Digital Design — Lojik Devreler

Analog işaretten kodlanmış işarete → ADC , tersine → DAC

Soru 1) 0, 15 V kesintisiz değerler olan analog işaretin 100 mV.'.du
Yarlılıkla dönüştürülebilmesi için kaç bitlik adc gerekir? ↓
0.1 V

$\ast$ formül $= \log_2\left(\dfrac{\text{aralık}}{\text{duyarlılık}}\right)$, $\log_2\left(\dfrac{15}{0.1}\right) \Rightarrow \sim 7.23 \to 8$ bit
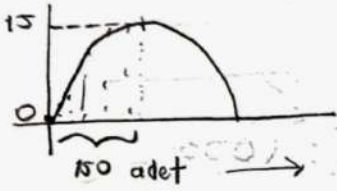
150 adet $\longrightarrow$ onu da 2'lik tabana çevirmek için logaritma kullanırız.

Soru 2) 4 bitlik DAC devresinin gerilim aralığı 0–6V. 0000 → 0V,
1111 → 6V'a düşecek şekilde tablo oluşturunuz.

8 4 2 1

$15 = \boxed{2^{bit} - 1}$, $\dfrac{6V}{15} = 0.4$ aralıklarla tablo yapılabilir.
(hassasiyet)

Sayı Sistemleri — Dönüşümler

Hexadecimal → 16   Octal → 8

Decimal 10. 11. 12, 13 .14, 15 $\longrightarrow$ A, B, C, D, E, F

Dönüşümler $(247)_{10} \to (?)_8 \to (?)_2$

$247 | \underline{10}$
$1 \quad \underline{123} | 2$
$\quad\quad 0 \quad \underline{61} | 2$
$\quad\quad\quad 1 \quad \underline{30} | 2$
$\quad\quad\quad\quad 0 \quad \underline{15} | 2$
$\quad\quad\quad\quad\quad 1 \quad \underline{7} | 2$
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad 1 \quad \underline{3} | 2$
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 1 \quad \underline{1}$

$\dfrac{3 \quad 6 \quad 7}{\underbrace{1 1 1}\; 0 \;\underbrace{1 1 1}}$
$4\,2\,1 \; 4\,2\,1 \quad 0 \quad 4\,2\,1$

$\Big(\underset{\downarrow\; 247 \;\downarrow}{1 1 1\, 0\, 1 1 1} \Big)_2$
$\quad\quad 15 \quad\quad 7$

$\longrightarrow (367)_8$

$\longrightarrow \left(\overset{16^1\; 16^0}{F\, 7} \right)_{16}$
↓
$15 \cdot 16^1 + F \cdot \dfrac{16^0}{1} = 247$

Sayı Sistemleri - Aritmetik İşlemler

Bire tümleyen ile Çıkarma: $(11001)_2 - (10011)_2$

$$\rightarrow 1' \rightarrow (01100)_2$$

$$\begin{array}{r} ① \;\; 11001 \\ + \;\; 01100 \\ \hline \boxed{1}00101 \end{array}$$

$(1001)_2$
$-(1101)_2$ → $\begin{array}{r} ⓪ \;\; 1001 \\ + \;\; 0010 \\ \hline 1011 \end{array}$

$\begin{array}{r} 00101 \\ + \qquad 1 \\ \hline (00110)_2 \end{array}$ ← **Eğer** ielde bir varsa sonuç pozitiftir. ve bosa eklenir.

Elde bir kalmadı. Sonuç negatiftir. → $-(0100)_2$
ters çevirilip bosa "−" eklenir.

İkiye tümleyen ile Çıkarma : $\begin{array}{r} 10100 \\ -10011 \end{array}$ → $1'$ $\begin{array}{r} 01100 \\ + \qquad 1 \\ \hline 01101 \end{array} \rightarrow 2''$ → $\begin{array}{r} 10100 \\ 01101 \\ \hline 1\,00001 \end{array}$

A Alternatif Yöntem

ilk gördüğün bir'e kadar olabilir Aynı şekilde yaz. birden sonrakileri ters çevir.

