

## LES FONDAMENTAUX EN TELECOMMUNICATIONS

### Corrigé - Série de TD N° 4

#### Corrigé de l'exercice 1 :

Transmission de voix numérisée avec un débit binaire de 64 Kbit/s.

Rappel :  $D = n \cdot R = R \cdot \log_2 M$

- On a une valence  $M = 32 = 2^5$  et un Roll-off  $\alpha = 0,75$ , nous avons une transmission de voix numérisée en bande de base avec un filtre de mise en forme en cosinus surélevé, **la bande passante du signal modulé correspondant est :**

$$B = \frac{1}{2T} (1 + \alpha) = \frac{R}{2} (1 + \alpha) = \frac{D}{2n} (1 + \alpha), \text{ donc : } B = \frac{D}{2n} (1 + \alpha)$$

$$\text{A.N. : } B = \frac{64 \cdot 10^3}{2 \cdot 5} (1 + 0,75), \text{ soit : } B = 11,2 \text{ KHz}$$

- On suppose que la ligne de transmission offre un débit binaire de 64 kbit/s et possède la largeur de bande calculée dans la question précédente, **on demande de calculer le RSB :**

C'est le débit binaire maximal ou capacité du support de transmission en présence de bruit est donné par la relation où  $W$  est la bande passante du support :

$$C = W \log_2 \left( 1 + \frac{P_S}{P_N} \right) \text{ bits/s ; } W \geq B = \frac{1}{2T} (1 + \alpha) \text{ donc au minimum } W = B$$

On déduit le rapport signal sur bruit :

$$\text{en puissance } \frac{P_S}{P_N} = 2^{\frac{D}{B}} - 1 \text{ et en décibel : } \left( \frac{P_S}{P_N} \right)_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_S}{P_N}$$

$$\text{A.N. : } \frac{P_S}{P_N} = 2^{\frac{64 \cdot 10^3}{11,2 \cdot 10^3}} - 1, \text{ et en dB : } \left( \frac{P_S}{P_N} \right)_{dB} = 10 \log_{10} 51,5$$

$$\text{soit } \frac{P_S}{P_N} = 51,5 \text{ et } \left( \frac{P_S}{P_N} \right)_{dB} = 17,1 \text{ dB}$$

#### Corrigé de l'exercice 2 :

La **version quantifiée** du signal analogique à partir de laquelle ce signal PCM est généré :

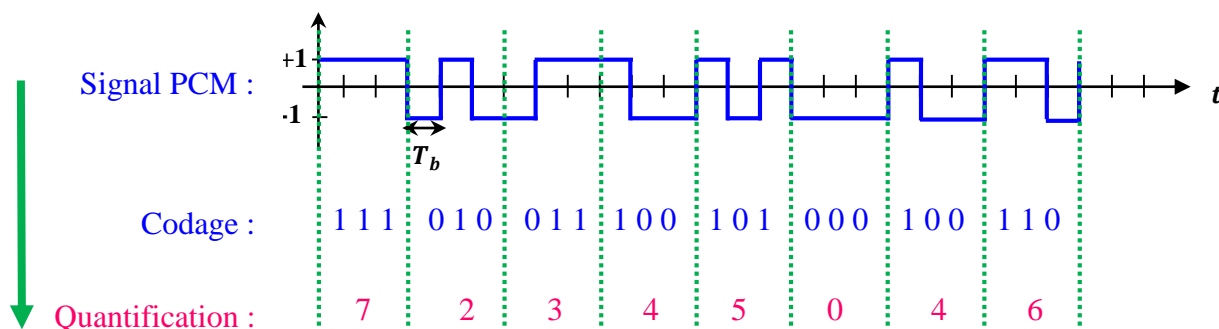


Figure 1 : signal PCM

### Corrigé de l'exercice 3 :

On dispose d'un modulateur 2FSK à base de VCO (oscillateur commandé en tension). On désire transmettre de l'information numérique avec un débit  $D=10$  Kbit/s et on utilise un indice de modulation  $\mu=0,63$ . Afin d'avoir plusieurs communications simultanées, on utilise 3 fréquences porteuses correspondant à 3 canaux comme suit :

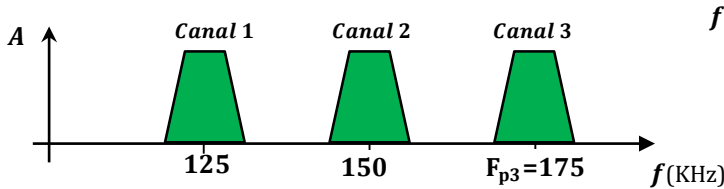


Figure 2 : Spectre du support de transmission

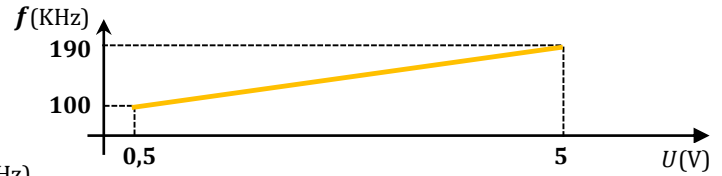


Figure 3 : Caractéristique du VCO

**Calcul des amplitudes du signal de commande U lorsque l'on effectue une transmission sur le canal N°3 :**

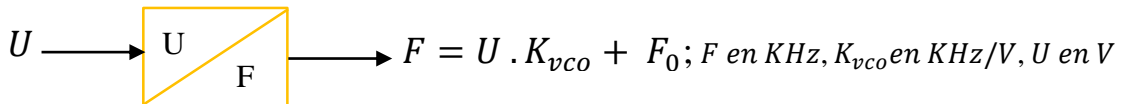
On va procéder comme suit :

