

① Election

Problème de l'élection

② Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

③ Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

④ Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

Section Courante

1 Election

1

Problème de l'élection

2 Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

3 Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

Etat courant

1 Election

Problème de l'élection

2 Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

3 Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

- Un algorithme d'élection dun leader satisfait les propriétés suivantes :
 - ▶ Chaque processus ou site du réseau exécute le même algorithme.
 - ▶ L'algorithme est décentralisé : le calcul peut être initialisé par un sous-ensemble arbitraire de processus
 - ▶ L'algorithme atteint une configuration terminale pour chaque calcul et dans toute configuration terminale accessible, il n'y a qu'un seul processus dans l'état de savoir qu'il est leader et tous les autres savent qu'ils ne sont pas leader c'est-à-dire perdus.
- Algorithmes considérés
 - ▶ Algorithme de LeLann et Chang et Roberts (anneau)
 - ▶ Algorithme IEEE 1394 (arborescence)

Problème de l'élection d'un leader

- Les sites d'un réseau n'ont pas conscience des autres sites non connectés à eux.
- Chaque site a une connaissance locale
- Organiser des calculs dans un réseau nécessite de coordonner les calculs : besoin d'un leader.
- Calculs répartis par ondelettes

Algorithme de LeLann

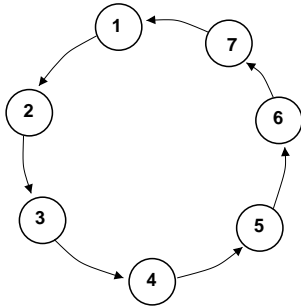
- Un ensemble de nœuds connectés en anneau
- Un sous-ensemble des nœuds est appelé l'ensemble des **candidats** à l'élection
- Chaque candidat maintient un ensemble de valeurs reçues des autres nœuds.
- Si un nœud reçoit le jeton d'un autre nœud et qu'il n'est pas candidat, il ne peut plus être candidat et passe le jeton à son voisin.
- Quand un nœud a reçu son jeton envoyé, il regarde s'il est le jeton de numéro le plus petit et il est élu.

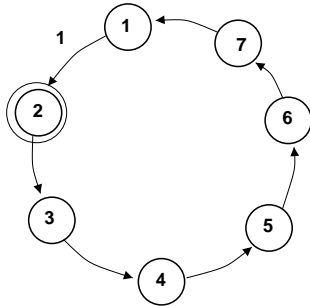
Algorithme de Chang et Roberts

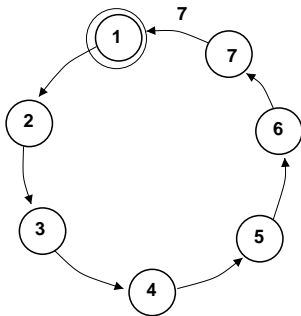
- Un ensemble de nœuds connectés en anneau
- Un sous-ensemble des nœuds est appelé l'ensemble des candidats à l'élection
- Si un nœud candidat reçoit un jeton plus petit que son jeton, il passe le jeton et se déclare perdu, sinon il garde le jeton.
- Si un nœud reçoit le jeton d'un autre nœud et qu'il n'est pas candidat, il ne peut plus être candidat et passe le jeton à son voisin.
- Quand un nœud a reçu son jeton envoyé, il est élu.

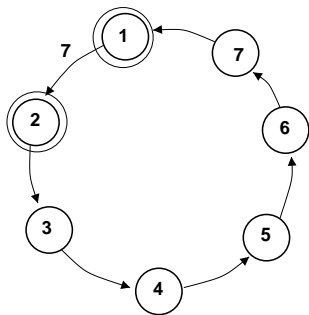
Algorithme LRC Chang et Roberts

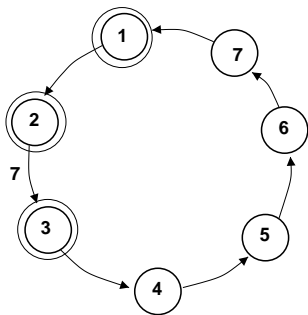
- Un réseau en anneau comporte des nœuds ayant un numéro différent.
- Un des nœuds est le maximum du réseau
- Le processus d'élection transmet un jeton avec une valeur mise à jour à chaque nœud.

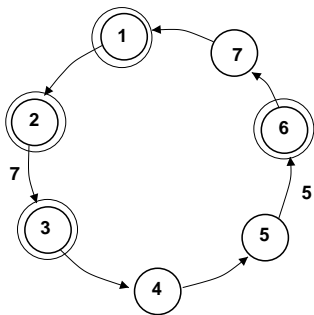


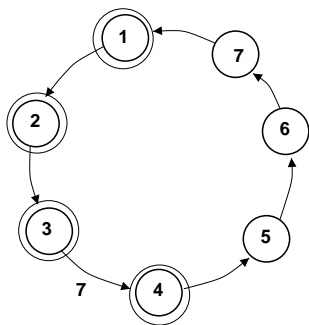


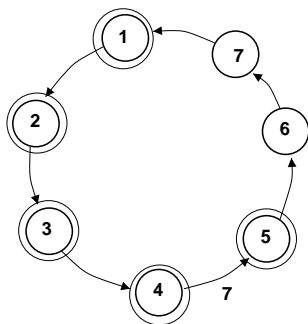












Algorithme LCR

- Seul le nœud de numéro maximal sera élu leader
- Les nœuds de numéro minimal restent dans l'état inconnu

① Election

Problème de l'élection

]

② Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe
acyclique

③ Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

④ Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et

Lamport

Etat courant

1 Election

Problème de l'élection

② Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

3 Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

- Un algorithme d'élection dun leader satisfait les propriétés suivantes :
 - ▶ Chaque processus ou site du réseau exécute le même algorithme.
 - ▶ L'algorithme est décentralisé : le calcul peut être initialisé par un sous-ensemble arbitraire de processus
 - ▶ L'algorithme atteint une configuration terminale pour chaque calcul et dans toute configuration terminale accessible, il n'y a qu'un seul processus dans l'état de savoir qu'il est leader et tous les autres savent qu'ils ne sont pas leader c'est-à-dire perdus.
- Algorithmes considérés
 - ▶ Algorithme de LeLann et Chang et Roberts (anneau)
 - ▶ Algorithme IEEE 1394 (arborescence)

Problème de l'élection d'un leader

- Les sites d'un réseau n'ont pas conscience des autres sites non connectés à eux.
- Chaque site a une connaissance locale
- Organiser des calculs dans un réseau nécessite de coordonner les calculs : besoin d'un leader.
- Calculs répartis par ondelettes

Algorithme de LeLann

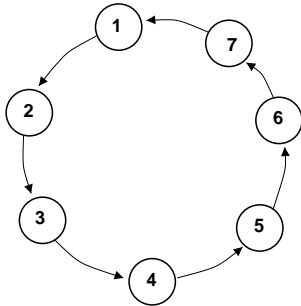
- Un ensemble de nœuds connectés en anneau
- Un sous-ensemble des nœuds est appelé l'ensemble des **candidats** à l'élection
- Chaque candidat maintient un ensemble de valeurs reçues des autres nœuds.
- Si un nœud reçoit le jeton d'un autre nœud et qu'il n'est pas candidat, il ne peut plus être candidat et passe le jeton à son voisin.
- Quand un nœud a reçu son jeton envoyé, il regarde s'il est le jeton de numéro le plus petit et il est élu.

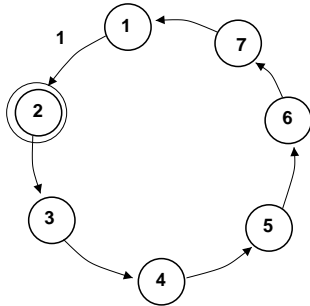
Algorithme de Chang et Roberts

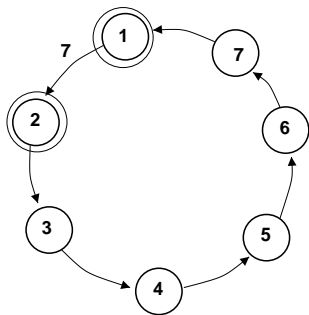
- Un ensemble de nœuds connectés en anneau
- Un sous-ensemble des nœuds est appelé l'ensemble des candidats à l'élection
- Si un nœud candidat reçoit un jeton plus petit que son jeton, il passe le jeton et se déclare perdu, sinon il garde le jeton.
- Si un nœud reçoit le jeton d'un autre nœud et qu'il n'est pas candidat, il ne peut plus être candidat et passe le jeton à son voisin.
- Quand un nœud a reçu son jeton envoyé, il est élu.

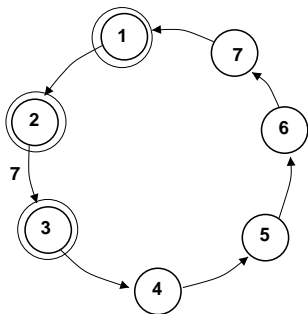
Algorithme LRC Chang et Roberts

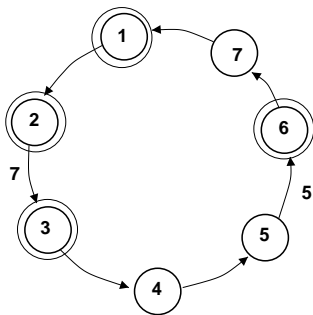
- Un réseau en anneau comporte des nœuds ayant un numéro différent.
- Un des nœuds est le maximum du réseau
- Le processus d'élection transmet un jeton avec une valeur mise à jour à chaque nœud.

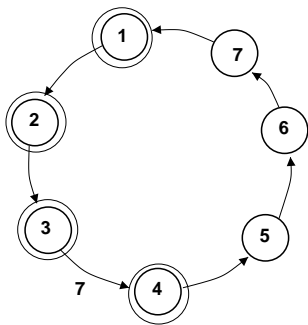


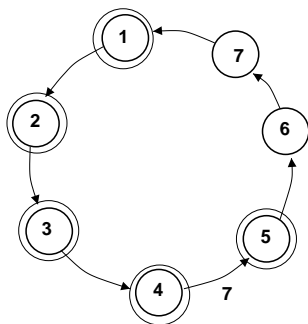












Algorithme LCR

- Seul le nœud de numéro maximal sera élu leader
- Les nœuds de numéro minimal restent dans l'état inconnu

Etat courant

1 Election

Problème de l'élection

② Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

3 Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

(FireWire)

- standard international
- Intérêts commerciaux pour sa correction
- Sun, Apple, Philips, Microsoft, Sony, etc impliqués dans son développement
- Trois couches (physique, liaison, transaction)
- Le protocole d'étude est le Tree Identify Protocol
- Localisé dans la phase Bus Reset de la couche physique

Le Problème (1)

- Le bus est utilisé pour acheminer des **signaux audio et vidéo** digitalisés.
- Il est **“hot-pluggable”**
- Unités et périphériques peuvent être **ajoutés ou retirés à tout instant**.
- De tels changements sont suivis d'un **bus reset**
- L'**élection du leader** a lieu après un reset dans le réseau.
- Un leader doit être choisi pour agir en tant que **manager du bus**

Le Problème (2)

- Après un reset du bus tous les nœuds ont même statut.
- Tout nœud sait à quels nœuds il est directement connecté.
- Le réseau est connexe
- Le réseau est acyclique

Références (1)

BASE

- IEEE. *IEEE Standard for a High Performance Serial Bus. Std 1394-1995*. 1995
- IEEE. *IEEE Standard for a High Performance Serial Bus (supplement). Std 1394a-2000*. 2000

GENERAL

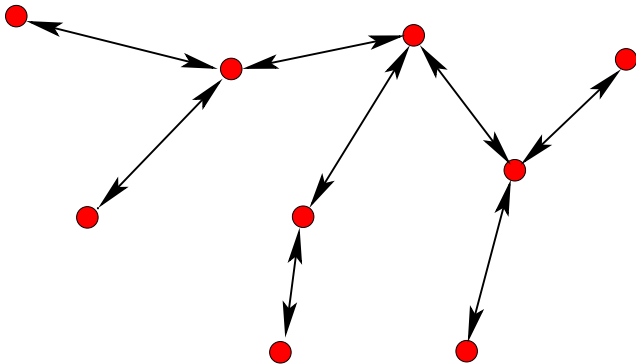
- N. Lynch. *Distributed Algorithms*. Morgan Kaufmann. 1996
- R. G. Gallager et al. *A Distributed Algorithm for Minimum Weight Spanning Trees*. IEEE Trans. on Prog. Lang. and Systems. 1983.