Elde bir kalmamışsa sonuç negatiftir. ← silinir. sonuç $(00001)_2$

Signed ye Unsigned'lerde Kullanılabilir. $(2'')$

~ Kodlama ~

BCO $\Longrightarrow (\underline{25})_{10} \rightarrow (0010 \;\; 0101)_2$
4 bit 4 bit

3 fazlalık ⟹ binary'e sırasıyla +3 ekle. $0 \rightarrow 0011$

$2 \rightarrow 0010$

Aiken kodu ⟹ $0 \rightarrow 0000$, $1 \rightarrow 0001$, $9 \rightarrow 1111$, $8 \rightarrow 1110$, $7 \rightarrow 1101$

Tümleyeni

Bitişik Kodlama ⟹

AB\CD	00	01	11	10
00	0	1	2	3
01	9			4
11	8			5
10	7			6

1 fark

Aradaki fark
"
Hamming uzaklığı.
"
'1'

0	0000	1f
1	0001	
2	0011	
3	0010	
4	0110	
5	1110	

9 0100
8 1100
7 1000
6 1010

→ Yansımalı

Gray Kodu ⟹

AB\CD	00	01	11	10
00	0	1	2	3
01	7	6	5	4
11	8	9	10	11
10	15	14	13	12

Her zaman geçişlerde bir fark var.
Birbirine komşu olmalı.
Komşuluk şartı.
↓
Bitişik olması.

0 3 12 15 köşeleri
↓ ↓ ↓ ↓
0 1 2 1

Arada 1 fark olması

Lojik Devre Temelleri – Diyagramlar ve İşlemler

AND = $f = A \cdot B$

Not $A \rightarrow f = \bar{A}$

OR = $f = A + B$

NOR $A \rightarrow f = \overline{A+B}$ [0 0 1]

NAND $f = \overline{A \cdot B}$
0 0	1
0 1	1
1 0	1
1 1	0

| 0 1 | 1 |
| X OR |
| 1 0 | 1 |

$A \rightarrow f = A \oplus B$
| 0 1 | 1 |
| 1 0 | 1 |

XNOR $f = \overline{A \oplus B}$
| 0 0 | 1 |
| 1 1 | 1 |

| X = Özel | , | XN = Aynı |

Venn Diyagramı →) ikisi de farklı olmalı   itisi de Aynı olmalı

$A + \bar{A} = 1$, $A \cdot \bar{A} = 0$; $1 + A = 1$, $1 \cdot A = A$; $0 + A = A$, $0 \cdot A = 0$
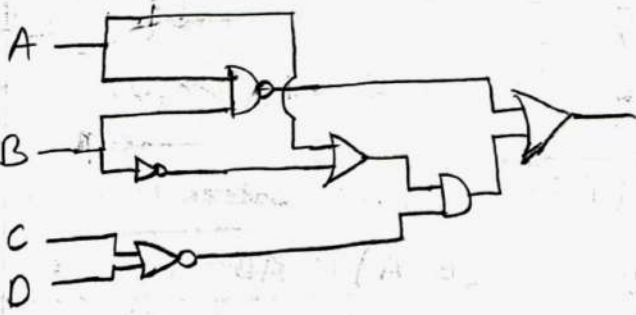
Soru 1) $Q = A \cdot B + B\bar{C}D$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.
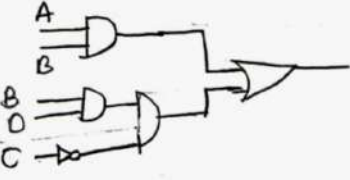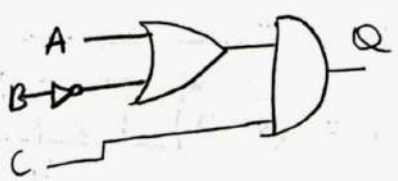

Soru 2) $Q = [A \cdot (\bar{B} + \bar{C})] + \overline{A \cdot B}$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.
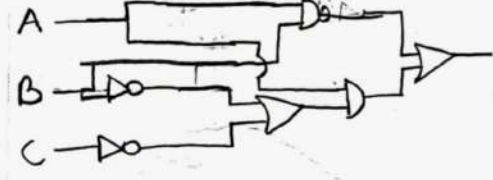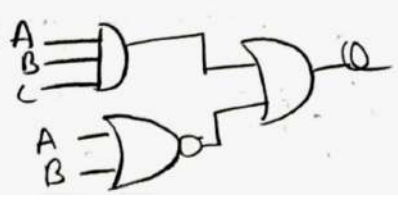

Soru 3) $Q = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + 0) + \overline{A \cdot B}$

Soru 4)

$Q = (A + \bar{B}) \cdot C$

$Q = (A \cdot B C) + (\overline{A + B})$

Soru 5)

Boole Cebri Aksiyom ve Teoremleri

Doğru kabul edilen → Aksiyom , ispatlanabilen → teorem

1- Dağılma özelliği ⇒ $a + b \cdot c = (a+b) \cdot (a \cdot c)$, $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$

