

Modélisation et vérification avec TLA⁺

Exercice 1 (*disapp_td1_ex1.tla*)

Question 1.1 *Modéliser sous forme d'un module TLA⁺ le réseau de Petri de la figure 1. Donner une instanciation possible des constantes. Préciser les conditions initiales correspondant à un système avec cinq (5) processeurs et deux (2) bus.*

Question 1.2 *On désire analyser le comportement de ce réseau et, pour cela, on souhaite savoir si la place p_5 contiendra au moins un jeton. Expliquer comment on doit procéder pour obtenir une réponse en un temps fini. Préciser le message donné par le système TLAPS. naserie*

Question 1.3 *Est-ce que le réseau peut atteindre un point de deadlock ?*

Question 1.4 *Enoncez trois propriétés de sûreté de ce réseau établissant une relation entre au moins deux places.*

Exercice 2 (*disapp_td1_ex2.tla*)

Un réseau de Petri est un uple $R=(S,T,F,K,M,W)$ tel que

- S est l'ensemble (fini) des places.
- T est l'ensemble (fini) des transitions.
- $S \cap T = \emptyset$
- F est la relation du flot d'exécution : $F \subseteq S \times T \cup T \times S$
- K représente la capacité de chaque place : $K \in S \rightarrow \text{Nat}$.
- M représente le initial marquage chaque place :
 $M \in S \rightarrow \text{Nat}$ et vérifie la condition $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$.
- W représente le poids de chaque arc : $W \in F \rightarrow \text{Nat}$
- un marquage M pour R est une fonction de S dans Nat :
 $M \in S \rightarrow \text{Nat}$ et respectant la condition $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$.
- une transition t de T est activable à partir de M un marquage de R si
 1. $\forall s \in \{s' \in S \mid (s',t) \in F\} : M(s) \geq W(s,t)$.
 2. $\forall s \in \{s' \in S \mid (t,s') \in F\} : M(s) \leq K(s) - W(s,t)$.
- Pour chaque transition t de T , $\text{Pre}(t)$ est l'ensemble des places conduisant à t et $\text{Post}(t)$ est l'ensemble des places pointées par un lien depuis t :
 $\text{Pre}(t) = \{s' \in S : (s',t) \in F\}$ et $\text{Post}(t) = \{s' \in S : (t,s') \in F\}$

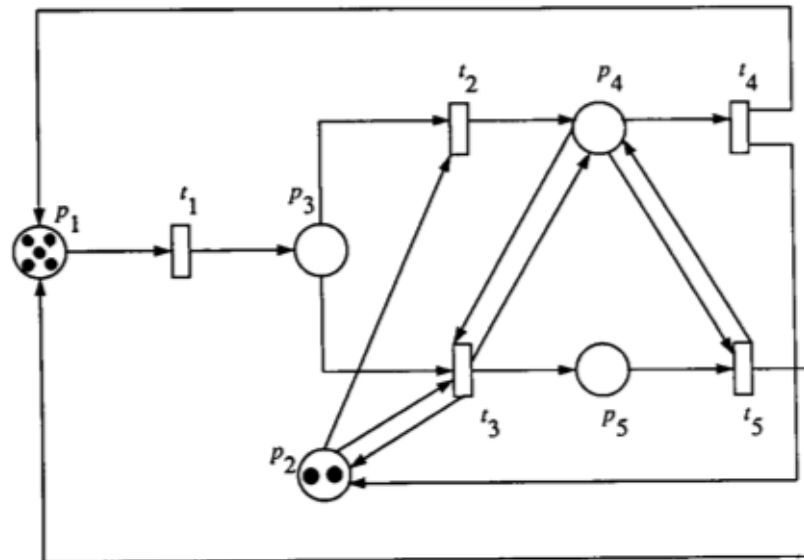


Fig. 14. A Petri-net model of a multiprocessor system, where tokens in p_1 represent active processors, p_2 available buses, p_3 , p_4 , and p_5 processors waiting for, having access to, queued for common memories, respectively.

FIGURE 1 – Réseau de Petri

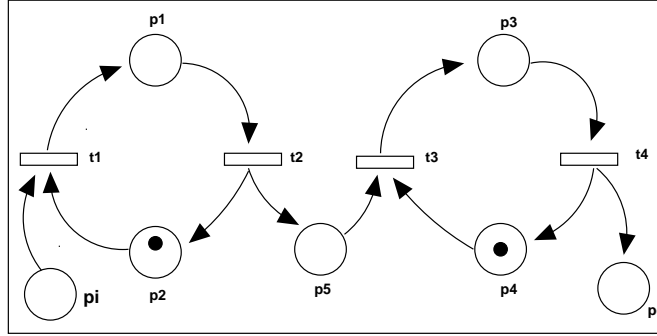
— Soit une transition t de T activable à partir de M un marquage de R :

1. $\forall s \in \{s' \in S \mid (s', t) \in F\} : M(s) \geq W(s, t).$
2. $\forall s \in \{s' \in S \mid (t, s') \in F\} : M(s) \leq K(s) - W(s, t).$

