

**SUPLEMEN MATERI KULIAH FI-1102
FISIKA DASAR II**

**RINGKASAN MATERI KULIAH
PEMBAHASAN SOAL UJIAN TPB SEM. II**

oleh

**MIKRAJUDDIN ABDULLAH
PROGRAM STUDI FISIKA**

2007

Kata Pengantar

Diktat ini berisi ringkasan materi Fisika dasar II dan pembahasan ujian Fisika Dasar II beberapa tahun sebelumnya. Banyak mahasiswa mengalami kesulitan menjawab soal ujian Fisika Dasar walaupun sebenarnya soal-soal tersebut tidak terlalu sulit. Hal tersebut mungkin disebabkan perubahan cara menjawab soal antara ujian di sekolah menengah atas dan di ITB. Ujian-ujian di sekolah menengah atas lebih didominasi oleh soal-soal pilihan ganda. Dengan tipe soal seperti itu siswa hanya dituntut mendapatkan hasil akhir, tanpa terlalu risau dengan proses mendapatkan hasil tersebut. Hal sebaliknya terjadi di TPB. Tiap langkah dalam mencapai jawaban akhir akan mendapat penilaian. Sekalipun hasil akhir benar, namun jika langkah yang ditempuh mencapai hasil tersebut salah maka jawaban dianggap salah.

Cara menjawab soal yang disampaikan dalam diktat ini mungkin tampak panjang. Hal ini sengaja dilakukan agar mahasiswa mengetahui alasan mengapa langkah-langkah yang dilakukan seperti itu. Dalam menjawab soal ujian sebenarnya, para mahasiswa dapat meringkasnya lagi tetapi tetap mempertahankan aliran logika/alasan yang benar.

Penulis sangat menyarankan agar para mahasiswa tidak hanya mengandalkan diktat ini dalam mengikuti kuliah Fisika Dasar. Isi diktat ini tidak terlalu banyak dan hanya sebagai pelengkap referensi-referensi standar lainnya. Bacalah buku sebanyak-banyaknya karena ilmu yang kalian miliki sebanding dengan jumlah halaman buku yang kalian baca. Selamat belajar dan semoga sukses.

Bandung, Oktober 2007

Mikrajuddin Abdullah

Daftar Isi

Bab 1 Hukum Coulomb dan Hukum Gauss	1
Bab 2 Potensial Listrik dan Kapasitor	17
Bab 3 Listrik Arus Searah	30
Bab 4 Kemagnetan	36
Bab 5 Hukum Biot Savart	42
Bab 6 Hukum Ampere	51
Bab 7 GGL Induksi dan Induktansi	57
Bab 8 Arus Bolak-Balik	66
Bab 9 Besaran Gelombang	83
Bab 10 Gejala Gelombang dan Gelombang Bunyi	92
Bab 11 Interferensi Gelombang Elektromagnetik	98
Bab 12 Model Atom dan Molekul	107
Bab 13 Pembahasan Ujian I Semester II 1998/1999	113
Bab 14 Pembahasan Ujian I Semester II 2000/2001	126
Bab 15 Pembahasan Ujian I Semester II 2003/2004	138
Bab 16 Pembahasan Ujian I Semester II 2006/2007	150
Bab 17 Pembahasan Ujian II Semester II 1998/1999	162
Bab 18 Pembahasan Ujian II Semester II 1999/2000	174
Bab 19 Pembahasan Ujian II Semester II 2000/2001	183
Bab 20 Pembahasan Ujian II Semester II 2001/2002	195
Bab 21 Pembahasan Ujian II Semester II 2002/2003	203
Bab 22 Pembahasan Ujian II Semester II 2003/2004	212
Bab 23 Pembahasan Ujian II Semester Pendek 2003/2004	220
Bab 24 Pembahasan Ujian II Semester II 2006/2007	230
Bab 25 Pembahasan Ujian III Semester II 2002/2003	239
Bab 26 Pembahasan Ujian III Semester II 2003/2004	248
Bab 27 Pembahasan Ujian III Semester II 2003/2004	257

Bab 1

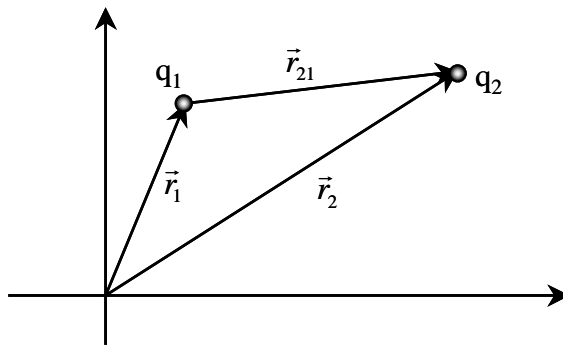
Hukum Coulomb dan Hukum Gauss

1.1 Gaya antara dua muatan listrik

- i) Dua muatan sejenis melakukan gaya tolak-menolak.
- ii) Dua muatan tidak sejenis melakukan gaya tarik-menarik.

1.2 Gaya Coulomb antara dua muatan titik

Misalkan ada dua muatan q_1 dan q_2 yang masing-masing berada pada posisi \vec{r}_1 dan \vec{r}_2 . Vektor posisi muatan q_2 relatif terhadap q_1 adalah



Gambar 1.1 Posisi muatan q_1 dan q_2 dalam system koordinat

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (1.1)$$

Jarak antara dua muatan = besar posisi relatif dua muatan $r_{21} = |\vec{r}_{21}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$. Vektor satuan yang searah dengan vektor \vec{r}_{21} adalah

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (1.2)$$

Besar gaya Coulomb pada muatan q_2 oleh muatan q_1

$$F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \quad (1.3)$$

Arah gaya F_{21} searah dengan vektor satuan \hat{r}_{21} sehingga dalam notasi vektor

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \hat{r}_{21} \quad (1.4)$$

Dengan mensubstitusi \hat{r}_{21} ke dalam persamaan (1.4) dapat juga ditulis

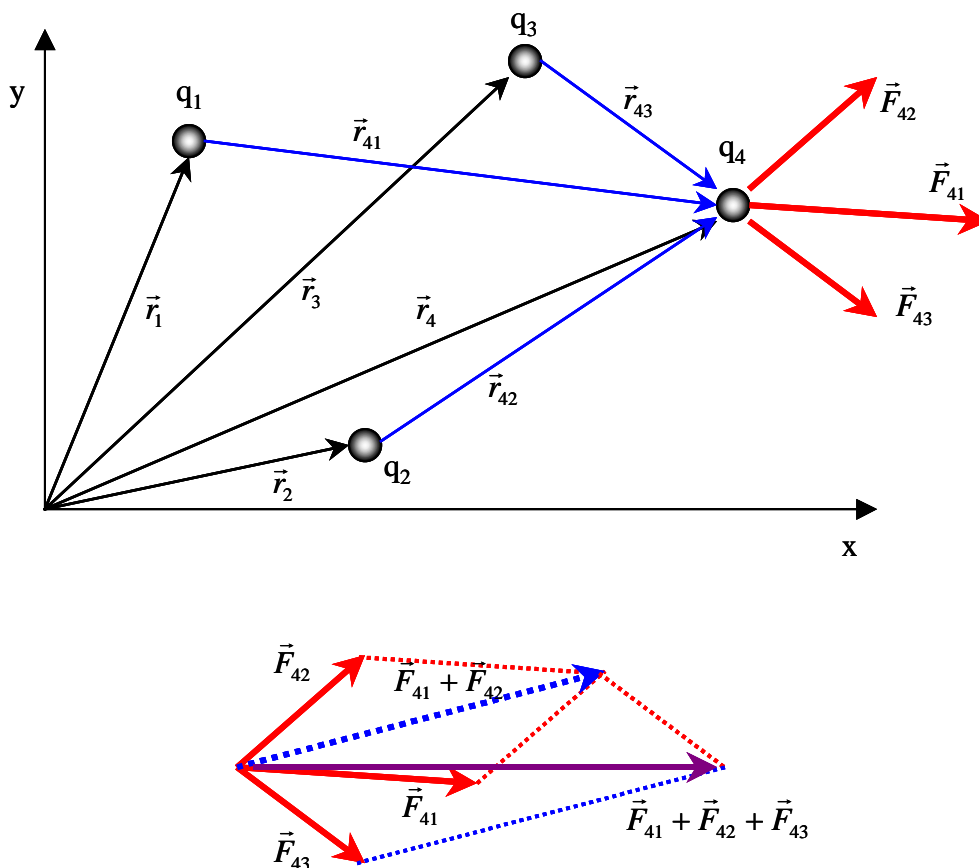
$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (1.5)$$

Dengan hukum aksi-reaksi Newton, gaya coulomb pada muatan q_1 oleh muatan q_2 adalah

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

1.3 Gaya Coulomb oleh sejumlah muatan

Misalkan terdapat muatan q_1, q_2, q_3 , dan q_4 . Berapa gaya pada muatan q_4 ?



Gambar 1.2 Posisi koordinat sejumlah muatan dan gaya total yang bekerja pada satu muatan

Gaya oleh q_1 pada q_4 : $\vec{F}_{41} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_4}{|\vec{r}_{41}|^3} \vec{r}_{41}$

Gaya oleh q_2 pada q_4 : $\vec{F}_{42} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_2 q_4}{|\vec{r}_{42}|^3} \vec{r}_{42}$

Gaya oleh q_3 pada q_4 : $\vec{F}_{43} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_3 q_4}{|\vec{r}_{43}|^3} \vec{r}_{43}$

Gaya total pada muatan q_4 : $\vec{F}_4 = \vec{F}_{41} + \vec{F}_{42} + \vec{F}_{43}$

Secara umum, gaya pada q_o oleh sejumlah muatan $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$:

$$\vec{F}_{a_o} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_o q_i}{|\vec{r}_{0i}|^3} \vec{r}_{0i} \quad (1.6)$$

1.4 Medan listrik

Medan listrik yang dihasilkan muatan q_1 pada posisi muatan q_2 , \vec{E}_{21} , didefinisikan sebagai berikut

$$\vec{F}_{21} = q_2 \vec{E}_{21} \quad (1.7)$$

Dengan membandingkan (1.7) dan (1.5) maka

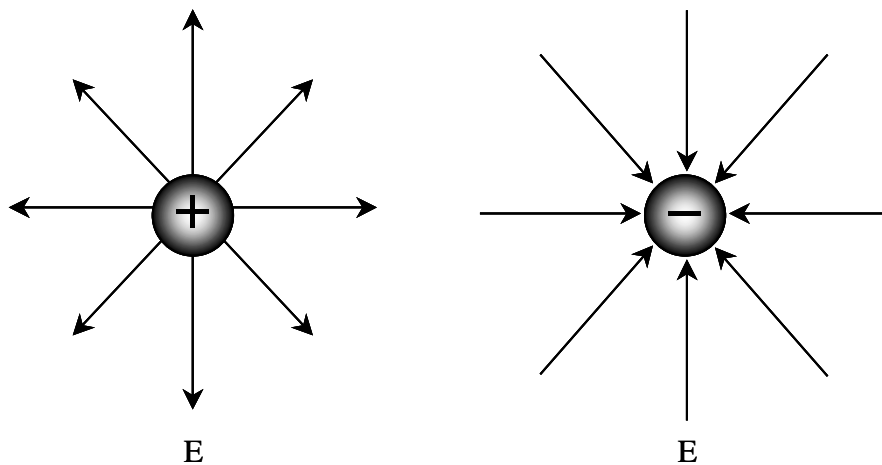
$$\vec{E}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1}{|\vec{r}_{21}|^3} \vec{r}_{21} \quad (1.8)$$

Dinyatakan dalam skalar, besar medan listrik yang dihasilkan muatan sembarang pada jarak r dari muatan tersebut:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r^2} \quad (1.9)$$

Arah medan listrik didefinisikan sebagai berikut:

- i) Keluar dari muatan positif.
- ii) Masuk ke muatan negatif.

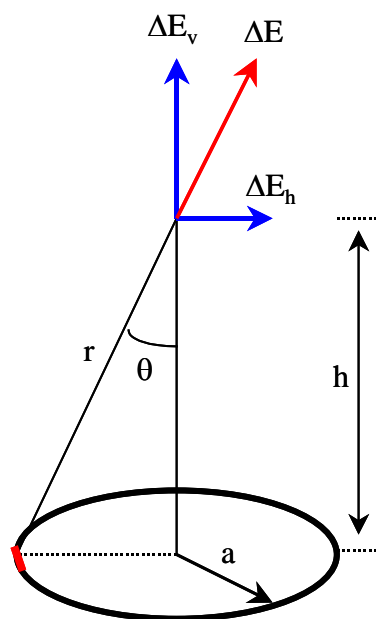


Gambar 1.3 Arah medan listrik: (a) keluar dari muatan positif dan (b) masuk ke muatan negatif.

1.5 Medan listrik yang dihasilkan distribusi muatan

a) Medan listrik oleh muatan cincin

Cincin berjari-jari a dan bermuatan q yang tersebar secara merata.



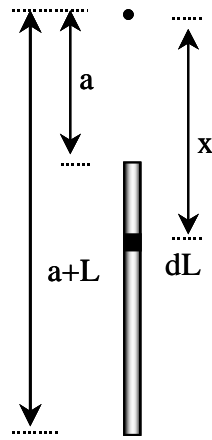
Gambar 1.4 Medan listrik di sumbu cincin

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qh}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \quad (1.10)$$

b) Medan listrik oleh muatan batang

Kita akan bahas medan listrik yang dihasilkan oleh batang dengan panjang L di

posisi yang sejajar dengan sumbu batang. Batang memiliki kerapatan muatan homogen dengan muatan total Q . Titik pengamatan adalah pada jarak a dari ujung batang terdekat.



Gambar 1.5 Medan listrik yang dihasilkan oleh batang

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{a(a+L)} \quad (1.11)$$

c) Medan listrik oleh dipol

Dipol adalah muatan yang sama besar tetapi berbeda tanda yang dipisahkan oleh jarak yang cukup kecil. Dilihat dari jauh, dipol tampak netral karena kedua muatan sangat berdekatan. Tetapi dilihat dari dekat, yaitu pada orde yang sama dengan jarak pisah dua muatan, dipol tampak sebagai dua muatan terpisah. Besar medan listrik sepanjang garis yang memotong tegak lurus sumbu dipol di tengah-tengah pada jarak h dari pusat dipol adalah

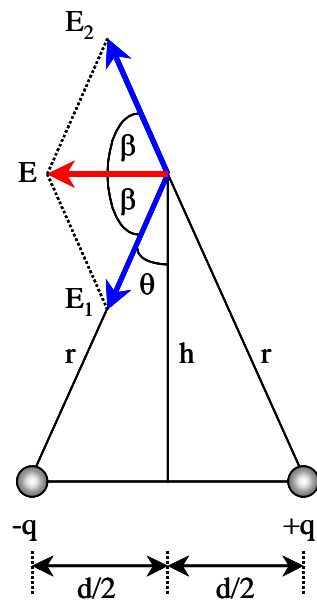
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qd}{[h^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \quad (1.12)$$

Kita mendefinisikan momen dipol

$$p = qd \quad (1.13)$$

Dengan demikian, diperoleh

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{p}{[h^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \quad (1.14)$$



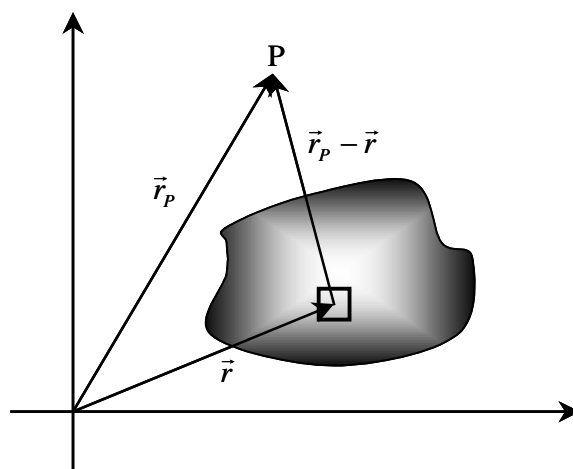
Gambar 1.6 Menentukan medan listrik oleh dipol

Jika jarak titik pengamatan sangat besar dibandingkan dengan jarak antara dua muatan, atau $d \ll h$, maka kita dapat mengaproksimasi $h^2 + (d/2)^2 \approx h^2$ sehingga

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{[h^2]^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{h^3} \quad (1.15)$$

1.6 Perhitungan medan dengan metode integral

Misalkan kita memiliki benda sembarang seperti pada Gambar 1.7.



Gambar 1.7 Kuat medan listrik yang dihasilkan benda kontinu sembarang

Kuat medan listrik pada titik sembarang P dengan vektor posisi \vec{r}

$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \int \frac{dq}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}) \quad (1.16)$$

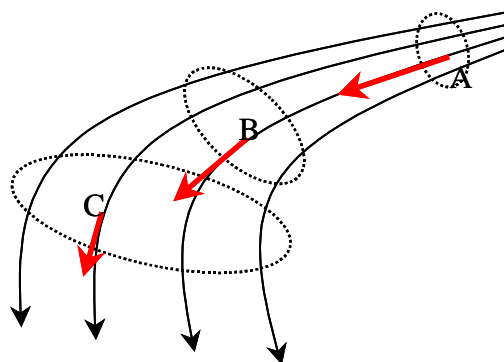
Persamaan (1.16) merupakan bentuk umum dari persamaan untuk mencari kuat medan listrik yang dihasilkan oleh muatan yang terdistribusi kontinu. Berdasarkan jenis distribusi muatan, kita menemui tiga macam yaitu distribusi muatan, yaitu satu dimensi, dua dimensi, dan tiga dimensi.

- i) Untuk distribusi muatan satu dimensi, misalnya muatan pada kawat, maka $dq = \lambda dx$ dengan λ adalah rapat muatan per satuan panjang dan dx adalah elemen panjang kawat.
- ii) Untuk distribusi muatan dua dimensi, misalnya muatan pada pelat, maka $dq = \sigma dS$ dengan σ adalah rapat muatan per satuan luas permukaan dan dS adalah elemen luas permukaan.
- iii) Untuk distribusi muatan tiga dimensi maka $dq = \rho dV$ dengan ρ adalah rapat muatan per satuan volum dan dV adalah elemen volum benda.

1.5 Garis gaya listrik

Garis gaya listrik adalah garis khayal yang keluar dari muatan positif dan masuk ke muatan negatif. Setelah menggambarkan garis gaya listrik maka kita dapat mendefinisikan medan listrik sebagai berikut

- i) Besarnya medan listrik sebanding dengan kerapatan garis gaya per satuan luas permukaan
- ii Arah medan listrik di suatu titik sama sejajar dengan garis singgung garis gaya pada titik tersebut.

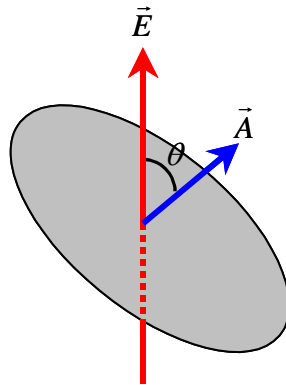


Gambar 1.8 Garis gaya listrik

1.6 Fluks listrik

Fluks listrik didefinisikan sebagai perkalian skalar antara vektor kuat medan listrik

dengan vektor luar permukaan yang ditembus oleh medan tersebut.

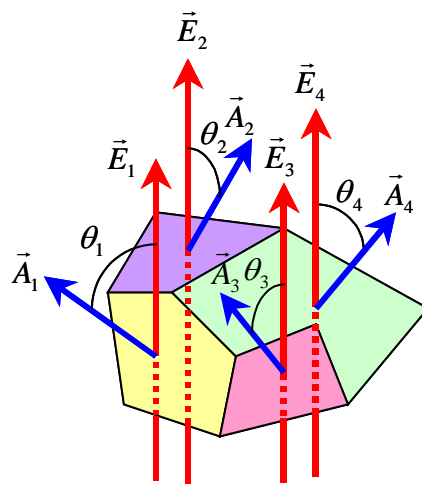


Gambar 1.9 Definisi fluks listrik

Pada Gambar 1.9 medan listrik \vec{E} menembus permukaan dengan vektor luas permukaan \vec{A} . Fluks listrik yang melewati permukaan memenuhi

$$\phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta \quad (1.17)$$

Jika permukaan yang ditembus medan terdiri dari sejumlah segmen, maka fluks total sama dengan jumlah fluks pada masing-masing segmen. Contohnya, untuk Gbr 1.10, fluks total dapat ditulis sebagai



Gambar 1.10 Medan listrik menembus sejumlah segmen permukaan

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 \\ &= \vec{E}_1 \cdot \vec{A}_1 + \vec{E}_2 \cdot \vec{A}_2 + \vec{E}_3 \cdot \vec{A}_3 + \vec{E}_4 \cdot \vec{A}_4 \end{aligned}$$

$$= E_1 A_1 \cos \theta_1 + E_2 A_2 \cos \theta_2 + E_3 A_3 \cos \theta_3 + E_4 A_4 \cos \theta_4 \quad (1.18)$$

Secara umum

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i \\ &= \sum_{i=1}^n E_i A_i \cos \theta_i \end{aligned} \quad (1.19)$$

Untuk kasus umum di mana permukaan yang dikenai medan listrik adalah permukaan sembarang dan kuat serta arah medan listrik juga sembarang maka fluks yang melewati permukaan ditentukan dengan integral sebagai berikut

$$\phi = \int E \cos \theta dA \quad (1.20)$$

1.7 Hukum Gauss

Hukum Gauss merupakan metode yang sangat efektif untuk mencari kuat medan listrik di sekitar muatan kontinu pada benda yang memiliki simetri. Hukum tersebut dirumuskan sebagai berikut

$$\sum_{\text{permukaan-tertutup}} \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i = \frac{\sum q_{\text{permukaan-tertutup}}}{\epsilon_0}$$

atau

$$\sum_{\text{permukaan-tertutup}} E_i A_i \cos \theta_i = \frac{\sum q_{\text{permukaan-tertutup}}}{\epsilon_0} \quad (1.21)$$

Untuk permukaan yang sembarang, hukum Gauss dapat diungkapkan dalam bentuk integral, yaitu

$$\oint E \cos \theta dA = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

atau

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \quad (1.22)$$

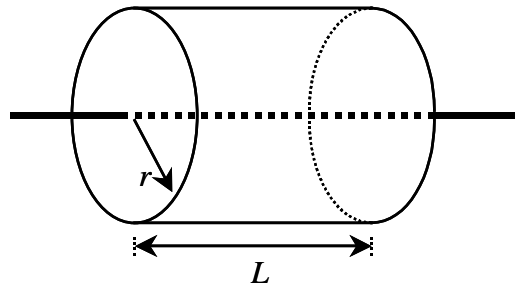
Simbol \oint menyatakan bahwa integral dilakukan pada permukaan tertutup.

1.8 Memilih permukaan Gauss

Langkah pertama yang harus ditempuh ketika akan menggunakan hukum Gauss adalah memilih permukaan Gauss yang tepat. Berikut adalah bentuk permukaan Gauss yang digunakan dalam menentukan kuat medan listrik

a) Kawat lurus panjang

Permukaan Gauss yang kita gunakan berupa silinder dengan jari-jari r dengan kawat adalah sumbu. Panjang silinder bisa bebas, misalkan L .



Gambar 1.11 Permukaan Gauss untuk menentukan kuat medan listrik di sekitar kawat lurus panjang

Penjumlahan $\sum E_i A_i \cos \theta_i$ dapat dinyatakan sebagai penjumlahan tiga bagian, yaitu

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = \{E_1 A_1 \cos \theta_1\}_{\text{alas}} + \{E_2 A_2 \cos \theta_2\}_{\text{tutup}} + \{E_3 A_3 \cos \theta_3\}_{\text{selubung}} \quad (1.23)$$

Alas:

$$\theta = 90^\circ. \quad E_1 A_1 \cos \theta_1 = E_1 A_1 \cos 90^\circ = E_1 A_1 \times 0 = 0$$

Tutup:

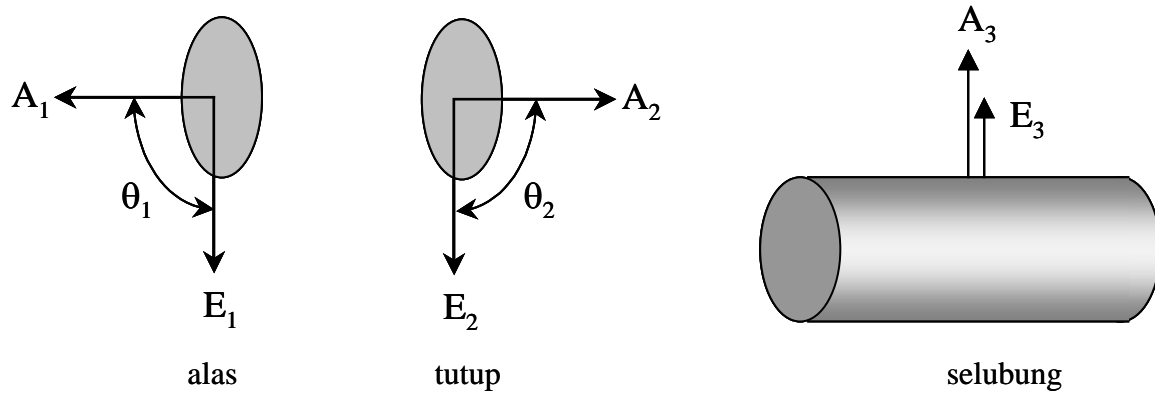
$$\theta = 90^\circ. \quad E_2 A_2 \cos \theta_2 = E_2 A_2 \cos 90^\circ = E_2 A_2 \times 0 = 0$$

Selubung

$$\theta = 0^\circ. \text{ Dengan demikian}$$

$$E_3 A_3 \cos \theta_3 = E_3 A_3 \cos 0^\circ = E_3 A_3 \times 1 = E_3 A_3$$

Dengan $A_3 = \text{luas selubung} = 2\pi r \times L$



Gambar 1.12 Arah medan listrik di alas, tutup, dan selubung silinder

Muatan yang dilingkupi permukaan gauss hanya ada berada pada bagian kawat sepanjang L , yaitu $\sum q = \lambda L$. Dengan menggunakan hukum Gauss, maka

$$0 + 0 + 2\pi r L E_3 = \frac{\lambda L}{\epsilon_o}$$

$$E_3 = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_o r} \quad (1.24)$$

Muatan titik

Misalkan kita memiliki muatan titik Q dan kita ingin menentukan kuat medan listrik pada jarak r dari muatan tersebut. Pilih permukaan Gauss berupa permukaan bola dengan jari-jari r dan berpusat di muatan. Karena hanya ada satu permukaan maka

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA \cos \theta$$

Arah medan di permukaan bola adalah radial. Arah vektor permukaan juga radial sehingga $\theta = 0$ atau $\cos \theta = 1$. Dengan demikian

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA = E \times (\text{luas permukaan bola}) = E \times (4\pi r^2).$$

Jumlah total muatan yang dilingkupi permukaan Gauss adalah muatan titik itu sendiri

$\sum q = Q$. Diperoleh

$$E \times (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_o}$$

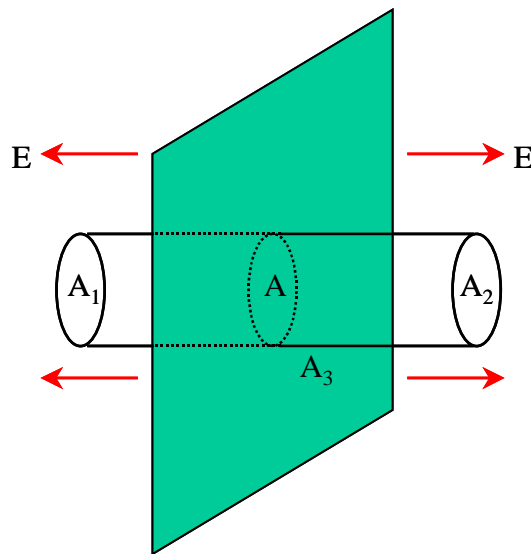
atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

Hasil ini persis sama dengan apa yang diperoleh dengan menggunakan hukum Coulomb.

Pelat tak berhingga

Misal muatan per satuan luas yang dimiliki pelat kita anggap σ . Kita buat permukaan Gauss yang berbentuk silinder seperti pada Gbr. 1.13. Misalkan luas alas atau tutup silinder adalah A .



Gambar 1.13 Permukaan Gauss di sekitar pelat tak berhingga

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = \{E_1 A_1 \cos \theta_1\}_{\text{alas}} + \{E_2 A_2 \cos \theta_2\}_{\text{tutup}} + \{E_3 A_3 \cos \theta_3\}_{\text{selubung}}$$

Alas silinder:

$$E_1 = E$$

$$A_1 = A$$

$$\theta_1 = 0$$

$$E_1 A_1 \cos \theta_1 = EA \cos 0^\circ = EA$$

Tutup silinder:

$$E_2 = E$$

$$A_2 = A$$

$$\theta_2 = 0$$

$$E_2 A_2 \cos \theta_2 = EA \cos 0^\circ = EA$$

Selubung silinder:

$$E_3 = E$$

$$\theta_3 = 90^\circ$$

$$E_3 A_3 \cos \theta_3 = E_3 A_3 \cos 90^\circ = 0$$

Diperoleh

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA + EA + 0 = 2EA$$

Muatan yang dikandung permukaan Gauss hanya berlokasi pada bagian pelat yang beririsan dengan silinder, yaitu bagian pelat seluas A . Jumlah muatan adalah $\sum q = \sigma A$.