2- Değişkende fazlalık ⇒ $a + a = a$, $a \cdot a = a$

3- Yutma özelliği ⇒ $a + a \cdot b = a$, $a \cdot (a+b) = a$

$f \begin{cases} \underset{0}{\overset{\sim}{0}} & \overset{\times}{\overset{0}{\underset{}{}}} \\ 1 & 1 \cdot 0 \end{cases}$

$\underset{1}{\underset{\sim}{a}} \cdot (\overset{1}{a} + b) = a$

$\underset{1}{\overset{1 \to 1}{}}$
$0 \cdot \cdot 0, 1 \to 0$
$\underset{0}{}$

4- De Morgan Kuralı ⇒ $(\overline{a+b}) = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \ldots$, $(\overline{a \cdot b \cdot c \ldots}) = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} \ldots$

5- $(a+b)(\bar{a}+c)(b+c) = (a+b)(\bar{a}+c)$, $a \cdot b + \bar{a} \cdot c + b \cdot c = ab + \bar{a}c$

6- $(a+b) \cdot (\bar{a}+c) = ac + \bar{a}b$, $ab + \bar{a}c = (a+c) \cdot (\bar{a}+b)$

$\hookrightarrow \underset{0}{a \cdot \bar{a}} + \underset{}{ac} + \bar{a}b + bc$

$\begin{matrix} & \overset{0 \, 0 \to 0}{\underset{01}{10}} & \overset{0 \, 0 \to 0}{\underset{11}{}} & \overset{0 \, 0 \to 0}{\underset{11 \to 1}{}} \\ & \underset{0}{\sim} & \underset{1_2}{\overset{0}{}} \underset{10}{\overset{01}{}} & \\ & 11 \quad 01 \quad 11 & & \\ & \underset{0}{\sim} & & \end{matrix}$ $\Big\}$ bc, etkisiz eleman

2

Soru 1) $f = A \cdot (\overline{B+C}) + \bar{A} + (\overline{B} \cdot C)$, $\bar{f} = ?$

$\bar{f} = \overline{A \cdot (\overline{B+C}) + \bar{A} + (\overline{B} \cdot C)} = \bar{A} + \overline{(\overline{B+C})} \cdot \bar{\bar{A}} \cdot \overline{(\overline{B} \cdot C)} = \bar{A} + (B+C) \cdot A \cdot (B+\bar{C})$

$= (A+B+C) \cdot (AB + A \cdot \bar{C})$

Soru 2) $f = \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z$, $\bar{f} = ?$

$\bar{f} = (\overline{\bar{X}YZ}) \cdot (\overline{\bar{X}\bar{Y}Z}) = (X + \bar{Y} + \bar{Z}) \cdot (X + Y + \bar{Z}) = \bar{f}$

Soru 3) $f = x(\bar{Y}\bar{Z} + YZ)$, $\bar{f} = ?$

$\bar{f} = \bar{X} + (\overline{\bar{Y}\bar{Z}} \cdot \overline{YZ}) = \bar{X} + (Y+Z) \cdot (\bar{Y} + \bar{Z})$

Soru 4) $Q = B \cdot C + B \cdot (C+A) + C(B+A)$ ifadesini sadeleştirin.

$BC + BC + AB + BC + AC = CBC + AB + AC = C(B+A) + AB$

Dualite Prensibi

$X(y+0) = X + (Y \cdot 1)$, $\bar{X} \cdot 1 + (\bar{y} \cdot z) = (\bar{X}+0) \cdot (\bar{Y}+z)$

Duali = Çarpım ve toplamların tersi
$+$
tersi demek değil! 1 ve 0'ların tersi

Circuit Optimization

Literal cost (L), Gate input cost (G), Gate input with nots cost (GN)

↳ Değişkenlerin sayısı => $f = BD + \bar{A}CB + A\bar{C}\bar{D}$, $L = 8$

Gate input cost $3 \rightarrow N$

↳ $f = \underbrace{BD} + \underbrace{\bar{A}.CB} + \underbrace{A\bar{C}\bar{D}}$ => $f + 3 + 3$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{3 \rightarrow G}$

$\overset{8}{\underset{G}{\downarrow}}\quad \overset{11}{\underset{}{\downarrow}}\quad \overset{14}{\underset{GN}{\downarrow}}$

→ A , B gibi
tekliler dahil edilmez!

