

---

# Cours ASPD

## Temps et datation dans les systèmes répartis

## Protocoles de groupe et protocoles d'exclusion mutuelle

## Telecom Nancy 2A IL

---

Dominique Méry  
Telecom Nancy  
Université de Lorraine

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

# Section Courante

---

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

]

# Raisonneur sur un système réparti

---

- Définir un état du système réparti : état local, état des communications, ...
- Ordonner les différentes actions ou événements du système réparti mais maintenir la cohérence des données.
- Tenir compte des niveaux d'abstraction et des couches

# Raisonneur sur un système réparti

- Définir un état du système réparti : état local, état des communications, ...
- Ordonner les différentes actions ou événements du système réparti mais maintenir la cohérence des données.
- Tenir compte des niveaux d'abstraction et des couches

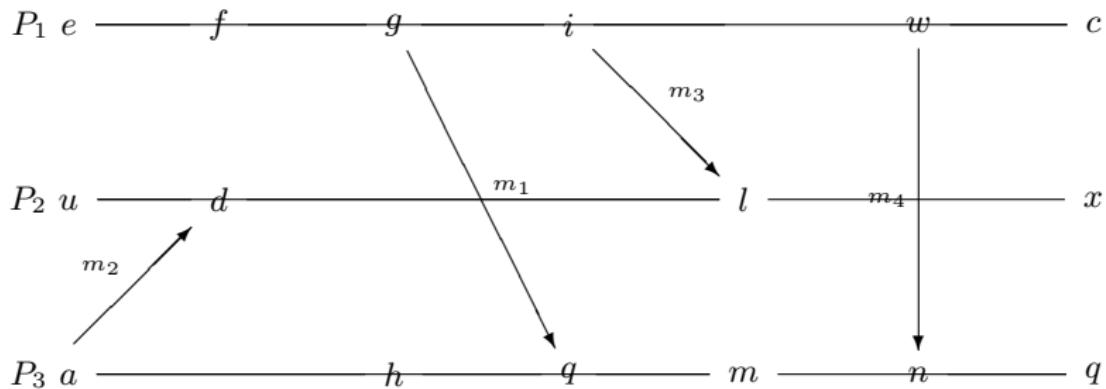
## Motivation principale

Les mécanismes de communication point à point sont généralisés à des communication de groupe :

- un processus p envoie un message m à un groupe de processus D : protocole de diffusion
- propriétés attendues de ce type de protocole
  - ▶ validité : toute diffusion d'un message m par un processus p non-fautif à un groupe D conduit fatalement à la délivrance du message par tous les membres non-fautifs du groupe.
  - ▶ accord : si un processus non-fautif délivre le message m, alors tous les membres non-fautifs délivrent m.
  - ▶ intégrité : un message m est délivré au plus une fois à tout processus non-fautif, et seulement s'il a été diffusé par un processus.

# Datation des événements

- Datation induite par l'horloge locale :
  - ▶ ordre des événements = ordre de la suite des instructions
  - ▶  $e$  arrive avant  $f$  :  $e$  est exécuté sur le site  $S$  avant  $f$ .
  - ▶  $e \sim f$  signifie  $e; f$
- Datation sur des sites différents : comment définir un ordre sur les événements ?

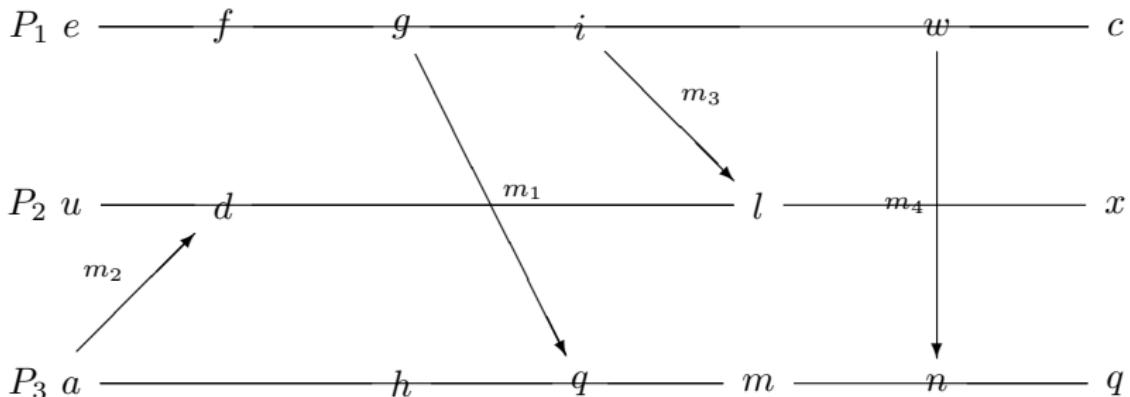




- Construire un ordre sur les événements conservant les ordres :
  - ▶ l'ordre sur les processeurs
  - ▶ l'ordre sur les opérations d'envoi de message
- Solution de Lamport en 1978 : causalité
- $e \rightsquigarrow f$  :  $e$  précède  $f$  ou  $e$  arrive avant  $f$

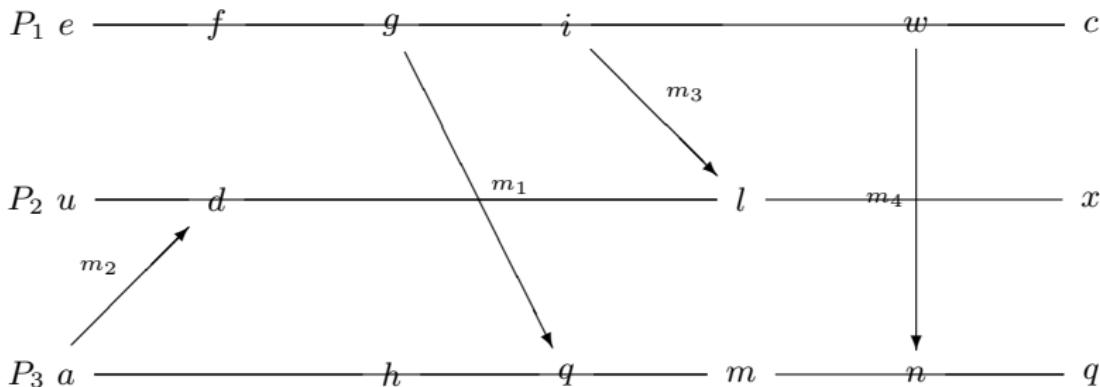
# Règles de construction de la relation $\rightsquigarrow$

- **Règle 1** : Si deux événements a et b d'un même processus et si le temps d'occurrence de a est antérieur à b, alors  $a \rightsquigarrow b$ .
- **Règle 2** : Si a est un événement d'envoi d'un message par un processus P à un processus Q et si b est l'événement de réception du même message, alors  $a \rightsquigarrow b$  :
- **Règle 3** : Si  $a \rightsquigarrow b$  et  $b \rightsquigarrow c$ , alors  $a \rightsquigarrow c$ .