**Etape 1 :** Détermination de l'équation du VCO à l'aide de la figure 3,

**Etape 2 :** Calcul des deux fréquences du modulateur FSK en se basant sur la figure 4,

**Etape 3 :** Déduction des tensions commandant le VCO pour obtenir ces 2 fréquences.

**Etape 1 :** Dans la zone linéaire de sa Caractéristique, le VCO se comporte comme un convertisseur tension/fréquence :



D'après la figure 3 :

$$\begin{cases} 5 \cdot K_{vco} + F_0 = 190 \\ 0,5 \cdot K_{vco} + F_0 = 100 \end{cases}$$

La résolution de ce système de 2 équations à 2 inconnues donne :

$$K_{vco} = 20 \text{ KHz/V et } F_0 = 90 \text{ KHz}$$

$$\text{D'où : } F(\text{KHz}) = U(\text{V}) \cdot 20 (\text{KHz/V}) + 90 (\text{KHz})$$

Par conséquent :  $U = \frac{F-90}{20}$  (V) : **expression de la tension de commande à l'entrée du VCO.**

**Etape 2 :** Avec le modulateur 2FSK, donc nous avons besoin de 2 fréquences  $F_1$  et  $F_2$  afin de représenter les symboles binaires 1 et 0 respectivement :

$$\Delta f = \frac{F_1 - F_2}{2} \text{ ou } Df = 2\Delta f = F_1 - F_2$$

D'autre part, l'indice de modulation  $\mu = \frac{Df}{R} = \frac{Df}{D} = 0,63$  puisque la valence  $M = 2$  ( $n = 1$ ) :

Donc :  $Df = \mu \cdot D$

Par suite :  $F_1 - F_2 = \mu \cdot D$  avec  $D = 10 \text{ Kbits/s}$  et  $\mu = 0,63$

A.N. :  $F_1 - F_2 = 6,3 \text{ KHz}$

On souhaite que la transmission se fasse sur le canal N° 3 de fréquence porteuse  $F_{p3} = 175 \text{ KHz}$  :

$$\text{Donc } F_{p3} = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

Pra suite :  $F_1 + F_2 = 2 \cdot F_{p3}$

A.N. :  $F_1 + F_2 = 350 \text{ KHz}$

On obtient ainsi un système de 2 équations à 2 inconnues suivant :

$$\begin{cases} F_1 - F_2 = 6,3 \text{ KHz} \\ F_1 + F_2 = 350 \text{ KHz} \end{cases}$$

Sa résolution donne les 2 fréquences du modulateur FSK :

$F_1 = 178,15 \text{ KHz}$  et  $F_2 = 171,85 \text{ KHz}$

**Etape 3 :** On déduit les 2 tensions commandant le VCO pour obtenir les 2 fréquences  $F_1$  et  $F_2$  à partir de l'expression de la tension de commande à l'entrée du VCO,  $U = \frac{F-90}{20} \text{ (V)}$  établie précédemment :

$$\begin{cases} U_1 = \frac{F_1-90}{20} \text{ (V)} \\ U_2 = \frac{F_2-90}{20} \text{ (V)} \end{cases} \quad \text{soit : } \begin{cases} U_1 \approx 4,4 \text{ V} \\ U_2 \approx 4,1 \text{ V} \end{cases}$$

### Corrigé de l'exercice 4 :

On considère une transmission sur porteuse via un canal bruité de bande passante 200 KHz. L'objectif est de transmettre, sans interférence entre symboles (IES), avec un maximum de débit binaire  $D$  et une probabilité d'erreur binaire  $P_{e(b)} < 10^{-6}$ . Pour annuler l'IES, on utilise des impulsions en cosinus surélevé, avec un facteur *roll-off*  $\alpha = 0,75$ . La puissance  $P$  de l'émetteur est fixée de telle sorte que :  $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} = 75 - 10 \log_{10} D$  où  $E_b$  désigne l'énergie par élément binaire et  $N_0$  est la densité spectrale de puissance du bruit du canal.

