<

Cours Modélisation et vérification des systèmes informatiques
Exercices
Annotation, Contrat, modélisation et vérification
par Dominique Méry
1er décembre 2025

Exercice 1 *Soit le contrat suivant :*

variables $int\ X, int\ Y, int\ Z$
requires $P(x_0, y_0, z_0)$
ensures $Q(x_0, y_0, z_0, x_f, y_f, z_f)$

```
begin
// 0 : R0(x0,y0,z0,x,y,z)
X = g(X,Y,Z)
// f : Rf(x0,y0,z0,x,y,z)
end
```

- `g` *est une fonction arithmétique définie sur le type des entiers* `int` *et conduit à un prédicat de typage* $x, y, y \in \mathbb{Z}$ *(ou* $\mathbb{Z}(x, y, z)$*).*
- $P(x_0, y_0, z_0)$ *définit la précondition c'est-à-dire les conditions que doivent satisfaire les valeurs initiales des variables* `X, Y, Z`*.*
- $Q(x_0, y_0, z_0, x_f, y_f, z_f)$ *définit la postcondition c'est-à-dire la relation que doit satisfaire les valeurs initiales et les valeurs finales des variables* `X, Y, Z`*.*
- $R_0(x_0, y_0, z_0, x, y, z)$ *et* $R_f(x_0, y_0, z_0, x, y, z)$ *définissent les conditions ou les assertions satisfaites par mes valeurs courantes des variables* `X, Y, Z`*.*

Question 1.1 *On définit*

- $P(x_0, y_0, z_0) \stackrel{def}{=} x_0, y_0, z_0 \in \mathbb{Z}$
- $g \stackrel{def}{=} \lambda u, v, w.u+v+w$
- $Q(x_0, y_0, z_0, x, y, z) \stackrel{def}{=} x_0, y_0, z0, x, y, z \in \mathbb{Z} \wedge x = x_0+y_0+z_0 \wedge y = y_0 \wedge z = z_0$
- $R_0(x_0, y_0, z_0, x, y, z) \stackrel{def}{=} x = x_0 \wedge y = y0 \wedge z = z_0 \wedge \mathbb{Z}(x_0, y_0, z0, x, y, z)$
- $R_f(x_0, y_0, z_0, x, y, z) \stackrel{def}{=} \mathbb{Z}(x_0, y_0, z0, x, y, z) \wedge x = x_0+y_0+z_0 \wedge y = y_0 \wedge z = z_0$

Ecrire les conditions de vérification de ce contrat et vérifier leur correction.

Question 1.2 *On définit*

- $P(x_0, y_0, z_0) \stackrel{def}{=} x_0, y_0, z_0 \in \mathbb{Z}$
- $g \stackrel{def}{=} \lambda u, v, w.max(u, v, w)$
- $Q(x_0, y_0, z_0, x, y, z) \stackrel{def}{=} x_0, y_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge x, y, z \in \mathbb{Z} \wedge x = max(x_0, y_0, z_0) \wedge y = y_0 \wedge z = z_0$
- $R_0(x_0, y_0, z_0, x, y, z) \stackrel{def}{=} \mathbb{Z}(x_0, y_0, z_0, x, y, z)$

Ecrire les conditions de vérification de ce contrat et vérifier leur correction. En particulier, il faut définir une relation $R_f(x_0, y_0, z_0, x, y, z)$ *permettant d'établir la correction selon les règles.*

Exercice 2 *Montrer que chaque annotation est correcte ou incorrecte selon les conditions de vérifications énoncées comme suit :*
$\forall v, v'.P_\ell(v) \ \wedge \ cond_{\ell,\ell'}(v) \ \wedge \ v' = f_{\ell,\ell'}(v) \Rightarrow P_{\ell'}(v')$
Cette condition s'écrit initialement :
$\forall v, v', pc, pc'.pc = \ell \wedge P_\ell(v) \ \wedge \ pc = \ell \wedge \ cond_{\ell,\ell'}(v) \ \wedge \ v' = f_{\ell,\ell'}(v) \wedge \ pc' = \ell' \Rightarrow pc' = \ell' \wedge \ P_{\ell'}(v')$
mais on peut réduire en oubliant la variable pc.