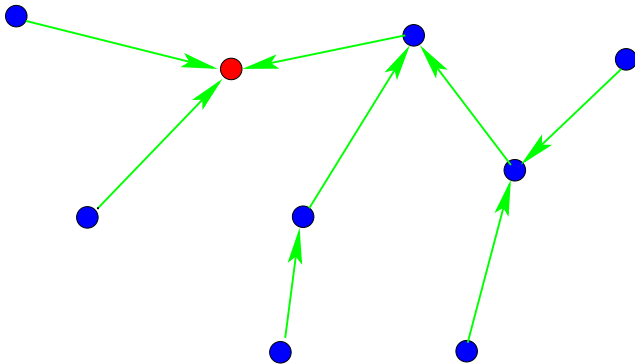
MODEL CHECKING

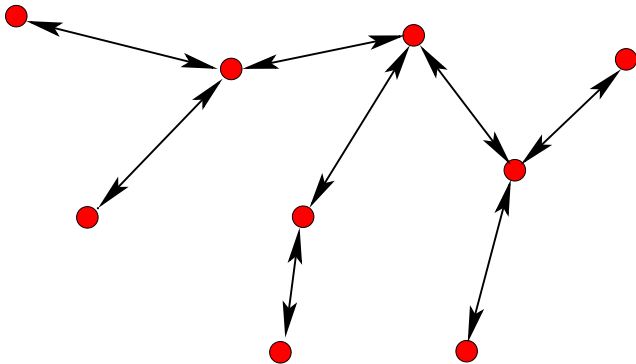
- D.P.L. Simons et al. *Mechanical Verification of the IEEE 1394a Root Contention Protocol using Uppaal2* Springer International Journal of Software Tools for Technology Transfer. 2001
- H. Toetenel et al. *Parametric verification of the IEEE 1394a Root Contention Protocol using LPMC* Proceedings of the 7th International Conference on Real-time Computing Systems and Applications. IEEE Computer Society Press. 2000

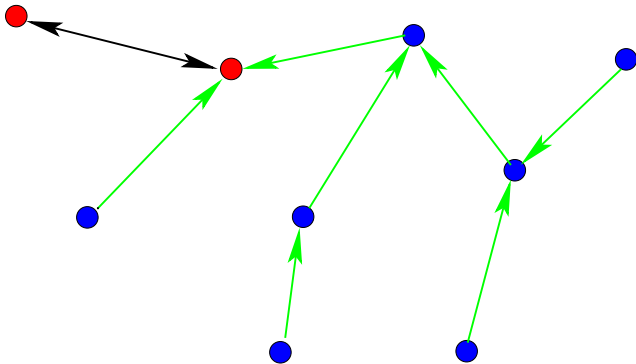
Propriétés informelles abstraites du protocole

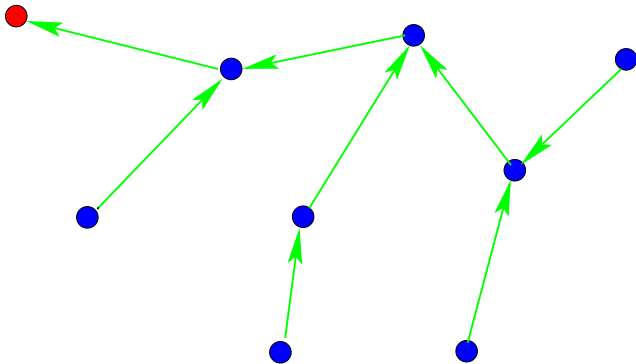
- Un réseau **connexe** et **acyclique** de nœuds.
- Nœuds reliés par des canaux **bidirectionnels**
- Election en un temps fini d'un **leader**.
- De manière **répartie** et **non-déterministe**.
- Un exemple d'animation du protocole.





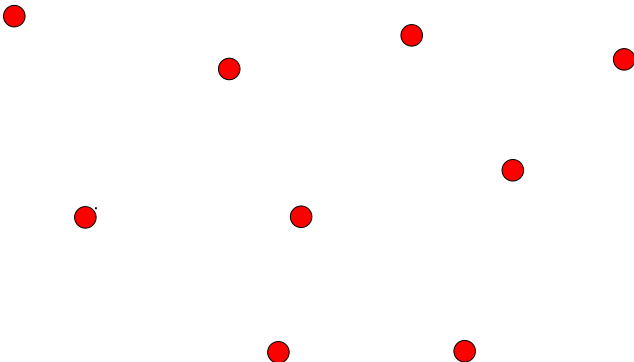




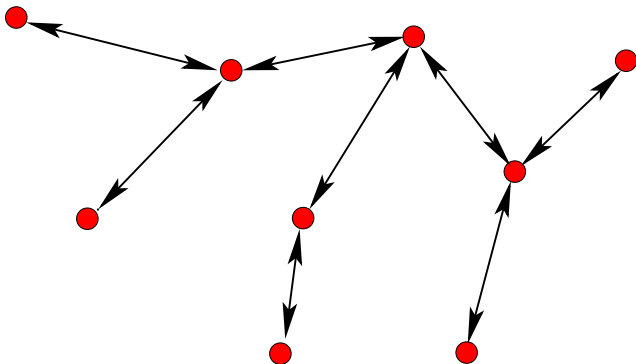


Le processus de développement

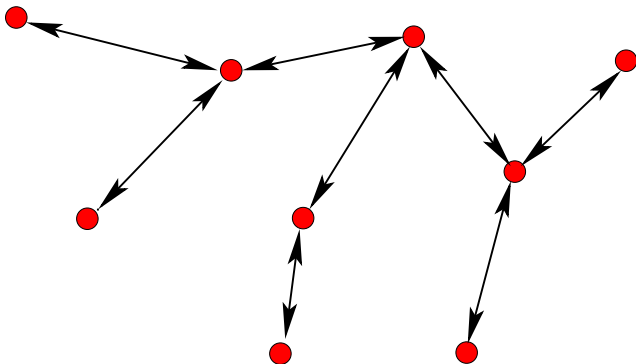
- Définition et propriétés du réseau dans un style formel
- Un modèle abstrait \llcorner one-shot \lrcorner du protocole.
- Présentation d'une solution centralisée mais encore abstraite !
- Introduction du mécanisme de message passing entre les nœuds et des délais
- Modification de la structure de donnée pour répartir le protocole



ND un ensemble de noeuds (au moins 2 noeuds)



gr un graphe construit et défini sur ND



gr est un graphe symétrique et non réflexif

gr : un graphe construit sur ND

$$gr \subseteq ND \times ND$$

gr : un graphe construit sur ND

$$gr \subseteq ND \times ND$$

gr est défini sur ND

$$\text{dom}(gr) = ND$$

gr : un graphe construit sur ND

$$gr \subseteq ND \times ND$$

gr est défini sur ND

$$\text{dom}(gr) = ND$$

gr est symétrique

$$gr = gr^{-1}$$

gr : un graphe construit sur ND

$$gr \subseteq ND \times ND$$

gr est défini sur ND

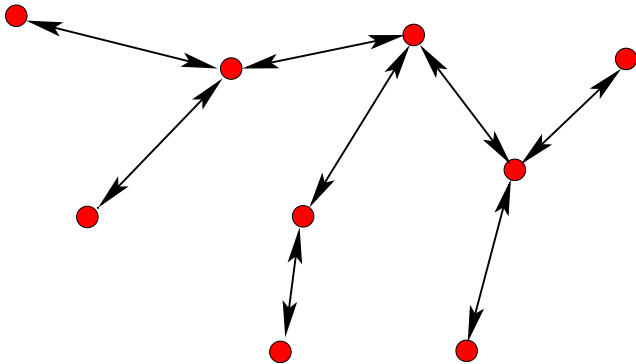
$$\text{dom}(gr) = ND$$

gr est symétrique

$$gr = gr^{-1}$$

gr est non réflexif

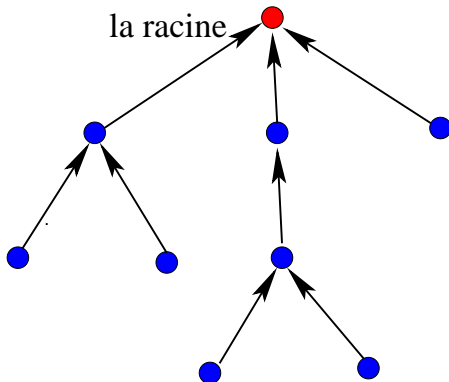
$$\text{id}(ND) \cap gr = \emptyset$$



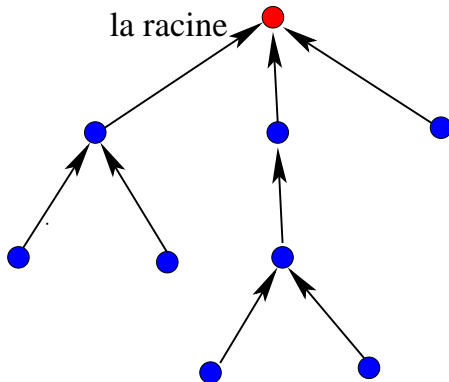
gr est connexe et acyclique

Un détour par les Arbres

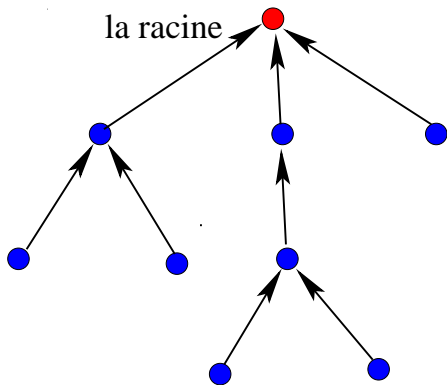
- Un arbre est un **graphe particulier**
- Un arbre a une **racine**
- Un arbre a une **fonction parentale**
- Un arbre est **acyclique**
- Un arbre est **connexe à partir de la racine**



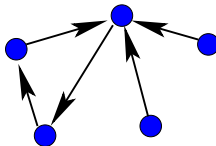
Un arbre t construit sur les noeuds



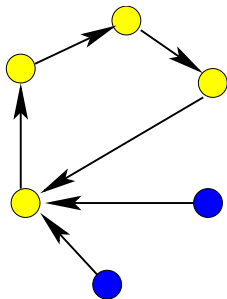
t est une fonction définie sur ND sauf pour la racine!



