



- ① Prolégomènes
- ② Modélisation de programmes et de systèmes logiciels
- ③ Modélisation relationnelle

- 1 Prolégomènes
- 2 Modélisation de programmes et de systèmes logiciels
- 3 Modélisation relationnelle

## ① Prolégomènes

## ② Modélisation de programmes et de systèmes logiciels

## ③ Modélisation relationnelle



- ▶  $\mathcal{R}$  : exigences du système.

- ▶  $\mathcal{R}$  : exigences du système.
- ▶  $\mathcal{D}$  : domaine du problème.

- ▶  $\mathcal{R}$  : exigences du système.
- ▶  $\mathcal{D}$  : domaine du problème.
- ▶  $\mathcal{S}$  : système répondant aux spécifications.



- ▶  $\mathcal{R}$  : exigences du système.
- ▶  $\mathcal{D}$  : domaine du problème.
- ▶  $\mathcal{S}$  : système répondant aux spécifications.

$\mathcal{D}, \mathcal{S}$  SATISFAIT  $\mathcal{R}$

- ▶  $\mathcal{R}$  : exigences du système.
- ▶  $\mathcal{D}$  : domaine du problème.
- ▶  $\mathcal{S}$  : système répondant aux spécifications.

$\mathcal{D}, \mathcal{S}$  SATISFAIT  $\mathcal{R}$

- ▶  $\mathcal{R}$  : pre/post.
- ▶  $\mathcal{D}$  : entiers, réels, ...
- ▶  $\mathcal{S}$  : code, procédure, programme, ...

A program  $P$  satisfies a (pre,post) contract :

- ▶  $P$  transforms a variable  $v$  from initial values  $v_0$  and produces a final value  $v_f : v_0 \xrightarrow{P} v_f$
- ▶  $v_0$  satisfies pre :  $\text{pre}(v_0)$  and  $v_f$  satisfies post :  $\text{post}(v_0, v_f)$
- ▶  $\text{pre}(v_0) \wedge v_0 \xrightarrow{P} v_f \Rightarrow \text{post}(v_0, v_f)$
- ▶  $\mathbb{D}$  est le domaine RTE de  $V$

requires  $\text{pre}(v_0)$   
 ensures  $\text{post}(v_0, v_f)$   
 variables  $X$

```
begin
  0 :  $P_0(v_0, v)$ 
  instruction0
  ...
  i :  $P_i(v_0, v)$ 
  ...
  instructionf-1
  f :  $P_f(v_0, v)$ 
end
```

- ▶  $\text{pre}(v_0) \wedge v = v_0 \Rightarrow P_0(v_0, v)$
- ▶  $\text{pre}(v_0) \wedge P_f(v_0, v) \Rightarrow \text{post}(v_0, v)$
- ▶ For any pair of labels  $\ell, \ell'$  such that  $\ell \longrightarrow \ell'$ , one verifies that, pour any values  $v, v' \in \text{MEMORY}$ 

$$\left( \begin{array}{l} \text{pre}(v_0) \wedge P_\ell(v_0, v) \\ \wedge \text{cond}_{\ell, \ell'}(v) \wedge v' = f_{\ell, \ell'}(v) \end{array} \right) \Rightarrow P_{\ell'}(v_0, v')$$
- ▶ For any pair of labels  $m, n$  such that  $m \longrightarrow n$ , one verifies that,  $\forall v, v' \in \text{MEMORY} :$ 


$$\text{pre}(v_0) \wedge P_m(v_0, v) \Rightarrow \text{DOM}(m, n)(v)$$



## Example of an annotation

---

```
VARIABLES  $X$   
REQUIRES ...  
ENSURES ...  
WHILE  $0 < X$  DO  
     $X := X - 1$ ;  
OD;
```



\_\_\_\_\_

 $\rightarrow \rightarrow$

## Example of an annotation

---

```
VARIABLES  $X$   
REQUIRES ...  
ENSURES ...  
WHILE  $0 < X$  DO  
   $X := X - 1$ ;  
OD;
```

→ → →

\_\_\_\_\_



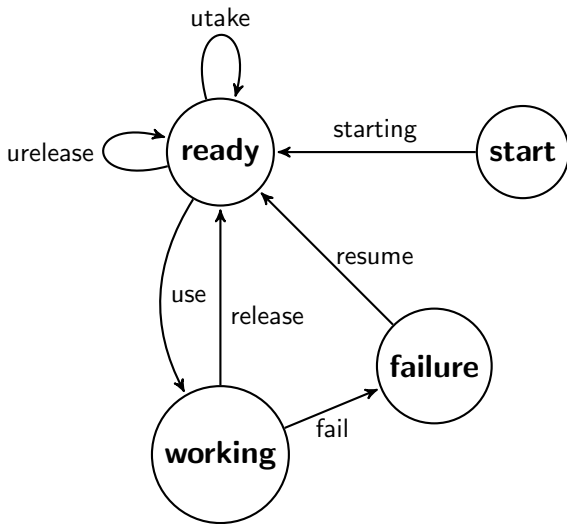
→ → → →

Modélisation, spécification et vérification  
CM1 (19 novembre 2024) (Dominique Méry)