— $\ell_1 : x = 10 \ \wedge \ y = z{+}x \ \wedge z = 2{\cdot}x$
$y := z{+}x$
$\ell_2 : x = 10 \ \wedge \ y = x{+}2{\cdot}10$

— $\ell_1 : x = 1 \ \wedge \ y = 12$
$x := 2{\cdot}y$
$\ell_2 : x = 1 \ \wedge \ y = 24$

— *On suppose que p est un nombre premier :*
$\ell_1 : x = 2^p \ \wedge \ y = 2^{p+1} \ \wedge \ x{\cdot}y = 2^{2{\cdot}p+1}$
$x := y{+}x{+}2^x$
$\ell_2 : x = 5{\cdot}2^p \ \wedge \ y = 2^{p+1}$

— $\ell_1 : x = 11 \ \wedge \ y = 13$
$z := x; x := y; y := z;$
$\ell_2 : x = 26/2 \ \wedge \ y = 33/3$

Exercice 3 ☑
Montrer que chaque annotation est correcte ou incorrecte selon les conditions de vérifications énoncées comme suit
$\forall x, y, , x', y'.P_\ell(x, y) \ \wedge \ cond_{\ell,\ell'}(x, y) \ \wedge \ (x', y') = f_{\ell,\ell'}(x, y) \Rightarrow P_{\ell'}(x', y')$

— *(1)* $\ell_1 : x = 9 \ \wedge \ y = z{+}x$
$y := x{+}9$
$\ell_2 : x = 9 \ \wedge \ y = x{+}9$

— $\ell_1 : x = 3 \ \wedge \ y = 3$
$x := y{+}x$
$\ell_2 : x = 6 \ \wedge \ y = 3$

— *(2)* $\ell_1 : x = 1 \ \wedge \ y = 3 \ \wedge \ x{+}y = 12$
$x := y{+}x$
$\ell_2 : x = 567 \ \wedge \ y = 34$

— $\ell_1 : x = 1 \ \wedge \ y = 3$
$z := x; x := y; y := z;$
$\ell_2 : x = 3 \ \wedge \ y = 1$

Exercice 4 ☑
Montrer que chaque annotation est correcte ou incorrecte selon les conditions de vérifications énoncées comme suit
$\forall x, y, , x', y'.P_\ell(x, y) \ \wedge \ cond_{\ell,\ell'}(x, y) \ \wedge \ (x', y') = f_{\ell,\ell'}(x, y) \Rightarrow P_{\ell'}(x', y')$

— $\ell_1 : x = 3 \ \wedge \ y = z{+}x \ \wedge z = 2{\cdot}x$
$y := z{+}x$
$\ell_2 : x = 3 \ \wedge \ y = x{+}6$

— $\ell_1 : x = 1 \ \wedge \ y = 12$
$x := 2{\cdot}y{+}x$
$\ell_2 : x = 1 \ \wedge \ y = 25$

— $\ell_1 : x = 2^4 \ \wedge \ y = 2^{345} \ \wedge \ x{\cdot}y = 2^{350}$
$x := y{+}x{+}2^x$
$\ell_2 : x = 2^{56} \ \wedge \ y = 2^{345}$

Exercice 5 ☑
Soit le petit algorithme annoté suivant :

$l0 : \{v = 3\}$
$v := v{+}2$
$l1 : \{v = 5\}$

Ecrire un module TLA$^+$ explicitant la relation de transition, les conditions initiales, l'invariant et la propriété de sûreté pour la correction partielle.

Exercice 6 ⍁

Définir les conditions de vérification de la correction partielle pour les structures suivantes. Définir un modèle TLA$^+$ pour vérifier la bonne annotation.

Question 6.1

$\ell 1 : \{P_{\ell 1}(x, y)\}$
$\quad x := x+y+7;$
$\ell 2 : \{P_{\ell 2}(x, y)\}$

Question 6.2

$\ell : \{P_{\ell}(x, y)\}$
$\quad x, y := y, x;$
$\ell' : \{P_{\ell'}(x, y)\}$

Exercice 7 ⍁

Déterminer les conditions de vérification pour la structure de boucle bornée.
On suppose que S ne modifie pas i.

