

# Simulation physique de corps rigides avec interaction

Merwan Achibet  
Université du Havre, 2011

# Moteur physique ?

Moteur physique : système de simulation mécanique

Industrie, science, cinéma précis, lents

Jeu vidéo, réalité virtuelle approximatifs, temps réel

Ce projet :

- ▶ Moteur physique de base
- ▶ Corps rigides
- ▶ Corps convexes
- ▶ Temps réel

# Étude de cas

## 1. La chute

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \sum_i \vec{F}_i$$

## 2. Le rebond

$$\vec{v}_1 = \gamma \vec{v}_2$$

## 3. Le repos

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

$$\vec{F}_{A/B} + \vec{F}_{B/A} = 0$$

# Modules

Différentes tâches :

- ▶ Dynamique
  - ▶ Composante linéaire
  - ▶ Composante angulaire
- ▶ Gestion des collisions
  - ▶ Détection
  - ▶ Correction
  - ▶ Réponse

# La composante linéaire

Entrée Forces environnementales

Sortie Changement de position

$$\vec{v} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}$$



$$\vec{p} = \int \vec{v} \partial t$$

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

$$\vec{v} = \int \vec{a} \partial t$$

# Intégration approximée

Intégration d'Euler :

$$x_{n+1} = x_n + x' \partial t$$

Appliquée à nos besoins :

$$\vec{a}_{t+\partial t} = \frac{1}{m} \sum_i \vec{F}_i$$

$$\vec{v}_{t+\partial t} = \vec{v}_t + \vec{a}_{t+\partial t} \partial t$$

$$\vec{p}_{t+\partial t} = \vec{p}_t + \vec{v}_{t+\partial t} \partial t$$

# Simplification grâce à l'élan linéaire

L'élan linéaire :

$$\vec{L} = m\vec{v} \qquad \sum_i \vec{F}_i = \frac{\partial \vec{L}}{\partial t} = \frac{\partial(m\vec{v})}{\partial t}$$

La nouvelle intégration :

$$\vec{L}_{t+\partial t} = \vec{L}_t + \sum_i \vec{F}_i \partial t$$

$$\vec{p}_{t+\partial t} = \vec{p}_t + \frac{1}{m} \vec{L}_{t+\partial t} \partial t$$

# Modélisation d'un corps

OK pour une particule, mais un objet plus complexe ?

Une particule = un sommet Non

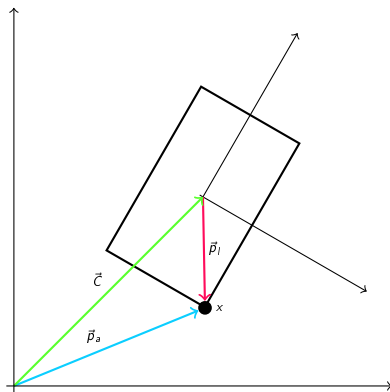
Une unique particule judicieusement placée Oui, le centre de masse

$$\vec{C} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{p}_i$$



# Le centre de masse

Centre de masse = origine du repère local



$$\vec{p}_l = \vec{p}_a - \vec{C}$$

# La composante angulaire

Il manque quelque chose... Les rotations !

**Orientation** Une matrice : un vecteur colonne = un axe du repère local

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Élan angulaire** Analogie à l'élan linéaire

$$\vec{A}_{t+\partial t} = \vec{A}_n + \sum_i \vec{\tau}_i \quad \vec{\tau}_i = (\vec{x} - \vec{C}) \times \vec{F}_i$$

# Quantités auxiliaires

Passage de l'élan à la nouvelle orientation moins direct.

Tenseur d'inertie local

Tenseur d'inertie absolu

$$I_a = R I_l^t R$$

# Intégration

$$\vec{A}_{t+\partial t} = \vec{A}_t + \sum_i \vec{\tau}_i$$

$$I_a = R_t I_l^t R_t$$

$$\vec{\omega} = I_a^{-1} \vec{A}_{t+\partial t}$$

$$R_{t+\partial t} = R_t + \vec{\omega}^* R_t \partial t$$

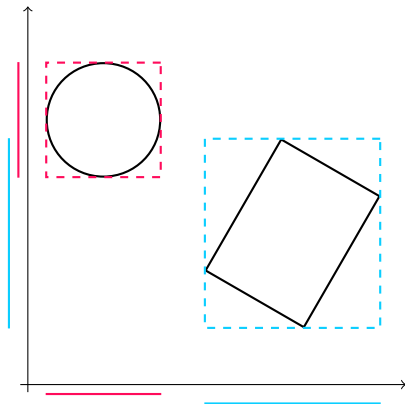
# Deux niveaux de précision

On teste les collisions entre paires de corps :  $\frac{n(n-1)}{2}$  tests

Beaucoup de tests, on veut accélérer le processus.

