

Cours Algorithmique des systèmes parallèles et distribués
Exercices

Série 1 Modélisation, programmation et vérification en TLA⁺
par Dominique Méry
12 février 2026

Modélisation et vérification avec TLA⁺

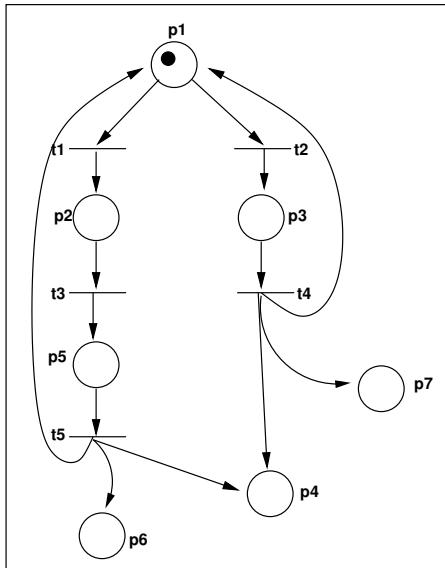
RAPPELS

Un réseau de Petri est un uple $R=(S,T,F,K,M,W)$ tel que

- S est l'ensemble (fini) des places.
- T est l'ensemble (fini) des transitions.
- $S \cap T = \emptyset$
- F est la relation du flot d'exécution : $F \subseteq S \times T \cup T \times S$
- K représente la capacité de chaque place : $K : S \rightarrow \text{Nat}$.
- M représente le initial marquage chaque place :
 $M : S \rightarrow \text{Nat}$ et vérifie la condition $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$.
- W représente le poids de chaque arc : $W : F \rightarrow \text{Nat}$
- un marquage M pour R est une fonction de S dans Nat :
 $M : S \rightarrow \text{Nat}$ et respectant la condition $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$.
- une transition t de T est activable à partir de M un marquage de R si
 1. $\forall s \in \{ s' \in S \mid (s',t) \in F \} : M(s) \geq W(s,t)$.
 2. $\forall s \in \{ s' \in S \mid (t,s') \in F \} : M(s) \leq K(s) - W(s,t)$.
- Pour chaque transition t de T , $\text{Pre}(t)$ est l'ensemble des places conduisant à t et $\text{Post}(t)$ est l'ensemble des places pointées par un lien depuis t :
 $\text{Pre}(t) = \{ s' \in S : (s',t) \in F \}$ et $\text{Post}(t) = \{ s' \in S : (t,s') \in F \}$
- Soit une transition t de T activable à partir de M un marquage de R :
 1. $\forall s \in \{ s' \in S \mid (s',t) \in F \} : M(s) \geq W(s,t)$.
 2. $\forall s \in \{ s' \in S \mid (t,s') \in F \} : M(s) \leq K(s) - W(s,t)$.
- un nouveau marquage M' est défini à partir de M par : $\forall s \in S$,
$$M'(s) = \begin{cases} M(s) - W(s,T), & \text{SI } s \in \text{PRE}(T) - \text{POST}(T) \\ M(s) + W(T,S), & \text{SI } s \in \text{POST}(T) - \text{PRE}(T) \\ M(s) - W(S,T) + W(T,S), & \text{SI } s \in \text{PRE}(T) \cap \text{POST}(T) \\ M(s), & \text{SINON} \end{cases}$$

Exercice 1 (*petri13.tla*)

Soit le réseau de Petri suivant :

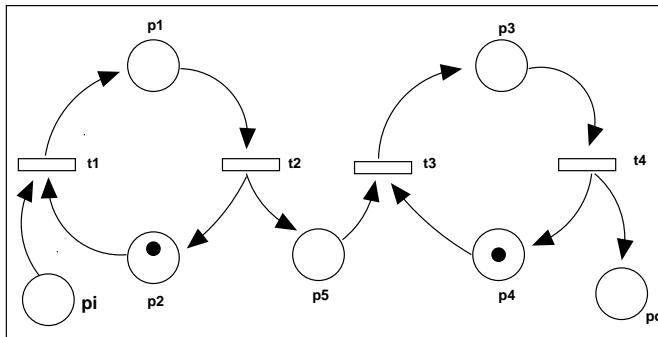


Question 1.1 Modéliser ce réseau de Petri avec TLA⁺.

Question 1.2 Etudier ce réseau en proposant et en vérifiant des invariants à l'aide des outils.

Exercice 2 (petri10.tla)

On considère le réseau suivant :



Question 2.1 Traduire ce réseau en un module TLA⁺. Pour cela, on donnera la définition des quatre transitions t_1, t_2, t_3, t_4 . On ne tiendra pas compte de la capacité des places : les places ont une capacité d'au plus un jeton, sauf la place p_i qui peut contenir N jetons, la place p_5 peut contenir au plus B jetons et la place p_0 peut contenir au plus Q .

