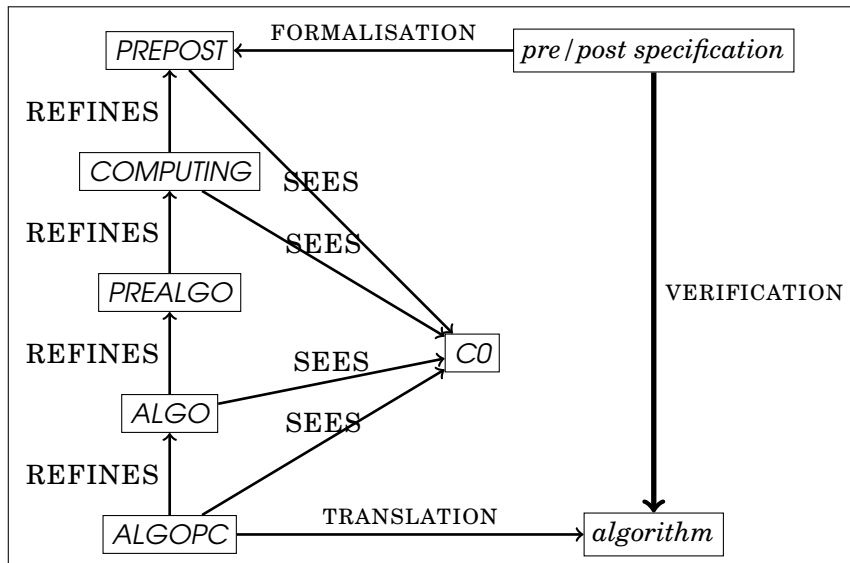


**Exercice 1** (*ex21-fullsummation.zip* ou *mcfsi2-ex1*)

Soit une suite de valeurs entières  $v_1, \dots, v_n$  où le nombre  $n$  est fixé. On souhaite développer un algorithme qui réalise la somme des éléments du vecteur  $v$ . Pour cela, on utilisera le patron ci-dessous dont l'archive est sur le site arche sous le nom *iterativepattern.zip* et on commencera par déterminer le contexte  $C0$  de ce problème puis on modifiera les différents composants pour construire un développement. Dans ce cas, la solution présentée dans *ex21-fullsummation.zip* définit une suite  $u$  qui sera ensuite calculée dans la suite  $uu$ .



**Question 1.1** Ecrire la pré et post spécification de ce problème et définir les notations auxiliaires nécessaires pour une expression en Event-B.

**Question 1.2** Définir les deux composants  $C0$  et  $PREPOST$

**Question 1.3** Poursuivre le développement selon le patron notamment en définissant une machine raffinant la machine  $PREPOST$  et en introduisant une variable de modèle conservant l'histoire du calcul de la suite principale ?

**Question 1.4** Utiliser les règles de transformations des événements pour proposer un algorithme et utiliser Frama-c pour vérifier le programme obtenu.

**Exercice 2** *ex22-power.zip* ou *mcfsi2-ex2* ou *mcfsi2-ex2bis*

**Question 2.1** Appliquer ce patron pour calculer la valeur de  $n^2$  en définissant une suite  $v$  à l'aide de l'identité suivante  $(n+1)^2 = n^2 + n + n + 1$ . On pourra utiliser deux variantes avec soit l'introduction de la variable  $ok$  soit uniquement la variable  $pc$  en fin de raffinement.

**Question 2.2** *power2.c* et *power2bis.c*

Ecrire une fonction  $C$  que vous vérifierez avec Frama-c en prenant soin de définir le contrat et l'invariant de boucle à l'aide des machines précédemment construites.

**Exercice 3** *ex-occur.zip* ou *mcfsi2-ex3*

Cet exercice vise à compter le nombre d'occurrences d'une valeur donnée satisfaisant une propriété dans un ensemble de valeurs.

- $S$  est un ensemble d'animaux d'un zoo,  $A$  est un ensemble d'animaux vus par un visiteur et  $P$  est la propriété les animaux de  $P$  sont des singes.
- $S$  est l'ensemble des tableaux de valeurs entières,  $A$  est l'ensemble des valeurs contenues dans un tableau  $t$  de dimension  $n$  et  $P$  est la propriété les valeurs entières paires contenues dans un tableau donné

Dans cette question, on considère un tableau  $t$  de valeurs entières de dimension  $n$  et une propriété définie par  $CO$  telle que  $x \in CO$  signifie que  $x$  a la propriété  $CO$ .

Développer une solution algorithmique avec le patron pour le problème de la recherche du nombre d'occurrences d'une valeur  $v$  satisfaisant une condition  $CO$  dans une table  $t$  de dimension  $n$ . On suppose que le tableau est à valeur dans un ensemble  $V$  et que  $CO$  est une partie de  $V$ .

#### Exercice 4 *ex-search.zip* ou *mcfsi2-ex4*

Une forme plus générale est de considérer un ensemble de valeurs possibles  $S$ , un ensemble de données  $D$  et une propriété  $P$ . Une variante plus générale est la recherche du nombre d'occurrences communes à un ensemble  $D$  et un ensemble  $P$  qui sont des parties de  $S$  et on peut donc caractériser la solution par l'expression  $\text{cardinalite}(D \cap P)$ .

Appliquer ce patron pour rechercher  $\text{cardinalite}(D \cap P)$ . Ecrire une fonction  $C$  que vous vérifierez avec *Frama-c*. Pour cela on se ramènera au problème plus général précédent.

#### Exercice 5 (*ex-primrec.zip* ou *mcfsi2-ex5*)

Une fonction primitive récursive  $f$  sur les naturels  $\text{Nat}$  est définie comme suit :

$$\begin{cases} f(x, 0) = g(x) \\ f(x, \text{suc}(y)) = h(x, y, f(x, y)) \end{cases}$$

On suppose que  $g$  et  $h$  sont deux fonctions définies primitives récursives aussi mais connues.

**Question 5.1** Ecrire un premier modèle spécifiant le calcul de  $f$  pour une donnée.

**Question 5.2** Proposer un raffinement de ce modèle en utilisant les équations et les fonctions  $g$  et  $h$ .

**Question 5.3** Dériver un algorithme par transformation du modèle.

#### Exercice 6 *mcfsi2-ex6*

Appliquer le patron pour le cas du calcul de  $x^3$  en utilisant  $(i+1)^3 = i^3 + 3i^2 + 3i + 1$ . Nous utilisons en fait ces suites :

- $z_0 = 0$  et  $\forall n \in \mathbb{N} : z_{n+1} = z_n + v_n + w_n$
- $v_0 = 0$  et  $\forall n \in \mathbb{N} : v_{n+1} = v_n + t_n$
- $t_0 = 3$  et  $\forall n \in \mathbb{N} : t_{n+1} = t_n + 6$
- $w_0 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N} : w_{n+1} = w_n + 3$
- $u_0 = 0$  et  $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = u_n + 1$

$$\begin{pmatrix} z(i+1) \\ v(i+1) \\ t(i+1) \\ w(i+1) \\ u(i+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_i + v_i + w_i \\ v(i) + t(i) \\ t(i) + 6 \\ w(i) + 3 \\ u(i) + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z(i) \\ v(i) \\ t(i) \\ w(i) \\ u(i) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ecrire une fonction  $C$  que vous vérifierez avec *Frama-c*.