$\ell_1 : \{P_{\ell_1}(x)\}$
FOR $i := 1$ ***TO*** n ***DO***
$\quad \ell_2 : \{P_{\ell_2}(i, x)\}$
$\quad\quad S(x);$
$\quad \ell_3 : \{P_{\ell_3}(i, x)\}$
ENDFOR
$\ell_4 : \{P_{\ell_4}(x)\}$

Exercice 8 ⍁

Variables : X,Y,Z
Requires : $x_0, y_0 \in \mathbb{N} \ \wedge z_0 \in \mathbb{Z}$
Ensures : $z_f = max(x_0, y_0)$

$\ell_0 : \{\ldots\}$
if $X < Y$ **then**
$\quad \ell_1 : \{\ldots\}$
$\quad Z := Y;$
$\quad \ell_2 : \{\ldots\}$
else
$\quad \ell_3 : \{\ldots\}$
$\quad Z := X;$
$\quad \ell_4 : \{\ldots\}$
;
$\ell_5 : \{\ldots\}$

Algorithme 1: maximum de deux nombres non annotée

Question 8.1 *Compléter l'algorithme 8 en l'annotant.*

Question 8.2 *Vérifier la bonne annotation, en appliquant les règles de correction partielle.*

Question 8.3 *Vérifier la bonne annotation, en traduisant l'algorithme annoté en un module TLA.*

Question 8.4 *Enoncer et vérifier la correction partielle.*

Exercice 9 ⍁
Il s'agit d'étudier et d'annoter le programme proposé en vu d'obtenir sa correction partielle (c'est-à-dire sans la preuve de terminaison). On appelle état un ensemble de valeurs précises (spécifié par un prédicat) des variables du programme, nous allons considérer une étiquette (ℓ) entre chaque instruction du programme considéré. On appelle une annotation le prédicat décrivant les valeurs possibles des variables pour un état du programme. Cette annotation est notée : $P_\ell(v)$ et exprime la propriété satisfaite par la variable v en ℓ.

Question 9.1 *On vous demande :*

1. *d'annoter toutes les étiquettes du programme*
2. *de proposer un modèle TLA$^+$ pour vérifier les annotations et la correction partielle*

Variables : X
Requires : $x_0 \in \mathbb{N}$
Ensures : $x_f = 0$

$\ell_0 : \{\dots\}$
while $0 < X$ **do**
  $\ell_1 : \{\dots\}$
  $X := X-1$;
  $\ell_2 : \{\dots\}$
;
$\ell_3 : \{\dots\}$

Algorithme 2: Exemple non annoté

Question 9.2 *Vérifier les conditions à vérifier pour montrer que l'annotation est valide et qu'elle montre la correction partielle.*

Question 9.3 *Traduire l'algorithme annoté en un module TLA comportant la définition de l'algorithme sous forme de Next et Init et comportant la définition de l'invariant défini par les annotations et les définitions de la correction partielle et l'absence d'erreurs à l'exécution.*

Exercice 10 **Question 10.1** *Soit un tableau t (dans $\mathbb{N}$), donner un prédicat max$(m, t, a, b) = \dots$ exprimant qu'un nombre $m \in \mathbb{N}$ est le maximum de ce tableau t dans l'intervalle $a \,..\, b$.*

Question 10.2 *De même pour trié(t, a, b), donnez un prédicat spécifiant que le tableau t est trié dans l'intervalle $a \,..\, b$.*

Exercice 11 *Dans l'algorithm 11, on calcule le maximum d'une suite de valeurs entières. On vous demande :*

— *Définir la précondition et la postcondition.*
— *Annoter cet algorithme*
— *Vérifier les conditions de vérification pour la correction partielle*
— *Vérifier les conditions pour l'absence d'erreurs à l'exécution*

Exercice 12 *On considère l'algorithme $squareroot$ 12 calculant la racine carrée entière d'un nombre naturel $x \in \mathbb{N}$.*

Variables : F,N,M,I

Requires : $\left(\begin{array}{l} n_0 \in \mathbb{N} \wedge \\ n_0 \neq 0 \wedge \\ f_0 \in 0 \mathinner{..} n_0{-}1 \rightarrow \mathbb{N} \end{array} \right)$

Ensures : $\left(\begin{array}{l} m_f \in \mathbb{N} \wedge \\ m_f \in ran(f_0) \wedge \\ (\forall j \cdot j \in 0 \mathinner{..} n_0{-}1 \Rightarrow f_0(j) \leq m_f) \end{array} \right)$

$M := F(0)$;
$I := 1$;
while $I < N$ **do**
  if *F(i)>M* **then**
    $M := F(I)$;
  ;
  $I{+}{+}$;
;

Algorithme 3: Algorithme du maximum d'une liste non annotée

Question 12.1 *Complétez cet algorithme en proposant trois assertions :*
- $P_{\ell_2}(z, y1, y2, y3)$
- $P_{\ell_4}(z, y1, y2, y3)$
- $P_{\ell_5}(z, y1, y2, y3)$