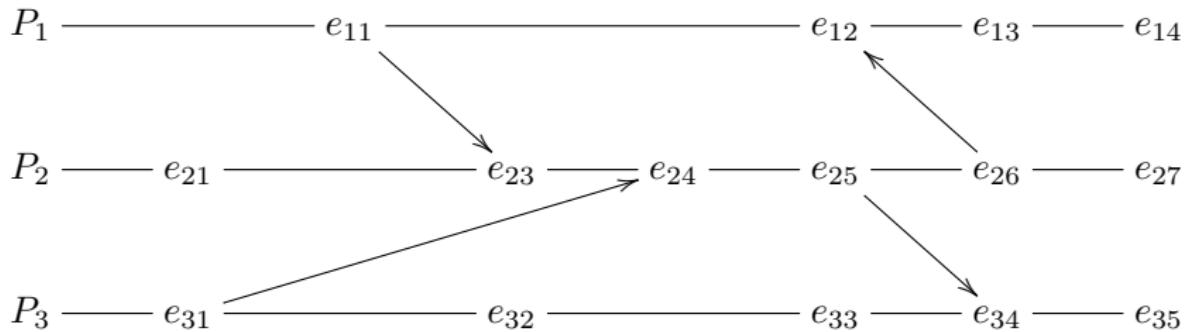


# Ordre causal

- Pour chaque événement  $e \in E$ , on définit :
  - ▶  $Past(e) = \{e' \in E | e' \sim e\}$  : passé de l'événement  $e$ .
  - ▶  $Future(e) = \{e' \in E | e \sim e'\}$  : futur de l'événement  $e$ .
  - ▶  $Concurrent(e) = (E - \{e\}) - (Future(e) \cup Past(e))$  : événements indépendants de  $e$
  - ▶  $e \parallel f$  ou  $e \# f$  :  $e' \in Concurrent(e)$  ou  $e \in Concurrent(e')$
  - ▶ Propriété :  $e \in Concurrent(e')$  si, et seulement si,  
 $e \in Concurrent(e')$



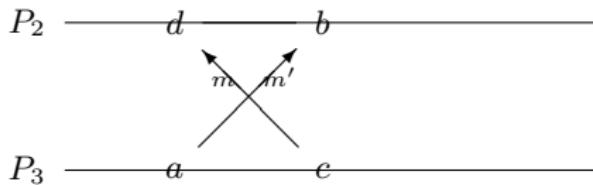
# Exemple de datation



# Événements d'un système

- $e$  : événement local à un processus donné
- $Emission_i(m, j)$  : émission d'un message  $m$  par le processus  $i$ .
- $Send_i(m, j)$  : événement d'envoi dans le processus  $i$  d'un message  $m$  à un autre processus.
- $Receive_i(m, j)$  : événement de réception par le processus  $i$  d'un message  $m$  provenant d'un autre processus.
- $Deliver_i(m, j)$  : événement marquant la livraison effective du message  $m$  par le processus  $i$ .

$P_1$  —————



- ①  $a$  envoie un message à  $b$
- ②  $c$  envoie un message à  $d$
- ③ Anomalie : l'ordre d'envoi n'est pas respecté par la réception.

## Réception FIFO

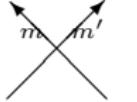
Si un message  $m$  est envoyé par un processus  $P$  avant un message  $m'$ , alors le message  $m$  est reçu par le processus  $Q$  avant de recevoir le message  $m'$  ou encore

Si  $Send_i(m, j) \rightsquigarrow Send_i(m', j)$ , alors  $Receive_j(m, i) \rightsquigarrow Receive_j(m', i)$

### anomalie FIFO

$P_1$  —————

$P_2$  —————  $d$  —————  $b$  —————



$P_3$  —————  $a$  —————  $e$  —————

- ①  $a$  envoie un message à  $b$
- ②  $c$  envoie un message à  $d$
- ③ Anomalie : l'ordre d'envoi n'est pas respecté par la réception.

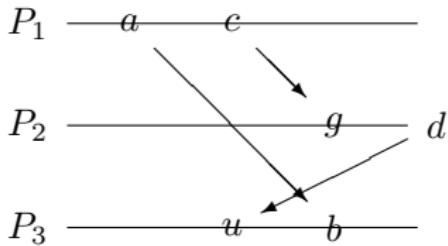
## Livraison CAUSALE

Si un message  $m$  est envoyé par un processus  $P$  avant un message  $m'$  envoyé après pour l'ordre causal, alors le message  $m$  est reçu par le processus  $Q$  avant de recevoir le message  $m'$  ou encore :

Si  $Send_i(m, j) \rightsquigarrow Send_k(m', j)$ , alors

$Deliver_j(m, i) \rightsquigarrow Deliver_j(m', k)$

### anomalie CAUSALE



- ①  $c$  envoie un message à  $g$
- ②  $d$  envoie un message à  $u$
- ③  $g$  précède  $d$
- ④ Anomalie :  $a$  précède  $c$  et  $u$  précède  $b$ .

- LC désigne une horloge logique (**Logical Clock**)
- LC est une fonction associant à tout événement une valeur entière.
- Toute occurrence d'un événement interne à un processus conduit à l'incrément de 1 de l'horloge locale.
- Quand on envoie un message, on ajoute la valeur de LC au message envoyé.
- Quand on reçoit un message, la valeur de LC est positionnée au maximum de l'horloge locale et de la valeur du message plus 1.
- **Propriété des horloges logiques** : Si  $a \rightsquigarrow b$ , alors  $LC(a) < LC(b)$ .

# Gestion des horloges logiques

---

- Définition

- ▶ Chaque site  $i$  dispose d'une horloge locale noté  $LC_i : LC_i \in E_i \rightarrow \mathbb{N}$
- ▶ Une fonction d'estampillage est définie et notée  $TS$  et associe à tout message une valeur :  $TS \in M \rightarrow \mathbb{N}$
- ▶ Pour tout événement local  $e$  à un processus  $i : e \in \text{dom}(LC_i)$ .
- ▶ Tout message  $m$  envoyé est estampillé par une valeur définie par une fonction d'estampillage :  $m \in \text{dom}(TS)$ .
- ▶ Pour chaque événement  $e$ , on notera  $P(e)$  le processus d'exécution de  $e$ .

- Opérations

- ▶ Initialement, les horloges sont définies par 0 pour le premier événement qui existe toujours et qui correspond à l'initialisation en  $i : start_i \in P(i)$  et  $start(i) \in \text{dom}(LC_i)$  et  $LC_i(start(i)) = 0$
- ▶ Si un événement  $e$  est local à  $i$ , alors  $LC_i(e) := \text{Max}(\text{ran}(LC_i)) + 1$ .
- ▶ Si un événement  $e$  est l'envoi d'un message  $m$ , alors  $LC_i(e) := \text{Max}(\text{ran}(LC_i)) + 1$  et  $TS(m) := LC_i(e)$
- ▶ Si un événement  $e$  est la réception d'un message  $m$ , lors on met à jour l'horloge locale :  $LC_i(e) := \text{Max}(TS(m), \text{Max}(\text{ran}(LC_i))) + 1$ .

