Cours Algorithmique des systèmes parallèles et distribués
Exercices
Série 1 Modélisation, programmation et vérification en TLA$^+$
par Dominique Méry
3 janvier 2026

Modélisation et vérification avec TLA$^+$

Exercice 1 *(disapp_td1_ex1.tla)*

Question 1.1 *Modéliser sous forme d'un module TLA$^+$ le réseau de Petri de la figure 1. Donner une instanciation possible des constantes. Préciser les conditions initiales correspondant à un système avec cinq (5) processeurs et deux (2) bus.*

Question 1.2 *On désire analyser le comportement de ce réseau et, pour cela, on souhaite savoir si la place $p5$ contiendra au moins un jeton. Expliquer comment on doit procéder pour obtenir une réponse en un temps fini. Préciser le message donné par le système TLAPS.*

Question 1.3 *Est-ce que le réseau peut atteindre un point de deadlock ?*

Question 1.4 *Enoncez trois propriétés de sûreté de ce réseau établissant une relation entre au moins deux places.*

Exercice 2 *(disapp_td1_ex2.tla)*
Un réseau de Petri est un uple R=(S,T,F,K,M,W) tel que

- *S est l'ensemble (fini) des places.*
- *T est l'ensemble (fini) des transitions.*
- $S \cap T = \varnothing$
- *F est la relation du flÔt d'exécution :* $F \subseteq S \times T \cup T \times S$
- *K représente la capacité de chaque place :* $K \in S \rightarrow Nat$.
- *M représente le initial marquage chaque place :*
  $M \in S \rightarrow Nat$ *et vérifie la condition* $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$.
- *W représente le poids de chaque arc :* $W \in F \rightarrow Nat$
- *un marquage M pour R est une fonction de S dans Nat :*
  $M \in S \rightarrow Nat$ *et respectant la condition* $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$.
- *une transition t de T est activable à partir de M un marquage de R si*
  1. $\forall s \in \{ s' \in S \mid (s',t) \in F \} : M(s) \geq W(s,t)$.
  2. $\forall s \in \{ s' \in S \mid (t,s') \in F \} : M(s) \leq K(s) - W(s,t)$.
- *Pour chaque transition t de T, Pre(t) est l'ensemble des places conduisant à t et Post(t) est l'ensemble des places pointées par un lien depuis t :*
  $Pre(t) = \{ s' \in S : (s',t) \in F \}$ *et* $Post(t) = \{ s' \in S : (t,s') \in F \}$

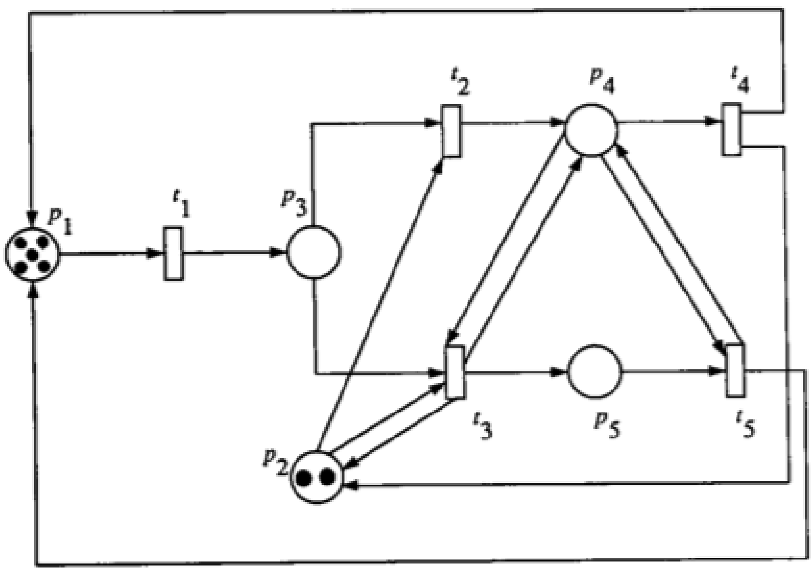


Fig. 14. A Petri-net model of a multiprocessor system, where tokens in p_1 represent active processors, p_2 available buses, p_3, p_4, and p_5 processors waiting for, having access to, queued for common memories, respectively.

FIGURE 1 – Réseau de Petri

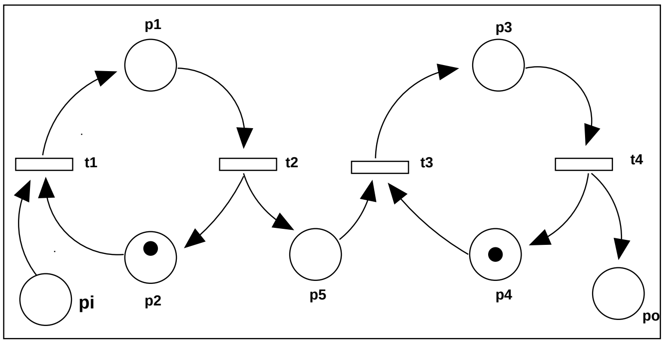
— *Soit une transition t de T activable à partir de M un marquage de R :*

1. $\forall s \in \{ s' \in S \mid (s',t) \in F \} : M(s) \geq W(s,t)$.
2. $\forall s \in \{ s' \in S \mid (t,s') \in F \} : M(s) \leq K(s) - W(s,t)$.

— *un nouveau marquage M' est défini à partir de M par : '* $\forall s \in S$,

$$M'(s) = \begin{cases} \text{M(S)}-\text{W(S,T), SI S} \in \text{PRE(T) - POST(T)} \\ \text{M(S)+W(T,S), SI S} \in \text{POST(T) - PRE(T)} \\ \text{M(S)}-\text{W(S,T)+W(T,S), SI S} \in \text{PRE(T)}\cap\text{POST(T)} \\ \text{M(S), SINON} \end{cases}$$

On considère le réseau suivant :




```
---------------------------- MODULE petri10 ----------------------------
EXTENDS Naturals, TLC
CONSTANTS Places, N, Q, B
VARIABLES M

t1 ≜
t2 ≜
t3 ≜
t4 ≜
Init1 ≜  M = [p ∈ Places ↦ IF p ∈ {"p4", "p2"} THEN 1 ELSE
                           IF p = "pi" THEN N ELSE 0]

Next ≜ t1∨t2∨t3∨t4
=========================================================================
```

Question 2.1 *Traduire ce réseau en un module TLA*$^+$ *dont le squelette est donné dans le texte. Pour cela, on donnera la définition des quatre transitions* $t1$, $t2$, $t3$, $t4$. *On ne tiendra pas compte de la capacité des places : les places ont une capacité d'au plus un jeton, sauf la place pi qui peut contenir* N *jetons, la place p5 peut contenir au plus B jetons et la place po peut contenir au plus* Q.

Question 2.2 *Donner une relation liant les places po,p1,p3,p5,pi et la valeur* N. *Justifiez votre réponse.*

Question 2.3 *Si on suppose que la place po peut contenir au plus Q jetons, donnez une condition sur Q pour que tous les jetons de pi soient consommés un jour. Justifiez votre réponse.*

Question 2.4 *Expliquez ce que modélise ce réseau de Petri.*