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

atau

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_o} \quad (1.25)$$

Medan listrik oleh dua pelat sejajar

Prinsip yang kita gunakan adalah prinsip superposisi medan listrik. Medan total di suatu titik merupakan penjumlahan kuat medan yang dihasilkan oleh masing-masing pelat. Misalkan kita memiliki pelat yang memiliki kerapatan muatan σ_1 dan σ_2 . Masing-masing pelat menghasilkan medan listrik yang konstan ke segala arah yang besarnya

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_o}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_o}$$

Kuat medan listrik di mana-mana memenuhi

$$E = E_1 + E_2 \quad (1.26)$$

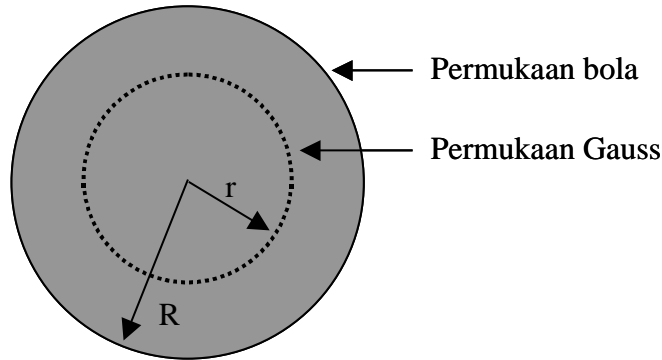
Pada penjumlahan tersebut kita harus memperhatikan arah.

Bola isolator homogen

Misalkan muatan total bola adalah Q dan jari-jari bola R . Volume bola $V = 4\pi R^3 / 3$. Kerapatan muatan bola adalah

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (1.27)$$

Permukaan Gauss untuk mencari medan listrik di dalam bola adalah permukaan bola dengan jari-jari kurang dari jari-jari bola isolator.



Gambar 1.14 Permukaan Gauss untuk mencari medan listrik di dalam bola

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA \cos \theta \quad (1.28)$$

Dengan $\theta = 0$ dan $\cos \theta = 1$ dan $A = 4\pi r^2$.

Muatan yang dilingkupi permukaan Gauss hanya berada dalam bola berjari-jari r . Volume bola Gauss adalah $V' = 4\pi r^3 / 3$.

$$\sum q = \rho V' = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = Q \frac{r^3}{R^3} \quad (1.29)$$

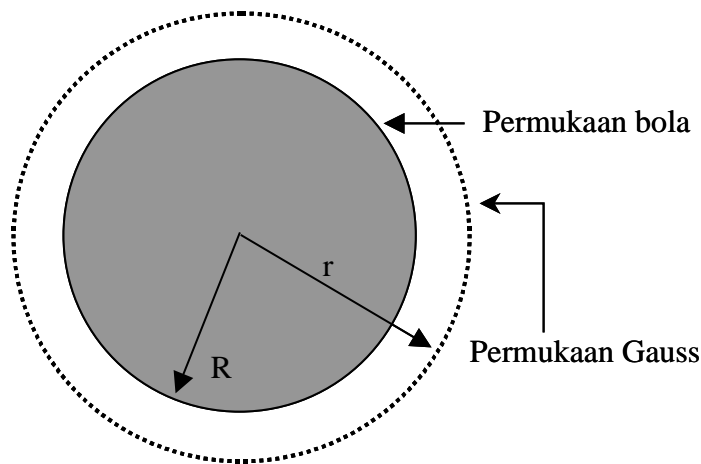
Dengan hukum Gauss

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0} \times Q \frac{r^3}{R^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r \quad (1.30)$$

Untuk mencari medan di luar bola kita buat permukaan Gauss dengan jari-jari $r > R$. Dengan alasan serupa kita dapatkan

$$\sum E_i A_i \cos \theta_i = EA \cos 0^\circ = E(4\pi r^2) \times 1 = 4\pi r^2 E$$



Gambar 1.15 Permukaan Gauss di luar bola

Jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss adalah seluruh muatan bola, karena seluruh bagian bola ada di dalam permukaan Gauss. Dengan demikian, $\sum q = Q$. Dengan hukum Gauss

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (1.31)$$

Bola konduktor

Konduktor adalah bahan yang sangat mudah mengantarkan arus listrik. **Dalam keadaan stasioner:**

- (a) medan listrik dalam konduktor selalu nol,
- (b) muatan yang dimiliki konduktor selalu menempati permukaan,

(c) medan listrik di permukaan konduktor selalu tegak lurus permukaan

Dengan sifat-sifat ini maka kita dapat dengan mudah menghitung medan listrik yang dihasilkan oleh bola konduktor yang diberi muatan Q . Misalkan jari-jari bola adalah R . Di dalam bola, yaitu pada $r < R$, medan listrik nol karena daerah tersebut merupakan konduktor. Kita hanya perlu menerapkan hukum Gauss saat menghitung medan di luar bola. Dan perhitungannya sama dengan saat menghitung medan listrik yang dihasilkan bola isolator. Kita akan dapatkan, medan listrik di luar bola adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Bab 2

Potensial Listrik dan Kapasitor

2.1 Energi potensial listrik

Jika muatan q berada dalam ruang yang mengandung medan listrik \vec{E} , maka energi potensial yang dimiliki muatan tersebut adalah

$$U(\vec{r}) = U(\vec{r}_o) - \int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} q\vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (2.1)$$

dengan $U(\vec{r}_o)$ adalah energi potensial pada posisi acuan \vec{r}_o . Posisi \vec{r}_o bisa bermacam-macam, misalnya tak berhingga, pusat koordinat, di permukaan benda, dan sebagainya, bergantung pada di mana nilai energi potensial sudah diketahui.

2.2 Potensial listrik

Potensial listrik didefinisikan sebagai energi potensial per satuan muatan listrik. Dengan menggunakan persamaan (2.1) maka definisi potensial listrik adalah

$$\begin{aligned} V(\vec{r}) &= \frac{U(\vec{r})}{q} = \frac{U(\vec{r}_o)}{q} - \frac{\int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} q\vec{E} \cdot d\vec{r}}{q} \\ &= V(\vec{r}_o) - \int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{r} \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.3 Potensial listrik oleh sebuah partikel

Untuk kasus ini kita dapat mengambil arah medan listrik \vec{E} dan $d\vec{r}$ sejajar, sehingga $\vec{E} \cdot d\vec{r} = E dr \cos 0^\circ = E dr$. Dengan demikian,

$$\begin{aligned} V(r) &= V(r_o) - \int_{r_o}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = V(r_o) - \int_{r_o}^r E dr \\ &= V(r_o) - \int_{r_o}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2} dr = V(r_o) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \int_{r_o}^r \frac{dr}{r^2} \\ &= V(r_o) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_o}^r \end{aligned}$$

$$= V(r_o) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r} \right)$$

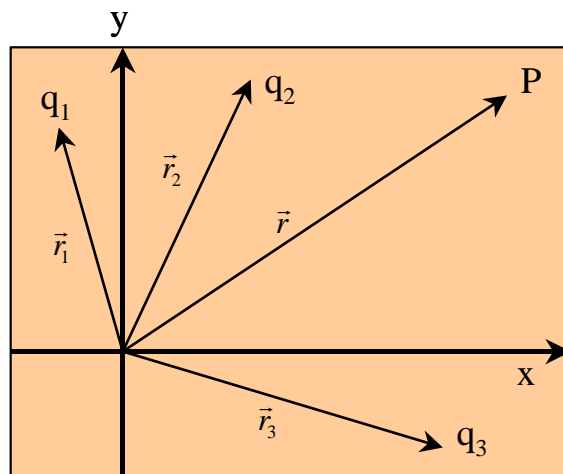
Dengan menetapkan bahwa pada jarak tak berhingga besar potensial sama dengan nol maka,

$$\begin{aligned} V(r) &= V(\infty) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right) = 0 - \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left(0 - \frac{1}{r} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r} \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.4 Potensial listrik yang dihasilkan banyak partikel

Cara menentukan potensial listrik yang dihasilkan banyak partikel cukup mudah, yaitu hanya dengan melakukan penjumlahan aljabar (penjumlahan biasa) potensial listrik yang dihasilkan masing-masing partikel.

Lihat skema pada Gambar 2.3.



Gambar 2.1 Menentukan potensial listrik yang dihasilkan oleh sejumlah titik muatan.

i) Potensial yang dihasilkan muatan q_1 : $V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}$

ii) Potensial yang dihasilkan muatan q_2 : $V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|}$

iii) Potensial yang dihasilkan muatan q_3 : $V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_3}{|\vec{r} - \vec{r}_3|}$

Potensial total di titik pengamatan adalah

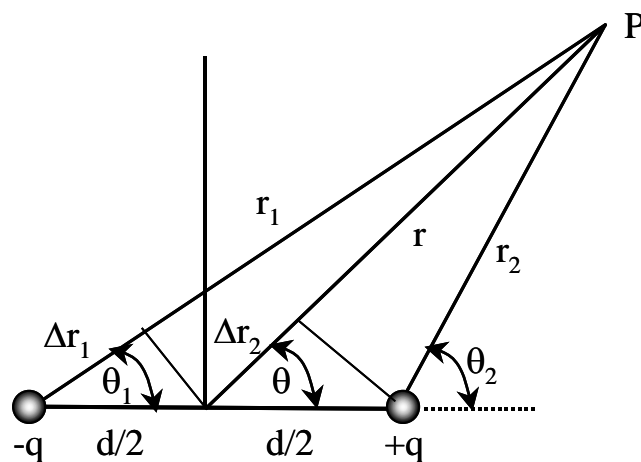
$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_3}{|\vec{r} - \vec{r}_3|}$$

2.5 Potensial Momen Dipol

Kita akan hitung potensial pada jarak r dari pusat dipol (titik tengah antara dua muatan) yang membentuk sudut θ dengan sumbu dipol (sumbu vertikal). Tampak:

- i) Jarak titik pengamatan ke muatan $-q$ adalah r_1
- ii) Jarak titik pengamatan ke muatan $+q$ adalah r_2



Gambar 2.2 Hubungan antara r_1 , r_2 , dan r pada sebuah dipol

$$r_1 = r + \Delta r_1, \quad r_2 = r - \Delta r_2, \quad \Delta r_1 = d \cos \theta_1 / 2, \quad \Delta r_2 = d \cos \theta_2 / 2$$

Jika jarak titik pengamatan sangat besar dibandingkan dengan d maka dapat didekati $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta$ sehingga $\Delta r_1 = d \cos \theta / 2$ dan $\Delta r_2 = d \cos \theta / 2$. Potensial di titik P yang dihasilkan oleh muatan $-q$:

$$V_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r_1}$$

Potensial di titik P yang dihasilkan oleh muatan $+q$:

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r_2}$$

Potensial total di titik P

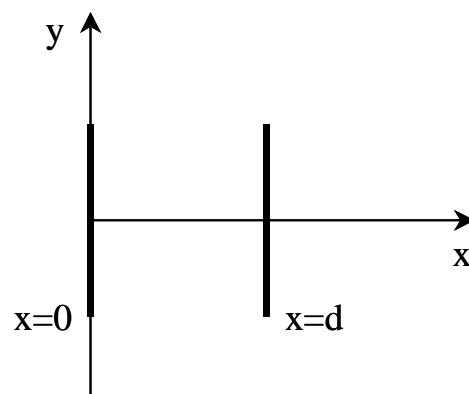
$$\begin{aligned}
V = V_1 + V_2 &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r_2} \\
&= \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{r_1}{r_1 r_2} - \frac{r_2}{r_1 r_2} \right) \\
&= \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{[r + \Delta r_1] - [r - \Delta r_2]}{r_1 r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{r_1 r_2} \right) \\
&= \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{\frac{d}{2} \cos \theta + \frac{d}{2} \cos \theta}{r_1 r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{d \cos \theta}{r_1 r_2} \right)
\end{aligned}$$

Untuk jarak r yang sangat besar dibandingkan dengan d , $r_1 \times r_2 \approx r \times r = r^2$ sehingga

$$\begin{aligned}
V &\cong \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{d \cos \theta}{r^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{(qd) \cos \theta}{r^2} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\mu}{r^2} \cos \theta
\end{aligned} \tag{2.4}$$

2.6 Potensial listrik pelat sejajar

Kapasitor pelat sejajar memiliki pelat yang terpisah sejauh d . Rapat muatan pada pelat adalah σ .



Gambar 2.3 Posisi pelat sejajar dalam koordinat

Beda potensial antara dua pelat adalah

$$\Delta V = V - V_o = - \int_{x=0}^d E dx = - \int_{x=0}^d \frac{\sigma}{\epsilon_o} dx = - \frac{\sigma}{\epsilon_o} \int_{x=0}^d dx = - \frac{\sigma}{\epsilon_o} [x]_0^d = - \frac{\sigma d}{\epsilon_o} \quad (2.5)$$

2.7 Potensial listrik akibat kehadiran bahan dielektrik

Kehadiran bahan dielektrik menyebabkan kuat medan yang dihasilkan muatan berubah. Akibatnya, potensial listrik di sekitar suatu muatan juga berubah. Untuk menentukan potensial listrik akibat kehadiran bahan dielektrik, kita dapat menggunakan rumus potensial tanpa bahan dielektrik dengan mengganti ϵ_o dengan $\kappa\epsilon_o$, dengan κ adalah konstanta dielektrik bahan. Sebagai contoh, jika antara dua pelat sejajar dipasang bahan dielektrik, maka beda potensial antara dua pelat menjadi

$$\Delta V = - \frac{\sigma d}{\kappa\epsilon_o} \quad (2.6)$$

Potensial listrik di sekitar muatan titik yang ditempatkan dalam medium dengan konstanta dielektrik κ adalah

$$V = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_o} \frac{Q}{r} \quad (2.7)$$

2.8 Bidang equipotensial

Jika kita tempatkan sebuah muatan listrik dalam ruang, maka titik-titik di sekitar muatan memiliki potensial listrik tertentu. Besarnya potensial listrik bergantung pada jarak titik pengamatan ke muatan. Jika muatan yang kita tempatkan berbentuk titik maka potensial pada jarak r dari muatan memenuhi

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r}$$

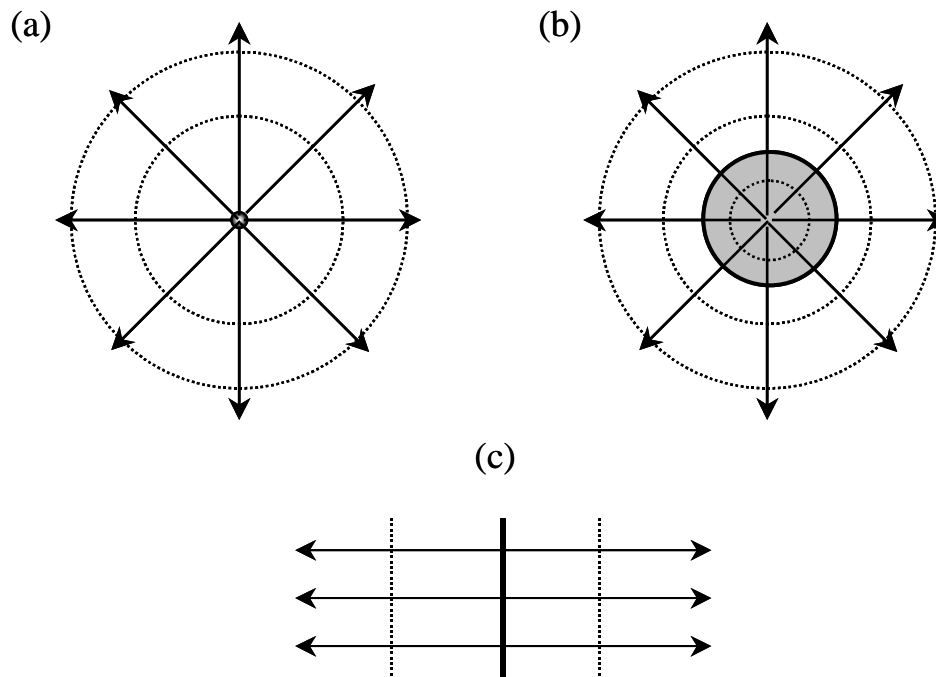
Titik-titik yang berjarak sama dari muatan memiliki potensial yang sama. Permukaan atau bidang yang memiliki potensial listrik yang sama dinamakan **bidang ekipotensial**.

Beberapa bentuk bidang ekipotensial dari benda yang bentuknya khusus sebagai berikut:

- i) Untuk muatan titik, bidang ekipotensial berupa kulit bola
- ii) Untuk muatan bola yang tersebar homogen, bidang ekipotensial juga berupa kulit bola
- iii) Untuk muatan yang tersebar homogen pada kawat atau silinder, bidang ekipotensial berupa kulit silinder
- iv) Untuk muatan yang tersebar pada pelat, bidang ekipotensial berupa bidang datar sejajar

pelat

Ada satu yang menarik dari bidang ekipotensial yaitu selalu tegak lurus garis gaya listrik.



Gambar 2.4 Bidang ekipotensial yang dihasilkan oleh (a) muatan titik, (b) muatan bola, dan (c) pelat sejajar

2.10. Kapasitor

Kapasitor adalah piranti elektronik yang dapat menyimpan muatan listrik. Kemampuan kapasitor menyimpan muatan listrik diungkapkan oleh besaran yang namanya kapasitansi. Jika sebuah kapasitor dapat menyimpan muatan Q ketika dihubungkan dengan beda potensial V , maka kapasitansi kapasitor tersebut didefinisikan sebagai

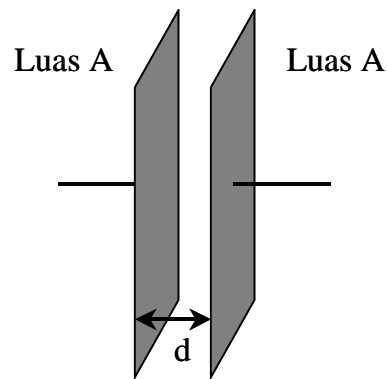
$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.8)$$

Satuan kapasitansi kapasitor adalah C/V. Satuan ini memiliki nama khusus, yaitu Farad yang disingkat F. Jadi $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$

2.11 Kapasitor pelat sejajar

Kapasitor ini terdiri dari dua pelat konduktor yang sejajar dan dipisahkan oleh sebuah

lapisan isolator.

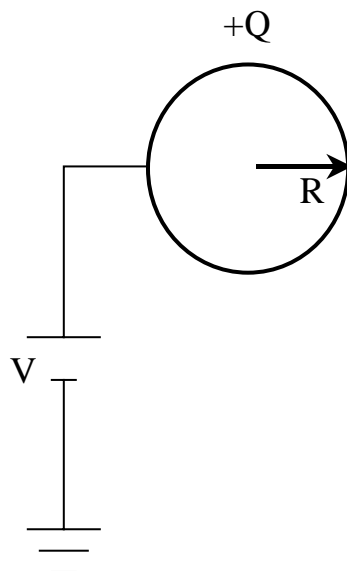


Gambar 2.5 Skema kapasitor pelat sejajar

Luas masing-masing pelat adalah A . Jarak antar pelat adalah d . Kerapatan muatan listrik yang diberikan pada masing-masing pelat adalah $+\sigma$ dan $-\sigma$. Besar muatan yang dikandung masing-masing pelat adalah $Q = \sigma A$. Kapasitansi kapasitor pelat sejajar adalah

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_o \frac{A}{d} \quad (2.9)$$

2.12 Kapasitor satu bola konduktor



Gambar 2.6 Bola konduktor yang diberi potensial

Bola konduktor yang berjari-jari R memiliki potensial V relatif terhadap tanah. Potensial di permukaan bola konduktor adalah

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{R}$$

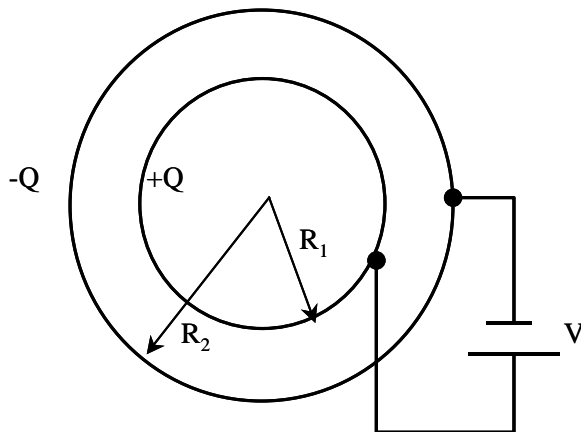
Kapasitansi bola konduktor menjadi

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_o R \quad (2.10)$$

2.13 Kapasitansi dua bola konduktor konsentris

Ke dua bola dihubungkan dengan beda potensial V . Misalkan muatan masing-masing bola adalah $+Q$ dan $-Q$. Kuat medan listrik antara dua bola hanya ditentukan oleh muatan bola R_1 , yaitu

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$



Gambar 2.7 Dua bola konsentris dipasang pada suatu beda potensial

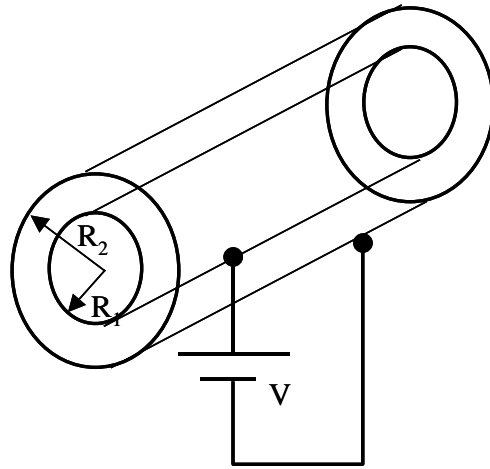
Beda potensial antara dua bola memenuhi

$$V = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left[-\frac{1}{r} \right]_{R_1}^{R_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.11)$$

Kapasitansi adalah

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{4\pi\epsilon_o}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad (2.12)$$

2.14 Kapasitor dua silinder konsentris



Gambar 2.8 Dua silinder konsentris dipasang pada suatu beda potensial

Silinder dalam memiliki jari-jari R_1 dan silinder luar memiliki jari-jari R_2 . Kuat medan listrik antar dua silinder hanya ditentukan oleh muatan silinder dalam, yaitu

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{r} \quad (2.12)$$

dengan λ adalah rapat muatan per satuan panjang silinder. Beda potensial antara dua silinder adalah

$$V = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o} [\ln r]_{R_1}^{R_2} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (2.13)$$

Rapat muatan silinder memenuhi $\lambda = Q/L$. Kita dapat menulis

$$V = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_o} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (2.14)$$

Kapasitansi adalah

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_o L}{\ln(R_2/R_1)} \quad (2.15)$$

2.15 Rangkaian kapasitor

Secara umum rangkaian kapasitor dapat dikelompokkan atas dua bagian besar, yaitu rangkaian seri dan parallel. Rangkaian-rangkaian kapasitor yang lain dapat dipandang sebagai

kombinasi rangkaian seri dan parallel.

a) Rangkaian seri

Dua kapasitor C_1 dan C_2 dirangkaian secara seri seperti pada gambar di bawah. Besar kapasitansi pengganti dua kapasitor di atas adalah C yang memenuhi

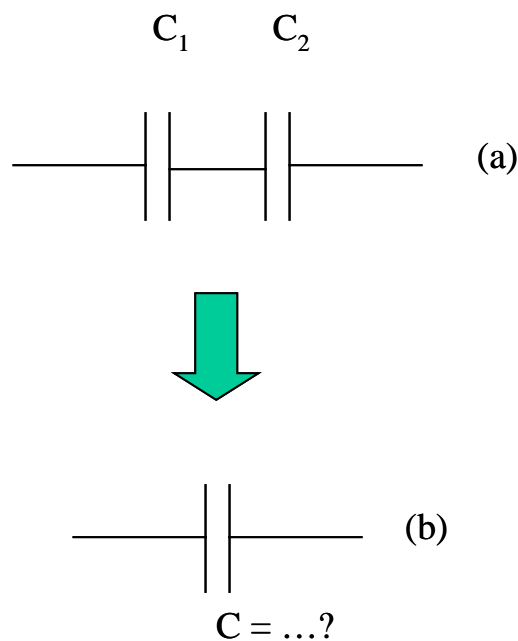
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.16)$$

Jika terdapat N kapasitor yang disusun secara seri maka kapasitansi total, C , memenuhi

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

atau

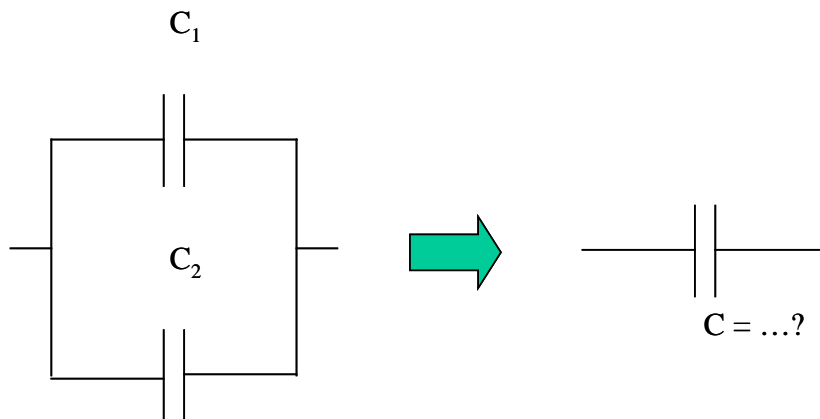
$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \quad (2.17)$$



Gambar 2.9 (a) Rangkaian seri kapasitor C_1 dan C_2 dan (b) adalah kapasitor pengganti (ekivalen)

b) Susunan paralel

Susunan lain yang dapat diterapkan pada kapasitor adalah susunan parallel. Gambar berikut adalah susunan parallel dua kapasitor C_1 dan C_2



Gambar 2.10 Susunan parallel dua kapasitor

Kapasitansi pengganti memenuhi

$$C = C_1 + C_2 \quad (2.18)$$

Jika terdapat N buah kapasitor yang disusun secara parallel maka kapsitansi pengganti memenuhi

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N \quad (2.19)$$

atau

$$C = \sum_{i=1}^N C_i \quad (2.20)$$

2.16 Energi yang tersimpan dalam kapasitor

Kapasitor yang bermuatan menyimpan sejumlah energi yang besarnya

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (2.21)$$

Karena $Q = CV$ maka dapat pula ditulis

$$U = \frac{1}{2} \frac{(CV)^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 \quad (2.22)$$

Untuk kapasitor pelat sejajar, berlaku hubungan $V = Ed$ dan $C = \kappa \epsilon_0 A / d$ sehingga

$$U = \frac{1}{2} \left(\kappa \epsilon_o \frac{A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_o E^2 (Ad) = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_o E^2 Vol$$

dengan Vol adalah volum ruang antar dua pelat (volum kapasitor).

Kita definisikan rapat energi yang tersimpan dalam kapasitor (= energi per satuan volum), yaitu

$$u = \frac{U}{Vol} = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_o E^2 \quad (2.23)$$

2.17 Pengosongan kapasitor

Misalkan sebuah kapasitor yang berisi muatan dihubungkan secara seri dengan sebuah hambatan R maka muatan kapasitor akan mengalir melalui hambatan R sehingga lama-kelamaan muatan kapasitor makin kecil dan akhirnya habis. Peristiwa ini disebut pengosongan kapasitor (discharge). Perubahan muatan kapasitor terhadap waktu pada proses pengosongan memenuhi

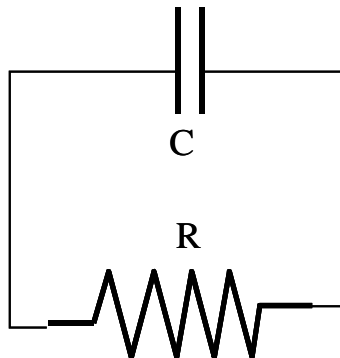
$$Q = Q_o \exp \left[-\frac{t}{RC} \right] \quad (2.24)$$

dengan Q_o muatan saat $t = 0$. Dengan menggunakan hubungan $Q = VC$, kita dapat menentukan kebergantungan tegangan antara dua ujung kapasitor terhadap waktu

$$VC = V_o C \exp \left[-\frac{t}{RC} \right]$$

atau

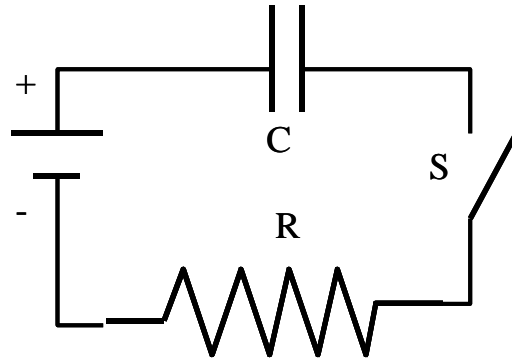
$$V = V_o \exp \left[-\frac{t}{RC} \right] \quad (2.25)$$



Gambar 2.11 Sebuah kapasitor dihubung seri dengan sebuah tahanan

2.18 Pengisian kapasitor

Sebaliknya kita akan mengkaji proses pengisian kapasitor. Mula-mula kapasitor kosong dan saklar dalam keadaan tegangan. Tegangan antara dua kaki kapasitor nol. Pada saat $t = 0$ saklar ditutup sehingga arus listrik mengalir dan kapasitor mulai terisi. Dengan demikian tegangan antara dua ujung kapasitor makin meningkat.