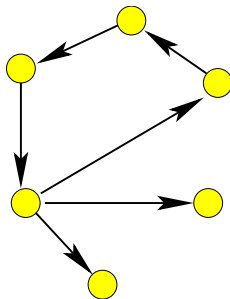
Eviter des cycles



Mauvais exemple!



Un cycle



Son image inverse

Les noeuds d'un cycle sont inclus
dans leur image inverse

Le prédicat $\text{tree}(r, t)$

Le prédicat $\text{tree}(r, t)$

r est un élément de ND $r \in ND$

Le prédicat $\text{tree}(r, t)$

r est un élément de ND $r \in ND$

t est une fonction $t \in ND - \{r\} \rightarrow ND$

Le prédicat $\text{tree}(r, t)$

r est un élément de ND $r \in ND$

t est une fonction $t \in ND - \{r\} \rightarrow ND$

t est acyclique $\forall p \cdot \left(\begin{array}{l} p \subseteq ND \wedge \\ p \subseteq t^{-1}[p] \\ \implies \\ p = \emptyset \end{array} \right)$

t est acyclique : **formulations équivalentes**

$$\forall p \cdot \left(\begin{array}{l} p \subseteq ND \wedge \\ p \subseteq t^{-1}[p] \\ \implies \\ p = \emptyset \end{array} \right) \iff \forall q \cdot \left(\begin{array}{l} q \subseteq ND \wedge \\ r \in q \wedge \\ t^{-1}[q] \subseteq q \\ \implies \\ ND \subseteq q \end{array} \right)$$

On obtient une Règle d'Induction

$\forall q \cdot$

$$\left(\begin{array}{l} q \subseteq ND \wedge \\ r \in q \wedge \\ \forall x \cdot (x \in ND - \{r\} \wedge t(x) \in q \implies x \in q) \\ \implies \\ ND \subseteq q \end{array} \right)$$

Le prédicat **tree** (r, t)

r est un élément de ND $r \in ND$

t est une fonction $t \in ND - \{r\} \rightarrow ND$

t est acyclique

$$\forall q \cdot \left(\begin{array}{l} q \subseteq ND \wedge \\ r \in q \wedge \\ t^{-1}[q] \subseteq q \\ \implies \\ ND \subseteq q \end{array} \right)$$

Le prédicat $\text{spanning}(r, t, gr)$

r, t est un arbre

$\text{tree}(r, t)$

t est inclus dans gr

$t \subseteq gr$

Le graphe gr est connexe et acyclique (1)

- Définir une relation fn liant un noeud aux possibles spanning trees de gr ayant ce noeud comme racine :

$$fn \subseteq ND \times (ND \rightarrow ND)$$

$$\forall(r, t) \cdot \left(\begin{array}{l} r \in ND \wedge \\ t \in ND \rightarrow ND \\ \implies \\ (r, t) \in fn \Leftrightarrow \text{spanning}(r, t, gr) \end{array} \right)$$

Le graphe gr est connexe et acyclique (2)

Totalité de la relation $fn \implies$ Connectivité of gr

Fonctionnalité d'une relation $fn \implies$ Acyclicité de gr

Point sur les constantes gr and fn

$$gr \subseteq ND \times ND$$

$$\text{dom}(gr) = ND$$

$$gr = gr^{-1}$$

$$\text{id}(ND) \cap gr = \emptyset$$

$$fn \in ND \rightarrow (ND \rightarrow ND)$$

$$\forall(r, t) \cdot \left(\begin{array}{l} r \in ND \wedge \\ t \in ND \rightarrow ND \\ \implies \\ t = fn(r) \Leftrightarrow \text{spanning}(r, t, gr) \end{array} \right)$$

Tree

- Variables rt et ts

$rt \in ND$

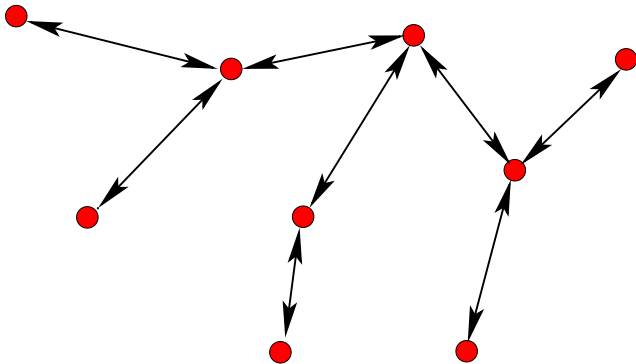
$$ts \in ND \leftrightarrow ND$$

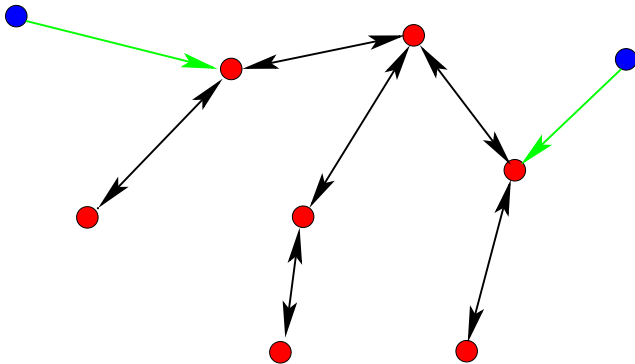
$$\text{EVENT elect} \hat{=} \hat{=}$$

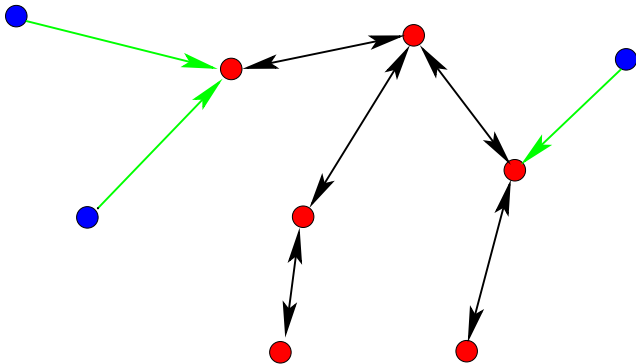
BEGIN

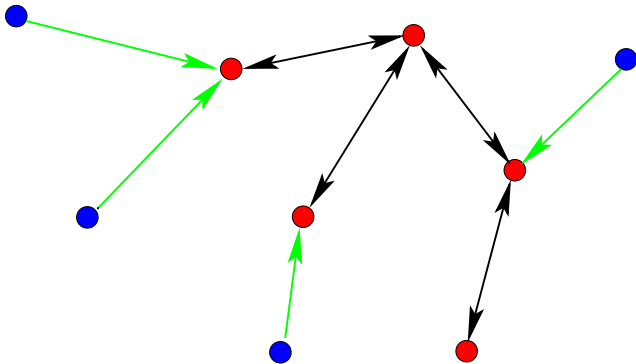
$$rt, ts : \text{spanning}(rt, ts, gr)$$

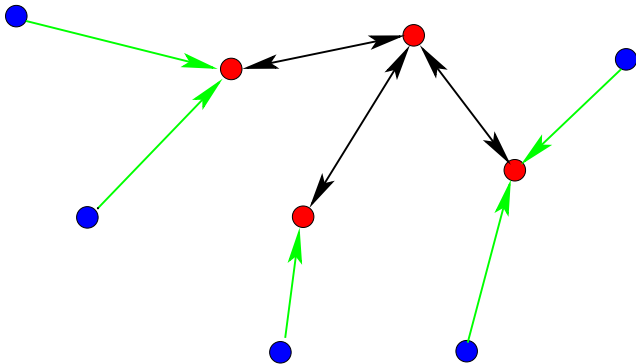
END

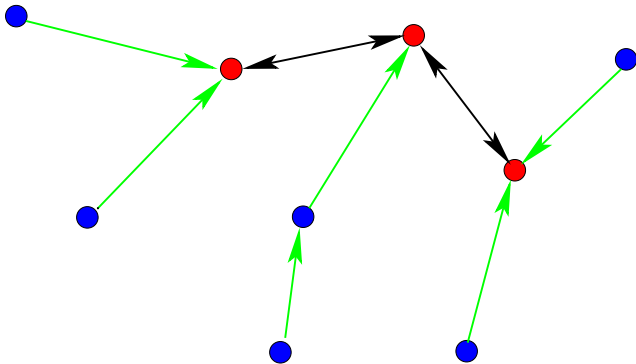


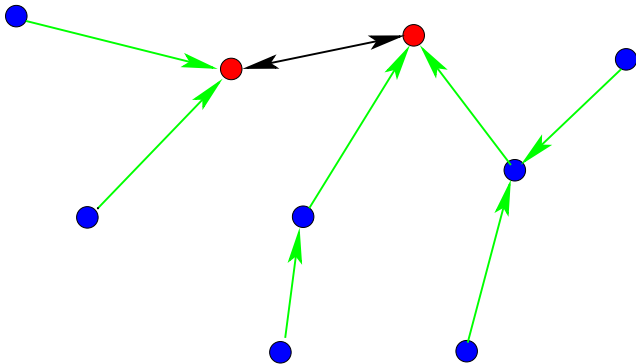












Le prédicat **invariant** (tr)

$$tr \in ND \rightarrow ND$$

Le prédicat **invariant** (tr)

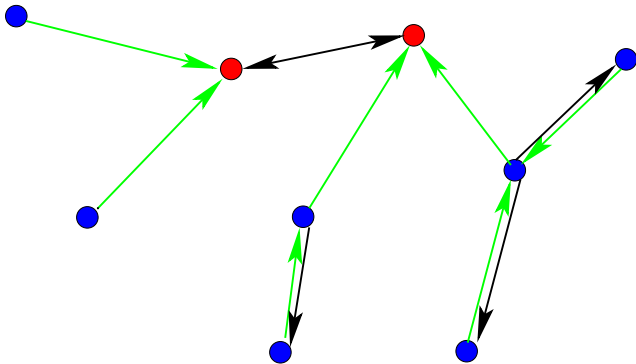
$$tr \in ND \rightarrow ND$$

$$\forall p \cdot \left(\begin{array}{l} p \subseteq ND \quad \wedge \\ ND\text{-dom}(tr) \subseteq p \quad \wedge \\ tr^{-1}[p] \subseteq p \\ \implies \\ ND \subseteq p \end{array} \right)$$

Le prédicat **invariant** (tr)

