

## Modélisation et vérification avec TLA<sup>+</sup>

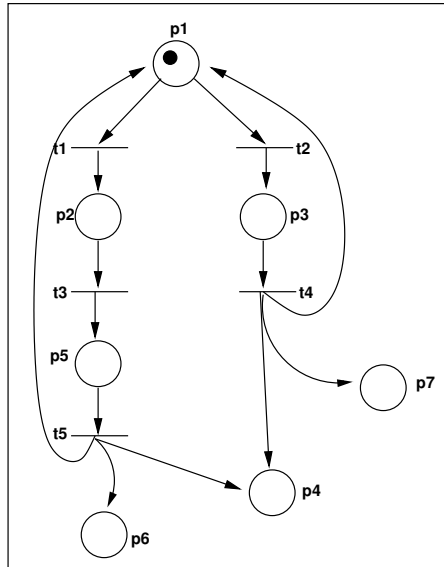
### RAPPELS

Un réseau de Petri est un uple  $R=(S,T,F,K,M,W)$  tel que

- $S$  est l'ensemble (fini) des places.
- $T$  est l'ensemble (fini) des transitions.
- $S \cap T = \emptyset$
- $F$  est la relation du flôt d'exécution :  $F \subseteq S \times T \cup T \times S$
- $K$  représente la capacité de chaque place :  $K \in S \rightarrow \text{Nat}$ .
- $M$  représente le initial marquage chaque place :  
 $M \in S \rightarrow \text{Nat}$  et vérifie la condition  $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$ .
- $W$  représente le poids de chaque arc :  $W \in F \rightarrow \text{Nat}$
- un marquage  $M$  pour  $R$  est une fonction de  $S$  dans  $\text{Nat}$  :  
 $M \in S \rightarrow \text{Nat}$  et respectant la condition  $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$ .
- une transition  $t$  de  $T$  est activable à partir de  $M$  un marquage de  $R$  si
  1.  $\forall s \in \{s' \in S \mid (s',t) \in F\} : M(s) \geq W(s,t)$ .
  2.  $\forall s \in \{s' \in S \mid (t,s') \in F\} : M(s) \leq K(s) - W(s,t)$ .
- Pour chaque transition  $t$  de  $T$ ,  $\text{Pre}(t)$  est l'ensemble des places conduisant à  $t$  et  $\text{Post}(t)$  est l'ensemble des places pointées par un lien depuis  $t$  :  
 $\text{Pre}(t) = \{s' \in S : (s',t) \in F\}$  et  $\text{Post}(t) = \{s' \in S : (t,s') \in F\}$
- Soit une transition  $t$  de  $T$  activable à partir de  $M$  un marquage de  $R$  :
  1.  $\forall s \in \{s' \in S \mid (s',t) \in F\} : M(s) \geq W(s,t)$ .
  2.  $\forall s \in \{s' \in S \mid (t,s') \in F\} : M(s) \leq K(s) - W(s,t)$ .
- un nouveau marquage  $M'$  est défini à partir de  $M$  par :  $\forall s \in S$ ,
 
$$M'(s) = \begin{cases} M(s) - W(s,t), & \text{SI } s \in \text{Pre}(t) - \text{Post}(t) \\ M(s) + W(t,s), & \text{SI } s \in \text{Post}(t) - \text{Pre}(t) \\ M(s) - W(s,t) + W(t,s), & \text{SI } s \in \text{Pre}(t) \cap \text{Post}(t) \\ M(s), & \text{SINON} \end{cases}$$

### Exercice 1 (*petri13.tla*)

Soit le réseau de Petri suivant :

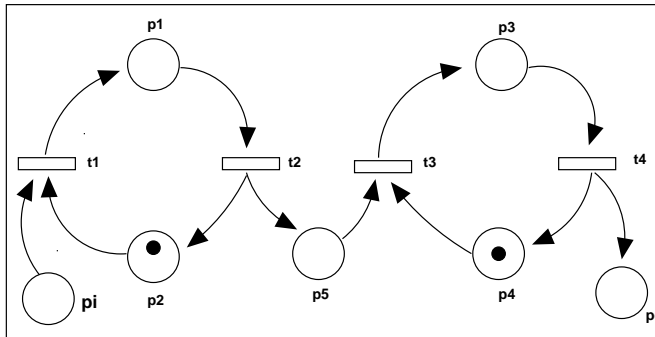


**Question 1.1** Modéliser ce réseau de Petri avec  $TLA^+$ .

**Question 1.2** Etudier ce réseau en proposant et en vérifiant des invariants À l'aide des outils.

**Exercice 2** (*petri10.tla*)

On considère le réseau suivant :



**Question 2.1** Traduire ce réseau en un module  $TLA^+$ . Pour cela, on donnera la définition des quatre transitions  $t1, t2, t3, t4$ . On ne tiendra pas compte de la capacité des places : les places ont une capacité d'au plus un jeton, sauf la place  $pi$  qui peut contenir  $N$  jetons, la place  $p5$  peut contenir au plus  $B$  jetons et la place  $po$  peut contenir au plus  $Q$ .

