

<

Cours Modélisation et vérification des systèmes informatiques

Exercices

Examen écrit et TP Noté du 27 novembre 2025

par Dominique Méry

1^{er} décembre 2025**Exercice 1** Soit le contrat suivant :

```

variables int x, int y, int z
requires  $P(x_0, y_0, z_0)$ 
ensures  $Q(x_0, y_0, z_0, x_f, y_f, z_f)$ 
begin
  0 :  $x = 10 \wedge y = z + x \wedge z = 2 \cdot x$ 
   $y := z + x$ 
  1 :  $x = 10 \wedge y = x + 2 \cdot 10$ 
end

```

Question 1.1 Compléter le module `ex25_1.tla` en définissant la précondition et la postcondition.

Question 1.2 Compléter l'action `step0_1` et vérifier que le module est sans blocage.

Question 1.3 Compléter le module en vérifiant que le contrat est correct c'est-à-dire que la propriété de correction partielle est satisfaite ou pas.

Listing 1 – labelx251

```

----- MODULE ex25_1 -----
EXTENDS Integers, TLC
CONSTANTS x0, y0, z0 (* x0, y0, z0 are the initial values *) , un
P(u, v, w) == u=10 /\ v=u+w /\ w=2*u
Q(u0, v0, w0, u, v, w) ==
-----
ASSUME P(x0, y0, z0)
-----
VARIABLES x, y, z, pc
-----
step0_1 == pc="0" /\ y' = z+x /\ pc' = "1" /\ x' = x /\ z' = z
skip == UNCHANGED <<x, y, z, pc>>
-----
Init ==
Next == step0_1 \/ skip
-----

safetypec == pc="1" =>
=====

```

Exercice 2 Soit le contrat suivant :

```

variables int x, int y, int z
requires  $P(x_0, y_0, z_0)$ 
ensures  $Q(x_0, y_0, z_0, x_f, y_f, z_f)$ 
begin
  0 :  $x = 1 \wedge y = 3 \wedge x+y = 12$ 
   $x := y+x$ 
  1 :  $x = 567 \wedge y = 34$ 
end

```

Question 2.1 Compléter le module `ex25_2.tla` en définissant la précondition et la postcondition.

Question 2.2 Compléter l'action `step0_1` et vérifier que le module est sans blocage.

Question 2.3 Compléter le module en vérifiant que le contrat est correct c'est-à-dire que la propriété de correction partielle est satisfaite ou pas.

Listing 2 – labelx251

```

----- MODULE ex25_2 -----
EXTENDS Integers, TLC
CONSTANTS x0, y0 (* x0, y0 are the initial values *), un
pre(u, v) ==
post(u0, v0, u, v) ==
-----
ASSUME pre(x0, y0)
-----
VARIABLES x, y, pc
-----
step0_1 ==

skip == UNCHANGED <<x, y, pc>>
-----
Init ==
Next == step0_1 \/ skip
-----

safetypc ==

=====

```

Exercice 3 Soit le programme *C* suivant :

Listing 3 – summation.c

```

#include <stdio.h>

int ffS(int n) {
  int ps = 0;
  int k = 0;
  int ok=k, ops = 0;
  while (k < n) {
    ok=k;ops=ps;
    k = ok + 1;
    ps = ops + k;
  };
}

```

```

    return ps;
}
int fS(int n) {
    int ps = 0;
    int k = 0;
    while (k < n) {

        ps = ps + k+1;
        k = k + 1;

    };
    return ps;
}

int main()
{

    for (int i = 0; i < 11; ++i){
        printf("Value_for_z=%d_is_%d\n", i, fS(i));
        return 0;
    }
}

```

Question 3.1 *Ecrire les données en entrée de ce programme et ce qui est calculer.*

Question 3.2 *Donner la liste des variables utiles pour exprimer le calcul à partir des valeurs.*

Question 3.3 *Soit le code suivant extrait du programme ci-dessus :*

Listing 4 – labelsummation.c

```

int ps = 0;
int k = 0;
int r;
inloop: while (k < x) {
    k = k + 1;

    ps = ps + k+1;
};
outloop: r = ps ;

```

Traduire ce code sous la forme d'actions suivant les étiquettes inloop et outloop.

Question 3.4 *Vérifier la correction partielle et l'absence des erreurs à l'exécution.*

Exercice 4 *Soit le programme suivant :*

Listing 5 – average.c

```

int a(int n, int m) {
    int r;
    r = (m+n)/2;
    return r;
}

```

Question 4.1 *Ecrire une relation entre les valeurs initiales n_0 , m_0 et r_0 et les valeurs finales de n_f , m_f et r_f des variables n, m, r . Traduire cette relation dans un module TLA^+ .*

Question 4.2 L'exécution du programme *summation.c* conduit à une valeur inattendue pour certaines valeurs de $n0$ et de $m0$. Analyser cette question avec l'outil TLA^+ .

Exercice 5 Soient les deux annotations suivantes. Pour chacune de ces annotations, traduire les annotations en un module TLA^+ et vérifier ou non la correction de cette annotation.

Question 5.1

On suppose que p est un nombre premier :

$$\begin{aligned}\ell_1 : & x = 2^p \wedge y = 2^{p+1} \wedge x \cdot y = 2^{2 \cdot p+1} \\ & x := y + x + 2^x \\ \ell_2 : & x = 5 \cdot 2^p \wedge y = 2^{p+1}\end{aligned}$$

Question 5.2

$$\begin{aligned}\ell_1 : & x = 1 \wedge y = 12 \\ & x := 2 \cdot y \\ \ell_2 : & x = 1 \wedge y = 24\end{aligned}$$