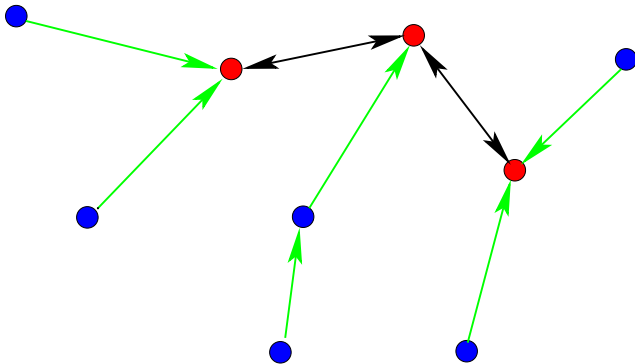
$$tr \in ND \rightarrow ND$$

$$\text{dom}(tr) \triangleleft (tr \cup tr^{-1}) = \text{dom}(tr) \triangleleft gr$$



Premier raffinement (2)

- Introduire le **nouvel événement** "progress"
- Raffiner l'événement abstrait "elect"
- Retour à l'**animation** : Observez la "garde" de progress



Quand un nœud rouge x est connecté à un autre nœud rouge y alors l'événement "progress" peut apparaître

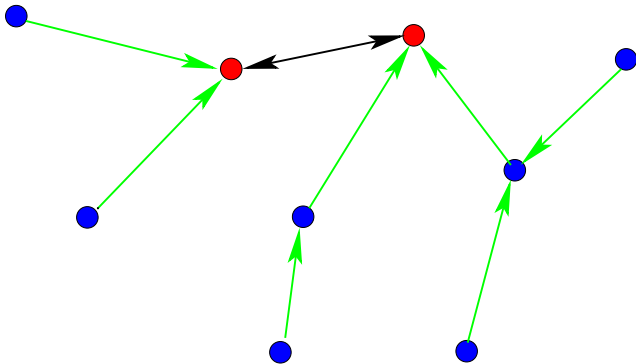
```

EVENT progress  $\hat{=}$ 
  ANY  $x, y$  WHERE
     $x, y \in gr \wedge$ 
     $x \notin \text{dom}(tr) \wedge$ 
     $y \notin \text{dom}(tr) \wedge$ 
     $gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}] \cup \{y\}$ 
  THEN
     $tr := tr \cup \{x \mapsto y\}$ 
  END

```

Il faut prouver :

$$\begin{aligned} & \text{invariant}(tr) \quad \wedge \\ & x, y \in gr \quad \wedge \\ & x \notin tr \quad \wedge \\ & y \notin tr \quad \wedge \\ & gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}] \cup \{y\} \\ \implies & \\ & \text{invariant}(tr \cup \{x \mapsto y\}) \end{aligned}$$



Quand un **nœud rouge** x est **SEULEMENT** connecté aux **nœuds bleus** alors l'événement "elect" peut apparaître :

```
EVENT elect  $\hat{=}$   
  ANY  $x$  WHERE  
     $x \in ND \wedge$   
     $gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}]$   
  THEN  
     $rt, ts := x, tr$   
  END
```

EVENT elect $\hat{=}$

BEGIN

$rt, ts : \text{spanning}(rt, ts, gr)$

END

EVENT elect $\hat{=}$

ANY x **WHERE**

$x \in ND \wedge$

$gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}]$

THEN

$rt, ts := x, tr$

END

Il faut prouver :

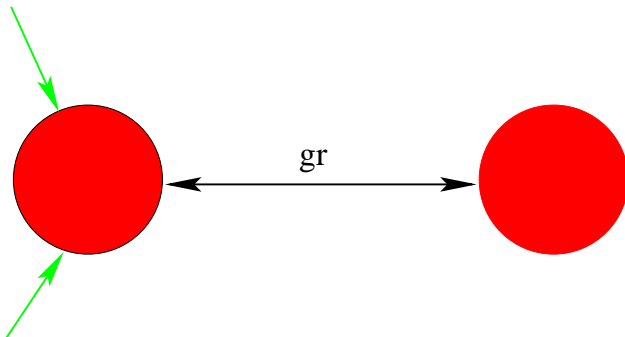
$$\begin{aligned} & \text{invariant}(tr) \quad \wedge \\ & x \in ND \quad \wedge \\ & gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}] \\ & ts = tr \\ \implies & \text{spanning}(x, ts, gr) \end{aligned}$$

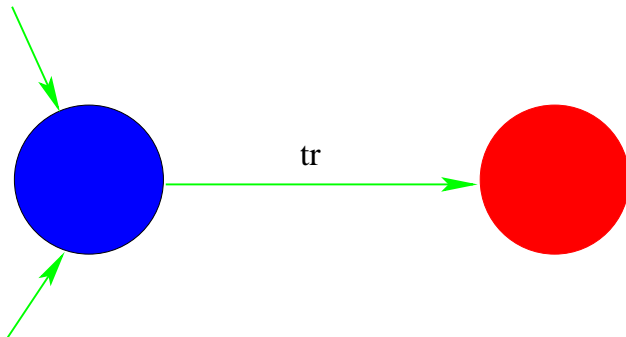
Un lemme

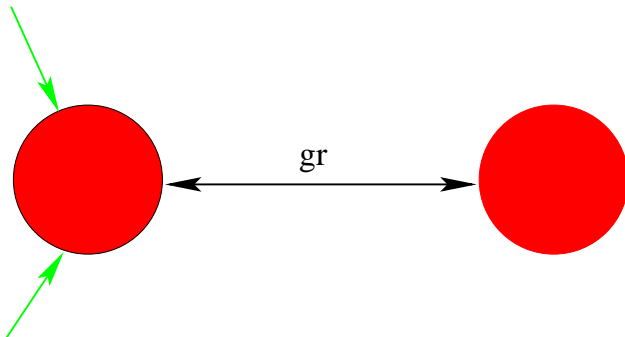
$$\begin{aligned} & \text{invariant}(tr) \quad \wedge \\ & x \in ND \quad \wedge \\ & gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}] \\ \implies & \\ & tr = fn(x) \end{aligned}$$

Récapitulatif du premier raffinement

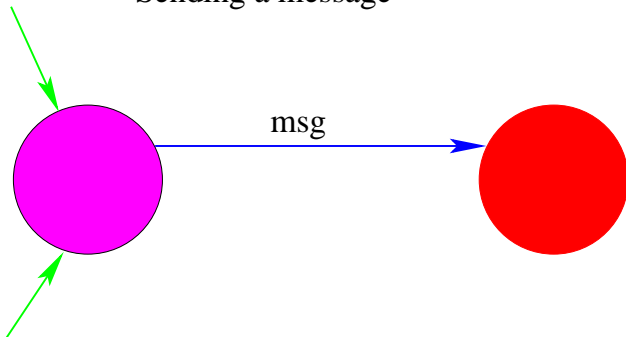
- 12 preuves
- Parmi lesquelles 5 interactives (une assez difficile !)





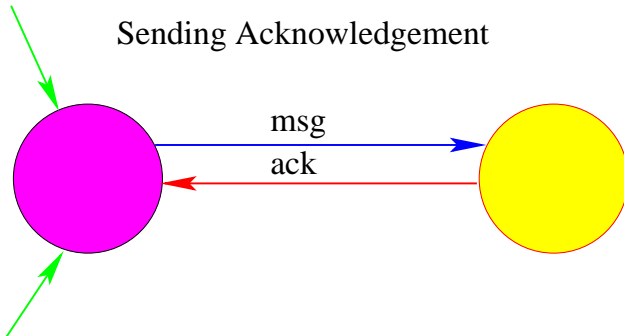


Sending a message



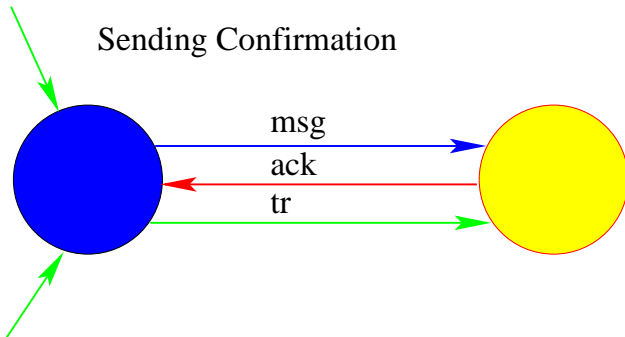
Receiving a message

Sending Acknowledgement

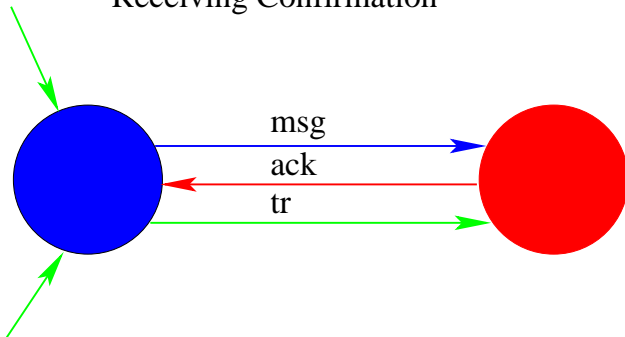


Receiving Acknowledgement

Sending Confirmation



Receiving Confirmation



Invariant (1)

$$msg \in ND \mapsto ND$$

$$ack \in ND \rightarrow ND$$

$$tr \subseteq ack \subseteq msg \subseteq gr$$

Nœud x envoie un **message** au nœud y

EVENT send_msg $\hat{=}$

ANY x, y **WHERE**

$x, y \in gr \wedge$

$gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}] \cup \{y\} \wedge$

$y, x \notin ack \wedge$

$x \notin \text{dom}(msg)$

THEN

$msg := msg \cup \{x \mapsto y\}$

END

Nœud y envoie un **acknowledgement** au nœud x

```
EVENT send_ack  $\hat{=}$   
  ANY  $x, y$  WHERE  
     $x, y \in msg-ack \wedge$   
     $y \notin \text{dom}(msg)$   
  THEN  
     $ack := ack \cup \{x \mapsto y\}$   
  END
```

Nœud x envoie une **confirmation** au nœud y

EVENT progress $\hat{=}$
ANY x, y **WHERE**
 $x, y \in ack \wedge$
 $x \notin \text{dom}(tr)$
THEN
 $tr := tr \cup \{x \mapsto y\}$
END

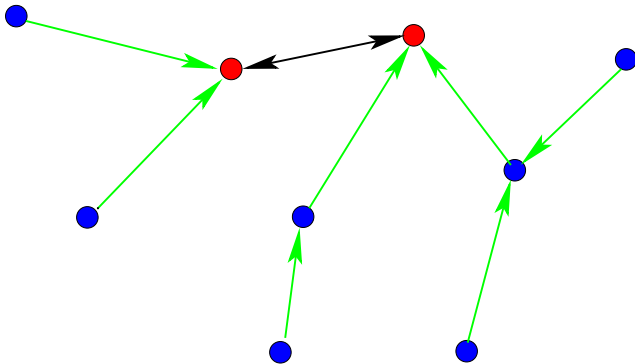
Invariant (2)