# Exemple de datation

---

- Chaque événement est affecté d'un entier

# Exemple de datation

---

- Chaque événement est affecté d'un entier
- Deux événements peuvent avoir la même valeur

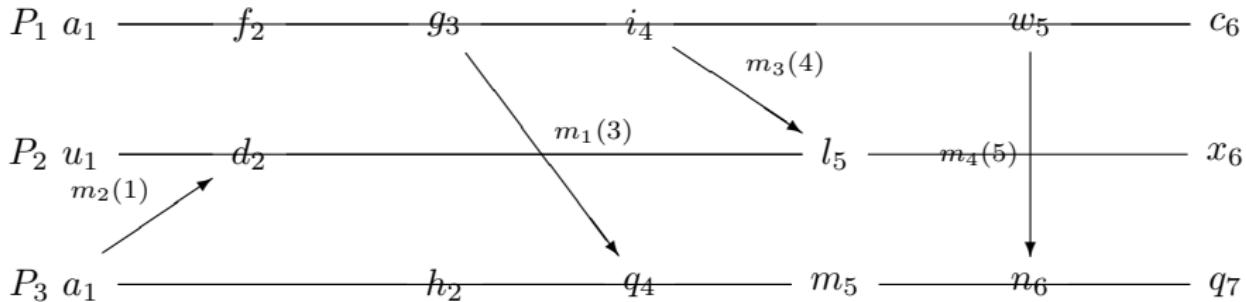
# Exemple de datation

---

- Chaque événement est affecté d'un entier
- Deux événements peuvent avoir la même valeur

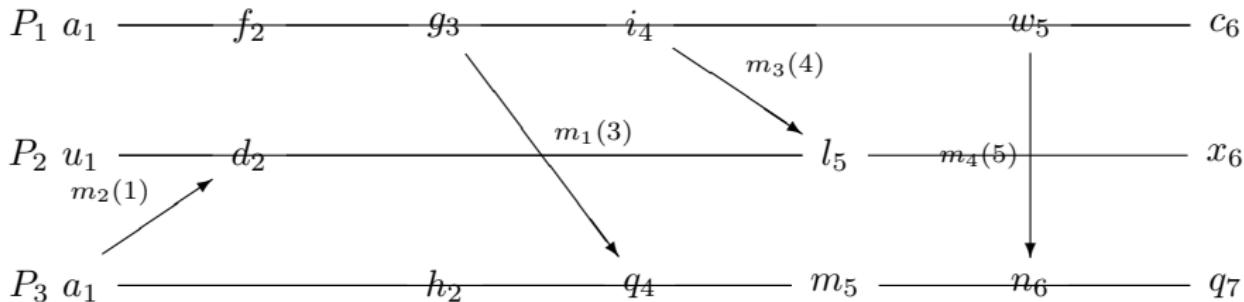
# Exemple de datation

- Chaque événement est affecté d'un entier
- Deux événements peuvent avoir la même valeur



# Exemple de datation

- Chaque événement est affecté d'un entier
- Deux événements peuvent avoir la même valeur



- $f_2$  et  $d_2$  sont deux événements non-comparables avec le même numéro. et constituent un contre-exemple à la réciproque de la propriété :  $f_2 \# d_2$
- $g_3$  et  $d_2$  sont deux événements non-comparables avec des numéros comparables et constituent un contre-exemple à la réciproque de la propriété :  $g_3 \# d_2$

# Définition d'un ordre strict

---

- L'estampille d'un événement  $e$  est définie par la paire  $(LC_{P(e)}(e), P(e))$ .
- On définit un ordre strict sur les estampilles par  $LC(e) = (LC_{P(e)}(e), P(e))$ .
  - ▶  $LC(e) \prec LC(f)$  ou  $(LC_{P(e)}(e), P(e)) \prec (LC_{P(f)}(f), P(f))$  :  
$$\left\{ \begin{array}{l} LC_{P(e)}(e) < LC_{P(f)}(f) \\ \text{ou} \quad (LC_{P(e)}(e) = LC_{P(f)}(f)) \text{ et } (P(e) < P(f)) \end{array} \right.$$
- $\prec$  est transitive
- **Propriété** : Si  $e \rightsquigarrow f$ , alors  $LC(e) \prec LC(f)$ .

# Démonstration de la propriété

## Propriété

Si  $e \rightsquigarrow f$ , alors  $LC(e) \prec LC(f)$ .

Démonstration Récurrence sur la longueur de la suite  $e \rightsquigarrow f$ .

- $e \rightsquigarrow f$  est de longueur 1 : deux cas sont envisagés

►  $e$  et  $f$  sont deux événements locaux et se suivent :

$$LC(f) = LC(e)+1$$



►  $e$  est un envoi de  $m$  et  $f$  est la réception de  $m$  :

$$LC(f) = \text{Max}(TS(m), \text{Max}(\text{ran}(LC_i)))+1 \text{ et}$$

$$TS(m) = LC_{P(e)}(e). \text{ On en déduit que } LC(e) \prec LC(f).$$



- $e \rightsquigarrow f$  est de longueur strictement plus grande que 1 : Dans ce cas, on a une suite de longueur  $n$  telle que

$$e = e_0 \dots e_i \dots e_n = f \text{ d'événements liés par la relation } \rightsquigarrow (\forall i \in \{0 \dots n-1\}. e_i \prec e_{i+1})$$

► Par hypothèse de récurrence et par construction de  $\rightsquigarrow$ , on déduit que  $e \rightsquigarrow e_{n-1}$  et  $LC(e) \prec LC(e_{n-1})$ .

► Puisque  $e_{n-1} \prec e_n$ , on analyse les deux cas comme pour le pas de récurrence initiale pour établir que  $LC(e_{n-1}) \prec LC(e_n)$

► Par transitivité de la relation  $\prec$ , on établit que  $LC(e) \prec LC(f)$ . □

# Section Courante

---

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

]

### Estampillage de Lamport

- $e$  est local à  $i : l(e) \stackrel{\text{def}}{=} e \wedge \text{clock}' = \text{clock}[i] - > \text{clock}[i] + 1]$
  - $e$  est un envoi de  $i$  à  $j : l(e) \stackrel{\text{def}}{=} \text{clock}' = \text{clock}[i] - > \text{clock}[i] + 1 \wedge e \wedge \text{file}' = \text{file}[i, j] - > < m, \text{clock}[i] + 1 >$
  - $e$  est une réception par  $i$  de  $j :$   
$$l(e) \stackrel{\text{def}}{=} < m, c > = \text{file}[i, j] \wedge e \wedge \text{file}' = \text{file}[i, j] - > <> \\ ] \wedge \text{clock}' = \text{clock}[i] - > \text{Max}(\text{clock}[i], c) + 1]$$
- 
- Superposer une nouvelle variable  $\text{clock}$  pour enregistrer le temps local.
  - Appliquer une progression des variables locales selon l'occurrence des événements.

