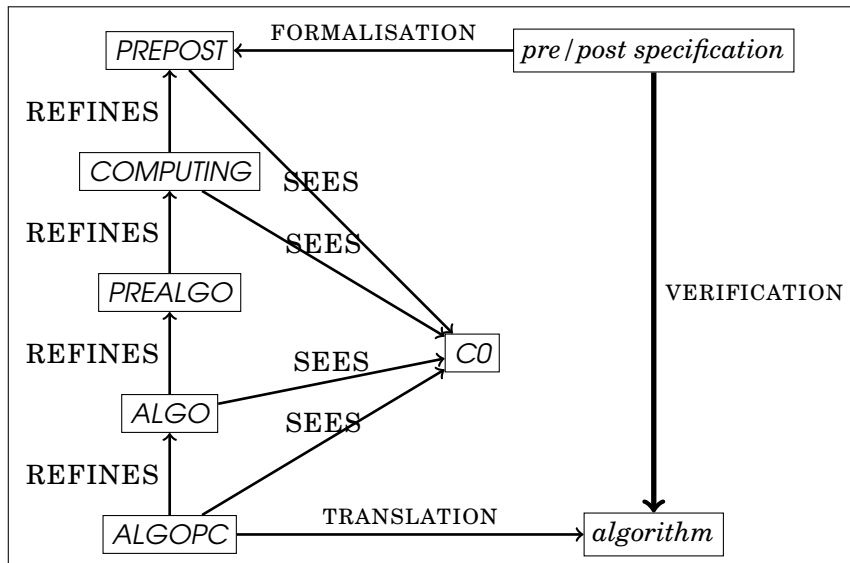


Exercice 1 (*ex21-fullsummation.zip* ou *mcfsi2-ex1*)

Soit une suite de valeurs entières v_1, \dots, v_n où le nombre n est fixé. On souhaite développer un algorithme qui réalise la somme des éléments du vecteur v . Pour cela, on utilisera le patron ci-dessous dont l'archive est sur le site arche sous le nom *iterativepattern.zip* et on commencera par déterminer le contexte $C0$ de ce problème puis on modifiera les différents composants pour construire un développement. Dans ce cas, la solution présentée dans *ex21-fullsummation.zip* définit une suite u qui sera ensuite calculée dans la suite uu .



Question 1.1 Ecrire la pré et post spécification de ce problème et définir les notations auxiliaires nécessaires pour une expression en Event-B.

Question 1.2 Définir les deux composants $C0$ et $PREPOST$

Question 1.3 Poursuivre le développement selon le patron notamment en définissant une machine raffinant la machine $PREPOST$ et en introduisant une variable de modèle conservant l'histoire du calcul de la suite principale ?

Question 1.4 Utiliser les règles de transformations des événements pour proposer un algorithme et utiliser Frama-c pour vérifier le programme obtenu.

Exercice 2 *ex22-power.zip* ou *mcfsi2-ex2* ou *mcfsi2-ex2bis*

Question 2.1 Appliquer ce patron pour calculer la valeur de n^2 en définissant une suite v à l'aide de l'identité suivante $(n+1)^2 = n^2 + n + n + 1$. On pourra utiliser deux variantes avec soit l'introduction de la variable ok soit uniquement la variable pc en fin de raffinement.

Question 2.2 *power2.c* et *power2bis.c*

Ecrire une fonction C que vous vérifierez avec Frama-c en prenant soin de définir le contrat et l'invariant de boucle à l'aide des machines précédemment construites.

Exercice 3 *ex-occur.zip* ou *mcfsi2-ex3*

Cet exercice vise à compter le nombre d'occurrences d'une valeur donnée satisfaisant une propriété dans un ensemble de valeurs.

- S est un ensemble d'animaux d'un zoo, A est un ensemble d'animaux vus par un visiteur et P est la propriété les animaux de P sont des singes.
- S est l'ensemble des tableaux de valeurs entières, A est l'ensemble des valeurs contenues dans un tableau t de dimension n et P est la propriété les valeurs entières paires contenues dans un tableau donné

Dans cette question, on considère un tableau t de valeurs entières de dimension n et une propriété définie par CO telle que $x \in CO$ signifie que x a la propriété CO .

Développer une solution algorithmique avec le patron pour le problème de la recherche du nombre d'occurrences d'une valeur v satisfaisant une condition CO dans une table t de dimension n . On suppose que le tableau est à valeur dans un ensemble V et que CO est une partie de V .

Exercice 4 *ex-search.zip* ou *mcfsi2-ex4*

Une forme plus générale est de considérer un ensemble de valeurs possibles S , un ensemble de données D et une propriété P . Une variante plus générale est la recherche du nombre d'occurrences communes à un ensemble D et un ensemble P qui sont des parties de S et on peut donc caractériser la solution par l'expression $\text{cardinalite}(D \cap P)$.

Appliquer ce patron pour rechercher $\text{cardinalite}(D \cap P)$. Ecrire une fonction C que vous vérifierez avec *Frama-c*. Pour cela on se ramènera au problème plus général précédent.

Exercice 5 (*ex-primrec.zip* ou *mcfsi2-ex5*)

Une fonction primitive récursive f sur les naturels Nat est définie comme suit :

$$\begin{cases} f(x, 0) = g(x) \\ f(x, \text{suc}(y)) = h(x, y, f(x, y)) \end{cases}$$

On suppose que g et h sont deux fonctions définies primitives récursives aussi mais connues.

Question 5.1 Ecrire un premier modèle spécifiant le calcul de f pour une donnée.

Question 5.2 Proposer un raffinement de ce modèle en utilisant les équations et les fonctions g et h .

Question 5.3 Dériver un algorithme par transformation du modèle.

Exercice 6 *mcfsi2-ex6*

Appliquer le patron pour le cas du calcul de x^3 en utilisant $(i+1)^3 = i^3 + 3i^2 + 3i + 1$. Nous utilisons en fait ces suites :

- $z_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N} : z_{n+1} = z_n + v_n + w_n$
- $v_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N} : v_{n+1} = v_n + t_n$
- $t_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N} : t_{n+1} = t_n + 6$
- $w_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N} : w_{n+1} = w_n + 3$
- $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = u_n + 1$

$$\begin{pmatrix} z(i+1) \\ v(i+1) \\ t(i+1) \\ w(i+1) \\ u(i+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_i + v_i + w_i \\ v_i + t_i \\ t_i + 6 \\ w_i + 3 \\ u_i + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z(i) \\ v(i) \\ t(i) \\ w(i) \\ u(i) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ecrire une fonction C que vous vérifierez avec *Frama-c*.