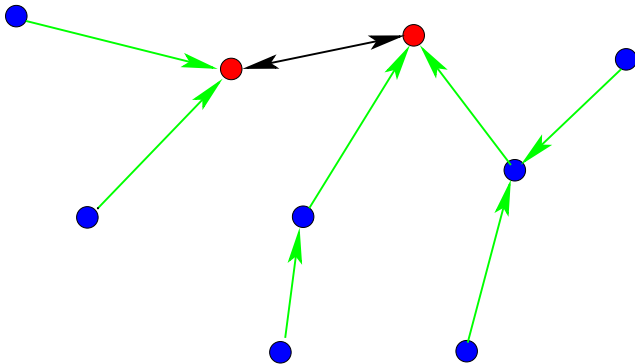
$$\forall (x, y) \cdot \left(\begin{array}{l} x, y \in msg-ack \\ \implies \\ x, y \in gr \quad \wedge \\ x \notin \text{dom}(tr) \quad \wedge \quad y \notin \text{dom}(tr) \quad \wedge \\ gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}] \cup \{y\} \end{array} \right)$$

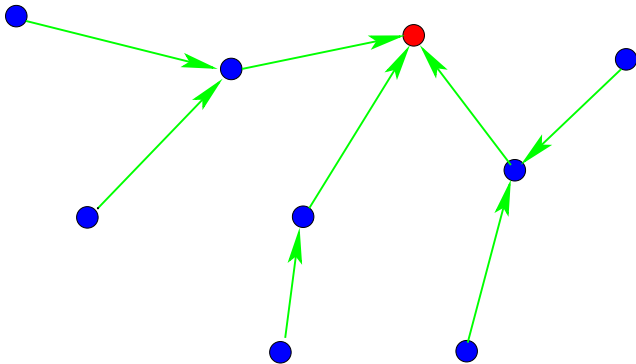
$$\forall (x, y) \cdot \left(\begin{array}{l} x, y \in ack \quad \wedge \\ x \notin \text{dom}(tr) \\ \implies \\ x, y \in gr \quad \wedge \\ y \notin \text{dom}(tr) \quad \wedge \\ gr[\{x\}] = tr^{-1}[\{x\}] \cup \{y\} \end{array} \right)$$

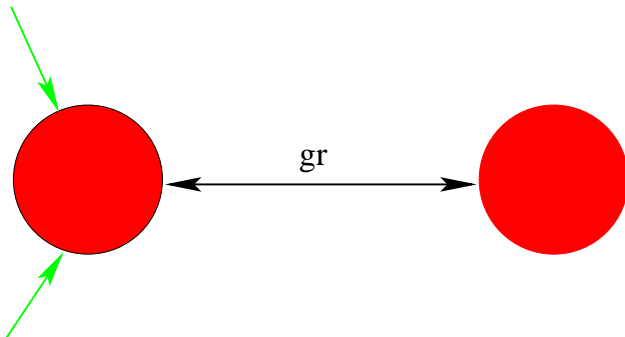
contention

- Expliquer le **problème**
- Proposer une solution **partielle**.
- Vers un **meilleur** traitement
- Retour à l'animation **locale**.

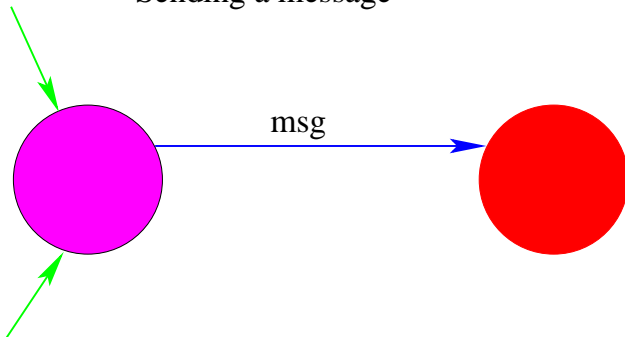




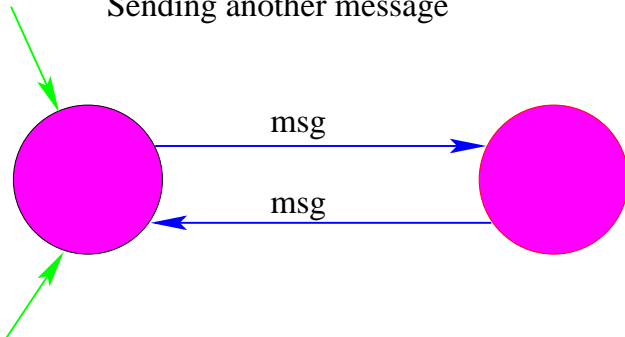




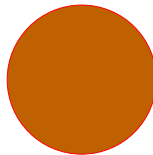
Sending a message




Sending another message



The diagram illustrates a message passing process between two nodes. On the left is a brown circular node, and on the right is a magenta circular node. A blue arrow points from the brown node to the magenta node, with the label "msg" positioned above it. Two green arrows point towards the brown node from the left side of the frame.



Recovering from Contention

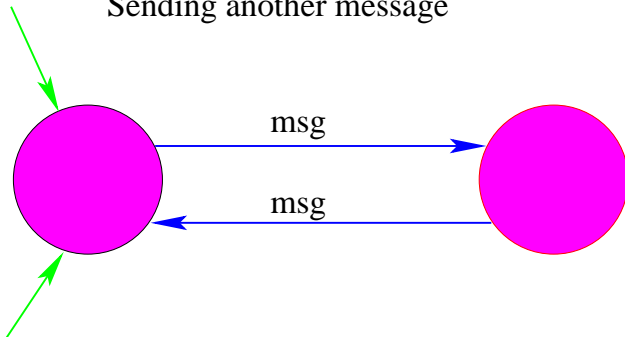


The diagram illustrates a recovery process. On the left, a red circle is the target of two green arrows pointing towards it from the top-left and bottom-left. On the right, there is another red circle, but it is not the target of any arrows.

```


graph LR
    In1(( )) -- green --> M(( ))
    In2(( )) -- green --> M
    M -- msg --> R(( ))
    style In1 fill:none,stroke:none
    style In2 fill:none,stroke:none
    style M fill:magenta,stroke:#000,stroke-width:1px
    style R fill:red,stroke:#000,stroke-width:1px
  
```

Sending another message




Discovering Contention

Discovering Contention



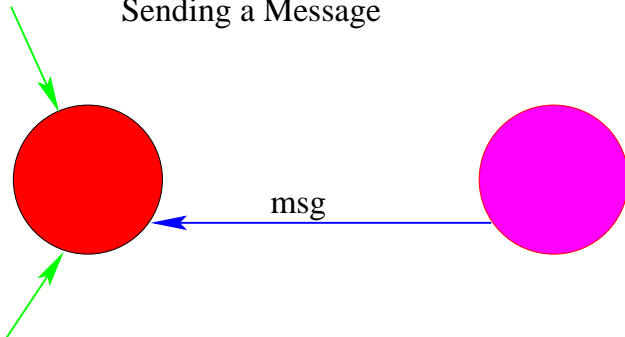
The diagram illustrates the concept of 'Discovering Contention'. It features two large orange circles. The circle on the left is the focus of two green arrows pointing towards it from the left, indicating incoming requests or contention. The circle on the right is isolated, with no arrows pointing towards it.

Recovering from Contention

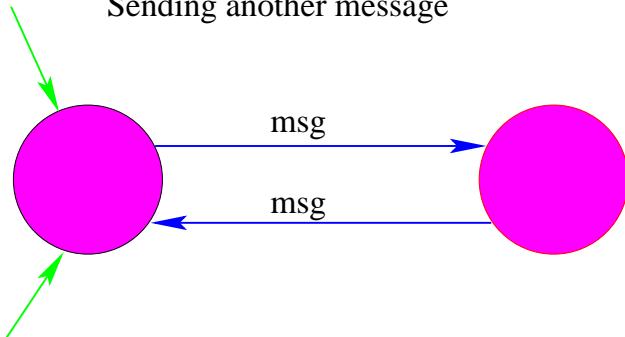


The diagram illustrates the recovery from contention. It features two red circles. The circle on the left is the focus, with two green arrows pointing towards it from the top-left and bottom-left, indicating incoming requests or data. The circle on the right is isolated, representing a state where contention has been resolved or a resource is available.

Sending a Message



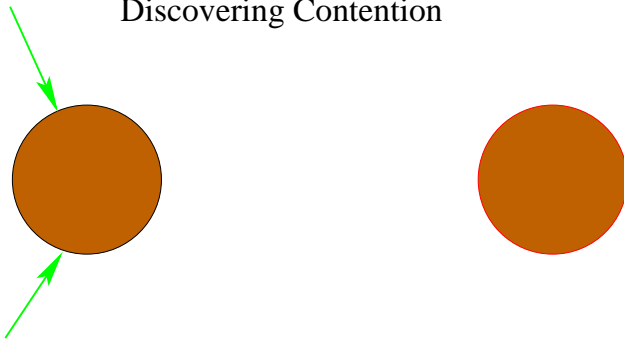
Sending another message



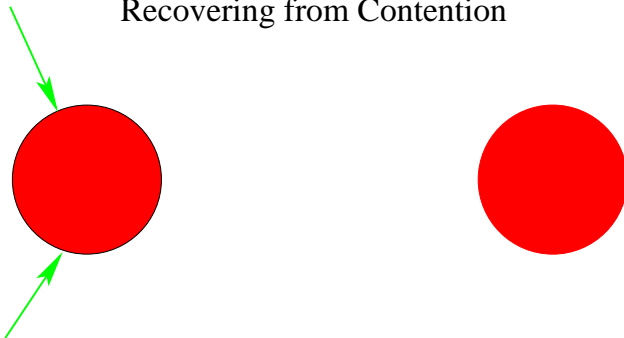
```

graph LR
    In1(( )) -- green --> Node1(( ))
    In2(( )) -- green --> Node1
    Node1 -- msg --> Node2(( ))
    style In1 fill:none,stroke:none
    style In2 fill:none,stroke:none
    style Node1 fill:#8B4513,stroke:#000,stroke-width:1px
    style Node2 fill:#FF00FF,stroke:#000,stroke-width:1px
  
