1	m_1	0001 ✓
	m_8	1000 ✓
2	m_3	0011 ✓
	m_9	1001 ✓
3	m_7	0111 ✓
	m_{11}	1011 ✓
4	m_{15}	1111 ✓

Karşılaştır →

$m_0 m_1$	000 -
$m_0 m_8$	- 000
$m_1 m_3$	00 - 1
$m_1 m_9$	- 001
$m_8 m_9$	100 -
$m_3 m_7$	0 - 11
$m_3 m_{11}$	- 011
$m_9 m_{11}$	10 - 1
$m_7 m_{15}$	- 111
$m_{11} m_{15}$	1 - 11

Second bitişik grupları ileriye doğru karşılaştı. Eşleşenlere tik at. Eşleşmeyenleri adım 3'e ilet. Karşılaştırılanları tekrar grupta.

0	$m_0 m_1$	000 - ✓
	$m_0 m_8$	- 000 ✓
1	$m_1 m_3$	00 - 1 ✓
	$m_1 m_9$	- 001 ✓
	$m_8 m_9$	100 - ✓
2	$m_3 m_7$	0 - 11 ✓
	$m_3 m_{11}$	- 011 ✓
	$m_9 m_{11}$	10 - 1 ✓
3	$m_7 m_{15}$	- 111 ✓
	$m_{11} m_{15}$	1 - 11 ✓

Karşılaştı →

$m_0 m_1 m_8 m_9$	- 00 -	> $\overline{B}\overline{C}$
$m_0 m_8 m_1 m_9$	- 00 -	
$m_1 m_3 m_9 m_{11}$	- 0 - 1	> $\overline{B}D$
$m_1 m_9 m_3 m_{11}$	- 0 - 1	
$m_3 m_7 m_{11} m_{15}$	- - 11	> CD
$m_3 m_{11} m_7 m_{15}$	- - 11	

Adım 3 İkinci adımda karşılaştırmaya yaparken önce alt alta '1' olanları incele.

Eğer eşleşen yoksa eşleşmeyecektir.
on this column (in original method)

P.I	0	1	3	7	8	9	11	15
0 1 8 9	$\overline{B}\overline{C}$	X	X		X	X		
1 3 9 11	$\overline{B}D$		X	X		X	X	
3 7 11 15	CD			X	X		X	X

Essential Prime Implants

$$F = \overline{B}\overline{C} + CD$$

★ İkinci Adımda Eşleşmeyenleri Eklemeği unutmama