<
Cours Modélisation et vérification des systèmes informatiques
Exercices (avec les corrections)
Utilisation d'un environnement de vérification Frama-c (III)
par Dominique Méry
4 décembre 2025

Exercice 1 *Utiliser frama-c pour vérifier ou non les annotations suivantes :*

Question 1.1

$\ell_1 : x = 10 \ \wedge \ y = z{+}x \ \wedge z = 2{\cdot}x$
$y := z{+}x$
$\ell_2 : x = 10 \ \wedge \ y = x{+}2{\cdot}10$

Question 1.2

$\ell_1 : x = 1 \ \wedge \ y = 12$
$x := 2{\cdot}y$
$\ell_2 : x = 1 \ \wedge \ y = 24$

Question 1.3

$\ell_1 : x = 11 \ \wedge \ y = 13$
$z := x; x := y; y := z;$
$\ell_2 : x = 26/2 \ \wedge \ y = 33/3$

Question 1.4

$\ell_1 : x = 3 \ \wedge \ y = z{+}x \ \wedge z = 2{\cdot}x$
$y := z{+}x$
$\ell_2 : x = 3 \ \wedge \ y = x{+}6$

Question 1.5

$\ell_1 : x = 2^4 \ \wedge \ y = 2^{345} \ \wedge \ x{\cdot}y = 2^{350}$
$x := y{+}x{+}2^x$
$\ell_2 : x = 2^{56} \ \wedge \ y = 2^{345}$

Question 1.6

$\ell_1 : x = 1 \ \wedge \ y = 12$
$x := 2{\cdot}y{+}x$
$\ell_2 : x = 1 \ \wedge \ y = 25$

Exercice 2 *Traduire ce contrat dans le langage ACSL et vérifier le contrat.*

variables x
requires
$x_0 \in \mathbb{N}$
ensures
$x_f \in \mathbb{N}$
begin
$\ell_0 : \{ x = x_0 \wedge x_0 \in \mathbb{N}\}$
While $(0 < x)$
$\ell_1 : \{0 < x \leq x_0 \wedge x_0 \in \mathbb{N}\}$
$x := x-1$;
$\ell_2 : \{0 \leq x \leq x_0 \wedge x_0 \in \mathbb{N}\}$
od;
$\ell_4 : \{x = 0\}$
end

Exercice 3 *Utiliser frama-c pour vérifier le contrat suivant :*

Variables : F,N,M,I

Requires : $\begin{pmatrix} n_0 \in \mathbb{N} \wedge \\ n_0 \neq 0 \wedge \\ f_0 \in 0 \,..\, n_0-1 \rightarrow \mathbb{N} \end{pmatrix}$

Ensures : $\begin{pmatrix} m_f \in \mathbb{N} \wedge \\ m_f \in ran(f_0) \wedge \\ (\forall j \cdot j \in 0 \,..\, n_0-1 \Rightarrow f_0(j) \leq m_f) \end{pmatrix}$

$M := F(0)$;
$I := 1$;
while $I < N$ **do**
  if *F(i)>M* **then**
    $M := F(I)$;
  ;
  $I{+}{+}$;
;
b

Algorithme 1: Algorithme du maximum d'une liste non annotée

Exercice 4

Utiliser frama-c pour vérifier ke contrat suivant :
Soit l'algorithme annoté suivant se trouvant à la page suivante et les pré et postconditions définies pour cet algorithme comme suit : On suppose que $x1$ et $x2$ sont des constantes.

Exercice 5 *Soit la fonction suivante utiliée dans un programme*

Listing 1 – mainpower.c

```
#include <stdio.h>
#include <limits.h>
int power(int x)
{int  r, cz,cv,cu,cw,ct, k;
  cz=0;cv=0;cw=1;ct=3;cu=0;k=0;
  while (k<x)
        {
```

Variables : X1,X2,Y1,Y2,Y3,Z
Requires : $x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0$
Ensures : $z_f = {x1_0}^{x2_0}$

$\ell_0 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, y1, y2, y3, z) = (x1_0, x2_0, y1_0, y2_0, y3_0, z0)\}$
$(y_1, y_2, y_3) := (x_1, x_2, 1)$;
$\ell_1 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2}\}$
while $y_2 \neq 0$ **do**
  $\ell_2 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 < y2 \leq x2\}$
  if $impair(y_2)$ **then**
    $\ell_3 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 < y2 \leq x2 \wedge impair(y2)\}$
    $y_2 := y_2 - 1$;
    $\ell_4 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot y1 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2 \wedge pair(y2)\}$
    $y_3 := y_3 \cdot y_1$;
    $\ell_5 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2 \wedge pair(y2))\}$
  ;
  $\ell_6 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2 \wedge pair(y2)\}$

  $y_1 := y_1 \cdot y_1$;
  $\ell_7 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2 \ div\ 2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2 \wedge pair(y2)\}$

  $y_2 := y_2 \ div\ 2$;
  $\ell_8 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge 0 \leq y2 \leq x2\}$
;
$\ell_9 : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2, z) = (x1_0, x2_0, z0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge y2 = 0\}$

$z := y_3$;
$\ell_{10} : \{x1_0 \in \mathbb{N} \wedge x2_0 \in \mathbb{N} \wedge x1_0 \neq 0 \wedge y1_0, y2_0, y3_0, z_0 \in \mathbb{Z} \wedge (x1, x2) = (x1_0, x2_0) \wedge y_3 \cdot {y_1}^{y_2} = {x_1}^{x_2} \wedge y2 = 0 \wedge z = x1^{x2}\}$

Algorithme 2: Algorithme de l'exponentitaion indienne annoté

```
            printf("%d %d %d cz=%d %d\n",cu,cv,cw,cz,ct);
            cz=cz+cv+cw;
            cv=cv+ct;
            ct=ct+6;
            cw=cw+3;
            cu=cu+1;
            k=k+1;}
    r=cz;
  return(r);
}

int p(int x)
{
  int r;
  if (x==0)
        {
          r=0;

        }
  else
        {
          r= p(x-1)+3*(x-1)*(x-1) + 3*(x-1)+1;

        }
  return(r);
}



int check(int n){
  int r1,r2,r;
  r1 = power(n);
  r2 = p(n);
  if (r1 != r2)
    { r = 0;
    }
  else
    { r = 1;
    };
  return r;
 }



int main () {

  int counter;
    for( counter=0; counter<5; counter++ ) {
      int v,r;
      printf("Enter a natural number:");
      scanf("%d", &v);
      r = power(v);
      printf ("Power : %d ----> %d\n", v,r);

    };
}
```

Question 5.1 *Compiler ce programme et tester son exécution afin d'en dégager ses fonctionnalités.*

Question 5.2 *Annoter les fonctions principales.*

Question 5.3 *Vérifiez sa correction partielle et totale.*