Question 2.2 Donner une relation liant les places p_0, p_1, p_3, p_5, p_i et la valeur N . Justifier la réponse.

Question 2.3 Si on suppose que la place p_0 peut contenir au plus Q jetons, donnez une condition sur Q pour que tous les jetons de p_i soient consommés un jour. Justifier la réponse.

Question 2.4 Expliquer ce que modélise ce réseau de Petri.

Exercice 3 (*petri14.tla*)

La figure 1 est un réseau de Petri modélisant le système des philosophes qui mangent des spaghetti.

Question 3.1 Traduire le réseau de Petri sous la forme d'un module TLA.

Question 3.2 Est-ce que le réseau peut atteindre un point de deadlock ? Expliquez votre réponse.

Question 3.3 Proposer une propriété TLA pour répondre à la question suivante, en donnant des explications.

Est-ce que deux philosophes voisins peuvent manger en même temps ?

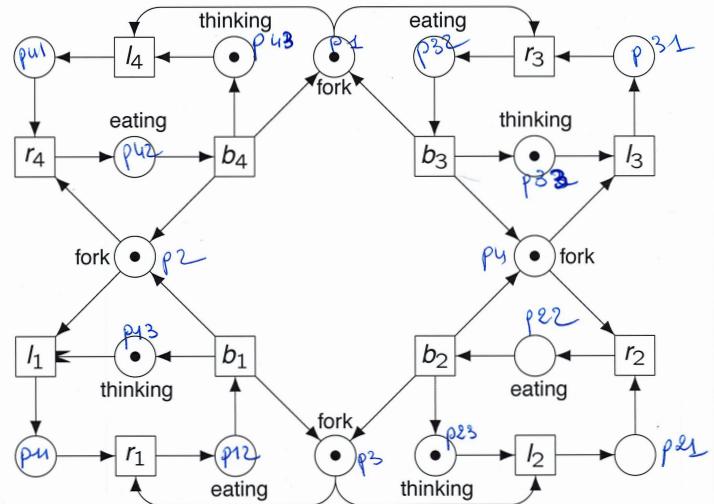
Exercice 4 (*disapp_td1_ex1.tla*)

Question 4.1 Modéliser sous forme d'un module TLA^+ le réseau de Petri de la figure 2. Donner une instanciation possible des constantes. Préciser les conditions initiales correspondant à un système avec cinq (5) processeurs et deux (2) bus.

Question 4.2 On désire analyser le comportement de ce réseau et, pour cela, on souhaite savoir si la place p_5 contiendra au moins un jeton. Expliquer comment on doit procéder pour obtenir une réponse en un temps fini. Préciser le message donné par le système TLAPS.

Question 4.3 Est-ce que le réseau peut atteindre un point de deadlock ?

Question 4.4 Enoncez trois propriétés de sûreté de ce réseau établissant une relation entre au moins deux places.



6

FIGURE 1 – Réseau de Petri

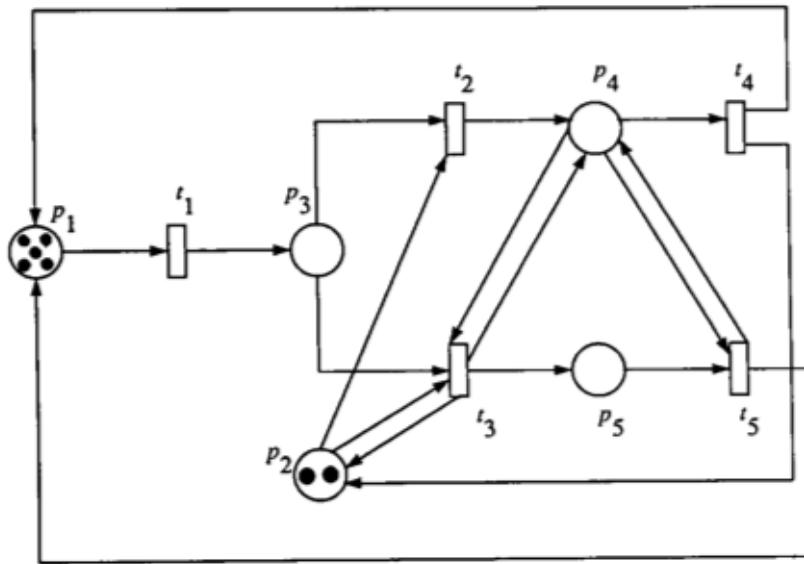


Fig. 14. A Petri-net model of a multiprocessor system, where tokens in p_1 represent active processors, p_2 available buses, p_3 , p_4 , and p_5 processors waiting for, having access to, queued for common memories, respectively.

FIGURE 2 – Réseau de Petri