

Cours Algorithmique des systèmes parallèles et distribués

Exercices

Série 3 : Exclusion Mutuelle - Dates - Estampilles

par Dominique Méry

3 janvier 2026

Exercice 1 (*dis-slidingwindow*)

Question 1.1 Le protocole appelé *Sliding Window Protocol* est fondé sur un fenêtre qui glisse pour valider progressivement les envois reçus.

Le protocole est donné sous la forme d'invariant avec des événements. Proposer un schéma de traduction pour cet algorithme réparti en un module TLA⁺.

Question 1.2 Proposer un schéma de traduction pour un algorithme réparti en TLA⁺.

Question 1.3 Reprendre la solution précédente pour modéliser *chan* comme un buffer de taille la taille de la fenêtre.

— Initialisation du protocole

$$\text{INITIALISATION} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} OUT := \emptyset \\ i := 0 \\ chan := \emptyset \\ ack := \emptyset \\ got := \emptyset \end{bmatrix}$$

— Phase d'envoi et de réception

$$\begin{aligned} send &\stackrel{\text{def}}{=} \text{if } \begin{bmatrix} j \in i .. i+l \\ j \leq n \\ j \notin got \end{bmatrix} \text{ then } \begin{bmatrix} chan(j) := IN(j) \end{bmatrix} \text{ end} \\ receive &\stackrel{\text{def}}{=} \text{if } \begin{bmatrix} j \in \text{dom}(chan) \\ j \in i .. i+l \end{bmatrix} \text{ then } \begin{bmatrix} OUT(j) := chan(j) \\ ack := ack \cup \{j\} \end{bmatrix} \text{ end} \end{aligned}$$

— Phase d'accusation et de confirmation

$$\begin{aligned} receiveack &\stackrel{\text{def}}{=} \text{if } [k \in ack] \text{ then } \begin{bmatrix} got := got \cup \{k\} \\ ack := ack \setminus \{k\} \end{bmatrix} \text{ end} \\ completion &\stackrel{\text{def}}{=} \text{if } [i = n+1 \wedge got = \emptyset] \text{ then } [skip] \text{ end} \end{aligned}$$

— Gestion de la fenêtre

$$sliding \stackrel{\text{def}}{=} \text{if } \begin{bmatrix} grd1 : got \neq \emptyset \\ grd3 : i \in got \\ grd4 : i+l < n \end{bmatrix} \text{ then } \begin{bmatrix} act1 : i := i+1 \\ act2 : got := got \setminus \{i\} \\ act3 : ack := ack \setminus \{i\} \end{bmatrix} \text{ end}$$

La fenêtre ne glisse plus quand elle ne peut plus mais elle se vide et fond en quelque sorte ($i+l \geq n$).

$$\begin{aligned}
\text{emptywindow} &\stackrel{\text{def}}{=} \text{if } \left[\begin{array}{l} \text{grd1 : } \text{got} \neq \emptyset \\ \text{grd2 : } i \in \text{got} \\ \text{grd3 : } i+l \geq n \\ \text{grd4 : } i \leq n \end{array} \right] \text{ then } \left[\begin{array}{l} \text{act1 : } i := i+1 \\ \text{act2 : } \text{got} := \text{got} \setminus \{i\} \\ \text{act3 : } \text{ack} := \text{ack} \setminus \{i\} \end{array} \right] \text{ end} \\
\text{loosingchan} &\stackrel{\text{def}}{=} \text{if } \left[\begin{array}{l} \text{grd1 : } j \in i..i+l \\ \text{grd2 : } j \in \text{dom(chan)} \\ \text{grd3 : } j \notin \text{got} \end{array} \right] \text{ then } [\quad \text{act1 : } \text{chan} := \{j\} \Leftarrow \text{chan} \quad] \text{ end} \\
\text{loosingack} &\stackrel{\text{def}}{=} \text{if } [\quad \text{grd1 : } k \in \text{ack} \quad] \text{ then } [\quad \text{act1 : } \text{ack} := \text{ack} \setminus \{k\} \quad] \text{ end}
\end{aligned}$$

Exercice 2 (*plusboulanger.tla*)

L'algorithme BAKERY résout le problème de l'exclusion mutuelle pour un système centralisé. Vous pouvez récupérer le fichier tla correspondant à cet exemple sur le site.

Question 2.1 Poser une question sur l'accessibilité du processus 1 en section critique.

Question 2.2 Poser une question sur l'accessibilité du processus 2 en section critique.

Question 2.3 En bornant les valeurs de y_1 et y_2 , montrer que la solution retenue satisfait la propriété d'exclusion mutuelle que vous énoncerez.

Question 2.4 Expliquez et justifiez expérimentalement que les valeurs de y_1 et y_2 croissent.

Exercice 3 *dis-ricartagrawalav0*

Le fichier de l'algorithme de Ricart et Agrawala est sur le site.

Question 3.1 Modéliser l'algorithme de Ricart et Agrawala en TLA⁺.

Question 3.2 Enoncer la propriété à vérifier.

Question 3.3 Poser une question montrant que toute demande de section critique par un processus P sera servie.