__Örnek 1)__ $f = \dot{A} + \dot{B}\dot{C} + \bar{\bar{B}}\bar{C}$ $\cdot L = 5$ $GN = G + \square^2 = 9$
$\qquad G = 5 + \overset{2}{\triangle} = 7$

__Örnek 2)__ $f = \ddot{A}\ddot{B}\dot{C} + \bar{\bar{A}}\bar{\bar{B}}\bar{\bar{C}} = (\dot{A} + \dot{\bar{C}})(\bar{\bar{B}} + \dot{C})(\bar{\bar{A}} + \dot{B})$

$\underbrace{\qquad}_{GN = 11}$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{GN = 12}$

Same function, different design, different cost

A SOP, POS, Karnough maps

Proofs - Extra Theorems

Evaluation Order = Parentheses → Not → AND → OR

__Proof 1)__ $A + A.B = A \rightarrow A.1 + A.B \rightarrow A(\underbrace{1+B}_{1}) \rightarrow A.1 = \underline{A}$

__Proof 2)__ $AB + \bar{A}C + BC \rightarrow AB + \bar{A}C + 1.BC \rightarrow AB + \bar{A}C + (A+\bar{A}).BC \rightarrow AB + \bar{A}C + ABC$
$\boxed{AB + \bar{A}C} \leftarrow AB(\underbrace{1+C}_{1}) + \bar{A}C(\underbrace{1+B}_{1}) \leftarrow \underline{\bar{A}BC} +$

__Proof 3)__ $(\overline{A+B})C + A\bar{B} = \bar{B}(A+C)$
$= \bar{A}.\bar{B}.C + A\bar{B} = \bar{B}(\bar{A}C + A) = \bar{B}((\underbrace{\bar{A}+A}_{1}).(A+C)) = \bar{B}(A+C$

Useful Theorems

1) $X.Y + \bar{X}.Y = Y \rightarrow Y(\overbrace{X + \bar{X}}^{1})$ 1-b) $X = X + XY \rightarrow X(\overbrace{1+Y}^{1}) \rightarrow X$

2) $(X+Y).(\bar{X}+Y) = Y \rightarrow Y + \underbrace{X.\bar{X}}_{0}$ 2-b] $X.(X+Y) = X \rightarrow \overbrace{X.X}^{X} + X.Y \rightarrow X$
$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad X + XY \rightarrow X(\underbrace{1+Y}_{1}) = X$

3)
$X + \bar{X}.Y = X+Y \rightarrow (\underbrace{X+\bar{X}}_{1}).(X+Y) \rightarrow X+Y$

3-b) $X.(\bar{X}+Y) = X.Y \rightarrow \underbrace{X.\bar{X}}_{0} + X.Y \rightarrow X.Y$

$X.Y + \bar{X}.Y = Y(\overbrace{X+\bar{X}}^{1}) \rightarrow Y$

$(X+Y)(\bar{X}+Y) = Y + \underbrace{X.\bar{X}}_{} \rightarrow Y$

__Simplification__

Simplest → Lowest literals

☆ Not lowest cost ☆

Canonical Forms — Minterms, Maxterms

SoM $\rightarrow$ Sum of minterms, PoM $\rightarrow$ Product of maxterms

Minterms) AND , $2^n \rightarrow$ Variable count $\rightarrow$ minterms , XY , $X\bar{Y}$, $\bar{X}Y$, $\bar{X}\bar{Y}$

Maxterms) OR , 2^n , $X+Y$, $X+\bar{Y}$, $\bar{X}+Y$, $\bar{X}+\bar{Y}$

index	min	max
0	$\bar{X}\bar{Y}$	$X+Y$
1	$\bar{X}Y$	$X+\bar{Y}$
2	$X\bar{Y}$	$\bar{X}+Y$
3	$X\cdot Y$	$\bar{X}+\bar{Y}$

minterm $\rightarrow m$

$\begin{array}{cc} X & \bar{Y} \\ \downarrow & \downarrow \\ 1 & 0 \end{array}$

maxterm $\rightarrow M$

$\begin{array}{cc} X & +\bar{Y} \\ \downarrow & \downarrow \\ 0 & 1 \end{array}$

XYZ

$m_0 \rightarrow \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$, $M_0 \rightarrow X+Y+Z$

$m_6 \rightarrow XY\bar{Z}$, $M_0 \rightarrow \bar{X}+\bar{Y}+Z$

De Morgan) $M_2 = \bar{X}+Y = \overline{m_2} = X\cdot\bar{Y}$, $M_i = \overline{m_i}$, $m_i = \overline{M_i}$

Soru 1) $f_1 = m_1 + m_4 + m_7 \rightarrow \bar{X}\bar{Y}Z + X\bar{Y}\bar{Z} + XYZ$

Soru 2) $f_2(A,B,C,D,E) = m_2 + m_9 + m_{17} + m_{23}$

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D\bar{E} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}E + A\bar{B}\bar{C}D\bar{E} + A\bar{B}C D E$