1. Détection grossière Économique, faux positif possible
2. Détection fine Précise, plus coûteuse

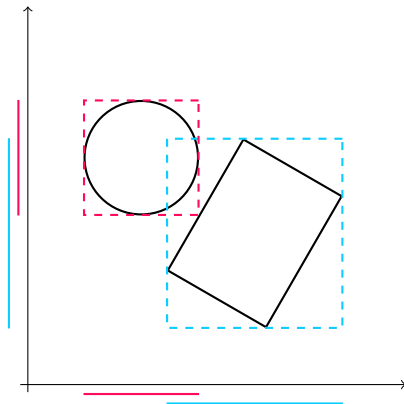
# Détection grossière



**Boîte englobante** Contient tous les sommets, donc tous les points

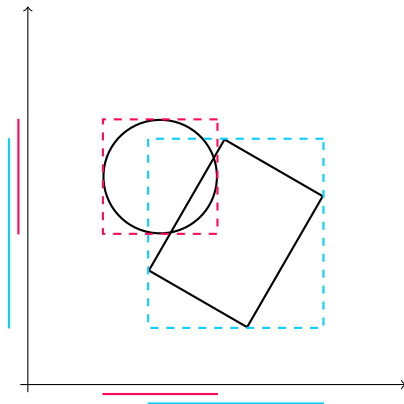
**SAT** Test rapide de collision entre boîtes

# Détection grossière



Faux positif La détection fine invalidera le résultat

# Détection grossière



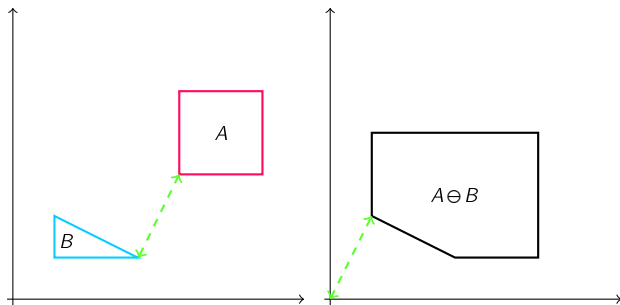
Collision détectée La détection fine validera le résultat



# Détection fine I

Somme de Minkowski  $A \oplus B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$

Différence de Minkowski  $A \ominus B = A \oplus (-B)$



**Particularité** la plus petite distance de la différence de Minkowski à l'origine est la plus petite distance entre les corps  $A$  et  $B$

## Détection fine II

Comment calculer la plus petite distance entre  $M$  et l'origine ?

**Algorithme GJK** Expansion d'un simplex aléatoire jusqu'à ce qu'il contienne le point le plus proche de l'origine.

Simplex

- 0 Sommet
- 1 Arête
- 2 Triangle
- 3 Tétraèdre

## Détection fine III

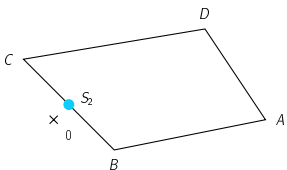
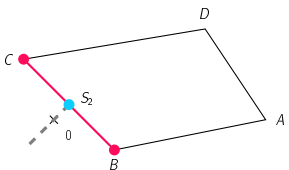
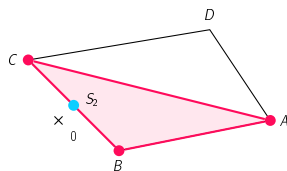
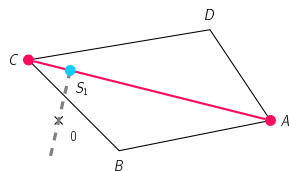
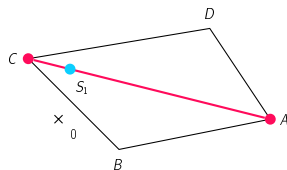
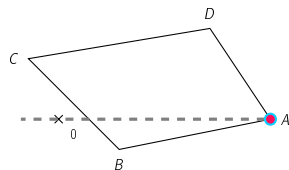
Comment guider la recherche ?