① Prolégomènes

② Modélisation de programmes et de systèmes logiciels

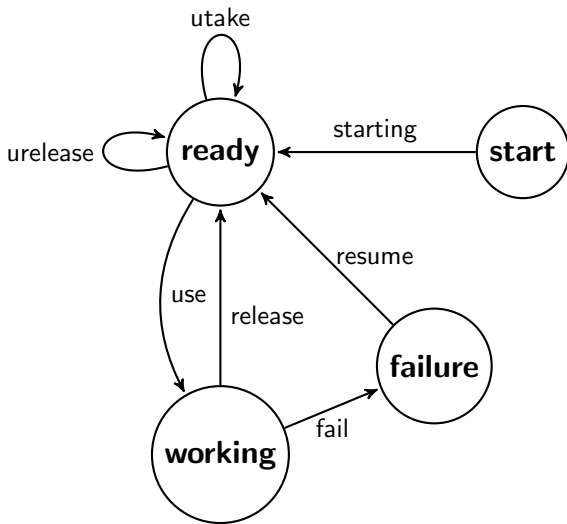
③ Modélisation relationnelle



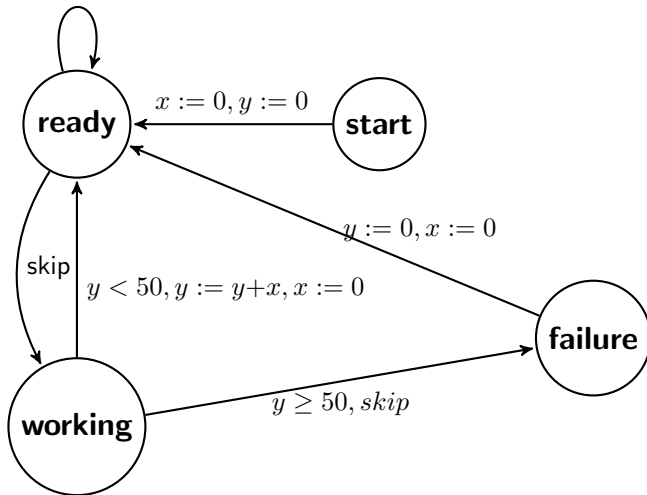
```
ℓ0[Q := 0];  
ℓ1[R := X];  
IF ℓ5[Y > 0]  
    WHILE ℓ2[R ≥ Y]  
        ℓ3[Q := Q+1];  
        ℓ4[R := R-Y]  
    ENDWHILE  
ELSE  
    ℓ6[skip]  
ENDIF
```



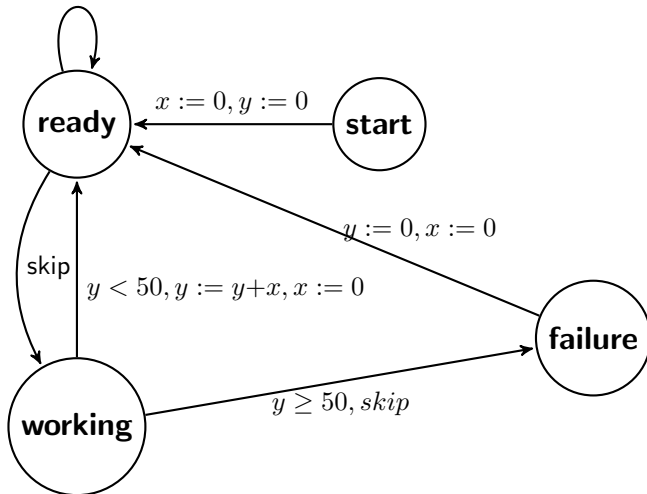
- ▶ Un automate a des états de contrôle : compteur ordinal d'un programme
- ▶ Un automate a des étiquettes : événements, actions, ...
- ▶ Un automate peut aussi avoir des variables explicites qui sont modifiées par des actions
- ▶ Un automate décrit des exécutions possibles qui sont des chemins suivant les informations de l'automate.