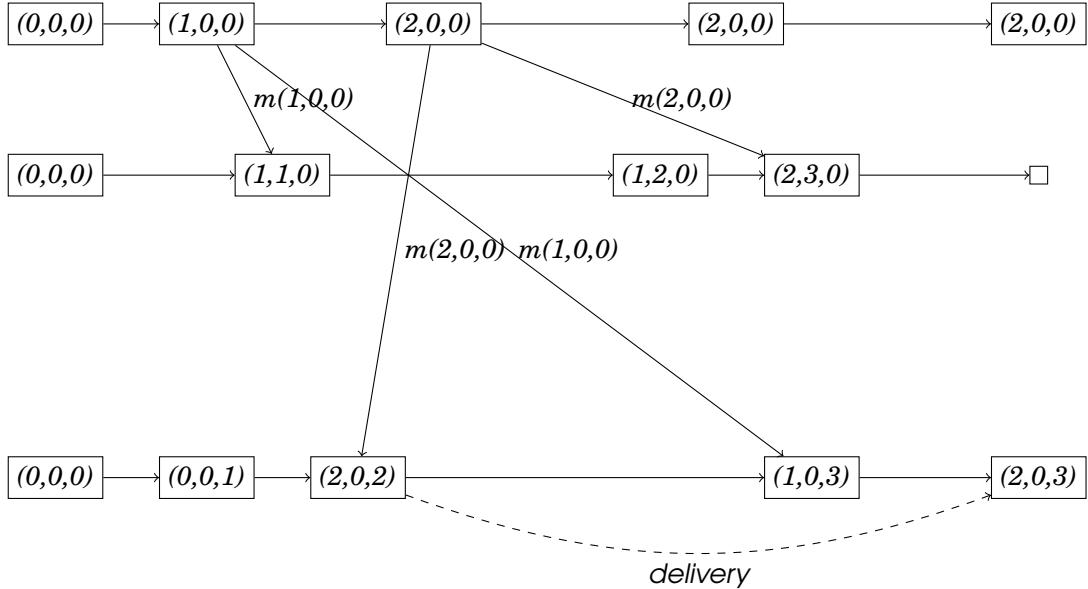
Question 3.4 Modifier les actions pour supprimer le sémaphore ey montrer qu'il y a un interblocage.

Question 3.5 En vous aidant de la version algorithmique de Ricart et Agrawala, écrire un algorithme PlusCal.

Question 3.6 En reprenant l'algorithme de Ricart et Agrawala, on peut le simplifier pour construire l'algorithme de Carvalho et Roucairol. Modéliser l'algorithme de Carvalho et Roucairol.

Exercice 4 (vecteurs d'horloge) (*pluscal_vc.tla*, *vector_clock.tla*)

Soit un ensemble de processus P communiquant par messages en groupe. Cela signifie que les processus d'un groupe de P peuvent envoyer des messages à un groupe. On s'intéresse à l'ordre FIFO c'est-à-dire la propriété suivante : si un processus p d'un groupe g de P envoie un message m_1 avant un message m_2 , aucun processus correct de g ne livrera le message m_2 avant le message m_1 .



Dans cet exemple, le message 2 est reçu avant le message 1 et doit donc être livré plus tard après la livraison du message 1. L'algorithme FBCAST résout ce problème en livrant selon la règle des estampilles. En fait le processus 3 attend un message avec une estampille dont le champ de l'émetteur vaut cette valeur. Dans notre exemple, 3 attend un message de 1 avec 1 et quand il reçoit le second message avec la valeur 2, il attend.

Ecrire un ensemble d'opérations de communications mettant en oeuvre ce mécanisme.

Exercice 5 (Protocole CBCAST)

Le protocole CBCAST utilise les vecteurs d'horloges pour livrer les messages en respectant l'ordre FIFO des messages envoyés : si un processus P envoie un message m_1 puis m_2 à un processus Q , alors le protocole livrera d'abord m_1 puis m_2 .

Le principe général est le suivant :

- Le vecteur d'horloges $VC \in 1..n \rightarrow (1..n \rightarrow \mathbb{N})$ est initialisé à 0 pour toutes composantes.
- Si un processus i envoie un message m , $VC(i)[i]$ est incrémenté de 1.
- Tout message envoyé m est estampillé par $VC(i)$: $TM(m) = VC(i)$ où $TM \in MES \leftrightarrow \mathbb{N}$

- Quand un processus j reçoit un message estampillé m , il met à jour l'horloge de j comme suit :

$$\forall k \in 1..n : VC(j)[k] = \text{Max}(VC(j)[k], TM(m)[k])$$

Pour le protocole CBCAST, on a des restrictions sur la livraison effective des messages :

- Si le processus i reçoit un message m , il le place en file d'attente CB-QUEUE en attendant que la condition suivante soit vraie :

$$\forall k \in 1..n : \begin{cases} TM(m)[i] = VC(i)[k]+1 \\ TM(m)[k] \leq VC(i)[k] \end{cases}$$

- La livraison du message met à jour $VC(i)$.