

MIS 7 : Sujet d'étude n°2

Merwan Achibet
Université du Havre

1 Problème 1

1.1 Dates au plus tôt

$\frac{b_1}{1}$ n'a pas de prédécesseur donc $b_1 = 0$.

$\frac{b_2}{2}$ a un seul prédécesseur (1), donc $b_2 = b_1 + p_1 = 0 + 3 = 3$

$\frac{b_3}{3}$ a un seul prédécesseur (1), donc $b_3 = b_1 + p_1 = 0 + 3 = 3$

$\frac{b_4}{4}$ a un seul prédécesseur (1), donc $b_4 = b_1 + p_1 = 0 + 3 = 3$

$\frac{b_5}{5}$ a trois prédécesseurs (2, 3 et 4), on choisit parmi eux s tel que $b_s + p_s + c_{s5}$ soit maximum.

pour 2 : $b_2 + p_2 + c_{25} = 3 + 3 + 2 = 8$

pour 3 : $b_3 + p_3 + c_{35} = 3 + 5 + 3 = 11$

pour 4 : $b_4 + p_4 + c_{45} = 3 + 3 + 1 = 7$

on prend donc $s = 3$.

$$\begin{aligned} b_5 &= \max(b_s + p_s, \max_{i \in \text{PRED}(5) - \{s\}} (b_i + p_i + c_{i5})) \\ &= \max(3 + 5, \max(3 + 3 + 2, 3 + 3 + 1)) \\ &= 8 \end{aligned}$$

b_6

6 a deux prédécesseurs (3 et 4), on choisit parmi eux s tel que $b_s + p_s + c_{s6}$ soit maximum.

pour 3 : $b_3 + p_3 + c_{36} = 3 + 5 + 2 = 10$

pour 4 : $b_4 + p_4 + c_{46} = 3 + 3 + 1 = 7$

on prend donc $s = 3$.

$$\begin{aligned} b_6 &= \max(b_s + p_s, \max_{i \in \text{PRED}(6) - \{s\}} (b_i + p_i + c_{i6})) \\ &= \max(3 + 5, 3 + 3 + 1) \\ &= 8 \end{aligned}$$

b_7

7 a deux prédécesseurs (5 et 6), on choisit parmi eux s tel que $b_s + p_s + c_{s7}$ soit maximum.

pour 5 : $b_5 + p_5 + c_{57} = 8 + 4 + 1 = 13$

pour 6 : $b_6 + p_6 + c_{67} = 8 + 3 + 1 = 12$

on prend donc $s = 5$.

$$\begin{aligned} b_7 &= \max(b_s + p_s, \max_{i \in \text{PRED}(7) - \{s\}} (b_i + p_i + c_{i7})) \\ &= \max(8 + 4, 8 + 3 + 1) \\ &= 12 \end{aligned}$$

Au final, on obtient les bornes au plus tôt suivantes :

X	1	2	3	4	5	6	7
PRED(X)	0	3	3	3	8	8	12

1.2 Diagramme de Gantt

On construit un graphe critique contenant les arcs (i, j) tels que $b_i + p_i + c_{ij} > b_j$.

arc (1,2)

$b_1 + p_1 + c_{12} = 0 + 3 + 1 = 4 > b_2 = 3$ Donc on le conserve

arc (1,3)

$b_1 + p_1 + c_{13} = 0 + 3 + 2 = 5 > b_3 = 3$ Donc on le conserve

$$\frac{\text{arc } (1,4)}{b_1 + p_1 + c_{14}} = 0 + 3 + 1 > b_4 = 3 \text{ Donc on le conserve}$$

$$\frac{\text{arc } (2,5)}{b_2 + p_2 + c_{25}} = 3 + 3 + 2 = b_5 = 8 \text{ Donc on le conserve}$$

$$\frac{\text{arc } (3,5)}{b_3 + p_3 + c_{35}} = 3 + 5 + 3 > b_5 = 8 \text{ Donc on le conserve}$$

$$\frac{\text{arc } (3,6)}{b_3 + p_3 + c_{36}} = 3 + 5 + 2 > b_5 = 8 \text{ Donc on le conserve}$$

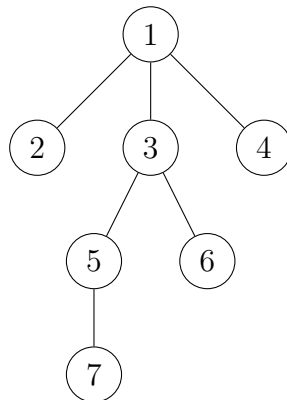
$$\frac{\text{arc } (4,5)}{b_4 + p_4 + c_{45}} = 3 + 3 + 1 < b_5 = 8 \text{ Donc on ne le conserve pas}$$

$$\frac{\text{arc } (4,6)}{b_4 + p_4 + c_{46}} = 3 + 3 + 1 < b_6 = 8 \text{ Donc on ne le conserve pas}$$

$$\frac{\text{arc } (5,7)}{b_5 + p_5 + c_{57}} = 8 + 4 + 1 > b_7 = 12 \text{ Donc on le conserve}$$

$$\frac{\text{arc } (6,7)}{b_6 + p_6 + c_{67}} = 8 + 3 + 1 = b_7 = 12 \text{ Donc on ne le conserve pas}$$

Le graphe critique est donc :



À partir du graphe critique, on obtient le diagramme de Gantt suivant :

Ordonnancement optimal														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P1	1		2											
P2	1		3					5				7		
P3	1		3					6						
P4	1		4											

2 Problème 2