- Une estampille (timestamp) est une couple formé d'une valeur entière positive et d'un entier naturel.
- Les estampilles sont comparables par la relation d'ordre totale suivante :

$$\langle c, i \rangle < \langle d, j \rangle \stackrel{\text{def}}{=} (c < d) \vee (c = d \wedge i < j)$$

## Préservation des propriétés

- Si un système réparti satisfait une propriété d'invariance  $I$ , alors le système transformé satisfait  $I$ .
- Si un système réparti satisfait une propriété de sûreté  $S$ , alors le système transformé satisfait  $S$ .
- Tout système transformé est un raffinement du système transformé.

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

]

- **Propriété des horloges logiques** : Si  $a \rightsquigarrow b$ , alors  $LC(a) \prec LC(b)$ .
- L'ordre  $\prec$  ne permet pas, en comparant les valeurs des horloges, de déduire une causalité entre 2 événements.
- Pour y remédier on va associer aux événements un vecteur d'horloges qui permettra de décider, s'il y a une relation de causalité entre 2 événements :

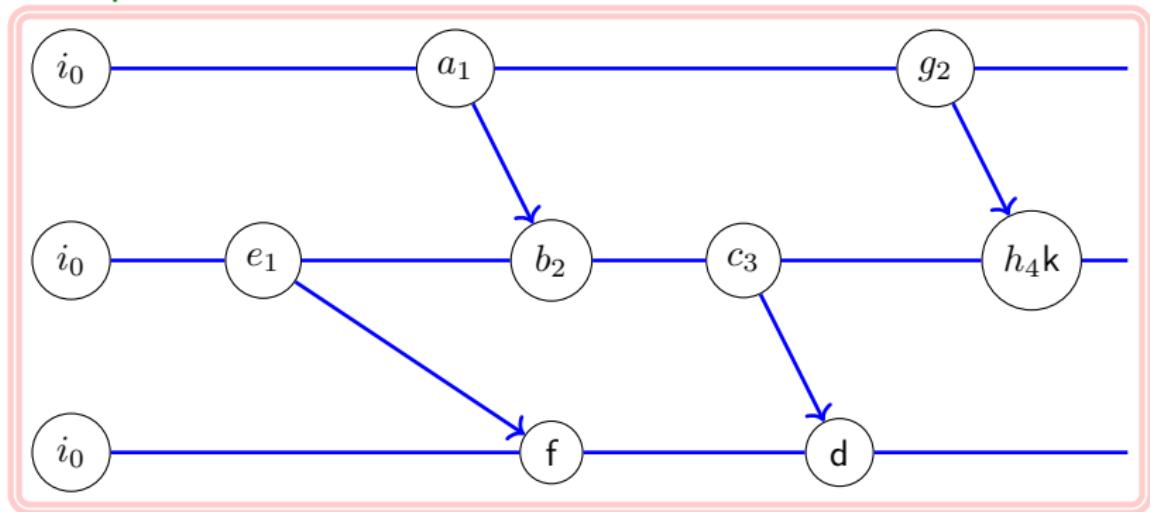
## Objectif des horloges vectorielles

$a \rightsquigarrow b$  si, et seulement si,  $VC(a) \prec_v VC(b)$ .

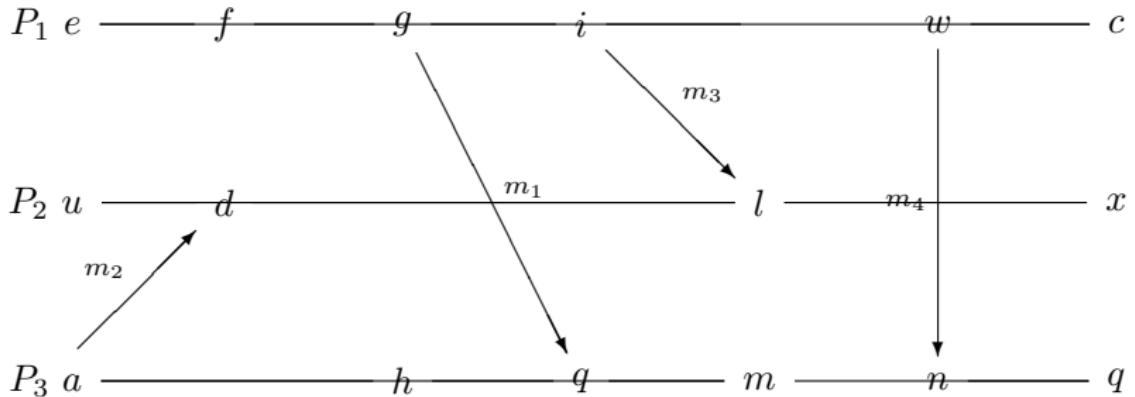
# Illustration 1

$LC(e) = 1$  et  $LC(g) = 2$ , e et g ne sont pas comparables pour  $\prec$ .