Soru 3) $f_3 = M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6$

$F_3 = (X+Y+Z)\cdot(X+\bar{Y}+Z)\cdot(X+\bar{Y}+\bar{Z})\cdot(\bar{X}+Y+\bar{Z})\cdot(\bar{X}+\bar{Y}+Z)$

Soru 4) $f_4(A,B,C,D) = M_3 \cdot M_8 \cdot M_{11} \cdot M_{14}$

$F_4 = (A+B+\bar{C}+\bar{D})\cdot(\bar{A}+B+C+D)\cdot(\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D})\cdot(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D)$

☆ Yöntem $\Rightarrow$ Önce açılımı yaz. Sonrasında mintem ise boşlara ('0), '-' koy. maxterm is dolulara ('1'), '-' koy. (complement). ☆

Canonical SoM) $\longrightarrow$ Tabloda 1'e karşılık gelenler.

☆ Yöntem $\Rightarrow$ Önce fonksiyonu aç. Sonrasında tek kalanları $(v+\bar{v})$ ile AND'le.

ÖRNEK) $f = x + \bar{X}\bar{Y} \rightarrow X\underbrace{(Y+\bar{Y})}_{★} + \bar{X}\bar{Y} \rightarrow XY + X\bar{Y} + \bar{X}\bar{Y} \rightarrow m_3 + m_2 + m_0$

Soru) $f = A + \bar{B}C$

$A(B+\bar{B}) + (A+\bar{A})\cdot\bar{B}\cdot C \rightarrow AB + A\bar{B} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C \rightarrow ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A$

☆ Yöntem $\Rightarrow$ Kopyaları teke indirene kadar sil.

$ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C \rightarrow m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_1$

Shorthand SoM form) $\sum_m(1,4,5,6,7) = F$, $\bar{F} = \sum_m(0,2,3)$

Shorthand PoM form) $\prod_M(0,2,3) = f$, $\bar{F} = \prod_M(1,4,5,6,7)$

Canonical POM) $\longrightarrow$ Tabloda '0'a karşılık gelenler

★ Yöntem $\Rightarrow$ Önce fonksiyonu aç, sonrasında tek kalanları $(V.\bar{V})$ ile OR'la.

ÖRNEK) $f(x,y,z) = x + \bar{x}\bar{y}$

$x + \bar{x}\bar{y} = \underbrace{(x+\bar{x})}_{1}.(x+\bar{y}) = 1.(x+\bar{y}) = x+\bar{y} \longrightarrow$ Fonksiyonu Aç.

$x + \bar{y} + \underbrace{z.\bar{z}}_{\star} = (x+\bar{y}+z).(x+\bar{y}+\bar{z}) \longrightarrow (V.\bar{V})$ ile OR'la.

$f = M_2 . M_3$

Soru) $f(A,B,C) = A.\bar{C} + BC + \bar{A}.\bar{B}$

$(A.\bar{C} + BC + \bar{A}).(A\bar{C} + BC + \bar{B}) \longrightarrow x+yz = (x+y)(x+z) \longrightarrow$ Köşeye dağılım hamlesi

$(\bar{C}+BC+\bar{A}).(A\bar{C}+C+\bar{B}) \longrightarrow x+\bar{x}Y = x+Y \longrightarrow$ Yuva Bozan Hamlesi

$(\bar{C}+B+\bar{A}).(A+C+\bar{B}) \longrightarrow (\bar{A}+B+\bar{C}).(A+\bar{B}+C) \longrightarrow M_5 . M_2$

★ Yöntem $\Rightarrow$ Sayıların dışında kalanları yaz. $(2^n - 1$ 'e göre)

Function Complements) $f(x,y,z) = \sum_m (1,3,5,7)$

$\bar{f} = \sum_m (0,2,4,6)$, $\bar{f} = \prod_M (1,3,5,7)$, $f = \prod_M (0,2,4,6)$

STANDART FORMS) $SOP = ABC + \bar{A}\bar{B}C + B$ .... , $POS = (A+B).(A+B+\bar{C}).C$

no duplication
↑
fewer than 2^n inputs

Mixed (karışık) olanlar SOP veya POS değildir!

$(AB+C)(A+C)$? , $AB\bar{C} + AC(A+B)$?