Question 12.2 *Pour chaque paire (ℓ, ℓ') d'étiquettes correspondant à un pas élémentaire ; on vérifie la propriété suivante :*
$\forall x, y, q, r, x', y', q', r'. P_\ell(y_1, y_2, y_3, z) \wedge cond_{\ell,\ell'}(y_1, y_2, y_3, z) \wedge (y'_1, y'_2, y'_3, z') = f_{\ell,\ell'}(y_1, y_2, y_3, z) \Rightarrow P_{\ell'}(y'_1, y'_2, y'_3, z')$
Enoncez et vérifiez cette propriété pour les paires d'étiquettes suivantes : (ℓ_1, ℓ_2)*;*(ℓ_1, ℓ_4)*;* (ℓ_2, ℓ_3)*;* (ℓ_3, ℓ_2)*;* (ℓ_3, ℓ_4)*;* (ℓ_4, ℓ_5)*;*

Question 12.3 *On suppose que toutes les conditions de vérifications associées aux paires d'étiquettes successives de l'algorithme sont vérifiées. Quelles sont les deux conditions à montrer pour déduire que l'algorithme est partiellement correct par rapport aux pré et post conditions ? Vous donnerez explicitement les conditions et vous expliquerez pourquoi elles sont correctes.*

Question 12.4 *Expliquer que cet algorithme est sans erreurs à l'exécution, si les données initiales sont dans un domaine à définir inclus dans le domaine des entiers informatiques c'est-à-dire les entiers codables sur n bits. L'ensemble des entiers informatiques sur n bits est l'ensemble noté $\mathbb{Z}_n$ et défini par $\{i | i \in \mathbb{Z} \wedge -2^{n-1} \leq i \wedge i \leq 2^{n-1}{-}1\}$.*

Exercice 13

Montrer, pour chaque question, que chaque annotation est correcte ou incorrecte selon les conditions de vérifications énoncées comme suit
$\forall v, v'. P_\ell(v) \wedge cond_{\ell,\ell'}(v) \wedge v' = f_{\ell,\ell'}(v) \Rightarrow P_{\ell'}(v')$*. Vous devez répondre en énonçant et en démontrant les Conditions de vérification.*

Question 13.1

$\ell_1 : x = 12 \wedge y = 2 \wedge z = 3{\cdot}x$
$x := z{+}y$
$\ell_2 : x = 38 \wedge y = 2$

Variables : X,Y1,Y2,Y3,Z
Requires : $x_0 \in \mathbb{N}$
Ensures : $z_f^2 \leq x_0 \wedge x_0 < (z_f{+}1)^2$

$\ell_0 : \{x_0 \in \mathbb{N} \wedge z_0 \in \mathbb{Z} \wedge y1_0 \in \mathbb{Z} \wedge y2_0 \in \mathbb{Z} \wedge y3_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x, y1, y2, y3, z) = (x_0, y1_0, y2_0, y3_0, z_0)\}$
$(y_1, y_2, y_3) := (0, 1, 1);$
$\ell_1 : \{x_0 \in \mathbb{N} \wedge z_0 \in \mathbb{Z} \wedge y1_0 \in \mathbb{Z} \wedge y2_0 \in \mathbb{Z} \wedge y3_0 \in \mathbb{Z} \wedge y2 = (y1{+}1){\cdot}(y1{+}1) \wedge y3 = 2{\cdot}y1{+}1 \wedge y1{\cdot}y1 \leq x \wedge (x, z) = (x_0, , z_0)\}$
while $y_2 \leq x$ **do**
  $\ell_2 : \{\ldots\}$
  $(y_1, y_2, y_3) := (y_1{+}1, y_2{+}y_3{+}2, y_3{+}2);$
  $\ell_3 : \{\ldots\}$
;
$\ell_4 : \{\ldots\}$
$z := y_1;$
$\ell_5 : \{\ldots\}$

Algorithme 4: *squareroot* partiellement annotée

Question 13.2

$\ell_1 : x = 3 \ \wedge \ y = 9$
$x := 3{\cdot}y$
$\ell_2 : x = 27 \ \wedge \ y = 9$

Question 13.3 *Soit p un nombre différent d'une puissance de 3 c'est-à-dire différent de 3, 6, 9, 12, ...*

$\ell_1 : x = 3{+}z \ \wedge \ y = 1 \ \wedge \ z = 3 \ \wedge x = y$
$x := p{\cdot}y$
$\ell_2 : x = z \ \wedge \ y = z \ \wedge z = 4{\cdot}p$

Question 13.4 *Soit r un nombre cubique c'est-à-dire de la forme $p = q^3$.*

$\ell_1 : x = r \ \wedge \ u = x^r \ \wedge \ z = 6 \ \wedge x = u$
$y := r{\cdot}r{\cdot}r$
$\ell_2 : x = z \ \wedge \ y = z \ \wedge z = 4{\cdot}p$

Exercice 14

Soit l'algorithme annoté suivant se trouvant à la page suivante et les pré et postconditions définies pour cet algorithme comme suit : On suppose que $x1$ et $x2$ sont des constantes.