— un nouveau marquage M' est défini à partir de M par : $\forall s \in S,$

$$M'(s) = \begin{cases} M(s) - W(s, T), & \text{SI } s \in \text{PRE}(T) - \text{POST}(T) \\ M(s) + W(T, S), & \text{SI } s \in \text{POST}(T) - \text{PRE}(T) \\ M(s) - W(s, T) + W(T, S), & \text{SI } s \in \text{PRE}(T) \cap \text{POST}(T) \\ M(s), & \text{SINON} \end{cases}$$

On considère le réseau suivant :



MODULE *petri10*

EXTENDS *Naturals, TLC*

CONSTANTS *Places, N, Q, B*

VARIABLES *M*

$t1 \triangleq$

$t2 \triangleq$

$t3 \triangleq$

$t4 \triangleq$

$Init1 \triangleq M = [p \in Places \mapsto \text{IF } p \in \{ "p4", "p2" \} \text{ THEN } 1 \text{ ELSE } \\ \text{IF } p = "pi" \text{ THEN } N \text{ ELSE } 0]$

$Next \triangleq t1 \vee t2 \vee t3 \vee t4$

Question 2.1 Traduire ce réseau en un module TLA^+ dont le squelette est donné dans le texte. Pour cela, on donnera la définition des quatre transitions $t1, t2, t3, t4$. On ne tiendra pas compte de la capacité des places : les places ont une capacité d'au plus un jeton, sauf la place pi qui peut contenir N jetons, la place $p5$ peut contenir au plus B jetons et la place po peut contenir au plus Q .

Question 2.2 Donner une relation liant les places $po, p1, p3, p5, pi$ et la valeur N . Justifiez votre réponse.

Question 2.3 Si on suppose que la place p_0 peut contenir au plus Q jetons, donnez une condition sur Q pour que tous les jetons de p_i soient consommés un jour. Justifiez votre réponse.

Question 2.4 Expliquez ce que modélise ce réseau de Petri.

PlusCal pour la programmation répartie ou concurrente

Exercice 3 Etudier le programme PlusCal suivant :

```

----- MODULE pluscaltut1 -----
EXTENDS Integers, Sequences, TLC, FiniteSets
(*
--wf
--algorithm Tut1 {
variables x = 0;

process (one = 1)
{
  A: assert x \in {0,1};
    x := x - 1;
  B: assert x \in {-1,0} ;
    x := x * 3;
  BB: assert x \in {-3,-2,0,1};
};

process (two = 2)
{
  C: assert x \in {-3,-2,-1,0,1};
    x := x + 1;
  D:
    assert x \in {-2,-1,0,1,2};
};

}
end algorithm;

*)
\* BEGIN TRANSLATION (chksum(pcal) = "a26cf6c4" /\ chksum(tla) = "72d02274")
VARIABLES x, pc

vars == << x, pc >>

ProcSet == {1} \cup {2}

```

```

Init == (* Global variables *)
      /\ x = 0
      /\ pc = [self \in ProcSet |-> CASE self = 1 -> "A"
                                     [] self = 2 -> "C"]

A == /\ pc[1] = "A"
     /\ Assert(x \in {0,1}, "Failure of assertion at line 11, column 6.")
     /\ x' = x - 1
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![1] = "B"]

B == /\ pc[1] = "B"
     /\ Assert(x \in {-1,0}, "Failure of assertion at line 13, column 6.")
     /\ x' = x * 3
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![1] = "BB"]

BB == /\ pc[1] = "BB"
      /\ Assert(x \in {-3,-2,0,1},
                "Failure of assertion at line 15, column 8.")
      /\ pc' = [pc EXCEPT ![1] = "Done"]
      /\ x' = x

one == A \/ B \/ BB

C == /\ pc[2] = "C"
     /\ Assert(x \in {-3,-2,-1,0,1},
                "Failure of assertion at line 20, column 6.")
     /\ x' = x + 1
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![2] = "D"]

D == /\ pc[2] = "D"
     /\ Assert(x \in {-2,-1,0,1,2},
                "Failure of assertion at line 23, column 5.")
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![2] = "Done"]
     /\ x' = x

two == C \/ D

(* Allow infinite stuttering to prevent deadlock on termination. *)
Terminating == /\ \A self \in ProcSet: pc[self] = "Done"
              /\ UNCHANGED vars

Next == one \/ two
       \/ Terminating

Spec == Init /\ [[Next]_vars

```

```
Termination == <>(\A self \in ProcSet: pc[self] = "Done")
```

```
\* END TRANSLATION
```

```
====
```