```

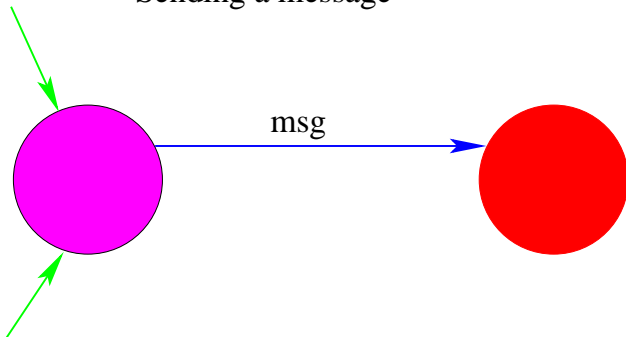
Discovering Contention



Recovering from Contention

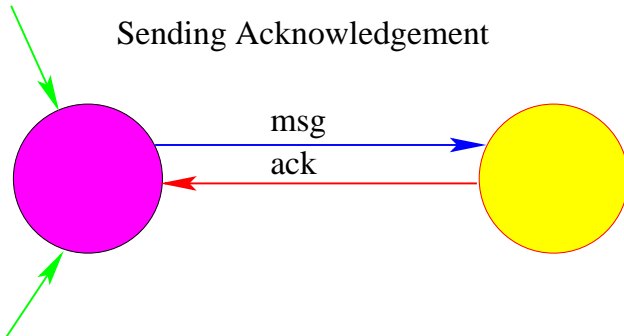


Sending a message



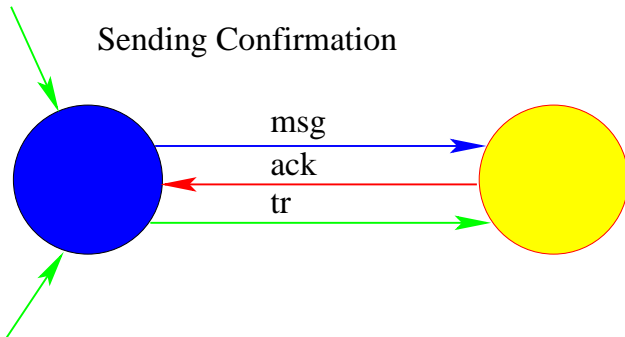
Receiving a message

Sending Acknowledgement



Receiving Acknowledgement

Sending Confirmation



Découverte de la contention (1)

- Nœud y découvre la contention avec x car :
 - Il a envoyé un message à x
 - Il n'a pas encore reçu une réponse du nœud x
 - Il reçoit à la place un message de x

Découverte de la contention (2)

- x découvre aussi la contention avec y
- Hypothèse : Le temps entre deux découvertes
EST SUPPOSÉ BORNÉ
PAR τ ms
- Le temps τ est le temps maximum de transmission
entre 2 noeuds connectés

Une meilleure solution (1)

- Tout nœud attend τ ms après sa propre découverte
- Chaque nœud choisit avec équiprobabilité :
 - soit d'attendre un délai court
 - soit d'attendre un délai long
- Chaque nœud essaie à nouveau

```
EVENT send_ack  $\hat{=}$   
  ANY  $x, y$  WHERE  
     $x, y \in msg-ack \wedge$   
     $y \notin \text{dom}(msg)$   
  THEN  
     $ack := ack \cup \{x \mapsto y\}$   
  END
```

```
EVENT contention  $\hat{=}$   
  ANY  $x, y$  WHERE  
     $x, y \in msg-ack \wedge$   
     $y \in \text{dom}(msg)$   
  THEN  
     $cnt := cnt \cup \{x \mapsto y\}$   
  END
```

Invariant (3)

$$\forall (x, y) \cdot \left(\begin{array}{l} x, y \in msg-ack \wedge \\ y \in \text{dom}(msg) \\ \implies \\ y, x \in msg-ack \end{array} \right)$$

$$\forall (x, y, z) \cdot \left(\begin{array}{l} x, y \in msg \wedge \\ z \in gr[\{x\}] \wedge \\ z \neq y \\ \implies \\ z, x \in tr \end{array} \right)$$

Invariant (4)

$$\forall (x, y) \cdot \left(\begin{array}{l} x, y \in msg-ack \\ y \notin \text{dom}(msg) \\ \implies \\ x, y \notin cnt \end{array} \right) \wedge$$

$$ack \cap ack^{-1} = \emptyset$$

$$ack \cap cnt = \emptyset$$

Récapitulatif du Second Raffinement

- 63 preuves
- Parmi lesquelles 31 interactives

- Etablir le **cadre mathématique**
- Résoudre le problème mathématique en un coup.
- Résoudre le même problème progressivement.
- Inclure les communications par des messages.
- Localiser les structures de donnée
- Méthodologie fondée sur le raffinement et la preuve
- Autres développements : algorithmique répartie, algorithmique séquentielle, systèmes, SoCs, ...

The predicate **invariant** (tr)

$$tr \in ND \rightarrow ND$$

The predicate **invariant** (tr)

$$tr \in ND \rightarrow ND$$

$$\text{dom}(tr) \triangleleft (tr \cup tr^{-1}) = \text{dom}(tr) \triangleleft gr$$

Invariant (3)

$$\forall (x, y) . \left(\begin{array}{l} x, y \in msg \quad \wedge \\ y, x \in msg \\ \implies \\ y, x \notin ack \end{array} \right)$$

$$\forall (x, y, z) . \left(\begin{array}{l} x, y \in msg \quad \wedge \\ z \in gr[\{x\}] \quad \wedge \\ z \neq y \\ \implies \\ z, x \in tr \end{array} \right)$$

Invariant (4)

$$\forall (x, y) \cdot \left(\begin{array}{l} x, y \in cnt \\ \implies \\ x, y \in msg-ack \\ y \in \text{dom}(msg) \end{array} \quad \wedge \right)$$

$$ack \cap ack^{-1} = \emptyset$$

$$ack \cap cnt = \emptyset$$

Localization (1)

The graph gr and the tree tr are now **localized**

$$nb \in ND \rightarrow \mathbb{P}(ND)$$

$$\forall x \cdot (x \in ND \implies nb(x) = gr[\{x\}])$$

$$sn \in ND \rightarrow \mathbb{P}(ND)$$

$$\forall x \cdot (x \in ND \implies sn(x) \subseteq tr^{-1}[\{x\}])$$

Localization (2)

$$bm \subseteq ND$$

$$bm = \text{dom}(msg)$$

$$bt \subseteq ND$$

$$bt = \text{dom}(tr)$$

$$ba \in ND \rightarrow \mathbb{P}(ND)$$

$$\forall x \cdot (x \in ND \implies ba(x) = ack^{-1}[\{x\}])$$

- Node x is elected the leader

EVENT elect $\hat{=}$
ANY x **WHERE**
 $x \in ND \wedge$
 $nb(x) = sn(x)$
THEN
 $rt := x$
END

- Node x sends a message to node y (y is unique)

EVENT send_msg $\hat{=}$

ANY x, y **WHERE**

$x \in ND - bm \wedge$

$y \in ND - ba(x) \wedge$

$nb(x) = sn(x) \cup \{y\}$

THEN

$msg := msg \cup \{x \mapsto y\} \quad ||$

$bm := bm \cup \{x\}$

END

- Node x sends a confirmation to node y

EVENT progress $\hat{=}$
ANY x, y **WHERE**
 $x, y \in ack \wedge$
 $x \notin bt$
THEN
 $tr := tr \cup \{x \mapsto y\} \quad ||$
 $bt := bt \cup \{x\}$
END

- Node y receives confirmation from node x

```
EVENT rcv_cnf  $\hat{=}$   
  ANY  $x, y$  WHERE  
     $x, y \in tr \wedge$   
     $x \notin sn(y)$   
  THEN  
     $sn(y) := sn(y) \cup \{x\}$   
  END
```

EVENT contention $\hat{=}$
ANY x, y **WHERE**
 $x, y \in cnt \cup cnt^{-1} \wedge$
 $x \notin ba(y) \wedge$
 $y \in bm$
THEN
 $cnt := cnt \cup \{x \mapsto y\}$
END

```

EVENT solve_contention ≡
  ANY  $x, y$  WHERE
     $x, y \in cnt \cup cnt^{-1}$ 
  THEN
     $msg := msg - cnt$  ||
     $bm := bm - \text{dom}(cnt)$  ||
     $cnt := \emptyset$ 
  END

```

① Election

Problème de l'élection

]

② Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe
acyclique

③ Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

④ Calcul de l'état global

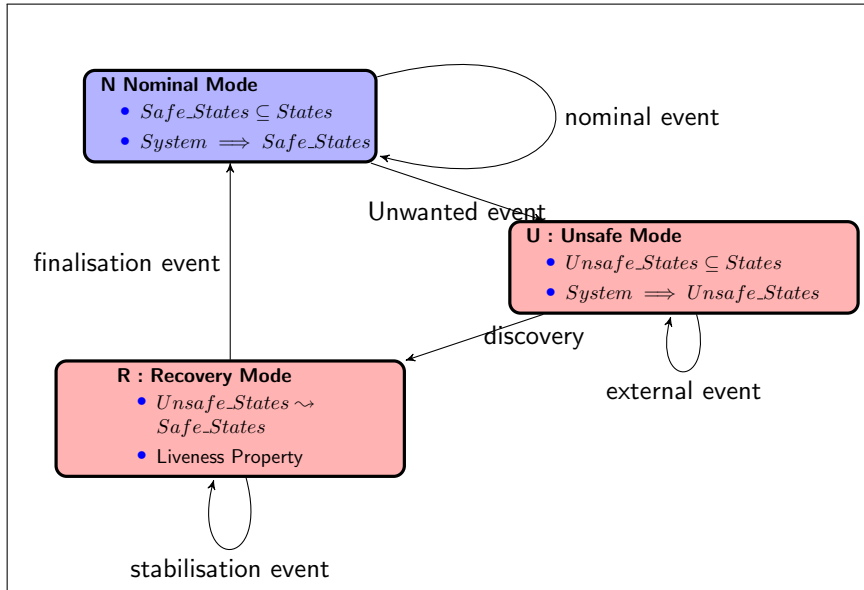
Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et

Lamport

Auto-stabilisation dans les systèmes répartis



Stabilisation

- Les systèmes peuvent être victimes de fautes transitoires
- Un certain nombre d'algorithmes permettent d'anticiper de tels problèmes.
- Les algorithmes auto-stabilisants constituent une alternative à la perte de l'état consistant d'un système donné à la suite d'une défaillance.
- Différents phénomènes peuvent apparaître lors de l'exécution d'un algorithme : en particulier peuvent se produire des changements dans le réseau (ajout ou disparition d'un sommet ou d'un lien) ou bien encore des altérations de messages ou de mémoires.
- Un algorithme est dit auto-stabilisant s'il se termine correctement en dépit de l'apparition de ces phénomènes.
- Un algorithme auto-stabilisant ne nécessite pas d'initialisation particulière.

- Les systèmes répartis sont exposés à des risques de défaillances transitoires qui peuvent placer un système donné dans un état ou une configuration arbitraire.
- Cette configuration arbitraire peut être une configuration ne satisfaisant plus l'invariant du système.
- Dans ce cas, la question est de concevoir un algorithme réparti permettant de faire converger le système global d'une configuration arbitraire vers une configuration dite stable et satisfaisant l'invariant.