Gambar 2.12 Skema rangkaian pengisian kapasitor

Besar arus yang mengalir sebagai fungsi waktu memenuhi

$$I = I_o e^{-t/RC} \quad (2.26)$$

Tegangan antara dua ujung kapasitor memenuhi

$$V_{kap} = V_o (1 - e^{-t/RC}) \quad (2.27)$$

Bab 3

Listrik Arus Searah

3.1 Arus listrik

Arus listrik adalah aliran muatan listrik. Jika dalam selang waktu Δt jumlah muatan listrik yang mengalir adalah ΔQ , maka besarnya arus listrik didefinisikan sebagai

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3.1)$$

Muatan listrik dapat mengalir dari satu tempat ke tempat lain karena adanya beda potensial. Hubungan antara arus listrik dan beda potensial, V , adalah

$$I = \frac{1}{R} V \quad (3.2)$$

dengan R hambatan listrik. Simbol untuk hambatan listrik adalah

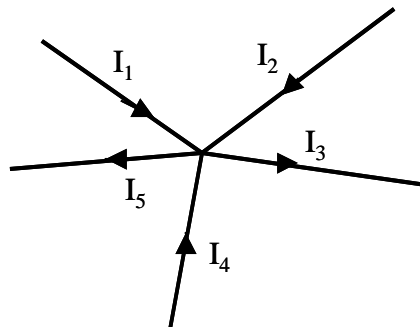


Gambar 3.1 Simbol hambatan listrik

3.2 Arus pada percabangan

Jumlah arus masuk percabangan = jumlah arus keluar percabangan

Ungkapan ini dikenal dengan hukum kekekalan muatan listrik, dan dikenal pula dengan hukum Kirchhoff I.



Gambar 3.2 Arus yang masuk dan keluar dari percabangan

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5 \quad (3.3)$$

3.3 Hambatan listrik

Semua material memiliki hambatan listrik. Hambatan listrik mengukur sulitnya benda dilewati arus listrik. Benda yang tidak dapat dialiri arus listrik dinamakan **isolator**. Material yang mudah dialiri arus listrik dinamakan **konduktor**.

Hambatan listrik yang dimiliki bahan memiliki sifat-sifat:

- i) Makin besar jika bahan makin panjang
- ii) Makin kecil jika ukuran penampang bahan makin besar.

Hubungan antara hambatan listrik yang dimiliki bahan dengan ukuran bahan memenuhi

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (3.4)$$

dengan R hambatan yang dimiliki bahan, L panjang bahan, A luas penampang bahan, dan ρ disebut hambatan jenis bahan.

3.4 Kebergantungan hambatan pada suhu

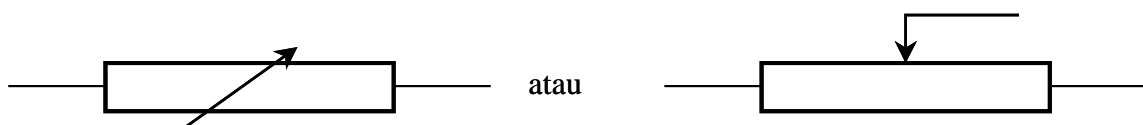
Hambatan suatu material berubah dengan terjadinya perubahan suhu. Umumnya, makin tinggi suhu maka makin besar hambatan benda. Secara matematik, kebergantungan hambatan pada suhu diberikan oleh

$$R = R_o [1 + \alpha(T - T_o)] \quad (3.5)$$

dengan T suhu, T_o suhu acuan, R hambatan pada suhu T , R_o hambatan pada suhu acuan T_o , dan α koefisien suhu dari hambatan.

3.5 Potensiometer

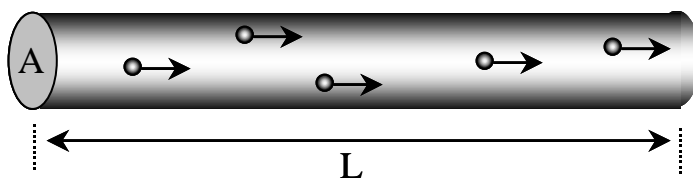
Potensiometer adalah hambatan listrik yang nilai hambatannya dapat diubah-ubah. Pengubahan hambatan dilakukan dengan memutar atau menggeser knob.



Gambar 3.3 Simbol potensiometer

3.6 Konduktivitas listrik

Gambar 3.4 adalah ilustrasi sebuah kabel konduktor. Dalam kabel terdapat elektron-elektron yang dapat bergerak. Jika tidak ada beda potensial antara dua ujung kabel maka peluang elektron bergerak ke kiri dan ke kanan sama sehingga arus total yang mengalir dalam kabel nol. Jika diberikan beda potensial antara dua ujung kabel maka muncul medan listrik dalam kabel. Medan listrik menarik elektron-elektron bergerak dalam arah yang berlawanan dengan arah medan. Akibatnya elektron memiliki percepatan dalam arah yang berlawanan dengan arah medan



Gambar 3.4 Ilustrasi kabel konduktor yang dialiri arus listrik

Dari hasil pengukuran didapatkan bahwa kecepatan terminal elektron dalam konduktor memenuhi

$$v = \mu E \quad (3.6)$$

dengan μ adalah sebuah konstanta yang dikenal dengan mobilitas elektron.

Kerapatan arus dalam kawat (arus per satuan luas penampang) adalah

$$J = \sigma E \quad (3.7)$$

dengan

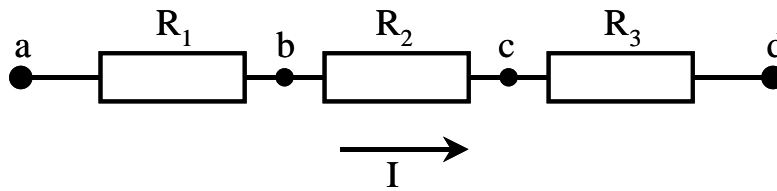
$$\sigma = ne\mu \quad (3.8)$$

dikenal dengan konduktivitas listrik. Konduktivitas listrik mengukur kemampuan bahan mengantarkan listrik. Hubungan antara konduktivitas dan resistivitas adalah

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (3.9)$$

3.7 Rangkaian hambatan listrik

a) Hambatan seri

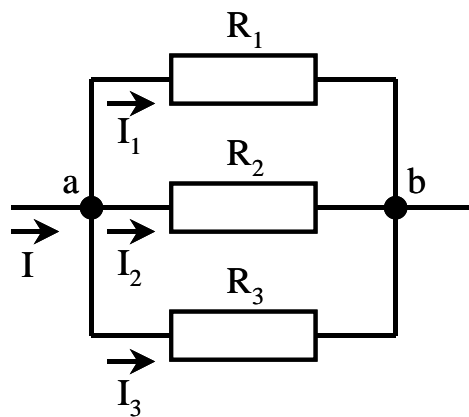


Gambar 3.5 Hambatan disusun secara seri.

Tiga hambatan R_1 , R_2 , dan R_3 disusun secara seri. Susunan ke tiga hambatan tersebut menghasilkan hambatan total R yang memenuhi

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \quad (3.10)$$

b) Hambatan paralel



Gambar 3.6 Hambatan disusun secara paralel.

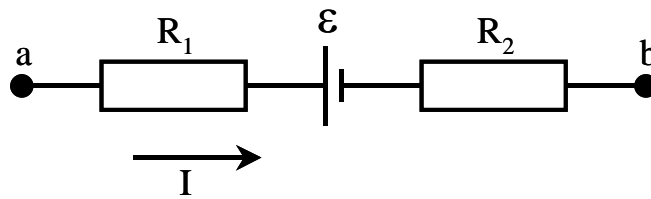
Tiga hambatan R_1 , R_2 , dan R_3 disusun secara paralel. Susunan ke tiga hambatan tersebut menghasilkan hambatan total R yang memenuhi

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (3.11)$$

3.8 Rangkaian yang mengandung hambatan dan sumber tegangan

Dalam rangkaian listrik, kadang kita jumpai sejumlah hambatan dan sejumlah sumber

tegangan. Bagaimana menentukan arus yang mengalir



Gambar 3.7 Contoh rangkaian yang mengandung hambatan dan sumber tegangan

Rumus yang menghubungkan besar arus yang mengalir dan besarnya hambatan serta tegangan adalah

$$V_{ab} = \sum I R - \sum \varepsilon \quad (3.12)$$

di mana V_{ab} adalah beda potensial antara titik a dan titik b, $\sum I R$ adalah jumlah perkalian arus dan hambatan sepanjang jalur antara titik a dan b, dan $\sum \varepsilon$ adalah jumlah tegangan yang dipasang sepanjang rangkaian antara titik a dan b.

Persamaan (3.12) diterapkan dengan perjanjian:

- i) I diberi harga positif jika mengalir dari a ke b
- ii) ε diberi harga positif jika kutub negatif sumber tegangan menghadap titik a dan kutub positif menghadap titik b.

3.9 Loop

Jika titik a dan b dihubungkan kita mendapatkan $V_{ab} = 0$ dan rangkaian menjadi tertutup. Rangkaian yang tertutup tersebut disebut loop. Karena $V_{ab} = 0$ maka persamaan (3.12) menjadi

$$\sum I R - \sum \varepsilon = 0 \quad (3.13)$$

Jumlah loop dalam rangkaian tidak hanya satu, tetapi bisa banyak sekali. Sekarang kita bahas rangkaian yang terdiri dari dua loop. Prinsip yang digunakan sama dengan saat memecahkan persoalan satu loop. Hanya di sini akan muncul dua persamaan, karena ada dua arus yang harus dicari, yaitu arus yang mengalir pada masing-masing loop.

3.10 Daya listrik

Jika arus listrik mengalir pada sebuah hambatan maka hambatan tersebut akan menjadi panas. Ini menunjukkan bahwa pada hambatan tersebut terjadi proses perubahan energi dari energi listrik menjadi energi panas. Daya yang dibuang pada hambatan adalah

$$\begin{aligned} P &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ &= IV \end{aligned} \tag{3.14}$$

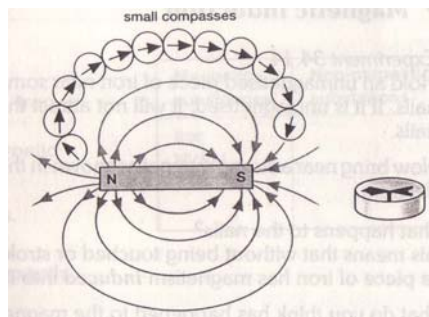
di mana ΔQ adalah kalor yang dihasilkan selama Δt . Dengan menggunakan hukum Ohm $V = IR$ maka kita juga dapat menulis

$$P = I^2 R \tag{3.15}$$

Bab 4 Kemagnetan

4.1 Garis gaya magnetik

- i) Garis gaya magnet dilukiskan keluar dari kutub utara dan masuk di kutub selatan.
- ii) Kerapatan garis gaya per satuan luas di suatu titik menggambarkan kekuatan medan magnet di titik tersebut.
- iii) Kerapatan garis gaya terbesar diamati di kutub magnet. Ini berarti medan magnet paling kuat di daerah kutub.
- iv) Makin jauh dari kutub maka makin kecil kerapatan garis gaya. Ini berarti makin jauh dari kutub maka makin lemah medan magnet.



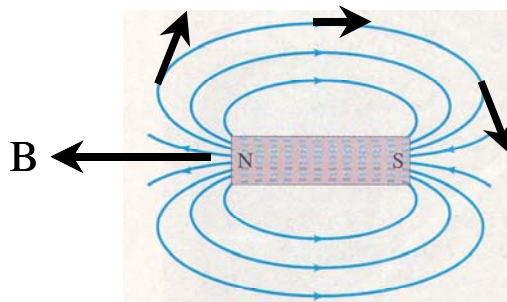
Gambar 4.1 Lukisan garis gaya magnet

4.2 Medan magnet

Di sekitar suatu magnet dihasilkan medan magnet dengan sifat sebagai berikut:

- i) Arah medan magnet sama dengan arah garis gaya magnet
- ii) Besar medan magnet sebanding dengan kerapatan garis gaya magnet

Kita simbolkan medan magnet dengan \vec{B} , yang merupakan sebuah besaran vektor. Satuan medan magnet adalah Tesla yang disingkat T.



Gambar 4.2 Lukisan medan magnet.

4.3 Gaya Lorentz

Jika kawat yang dialiri arus listrik ditempatkan dalam medan magnet, maka kawat tersebut mendapat gaya dari magnet. Besar dan arah gaya yang dialami kawat yang dialiri arus listrik dalam medan magnet diberikan oleh hukum Lorentz

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B} \quad (4.1)$$

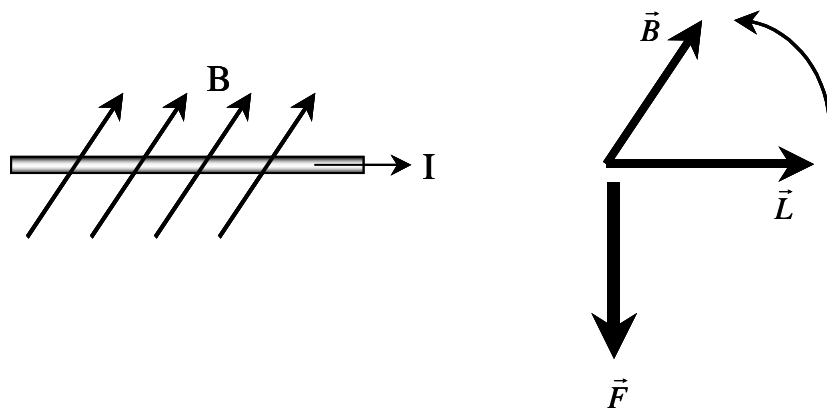
dengan \vec{F} gaya yang dialami kawat berarus listrik, I besar arus listrik, dan \vec{L} vektor panjang kawat yang dikenai medan magnet. Besar vektor \vec{L} sama dengan bagian panjang kawat yang dikenai medan magnet saja sedangkan arahnya sama dengan arah arus dalam kawat. Besarnya gaya Lorentz yang dialami kawat berarus listrik dapat ditulis

$$F = ILB \sin \theta \quad (4.2)$$

dengan θ adalah sudut antara vektor \vec{L} dan vektor \vec{B} .

Untuk menentukan arah gaya Lorentz, kita gunakan aturan sekrup putar kanan:

- Tempatkan vektor panjang kawat dan vektor medan magnet sehingga titik pangkalnya berimpit.
- Putar sekrup putar kanan dari arah vektor panjang kawat ke arah vektor medan magnet.
- Arah maju sekrup sama dengan arah gaya Lorentz pada kawat.



Gambar 4.3 Menentukan arah gaya Lorentz

4.4 Gaya Lorentz pada muatan yang bergerak

Muatan yang bergerak menghasilkan arus listrik bukan? Dengan demikian, muatan yang bergerak dalam medan magnet juga mengalami gaya Lorentz. Kita dapat menurunkan persamaan gaya Lorentz untuk muatan yang bergerak dari persamaan gaya Lorentz untuk arus pada kawat.

Arus sama dengan muatan yang mengalir per satuan waktu, atau $I = q / \Delta t$ dengan q jumlah muatan yang mengalir selama Δt . Selanjutnya kita dapat menulis gaya Lorentz pada kawat berarus listrik sebagai berikut

$$\vec{F} = \left(\frac{q}{\Delta t} \right) \vec{L} \times \vec{B} = q \left(\frac{\vec{L}}{\Delta t} \right) \times \vec{B} \quad (4.3)$$

$\vec{L} / \Delta t$ adalah panjang per satuan waktu yang tidak lain daripada kecepatan muatan \vec{v} . Akhirnya diperoleh gaya Lorentz pada muatan yang bergerak memenuhi

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.4)$$

Besarnya gaya Lorentz menjadi $F = qvB \sin \theta$.

4.3 Pembelokkan lintasan muatan dalam medan magnet

Seperti yang dibahas di atas, arah gaya Lorentz selalu tegak lurus \vec{B} dan tegak lurus \vec{v} . Arah gaya yang selalu tegak lurus arah gerak pada partikel bermuatan yang bergerak dalam medan magnet persis sama dengan gaya pada benda yang sedang bergerak melingkar beraturan. Dengan demikian, kita bisa memastikan bahwa lintasan muatan yang masuk dalam medan magnet dalam arah tegak lurus membentuk lingkaran. Karena lintasan berbentuk lingkaran maka pada muatan ada gaya sentripetal sebesar

$$F_s = m \frac{v^2}{r} \quad (4.5)$$

Sumber gaya sentripetal adalah gaya Lorentz yang dihasilkan oleh medan magnet yang besarnya $F_L = qvB$. Dengan menyamakan nilai ke dua gaya tersebut kita peroleh

$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

atau

$$m = \frac{qBr}{v} \quad (4.6)$$

4.4 Spektrometer massa

Spektrometer massa adalah alat yang dapat menentukan massa atom dengan teliti. Alat ini memanfaatkan prinsip gaya Lorentz. Atom yang akan diukur massanya mula-mula diionisasi sehingga bermuatan positif. Ion tersebut ditembakkan dalam medan magnet yang diketahui

besarnya. Jika laju ion dapat ditentukan maka masa atom dapat dihitung berdasarkan pengukuran jari-jari lintasannya.

a) Selektor kecepatan

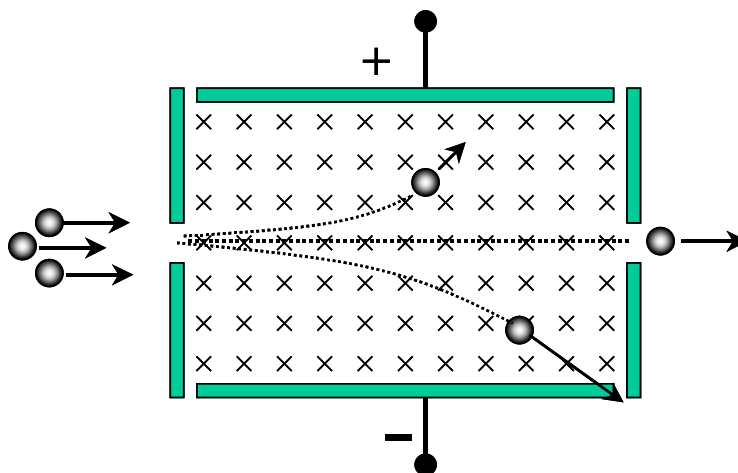
Agar massa atom dapat dihitung maka laju ion harus diketahui terlebih dahulu. Cara yang mudah untuk menentukan laju ion adalah menggunakan selektor kecepatan. Selektor kecepatan memanfaatkan gaya listrik dan gaya magnet. Medan magnet dan medan listrik dibangkitkan dalam suatu ruang dalam arah yang saling tegak lurus.

Partikel bermuatan ditembakkan masuk ke dalam ruangan yang mengandung dua medan tersebut. Baik medan listrik maupun medan magnet masing-masing melakukan gaya pada partikel.

Gaya yang dilakukan medan listrik = $q E$

Gaya yang dilakukan medan magnet = $q v B$

Besar medan listrik dan medan magnet diatur sedemikian rupa sehingga ke dua gaya tersebut persis sama besar dan berlawanan arah. Dalam keadaan demikian, partikel tidak mengalami pembelokkan



Gambar 4.4 Dalam selektor kecepatan, medan listrik dan medan magnet menarik partikel dalam arah berlawanan. Hanya partikel yang ditarik dalam arah berlawanan dengan gaya yang sama besar yang bergerak dalam garis lurus.

Jadi, agar lintasan partikel lurus maka harus terpenuhi

$$qE = qvB$$

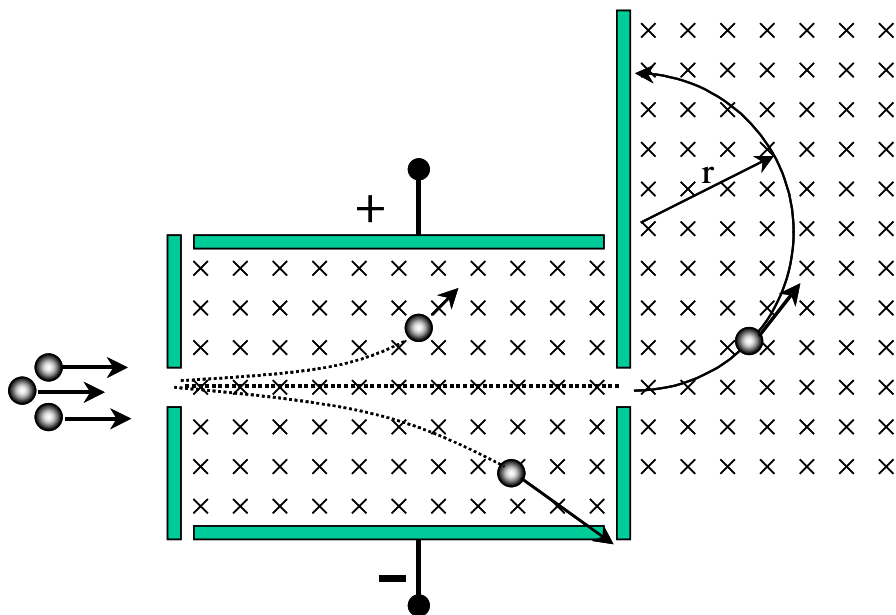
atau

$$v = \frac{E}{B} \quad (4.7)$$

Hanya partikel dengan laju $v = E/B$ yang memiliki lintasan yang lurus. Partikel dengan laju lebih besar atau lebih kecil dari $v = E/B$ mengalami pembelokan. Jika di depan dan di belakang selektron kecepatan dipasang dua lubang dalam posisi lurus, dan partikel masuk di celah pertama maka hanya partikel dengan laju $v = E/B$ yang dapat lolos pada celah kedua. Partikel dengan laju lebih besar atau lebih kecil tertahan oleh dinding dan tidak didapatkan di sebelah luar celah kedua. Dengan demikian, kita mendapatkan ion dengan kecepatan yang sudah tertentu yang keluar dari celah kedua.

b) Spektrometer massa lengkap

Spektrometer massa yang lengkap mengandung selektron kecepatan (yang mengandung medan listrik dan medan magnet yang berarah tegak lurus) dan ruang pembelokan yang mengandung medan magnet saja. Selektor kecepatan memilih partikel dengan laju tertentu saja yang memasuki ruang pembelokan. Di ruang pembelokan, jari-jari lintasan partikel diukur sehingga berdasarkan informasi laju yang dihasilkan oleh selektron kecepatan dan dengan mengukur jari-jari lintasan, maka massa atom dapat ditentukan dengan mudah.



Gambar 4.5 Skema spektrometer massa lengkap yang terdiri dari selektor kecepatan dan daerah pembelokan.

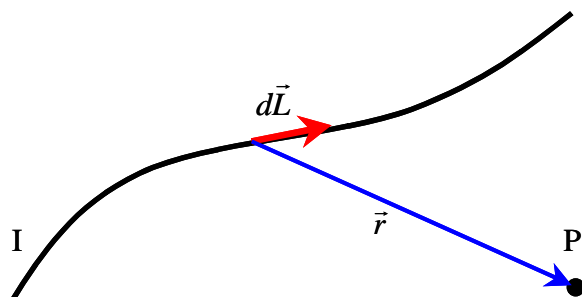
Berdasarkan Gambar 4.14, laju partikel yang lolos selektor kecepatan memenuhi

$$v = \frac{E}{B_1} \quad (4.8)$$

Atom membelok dalam ruang pembelokan sehingga massanya memenuhi

$$\begin{aligned} m &= \frac{qB_2 r}{v} = \frac{qB_2 r}{E / B_1} \\ &= \frac{qB_1 B_2}{E} r \end{aligned} \tag{4.9}$$

5.1 Hukum Biot Savart



Gambar 5.1 Menentukan kuat medan magnet yang dihasilkan oleh elemen kawat

Kuat medan magnet di titik P yang dihasilkan oleh elemen $d\vec{L}$ saja diberikan oleh hukum Biot-Savart

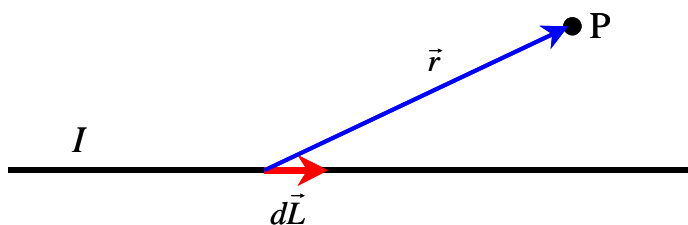
$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \quad (5.1)$$

dengan μ_o disebut permeabilitas magnetik vakum $= 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A. Medan total di titik P yang dihasilkan oleh seluruh bagian kawat

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \int \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \quad (5.2)$$

5.2 Medan magnet oleh kawat lurus tak berhingga

Mencari medan magnet yang dihasilkan kawat lurus tak berhingga dimudahkan oleh arah vektor $d\vec{L}$ yang selalu tetap, yaitu mengikuti arah kawat.



Gambar 5.2 Menentukan kuat medan magnet yang dihasilkan oleh elemen kawat lurus panjang

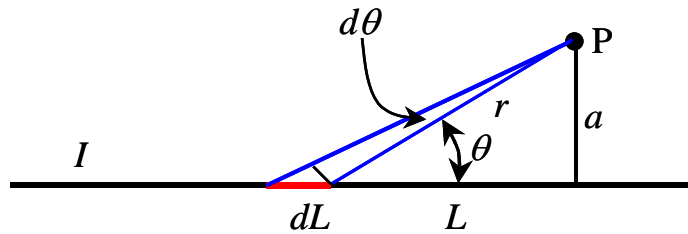
Sebelum melakukan integral, kita harus menyederhanakan dulu ruas kanan persamaan (5.2). Misalkan titik P berjarak a dari kawat (arah tegak lurus). Dengan aturan perkalian silang maka

$$|d\vec{L} \times \vec{r}| = dL r \sin \theta \quad (5.3)$$

dengan θ adalah sudut antara vektor $d\vec{L}$ dan \vec{r} . Besar medan magnet yang dihasilkan vektor $d\vec{L}$ saja adalah

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{|d\vec{L} \times \vec{r}|}{r^3} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL r \sin \theta}{r^3} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL \sin \theta}{r^2} \quad (5.4)$$

Pada ruas kanan persamaan (5.4), baik dL , r , maupun $\sin \theta$ merupakan variabel. Agar integral dapat dikerjakan maka ruas kanan hanya boleh mengandung satu variabel. Kita harus mengungkapkan dua variabel lain ke dalam salah satu variabel saja.



Gambar 5.3 Variabel-variebal integral pada persamaan (5.4)

$$\frac{a}{r} = \sin \theta \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{a^2} \sin^2 \theta \quad (5.5)$$

$$\frac{a}{L} = \tan \theta \Rightarrow L = \frac{a}{\tan \theta} = a \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} dL &= a \left[\frac{d(\cos \theta)}{\sin \theta} - \cos \theta \frac{d(\sin \theta)}{\sin^2 \theta} \right] \\ &= a \left[\frac{-\sin \theta d\theta}{\sin \theta} - \cos \theta \frac{\cos \theta d\theta}{\sin^2 \theta} \right] = -a \left[1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right] d\theta = -a \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} d\theta \\ &= -a \frac{d\theta}{\sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \left(-\frac{a d\theta}{\sin^2 \theta} \right) \left(\frac{\sin^2 \theta}{a^2} \right) \sin \theta = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \sin \theta d\theta \quad (5.8)$$

Selanjutnya kita menentukan batas-batas integral. Karena kawat panjang tak berhingga, maka batas bawah adalah $L \rightarrow -\infty$ dan batas atas adalah $L \rightarrow +\infty$. Karena $\tan \theta = a/L$, maka untuk $L \rightarrow -\infty$ diperoleh $\tan \theta \rightarrow -0$ atau $\theta = 180^\circ$ dan untuk $L \rightarrow +\infty$ diperoleh $\tan \theta \rightarrow +0$

atau $\theta = 0^\circ$.

$$B = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \int_{180^\circ}^{0^\circ} \sin \theta d\theta = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} [-\cos \theta]_{180^\circ}^{0^\circ} = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} [-1 + (-1)]$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{a} \quad (5.9)$$

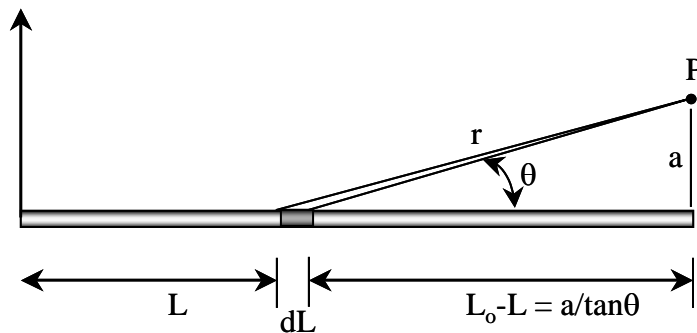
Arah medan magnet dapat ditentukan dengan aturan tangan kanan. Jika kalian genggam empat jari tangan kanan dan ibu jari dibiarkan lurus maka

- i) Arah ibu jari bersesuaian dengan arah arus
- ii) Arah jari-jari yang digenggam bersesuaian dengan arah medan magnet di sekitar arus tersebut

Cara lain adalah berdasarkan arah masuk sekrup putar kanan. Arah masuk sekrup sesuai dengan arah arus sedangkan arah putar sekrup sesuai dengan arah medan magnet.