Fonction de support  $S(\vec{d})$

Renvoie le sommet de  $M$  le plus extrême dans la direction  $\vec{d}$ .

Avantage  $S_{A \ominus B}(\vec{d}) = S_A(\vec{d}) - S_B(-\vec{d})$  Inutile de calculer explicitement la différence de Minkowski !

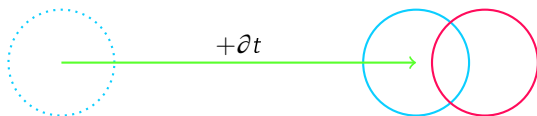
# détection fine IV



# Correction I

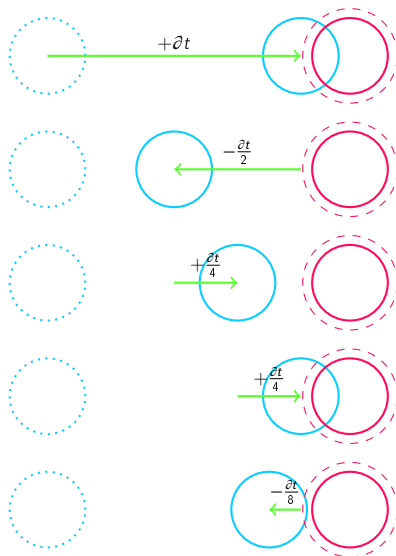
Intégration d'Euler Simulation discrète, pas de temps fixe

Problème Les collisions sont toujours pénétrantes



Solution Intégrer en arrière, par dichotomie

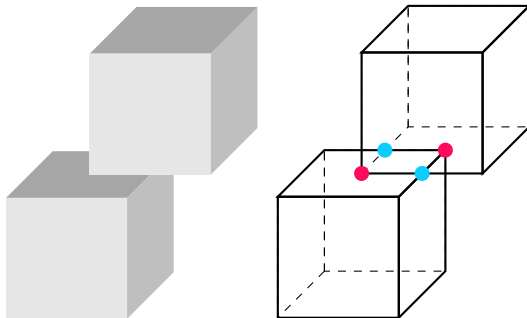
# Correction II



# Réponse 1

Corps rigide Défini par sommets, arêtes et faces

On s'intéresse uniquement aux contacts sommet-face et arête-arête.



## Réponse II

Un *contact* :

- ▶ Position
- ▶ Normale
- ▶ Temps

À chaque contact, une *impulsion* :

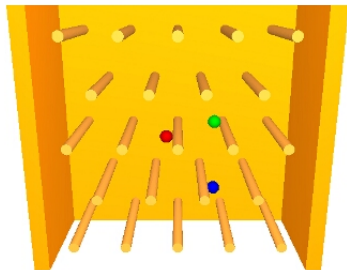
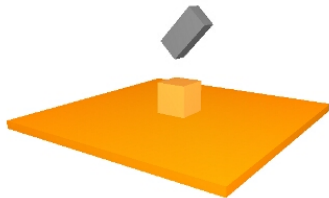
$$J = \vec{n} \frac{-(1 + \varepsilon)v_r}{\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} + \vec{n}(l_A^{-1}(\vec{r}_A \times \vec{n})) \times \vec{r}_A + (l_B^{-1}(\vec{r}_b \times \vec{n})) \times \vec{r}_B}$$



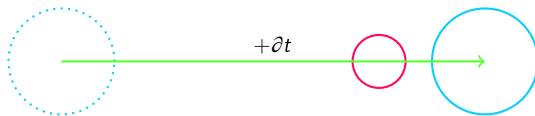
# Algorithme principal

# Algorithme principal amélioré

# Démonstrations



# Tunneling



Un effet négatif de l'intégration discrète

Les corps se traversent mais aucune collision n'est détectée !

# Tunneling



Solution : le lancer de rayons

Les corps se traversent mais aucune collision n'est détectée !

# Tunneling



Solution : Boîtes englobantes sur les trajectoires  
Les corps se traversent mais aucune collision n'est détectée !

# Conclusion