

## Modélisation et vérification avec TLA<sup>+</sup>

### Exercice 1 (*disapp\_td1\_ex1.tla*)

**Question 1.1** *Modéliser sous forme d'un module TLA<sup>+</sup> le réseau de Petri de la figure 1. Donner une instanciation possible des constantes. Préciser les conditions initiales correspondant à un système avec cinq (5) processeurs et deux (2) bus.*

**Question 1.2** *On désire analyser le comportement de ce réseau et, pour cela, on souhaite savoir si la place  $p_5$  contiendra au moins un jeton. Expliquer comment on doit procéder pour obtenir une réponse en un temps fini. Préciser le message donné par le système TLAPS.*

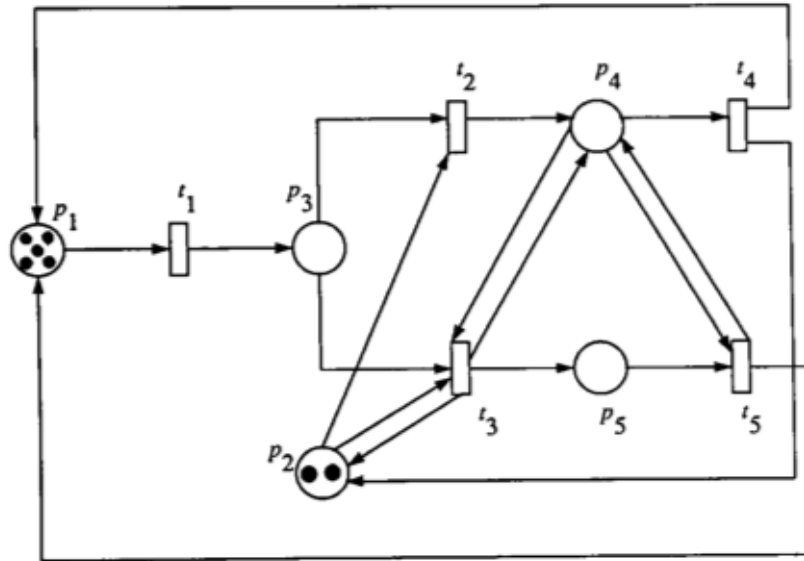
**Question 1.3** *Est-ce que le réseau peut atteindre un point de deadlock ?*

**Question 1.4** *Enoncez trois propriétés de sûreté de ce réseau établissant une relation entre au moins deux places.*

### Exercice 2 (*disapp\_td1\_ex2.tla*)

Un réseau de Petri est un uple  $R=(S,T,F,K,M,W)$  tel que

- $S$  est l'ensemble (fini) des places.
- $T$  est l'ensemble (fini) des transitions.
- $S \cap T = \emptyset$
- $F$  est la relation du flot d'exécution :  $F \subseteq S \times T \cup T \times S$
- $K$  représente la capacité de chaque place :  $K \in S \rightarrow \text{Nat}$ .
- $M$  représente le initial marquage chaque place :  
 $M \in S \rightarrow \text{Nat}$  et vérifie la condition  $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$ .
- $W$  représente le poids de chaque arc :  $W \in F \rightarrow \text{Nat}$
- un marquage  $M$  pour  $R$  est une fonction de  $S$  dans  $\text{Nat}$  :  
 $M \in S \rightarrow \text{Nat}$  et respectant la condition  $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$ .
- une transition  $t$  de  $T$  est activable à partir de  $M$  un marquage de  $R$  si
  1.  $\forall s \in \{s' \in S \mid (s',t) \in F\} : M(s) \geq W(s,t)$ .
  2.  $\forall s \in \{s' \in S \mid (t,s') \in F\} : M(s) \leq K(s) - W(s,t)$ .
- Pour chaque transition  $t$  de  $T$ ,  $\text{Pre}(t)$  est l'ensemble des places conduisant à  $t$  et  $\text{Post}(t)$  est l'ensemble des places pointées par un lien depuis  $t$  :  
 $\text{Pre}(t) = \{s' \in S : (s',t) \in F\}$  et  $\text{Post}(t) = \{s' \in S : (t,s') \in F\}$



**Fig. 14.** A Petri-net model of a multiprocessor system, where tokens in  $p_1$  represent active processors,  $p_2$  available buses,  $p_3$ ,  $p_4$ , and  $p_5$  processors waiting for, having access to, queued for common memories, respectively.

FIGURE 1 – Réseau de Petri

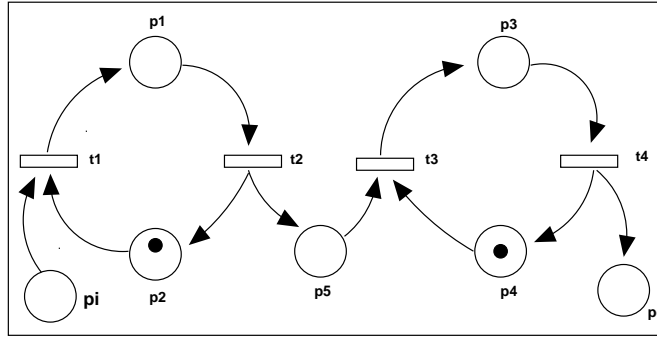
— Soit une transition  $t$  de  $T$  activable à partir de  $M$  un marquage de  $R$  :

1.  $\forall s \in \{s' \in S \mid (s', t) \in F\} : M(s) \geq W(s, t).$
2.  $\forall s \in \{s' \in S \mid (t, s') \in F\} : M(s) \leq K(s) - W(s, t).$

— un nouveau marquage  $M'$  est défini à partir de  $M$  par :  $\forall s \in S,$

$$M'(s) = \begin{cases} M(s) - W(s, T), & \text{SI } s \in \text{PRE}(T) - \text{POST}(T) \\ M(s) + W(T, S), & \text{SI } s \in \text{POST}(T) - \text{PRE}(T) \\ M(s) - W(s, T) + W(T, S), & \text{SI } s \in \text{PRE}(T) \cap \text{POST}(T) \\ M(s), & \text{SINON} \end{cases}$$

On considère le réseau suivant :



MODULE *petri10*

EXTENDS *Naturals, TLC*

CONSTANTS *Places, N, Q, B*

VARIABLES *M*

$t1 \triangleq$

$t2 \triangleq$

$t3 \triangleq$

$t4 \triangleq$

$Init1 \triangleq M = [p \in Places \mapsto \text{IF } p \in \{ "p4", "p2" \} \text{ THEN } 1 \text{ ELSE } \\ \text{IF } p = "pi" \text{ THEN } N \text{ ELSE } 0]$

$Next \triangleq t1 \vee t2 \vee t3 \vee t4$

**Question 2.1** Traduire ce réseau en un module  $TLA^+$  dont le squelette est donné dans le texte. Pour cela, on donnera la définition des quatre transitions  $t1, t2, t3, t4$ . On ne tiendra pas compte de la capacité des places : les places ont une capacité d'au plus un jeton, sauf la place  $pi$  qui peut contenir  $N$  jetons, la place  $p5$  peut contenir au plus  $B$  jetons et la place  $po$  peut contenir au plus  $Q$ .

**Question 2.2** Donner une relation liant les places  $po, p1, p3, p5, pi$  et la valeur  $N$ . Justifiez votre réponse.

**Question 2.3** *Si on suppose que la place  $p_o$  peut contenir au plus  $Q$  jetons, donnez une condition sur  $Q$  pour que tous les jetons de  $p_i$  soient consommés un jour. Justifiez votre réponse.*

**Question 2.4** *Expliquez ce que modélise ce réseau de Petri.*