5.3 Medan magnet oleh kawat lurus berhingga

Medan magnetik di titik yang sejajar ujung batang dapat ditentukan sebagai berikut.



Gambar 5.4 Variabel-variabel untuk menentukan kuat medan magnet di posisi yang sejajar ujung kawat

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \sin \theta d\theta \quad (5.10)$$

Ketika elemen dL berada di ujung kiri kawat, maka sudut yang dibentuk adalah θ_m yang memenuhi

$$\tan \theta_m = \frac{a}{L_0} \quad (5.11)$$

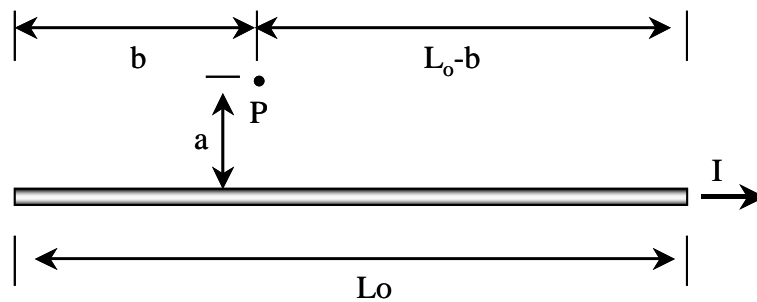
Dan ketika elemen dL berada di ujung kanan kawat maka sudut yang dibentuk adalah 90° . Jadi, batas integral adalah 90° sampai θ_m . Maka kita dapatkan medan magnet di titik P adalah

$$\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \int_{\theta_m}^{90^\circ} \sin \theta d\theta \\
&= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} [-\cos \theta]_{\theta_m}^{90^\circ} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} [-\cos 90^\circ + \cos \theta_m] \\
&= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \cos \theta_m
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Dengan menggunakan persamaan (5.11) kita mendapatkan $\cos \theta_m = L_o / \sqrt{a^2 + L_o^2}$. Dengan demikian, kuat medan magnet di titik P adalah

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o}{\sqrt{a^2 + L_o^2}} \tag{5.13}$$

Selanjutnya kita bahas kasus yang lebih umum lagi di mana titik pengamatan berada di antara dua ujung kawat. Misalkan titik tersebut berjarak a dari kawat dan berjarak b dari salah satu ujung kawat. Kita dapat memandang bahwa medan tersebut dihasilkan oleh dua potong kawat yang panjangnya b dan panjangnya $L_o - b$, seperti pada Gbr. 5.5, di mana titik pengamatan berada di ujung masing-masing potongan kawat tersebut.



Gambar 5.5 Menentukan kuat medan magnet pada posisi sembarang di sekitar kawat

Kuat medan yang dihasilkan oleh potongan kawat kiri dan kanan masing-masing

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \tag{5.14}$$

$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \tag{5.15}$$

Kuat medan total di titik pengamatan adalah

$$B = B_1 + B_2$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right) \quad (5.16)$$

Selanjutnya kita mencari kuat medan listrik pada titik yang berada di luar areal kawat, misalnya pada jarak b di sebelah kiri kawat seperti pada gambar 5.6

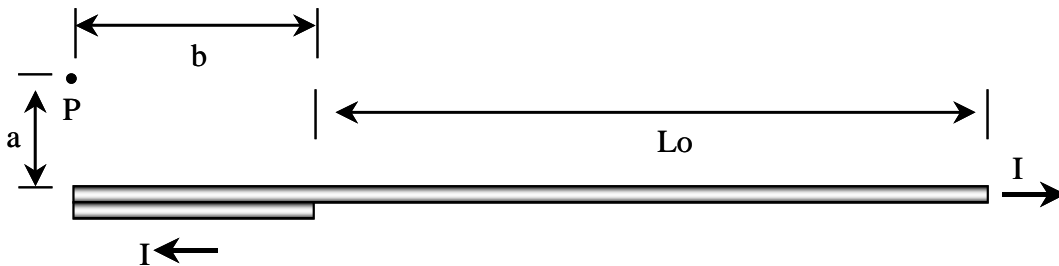


Gambar 5.6 Menentukan kuat medan magnet pada jarak sembarang di luar kawat.

Masalah ini dapat dipandang sebagai dua potong kawat berimpit. Satu potong kawat panjangnya $L_o + b$ dan dialiri arus ke kanan dan potong kawat lain panjangnya b dan dialiri arus ke kiri, seperti diilustrasi pada Gbr 5.7. Besar arus yang mengalir pada dua kawat sama. Ujung kiri dua potongan kawat diimpitkan.

Kuat medan magnet yang dihasilkan potongan kawat panjang adalah

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \quad (5.17)$$



Gambar 5.7 Kawat pengganti skema pada Gbr 5.6

Kuat medan magnet yang dihasilkan potongan kawat pendek adalah

$$B_2 = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.18)$$

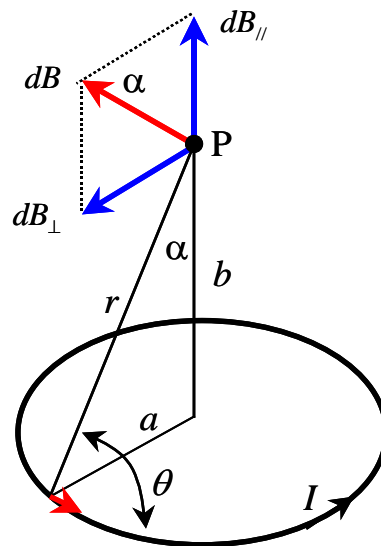
Medan total di titik P adalah

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 \\ &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \left(\frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \end{aligned} \quad (5.19)$$

5.4 Medan magnet oleh cincin

Kita ingin menentukan kuat medan magnet sepanjang sumbu cincin pada jarak b dari pusat cincin. Berdasarkan Gbr 5.8, besarnya medan magnet di titik P yang dihasilkan oleh elemen cincing sepanjang dL adalah

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL \sin \theta}{r^2}$$



Gambar 5.8 Medan magnet di sumbu cincin yang dihasilkan oleh elemen pada cincin

dL selalu tegak lurus r sehingga $\theta = 90^\circ$ atau $\sin \theta = 1$.

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \quad (5.20)$$

dB dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus

$$dB_{\perp} = dB \cos \alpha \quad \text{dan} \quad dB_{\parallel} = dB \sin \alpha \quad (5.21)$$

Tiap elemen kawat memiliki pasangan di seberangnya (lokasi diametrik) di mana komponen tegak lurus sumbu memiliki besar sama tetapi arah tepat berlawanan. Dengan demikian ke dua komponen tersebut saling meniadakan. Untuk menentukan kuat medan total kita cukup melakukan integral pada komponen yang sejajar sumbu saja.

$$\begin{aligned} B &= \int dB_{\parallel} = \int dB \sin \alpha \\ &= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.22)$$

Semua parameter dalam integral konstan kecuali dL . Dengan demikian kita peroleh

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin \alpha \int dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin \alpha (2\pi a) \\ &= \frac{\mu_o}{2} \frac{I}{a} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.23)$$

Karena $a/r = \sin \alpha$ maka

$$B = \frac{\mu_o}{2} \frac{I}{a} \sin^3 \alpha \quad (5.24)$$

Untuk kasus khusus **titik di pusat lingkaran**, kita dapatkan $\alpha = 90^\circ$ sehingga

$$B = \frac{\mu_o}{2} \frac{I}{a} \quad (5.28)$$

5.5 Solenoid

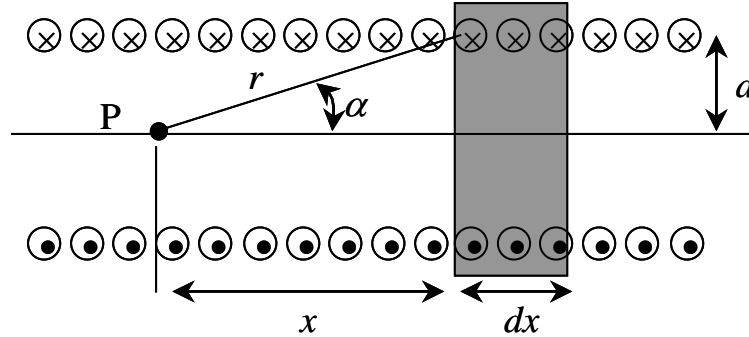
Solenoid adalah lilitan kawat yang berbentuk pegas. Panjang solenoid dianggap tak berhingga. Pertama kita akan mencari kuat medan magnet di pusat solenoid tersebut.

Solenoid dapat dipandang sebagai susunan cincin sejenis yang jumlahnya sangat banyak. Tiap cincin membawa arus I . Medan di dalam solenoid merupakan jumlah dari medan yang dihasilkan oleh cincin-cincin tersebut. Misalkan jumlah lilitan per satuan panjang adalah n . Kita lihat elemen solenoid sepanjang dx . Jumlah lilitan dalam elemen ini adalah

$$dN = ndx \quad (5.29)$$

Elemen tersebut dapat dipandang sebagai sebuah cincin dengan besar arus

$$dI = IdN = Indx \quad (5.30)$$



Gambar 5.9 Penampang solenoid jika dibelah dua.

Karena elemen tersebut dapat dipandang sebagai sebuah cincin, maka medan magnet yang dihasilkan di titik P memenuhi persamaan (5.24), dengan mengganti I dengan dI pada persamaan (5.30).

$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu_o}{2} \frac{dI}{a} \sin^3 \alpha \\ &= \frac{\mu_o}{2} \frac{Indx}{a} \sin^3 \alpha \end{aligned} \quad (5.31)$$

Tampak dari Gbr 5.9,

$$\frac{a}{x} = \tan \alpha \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a}{\tan \alpha} \quad \Rightarrow \quad dx = -\frac{a d\alpha}{\sin^2 \alpha} \quad (5.32)$$

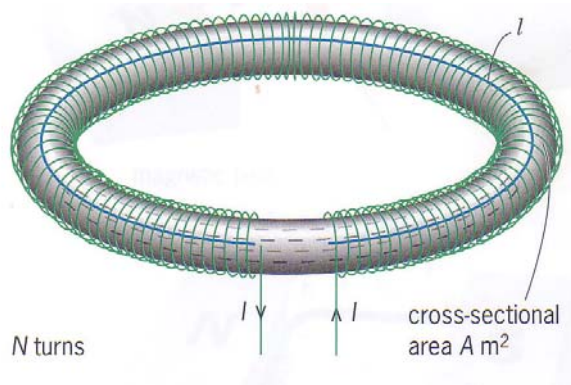
$$dB = \frac{\mu_o}{2} \frac{In}{a} \left(-\frac{a d\alpha}{\sin^2 \alpha} \right) \sin^3 \alpha = -\frac{\mu_o}{2} In \sin \alpha d\alpha \quad (5.33)$$

Batas bawah adalah $x \rightarrow -\infty$ dan batas atas adalah $x \rightarrow +\infty$. Karena $\tan \alpha = a/x$, maka untuk $x \rightarrow -\infty$ diperoleh $\tan \alpha \rightarrow -0$ atau $\alpha = 180^\circ$, dan maka untuk $x \rightarrow +\infty$ diperoleh $\tan \alpha \rightarrow +0$ atau $\alpha = 0^\circ$. Medan magnet total yang dihasilkan di pusat solenoid adalah

$$\begin{aligned} B &= - \int_{180^\circ}^{0^\circ} \frac{\mu_o}{2} In \sin \alpha d\alpha = -\frac{\mu_o}{2} In \int_{180^\circ}^{0^\circ} \sin \alpha d\alpha \\ &= -\frac{\mu_o}{2} In [-\cos \alpha]_{180^\circ}^{0^\circ} = -\frac{\mu_o}{2} In [-1 + (-1)] \\ &= \mu_o nI \end{aligned} \quad (5.34)$$

5.6 Medan magnet dalam toroid

Jika solenoid yang panjangnya berhingga kita gabungkan ujungnya, maka kita mendapatkan sebuah bentuk seperti kue donat. Bentuk ini dinamakan toroid.



Gambar 5.10 Skema toroid. Bentuknya seperti donat berongga.

Jika kita bergerak sepanjang rongga solenoid ideal (panjang tak berhingga) maka kita tidak pernah menemukan ujung solenoid tersebut. Dengan cara yang sama, apabila kita bergerak sepanjang rongga toroid, kita pun tidak pernah menemukan ujung toroid tersebut. Sehingga, toroid akan serupa dengan solenoid ideal. Oleh karena itu, menjadi sangat logis apabila kita berkesimpulan bahwa kuat medan magnet dalam toroid sama dengan kuat medan magnet dalam solenoid ideal,

$$B = \mu_0 n I \quad (5.35)$$

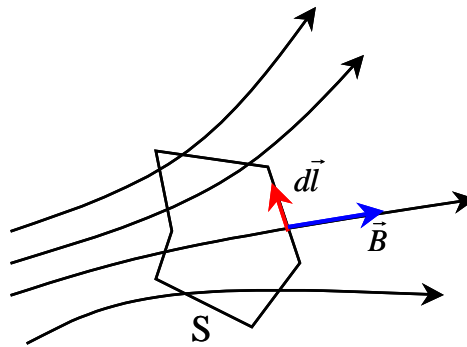
dengan n jumlah kumparan per satuan panjang dan I arus yang mengalir pada kawat toroid.

Bab 6

Hukum Ampere

6.1 Hukum Ampere

Misalkan di suatu ruang terdapat medan magnet \vec{B} . Di dalam ruang tersebut kita buat sebuah lintasan tertutup S yang sembarang seperti Gbr 6.1



Gambar 6.1 Lintasan tertutup sembarang dalam ruang yang mengandung medan magnet

Kita perhatikan elemen lintasan $d\vec{l}$. Anggap kuat medan magnet pada elemen tersebut adalah \vec{B} . Integral perkalian titik \vec{B} dan $d\vec{l}$ dalam lintasan tertutup S memenuhi

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I \quad (6.1)$$

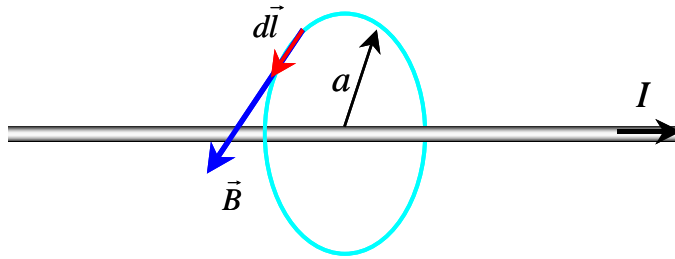
dengan $\sum I$ adalah jumlah total arus yang dilingkupi S. Tanda \oint menyatakan bahwa integral harus dikerjakan pada lintasan tertutup. Persamaan (6.1) dikenal dengan hukum Ampere dalam bentuk integral.

Dalam menerapkan hukum ini, beberapa langkah standar yang harus dilakukan adalah:

- i) Pilih lintasan tertutup sedemikian rupa sehingga
 - Kuat medan magnet pada berbagai titik di lintasan konstan
 - Vektor medan magnet dan vektor elemen lintasan selalu membentuk sudut yang konstant untuk semua elemen lintasan.
- ii) Cari $\sum I$, yaitu jumlah total arus yang dilingkupi lintasan ampere.

6.2 Aplikasi hukum Ampere pada kawat lurus panjang

Untuk kawat lurus panjang, lintasan Ampere adalah sebuah lingkaran yang sumbunya berimpit dengan kawat tersebut.



Gambar 6.2 Lintasan ampere di sekitar kawat lurus panjang adalah lingkaran dengan sumbu berimpit dengan kawat.

Sepanjang lintasan, vektor \vec{B} dan $d\vec{l}$ selalu sejajar sehingga sudut θ antara \vec{B} dan $d\vec{l}$ nol sehingga $\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$ dan

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_S B dl \quad (6.3)$$

Pada tiap titik di lintasan, besar medan magnet konstan sehingga B dapat ditarik keluar dari integral dan didapatkan

$$\oint_S B dl = B \oint_S dl = B \times (\text{keliling lingkaran}) = B \times (2\pi a) \quad (6.4)$$

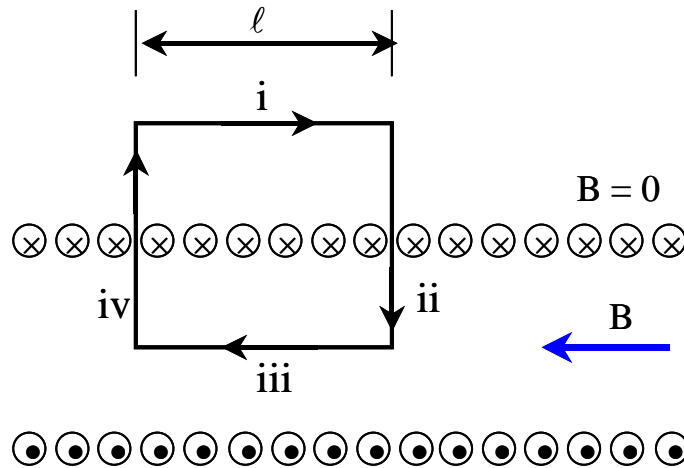
Karena yang dilingkupi lintasan Ampere hanya satu kawat, dan kawat tersebut diliri arus I , maka $\sum I = I$. Akhirnya diperoleh

$$\begin{aligned} B \times (2\pi a) &= \mu_o I \\ B &= \frac{\mu_o I}{2\pi a} \end{aligned} \quad (6.5)$$

b) Penerapan hukum Ampere pada solenoid

Solenoid yang akan kita bahas juga solenoid ideal dengan jumlah lilitan per satuan panjang adalah n . Kawat solenoid dialiri arus I .

Jika solenoid dibelah dua maka penampang solenoid tampak pada Gambar 6.3



Gambar 6.3 Lintasan ampere pada solenoid

Lintasan Ampere berupa segiempat. Integral pada lintasan tertutup dapat dipecah menjadi jumlah integral pada tiap-tiap sisi segiempat, yaitu

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_i \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{ii} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{iii} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{iv} \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad (6.6)$$

Mari kita lihat tiap-tiap suku integral.

Lintasan i:

Pada lintasan ini kuat medan magnet nol karena berada di luar solenoid sehingga

$$\int_i \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_i 0 \cdot d\vec{l} = 0$$

Lintasan ii:

Pada lintasan ini, potongan yang berada di luar solenoid memiliki medan magnet nol sedangkan potongan yang ada di dalam solenoid luar memiliki medan magnet yang tegak lurus lintasan. Jadi

$$\int_{ii} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{pot. \text{ luar}} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{pot. \text{ dalam}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{pot. \text{ luar}} 0 \cdot d\vec{l} + \int_{pot. \text{ dalam}} B dl \cos 90^\circ = 0 + 0 = 0$$

Lintasan iii:

Pada lintasan ini, vektor \vec{B} dan $d\vec{l}$ selalu sejajar sehingga sudut θ antara \vec{B} dan $d\vec{l}$ nol.

Jadi, $\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$. Dengan demikian diperoleh

$$\int_{iii} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{iii} B dl = B \int_{iii} dl = B \times (\text{panjang lin.iii}) = B\ell$$

Lintasan iv:

Integral pada lintasan iv persis sama dengan integral pada lintasan ii sehingga hasilnya juga nol, atau

$$\int_{iv} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{pot.luar} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{pot.dalam} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{pot.luar} 0 \cdot d\vec{l} + \int_{pot.dalam} B dl \cos 90^\circ = 0 + 0 = 0$$

Dengan demikian, integral pada lintasan tertutup adalah

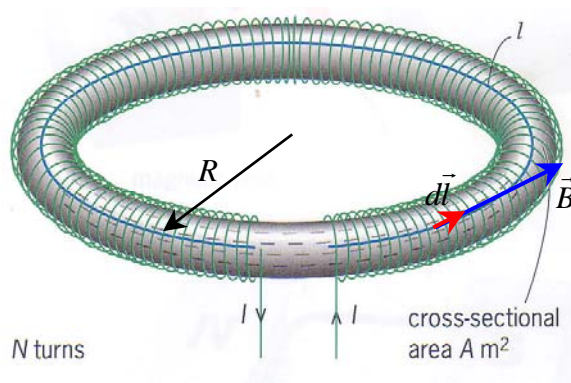
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 + 0 + B\ell + 0 = B\ell \quad (6.8)$$

Arus yang dilingkupi lintasan Ampere adalah arus yang mengalir dalam ruas solenoid sepanjang ℓ , yaitu $\sum I = n\ell I$. Akhirnya diperoleh

$$\begin{aligned} B\ell &= \mu_o(n\ell I) \\ B &= \mu_o n I \end{aligned} \quad (6.9)$$

c) Penerapan hukum Ampere untuk toroid

Buat lintasan Ampere berbentuk lingkaran yang melalui rongga toroid.



Gambar 6.4 Lintasan ampere pada toroid berbentuk lingkaran yang melewati rongga toroid

Keliling toroid adalah $K = 2\pi R$. Jumlah lilitan toroid adalah $N = 2\pi Rn$. Sepanjang lintasan

Ampere, vektor \vec{B} dan $d\vec{l}$ selalu sejajar sehingga sudut θ antara \vec{B} dan $d\vec{l}$ nol. Jadi, $\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$. Jadi,

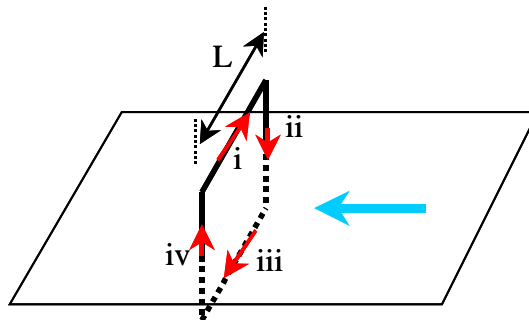
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_S B dl = B \oint_S dl = B \times (\text{keliling lingkaran}) = B \times (2\pi R) \quad (6.10)$$

Karena jumlah lilitan yang dilingkupi lintasan Ampere adalah N maka jumlah arus yang dilingkupi lintasan ini adalah $\sum I = NI = 2\pi R n I$. Akhirnya diperoleh

$$\begin{aligned} B \times (2\pi R) &= \mu_o (2\pi R n I) \\ B &= \mu_o n I \end{aligned} \quad (6.11)$$

d) Penerapan hukum Ampere untuk pelat tak berhingga

Misalkan kerapatan arus per satuan lebar pelat adalah J (ampere/meter). Kita akan menentukan kuat medan magnet pada jarak a tegak lurus pelat. Kita buat lintasan Ampere berupa persegi panjang sebagai berikut.



Gambar 6.5 Lintasan ampere di dekatar pelat tak berhingga.

Pemilihan lintasan Ampere di atas menyebabkan:

- Pada elemen lintasan i arah medan magnet sejajar dengan arah elemen lintasan.
- Pada elemen lintasan ii arah medan magnet tegak lurus dengan arah elemen lintasan.
- Pada elemen lintasan iii arah medan magnet sejajar dengan arah elemen lintasan.
- Pada elemen lintasan iv arah medan magnet tegak lurus dengan arah elemen lintasan.

Integral Ampere untuk lintasan tertutup dapat ditulis sebagai

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_i \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{ii} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{iii} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{iv} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Mari kita hitung tiap-tiap suku integral

a) Pada elemen lintasan i, vektor \vec{B} dan $d\vec{l}$ sejajar sehingga sudut θ antara \vec{B} dan $d\vec{l}$ nol.

Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$

b) Pada elemen lintasan ii, vektor \vec{B} dan $d\vec{l}$ tegak lurus sehingga sudut θ antara \vec{B} dan $d\vec{l}$ 90° . Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 90^\circ = 0$

c) Pada elemen lintasan iii, vektor \vec{B} dan $d\vec{l}$ sejajar sehingga sudut θ antara \vec{B} dan $d\vec{l}$ nol.

Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 0^\circ = B dl$

d) Pada elemen lintasan iv, vektor \vec{B} dan $d\vec{l}$ tegak lurus sehingga sudut θ antara \vec{B} dan $d\vec{l}$ 90° . Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B dl \cos \theta = B dl \cos 90^\circ = 0$

Dengan demikian

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i B dl + \int_{iii} B dl$$

Besarnya B pada elemen lintasan i dan iii konstan sehingga dapat dikeluarkan dari integral. Akhirnya diperoleh

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = B \int_i dl + B \int_{iii} dl = BL + BL = 2BL \quad (6.12)$$

Rapat arus per satuan panjang pelat dalam arah tegak lurus adalah J . Karena panjang lintasan Ampere dalam arah tegak lurus adalah L maka arus yang dilingkupi lintasan Ampere adalah $\sum I = JL$. Dengan demikian diperoleh

$$2BL = \mu_o (JL)$$

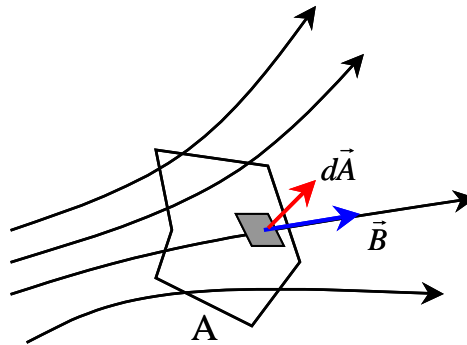
$$B = \frac{\mu_o J}{2} \quad (6.13)$$

Bab 7

GGL Induksi dan Induktansi

7.1 Fluks magnetik

Kita bahas definisi fluks magnetik sebagai berikut.



Gambar 7.1 Fluks magnetik menyatakan jumlah garis gaya yang menembus permukaan dalam arah tegak lurus

$$\begin{aligned}\phi &= \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \\ &= \int B dA \cos \theta\end{aligned}\tag{7.1}$$

dengan θ adalah sudut antara vektor \vec{B} dan $d\vec{A}$.

7.2 Hukum Faraday

Hukum ini menyatakan bahwa apabila terjadi perubahan fluks dalam suatu loop maka dihasilkan gaya gerak listrik (tegangan listrik) induksi yang berbanding lurus dengan laju perubahan fluks. Secara matematik, hukum tersebut dapat ditulis

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt}\tag{7.2}$$

dengan Σ : gaya gerak listrik (ggl) induksi dan N : jumlah lilitan kumparan. Tampak dari persamaan (7.2), besarnya ggl yang dihasilkan bergantung pada berapa cepat perubahan fluks berlangsung, bukan bergantung pada berapa nilai fluks saat itu. Juga makin banyak lilitan pada kumparan makin besar ggl induksi yang dihasilkan.

7.3 Hukum Lentz

Hukum Faraday hanya mengungkapkan besarnya ggl induksi yang dihasilkan ketika terjadi perubahan fluks magnetik dalam suatu loop tetapi tidak mengungkapkan secara detail ke

mana arah arus induksi dalam loop tersebut. Arah arus induksi yang dihasilkan diungkapkan oleh hukum Lentz

Arah arus induksi dalam suatu kumparan adalah sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkan arus tersebut melawan perubahan fluks penyebabnya.

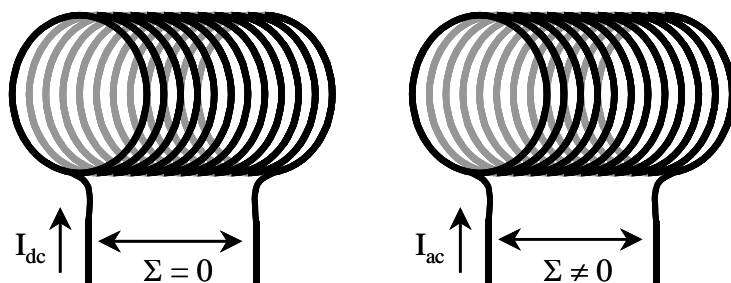
Apa makna pernyataan hukum ini?