**On demande de choisir pour cette transmission la modulation MPSK parmi 4PSK, 8PSK et 16PSK qui garantit une probabilité d'erreur binaire  $P_{e(b)} < 10^{-6}$  tout en assurant le débit binaire le plus élevé possible :**

#### Etape 1 : détermination du débit offert par chacune des 3 modulations disponibles

La bande passante du canal est  $W \geq \frac{(1+\alpha)}{T}$  (transmission sur porteuse via un canal bruité avec l'usage de filtre en cosinus surélevé) :

$$W \geq \frac{(1+\alpha)}{T} = R(1 + \alpha) = \frac{D}{n} (1 + \alpha)$$

$$\text{Donc : } D \leq \frac{n \cdot W}{(1+\alpha)},$$

$$\text{Au maximum on aura : } D_{max} = \frac{n \cdot W}{(1+\alpha)} = \frac{n \cdot 200 \cdot 10^3}{1,75} \text{ (Hz)}$$

#### Etape 2 : calcul du RSB binaire en utilisant l'équation $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} = 75 - 10 \log_{10} D$

Les résultats des calculs du **débit**  $D_{max}$  offert par chacune des 3 modulations disponibles 4PSK, 8PSK et 16PSK ainsi que le **RSB binaire**  $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB}$  correspondant (Etapes 1 et 2), sont reportés sur le tableau suivant :

	4PSK	8PSK	16PSK
$D_{max} \approx$	228,6 Kbits/s	342,8 Kbits/s	457,2 Kbits/s
$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} \approx$	21,4 dB	19,6 dB	18,4 dB

Tableau 1 : Calculs du débit  $D_{max}$  et du RSB binaire  $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB}$  pour les modulations 4PSK, 8PSK et 16PSK

### Etape 3 : choix de la modulation qui respecte la condition $P_{e(b)} < 10^{-6}$ tout en offrant le plus grand débit

On reporte sur les courbes de la figure 4 ci-dessous le RSB binaire calculé au niveau du tableau 1 précédant et on en déduit la probabilité d'erreur binaire  $P_{e(b)}$  (ou Taux d'Erreur Binaire TEB) et ce pour chacune des trois modulations 16PSK, 8PSK et 4PSK :

- Pour la 16PSK,  $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} \approx 18,4$  dB, ce qui correspond à probabilité d'erreur binaire  $P_{e(b)} \approx 10^{-5}$ , cette modulation est écartée car la condition  $P_{e(b)} < 10^{-6}$  n'est pas vérifiée.
- Pour la 8PSK  $\left[\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} \approx 19,6$  dB] et la 4PSK  $\left[\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} \approx 21,4$  dB], la condition sur la probabilité d'erreur binaire  $P_{e(b)} < 10^{-6}$  est bien vérifiée pour les deux modulations car leurs probabilités d'erreur binaire se trouvent très inférieures à  $10^{-6}$ .
- Il reste donc à comparer les débits qu'elles offrent la 8PSK ( $D_{max} \approx 342,8$  Kbits/s) et la 4PSK ( $D_{max} \approx 228,6$  Kbits/s).

On retient donc la 8PSK qui assure un maximum de débit possible et un minimum de Taux d'Erreur Binaire parmi les trois modulations proposées pour cette étude de cas.

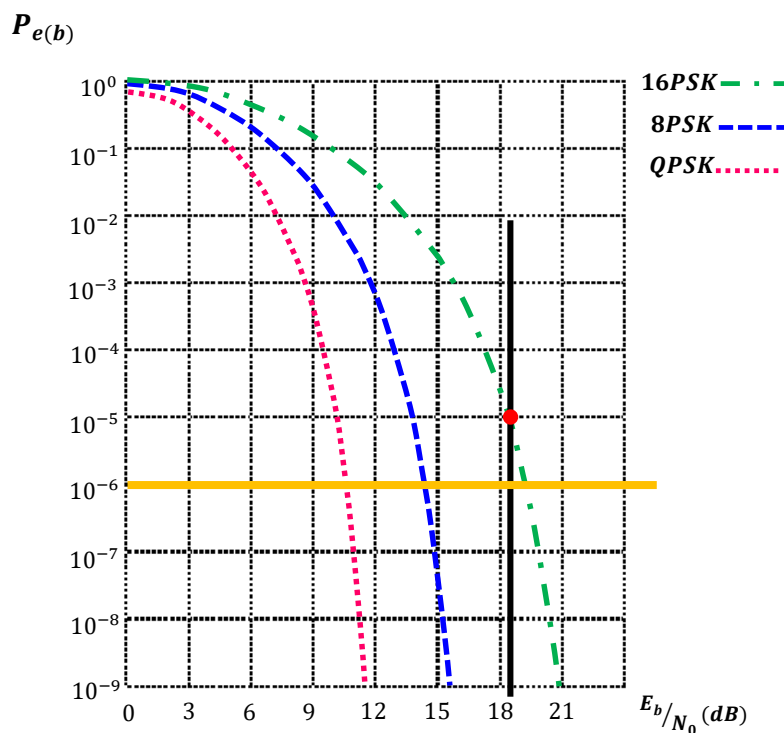


Figure 4 : Probabilité d'erreur binaire  $P_{e(b)}$  en fonction du rapport signal sur bruit binaire  $E_b/N_0$  (dB) pour des modulations MPSK.