Cours Algorithmique des systèmes parallèles et distribués Exercices

Série 3 : Exclusion Mutuelle - Dates - Estampilles par Alessio Coltellacci et Dominique Méry 23 avril 2025

Exercice 1 (dis-slidingwindow)

Question 1.1 Le protocole appelé Sliding Window Protocol est fondé sur un fenêtre qui glisse pour valider progressivement les envois reçus. Le protocole est donné sous la forme d'invariant avec des événements. Proposer un schéma de traduction pour cet algorithme réparti en un module TLA+.

Question 1.2 Proposer un schéma de traduction pour un algorithme réparti $en\ TLA^+$.

Question 1.3 Reprendre la solution précédente pour modéliser chan comme un buffer de taille la taille de la fenêtre.

— Initialisation du protocole

— Phase d'envoi et de r\tilde{A}@ception

$$\begin{array}{l} -- \textit{Phase d'envoi et de r} A @ \textit{ception} \\ \textit{send} \overset{def}{=} & \textit{if} \begin{bmatrix} j \in i \ldots i + l \\ j \leq n \\ j \notin \textit{got} \end{bmatrix} & \textit{then} \begin{bmatrix} \textit{chan}(j) := \textit{IN}(j) \end{bmatrix} & \textit{end} \\ \textit{receive} \overset{def}{=} & \textit{if} \begin{bmatrix} j \in \textit{dom}(\textit{chan}) \\ j \in i \ldots i + l \end{bmatrix} & \textit{then} \begin{bmatrix} \textit{OUT}(j) := \textit{chan}(j) \\ \textit{ack} := \textit{ack} \cup \{j\} \end{bmatrix} & \textit{end} \\ -- \textit{Phase d'accus} \tilde{A} @ \textit{de r} \tilde{A} @ \textit{ception et de compl} \tilde{A} @ \textit{tion} \\ \textit{receiveack} \overset{def}{=} & \textit{if} \begin{bmatrix} k \in \textit{ack} \end{bmatrix} & \textit{then} \begin{bmatrix} \textit{got} := \textit{got} \cup \{k\} \\ \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{bmatrix} & \textit{end} \\ & \textit{completion} \overset{def}{=} & \textit{if} \begin{bmatrix} i = n + 1 \land \textit{act} = \varnothing \end{bmatrix} & \textit{then} \begin{bmatrix} \textit{skip} \end{bmatrix} & \textit{end} \\ & \textit{completion} & \textit{def} \end{bmatrix} & \textit{if} \begin{bmatrix} i = n + 1 \land \textit{act} = \varnothing \end{bmatrix} & \textit{then} \begin{bmatrix} \textit{skip} \end{bmatrix} & \textit{end} \\ & \textit{completion} & \textit{def} \end{bmatrix} & \textit{if} \begin{bmatrix} i = n + 1 \land \textit{act} = \varnothing \end{bmatrix} & \textit{then} \begin{bmatrix} \textit{skip} \end{bmatrix} & \textit{end} \\ & \textit{completion} & \textit{def} \end{bmatrix} & \textit{if} \begin{bmatrix} i = n + 1 \land \textit{act} = \varnothing \end{bmatrix} & \textit{then} \begin{bmatrix} \textit{skip} \end{bmatrix} & \textit{end} \\ & \textit{completion} & \textit{def} \end{bmatrix} & \textit{if} \begin{bmatrix} i = n + 1 \land \textit{act} = \varnothing \end{bmatrix} & \textit{then} \begin{bmatrix} \textit{skip} \end{bmatrix} & \textit{end} \\ & \textit{completion} & \textit{def} \end{bmatrix} & \textit{if} \end{bmatrix} & \textit{$$

$$\textit{receiveack} \stackrel{\textit{def}}{=} \text{ if } \left[\begin{array}{c} k \in \textit{ack} \end{array} \right] \text{ then } \left[\begin{array}{c} \textit{got} := \textit{got} \cup \{k\} \\ \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \text{ end}$$

$$\begin{array}{c} \textit{completion} \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{if} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; \textit{skip} \; \right] \; \text{end} \\ \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; \textit{skip} \; \right] \; \text{end} \\ \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; \textit{skip} \; \right] \; \text{end} \\ \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; \textit{skip} \; \right] \; \text{end} \\ \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; \textit{skip} \; \right] \; \text{end} \\ \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; \textit{skip} \; \right] \; \text{end} \\ \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; \textit{skip} \; \right] \; \text{end} \\ \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; \textit{skip} \; \right] \; \text{end} \\ \stackrel{\textit{def}}{=} \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{order} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \; \right] \; \text{then} \; \left[\; i = n + 1 \land \textit{got} = \varnothing \;$$

— Gestion de la fenêtre

$$\textit{sliding} \overset{def}{=} \text{ if } \left[\begin{array}{c} \textit{grd} 1: \textit{got} \neq \varnothing \\ \textit{grd} 3: \textit{i} \in \textit{got} \\ \textit{grd} 4: \textit{i} + \textit{l} < n \end{array} \right] \text{ then } \left[\begin{array}{c} \textit{act} 1: \textit{i} := \textit{i} + 1 \\ \textit{act} 2: \textit{got} := \textit{got} \setminus \{\textit{i}\} \\ \textit{act} 3: \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{\textit{i}\} \end{array} \right] \text{ end}$$

La fen \tilde{A}^a tre ne glisse plus quand elle ne peut plus mais elle se vide et fond en quelque sorte $(i+l \geq n)$.