Exercice 4 Etudier le programme *PlusCal* suivant :

```
----- MODULE pluscaltut2 -----  
EXTENDS Integers, Sequences, TLC, FiniteSets
```

```
(*
```

```
--algorithm Tut2 {  
variables x = 0;
```

```
process (one = 1)
```

```
variables temp  
{
```

```
  A:
```

```
    temp := x + 1;
```

```
    x := temp;
```

```
};
```

```
process (two = 2)
```

```
variables temp  
{
```

```
  CC:
```

```
    temp := x + 1;
```

```
    x := temp;
```

```
};
```

```
}
```

```
end algorithm;
```

```
*)
```

```
\* BEGIN TRANSLATION (chksum(pcal) = "b54fa406" /\ chksum(tla) = "e84b4125")
```

```
\* Process variable temp of process one at line 10 col 11 changed to temp_
```

```
CONSTANT defaultInitValue
```

```

VARIABLES x, pc, temp_, temp

vars == << x, pc, temp_, temp >>

ProcSet == {1} \cup {2}

Init == (* Global variables *)
        /\ x = 0
        (* Process one *)
        /\ temp_ = defaultInitValue
        (* Process two *)
        /\ temp = defaultInitValue
        /\ pc = [self \in ProcSet |-> CASE self = 1 -> "A"
                                     [] self = 2 -> "CC"]

A == /\ pc[1] = "A"
        /\ temp_' = x + 1
        /\ x' = temp_'
        /\ pc' = [pc EXCEPT ![1] = "Done"]
        /\ temp' = temp

one == A

CC == /\ pc[2] = "CC"
        /\ temp' = x + 1
        /\ x' = temp'
        /\ pc' = [pc EXCEPT ![2] = "Done"]
        /\ temp_' = temp_

two == CC

(* Allow infinite stuttering to prevent deadlock on termination. *)
Terminating == /\ \A self \in ProcSet: pc[self] = "Done"
                /\ UNCHANGED vars

Next == one \/ two
        \/ Terminating

Spec == Init /\ [][Next]vars

Termination == <>(\A self \in ProcSet: pc[self] = "Done")

\* END TRANSLATION

```

```
test == ( $\wedge i \in ProcSet : pc[i] = "Done"$ )  $\Rightarrow x \in \{2\}$ 
=====
```

Exercice 5 Etudier le programme *PlusCal* suivant :

```
----- MODULE pluscaltut3 -----
EXTENDS Integers, Sequences, TLC, FiniteSets
(*
--algorithm Tut3 {
variables x = 0;

process (one = 1)
{
  A:
    x := x + 1;
  B:
    await x = 1;
  C:
    print <<"x=",x>>;
};

process (two = 2)
{
  D:
    await x = 1;
  E:
    assert x = 1;
  F:
    x := x - 2;

};

}
end algorithm;

*)
\* BEGIN TRANSLATION
VARIABLES x, pc

vars == << x, pc >>

ProcSet == {1} \cup {2}

Init == (* Global variables *)
/\ x = 0
```



```

/\ pc = [self \in ProcSet \-> CASE self = 1 -> "A"
                        [] self = 2 -> "D"]

A == /\ pc[1] = "A"
     /\ x' = x + 1
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![1] = "B"]

B == /\ pc[1] = "B"
     /\ x = 1
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![1] = "C"]
     /\ x' = x

C == /\ pc[1] = "C"
     /\ PrintT(<<"x=",x>>)
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![1] = "Done"]
     /\ x' = x

one == A \ / B \ / C

D == /\ pc[2] = "D"
     /\ x = 1
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![2] = "E"]
     /\ x' = x

E == /\ pc[2] = "E"
     /\ Assert(x = 1, "Failure of assertion at line 22, column 5.")
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![2] = "F"]
     /\ x' = x

F == /\ pc[2] = "F"
     /\ x' = x - 2
     /\ pc' = [pc EXCEPT ![2] = "Done"]

two == D \ / E \ / F

(* Allow infinite stuttering to prevent deadlock on termination. *)
Terminating == /\ \A self \in ProcSet: pc[self] = "Done"
              /\ UNCHANGED vars

Next == one \ / two
       \ / Terminating

Spec == Init /\ [][Next]_vars

Termination == <>(\A self \in ProcSet: pc[self] = "Done")

```

* *END TRANSLATION*

test == (\A i \in ProcSet : pc[i]="Done") => x \in {1, 2}

====

Exercice 6 *pluscalex1.tla*

Ecrire un programme PlusCal qui traduit le protocole suivant : S envoie une valeur à R

Exercice 7 *pluscalex2.tla*

Ecrire un programme PlusCal qui calcule la fonction factorielle de la façon suivante :

- *Un processus calcule $1 \times 2 \times 3 \dots \times k_1$*
- *Un processus calcule $k_2 \times (k_2 + 1) \times \dots \times N$*
- *Les processus stoppent quand la condition $k_1 < k_2$ est fausse*

Exercice 8 *pluscalex3.tla*

Ecrire un programme PlusCal qui calcule la fonction L^K la façon suivante :

- *Un processus calcule $L \times \dots \times L$ k_1 fois.*
- *Un processus calcule $L \times \dots \times L$ k_2 fois.*
- *Les processus stoppent quand la condition $k_1 + k_2 < L$ est fausse*