$x \leq 5, x := x+1$



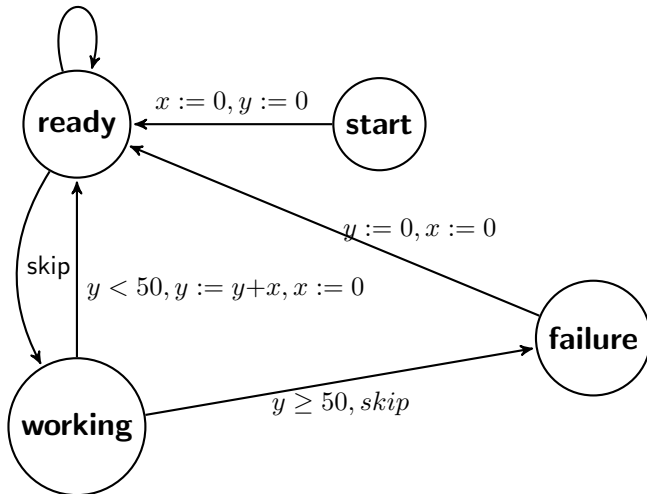
$x \leq 5, x := x+1$



► **safety1** :  $0 \leq x \leq 5$

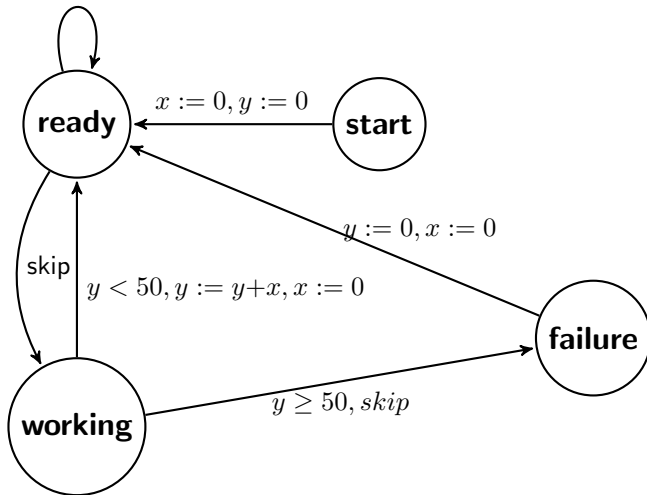


$x \leq 5, x := x+1$



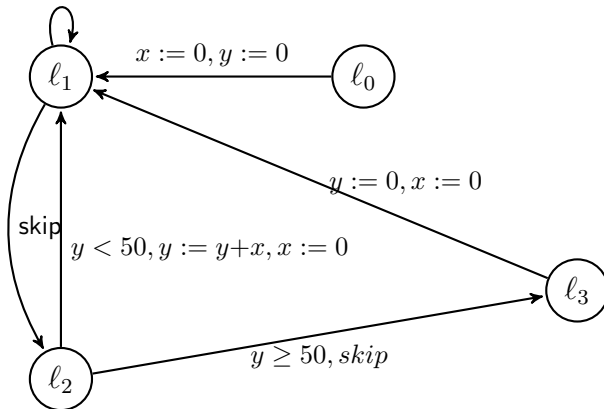
► **safety1** :  $0 \leq x \leq 5$  et ...

$x \leq 5, x := x+1$

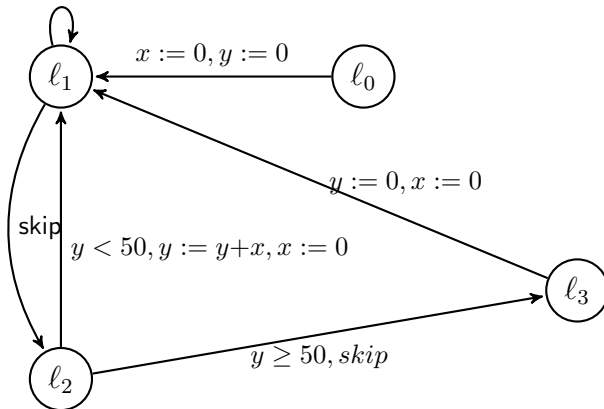


► **safety1** :  $0 \leq x \leq 5$  et ... **safety2** :  $0 \leq y \leq 56$

$x \leq 5, x := x+1$

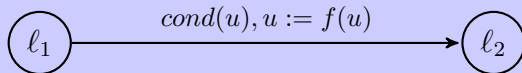


$x \leq 5, x := x+1$

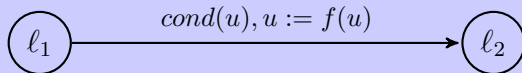


- ▶  $safety1 : 0 \leq x \leq 5$  et  $safety2 : 0 \leq y \leq 56$
- ▶  $skip = x := x, y := y$
- ▶  $skip = TRUE, x := x, y := y = TRUE, skip$