- i) Jika fluks yang menyebabkan ggl makin lama makin besar maka arah arus induksi harus sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkannya memperkecil fluks tersebut. Ini hanya mungkin jika arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi berlawanan dengan arah medan yang diterapkan pada loop.
- ii) Jika fluks yang menyebabkan ggl makin lama makin kecil maka arah arus induksi harus sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkannya memperbesar fluks tersebut. Ini hanya mungkin jika arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi searah dengan arah medan yang diterapkan pada loop.

7.4 Induktansi

Jika solenoid dialiri arus searah maka beda potensial antara dua ujung solenoid hampir nol karena beda tegangan sama dengan perkalian arus dan hambatan solenoid. Solenoid hanya berupa kawat konduktor sehingga hambatan listrik antara dua ujung solenoid hampir nol. Tetapi jika solenoid dilalui arus yang berubah-ubah terhadap waktu, maka sifat solenoid akan berubah.

Karena arus berubah-ubah terhadap waktu maka kuat medan magnet dalam solenoid berubah-ubah sehingga fluks magnetik yang dikandung solenoid berubah terhadap waktu. Berdasarkan hukum Faraday maka solenoid menghasilkan ggl induksi. Dengan demikian, ketika dialiri arus bolak-balik maka muncul tegangan antara dua ujung solenoid. Berapa besar ggl induksi antara dua ujung solenoid tersebut?



Gambar 7.2 (kiri) jika solenoid dialiri arus dc, tidak muncul tegangan antara dua ujung solenoid. (kanan) jika solenoid dialiri arus ac maka muncul tegangan antara dua ujung solenoid.

Kuat medan magnet dalam rongga solenoid adalah $B = \mu_o nI$. Jika luas penampang solenoid A maka fluks magnetik dalam solenoid adalah

$$\phi = BA = \mu_o nIA \quad (7.3)$$

Ggl induksi yang dihasilkan solenoid adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d(\mu_o nIA)}{dt} = -N\mu_o nA \frac{dI}{dt} \quad (7.4)$$

Tampak bahwa ggl induksi yang dihasilkan berbanding lurus dengan laju perubahan arus. Untuk arus yang konstant (arus dc) maka $dI/dt = 0$ sehingga ggl induksi yang dihasilkannya nol. Ggl induksi hanya ada jika arus yang mengalir berubah-ubah terhadap waktu sehingga dI/dt tidak nol.

a. Induktansi diri

Kita mendefinisikan besaran yang bernama induktansi diri, L , yang memenuhi hubungan

$$\Sigma = -L \frac{dI}{dt} \quad (7.5)$$

Dengan membandingkan persamaan (7.4) dan (7.5) kita peroleh ungkapan induktansi

$$L = N\mu_o nA \quad (7.6)$$

Jika ℓ adalah panjang solenoid maka kita dapat menulis $n = N / \ell$ sehingga diperoleh bentuk lain ungkapan induktansi diri

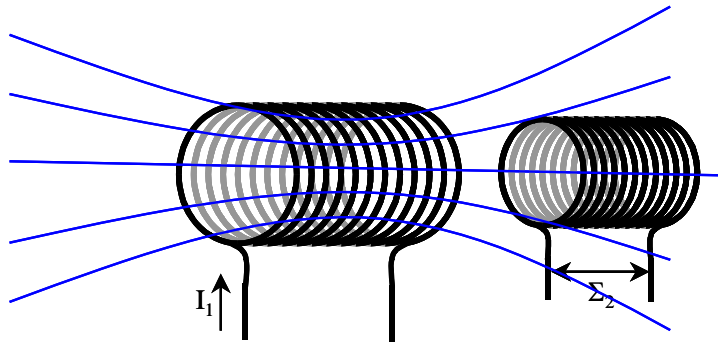
$$L = \frac{N^2 \mu_o A}{\ell} \quad (7.7)$$

Satuan induktansi adalah Henry dan disingkat H.

b. Induktansi bersama

Induktansi bersama memerlukan kehadiran dua solenoid atau lebih. Induktansi bersama memperhitungkan efek satu solenoid terhadap solenoid lainnya.

Misalkan kita memiliki dua solenoid yang didekatkan.



Gambar 7.3 Dua buah kumparan yang berada pada jarak cukup dekat

Misalkan medan magnet yang dihasilkan solenoid pertama adalah B_1 . Maka medan magnet yang menembus solenoid kedua berbanding lurus dengan B_1 ,

$$B_2 = \xi B_1 \quad (7.8)$$

Dengan ξ adalah konstanta yang nilainya kurang dari satu. Jika luas penampang solenoid kedua adalah A_2 maka fluks magnetik pada solenoid kedua adalah

$$\phi_2 = B_2 A_2 = \xi B_1 A_2 \quad (7.9)$$

Dengan menganggap bahwa solenoid bersifat ideal, maka medan magnet yang dihasilkan solenoid pertama memenuhi $B_1 = \mu_o n_1 I_1$ sehingga

$$\phi_2 = \xi \mu_o n_1 A_2 I_1 \quad (7.10)$$

Ggl induksi yang dihasilkan oleh solenoid kedua menjadi

$$\begin{aligned} \Sigma_2 &= -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} \\ &= -\xi \mu_o N_2 n_1 A_2 \frac{dI_1}{dt} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Kita mendefinisikan besaran yang bernama induktansi bersama sebagai berikut

$$\Sigma_2 = L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad (7.12)$$

Dengan membandingkan persamaan (7.11) dan (7.12) kita peroleh bentuk induktansi bersama

$$L_{21} = \xi \mu_o N_2 n_1 A_2 \quad (7.13)$$

Jika ℓ_1 adalah panjang solenoid pertama maka $n_1 = N_1 / \ell_1$. Akhirnya kita dapatkan bentuk lain induktansi bersama sebagai berikut

$$L_{21} = \frac{\xi \mu_o N_1 N_2 A_2}{\ell_1} \quad (7.14)$$

Nilai parameter ξ bergantung pada jarak antara dua solenoid, dan orientasi satu solenoid terhadap solenoid lainnya. Maki n jauh jarak antara dua solenoid maka makin kecil harga ξ . Jika jarak antar dua solenoid sangat besar (mendekati tak berhingga) maka $\xi = 0$. Ini baerarti tidak ada medan magnet yang dihasilkan solenoid pertama yang masuk ke solenoid kedua. Sebaliknya, jika dua solenoid berimpitan dan konsentris maka $\xi = 1$. Ini terjadi karena rongga solenoid pertama juga merupakan rongga solenoid kedua.

7.5 Memperbesar induktansi

Jika hanya ruang kosong dalam rongga solenoid maka induktansi yang dimiliki solenoid tersebut sangat kecil. Untuk memperbesar induktansi suatu solenoid, kita masukkan bahan magnetik ke dalam rongga solenoid tersebut. Medan magnet yang mula-mula B saat solenoid kosong berubah menjadi

$$B' = \mu B \quad (7.15)$$

ketika di dalam rongga solenoid dimasukkan bahan magnetik dengan permeabilitas μ . Dengan demikian, fluks magnetik dalam solenoid ketika solenoid tersebut dilewati arus adalah

$$\phi = \mu \mu_o n I A \quad (7.16)$$

Ggl induksi yang dihasilkan arus adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \mu \mu_o n A \frac{dI}{dt}$$

Maka induktansi diri solenoid tersebut adalah

$$L = N \mu \mu_o n A = N \mu \mu_o \left(\frac{N}{\ell} \right) A$$

$$= N^2 \mu \mu_o \frac{A}{\ell} \quad (7.17)$$

Tampak bahwa induktansi menjadi μ kali lebih besar dibandingkan dengan induktansi saat solenoid kosong.

7.6 Energi medan magnet

Misalkan sebuah solenoid dialiri arus I . Maka pada dua ujung solenoid muncul ggl induksi sebesar

$$\Sigma = -L \frac{dI}{dt}$$

Jika muatan sebesar dq mengalir melewati solenoid tersebut maka energi yang diperlukan untuk melawan beda potensial solenoid adalah

$$\begin{aligned} dW &= -\Sigma dq = L \frac{dI}{dt} dq \\ &= L dI \frac{dq}{dt} \end{aligned} \quad (7.18)$$

Tetapi $dq/dt = I$ sehingga dapat ditulis $dW = LI dI$. Kerja total yang dilakukan untuk melewati arus pada solenoid dari nol hingga arus I adalah

$$W = \int_0^I dW = \int_0^I LI dI = L \int_0^I I dI = L \left[\frac{1}{2} I^2 \right]_0^I = \frac{1}{2} LI^2 \quad (7.19)$$

Kerja yang diberikan tersimpan sebagai energi dalam solenoid. Jadi, energi yang tersimpan dalam solenoid yang dialiri arus I adalah

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad (7.20)$$

Kuat medan magnet dalam rongga solenoid (dengan anggapan solenoid ideal) adalah

$$B = \mu_o nI = \mu_o \frac{N}{\ell} I$$

atau

$$I = \frac{B\ell}{\mu_o N} \quad (7.21)$$

Kita dapatkan

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2} \left(\frac{N^2 \mu_o A}{\ell} \right) \left(\frac{B \ell}{\mu_o N} \right)^2 \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{N^2 \mu_o A}{\ell} \right) \left(\frac{B^2 \ell^2}{\mu_o^2 N^2} \right) = \frac{1}{2 \mu_o} B^2 (A \ell)
\end{aligned} \tag{7.22}$$

Bagian dalam tanda kurung tidak lain daripada volum rongga solenoid. Kita definisikan rapat energi medan magnetik per satuan volum sebagai

$$\begin{aligned}
u &= \frac{U}{(A \ell)} \\
&= \frac{1}{2 \mu_o} B^2
\end{aligned} \tag{7.23}$$

Persamaan (7.40) menyatakan bahwa jika di suatu tempat terdapat medan magnet B maka di tempat tersebut terdapat energi medan magnet dengan kerapatan per satuan volum diungkapkan oleh persamaan (7.23)

7.7 Transformator

Transformator yang sering disingkat trafo adalah alat listrik yang digunakan untuk mengubah tegangan listrik menjadi lebih besar atau lebih kecil dari tegangan semula. Tengan yang dapat diubah oleh trafo hanya tegangan yang berubah-ubah terhadap waktu, misalknya tegangan bolak-balik.

Secara umum trafo memiliki dua kumparan.

- i) Kumparan primer berada di bagian input, tempat tegangan listrik masuk ke dalam trafo.
- ii) Kumparan sekunder berada di bagian output trafo, tempat tegangan listrik hasil pengubahan keluar dari trafo.

Jika arus masuk ke dalam kumparan primer maka dihasilkan medan magnet. Medan magnet yang dihasilkan kumparan primer diarahkan ke kumparan sekunder. Agar pengarahan tersebut berlangsung efektif maka di dalam rongga trafo umumnya diisi teras besi atau bahan lain yang dapat bersifat magnetik. Dengan penggunaan bahan tersebut maka seolah-olah medan magnet yang dihasilkan kumparan primer mengalir ke dalam bahan tersebut dan seluruhnya mencapai kumparan sekunder. Jadi diperoleh

$$B_s = B_p \tag{7.24}$$

dengan B_s : medan magnet yang ada di kumparan sekunder dan B_p : medan magnet yang ada

dalam kumparan primer

Dengan asumsi bahwa kumparan primer berperilaku sebagai solenoid ideal maka $B_p = \mu\mu_o n_p I_p$. Fluks magnetik pada kumparan primer adalah $\phi_p = B_p A_p = \mu\mu_o n_p I_p A_p$. Fluks magnetik pada kumparan sekunder adalah $\phi_s = B_s A_s = B_p A_s = \mu\mu_o n_p I_p A_s$. Ggl induksi yang dihasilkan pada kumparan primer adalah

$$\Sigma_p = -N_p \frac{d\phi_p}{dt} = -N_p \mu\mu_o n_p A_p \frac{dI_p}{dt} \quad (7.25)$$

Ggl induksi yang dihasilkan pada kumparan sekunder adalah

$$\Sigma_s = -N_s \frac{d\phi_s}{dt} = -N_s \mu\mu_o n_p A_s \frac{dI_p}{dt} \quad (7.26)$$

Dengan demikian

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_p} = \frac{N_s A_s}{N_p A_p}$$

Jika dianggap bahwa luas penampang kumparan primer dan sekunder sama maka diperoleh

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_p} = \frac{N_s}{N_p} \quad (7.27)$$

7.8 Daya trafo

Pada transformator arus dimasukkan pada kumparan primer. Hasilnya pada kumparan sekunder diperoleh arus. Karena adanya arus listrik menandakan adanya energi, maka energi yang dimasukkan ke kumparan primer dapat dideteksi pada kumparan sekunder. Dengan demikian, trafo juga berperan sebagai pemindah energi dari kumparan primer ke kumparan sekunder. Dari sifat pemindahan energi ini kita dapat menentukan hubungan antara arus pada kumparan primer dan pada kumparan sekunder. Hubungan ini dapat ditentukan sebagai berikut.

Daya pada kumparan primer dan sekunder masing-masing

$$P_p = I_p \Sigma_p \quad (7.28)$$

$$P_s = I_s \Sigma_s \quad (7.29)$$

Tidak semua daya pada kumparan primer dapat dipindahkan ke kumparan sekunder. Hanya trafo idel yang sanggup memindahkan seluruh daya dari kumparan primer ke kumparan sekunder. Jika η adalah efisiensi trafo maka dipenuhi

$$P_s = \eta P_p \quad \Rightarrow \quad I_s \Sigma_s = \eta I_p \Sigma_p \quad \Rightarrow \quad I_s = \eta \frac{\Sigma_p}{\Sigma_s} I_p \quad (7.30)$$

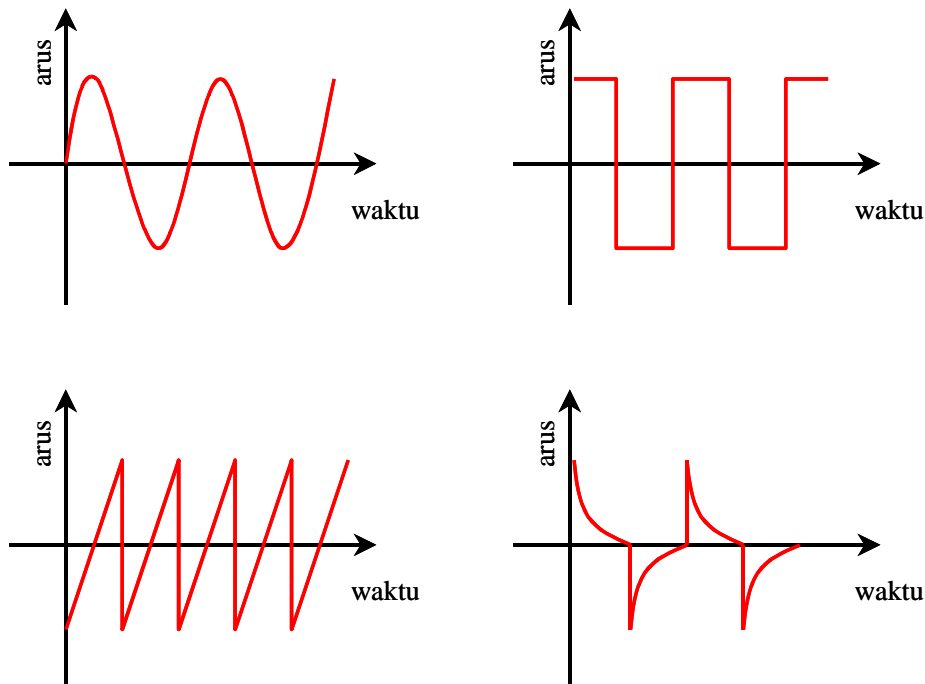
Dengan memasukkan persamaan (7.27) ke dalam persamaan (7.30) diperoleh

$$I_s = \eta \left(\frac{N_p}{N_s} \right) I_p \quad \Rightarrow \quad \frac{I_s}{I_p} = \eta \frac{N_p}{N_s} \quad (7.31)$$

Bab 8

Arus Bolak-Balik

Arus bolak-balik adalah arus yang arahnya berubah-ubah secara bergantian. Pada suatu saat arah arus ke kanan, kemudian berubah menjadi ke kiri, kemudian ke kanan, ke kiri, dan seterusnya. Contoh kurva arus bolak-balik tampak pada Gbr 8.1

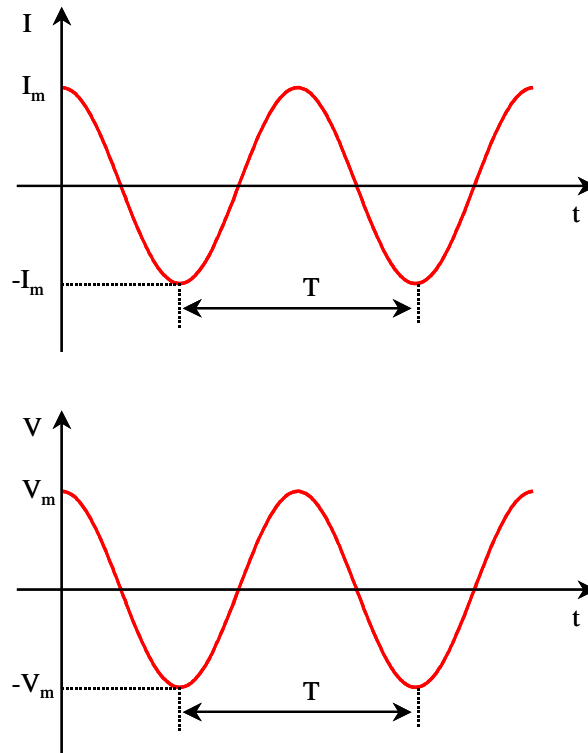


Gambar 8.1 Contoh grafik arus bolak-balik

Pada grafik (a) kita dapatkan arus bolak-balik yang berubah secara sinusoidal. Setengah periode arus bergerak dalam satu arah dan setengah periode lainnya arus bergerak dalam arah sebaliknya. Pada grafik (b) kita amati arus bolak-balik yang berubah secara persegi. Dalam setengah periode arus bergerak dalam satu arah dan setengah periode lainnya arus bergerak dalam arah sebaliknya. Pada grafik (c) kita amati arus bolak-balik yang berubah dengan pola segitiga. Pada grafik (d) kita amati arus bolak-balik yang berubah secara transien.

8.1 Arus bolak-balik sinusoidal

Bentuk arus bolak-balik yang paling sederhana adalah arus sinusoidal. Kebergantungan arus terhadap waktu dapat dinyatakan oleh fungsi kosinus berikut ini



Gambar 8.2 Contoh kurva tegangan dan arus bolak-balik

$$I = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_o\right) \quad (8.1)$$

dengan I_m arus maksimum (amplitudo arus), T periode arus, t waktu, dan φ_o fase mula-mula (saat $t = 0$). Jika arus tersebut melewati sebuah hambatan, maka tegangan antara dua ujung hambatan

$$\begin{aligned} V &= RI = R \times \left(I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_o\right) \right) \\ &= V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_o\right) \end{aligned} \quad (8.2)$$

dengan $V_m = RI_m$ adalah amplitudo tegangan.

8.2 Tegangan rata-rata

Tegangan rata-rata didefinisikan sebagai berikut

$$\langle V \rangle = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} V dt \quad (8.3)$$

Untuk fungsi sinusoidal, perata-rataan di atas menghasilkan nilai yang sama dengan perata-rataan selama satu periode saja. Jadi, tegangan rata-rata dapat ditulis dalam bentuk

$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V dt \quad (8.4)$$

Dengan menggunakan V pada persamaan (8.2) maka didapat

$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \mathcal{G}_o\right) dt = \frac{V_m}{T} \int_0^T \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \mathcal{G}_o\right) dt \quad (8.5)$$

Untuk memudahkan penyelesaian integral di atas kita misalkan

$$\frac{2\pi}{T}t + \mathcal{G}_o = x \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{T}dt = dx \quad \Rightarrow \quad dt = \frac{T}{2\pi}dx \quad (8.6)$$

Substitusi (8.6) ke dalam persamaan (8.5) diperoleh

$$\begin{aligned} \langle V \rangle &= \frac{V_m}{T} \int \cos x \times \frac{T}{2\pi} dx = \frac{V_m}{2\pi} \int \cos x dx = \frac{V_m}{2\pi} \sin x \\ &= \frac{V_m}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \mathcal{G}_o\right) \Big|_0^T = \frac{V_m}{2\pi} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{T}T + \mathcal{G}_o\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{T}0 + \mathcal{G}_o\right) \right] \\ &= \frac{V_m}{2\pi} [\sin(2\pi + \mathcal{G}_o) - \sin(0 + \mathcal{G}_o)] = \frac{V_m}{2\pi} [\sin(\mathcal{G}_o) - \sin(\mathcal{G}_o)] = 0 \end{aligned}$$

Jadi, nilai rata-rata tegangan bolak balik sinusoidal adalah nol. Dengan menggunakan $I = V/R$ maka nilai rata-rata arus bolak balik adalah

$$\langle I \rangle = \frac{\langle V \rangle}{R} = \frac{0}{R} = 0$$

8.3 Tegangan root mean square (rms)

Nilai rata-rata tidak memberikan informasi yang lengkap tentang besaran arus atau

tegangan. Berapapun amplitudo arus atau tegangan, nilai rata-rata selalu nol. Besaran rms (root mean square) memberikan informasi yang lebih lengkap tentang arus bolak-balik. Tegangan dan arus rms didefinisikan sebagai

$$V_{rms} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} \quad (8.7)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\langle I^2 \rangle} \quad (8.8)$$

Untuk tegangan bolak-balik sinusoidal,

$$\langle V^2 \rangle = \frac{V_m^2}{2}$$

$$\langle I^2 \rangle = \frac{I_m^2}{2}$$

Akhirnya, tegangan dan arus rms menjadi

$$\begin{aligned} V_{rms} &= \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2}} \\ &= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \\ I_{rms} &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (8.9)$$

8.4 Daya rata-rata

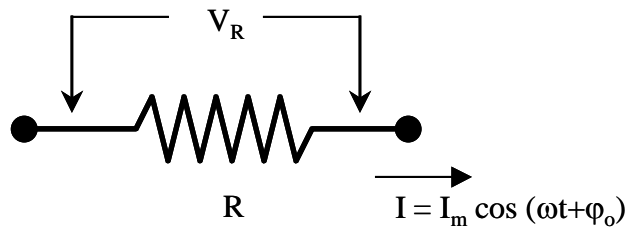
Misalkan sebuah hambatan R dialiri arus bolak-balik. Disipasi daya rata-rata yang terbangun pada resistor adalah

$$\begin{aligned} \langle P \rangle &= \left\langle \frac{V^2}{R} \right\rangle = \frac{\langle V^2 \rangle}{R} \\ &= \frac{V_{rms}^2}{R} \end{aligned} \quad (8.10)$$

8.5 Tegangan bolak balik pada dua ujung hambatan

Misalkan arus bolak-balik yang mengalir pada hambatan adalah

$$I = I_m \cos(\omega t + \mathcal{G}_o) \quad (8.15)$$



Gambar 8.3 Arus bolak-balik melewati sebuah hambatan

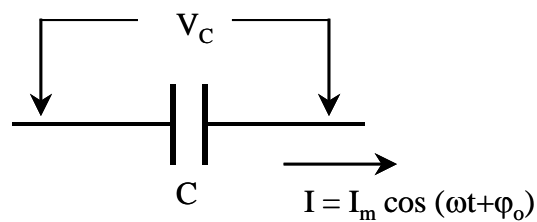
Tegangan antara dua ujung hambatan dapat dicari dengan menggunakan hokum Ohm

$$V_R = IR = I_m R \cos(\omega t + \varphi_o) \quad (8.16)$$

Tampak bahwa arus dan tegangan berubah secara bersamaan. Dengan kata lain arus dan tegangan antara dua ujung hambatan memiliki fase yang sama.

8.6 Tegangan antara dua ujung kapasitor

Misalkan arus yang mengalir pada kapasitor juga memenuhi persamaan (8.15).



Gambar 8.4 Arus bolak-balik melewati sebuah kapasitor

Tegangan antara dua ujung kapasitor adalah

$$V_C = I_m X_C \sin(\omega t + \varphi_o) \quad (8.17)$$

dengan

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (8.18)$$

Besaran X_C dinamakan **reaktansi kapasitif**.

Dengan aturan trigonometri kita mendapatkan hubungan

$$\sin(\omega t + \varphi_o) = \cos(\omega t + \varphi_o - \pi/2)$$

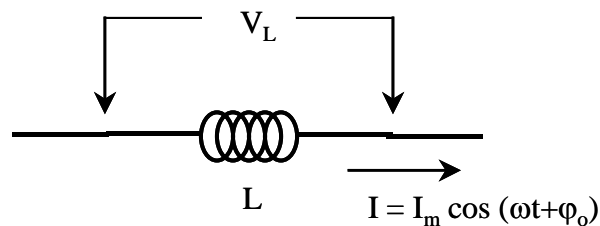
Dengan demikian, tegangan antara dua ujung kapasitor dapat ditulis sebagai

$$V_C = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2) \quad (8.19)$$

Ini berarti tegangan antara dua ujung kapasitor muncul lebih lambat daripada arus. Atau tegangan pada kapasitor mengikuti arus dengan keterlambatan fasa $\pi/2$.

8.7 Tegangan antara dua ujung inductor

Misalkan inductor juga dialiri arus yang memenuhi persamaan (8.15).



Gambar 8.5 Arus bolak-balik melewati sebuah inductor

Tegangan antara dua ujung inductor adalah

$$V_L = -I_m X_L \sin(\omega t + \vartheta_o) \quad (8.20)$$

dengan

$$X_L = \omega L \quad (8.21)$$

Besaran X_L disebut **reaktansi induktif**.

Dengan aturan trigonometri kita dapat menulis

$$-\sin(\omega t + \vartheta_o) = \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

tegangan antara dua ujung inductor dapat juga ditulis sebagai

$$V_L = I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) \quad (8.22)$$

Ini menandakan bahwa tegangan antara dua ujung inductor mendahului arus dengan fasa sebesar $\pi/2$ atau 90° .

8.8 Disipasi daya pada kapasitor dan inductor

a) Disipasi daya pada kapasitor

Disipasi daya pada kapasitor memenuhi

$$P_c = V_c I$$

$$\langle P_c \rangle = 0$$

Kapasitor yang dilewati arus bolak-balik tidak mengalami pemanasan seperti yang dialami resistor, walaupun pada rangkaian bolak-balik kapasitor berperan seperti sebuah hambatan.

b) Disipasi daya pada induktor

Disipasi daya pada induktor adalah

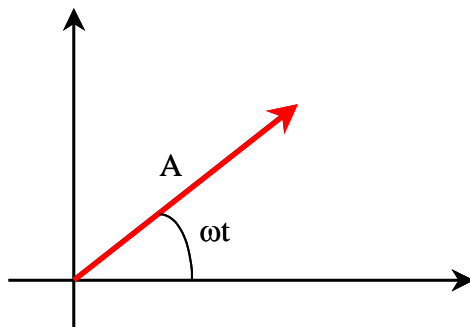
$$P_L = V_L I$$

Disipasi daya rata-rata adalah

$$\langle P_L \rangle = -\frac{I_m^2 X_L}{2T} [\sin^2(\vartheta_o) - \sin^2(\vartheta_o)] = 0$$

8.9 Diagram fasor

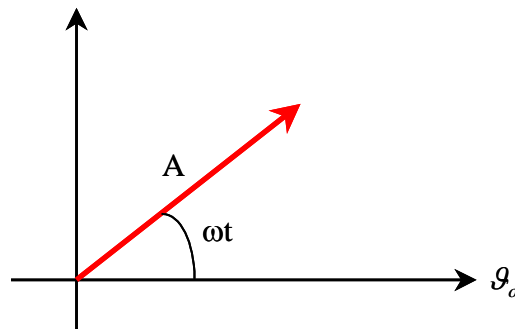
Untuk mempermudah pembahasan tentang arus bolak-balik, pada bagian ini kita akan mempelajari diagram fasor. Diagram fasor sangat memudahkan kita dalam melakukan operasi aljabar pada fungsi-fungsi trigonometri. Dalam diagram fasor, sebuah fungsi trigonometri digambarkan sebagai sebuah vektor dalam koordinat dua dimensi. Panjang vektor tersebut sama dengan amplitudo fungsi dan sudut yang dibentuk vektor dengan arah sumbu datar sama dengan fase fungsi tersebut. Contohnya fungsi $V = A \cos(\omega t)$ memiliki diagram fasor sebagai berikut.