## Example



# Illustration des vecteurs d'horloge



# Illustration des vecteurs d'horloge

---

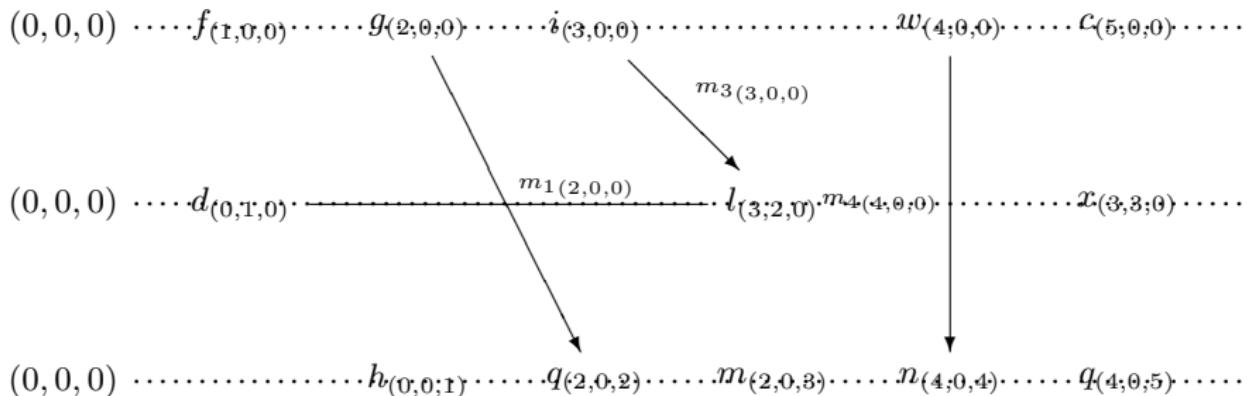
# Illustration des vecteurs d'horloge

---

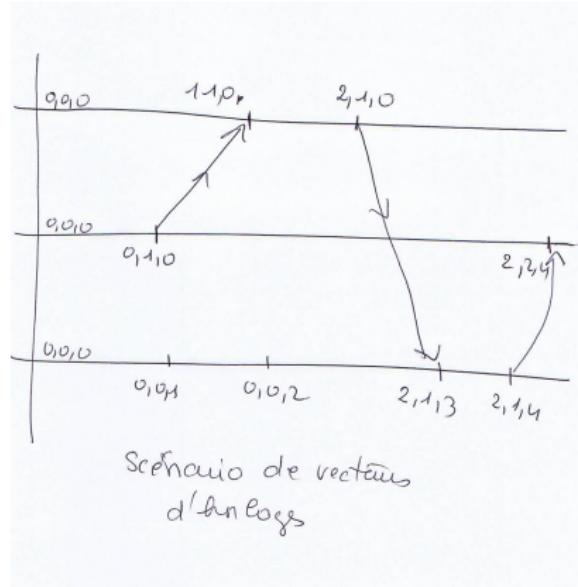
devient décoré comme suit

# Illustration des vecteurs d'horloge

devient décoré comme suit



## Illustration 2



## Contexte

- Chaque site  $i \in \{1 \dots n\}$  dispose d'un vecteur local noté  $VC_i$  :  
 $VC_i \in E_i \rightarrow \mathbb{N}^n$
- Une fonction d'estampillage est définie et notée  $MC$  et associe à tout message une valeur :  $MC \in M \rightarrow \mathbb{N}^n$
- Pour tout événement local  $e$  à un processus  $i$  :  $e \in dom(VC_i)$ .
- Tout message  $m$  envoyé est estampillé par une valeur définie par une fonction d'estampillage :  $m \in dom(MC)$ .
- Pour chaque événement  $e$ , on notera  $P(e)$  le processus d'exécution de  $e$ .

# Opérations sur les n-uplets d'entiers

---

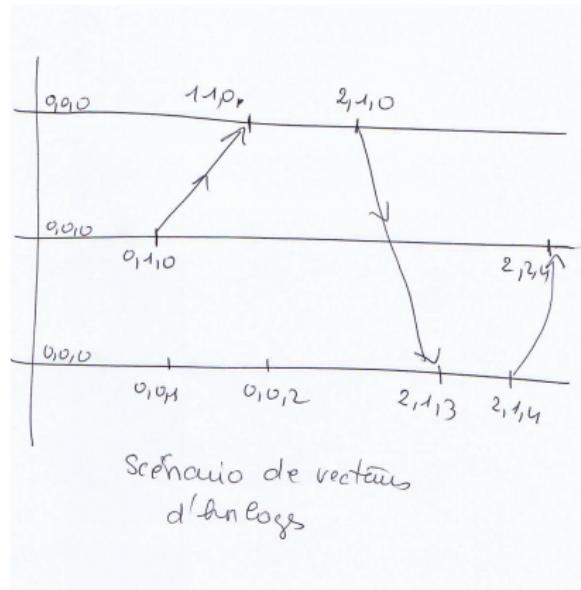
- $v \in 1..n \rightarrow \mathbb{N}$  et  $w \in 1..n \rightarrow \mathbb{N}$
- $1_i \in 1..n \rightarrow \mathbb{N}$  :
  - ▶  $1_i(i) = 1$
  - ▶  $\forall j. j \in \{1..n\} \wedge j \neq i \Rightarrow 1_i(j) = 0$
- $v \oplus 1_i \in 1..n \rightarrow \mathbb{N}$  :
  - ▶  $(v \oplus 1_i)(i) = v(i) + 1$
  - ▶  $\forall j. j \in \{1..n\} \wedge j \neq i \Rightarrow (v \oplus 1_i)(j) = v(j)$
- $v \leq_{uple} w : \forall j. j \in \{1..n\} \Rightarrow v(j) \leq w(j)$
- $Max \in POW(1..n \rightarrow \mathbb{N}) \leftrightarrow 1..n \rightarrow \mathbb{N}$  :
  - ▶  $dom(Max) \subseteq POW(1..n \rightarrow \mathbb{N}) - \{\emptyset\}$
  - ▶  $Max$  renvoie la valeur maximale (selon l'ordre  $\leq_{uple}$ ) d'un ensemble fini de n-uplets, si elle existe.
  - ▶  $Max(\{(0, 1, 0), (3, 4, 0), (7, 0, 9)\})$  n'existe pas.
  - ▶  $Max(\{(0, 1, 0), (3, 4, 0), (7, 6, 9)\}) = (7, 6, 9).$
- Pour tout n-uplet  $u$  ( $\in 1..n \rightarrow \mathbb{N}$ ), on définit la  $j$ -ième projection par la notation  $u(j)$ .
  - ▶  $(0, 6, 5)(2) = 6, (0, 6, 5)(1) = 0, (0, 6, 5)(3) = 5$

# Vecteur d'horloges (II)

## Mécanisme

- Initialement, les horloges sont définies par  $(0, 0, 0)$  pour le premier événement qui existe toujours et qui correspond à l'initialisation en  $i : start_i \in P(i)$  et  $start(i) \in \text{dom}(VC_i)$  et  $VC_i(start(i)) = (0, 0, 0)$
- Si un événement  $e$  est local à  $i$ , alors  $VC_i(e) := \text{Max}(\text{ran}(VC_i)) \oplus 1_i$ .
- Si un événement  $e$  est l'envoi d'un message  $m$ , alors  $VC_i(e) := \text{Max}(\text{ran}(VC_i)) \oplus 1_{P(e)}$  et  $MC(m) := VC_i(e)$ .
- Si un événement  $e$  est la réception d'un message  $m$ , alors
  - ❶ on met à jour le vecteur local :  
 $VC_i(e)(i) := \text{Max}(\text{ran}(VC_i), MC(m)) + 1$
  - ❷ et  $\forall j. j \in 1..n \wedge j \neq i \Rightarrow VC_i(e)(j) := \text{Max}(\text{Max}(\text{ran}(VC_i)), MC(m))(j)$ .