Implementation) for 'n' variables $\Rightarrow$ n input AND Gates + Single OR Gate

---

Circuit Optimization

★ Reminder $\Rightarrow$ $f = \dot{A} + \ddot{B}\ddot{C} + \overset{=}{\bar{B}\bar{C}}$ .... $L = \bullet \leq 5$ $GN = \bullet + \Delta + \square = 9$
$G = \bullet + \Delta = 7$

Karnough Maps) $\rightarrow$ for SOP, POS, two level and/or circuits

each square $\rightarrow$ a minterm

Two Variable K-map)

X\Y	0	1
0	m_0 $\bar{x}\bar{y}$	m_1 $\bar{x}y$
1	m_2 $x\bar{y}$	m_3 xy

Example) $f(x,y) = x$

F=x	y=0	y=1
x=0	0	0
x=1	1	1

Example) $G(x,y) = x+y$

G=x+y	y=0	y=1
x=0	0	1
x=1	1	1

} bitişik 1'ler duplicate silinebilir.

G	y=0	y=1
x=0	0	1

G	x=0
x=0	0
x=1	1

Three Variable Maps

	$yz=00$	$yz=01$	$yz=11$	$yz=10$
$x=0$	m_0	m_1	m_3	m_2
$x=1$	m_4	m_5	m_7	m_6

Alternate 1

	$\bar{Y}$		Y	
$\bar{X}$	0	1	3	2
X	4	5	7	6
	$\bar{Z}$	Z	Z	$\bar{Z}$

Alternate 2

y

x $\backslash$ yz	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

z

Example 1

$f(x,yz) = \sum_m (2,3,4,5)$

y

0	1	3 1	2 1
4 1	5 1	7	6

X ... z

Example 2

$G(a,b,c) = \sum_m (3,4,6,7)$

Y

0	1	3 1	2
4 1	5	7 1	6 1

X ... z

★ Square Combination ★

1 alone square = 3 terms, xyz $\to 2^0 \to n$
2 bitisik squares = 2 terms (variable), $xy \to 2^1 \to n$
4 bitisik squares = 1 variable, $x \to 2^2 \to n$
8 bitisik squares = "1", 0 variable $\to 2^3 \to n$

Variable Account

bitisik 1'ler

$$K - \sqrt{n} = \text{terim sayısı}$$

Örnek) $f = \sum_m (2,3,6,7)$

$\bar{x}$				
			3 1	2 1
	4		5	7 1	6 1

$\bar{x}$ ... x ... $\bar{z}$ z $\bar{z}$

$f(x,y,z) = \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + xzy +$
$xy\bar{z}$
$= yz + y\bar{z} = y(\overbrace{z+\bar{z}}^{1}) = \underline{y}$

Örnek) $f(x,y,z) = \sum_m (1,2,3,5,7)$

0	1 1	3 1	2 1
	1	1	

x ... z

$$\boxed{z + \bar{x}y}$$

Soru) $F(x,y,z) = \sum_m (0,1,2,4,6,7)$

Y ... Y

0 1	1 1	3	2 1
4 1	5	7 1	6 1

$\bar{x}$ ... x ... $\bar{z}$ z $\bar{z}$

$\bar{x}\bar{z} + \bar{x}\bar{y} + xy$

Four Variable K-Maps

	$\bar{C}$		C		
	0	1	3	2	$\bar{B}$
$\bar{A}$	4	5	7	6	B
A	13	13	15	14	B
	8	9	11	10	$\bar{B}$
	$\bar{D}$	D	$\bar{D}$		

1 Alone square $\to$ 4 variable
2 bitisik $\to$ 3 variable
4 bitisik $\to$ 2 variable
8 bitisik $\to$ 1 variable
16 bitisik $\to$ 0 variable $\to$ "1"

$$\text{Formül} = K - \sqrt{n}$$
terim sayısı — bitisik 1 miktarı

Soru 1) $F(w, x, y, z) = \sum_m (0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15)$

$$X\bar{z} + \bar{x}\bar{z} + \bar{w}\, X\, z \quad (\text{fully simplified})$$

Soru 2) $f(a, b, c, d) = \sum_m (3, 4, 5, 7, 9, 13, 14, 15)$

ihtimaller
```
4 1 1 1 1
2 4 4 4 4  → 18 → cost
```
OR
```
* 2 2 2 2
  3 3 3 3  → 12 → cost
```

$$\rightarrow \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}C\overset{o}{D} + A\bar{C}\overset{\Delta}{D} + AB\overset{D}{C}$$

Systematic Simplification

implicant (üye) → 1'den fazla mintermi kaplayan dörtgen

Prime implicant (birincil üye) → 2^n olacak şekilde oluşabilecek maksimum miktarda mintermleri kaplayan dörtgen.

Essential Prime implicant (essiz) → Açıkta kalan mintermi kapsayan, zorunlu, alternatif-siz dörtgen.