Gambar 8.6 Contoh diagram fasor untuk fungsi $V = A \cos(\omega t)$

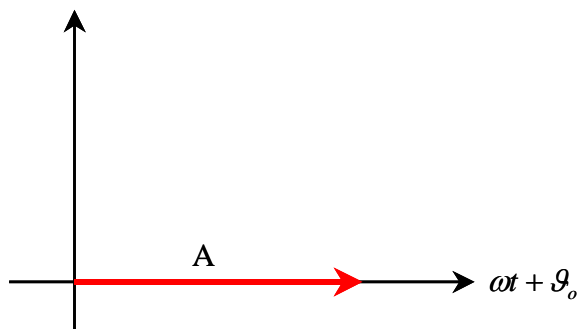
Cara lain menggambar diagram fasor adalah kita dapat memberikan sudut berapa saja pada arah yang sejajar sumbu datar. Dengan pemberian sudut ini maka sudut antara vektor dengan sumbu datar sama dengan selisih sudut fase mula-mula dengan sudut yang diberikan dalam arah datar tersebut. Sebagai contoh, untuk fungsi $V = A \cos(\omega t + \vartheta_o)$ kita dapat memberikan sudut ϑ_o untuk arah datar. Akibatnya, sudut yang dibentuk vektor terhadap arah

datar menjadi ωt saja. Diagram fasornya adalah



Gambar 8.7 Diagram fasor untuk fungsi $V = A \cos(\omega t + \phi_0)$ dengan mengambil sumbu datar memiliki sudut fasa ϕ_0

Lebih ekstrim lagi, kita dapat juga memberikan sudut $\omega t + \phi_0$ untuk arah datar. Pemilihan ini menyebabkan bentuk diagram fasor sebagai berikut



Gambar 8.8 Diagram fasor untuk fungsi $V = A \cos(\omega t + \phi_0)$ dengan mengambil sumbu datar memiliki sudut fasa $\omega t + \phi_0$

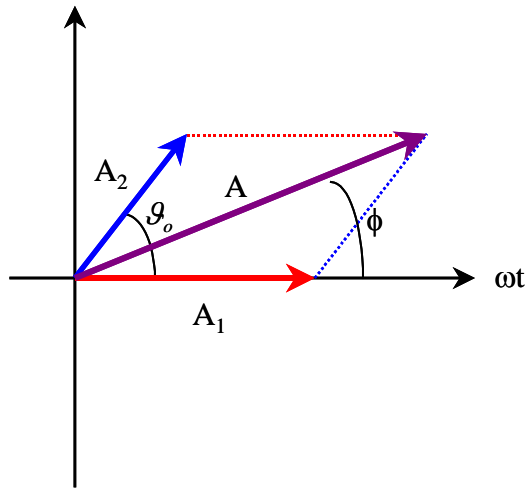
8.10 Operasi trigonometri dengan diagram fasor

Contonya, kita akan menjumlahkan dua buah fungsi trigonometri

$$V_1 = A_1 \cos(\omega t)$$

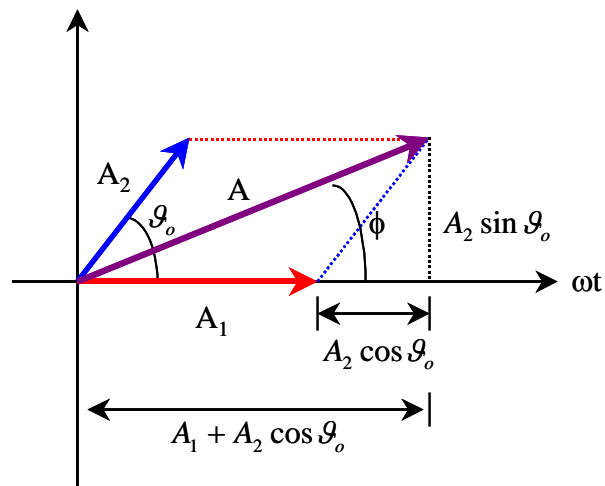
$$V_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_0)$$

Kita akan mencari fungsi $V = V_1 + V_2$. Langkah pertama adalah menggambarkan V_1 dan V_2 dalam diagram fasor. Karena ke dua fungsi di atas memiliki ωt yang sama maka akan mudah apabila sumbu datar dipilih memiliki fase ωt . Dengan pemilihan tersebut V_1 searah sumbu datar dan V_2 membentuk sudut ϕ_0 terhadap sumbu datar.



Gambar 8.9 Diagram fasor fungsi V_1 dan V_2 serta fungsi hasil penjumlahan

Selanjutnya kita cari panjang vektor V dan sudut antara vektor V dengan sumbu datar, yaitu ϕ . Untuk menentukan ϕ , lihat gambar (8.10) berikut ini



Gambar 8.10 Menentukan sudut fasa fungsi hasil penjumlahan V_1 dan V_2

Vektor A memiliki komponen arah horizontal dan arah vertical serta panjang sebagai berikut

$$A_h = A_1 + A_2 \cos \theta_o \quad (8.23)$$

$$A_v = A_2 \sin \theta_o \quad (8.24)$$

$$A = \sqrt{A_h^2 + A_v^2} \quad (8.25)$$

Sudut antara vektor A dengan sumbu datar

$$\tan \phi = \frac{A_v}{A_h} = \frac{A_2 \sin \mathcal{G}_o}{A_1 + A_2 \cos \mathcal{G}_o} \quad (8.26)$$

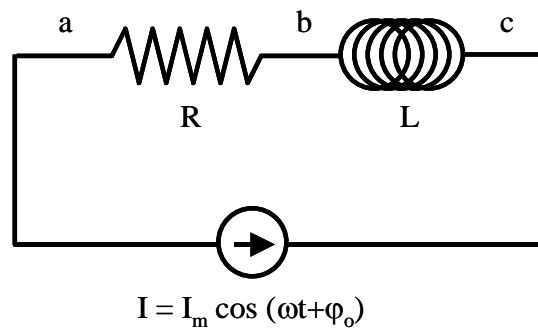
Fungsi hasil penjumlahan adalah

$$V = A \cos(\omega t + \phi) \quad (8.27)$$

8.11 Rangkaian arus bolak-balik

a) Rangkaian RL Seri

Rangkaian ini hanya mengandung resistor dan inductor yang disusun secara seri



Gambar 8.11 Contoh rangkain RL seri

Diberikan $I = I_m \cos(\omega t + \mathcal{G}_o)$. Tegangan antara dua ujung hambatan memiliki fasa yang sama dengan arus,

$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \mathcal{G}_o)$$

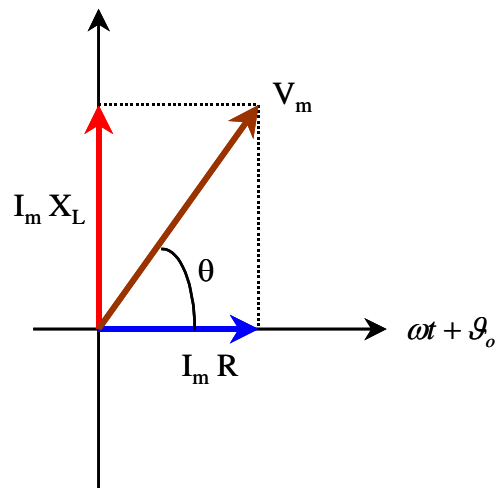
Tegangan antara dua ujung inductor memiliki fasa yang mendahului arus sebesar $\pi/2$,

$$V_{bc} = I_m X_L \cos(\omega t + \mathcal{G}_o + \pi/2)$$

Tegangan antara ujung kiri resistor dengan ujung kanan inductor menjadi

$$\begin{aligned} V_{ac} &= V_{ab} + V_{bc} \\ &= I_m R \cos(\omega t + \mathcal{G}_o) + I_m X_L \cos(\omega t + \mathcal{G}_o + \pi/2) \end{aligned} \quad (8.28)$$

Kita menemui penjumlahan trigonometri yang tidak sefasa. Maka kita dapat menggunakan diagram fasor untuk menyelesaikannya. Gbr 8.12 adalah diagram fasor yang kita gunakan



Gambar 8.12 Diagram faror untuk penjumlahan persamaan (8.28)

Agar memudahkan penyelesaian kita pilih sumbu datar memiliki sudut fasa $(\omega t + \varphi_o)$. Dengan dalil Phitagoras maka

$$\begin{aligned} V_m &= \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L)^2} = \sqrt{I_m^2 (R^2 + X_L^2)} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} \end{aligned} \quad (8.29)$$

dan

$$\tan \theta = \frac{I_m X_L}{I_m R} = \frac{X_L}{R} \quad (8.30)$$

Bentuk umum tegangan antara titik a dan c;

$$V_{ac} = V_m \cos(\omega t + \varphi_o + \theta) \quad (8.31)$$

Persamaan (8.31) dapat juga ditulis sebagai

$$V_{ac} = I_m Z \cos(\omega t + \varphi_o + \theta) \quad (8.32)$$

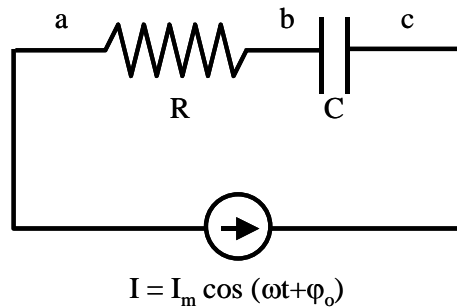
dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (8.33)$$

disebut impedansi rangkaian seri RL.

b) Rangkaian RC seri

Rangkaian ini hanya mengandung resistor dan kapasitor yang disusun secara seri



Gambar 8.13 Contoh rangkaian seri RC

Kita ingin mencari tegangan antara titik a dan b, antara titik b dan c dan antara titik a dan c. Diberikan $I = I_m \cos(\omega t + \varphi_o)$. Tegangan antara dua ujung hambatan (memiliki fasa yang sama dengan arus)

$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \varphi_o)$$

Tegangan antara dua ujung kapasitor memiliki (fasa yang mengikuti arus dengan keterlambatan sebesar $\pi/2$)

$$V_{bc} = I_m X_C \cos(\omega t + \varphi_o - \pi/2)$$

Tegangan antara ujung kiri resistor dengan ujung kanan kapasitor menjadi

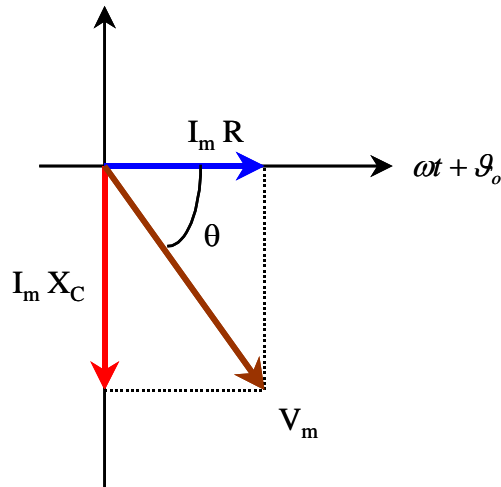
$$\begin{aligned} V_{ac} &= V_{ab} + V_{bc} \\ &= I_m R \cos(\omega t + \varphi_o) + I_m X_C \cos(\omega t + \varphi_o - \pi/2) \end{aligned} \quad (8.34)$$

Kita menggunakan diagram fasor untuk menyelesaikan (8.34). Gbr 8.14 adalah diagram fasor yang kita gunakan. Sumbu datar dipilih memiliki sudut fasa $(\omega t + \varphi_o)$ agar memudahkan penyelesaian. Dengan rumus Phitagoras maka

$$\begin{aligned} V_m &= \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_C)^2} = \sqrt{I_m^2 (R^2 + X_C^2)} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + X_C^2} \end{aligned} \quad (8.35)$$

dan

$$\tan \theta = \frac{I_m X_C}{I_m R} = \frac{X_C}{R} \quad (8.36)$$



Gambar 8.14 Diagram fasor untuk penjumlahan persamaan (8.48)

Perhatikan, sudut θ ada di bawah sumbu datar. Fase yang dimiliki tegangan total sama dengan fase sumbu datar dikurangi sudut θ . Dengan demikian kita dapatkan bentuk umum tegangan antara titik a dan c sebagai berikut

$$V_{ac} = V_m \cos(\omega t + \phi_o - \theta) \quad (8.37)$$

Persamaan (8.37) dapat juga ditulis sebagai

$$V_{ac} = I_m Z \cos(\omega t + \phi_o - \theta) \quad (8.38)$$

dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad (8.39)$$

disebut impedansi rangkaian seri RC.

c) Rangkaian LC seri

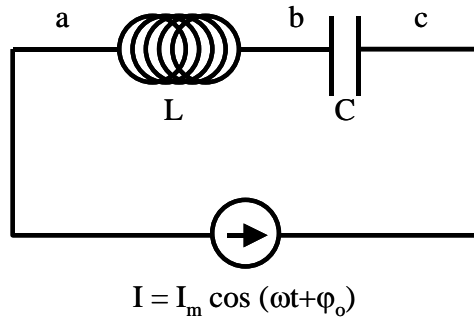
Rangkaian ini hanya mengandung induktor dan kapasitor yang disusun secara seri seperti pada Gbr. 8.15. Misalkan $I = I_m \cos(\omega t + \phi_o)$. Tegangan antara dua ujung induktor mendahului arus dengan fasa sebesar $\pi/2$

$$V_{ab} = I_m X_L \cos(\omega t + \phi_o + \pi/2)$$

Tegangan antara dua ujung kapasitor memiliki fasa yang mengikuti arus dengan keterlambatan

sebesar $\pi/2$

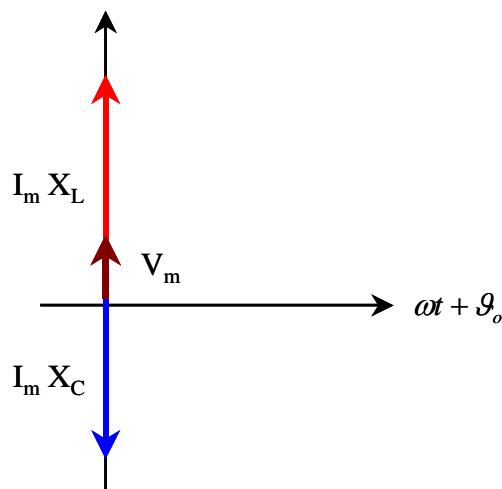
$$V_{bc} = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$



Gambar 8.15 Contoh rangkaian seri LC

Tegangan antara ujung kiri induktor dengan ujung kanan kapasitor menjadi

$$\begin{aligned} V_{ac} &= V_{ab} + V_{bc} \\ &= I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) + I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2) \end{aligned}$$



Gambar 8.16 Diagram fasor untuk rangkaian seri LC

Diagram fasor untuk menyelesaikan penjumlahan di atas tampak pada Gbr. 8.16. Ada dua kasus yang akan kita dapatkan, yaitu:

i) Jika $X_L > X_C$ fase tagangan total sama dengan fase tagangan pada inductor sehingga

$$V_{ac} = I_m |X_L - X_C| \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

ii) Jika $X_L < X_C$ fase tagangan total sama dengan fase tagangan pada kapasitor sehingga

$$V_{ac} = I_m |X_L - X_C| \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

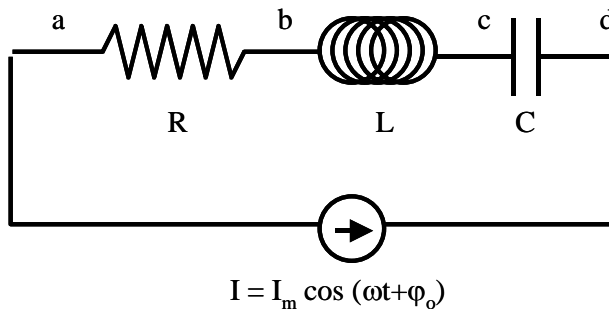
Kasus menarik terjadi jika $X_L = X_C$ sehingga $V_{ab} = 0$. Kondisi ini terpenuhi jika $\omega L = 1/\omega C$ atau

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (8.40)$$

Kondisi ini disebut kondisi resonansi dan frekuensi $\omega = 1/\sqrt{LC}$ disebut **frekuensi resonansi**.

c) Rangkaian RLC seri

Sekarang kita meningkat lebih lanjut ke rangkaian RLC yang disusun secara seri



Gambar 8.17 Contoh rangkaian seri RLC

Pada rangkaian tersebut mengalir arus $I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)$. Kita akan menghitung V_{ab} , V_{bc} , V_{cd} , V_{ac} , V_{bd} , dan V_{ad}

$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o)$$

$$V_{bc} = I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

$$V_{cd} = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

Antara titik a dan c terdapat resistor dan induktor yang disusun secara seri sehingga

$$V_{ac} = I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta_1)$$

dengan $\tan \theta_1 = X_L / R$

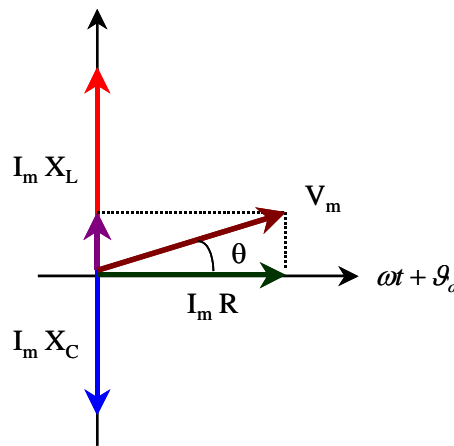
Antara titik b dan d terdapat induktor dan kapasitor yang disusun secara seri sehingga

$$V_{bd} = I_m (X_L - X_C) \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi / 2)$$

Antara titik a dan d terdapat tiga komponen yang disusun secara seri sehingga tegangan total memenuhi

$$\begin{aligned} V_{ad} &= V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} \\ &= I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o) + I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi / 2) + I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi / 2) \end{aligned} \quad (8.41)$$

Penjumlahan tiga suku trigonometri di atas dapat diungkapkan dalam diagram fasor seperti pada Gbr 8.18



Gambar 8.18 Diagram fasor untuk penjumlahan pada persamaan (8.41)

$$\begin{aligned} V_m &= \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L - I_m X_C)^2} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ &= I_m Z \end{aligned} \quad (8.42)$$

dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (8.43)$$

adalah impedansi rangkaian seri RLC. Dari gambar juga terlihat bahwa

$$\tan \theta = \frac{I_m X_L - I_m X_C}{I_m R} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (8.44)$$

Bentuk umum tegangan antara titik a dan d sebagai fungsi waktu adalah

$$V_{ad} = I_m Z \cos(\omega t + \phi_o + \theta) \quad (8.45)$$

8.13 Faktor daya

Selanjutnya kita akan menghitung disipasi daya pada rangkaian RLC yang disusun secara seri. Misalkan rangkaian tersebut dialiri arus $I = I_m \cos(\omega t)$. Tegangan antara ujung kiri komponen paling kiri dengan ujung kanan komponen paling kanan adalah $V = I_m Z \cos(\omega t + \theta)$ dengan $\tan \theta = (X_L - X_C)/R$. Disipasi daya rata-rata dalam rangkaian

$$\langle P \rangle = \frac{I_m^2 Z}{2} \cos \theta \quad (8.46)$$

Mengingat $I_m Z = V_m$ kita juga dapat menulis

$$\begin{aligned} \langle P \rangle &= \frac{I_m V_m}{2} \cos \theta = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ &= I_{rms} V_{rms} \cos \theta \end{aligned} \quad (8.47)$$

Bab 9

Besaran Gelombang

9.1 Definisi gelombang

Apabila kita amati gelombang seperti penyebaran pola riak air ketika di permukaannya dijatuhkan batu, maka akan ada dua fenomena yang diamati

- i) Ada osilasi atau getaran, seperti titik di permukaan air yang bergerak naik dan turun
- ii) Adanya perambatan pola

Jadi gelombang adalah *osilasi yang merambat pada suatu medium tanpa diikuti perambatan bagian-bagian medium itu sendiri*. Gelombang dengan arah osilasi tegak lurus arah rambat dinamakan *gelombang transversal*. Gelombang dengan arah osilasi sama dengan arah rambat gelombang dinamakan *gelombang longitudinal*.

9.2 Besaran-besaran gelombang

a) Simpangan

Simpangan adalah jarak perpindahan titik pada medium diukur dari posisi keseimbangan. Selama gelombang merambat, simpangan suatu titik pada medium selalu berubah-ubah, mulai dari nilai minimum hingga nilai maksimum.

b) Amplitudo

Amplitudo adalah simpangan maksimum titik dalam medium yang dilewati gelombang.

c) Periode

Periode adalah waktu yang diperlukan oleh satu titik pada medium kembali ke keadaan osilasi semula.

d) Frekuensi

Frekuensi adalah jumlah osilasi yang dilakukan titik-titik pada medium selama satu detik.

e) Panjang gelombang

Panjang gelombang jarak antara dua titik yang lokasinya paling dekat yang memiliki keadaan gerak yang sama.

f) Kecepatan osilasi

Kecepatan osilasi mengukur berapa cepat perubahan simpangan titik-titik pada medium. Untuk gelombang transversal, kecepatan osilasi mengukur berapa cepat gerakan naik dan turun simpangan (dalam arah tegak lurus arah gerak gelombang). Untuk gelombang longitudinal,

kecepatan osilasi mengukur berapa cepat getaran maju mundur titik-titik dalam medium.

g) Kecepatan rambat gelombang

Kecepatan rambat gelombang mengukur berapa cepat pola osilasi berpindah dari satu tempat ke tempat lain.

9.3 Persamaan gelombang

Untuk gelombang yang memiliki pola sinusoidal, artinya, pola gelombang merupakan fungsi sinus atau cosinus, bentuk umum simpangan gelombang memenuhi

$$y(x,t) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_o\right) \quad (9.1)$$

dengan $y(x,t)$ adalah simpangan titik pada medium yang berada pada posisi x dan pada waktu t , A amplitudo simpangan, T periode gelombang, λ panjang gelombang, dan φ_o fase awal gelombang. Semua bagian yang berada dalam tanda kurung cosinus dinamakan **fase gelombang**.

Dengan mendefinisikan

$$\text{Frekuensi sudut:} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (9.2)$$

$$\text{Bilangan gelombang} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (9.3)$$

Kita dapat juga menulis

$$y(x,t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_o) \quad (9.4)$$

Kecepatan rambat gelombang adalah

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad (9.5)$$

atau

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (9.6)$$

Kecepatan osilasi gelombang adalah

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial y}{\partial t} \\ &= -\omega A \sin(\omega t - kx + \varphi_o) \end{aligned} \quad (9.7)$$

Kalian dapat membuktikan dengan mudah bahwa fungsi gelombang (9.4) memenuhi persamaan diferensial berikut ini

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (9.8)$$

Persamaan (9.8) merupakan bentuk umum persamaan gelombang satu dimensi. Setiap gelombang satu dimensi memenuhi fungsi di atas.

9.4 Hubungan antara kecepatan gelombang dan sifat medium

a) Gelombang tali

Kecepatan rambat gelombang pada tali bergantung pada tegangan tali dan massa jenis tali

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad (9.9)$$

dengan F_T adalah gaya tegangan tali dan μ adalah massa tali per satuan panjang.

b) Gelombang longitudinal dalam zat padat

Laju perambatan gelombang longitudinal dalam zat padat memenuhi hubungan

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (9.10)$$

dengan Y adalah modulus elastisitas zat padat, dan ρ adalah massa jenis zat padat.

c) Gelombang longitudinal dalam fluida

Untuk gelombang longitudinal yang merambat dalam fluida (zat cair atau gas), laju perambatan gelombang memenuhi

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (9.11)$$

dengan B adalah modulus volum (bulk) fluida dan ρ adalah massa jenis fluida.

9.5 Energi yang dibawa gelombang

Gelombang memindahkan pola simpangan dari sumber ke lokasi lain di medium.

Bagian medium yang semula diam, akhirnya bergetar dengan adanya gelombang yang menjalar. Karena getaran memiliki energi, maka bagian medium yang semula tidak memiliki energi (diam) menjadi memiliki energi (bergetar) dengan adanya gelombang yang menjalar. Ini hanya mungkin terjadi jika gelombang berperan memindahkan energi dari sumber ke tempat yang dilaluinya.

Daya yang dibawa gelombang adalah

$$P = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 S A^2 \quad (9.12)$$

dengan S luas penampang medium yang dilwati gelombang. Intensitas gelombang adalah daya per satuan luas, yaitu

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{S} \\ &= \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2 \end{aligned} \quad (9.13)$$

9.6 Kebergantungan intensitas pada jarak

Pada proses perambatan gelombang, energi yang dipindahkan berasal dari sumber. Karena energi kekal, maka ketika melewati suatu permukaan yang berbeda-beda maka daya total yang dibawa gelombang selalu tetap. Karena daya selalu tetap sedangkan luas permukaan bisa berubah-ubah maka intensitas bisa berubah-ubah selama gelombang menjalar. Dari persamaan (9.12) tampak bahwa

$$A^2 = \frac{2P}{\rho v \omega^2} \frac{1}{S}$$

Mengingat P , ρ , v , dan ω semuanya konstan maka $A^2 \propto 1/S$. Berdasarkan persamaan (9.13) kita juga peroleh hubungan $I \propto A^2$ yang berakibat

$$I \propto \frac{1}{S} \quad (9.14)$$

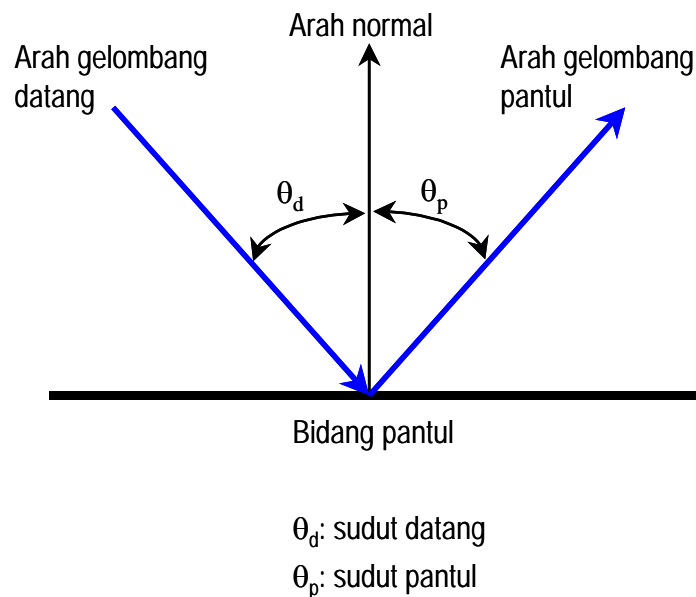
9.7 Muka gelombang

Muka gelombang dibentuk oleh *kumpulan titik-titik pada medium yang memiliki fase simpangan yang sama*. Ingat, fase simpangan memenuhi $\varphi = \omega t - kx + \varphi_0$. Jadi muka gelombang adalah kumpulan titik-titik yang memiliki φ yang sama. Satu sifat yang menarik adalah, *arah perambatan gelombang selalu tegak lurus muka gelombang*.

Salah satu prinsip yang penting pada pembahasan tentang gelombang adalah **prinsip Huygens**. *Setiap titik pada muka gelombang berperan sebagai sumber gelombang titik yang baru.*

9.8 Pemantulan gelombang

Pemantulan adalah pembelokan arah rambat gelombang karena mengenai bidang batas medium yang berbeda. Gelombang pantul adalah gelombang yang berada pada medium yang sama dengan gelombang datang.



Gambar 9.1 Arah gelombang datar dan gelombang pantul

Berdasarkan Gbr. 9.1:

- (a) Arah normal, yaitu adalah arah yang tegak lurus bidang pantul.
- (b) Sudut datang (θ_d) adalah sudut yang dibentuk oleh arah sinar datang dan arah normal
- (c) Sudut pantul (θ_p) adalah sudut yang dibentuk oleh arah sinar pantul dan arah normal

Hukum pemantulan menyatakan bahwa sudut datang persis sama dengan sudut pantul, atau

$$\theta_d = \theta_p \quad (9.15)$$

9.9 Pembiasan gelombang

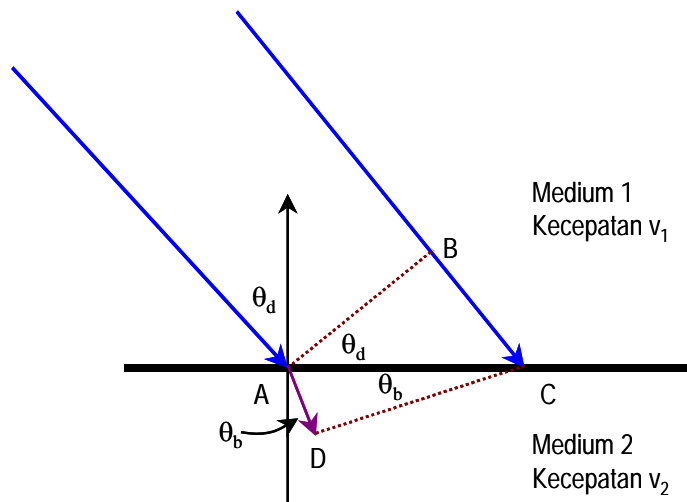
Pembiasan terjadi karena gelombang memasuki medium yang berbeda dan kecepatan gelombang pada medium awal dan medium yang dimasuki berbeda. Jika arah datang gelombang

tidak sejajar dengan garis normal maka pembiasan menyebabkan pembelokan arah rambat gelombang.