## Illustration 2



# Propriétés de la datation vectorielle

## Date d'un événement $e$ et sens de $VC_{P(e)}(e)$

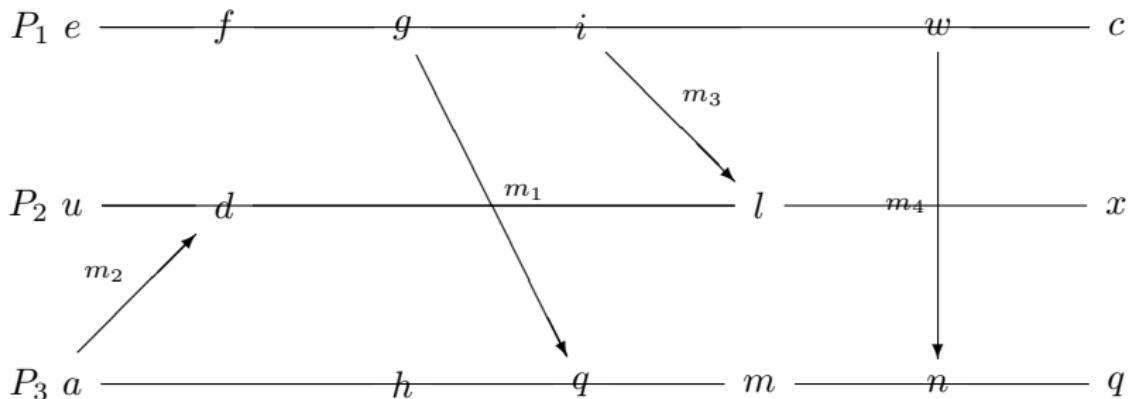
La valeur de la  $i$ ème composante de  $VC_{P(e)}(e)$  correspond au nombre d'événements dans le passé de  $e$  pour le site  $i$  ou que  $e$  connaît.

## Propriétés

Soit un événement  $e \in E$  tel que  $e \in \text{dom}(VC_{P(e)})$  (signifiant que  $e$  a une date ou encore qu'il a eu une occurrence).

- Si  $i \neq P(e)$ , alors  $VC_{P(e)}(e)(i) = \text{Card}(\{e' | e' \in E_i \wedge e' \sim e\})$
- Si  $i = P(e)$ , alors  $VC_{P(e)}(e)(i) = \text{Card}(\{e' | e' \in E_i \wedge e' \sim e\})$

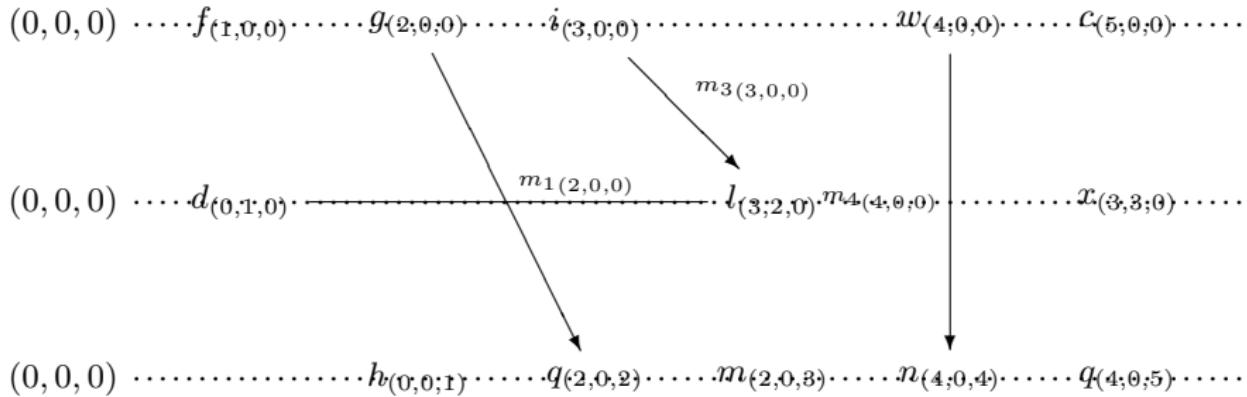
# Illustration des vecteurs d'horloge



$(0, 0, 0) \dots f_{(1;0,0)} \dots g_{(2;0,0)} \dots i_{(3;0,0)} \dots \dots \dots w_{(4;0,0)} \dots c_{(5;0,0)} \dots \dots$

$(0, 0, 0) \dots d_{(0;1,0)} \dots \dots \dots m_1(2,0,0) \dots \dots \dots l_{(3;2,0)} \dots m_4(4,0,0) \dots \dots \dots x_{(3;3,0)} \dots \dots$

# Illustration des vecteurs d'horloge



# Propriétés

I

Soient  $e_1$  et  $e_2$  2 événements se produisant dans le réseau.

Pour tous les événements  $e$  et  $f$  de  $E$ ,

$$e \rightsquigarrow f \text{ si, et seulement si, } VC_{P(e)}(e) \leq_{uple} VC_{P(f)}(f)$$

II

Soient  $e_1$  et  $e_2$  2 événements se produisant dans le réseau.

Pour tous les événements  $e$  et  $f$  de  $E$ ,

$e \# f$  si, et seulement si,  $VC_{P(e)}(e)$  et  $VC_{P(f)}(f)$  ne sont pas comparables par  $\leq_{uple}$ .

# Justification (I)

---

$e \rightsquigarrow f$  :  $Past(e) \subseteq Past(f)$  et  $\forall i. i \in 1..n \Rightarrow VC_{P(e)}(i) \leq VC_{P(f)}(i)$

$\vee C_{P(f)}(f)$  :

# Justification (II)

---

$e \# f$

par  $\leq_{upl}$ .

# Propriété des horloges vectorielles

## densité

Soient deux événements  $e_i$  de  $P_i$  et  $e_j$  de  $P_j$ .

Si  $VC(e_i)(k) < VC(e_j)(k)$ , alors il existe un événement  $e$  tel que  
 $\neg(e \rightarrow e_i)$  et  $e \rightarrow e_j$ .

Il existe un événement  $e$  qui a permis l'incrément de la composante  $k$  de l'horloge vectorielle.  $e$  n'est pas la cause de  $e_i$ .

# Section Courante

---

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

]

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

# Problèmes d'exclusion mutuelle

---

PROBLÈME : un ensemble d'agents communicants souhaitent partager une ressource commune et

- avoir accès au bout d'un temps fini après une requête
- avoir un accès exclusif
- être considéré de manière équitable

# Problème de l'Exclusion mutuelle

---

- Assurer le partage de ressources communes
- Garantir une répartition équitable de ces ressources partagées
- Environnement centralisé solutions logicielles : algorithmes de Dekker, de Dijkstra, de Peterson,
- Environnement centralisé solutions matérielles : sémaphores, test and sets ...

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

# Solutions en système centralisé

---

- Utilisation de verrous : lock, unlock
- Utilisation de sémaphores :
- Variables de priorités Bakery

- Un sémaphore est une structure constituée d'une variable  $s$  et d'une file d'attente  $q$  et cette structure est gérée par deux opérations :
  - ▶  $P(s)$  : demande du sémaphore
  - ▶  $V(s)$  : libération du sémaphore
- PROPRIÉTÉ 1 : le nombre de processus distincts utilisant le sémaphore est d'au plus sa valeur initiale.
- PROPRIÉTÉ 2 : tout processus demandant le sémaphore pourra l'obtenir à condition qu'au moins un des processus le possédant le rende.