Örnek)

Örnek)

Essentials
↓
$(1, 6)$

primes
↓
$(1, 2, 3, 4, 5, 6)$

Soru 1) PI?, $F(A, B, C, D) = \sum_m (0, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$

$$A + B'D' + B'C$$

Soru 2) $G(A,B,C,D) = \sum_m (0,2,3,4,7,12,13,14,15)$, $PI = ?$

$$\underset{\substack{12\,13\\14\,15}}{AB} + \underset{0\,4}{\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}} + \underset{3\,2}{\overline{A}\,\overline{B}\,C} + \underset{3\,7}{\overline{A}\,C\,D}$$

$$+ \underset{0\,2}{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}} + \underset{4\,12}{B\,\overline{C}\,\overline{D}} + \underset{7,15}{B\,C\,D}$$

$\rightarrow$ Essential

★ Her minterm'den en az bir tane
olması zorunlu.

Possibles

$f_1 = AB + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}\,C\,D + B\,\overline{C}\,\overline{D}$

$f_2 = AB + \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + BCD$

$f_3 = AB + \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + A'CD$

$f_4 = AB + \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + A'CD$

Five + Variable K-Maps

5'de 2 tane 4'lü
6'da 4 tane 4'lü
7'de 8 tane 4'lü $\Big\}$ $\dfrac{2^{n-4} \text{ Adet}}{4\text{'lü tablo}}$

5) $E = 0$ $E = 1$

ABCD   ABCD

More Examples

Duplicate minterms → D.m
→ 12, 13
only take one dm PI.

Essentials
0 2 8 10
8 9 12 13 $\Big\}$ 0.6
5, 13   S. 10
2, 6   E.m

E.m
6. _

E.PI
0 1 8 9
5 7 13 15
6 7

EPI
0 1 8 9
6 7 14 15

P I
8 9 12 13
12 13 14 15

Dont Cares - Kmap

if function is not using all the variables, we dont care codes that variables included. Dont Cares present with "x". (on table)

Example => (A,B,C,D) but inputs are only BCD, then 6 codes from (1010 to 1111) are not included (the ones A is '1')

Example => (A,B,C,Y) şeklinde bir fonksiyon, 'Z' girişine bağlı. Y, sadece ABC 111 olması durumunda '0' veya '1' değeri alabiliyor. Yani $Z = Y$. Bu durumda 7 kolanı 14 kombinasyon → dont care.

★ 'x' değerleri prime implicantlar tarafından alınmak zorunda değildir.

★ BCD → 9 = 1001
10 = 0001 0000
19 = 0001 1001

Örnek) BCD, "5 or more" → BCD'nin ≥ 5 olması gerek.

$F(W,X,Y,Z)$

| 0000 |
| 0001 |
| 0010 |
| 0011 |
| 0100 |

Treated as 0

8 1000 10 1101
9 1001 14 1110
10 1010 15 1111
11 1011
12 1100

Dont Care

dont care as '1' → $W + XZ + XY$
Cost $G = 7$

dont care as '0' → $\overline{W}X\overline{Y} + \overline{W}XZ + \overline{W}XY$
Cost $G = 12$

Multiple Level Optimization) ml → not two level , By applying transformations.

Factoring ⟹ Sop veya Pos'u normal fonksiyona dönüştürerek cost azaltma.

Decomposition ⟹ fonksiyonu başka fonksiyonlar cinsinden yazmak (yeni)

Substitution ⟹ fonksiyonu diğer fonksiyon cinsinden yazma
 ↳ Elimination ⟹ tersi, fonksiyonu teke düşürmek, diğer fonksiyonları çıkarmak

Extraction ⟹ Birden fazla fonksiyonu ortak bir fonksiyon ile yazmak
 ↳ toplamda sadece bir cost eklenir

Algebraic Factoring (Cebirsel))

$f = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + ABC + AC\bar{D}$ $G = 16$

$f = \bar{A}(\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}) + A(BC + C\bar{D})$ $G = 18$

$f = \bar{A}\bar{C}(\bar{D} + B) + AC(B + \bar{D})$ $G = 12$

$f = (\bar{A}\bar{C} + AC)(B + \bar{D})$ $G = 10$

Decomposition)

$f = E \cdot H$, $E = B + \bar{D}$, $H = \bar{A}C + AC$, $G = 10$

$f = (B + \bar{D}) \cdot (\bar{A}C + AC)$
$= \bar{A}BC + ABC + \bar{A}C\bar{D} + AC\bar{D}$, $G = 16$

Substution)