$$\begin{array}{ll} \textit{emptywindow} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : \textit{got} \neq \varnothing \\ \textit{grd2} : i \in \textit{got} \\ \textit{grd3} : i + l \geq n \\ \textit{grd4} : i \leq n \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : i := i + 1 \\ \textit{act2} : \textit{got} := \textit{got} \setminus \{i\} \\ \textit{act3} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{i\} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingchan} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : j \in i \ldots i + l \\ \textit{grd2} : j \in \textit{dom}(\textit{chan}) \\ \textit{grd3} : j \notin \textit{got} \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : \textit{chan} := \{j\} \lessdot \textit{chan} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingack} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : k \in \textit{ack} \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingack} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : k \in \textit{ack} \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingack} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : k \in \textit{ack} \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingack} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : k \in \textit{ack} \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingack} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : k \in \textit{ack} \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingack} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : k \in \textit{ack} \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingack} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd1} : k \in \textit{ack} \end{array} \right] \; \textit{then} \left[\begin{array}{c} \textit{act1} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \; \textit{end} \\ \textit{loosingack} \overset{def}{=} \; \textit{if} \left[\begin{array}{c} \textit{grd2} : \textit{ack} := \textit{ack} \setminus \{k\} \end{array} \right] \; \textit{end}$$

Exercice 2 (plusboulanger.tla)

L'algorithme BAKERY résout le problème de l'xclusion mutuelle pour un système centralisé. Vous pouvez récupérer le fichier tla crrespondant à cet exemple sur le site.

Question 2.1 Poser une question sur l'accessibilité du processsus 1 en section critique.

Question 2.2 Poser une question sur l'accessibilité du processsus 2 en section critique.

Question 2.3 En bornant les valeurs de y1 et y2, montrer que la solution retenue satisfait la propriété d'exclusion mutuelle que vous énoncerez.

Question 2.4 Expliquez et justifiez expérimentalement que les valeurs de y1 et y2 croissent.

Exercice 3 dis-ricartagrawalav0

Le fichier de l'algorithme de Ricart et Agrawala est sur le site.

Question 3.1 *Modéliser l'algorithme de Ricart et Agrawala en TLA*⁺.

Question 3.2 Enoncer la propriété à vérifier.

Question 3.3 Poser une question montrant que toute demande de section critique par un processus P sera servie.

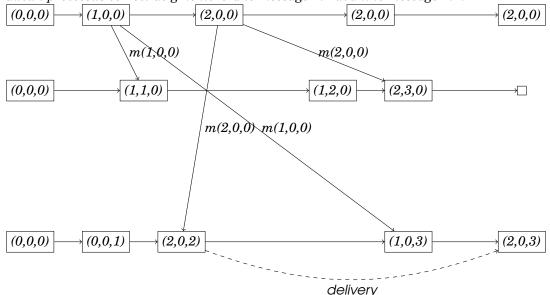
Question 3.4 Modifier les actions pour supprimer le sémaphore ey montrer qu'il y a un interblocage.

Question 3.5 En vous aidant de la version algorithmique de Ricart et Agrawala, écrire un algorithme PlusCal.

Question 3.6 En reprenant l'algorithme de Ricart et Agrawala, on peut le simplifier pour construire l'algorithme de Carvalho et Roucairol. Modéliser l'algoritme de Carvalho et Roucairol.

Exercice 4 (vecteurs d'horloge) (pluscal_vc.tla, vector_clock.tla)

Soit un ensemble de processus P communiquant par messages en groupe. Cela signifie que les processus d'un groupe de P peuvent envoyer des messages à un groupe. On s'intéresse à l'ordre FIFO c'est-à-dire la propriété suivante : si un processus p d'un groupe g de P envoie un message m1 avant un message m2, aucun processus correct de g ne livrera le message m2 avant le message m1.



Dans cet exemple, le message 2 est reçu avant le message 1 et doit donc être livré plus trad après la livraison du message 1. L'algorithme FBCAST résout ce problème en livrant selon la règle des estampilles. En fait le processus 3 attend un message avec une estampille dont le champ de l'émetteur vaut cette valeur. Dans notre exemple, 3 attend un message de 1 avec 1 et quand il reçoit le second message avec la valeur 2, il attend.

Ecrire un ensemble d'opérations de communications mettant en oeuvre ce mécanisme.

Exercice 5 (Protocole CBCAST)

Le protocole CBCAST utilise les vecteurs d'horloges pour livrer les messages en respectant l'ordre FIFO des messages envoyés : si un processus P envoie un message m1 puis m2 à un processus Q, alors le protocole livrera d'abord m1 puis m2.

Le principe général est le suivant :

- Le vecteur d'horloges $VC \in 1..n \longrightarrow (1..n \longrightarrow \mathbb{N}$ est initialisé à 0 pour toutes composantes.
- Si un processus i envoie un message m, VC(i)[i] est incrémenté de 1.
- Tout message envoyé m est estampillé par VC(i):TM(m)=VC(i) où $TM\in MES \to \mathbb{N}$

— Quand un processus j reçoit un message estampillé m, il met à jour l'hor $loge\ de\ j\ comme\ suit:$

$$\forall k \in 1..n : VC(j)[k] = Max(VC(j)[k], TM(m)[k])$$

Pour le protocole CBCAST, on a des restrictions sur la livraison effective des

— Si le processus i reçoit un message m, il le,place en file d'attente CB- $\it QUEUE$ en attendant que le condition suivante soit vraie :

$$\forall k \in 1..n: \left\{ \begin{array}{l} TM(m)[i] = VC(i)[k] + 1 \\ TM(m)[k] \leq VC(i)[k] \end{array} \right.$$
 — La livraison du message met à jour $VC(i)$.