**CONTEXT** *sem0*

**SETS**

*PROCESSES*

**CONSTANTS**

*smax*

**AXIOMS**

*axm1 : PROCESSES*  $\neq \emptyset$

*axm2 : smax*  $\in \mathbb{N}$

*axm3 : smax*  $\neq 0$

**END**

**MACHINE** *sem1*

**SEES** *sem0*

**VARIABLES**

*s, f, r, get*

**INVARIANTS**

*inv1 : s ∈ ℕ*

*inv2 : r ∈ ℕ*

*inv3 : f ∈ 1 .. r ↪ PROCESSES*

*inv4 : get ⊆ PROCESSES*

*inv5 : s ≤ smax*

*inv6 : ran(f) ∩ get = ∅*

*inv7 : dom(f) = 1 .. r*

*inv8 : finite(get)*

*inv9 : s + card(get) = smax*

*inv10 : r ≠ 0 ⇒ s = 0*

*inv11 : s ≠ 0 ⇒ r = 0*

*inv12 : s ≠ 0 ⇒ dom(f) = ∅*

EVENT INITIALISATION

**BEGIN**

*act1 : s := s<sub>max</sub>*

*act2 : r := 0*

*act3 : get := Ø*

*act4 : f := Ø*

**END**

EVENT RequestSemFree

**ANY**

*p*

**WHERE**

*grd1 : p ∈ PROCESSES*

*grd2 : p ∉ get*

*grd3 : s ≠ 0*

**THEN**

*act1s := s - 1*

*act2get := get ∪ {p}*

**END**

EVENT RequestSemWaiting

**ANY**

$p$

**WHERE**

$grd1 : p \in PROCESSES$

$grd2 : s = 0$

$grd3 : p \notin get$

**THEN**

$act1 : f(r+1) := p$

$act2 : r := r+1$

**END**

EVENT ReleaseSemFree

**ANY**

$p$

**WHERE**

$grd1 : p \in PROCESSES$

$grd2 : p \in get$

$grd3 : r = 0$

**THEN**

$act1 : get := get \setminus \{p\}$

$act2 : s := s+1$

**END**

EVENT ReleaseSemWaiting

**ANY**

$p, q$

**WHERE**

$grd1 : p \in get$

$grd2 : q \in ran(f)$

$grd3 : q = f(1)$

**THEN**

$act1 : get := (get \setminus \{p\}) \cup \{q\}$

$act2 : r := r - 1$

$act3 : f : |(f' \in 1 .. (r-1)) \rightarrow PROCESSES \wedge (\forall i \cdot i \in 1 .. (r-1) \Rightarrow f'(i) \neq null)$

**END**

# Algorithmes classiques d'exclusion mutuelle

---

- Garantir l'exclusion mutuelle par des variables de priorités
- Plusieurs solutions existent comme Dekker, Dijkstra, ...
- Algorithme *bakery* de Lamport : rôle des variables  $y_1$  et  $y_2$ .

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

# Problèmes posés par la répartition

---

- Hypothèse 1 : le réseau est supposé complet ou encore que les sites communiquent entre eux via un protocole fiable.
- Hypothèse 2 : chaque site a sa propre horloge.
- Problème : Les sites partagent une ressource commune et la demande de ressource conduit à un service exclusif, effectif et équitable.

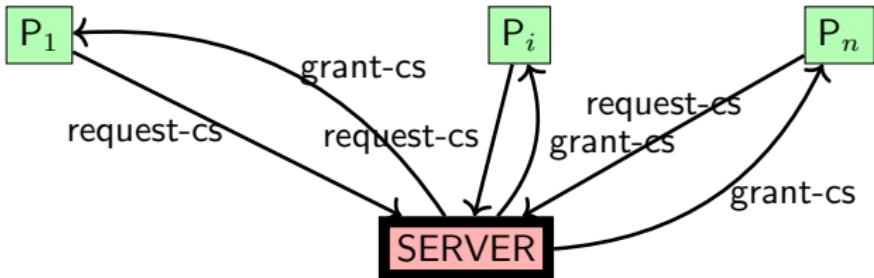
# Problèmes posés par la répartition

- Hypothèse 1 : le réseau est supposé complet ou encore que les sites communiquent entre eux via un protocole fiable.
- Hypothèse 2 : chaque site a sa propre horloge.
- Problème : Les sites partagent une ressource commune et la demande de ressource conduit à un service exclusif, effectif et équitable.

## Idées de solution

- Assurer l'exclusion mutuelle à l'aide d'une file d'attente qui gère les requêtes.
- Deux solutions pour la file d'attente
  - ▶ Un site joue le rôle de serveur de la file d'attente
  - ▶ La file est implicite au niveau du protocole et est gérée par tous les processus ;

# Client Serveur



- SERVER gère une file d'attente et sert les demandes selon cette file d'attente.
- Les communications sont fiables ou pas

# Décomposition en phases

---

- Phase de demande
- Phase d'attente
- Phase d'utilisation
- Phase de remise
- Phase de fin
- Chaque phase est propre à un processus séquentiel
- Chaque phase du processus P est concrente au processus Q où P et Q sont distincts

# Questions liées à la répartition

---

- Un ensemble de processus  $Proc$  partagent une ressource commune  $R$
- Tout processus est connecté à tout processus autre du réseau
- La question est de trouver un moyen d'ordonner totalement les requêtes de section critique sont totalement ordonnables.
- Trouver un ordre total : les estampilles de Lamport

# Principes des algorithmes d'exclusion mutuelle

---

Les algorithmes d'exclusion mutuelle fonctionnent sur le modèle suivant :

- Phase de demande
- Phase d'attente
- Phase d'utilisation
- Phase de remise
- Phase de fin

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

# Principes de l'algorithme d'exclusion mutuelle

---

- Phase de requête :  $p$  demande la section critique et envoie à tous les autres sites son estampille :  $n-1$  messages sont envoyés
- Phase d'attente :  $p$  attend de recevoir un message de chaque site lui permettant d'entrer en section critique :  $n-1$  messages sont reçus
- Phase de section critique :  $p$  utilise la section critique et il la rendra au bout d'un temps fini.
- Phase de relâche : le processus  $p$  sort de section critique et renvoie un message à tous les sites :  $n-1$  messages sont envoyés
- Total des message :  $3 \cdot n - 3$  messages sont nécessaires.

- Problème à résoudre : trouver un mécanisme équitable pour ordonnancer les demandes.
- Solution : mettre en œuvre une file d'attente de manière répartie qui permette de positionner les sites demandeurs les uns par rapport aux autres.
- Mécanisme des estampilles :
  - ▶ chaque site a un numéro propre
  - ▶ chaque site maintient un numéro de demande qui est mis à jour en fonction des demandes
  - ▶  $(p, n) < (q, m)$  si et seulement si  $p < q \vee p = q \wedge n < m$

# Algorithme de Lamport

---

- Phase de requête :  $p$  demande la section critique et envoie à tous les autres sites son estampille (diffusion aux  $n-1$  sites).
- Phase d'attente :  $p$  attend de recevoir un message de chaque site lui permettant d'entrer en section critique (attente de  $n-1$  réponses de site).
- Phase de section critique.
- Phase de relâche : le processus  $p$  sort de section critique et renvoie un message à tous les sites pour préciser qu'il sort et il donne une information sur son estampille aux autres processus. (diffusion aux  $n-1$  sites).
- $3 \cdot (n-1)$  messages sont nécessaires

# Algorithme de Ricart et Agrawala

---

- Phase de requête :  $p$  demande la section critique et envoie à tous les autres sites son estampille, .
- Phase d'attente :  $p$  attend de recevoir un message de chaque site lui permettant d'entrer en section critique.
- Phase de section critique.
- Phase de relâche : le processus  $p$  sort de section critique et renvoie un message à tous les sites qui sont en attente de son accord ; cela signifie que l'autorisation du processus  $p$  est attendue par certains sites.  
qui ont été différenciés pour préciser qu'il sort et il donne une information sur son estampille aux autres processus.
- $2 \cdot n - 2$  messages sont nécessaires.