Misalkan kecepatan gelombang pada medium pertama adalah v_1 dan kecepatan gelombang pada medium kedua adalah v_2 . Misalkan gelombang datang dari medium pertama ke medium kedua, maka hubungan antara sudut datang dan sudut bias memenuhi

$$\frac{\sin \theta_d}{v_1} = \frac{\sin \theta_b}{v_2} \quad (9.16)$$

dengan θ_d : sudut datang dan θ_b : sudut bias



Gambar 9.2 Pembiasan gelombang

Khusus untuk **gelombang cahaya**, kecepatan rambat gelombang dalam medium dengan indeks bias n adalah $v = c/n$. Dengan demikian, hukum pembiasan untuk gelombang cahaya dapat ditulis

$$\frac{\sin \theta_d}{c/n_1} = \frac{\sin \theta_b}{c/n_2}$$

atau

$$n_1 \sin \theta_d = n_2 \sin \theta_b \quad (9.17)$$

yang merupakan ungkapan **hukum Snell**.

9.10 Superposisi

Apa yang terjadi jika ada dua gelombang yang merambat bersamaan dalam medium tersebut? Simpangan total titik-titik dalam medium ketika dua gelombang merambat bersamaan

merupakan jumlah dari simpangan yang dihasilkan oleh masing-masing gelombang. Fenomena ini dikenal dengan **superposisi gelombang**.

Secara formal, superposisi gelombang dapat dirumuskan secara matematika berikut ini. Jika ada dua gelombang dengan simpangan $y_1(x,t)$ dan $y_2(x,t)$ merambat bersamaan dalam medium yang sama maka simpangan total titik-titik dalam medium memenuhi

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \quad (9.18)$$

Jika ada N gelombang yang merambat bersamaan dalam medium yang sama maka simpangan total titik dalam medium memenuhi

$$\begin{aligned} y(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) + \dots + y_N(x,t) \\ &= \sum_{i=1}^N y_i(x,t) \end{aligned} \quad (9.19)$$

Superposisi gelombang sinusoidal

Kita batasi pada superposisi dua gelombang. Simpangan masing-masing gelombang adalah

$$y_1(x,t) = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{o1}) \quad (9.20)$$

$$y_2(x,t) = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{o2}) \quad (9.21)$$

Superposisi dua gelombang tersebut adalah

$$\begin{aligned} y(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) \\ &= A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{o1}) + A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{o2}) \end{aligned} \quad (9.22)$$

Untuk kasus sederhana di mana $A_1 = A_2 = A$, $k_1 = k_2 = k$, dan $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ kita dapat

$$\begin{aligned} y(x,t) &= A \{ \cos(\omega t - kx + \varphi_{o1}) + \cos(\omega t - kx + \varphi_{o2}) \} \\ &= 2A \cos\left(\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) \cos\left(\omega t - kx + \left[\frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2}\right]\right) \\ &= A' \cos\left(\omega t - kx + \left[\frac{\varphi_{o1} + \varphi_{o2}}{2}\right]\right) \end{aligned} \quad (9.23)$$

dengan amplitudo gelombang hasil superposisi

$$A' = 2A \cos\left(\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2}\right) \quad (9.24)$$

Beberapa kasus khusus:

i) Jika $\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} = 0$ atau $\varphi_{o1} = \varphi_{o2}$ maka $A' = 2A \cos(0) = 2A$. Amplitudo gelombang superposisi menjadi dua kali amplitudo gelombang semula. Jika kondisi ini dicapai maka dua gelombang dikatakan **sefasa** dan superposisi yang terjadi disebut **superposisi konstruktif**.

ii) Jika $\frac{\varphi_{o1} - \varphi_{o2}}{2} = \frac{\pi}{2}$ atau $\varphi_{o1} = \varphi_{o2} + \pi$ maka $A' = 2A \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Amplitudo gelombang superposisi nol. Pada kondisi ini kedua gelombang dikatakan **berlawanan fasa** dan superposisi yang terjadi disebut **superposisi destruktif**.

9.11 Pelayangan

Kasus menarik terjadi jika dua gelombang memiliki perbedaan frekuensi yang sangat kecil. Misalkan

$$f_1 = f_2 + \Delta f \quad (9.25)$$

Misalkan kita lakukan pengamatan pada $x = 0$. Gelombang superposisi menjadi

$$\begin{aligned} y(0, t) &= A \cos(\omega_1 t - k_1 \times 0 + \varphi_{o1}) + A \cos(\omega_2 t - k_2 \times 0 + \varphi_{o2}) \\ &= A \{ \cos(2\pi f_1 t + \varphi_{o1}) + \cos(2\pi f_2 t + \varphi_{o2}) \} \\ &= 2A \cos(2\pi \Delta f t / 2 + \Delta \varphi_o / 2) \cos[2\pi((f_1 + f_2)/2)t + ((\varphi_{o1} + \varphi_{o2})/2)] \\ &= A' \cos[2\pi((f_1 + f_2)/2)t + ((\varphi_{o1} + \varphi_{o2})/2)] \end{aligned} \quad (9.26)$$

dengan

$$A' = 2A \cos(2\pi \Delta f t / 2 + \Delta \varphi_o / 2) \quad (9.27)$$

$$\Delta \varphi_o = \varphi_{o1} - \varphi_{o2} \quad (9.28)$$

Gelombang hasil superposisi memiliki amplitudo yang bergantung pada waktu. Amplitudo bervariasi dari nol sampai 2A. Amplitudo maksimum terjadi ketika $\cos(2\pi \Delta f t / 2 + \Delta \varphi_o / 2) = \pm 1$ atau $2\pi \Delta f t / 2 + \Delta \varphi_o / 2 = 0, -\pi, \text{ atau } +\pi$. Misalkan amplitudo maksimum terjadi saat t_1 yang memenuhi $2\pi \Delta f t_1 / 2 + \Delta \varphi_o / 2 = 0$. Amplitudo maksimum berikutnya terjadi saat $t_1 + \tau$ yang memenuhi $2\pi \Delta f (t_1 + \tau) / 2 + \Delta \varphi_o / 2 = \pi$. Dengan demikian $[2\pi \Delta f (t_1 + \tau) / 2 + \Delta \varphi_o / 2] - [2\pi \Delta f t_1 / 2 + \Delta \varphi_o / 2] = \pi$ atau $\pi \Delta f \tau = \pi$, atau

$$\tau = \frac{1}{\Delta f} \quad (9.29)$$

Jadi, amplitudo maksimum terjadi berulang-ulang dengan periode $\tau = 1/\Delta f$.

Untuk gelombang bunyi, saat amplitudo maksimum kita akan mendengar bunyi yang keras, dan saat amplitudo nol kita tidak mendengar bunyi. Karena amplitudo maksimum muncul secara periodik maka kita mendengar bunyi keras yang muncul secara periodik dengan periode $\tau = 1/\Delta f$. Peristiwa ini disebut **pelayangan**, dan τ disebut **periode pelayangan**.

9.12 Gelombang berdiri

Kasus menarik lain terjadi jika gelombang yang bersuperposisi merambat dalam arah berlawanan. Misalkan gelombang pertama merambat ke arah kanan,

$$y_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_{o1})$$

dan gelombang kedua merambat ke arah kiri,

$$y_2(x, t) = A \cos(\omega t + kx + \varphi_{o2})$$

Superposisi kedua gelombang tersebut menjadi

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \{ \cos(\omega t - kx + \varphi_{o1}) + \cos(\omega t + kx + \varphi_{o2}) \} \\ &= 2A \cos(-kx - (\varphi_{o2} - \varphi_{o1})/2) \cos(\omega t + (\varphi_{o1} + \varphi_{o2})/2) \end{aligned} \quad (9.30)$$

Dengan menggunakan sifat $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ maka

$$y(x, t) = 2A \cos(kx + (\varphi_{o2} - \varphi_{o1})/2) \cos(\omega t + (\varphi_{o1} + \varphi_{o2})/2) \quad (9.31)$$

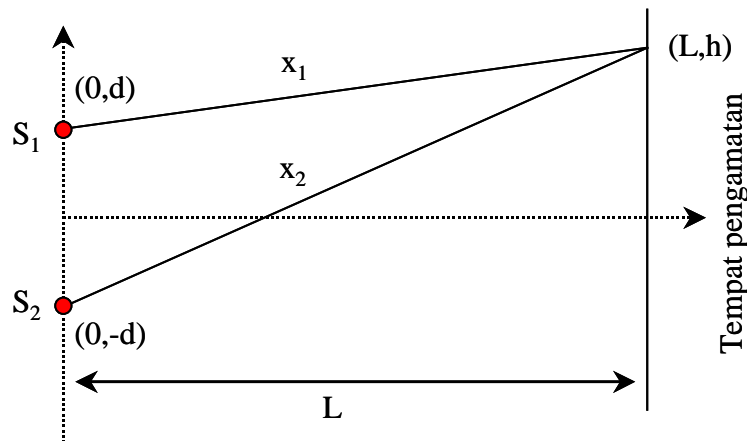
Yang kita dapatkan pada persamaan (9.31) bukan lagi gelombang merambat, tetapi hanya menyimpangan titik-titik pada medium. Tiap titik berosilasi harmonik dengan amplitudo yang bergantung pada posisi. Gelombang semacam ini disebut **gelombang berdiri**.

Bab 10

Gejala Gelombang dan Gelombang Bunyi

10.1 Interferensi

Interferensi adalah penguatan atau pelemahan simpangan gelombang karena muncul gelombang yang lain pada tempat yang sama. Simpangan gelombang yang dihasilkan merupakan superposisi gelombang asal dan gelombang lain. Simpangan total yang dihasilkan bergantung pada fase masing-masing gelombang. Jika di satu titik gelombang-gelombang tersebut memiliki fase yang sama maka terjadi penguatan simpangan di titik tersebut. Sebaliknya jika dua gelombang memiliki fase berlawanan pada suatu titik maka simpangan gelombang tersebut saling melemahkan.



Gambar 10.1 Interferensi gelombang yang dihasilkan oleh dua sumber.

Kita amati interferensi pada koordinat (L, h) di layar.

Jarak titik pengamatan ke sumber S_1 adalah $x_1 = \sqrt{L^2 + (h - d)^2}$ dan jarak titik pengamatan ke sumber S_2 adalah $x_2 = \sqrt{L^2 + (h + d)^2}$. Simpangan gelombang dari sumber S_1 , simpangan gelombang dari sumber S_2 serta simpangan total di titik pengamatan adalah

$$y_1(x_1, t) = A \cos(\omega t - kx_1) \quad (10.1)$$

$$y_2(x_2, t) = A \cos(\omega t - kx_2) \quad (10.2)$$

$$\begin{aligned} y &= y_1(x_1, t) + y_2(x_2, t) \\ &= A \cos(\omega t - kx_1) + A \cos(\omega t - kx_2) \\ &= 2A \cos(\omega t - k(x_1 + x_2)/2) \cos(-k(x_1 - x_2)/2) \end{aligned}$$

$$= A' \cos(\omega t - k(x_1 + x_2)/2) \quad (10.3)$$

dengan

$$A' = 2A \cos(-k(x_1 - x_2)/2) = 2A \cos(k(x_1 - x_2)/2) \quad (10.4)$$

merupakan amplitudo gelombang hasil interferensi. Amplitudo pada titik pengamatan memiliki nilai paling besar jika $\cos(k(x_1 - x_2)/2) = \pm 1$, yang dipenuhi oleh

$$\frac{k(x_1 - x_2)}{2} = 0, \pi, 2\pi, \dots$$

atau

$$x_1 - x_2 = 0, \lambda, 2\lambda, \dots \quad (10.5)$$

Sebaliknya, amplitudo minimum terjadi jika $\cos(k(x_1 - x_2)/2) = 0$ yang dipenuhi oleh

$$\frac{k(x_1 - x_2)}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

atau

$$x_1 - x_2 = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots \quad (10.6)$$

Tampak bahwa amplitudo terbesar terjadi jika selisih jarak antara dua sumber ke titik pengamatan merupakan kelipatan bulat dari panjang gelombang. Pada kondisi ini interferensi dikatakan **konstruktif**. Amplitudo minimum terjadi jika selisih jarak dua sumber ke titik pengamatan merupakan kelipatan ganjil dari setengah panjang gelombang. Pada kondisi ini interferensi dikatakan **destruktif**.



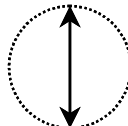
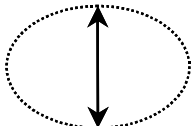
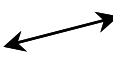

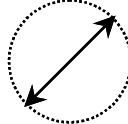
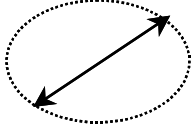


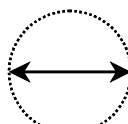



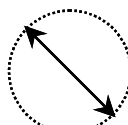
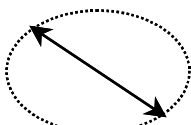
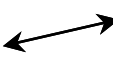

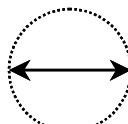

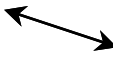

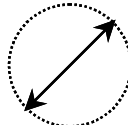
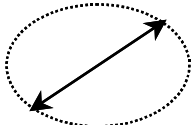


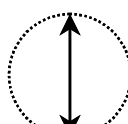
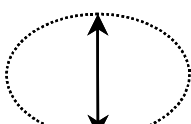
Intensitas gelombang yang dideteksi sebanding dengan kuadrat amplitudo, $I \propto |A|^2$

atau

$$I = I_o \cos^2\left(\frac{k(x_1 - x_2)}{2}\right) \quad (10.7)$$

10.2 Polarisasi

Ketika gelombang merambat maka titik-titik pada medium mengalami penyimpangan. Untuk gelombang transversal, arah penyimpangan titik-titik tersebut tegak lurus arah rambat gelombang. Jika selama gelombang merambat arah penyimpangan selalu sama, misalnya selalu berarah dari atas ke bawah, maka kita katakan gelombang tersebut mengalami **polarisasi linier**. Sebaliknya, jika selama gelombang merambat, arah penyimpangan titik-titik pada medium selalu berubah-ubah secara acak maka kita katakan gelombang tersebut **tidak terpolarisasi**.

Waktu	Tidak terpolarisasi	Polarisasi linier	Polarisasi lingkaran	Polarisasi ellips
$t = 0$				
$t = \Delta t$				
$t = 2\Delta t$				
$t = 3\Delta t$				
$t = 4\Delta t$				
$t = 5\Delta t$				
$t = 6\Delta t$				

Gambar 10.2 Amplitudo gelombang pada berbagai waktu dilihat dari depan (gelombang bergerak menuju mata kalian) untuk (a) gelombang tidak terpolarisasi, (b) gelombang terpolarisasi linier, (c) gelombang terpolarisasi lingkaran, dan (d) gelombang terpolarisasi ellips.

10.3 Dispersi

Jika cahaya putih jatuh pada bidang batas dua medium dengan sudut tertentu, maka gelombang yang masuk ke medium kedua mengalami pembiasan. Besarnya sudut bias bergantung pada kecepatan rambat gelombang dalam medium-medium tersebut berdasarkan persamaan $\sin \theta_d / v_1 = \sin \theta_b / v_2$. Karena gelombang dengan frekuensi berbeda memiliki

kecepatan rambat berbeda, maka gelombang dengan frekuensi berbeda memiliki sudut bias yang berbeda. Akibatnya, dalam medium kedua, berkas dengan frekuensi berbeda, bergerak dalam arah yang sedikit berbeda. Peristiwa ini kita amati sebagai penguraian cahaya putih atas spectrum-spektrum yang memiliki frekuensi yang berbeda-beda. Peristiwa ini dinamakan **dispersi**. Contoh peristiwa dispersi yang nyata adalah pembentukan pelangi.

10.4 Efek Doppler

Ketika pesawat tempur sedang latihan dan kebetulan kalian menontonya, kalian akan mengalami fenomena berikut ini.

- i) Suara pesawat menggemuruh kencang ketika pesawat bergerak dari jauh mendekati ke arah kalian. Bunyi gelegas luar biasa kalian dengar bukan?
- ii) Tetapi ketika pesawat telah melintas di atas kepala kalian dan terbang menjauh, suara pesawat terdengar pelan walaupun lokasinya belum terlalu jauh dari kalian.

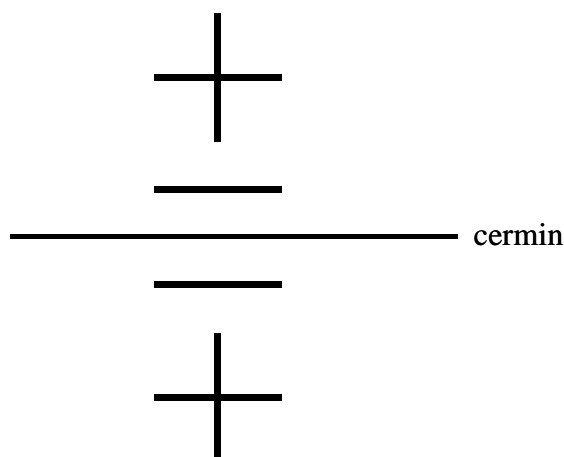
Fenomena ini disebut **efek Doppler**.

Akibat adanya gerak sumber dan gerak pengamat maka secara umum frekuensi yang dideteksi pengamatan memenuhi

$$f' = \frac{v \pm u}{v \mp w} f \quad (10.8)$$

dengan f frekuensi yang dikeluarkan sumber bunyi, f' frekuensi yang dideteksi pengamat, v kecepatan bunyi, u kecepatan pengamat, dan w kecepatan sumber bunyi.

Yang perlu kalian ingat, (i) suku di pembilang untuk pengamat, (ii) suku di penyebut untuk sumber gelombang, (iii) urutan tanda sebagai berikut



Gambar 10.3 Urutan tanda pada persamaan frekuensi gelombang adalah pencerminan (plus, minus, minus, plus)

Pada Gambar 10.3, tanda sebelah atas untuk saling mendekati dan tanda sebelah bawah untuk saling menjauhi.

Jika medium perambatan gelombang juga bergerak, misalnya adanya angin, dengan kecepatan o maka frekuensi yang dideteksi pengamatan memenuhi

$$f' = \frac{v \pm u \pm o}{v \mp w} f \quad (10.9)$$

10.5 Efek Doppler untuk gelombang elektromagnetik

Efek Doppler pada gelombang elektromagnetik semata-mata hanya dipengaruhi oleh gerak sumber dan sama sekali tidak dipengaruhi oleh gerak pengamat. Dengan demikian, frekuensi gelombang elektromagnetik yang dideteksi akan memenuhi

$$f' = \frac{c}{c \mp w} f \quad (10.10)$$

dengan c laju perambatan gelombang elektromagnetik, w laju sumber, dan f adalah frekuensi yang dipancarkan sumber. Tanda minus dipakai untuk sumber yang mendekati pengamat dan tanda plus dipakai untuk sumber yang menjauhi pengamat. Jika laju sumber sangat kecil dibandingkan dengan laju cahaya, maka kita dapat melakukan pendekatan sebagai berikut

$$\frac{c}{c \mp w} = \frac{1}{1 \mp \frac{w}{c}} = \left(1 \mp \frac{w}{c}\right)^{-1} \approx 1 \pm \frac{w}{c}$$

Dengan demikian, diperoleh

$$f' \approx \left(1 \pm \frac{w}{c}\right) f \quad (10.11)$$

Di mana tanda positif dipakai jika sumber mendekati pengamat (kebalikan dari persamaan (10.10)). Dari persamaan ini maka diperoleh pergeseran frekuensi gelombang adalah

$$\Delta f = f' - f \approx \pm \frac{w}{c} f \quad (10.12)$$

10.6 Intensitas bunyi

Kekuatan bunyi mengungkapkan energi yang dibawa gelombang bunyi. Untuk memudahkan dilakukan pengukuran kekuatan bunyi maka didefinisikan besaran yang namanya

intensitas bunyi. Definisi intensitas secara umum adalah

Intensitas = enenrgi yang dibawa gelombang per satuan waktu per satuan luas

Karena enenrgi per satuan waktu adalah daya maka kita juga dapat mendefinisikan

Intensitas = daya gelombang per satuan luas

atau

$$I = \frac{P}{A} \quad (10.13)$$

dengan I intensitas gelombang, P daya yang dibawa gelombang, A Luas permukaan yang dikenai energi gelombang.

10.7 Level intensitas

Telinga manusia umumnya dapat mendeteksi intensitas gelombang bunyi paling rendah 10^{-12} W/m^2 dan paling tinggi 1 W/m^2 . Intensitas 10^{-12} W/m^2 disebut juga **ambang pendengaran**. Untuk menghindari penggunaan variasi angka yang sanat besar, maka didefinisikan suatu besaran yang namanya level intensitas. **Level intensitas** β dirumuskan sebagai

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_o} \right) \quad (10.14)$$

dengan I_o ambang pendengaran (10^{-12} W/m^2), dan I intensitas bunyi dalam satuan. Satuan β adalah decibel yang disingkat dB.

Bab 11

Interferensi Gelombang Elektromagnetik

11.1 Indeks bias

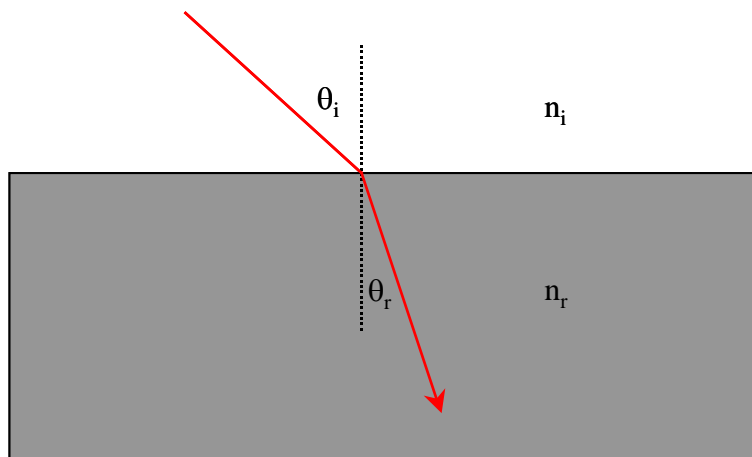
Laju perambatan gelombang elektromagnetik terbesar tercapai ketika merambat dalam ruang hampa. Jika gelombang EM masuk ke dalam material, maka laju dan panjang gelombangnya berkurang, tetapi frekuensinya tidak berubah. Umumnya, laju cahaya berbeda jika memasuki material yang berbeda. Kita definisikan **indeks bias** material, n , yang memenuhi hubungan

$$n = \frac{c}{c_m} \quad (11.1)$$

dengan c laju cahaya dalam ruang hampa, dan c_m laju cahaya dalam material.

11.2 Pembiasan Cahaya

Perbedaan laju cahaya dalam material yang berbeda menyebabkan pembelokan arah rambatan cahaya ketika berpindah dari satu materi ke material lain. Gejala ini disebut pembiasan cahaya.



Gambar 11.1 Pembiasan cahaya

Dari uraian di atas dapat diringkas di sini bahwa syarat terjadinya pembiasan adalah

- Laju cahaya pada kedua medium berbeda
- Arah datang cahaya tidak tegak lurus terhadap bidang pembatas kedua medium.

Hubungan antara sudut cahaya datang dan cahaya bias diungkapkan oleh hukum Snell

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \quad (11.2)$$

n_i = indeks bias medium tempat cahaya datang

n_r = indeks bias medium yang dituju cahaya

θ_i = sudut datang cahaya diukur dari arah tegak lurus bidang pembatas dua medium

θ_r = sudut bias cahaya diukur dari arah tegak lurus bidang pembatas dua medium

11.3 Sudut kritis untuk pembiasan

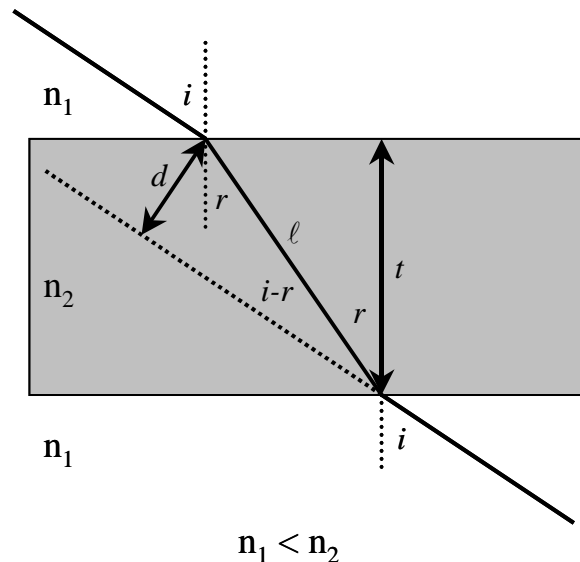
Bisakan terjadi pembiasan dengan sudut 90° ? Dapat. Jika $\theta_r = 90^\circ$ atau $\sin \theta_r = 1$ maka

$$\sin \theta_i = \frac{n_r}{n_i} \quad (11.3)$$

Jika cahaya datang dari material dengan indeks bias besar ke material dengan indeks bias kecil dengan sudut θ_i yang memenuhi $\sin \theta_i = n_r/n_i$ maka cahaya dibiaskan dengan sudut 90° . Sudut θ_i yang memenuhi kondisi ini disebut sudut kritis.

11.4 Cahaya melalui lapisan medium

Jika cahaya melewati material berbentuk lapisan dengan ketebalan tertentu maka terjadi pembiasan pada bidang batas pertama dan kedua medium tersebut. Cahaya yang keluar pada bidang batas kedua merambat dalam arah persis sama dengan cahaya datang pada bidang batas pertama. Tetapi, garis rambat cahaya telah mengalami pergeseran. Berapa besarnya pergeseran tersebut?



Gambar 11.2 Pergeseran arah rambat cahaya setelah melewati material dengan ketebalan tertentu.

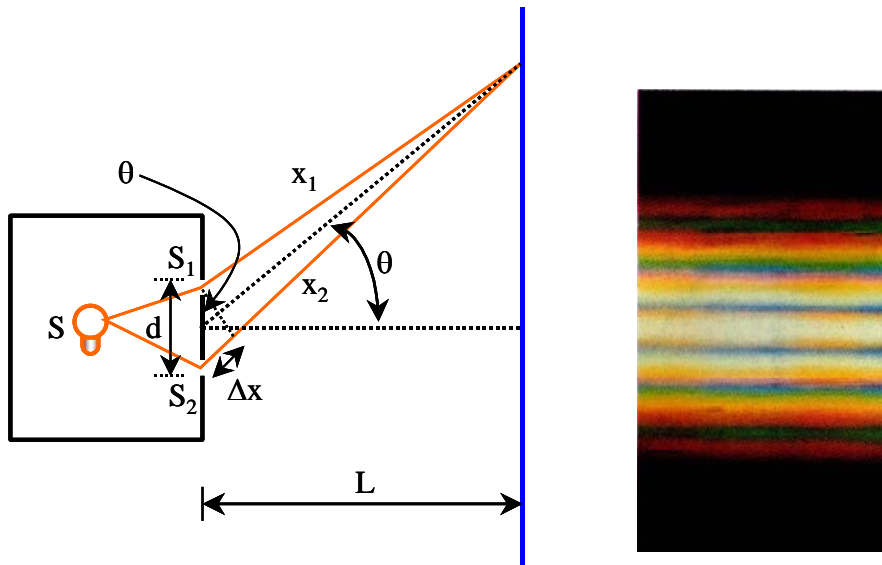
Pergeseran garis rambatan cahaya adalah

$$d = \frac{t}{\cos r} \sin (i - r) \quad (11.4)$$

11.5 Interferensi cahaya

a) Interferensi celah ganda

Interferensi konstruktif terjadi jika selisih jarak tempuh gelombang dari dua sumber merupakan kelipatan bulat dari panjang gelombang. Sedangkan interferensi destruktif terjadi jika selisih jarak tempuh gelombang dari dua sumber merupakan kelipatan ganjil dari setengah panjang gelombang.



Gambar 11.3 (a) Skema eksperimen iunterferensi celah ganda oleh Young dan (b) contoh pola gelap terang yang terbentuk pada layar

Syarat **interferensi konstruktif** adalah

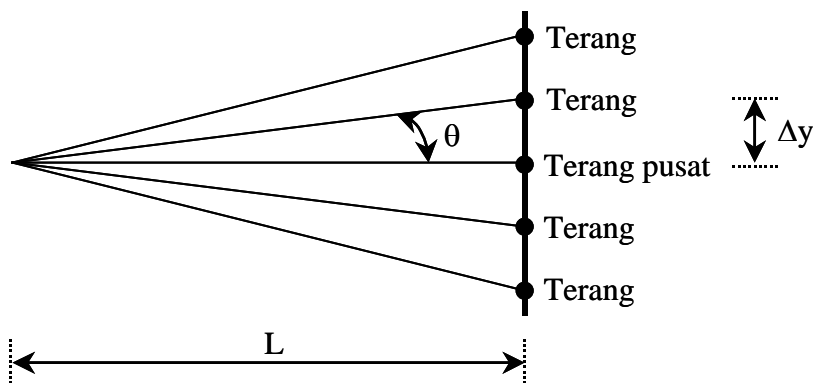
$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \quad (11.5)$$

dan syarat **interferensi destruktif** adalah

$$d \sin \theta = \frac{1}{2} \lambda, \frac{3}{2} \lambda, \frac{5}{2} \lambda, \dots \quad (11.6)$$

Jarak antara dua garis berdekatan

Garis terang pertama (yaitu garis terang pusat) berada pada sudut yang memenuhi $d \sin \theta = 0$ atau $\theta = 0$. Garis terang berikutnya berada pada sudut yang memenuhi $d \sin \theta = \lambda$ atau $\sin \theta = \lambda / d$.



