

# Lojistik Regresyon

- Şimdi ikili sınıflandırma problemine odaklanalım.
  - y yalnızca iki değer alabilir, 0 ve 1.
  - x, reel sayıların özelliklerinde bir vektörüdür,  $\langle x_1 \dots x_n \rangle$
- Y'nin ayrık değerli olduğu gerçeğini görmezden gelerek sınıflandırma problemine yaklaşabiliriz ve x verilen y'yi tahmin etmeye çalışmak için eski doğrusal regresyon algoritmasını kullanabiliriz.
  - Ancak,  $y \in \{0, 1\}$  olduğunu bildiğimizde  $f(x)$  'in 1'den büyük veya 0'dan küçük değerler alması mantıklı değil.
- Çıktı 0 veya 1 olması gerektiğinden,  $f(x)$  'i tahmin etmek için doğrudan doğrusal bir model kullanamayız.
- Ayrıca,  $P(C1 | x)$  olasılığını bulmak için  $f(x)$  'i kullanmak istiyoruz. Ona p diyelim.
- Olasılık p'nin olasılık günlüğünü(log) x girdisinin doğrusal bir fonksiyonu olarak modelleyeceğiz.

$$odds = \frac{p}{1-p}$$

$$\ln(odds \text{ of } p) = \ln(p/(1-p)) = \mathbf{w \cdot x}$$

If there is a 75% chance that it will rain tomorrow, then the odds of it raining tomorrow are 3 to 1.  
 $(3/4)/(1/4)=3/1$ .

- Logit fonksiyonu budur. I.e.  $\text{logit}(p) = \ln(p/(1-p))$
- Logit fonksiyonunun, yani lojistik fonksiyonun tersini uygulayarak, her iki tarafa da şunu elde ederiz:

$$\text{logit}^{-1}(\ln(p/(1-p))) = \text{sigmoid}(\ln(p/(1-p))) = p$$

- Bunu sağ tarafta(RHS) uygulayarak,

$$p = \text{logit}^{-1}(\mathbf{w \cdot x}) = 1 / (1 + e^{-\mathbf{w \cdot x}})$$

## Olasılık & Olasılık Oranı

Olasılık (Odds), değerleri 0 ile  $\infty$  aralığına sahiptir.

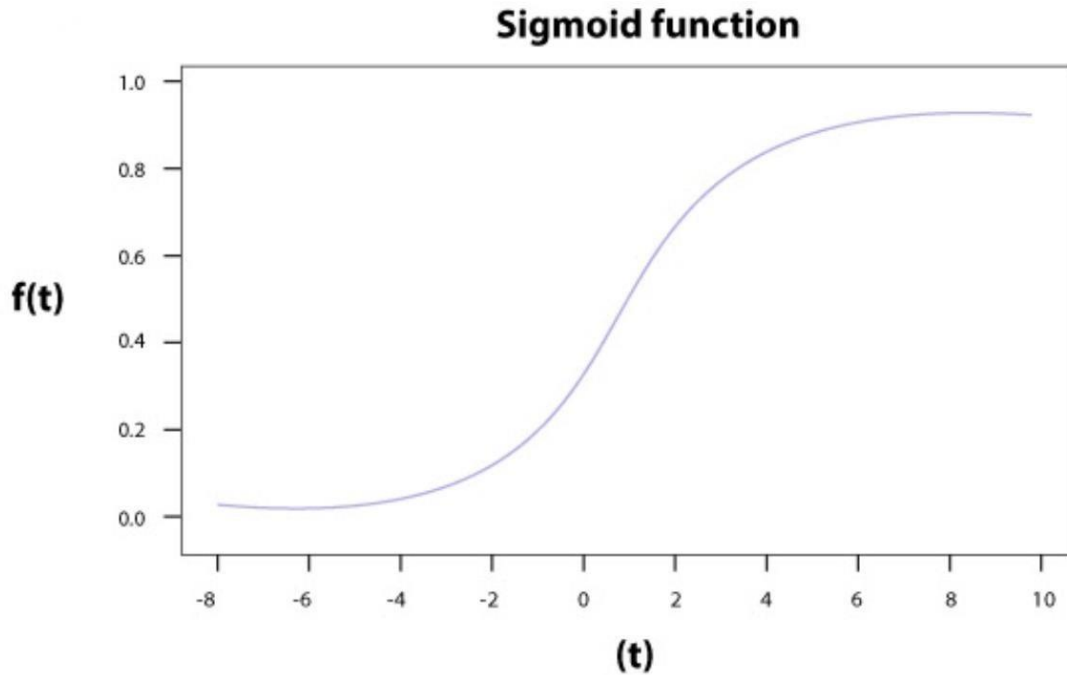
$$\ln(odds) = \ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = \ln(p) - \ln(1-p)$$

- Logit, oranların logu olarak tanımlanır ( $-\infty$  to  $+\infty$ )  
β.x büyüdükçe, p 1'e yaklaşır.  
β.x küçüldükçe, p 0'a yaklaşır.

## Sigmoid Fonksiyonu nedir?

Herhangi bir gerçek değeri alıp, 0 ile 1 arasında matematiksel bir fonksiyondur aynı zamanda grafikte "S" şeklini alır. Sigmoid fonksiyonu aynı zamanda lojistik fonksiyon(Logistic Function) olarak da adlandırılır.

$$Y = 1 / 1 + e^{-Z}$$



Dolayısıyla,  $z$ 'nin değeri pozitif sonsuza giderse,  $y$ 'nin tahmin edilen değeri 1 olur ve eğer negatif sonsuza giderse o zaman  $y$ 'nin tahmin edilen değeri 0 olur. Ve sigmoid fonksiyonunun sonucu 0,5'ten fazla ise o zaman bu etiketi 1. sınıf veya pozitif sınıf olarak sınıflandırırız ve 0.5'ten küçükse, negatif sınıfa sınıflandırabilir veya 0 sınıfı olarak değerlendirebiliriz.