Question 14.1 *Compléter les annotations associées à chaque étiquette $\ell \in \{\ell_3, \ell_6, \ell_8, \ell_9\}$. Vous devez écrire les annotations complètes de chaque point de contrôle demandé.*

Question 14.2 *Pour chaque paire (ℓ, ℓ') d'étiquettes correspondant à un pas élémentaire ; on vérifie la propriété suivante :*
$\forall x, y, q, r, x', y', q', r'. P_\ell(y_1, y_2, y_3, z) \wedge cond_{\ell,\ell'}(y_1, y_2, y_3, z) \wedge (y_1', y_2', y_3', z') = f_{\ell,\ell'}(y_1, y_2, y_3, z) \Rightarrow P_{\ell'}(y_1', y_2', y_3', z')$
Enoncer et vérifier cette propriété pour les paires d'étiquettes suivantes : (ℓ_0, ℓ_1) ; (ℓ_1, ℓ_2) ; (ℓ_3, ℓ_4) ; (ℓ_6, ℓ_7) ; (ℓ_7, ℓ_8) ; (ℓ_1, ℓ_9) ; (ℓ_9, ℓ_{10}).
Il est clair que cette vérification confirmera les complétions réalisées dans la question précédente.

Variables : X1,X2,Y1,Y2,Y3,Z

Requires : $x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0$

Ensures : $z_f = {x1_0}^{x2_0}$

$\ell_0 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, y1, y2, y3, z) = (x1_0, x2_0, y1_0, y2_0, y3_0, z0)\}$
$(y_1, y_2, y_3) := (x_1, x_2, 1)$;
$\ell_1 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2}\}$
while $y_2 \neq 0$ **do**
  $\ell_2 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 < y2 \leq x2\}$
  if $impair(y_2)$ **then**
    $\ell_3 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 < y2 \leq x2 \wedge impair(y2)\}$
    $y_2 := y_2 - 1$;
    $\ell_4 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot y1 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2 \wedge pair(y2)\}$
    $y_3 := y_3 \cdot y_1$;
    $\ell_5 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2 \wedge pair(y2))\}$
  ;
  $\ell_6 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2 \wedge pair(y2)\}$

  $y_1 := y_1 \cdot y_1$;
  $\ell_7 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2 \ div\ 2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2 \wedge pair(y2)\}$

  $y_2 := y_2 \ div\ 2$;
  $\ell_8 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2\}$
;
$\ell_9 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge y2 = 0\}$

$z := y_3$;
$\ell_{10} : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2) = (x1_0, x2_0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge y2 = 0 \wedge z = x1^{x2}\}$

Algorithme 5: Algorithme de l'exponentitaion indienne annoté

Question 14.3 *On suppose que toutes les conditions de vérifications associées aux paires d'étiquettes successives de l'algorithme sont vérifiées. Quelles sont les deux conditions à montrer pour déduire que l'algorithme est partiellement correct par rapport aux pré et post conditions ? Vous donnerez explicitement les conditions et vous expliquerez pourquoi elles sont correctes.*

Question 14.4 *Selon la définition mathématique de la puissance $x_1^{x_2}$ est définie pour une valeur x_1 non nulle et c'est pour cela que la précondition indique que x_1 est différent de 0. Cependant, si on utilise une valeur de x_1 nulle, l'algorithme fonctionne et renvoie une valeur. Un jour, un mathématicien a appliqué cet algorithme sans veiller à ce que la valeur de x_1 soit nulle ou non nulle et il 'est emporté !... Il vous accuse de ne pas lui avoir fourni le bon algorithme répondant à son cahier des charges et il vous demande des dommages et intérêts. Expliquer de manière courte que le texte de l'algorithme et sa preuve de correction suffisent pour vous sauver, en expliquant clairement le rôle de la précondition et de la postcndition.*