Modélisation d'un système auto-stabilisant

- Soit un système réparti \mathcal{S} modélisé par un système de transition $(States, \longrightarrow)$ où $States$ est un ensemble d'états ou de configurations et où \longrightarrow modélise la relation de transition simulant l'activité du système.
- Une exécution ou un calcul de \mathcal{S} est une suite maximale $(\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i, \dots)$ engendrée par $(States, \longrightarrow)$.
- Tout préfixe d'une telle suite est un calcul puisqu'il n'y a pas d'états initiaux déterminés.
- Tout préfixe d'exécution est donc un calcul ou une exécution de \mathcal{S} (pas de dépendance d'un état initial)

Etat courant

1 Election

Problème de l'élection

2 Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

③ Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

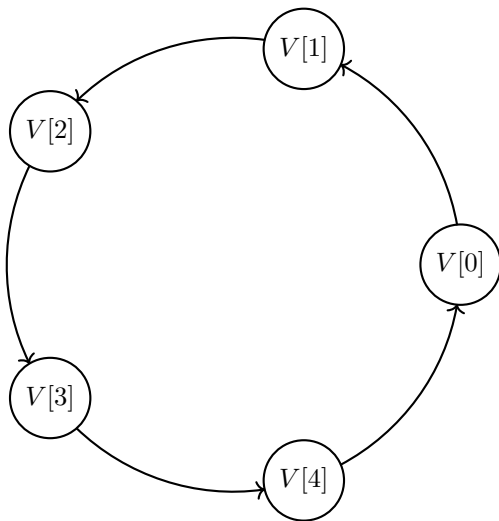
4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

Réseau en anneau



Algorithme de Dijkstra

DOMAINE $\triangleq 0..N$

IMAGE $\triangleq 0..M$

NToZERO \triangleq

$\wedge V[0] = V[N]$

$\wedge V' = [V \text{ EXCEPT } ![0] = (V[0]+1)\%(M+1)]$

OTHERS(I) \triangleq

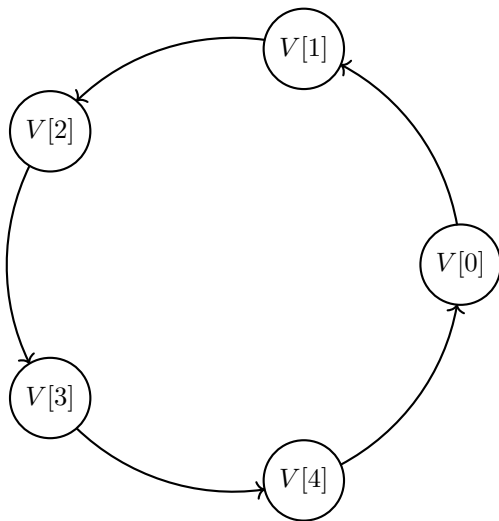
$\wedge I \in 0..N$

$\wedge I \neq N$

$\wedge V[I+1] \neq V[I]$

$\wedge V' = [V \text{ EXCEPT } ![I+1] = V[I]]$

Réseau en anneau



Propriétés de stabilisation

$\text{Init} \equiv V = [i \setminus \text{in } 0..N \mid \rightarrow (\text{IF } i \neq N \text{ THEN } i \text{ ELSE } 0)]$

$\text{Next} \equiv \text{NToZero} \wedge (\exists i \setminus \text{in } 0..N-1: \text{Others}(i))$

$\text{Prop1} \equiv (V[0] = V[N])$
 $\Rightarrow (\forall i \setminus \text{in } 1..N-1: V[i+1] = V[i])$

$\text{Prop2} \equiv$
 $\wedge (\exists i, j \setminus \text{in } 0..N-1: i \neq j$
 $\quad \wedge V[i+1] \neq V[i] \wedge V[j+1] \neq V[j])$
 $\wedge (V[0] = V[N] \wedge$
 $\quad (\exists i \setminus \text{in } 0..N-1: V[i+1] \neq V[i]))$

Etat courant

1 Election

Problème de l'élection

2 Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

③ Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

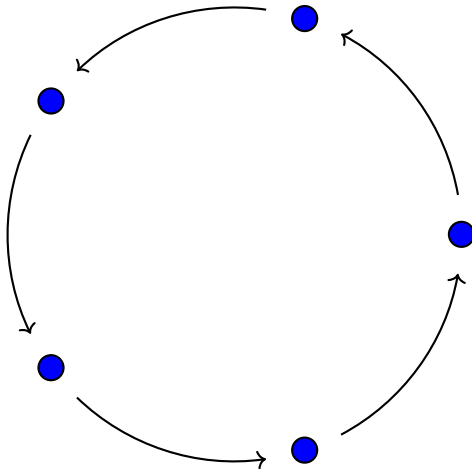
Algorithme de Chandy et Lamport

Coloriage d'un anneau

Le problème du coloriage d'un anneau concerne l'existence d'une configuration dans laquelle trois nœuds consécutifs n'ont pas la même couleur et pose la question de définir un algorithme réparti permettant de l'atteindre à partir de toute configuration initiale de l'anneau.

- Modéliser un processus de coloration d'un anneau à partir d'une situation quelconque initiale pour atteindre une situation stable caractérisée par le fait que deux nœuds voisins n'ont pas la même couleur.
- La règle de changement de couleur : Si un nœud a la même couleur que l'un de ses voisins, il choisit une autre couleur que celle de ses voisins.
- La règle est applicable tant que deux nœuds ont la même couleur.
- La règle est non-applicable dès que les nœuds adjacents ont tous une couleur différente : le cas d'un anneau à un nœud est exclu en considérant qu'il y a au moins deux nœuds dans l'anneau.

Exemple d'anneau



CONTEXT *ring*

SETS

N

CONSTANTS

n

AXIOMS

$axm1 : n \in N \rightsquigarrow N$

$axm2 : \forall s \cdot s \subseteq n[s] \Rightarrow N \subseteq s$

$axm3 : finite(N)$

END

MACHINE *one-shot*

SEES *ring, color*

VARIABLES

col

INVARIANTS

$inv1 : col \in N \rightarrow color$

EVENTS

EVENT INITIALISATION

$act1 : col : \in N \rightarrow color$

EVENT stable

ANY

f

WHERE

$grd1 : f \in N \rightarrow color$

$grd2 : \forall x \cdot f(x) \notin f[(n \cup n^{-1})[\{x\}]]$

THEN

$act1 : col := f$

END

Le modèle définit la solution à trouver par un événement abstrait exprimant le lien entre la configuration initiale et une configuration stable. Les règles données expliquent comment le calcul est effectué par les différents processus du réseau. Chaque règle suppose que leur application est possible quand trois nœuds consécutifs vérifient une condition donnée.

Chaque règle constitue un élément de calcul réparti et cet élément est appliqué sur la *boule* centrée sur un nœud donné et tient compte des couleurs des nœuds périphériques.

MACHINE *rule* **REFINES** *one-shot*

SEES *ring, color*

VARIABLES *col, c*

INVARIANTS

inv1 : $c \in N \rightarrow color$

THEOREMS

thm1 :

$$\left(\begin{array}{l} \forall x \cdot c(x) \neq c(n(x)) \\ \vee \\ \exists x, clr \cdot c(x) = c(n(x)) \wedge clr \neq c(x) \wedge clr \neq c(n(x)) \end{array} \right)$$

EVENT rule

STATUS convergent

ANY

x, clr

WHERE

$grd1 : c(x) = c(n(x)) \vee c(x) = c(n^{-1}(x))$

$grd2 : clr \neq c(n(x))$

$grd3 : clr \neq c(n^{-1}(x))$

THEN

$act1 : c(x) := clr$

END

La terminaison de ce processus dépend de la condition appelée variant et qui doit décroître par application des règles.

VARIANT $\text{card}(\{x | c(x) = c(n(x))\})$

Les graphes VISIDIA sont symétriques; le graphe g est défini à partir du graphe n et la règle $rule$ est raffinée en $visidia-rule$

CONTEXT $ringgr$

EXTENDS $ring1$

CONSTANTS

g

AXIOMS

$axm1 : g = n \cup n^{-1}$

END

EVENT INITIALISATION

$act1 : col, c : |(col' \in N \rightarrow color \wedge c' \in N \rightarrow color \wedge col' = c')$

EVENT stable REFINES stable

WHEN

$grd1 : \forall x \cdot c(x) \notin c[g[\{x\}]]$

THEN

$act1 : col := c$

END

EVENT rule

STATUS convergent

REFINES rule

ANY

x, clr

WHERE

$grd1 : c(x) \in c[g[\{x\}]]$

$grd2 : clr \notin c[g[\{x\}]]$

THEN

$act1 : c(x) := clr$

END

Dérivation d'un programme VISIDIA

Rule : $\begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array}$ et $\begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} cl2 \\ \bullet \end{array}$ se réduit en $\begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} cl3 \\ \bullet \end{array}$ et $\begin{array}{c} cl3 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} cl2 \\ \bullet \end{array}$
 $\begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array}$ et $\begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array}$ se réduit en $\begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} cl3 \\ \bullet \end{array}$ et $\begin{array}{c} cl3 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} cl1 \\ \bullet \end{array}$

Sommaire sur l'autostabilisation

- Définition d'algorithmes indépendants des états initiaux
- Algorithmes très complexes à vérifier en particulier *la terminaison*
- Version autostabilisante de beaucoup d'algorithmes

Terminaison de l'algorithme

- stabilité : un seul processus a la main ou un seul $i \in 0..N \wedge v[i] = v[i+N1]$.
- propriété 1 : il y a au moins un processus avec une garde franchissable :
 - ▶ tous les processus de 1 à N ont la même valeur (hypothèse)
 - ▶ nécessairement 0 et N ont la même valeur et 0 a la main.
- propriété 2 : toute configuration légale satisfait la propriété de clôture :
 - ▶ les processus de 0 à i-1 ont la même valeur
 - ▶ les processus de i à N ont la même valeur
 - ▶ $v[i] \neq v[i-1]$
- propriété 3 : à partir de toute configuration illégale, l'anneau atteint une configuration légale (le nombre de processus ayant la main ne peut pas croître et au mieux il peut stagner)
 - ▶ $0 \dots i-1$: non franchissable
 - ▶ chaque processus maintient le nombre de processus franchissables : on construit à partir de p, une suite $w1 \dots wN$ différent deux à deux
 - ▶ cette suite ne peut pas rester indéfiniment stable pr propagation de la valeur et respect de la constnace.

Conclusion

- Algorithmes répartis : problème de l'expression locale de la globalité
- Algorithmes très complexes à vérifier
- Prise en compte de nombreux aspects de l'environnement comme les fautes, les erreurs, ...

Section Courante

1 Election

Problème de l'élection

② Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

3 Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

systeme réparti

- un programme réparti est constitué d'un ensemble de processus s'exécutant en parallèle et communiquant seulement par envoi de messages via des canaux de communication.
- Il n'y a pas d'horloge globale commune pour ces processus
- Les temps de transfert des messages ne sont pas bornés : sous hypothèse de communication fiable, ces temps sont finis. n a
- **Conséquence** : pas d'observation *simultanée* globale possible de l'état
- **Problème** : déterminer un état global consistant
- Le **snapshot** est une copie ou une photographie instantanée de l'état d'un système.

Examples

- Calcul de la topologie d'un réseau
- Compter le nombre de processus dans un système réparti
- Détecter la terminaison
- Détecter le blocage
- Détecter la perte de coordination

Reconstituer l'état global

- Les algorithmes de snapshots permettent de donner des clichés répartis de l'état global
- Comment rassembler ces *clichés répartis* ou *snapshots* afin de donner une vue consistante et globale à chaque processus du système ?
- Proposer des algorithmes rassemblant les *fragments* en un état global.