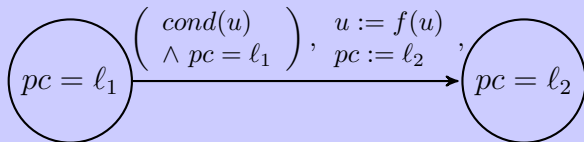
### Transition entre deux états de contrôle



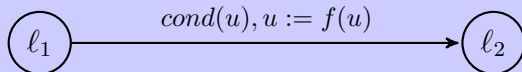
### Transition entre deux états de contrôle



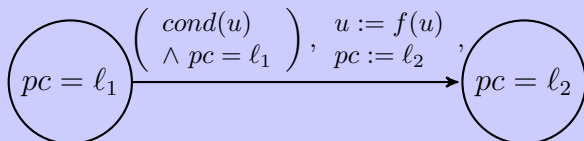
### Transition entre deux états de contrôle



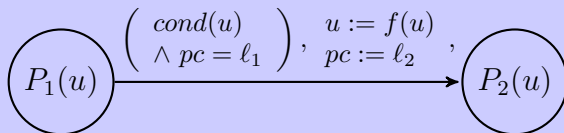
### Transition entre deux états de contrôle



### Transition entre deux états de contrôle



### Transition entre deux prédicats



① Prolégomènes

② Modélisation de programmes et de systèmes logiciels

③ Modélisation relationnelle



Un modèle relationnel  $\mathcal{MS}$  pour un système  $\mathcal{S}$  est une structure

$$(Th(s, c), X, \text{VALS}, \text{Init}(x), \{r_0, \dots, r_n\})$$

où

- ▶  $Th(s, c)$  est une théorie définissant les ensembles, les constantes et les propriétés statiques de ces éléments.
- ▶  $X$  est une liste de variables flexibles.
- ▶  $\text{VALS}$  est un ensemble de valeurs possibles pour  $X$ .
- ▶  $\{r_0, \dots, r_n\}$  est un ensemble fini de relations reliant les valeurs avant  $x$  et les valeurs après  $x'$ .
- ▶  $\text{Init}(x)$  définit l'ensemble des valeurs initiales de  $X$ .
- ▶ la relation  $r_0$  est la relation  $Id[\text{VALS}]$ , identité sur  $\text{VALS}$ .

.....

### ☒ Definition

Soit  $(Th(s, c), X, VALS, Init(x), \{r_0, \dots, r_n\})$  un modèle relationnel d'un système  $\mathcal{S}$ . La relation Next associée à ce modèle est définie par la disjonction des relations  $r_i$  :

$$Next \stackrel{def}{=} r_0 \vee \dots \vee r_n$$

.....

pour une variable  $x$ , nous définissons les valeurs suivantes :

- ▶  $x$  est la valeur courante de la variable  $X$ .
- ▶  $x'$  est la valeur suivante de la variable  $X$ .
- ▶  $x_0$  ou  $\underline{x}$  sont la valeur initiale de la variable  $X$ .
- ▶  $\overline{x}$  ou  $x_f$  est la valeur finale de la variable  $X$ , quand cette notion a du sens.

.....

### ☒ Definition(assertion)

Soit  $(Th(s, c), X, VALS, Init(x), \{r_0, \dots, r_n\})$  un modèle relationnel  $M$  d'un système  $\mathcal{S}$ . Une propriété  $A$  est une propriété assertionnelle de sûreté pour le système  $\mathcal{S}$ , si

$$\forall x_0, x \in VALS. Init(x_0) \wedge Next^*(x_0, x) \Rightarrow A(x).$$

.....

.....

### ☒ Definition(relation)

Soit  $(Th(s, c), X, VALS, Init(x), \{r_0, \dots, r_n\})$  un modèle relationnel  $M$  d'un système  $\mathcal{S}$ . Une propriété  $R$  est une propriété relationnelle de sûreté pour le système  $\mathcal{S}$ , si

$$\forall x_0, x \in VALS. Init(x_0) \wedge Next^*(x_0, x) \Rightarrow R(x_0, x).$$

.....