$E = B + \bar{D}$, $f = \bar{A}\bar{C}(B + \bar{D}) + AC(B + \bar{D})$, $G = 12$

$f = \bar{A}\bar{C}E + ACE$, $G = 10$

Elimination) $Z = \bar{A}B + C$, $G = 4$ ← yatır 2 level olması

$X = B + C$, $Y = A + B$, $Z = \bar{A}X + CY$, $G = 10$
$Z = \bar{A}(B + C) + C(A + B)$, $G = 10$
$Z = \bar{A}B + \bar{A}C + AC + BC$, $G = 12$ two level for optimization
G is increased but created Sop

Extraction)

$E = \bar{A}B\bar{D} + \bar{A}BD$ } $G = 16$
$H = \bar{B}C\bar{D} + BCD$ $G = 8$ $G = 8$ f ortak

$F = \bar{B}\bar{D} + BD$, $E = \bar{A}f$, $H = Cf$, $G = 10$

★ L, literal count → AND inputs
 + single OR input

★ G, Gate input cost → OR inputs + L

★ GN → + Not inputs + G

$E = \bar{A} \cdot f$ $G = 6$ } $= f$, $\bar{A}f$, Cf
 ↳ B
 D

A
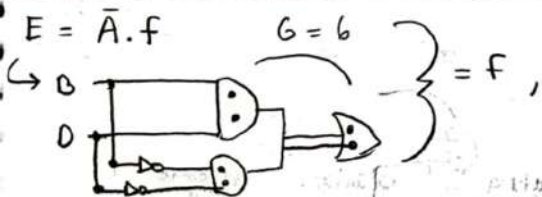
$\bar{A}f$, Cf
f ortak olarak kullanıldı → tek cost (6)
$G = 8$ $G = 8$ → toplam $G = 16 - f = 10$
   6

Shannons Theorem

Quine - McCluskey Tekniği

Example $F(A,B,C,D) = \sum_m (0,1,3,7,8,9,11,15)$

First Turn Decimals to binary and group.

0	0000	0
1	0001	1
3	0011	2
7	0111	3
8	1000	1
9	1001	2
11	1011	3
15	1111	4

$\xrightarrow{\text{Group}}$

0	m_0	0000	✓
1	m_1	0001	✓
	m_8	1000	✓
2	m_3	0011	✓
	m_9	1001	✓
3	m_7	0111	✓
	m_{11}	1011	✓
4	m_{15}	1111	✓

$\xrightarrow{\text{Karşılaştır}}$

$m_0 m_1$	000 -
$m_0 m_8$	-000
$m_1 m_3$	00-1
$m_1 m_9$	-001
$m_8 m_9$	100 -
$m_3 m_7$	0-11
$m_3 m_{11}$	-011
$m_9 m_{11}$	10-1
$m_7 m_{15}$	-111
$m_{11} m_{15}$	1-11

Second adım bitişik grupları ileriye doğru karşılaştır. Eşleşenlere tik at. Eşleşmeyenleri adım 3'e ilet. Karşılaştırılanları tekrar grupla.

0	$m_0 m_1$	000 -	✓
	$m_0 m_8$	-000	✓
1	$m_1 m_3$	00-1	✓
	$m_1 m_9$	-001	✓
	$m_8 m_9$	100 -	✓
2	$m_3 m_7$	0-11	✓
	$m_3 m_{11}$	-011	✓
	$m_9 m_{11}$	10-1	✓
3	$m_7 m_{15}$	-111	✓
	$m_{11} m_{15}$	1-11	✓

$\xrightarrow{\text{Karşılaştır}}$

$m_0 m_1 m_8 m_9$	-00 -	$\overline{B}\overline{C}$
~~$m_0 m_8 m_1 m_9$~~	~~-00-~~	
$m_1 m_3 m_9 m_{11}$	-0-1	$\overline{B}D$
~~$m_1 m_9 m_3 m_{11}$~~	~~-0-1~~	
$m_3 m_7 m_{11} m_{15}$	--11	CD
~~$m_3 m_{11} m_7 m_{15}$~~	~~--11~~	

Adım 3 İkinci adımda karşılaştırma yaparken önce alt alta '-' olanları incele. Eğer eşleşen yoksa eşleşmeyecektir.

on this column (in original method)

	P.I	0	1	3	7	8	9	11	15
0 1 8 9	$\overline{B}\overline{C}$	X	X			X	X		
1 3 9 11	$\overline{B}D$		X	X			X	X	
3 7 11 15	CD			X	X			X	X

> Essential prime impliments

$$F = \overline{B}\overline{C} + CD$$

$\longrightarrow$ ★ İkinci Adımda Eşleşmeyenleri Eklemeyi unutma