**Question 2.2** Donner une relation liant les places  $po, p1, p3, p5, pi$  et la valeur  $N$ . Justifier la réponse.

**Question 2.3** Si on suppose que la place  $p_0$  peut contenir au plus  $Q$  jetons, donnez une condition sur  $Q$  pour que tous les jetons de  $p_i$  soient consommés un jour. Justifier la réponse.

**Question 2.4** Expliquer ce que modélise ce réseau de Petri.

**Exercice 3** (*petri14.tla*)

La figure 1 est un réseau de Petri modélisant le système des philosophes qui mangent des spaghetti.

**Question 3.1** Traduire le réseau de Petri sous la forme d'un module TLA.

**Question 3.2** Est-ce que le réseau peut atteindre un point de deadlock ? Expliquez votre réponse.

**Question 3.3** Proposer une propriété TLA pour répondre à la question suivante, en donnant des explications.

Est-ce que deux philosophes voisins peuvent manger en même temps ?

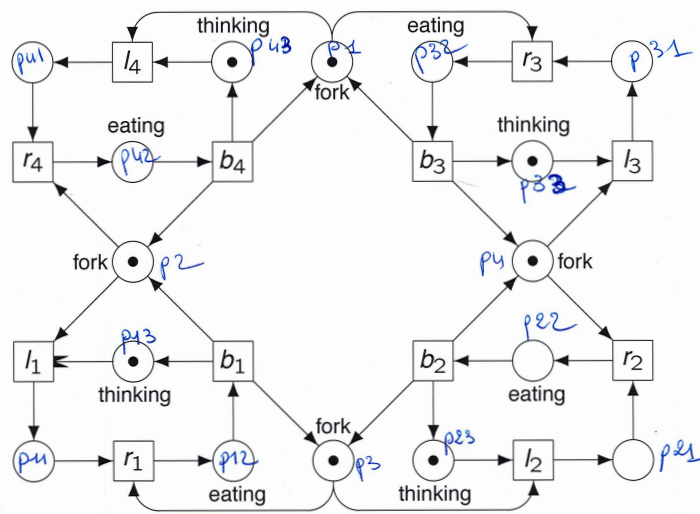
**Exercice 4** (*disapp\_td1\_ex1.tla*)

**Question 4.1** Modéliser sous forme d'un module  $TLA^+$  le réseau de Petri de la figure 2. Donner une instanciation possible des constantes. Préciser les conditions initiales correspondant à un système avec cinq (5) processeurs et deux (2) bus.

**Question 4.2** On désire analyser le comportement de ce réseau et, pour cela, on souhaite savoir si la place  $p_5$  contiendra au moins un jeton. Expliquer comment on doit procéder pour obtenir une réponse en un temps fini. Préciser le message donné par le système TLAPS.

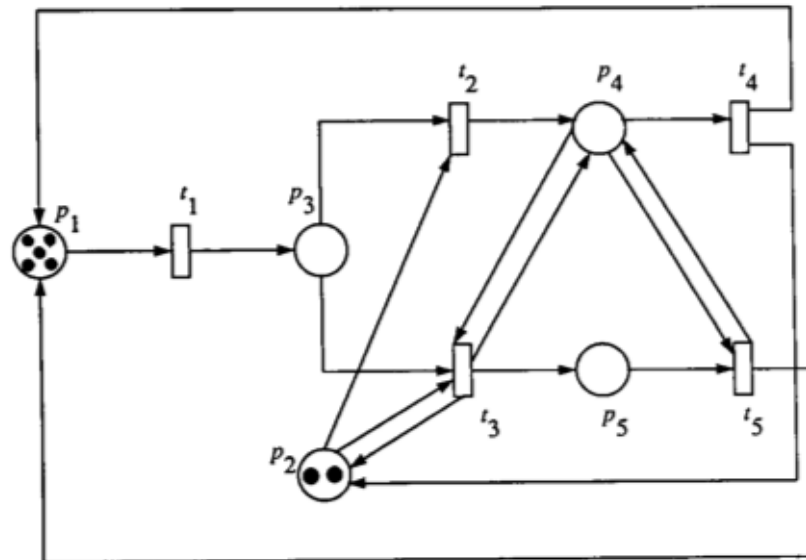
**Question 4.3** Est-ce que le réseau peut atteindre un point de deadlock ?

**Question 4.4** Énoncez trois propriétés de sûreté de ce réseau établissant une relation entre au moins deux places.



6

FIGURE 1 – Réseau de Petri



**Fig. 14.** A Petri-net model of a multiprocessor system, where tokens in  $p_1$  represent active processors,  $p_2$  available buses,  $p_3$ ,  $p_4$ , and  $p_5$  processors waiting for, having access to, queued for common memories, respectively.

FIGURE 2 – Réseau de Petri