# Algorithme de Carvalho et Roucairol

---

- Même idée que Ricart et Agrawala mais avec une amélioration : un site ne demande pas aux sites qui ne lui ont pas demandé l'autorisation, sauf la première fois.
- Phase de requête :  $p$  demande la section critique et envoie à tous les autres sites son estampille mais la seconde fois n'envoie pas aux sites qui ne lui ont pas demandé.
- Phase d'attente :  $p$  attend de recevoir un message de chaque site lui permettant d'entrer en section critique.
- Phase de section critique.
- Phase de relâche : le processus  $p$  sort de section critique et renvoie un message à tous les sites qui sont en attente de son accord ; cela signifie que l'autorisation du processus  $p$  est attendue par certains sites.  
qui ont été différés pour préciser qu'il sort et il donne une information sur son estampille aux autres processus.
- $2 \cdot n - 2$  messages sont nécessaires mais au plus.

- A  $\sqrt{N}$  Algorithm for Mutual Exclusion in Decentralized Systems  
MAMORU MAEKAWA University of Tokyo

- A  $\sqrt{N}$  Algorithm for Mutual Exclusion in Decentralized Systems  
MAMORU MAEKAWA University of Tokyo
- Partition de l'espace des sites
- Chaque élément de la partition gère les sites de sa classe
- Demande aux représentants de classe

# Conclusion et Questions

---

- Mécanisme de priorité
- Gestion d'une file d'attente répartie
- Mécanisme d'estampillage
- Hypothèses fortes :
  - ▶ graphe complet
  - ▶ communications fiables

# Section Courante

---

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion
- ⑥ Conclusion

]

Une diffusion est fiable, si

- elle est valide : quand un processus diffuse, tous les processus membres du groupe de diffusion reçoivent.
- elle satisfait la propriété d'accord : si un processus reçoit, alors tous les autres membres du groupe reçoivent.
- elle est intègre : chaque message n'arrive qu'une et une seule fois.

Les mécanismes de diffusion fiable sont de type

- **FIFO** : les messages sont délivrés selon l'ordre d'envoi (FBCAST)
- **causalité** : les messages sont délivrés selon un ordre respectant la causalité (CBCAST)
- **Atomique** : les messages sont tous délivrés dans le même ordre (ABCAST)

# Conventions et notations

---

- $\text{receive}_P(m)$  : événement de réception d'un message  $m$  par le processus  $P$ .
- $\text{delivery}_P(m)$  : événement de délivrance du message  $m$  au processus  $P$ .

# Conventions et notations

---

- $\text{receive}_P(m)$  : événement de réception d'un message  $m$  par le processus  $P$ .
- $\text{delivery}_P(m)$  : événement de délivrance du message  $m$  au processus  $P$ .
- Observation :  $\text{receive}_P(m)$  précède  $\text{delivery}_P(m)$
- Idée : différer la délivrance d'un message quand il est reçu.

## Principe

Si un processus diffuse un message  $m_1$  puis un message  $m_2$ , alors aucun processus du groupe ne livre le message  $m_2$  à moins que  $m_1$  ait été livré.

- Si  $\text{send}_P(m_1) \rightsquigarrow \text{send}_P(m_2)$ , alors pour tout processus  $Q$  du groupe de diffusion  $D$ ,  $\text{delivery}_Q(m_1) \rightsquigarrow \text{cdelivery}_Q(m_2)$ .
- Idée de l'algorithme : à la réception des messages, on les stocke et on compare les estampilles des messages pour la composante d'envoi  $P$ .

## Principe

Si

- un processus envoie un message m1
- la délivrance de m1 est suivi causalement de l'envoi de m2

alors tous les processus délivrent le message m2 après le message m1.

- Si  $\text{delivery}_Q(m1) \rightsquigarrow \text{send}_P(m2)$ , alors pour tout processus Q du groupe de diffusion D,  $\text{delivery}_Q(m1) \rightsquigarrow \text{cdelivery}_Q(m2)$ .
- Idée de l'algorithme : à la réception des messages, on les stocke et on compare les estampilles des messages pour la composante d'envoi P.

## Principe

Les processus d'un groupe livre les messages dans le même ordre.

- Si  $\text{delivery}_P(m1) \sim \text{send}_P(m2)$ , alors pour tout processus Q du groupe de diffusion D,  $\text{delivery}_Q(m1) \sim \text{cdelivery}_Q(m2)$ .
- Idée de l'algorithme : à la réception des messages, on les stocke et on compare les estampilles des messages pour la composante d'envoi P.

# Protocole de diffusion CBCAST

## Initialisation

Pour chaque site  $i \in 1..n$ , positionner les valeurs des vecteurs  $VC_i$  à 0.

## Diffusion de $m$ sur le site $i$

$\left\{ \begin{array}{l} VC_i(i) := VC_i(i)+1 \\ \textbf{Pour tout site j de } 1..n : Send_i(m, VC_i(i), j) \end{array} \right.$

## Réception

$\left\{ \begin{array}{l} Receive_i(m, VC_m, j) \\ Wait(VC_m = VC_i(j)+1) \\ Wait(\forall j. j \in 1..n \wedge j \neq VC_m \leq VC_i(j)) \\ Deliver_i(m) \\ VC_i(j) = VC_i(j)+1 \end{array} \right.$

# Conclusion

---

- Rôle des estampilles pour les algorithmes d'exclusion mutuelle
- Rôle de horloges vectorielles dans la diffusion des messages et la propriété de causalité

- ① Causalité et datation des événements
- ② Estampillage en action
- ③ Vecteurs d'horloge ou horloges vectorielles
- ④ Application 1 : protocoles d'exclusion mutuelle
  - Problème de l'exclusion mutuelle
  - Cas d'un système centralisé
  - Protocoles d'exclusion mutuelle
  - Algorithmes
- ⑤ Application 2 : protocoles de diffusion

## ⑥ Conclusion

]

- Mécanisme simple et correct mais incomplet pour ordonner les différents processus répartis avec les estampilles.
- Complétude des horloges vectorielles pour exprimer la causalité entre les événements.
- Algorithmes de diffusion
- Algorithmes d'exclusion mutuelle.