Applications de ce problème

- *détection du blocage* : tout processus bloqué momentanément souhaite connaître l'état global du système, afin de savoir s'il a atteint une configuration de blocage.
- *détection de la terminaison* : dans le cas de calculs répartis, les processus exécutent des actions au cours de phases de calculs mais le passage à une phase suivante peut exiger que le processus en cours obtienne la connaissance de l'état des autres processus : nécessité de connaître l'état global.
- *détection de la conservation de jetons dans un réseau*
- *réinitialisation du réseau* : un système réparti peut entrer dans une configuration nécessitant de relancer ou de réinitialiser l'état global courant et cette relance peut être faite à partir des snapshots conservés qui vont donc constituer des points de reprise (*checkpoints*)

Etat courant

1 Election

Problème de l'élection

2 Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

3 Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

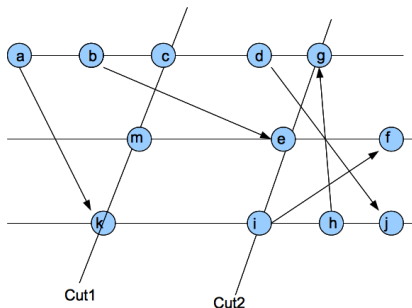
Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

Modélisation d'un système réparti

- Un système réparti est modélisé comme un ensemble fini de processus séquentiels
- Chaque processus i est caractérisé par un état local noté LS_i
- Chaque canal de communication C_{ij} a un état noté SC_{ij} .
- Chaque processus séquentiel peut réaliser trois types d'actions :
 - ▶ Une action interne modifiant l'état local
 - ▶ Une envoi sur un canal
 - ▶ Une réception sur un canal

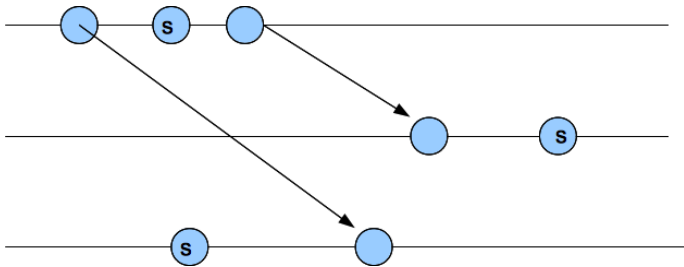
Coups



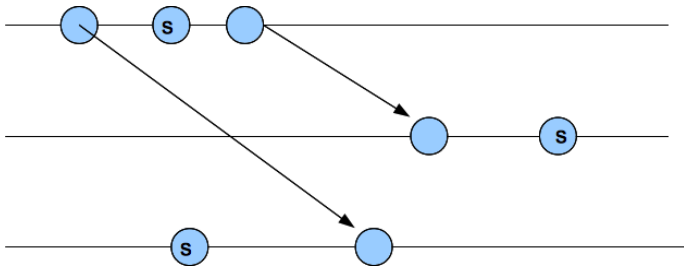
- $Cut1 = \{a, b, c, m, k\}$
- $Cut2 = \{a, b, c, d, g, m, e, k, i\}$

- Une coupure C est un ensemble d'événements
- Une coupure consistante C est une coupure satisfaisant la propriété suivante : $\forall a, b. a \in C \wedge b < a \Rightarrow b \in C$
- $Cut1$ est consistante mais $Cut2$ n'est pas consistante ($h < g$ mais $h \notin Cut2$).

Cas pathologique

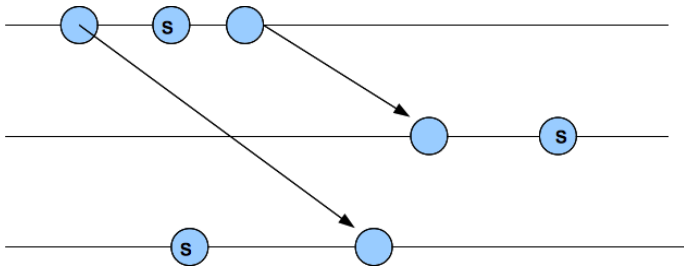


Cas pathologique



- Un message est reçu parce qu'il a été envoyé

Cas pathologique



- Un message est reçu parce qu'il a été envoyé
- *Pour tout canal de communication, tout message reçu a été envoyé*

Des coupures aux snapshots

- Deux coupures peuvent être équivalentes dans la mesure où l'échange de deux actions indépendantes c'est-à-dire causalement indépendantes.
- Pour une coupure donnée, on peut définir l'ensemble des événements les plus récents : ces événements constituent une frontière du calcul en cours.
- Une coupure induit donc un snapshot : une photographie du système et de son état global.
- Toute coupure consistante induit un snapshot consistant et le snapshot courant est l'ensemble des états locaux suivants les événements récemment enregistrés.
- Si $C1$ et $C2$ sont deux coupures telles que $C1 \subseteq C2$, alors $S2$ est plus récent que $S1$

Calculs répartis

- Une exécution (ou un calcul) C est un ordre total des événements
- Une exécution C est *consistante*, si elle est construite en satisfaisant la condition suivante :

Pour toute action a et b de C , si $a < b$, alors a precedes b .

- Deux exécutions sont équivalentes modulo la relation d'indépendance : deux actions a et b sont indépendantes si ni a precedes b et ni b precedes a
- Les algorithmes vont construire des snapshots consistants mais vont faire des choix selon les techniques utilisées.

Etat courant

1 Election

Problème de l'élection

2 Election

Problème de l'élection

Election dans un graphe acyclique

3 Auto-stabilisation

Généralités

Définition

Réseaux en anneau

Algorithme de Dijkstra

Algorithme de coloriage

4 Calcul de l'état global

Introduction du problème

Etat global consistant

Algorithme de Chandy et Lamport

Hypothèses de l'algorithme

- P est un ensemble de processus connectés via un ensemble de canaux C
- Pas d'horloge commune ni de mémoire partagée
- Toute processus peut enregistrer son état local, envoyer des messages ou recevoir des messages
- Les canaux sont
 - ▶ unidirectionnels
 - ▶ gérés selon la politique FIFO
 - ▶ de capacité infinie
 - ▶ sans erreur
 - ▶ équitables
- *Construire un snapshot consistant*

Principe de cet algorithme

- On se donne deux ensembles : P est l'ensemble des processus et M est l'ensemble des messages
- On définit un message particulier appelé marqueur et noté \bowtie
- Un ensemble de processus P connectés par des canaux caractérisés par deux variables
 - ▶ $sent \in P \times P \rightarrow (Nodes \rightarrow M)$
 - ▶ $rec \in P \times P \rightarrow (Nodes \rightarrow M)$
 - ▶ $dom(sent) = dom(rec)$
- On se donne un initiateur du calcul $i \in P$.
- On se donne une variable s qui contient tous les processus au début de l'algorithme
- Deux actions sont possibles :
 - ▶ **CL1** : le processus i réalise les actions suivantes en un pas de calcul, si $i \in s$: soustraire i de s ; enregistrer l'état local ; envoyer le marqueur \bowtie à tous ses canaux.
 - ▶ **CL2** : le processus $j \in P$ reçoit le marqueur \bowtie sur un canal incident et réalise les actions suivantes : soustraire j de s ; enregistrer l'état local ; envoyer le marqueur \bowtie à tous ses canaux.

Algorithme de Chandy et Lamport CL

Initialisation de CL

Initialisation du processus de calcul par un processus p tel que $taken_p = false$.

BEGIN

record(state(p))

$taken_p := true$

send m **to** $Neighbors(p)$

For each port i of p , record messages arriving on i

END

Algorithme de Chandy et Lamport CL

Initialisation de CL

Initialisation du processus de calcul par un processus p tel que $taken_p = false$.

BEGIN

record(state(p))

$taken_p := true$

send m **to** $Neighbors(p)$

For each port i of p , record messages arriving on i

END

- Applicable par n'importe quel nœud qui souhaite commencer

Algorithme de Chandy et Lamport CL

Initialisation de CL

Initialisation du processus de calcul par un processus p tel que $taken_p = false$.

BEGIN

record(state(p))

$taken_p := true$

send m **to** $Neighbors(p)$

For each port i of p , record messages arriving on i

END

- Applicable par n'importe quel nœud qui souhaite commencer
- Action effectuée localement

Algorithme de Chandy et Lamport

R-CL

Une action est activée si un marqueur m arrive sur un port j de p .

BEGIN

receive m **on** j **of** p

mark($port\ j$)

IF $not\ taken_p$ **THEN**

$taken_p := true$

record($state(p)$)

send m **to** $Neighbors(p)$

For each port $i \neq j$ **of** p , **record** messages arriving on i via $M_{p,i}$

ELSE

Stop recording messages incoming from port j of p

record($M_{p,j}$)

FI

IF p **has received** a marker via all incoming channels **THEN**

$local_snapshot_p := true$

FI

END

Propriétés de l'algorithme

- Pourquoi l'algorithme termine :
 - ▶ les canaux sont supposés fiables
 - ▶ les messages sont transmis FIFO
 - ▶ s est vide à la terminaison
 - ▶ Quand s est vide, tous les processus ont reçu le marqueur sur leurs canaux incidents.

Applications de l'algorithme

- Calculer le nombre de jetons dans un réseau
- Détermination de point de reprise de calcul

un réseau

- On considère un réseau de type anneau de 1 à 3 dans ce sens

un réseau

- On considère un réseau de type anneau de 1 à 3 dans ce sens
- CL1 : le processus 1 envoie le jeton à 2 ; le processus devient local ($n(1) = 0$) ; il positionne les variables associées aux canaux : $sent(1, 2) = 1$ et $rec(3, 1) = 0$; il envoie le marqueur sur le canal $(1, 2)$.
- E : le processus i reçoit le jeton et le renvoie à son voisin.
- CL2 : le processus i reçoit le marqueur ; le processus i devient local ($n(i) = 0$) ; il positionne $rec(i-1, i) = 1$ et $sent(i, i+1) = 1$; il envoie le marqueur sur le canal $(i, i+1)$.
- L'algorithme termine et le nombre de jetons enregistrés est :

$$n_1 + n_2 + n_3 + sent(1, 2) - rec(1, 2) + sent(2, 3) - rec(2, 3) + sent(3, 1) - rec(3, 1)$$

Algorithme de Lay et Yang

Algorithme de Lay et Yang

- LY1 : L'initialisateur enregistre son état et quand il doit envoyer un message à un autre processus, il envoie le message (m, r) où r désigne une couleur.

Algorithme de Lay et Yang

- LY1 : L'initialisateur enregistre son état et quand il doit envoyer un message à un autre processus, il envoie le message (m,r) où r désigne une couleur. B
- LY2 : Quand un processus reçoit un message (m,r) , il enregistre son état, si ce n'est pas déjà fait, et accepte le message m .

roa

Algorithme de Lay et Yang

- LY1 : L'initialisateur enregistre son état et quand il doit envoyer un message à un autre processus, il envoie le message (m,r) où r désigne une couleur.B
- LY2 : Quand un processus reçoit un message (m,r) , il enregistre son état, si ce n'est pas déjà fait, et accepte le message m .

roa

- L'accessibilité de l'état global n'est pas garanti