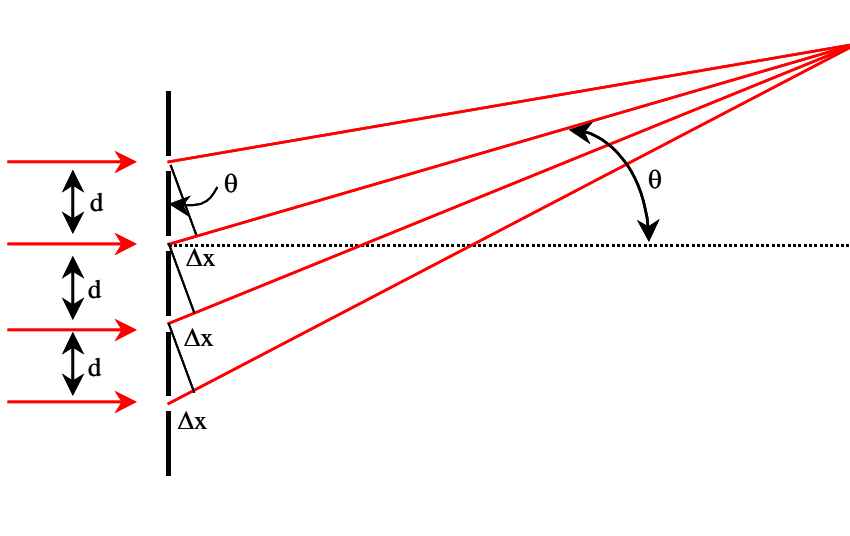
Gambar 11.4

Tampak dari Gbr 11.4 bahwa $\Delta y = L \tan \theta$. Pada percobaan interferensi dua celah, umumnya nilai θ sangat kecil sehingga $\tan \theta \cong \sin \theta$. Dengan demikian, kita dapat menulis

$$\Delta y \cong L \sin \theta = L \frac{\lambda}{d} \quad (11.7)$$

11.6 Interferensi oleh celah banyak (kisi)

Garis terang-gelap yang terbentuk makin sempit jika dua celah diganti dengan kisi yang mengandung sejumlah celah. Makin banyak jumlah celah maka makin sempit garis gelap terang yang terbentuk. Disamping garis-garis terang-gelap yang makin sempit, intensitas garis terang yang dihasilkan kisi lebih tajam. Jika jumlah celah N maka lebar garis terang $\propto 1/N$, sedangkan intensitas $\propto N^2$.



Gambar 11.5 Skema inteferensi dari kisi

Kebergantungan intensitas terhadap sudut diberikan oleh rumus

$$I \propto \left[\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right]^2 \quad (11.8)$$

dengan

$$\delta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad (11.9)$$

Interferensi konstruktif terjadi $\delta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, m\pi$. Intensitas nol (interferensi destruktif) terjadi jika terpenuhi $\sin N\delta = 0$ tetapi $\sin \delta \neq 0$.

Secara umum intensitas maksimum interferensi kisi N celah terjadi ketika $\delta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ atau $\sin \theta = 0, \lambda/d, 2\lambda/d, \dots$. Di antara dua maksimum utama terdapat $N-1$ buah minimum yang terjadi pada $\delta = \frac{\pi}{N}, \frac{2\pi}{N}, \frac{3\pi}{N}, \dots$, atau $\sin \theta = \frac{\lambda}{2d}, \frac{3\lambda}{2d}, \frac{5\lambda}{2d}, \dots$. Di antara dua minimum, terdapat sejumlah maksimum sekunder yang sangat lemah.

11.7 Difraksi

Difraksi umumnya dikaitkan dengan celah yang cukup lebar. Satu celah dipandang sebagai sumber sejumlah gelombang titik. Interferensi sumber gelombang titik pada satu celah tersebut menghasilkan pola gelap-terang di belakang layar. Kebergantungan intensitas difraksi terhadap sudut arah berkas di belakang celah memenuhi

$$I \propto \left(\frac{\sin \Phi}{\Phi} \right)^2 \quad (11.10)$$

dengan

$$\Phi = \frac{\pi w \sin \theta}{\lambda} \quad (11.11)$$

w lebar celah, θ sudut arah berkas di belakang celah, dan λ panjang gelombang cahaya.

Kondisi terjadinya minimum adalah

$$\sin \Phi = 0$$

Sinus nol terjadi pada

$$\Phi = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

Dengan menggunakan persamaan (11.11) maka $\sin \Phi = 0$ terjadi ketika

$$\frac{\pi w \sin \theta}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

atau

$$\sin \theta = 0, \frac{\lambda}{w}, \frac{2\lambda}{w}, \frac{3\lambda}{w}, \dots$$

Tetapi karena $\sin \theta = 0$ adalah kondisi terjadinya maksimum utama, maka minimum-minimum hanya terjadi pada saat kondisi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w}, \frac{2\lambda}{w}, \frac{3\lambda}{w}, \dots \quad (11.12)$$

Lebar maksimum utama sama dengan jarak antar dua minimum pertama. Minimum pertama terjadi pada sudut θ yang memenuhi

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w}$$

Jika θ sangat kecil maka kita dapat melakukan pendekatan $\sin \theta \approx \theta$, sehingga sudut tempat terjadinya minimum utama memenuhi

$$\theta \approx \frac{\lambda}{w}$$

Lebar maksimum utama (dalam sudut) adalah

$$2\theta \approx \frac{2\lambda}{w}$$

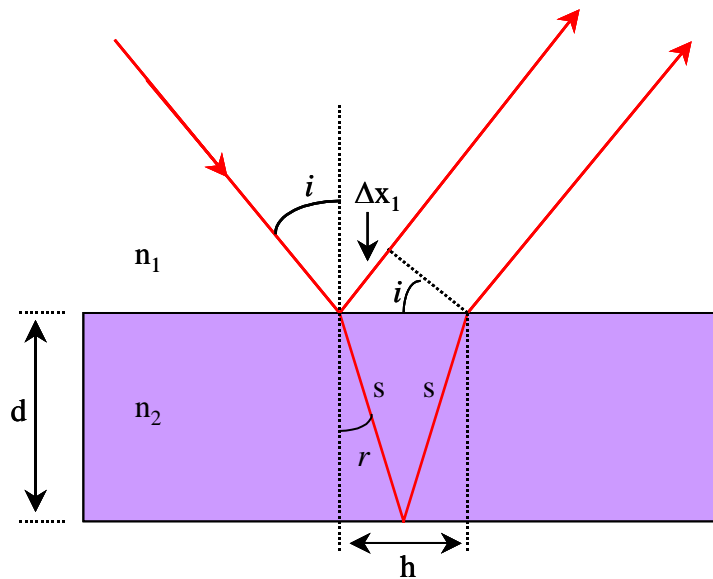
Jika jarak dari celah ke layar adalah L maka lebar maksimum utama dalam satuan panjang adalah

$$\begin{aligned} \Delta y &= L \times (2\theta) \\ &\approx \frac{2\lambda L}{w} \end{aligned} \quad (11.13)$$

11.8 Interferensi Lapisan Tipis

Cahaya yang jatuh pada lapisan tipis juga dapat menimbulkan fenomena interferensi. Berkas cahaya yang dipantulkan pada permukaan atas selaput dan permukaan bawah selaput

dapat berinterferensi.



Gambar 11.6 Cahaya yang dipantulkan oleh dua permukaan lapisan tipis dapat mengalami interferensi.

Perbedaan fase cahaya yang dipantulkan di sisi atas dan bawah film sama, yaitu

$$\Delta\phi = (2\pi / \lambda)(2n_2s - n_1\Delta x_1) \pm \pi$$

Interferensi konstruktif terjadi jika beda fase memenuhi

$$\Delta\phi = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$$

Sebaliknya, interferensi destruktif terjadi jika beda fase merupakan setengah ganjil, atau

$$\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$$

Berdasarkan Gbr 11.6

$$s = \frac{d}{\cos r} \quad (11.14)$$

$$h = 2d \tan r \quad (11.15)$$

$$\Delta x_1 = 2d \frac{\sin r \sin i}{\cos r} \quad (11.16)$$

Dengan demikian

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{2\pi}{\lambda} \left(2n_2 \frac{d}{\cos r} - n_1 2d \frac{\sin r \sin i}{\cos r} \right) \pm \pi \\ &= \frac{4\pi d}{\lambda \cos r} (n_2 - n_1 \sin r \sin i) \pm \pi\end{aligned}\quad (11.17)$$

Pembiasan memenuhi hukum Snell, maka $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ atau $\sin r = \frac{n_1}{n_2} \sin i$. Dengan demikian,

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{4\pi d}{\lambda \cos r} \left(n_2 - n_1 \frac{n_1 \sin i}{n_2} \sin i \right) \pm \pi \\ &= \frac{4\pi d}{n_2 \lambda \cos r} (n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i) \pm \pi\end{aligned}\quad (11.18)$$

Gelombang datang sejajar normal. Kita tinjau kasus khusus di mana gelombang datang tegak lurus permukaan selaput. Kita dapatkan $i = 0$ dan $r = 0$. Dengan demikian $\sin i = 0$ dan $\cos r = 1$. Beda lintasan optik memenuhi

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi d}{n_2 \lambda} (n_2^2 - 0) \pm \pi = \frac{4\pi n_2 d}{\lambda} \pm \pi$$

Interferensi konstruktif terjadi jika

$$\begin{aligned}\frac{4\pi n_2 d}{\lambda} \pm \pi &= 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots \\ d &= \frac{\lambda}{4n_2}, \frac{3\lambda}{4n_2}, \frac{5\lambda}{4n_2}, \dots\end{aligned}\quad (11.19)$$

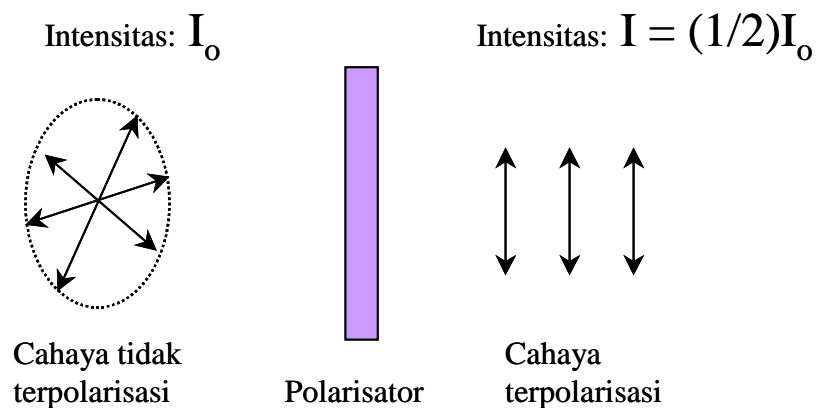
Interferensi destruktif terjadi jika

$$\begin{aligned}\frac{4\pi n_2 d}{\lambda} \pm \pi &= \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots \\ d &= \frac{\lambda}{2n_2}, \frac{2\lambda}{2n_2}, \frac{3\lambda}{2n_2}, \dots\end{aligned}\quad (11.20)$$

11.9 Polarisasi cahaya

Jika arah osilasi medan selalu tetap selama gelombang merambat maka gelombang tersebut dikatakan memiliki **polarisasi bidang**. Umumnya, gelombang yang dihasilkan suatu sumber memiliki arah osilasi yang berubah-ubah secara acak. Gelombang dengan arah osilasi demikian dikatakan gelombang yang **tidak terpolarisasi**. Namun, gelombang yang tidak terpolarisasi dapat diubah menjadi gelombang yang terpolarisasi jika dilewatkan pada suatu film yang dinamakan **film polaroid**.

Jika cahaya yang jatuh ke polarisator tidak terpolarisasi, maka intensitas cahaya setelah melewati polarisator selalu setengah dari intensitas cahaya datang.



Gambar 11.7 Intensitas cahaya yang lewat polarisator dari cahaya tidak terpolarisasi yang jatuh sama dengan setengah intensitas semula.

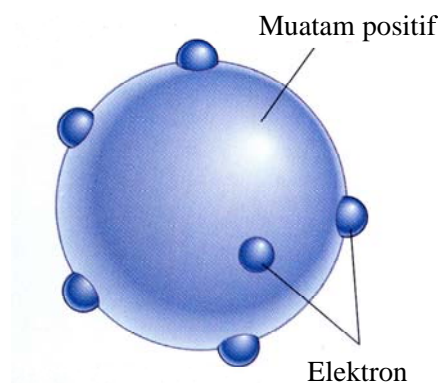
Jika cahaya yang jatuh pada polarisator sudah terpolarisasi maka intensitas cahaya yang lolos bergantung pada sudut antara arah osilasi cahaya datang dengan sumbu mudah polarisator. Intensitas cahaya yang dilewatkan memenuhi

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (11.21)$$

dengan I_0 intensitas cahaya datang, I intensitas cahaya terlewatkan, dan θ sudut antara arah osilasi cahaya datang dengan sumbu mudah polarisator.

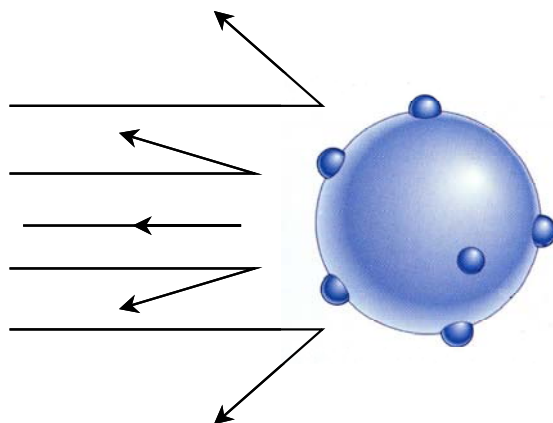
12.1 Model atom Thompson

Pada model Thompson, atom dianggap sebagai sebuah bola bermuatan positif yang dipermukaannya ditempeli oleh electron-electron. Bentuk atom ini serupa dengan onde-onde dengan muatan negatif adalah wijen dan muatan positif adalah bulatan ketan. Dengan demikian, material dibentuk oleh susunan atom-atom yang menyerupai onde-onde tersebut.



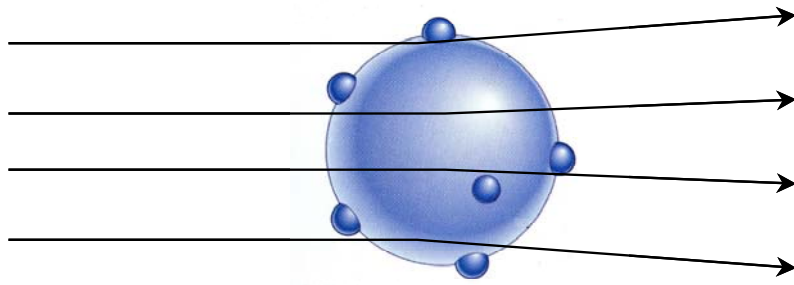
Gambar 12.1 Model atom Thompson

Konsekuensi dari model ini adalah, apabila material yang sangat tipis ditembakkan dengan partikel yang memiliki energi sangat tinggi, seperti partikel alfa yang dihasilkan dari peluruhan radioaktif, maka ada dua kemungkinan yang terjadi, yaitu:



Gambar 12.2 Semua partikel dipantulkan oleh atom

1) Semua partikel dipantulkan oleh material (jika dianggap atom-atom merupakan bola yang sangat keras).

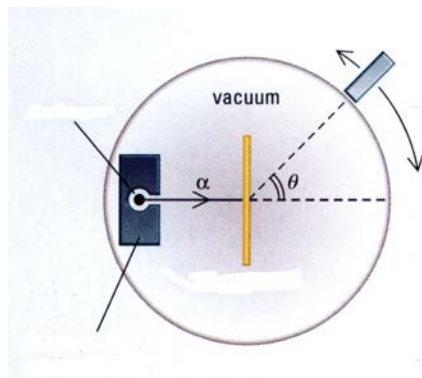


Gambar 12.3 Semua partikel menembus atom

2) Semua partikel menembus material (jika dianggap semua atom berupa bola lunak).

12.2 Percobaan Rutherford

Untuk mengecek model atom Thompson, Rutherford menembakkan lapisan tipis emas dengan partikel alfa. Partikel alfa merupakan partikel berenergi tinggi yang dipancarkan dari unsur radioaktif. Kemudian sinar alfa yang dipantulkan atau diteruskan oleh lapisan emas tersebut dideteksi. Skema percobaan Rutherford tampak pada Gbr 12.8.



Gambar 12.3 Skema percobaan Rutherford

Hasil dari percobaan Rutherford adalah

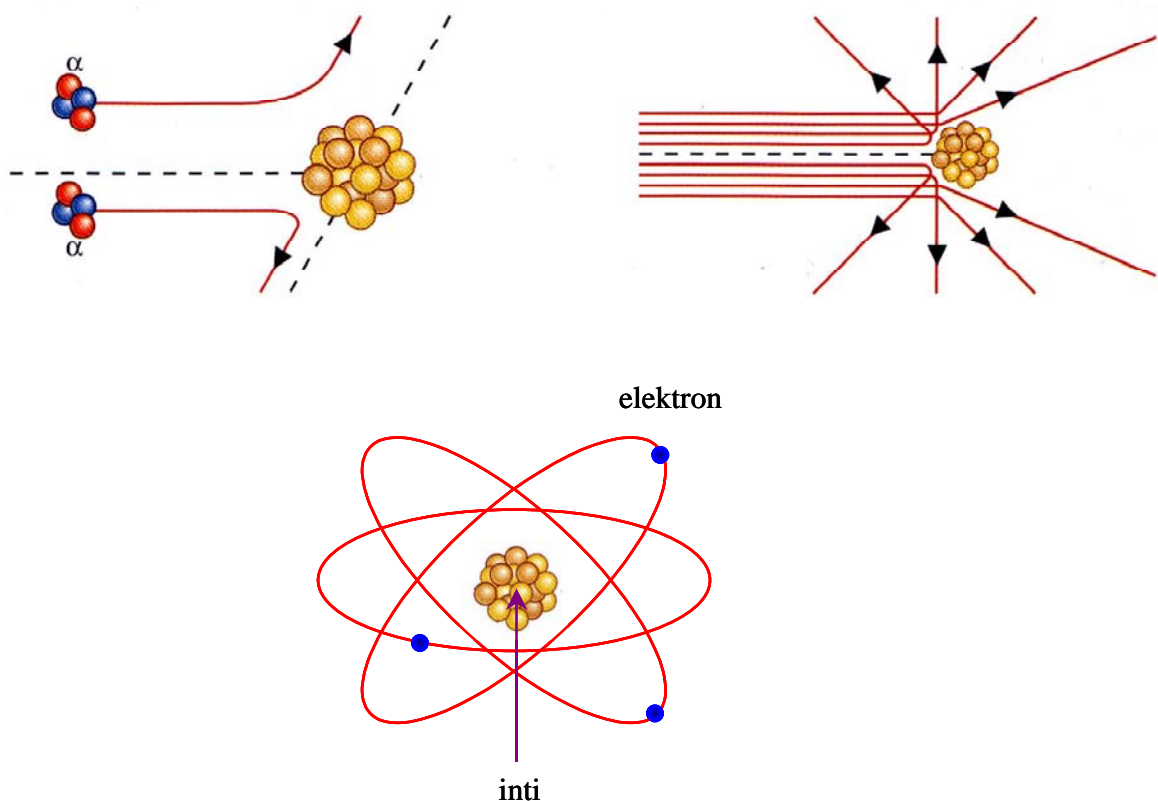
- i) Sebagian besar partikel alfa menembus material
- ii) Sebagian kecil partikel partikel tersebut dibelokkan arahnya
- iii) Lebih sedikit lagi partikel dibelokkan dalam arah hampir berlawanan dengan arah datang semula.

Adanya bermacam-macam sudut pantulan ini tidak dapat dijelaskan dengan model atom Thompson. Dengan demikian model atom Thompson tidak terbukti.

12.3 Model atom Rutherford

Hasil percobaan Rutherford dapat dijelaskan sebagai berikut

- i) Sebagian besar volume material merupakan ruang kosong. Ini sesuai dengan pengamatan bahwa sebagian besar partikel alfa menembus material.
- ii) Massa atom terkonsentrasi pada volume yang sangat kecil (menyerupai titik). Konsentrasi massa inilah yang memantulkan partikel alfa. Karena volume tersebut sangat kecil maka jumlah partikel alfa yang dipantulkan sangat kecil.
- iii) Pembelokan partikel alfa hanya dapat dijelaskan jika konsentrasi massa memiliki muatan yang sama dengan partikel alfa sehingga gaya listrik yang dihasilkan tolak-menolak. Jadi konsentrasi massa atom harus bermuatan listrik positif. Konsentrasi massa yang bermuatan positif ini selanjutnya dinamai **inti atom**.
- iv) Karena atom juga mengandung electron yang bermuatan negatif, maka electron haruslah berada di sekitar inti.
- v) Karena electron dan inti saling tarik-menarik melalui gaya Coulomb, maka agar electron tidak bergabung dengan inti, electron haruslah berputar mengitari inti dengan kecepatan tertentu..



Gambar 12.4 (atas) Penjelasan tentang hasil percobaan Rutherford dan (b) model atom Rutherford

12.7 Energi atom Rutherford

Dengan model seperti sistem tata surya maka kita dapat menghitung energi yang

dimiliki electron yang mengitari inti atom. Energi tersebut terdiri dari energi kinetik dan energi potensial. Energi total electron adalah

$$E = -\frac{1}{2}k \frac{Ze^2}{r} \quad (12.1)$$

12.8 Model atom Bohr

Untuk mengatasi masalah yang dihadapi model atom Rutherford, Bohr mengusulkan model kuantum untuk atom. Bohr pada dasarnya mendukung model atom Rutherford, tetapi elektrodinamika klasik dibatasi keberlakuannya pada skala atom. Bangunan atom sebagai inti yang dikelilingi electron seperti yang dikemukakan Rutherford benar. Hanya Bohr mengusulkan keberadaan sejumlah lintasan yang dimiliki electron sehingga teori elektrodinamika klasik tidak berlaku. Jika electron berada pada lintasan-lintasan tersebut maka electron tidak memancarkan gelombang sehingga energi electron tetap dan lintasannya tidak berubah. Lintasan-lintasan tersebut disebut lintasan stasioner atau orbit.

Pancaran gelombang elektromagnetik tersebut diamati sebagai spectrum atom. Jadi spektrum atom diamati ketika terjadi perpindahan electron dari lintasan stasioner yang memiliki energi tinggi ke lintasan electron yang memiliki energi rendah.

Lintasan stasioner yang dimiliki electron adalah lintasan yang menghasilkan momentum sudut electron sebagai kelipatan bulat dari $h/2\pi$. Jadi pada lintasan stasioner berlaku

$$L = n \frac{h}{2\pi} \quad (12.2)$$

dengan L : momentum sudut elektron, h tetapan Planck, dan n adalah bilangan bulat 1,2,3 Parameter n sering disebut **bilangan kuantum utama**.

Jari-jari lintasan stationer electron memenuhi

$$r = n^2 \left(\frac{h^2}{4\pi^2 k Z m e^2} \right) \quad (12.3)$$

Untuk atom hidrogen kita memiliki $Z = 1$ sehingga jari-jari orbit electron dalam atom dapat ditulis

$$r = n^2 \left(\frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \right) = n^2 a_{HB} \quad (12.4)$$

dengan

$$a_{HB} = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \quad (12.4)$$

dikenal dengan **jari-jari Bohr untuk atom hydrogen.**

Energi total elektron pada lintasan stasioner

$$E_n = -\frac{(2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4 / h^2)}{n^2} \quad (12.5)$$

Atom memancarkan energi radiasi elektromagnetik jika elektron berpindah dari lintasan berenergi tinggi ke lintasan berenergi rendah. Sebaliknya, jika elektron berpindah dari lintasan dengan energi rendah ke lintasan dengan energi tinggi, atau menyerap energi dari luar.

Jika elektron meloncat dari lintasan dengan n_1 ke lintasan dengan n_2 maka perubahan energinya adalah

$$\Delta E_{n_1 n_2} = \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.6)$$

Jika $n_1 > n_2$ maka loncatan tersebut memancarkan gelombang dengan panjang λ , atau energi hc/λ yang persis sama dengan $\Delta E_{n_1 n_2}$. Jadi

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^3 c} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.7)$$

Untuk atom hydrogen, $Z=1$, sehingga persamaan (12.7) dapat ditulis menjadi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.8)$$

dengan

$$R_H = \frac{ke^2}{2hca_{HB}} \quad (12.9)$$

disebut konstanta Rydberg.

12.9 Deret spektrum atom hidrogen

Hasil ekprimen yang sangat menantang untuk dijelaskan adalah adanya deret-dereet spectrum garis yang dimiliki atom hydrogen. Deret-dereet yang dikenal adalah

i) Deret **Lyman** memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.10)$$

ii) Deret **Balmer** yang memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.11)$$

ii) Deret **Paschen** yang memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.12)$$

iii) Deret **Brackett** yang memenuhi

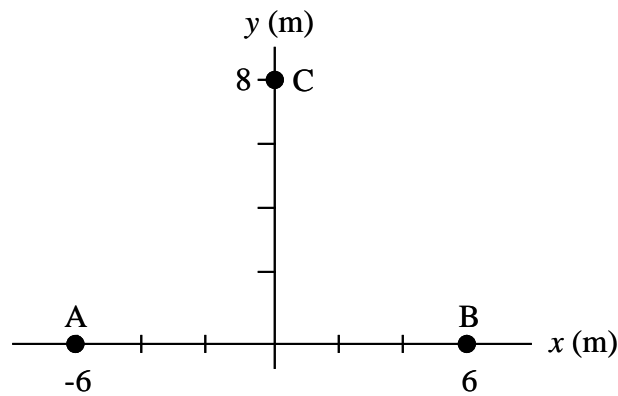
$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.13)$$

iv) Deret **Pfund** yang memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad (12.14)$$

Pembahasan Ujian I Semester II 1998/1999

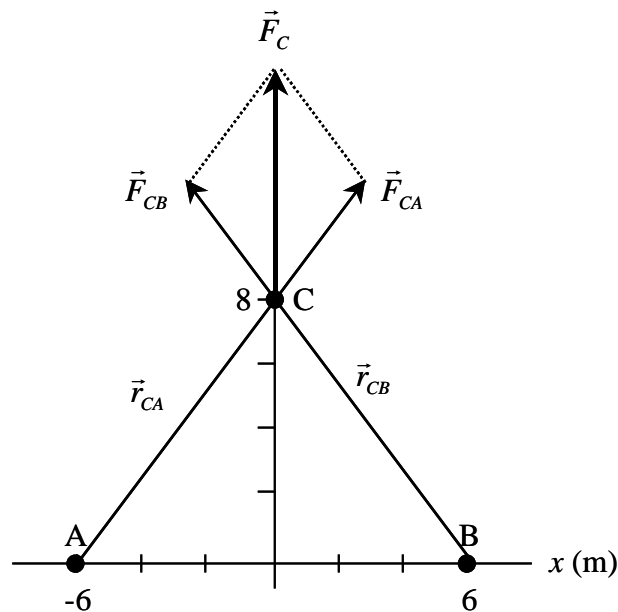
1. Tiga buah muatan berada di A, B, dan C seperti pada gambar. $Q_A = +2,4 \times 10^{-4} \text{ C}$, $Q_B = +2,5 \times 10^{-4} \text{ C}$, dan $Q_C = +5 \times 10^{-4} \text{ C}$. Tentukan



- Besar dan arah (atau dalam pernyataan vektor) gaya coulomb yang dialami Q_C
- Besar dan arah (atau dalam pernyataan vektor) medan listrik di C dan O

Jawab

a)



$$\vec{r}_{CA} = \vec{r}_C - \vec{r}_A = 8\hat{j} - (-6\hat{i}) = 6\hat{i} + 8\hat{j} \text{ m} \Rightarrow |\vec{r}_{CA}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{CB} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = 8\hat{j} - 6\hat{i} \text{ m} \Rightarrow |\vec{r}_{CB}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10 \text{ m}$$

$$\vec{F}_C = \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{CB}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_A Q_C}{|\vec{r}_{CA}|^3} \vec{r}_{CA} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_B Q_C}{|\vec{r}_{CB}|^3} \vec{r}_{CB}$$

$$= (9 \times 10^9) \frac{(2,5 \times 10^{-4})(5 \times 10^{-4})}{10^3} (6\hat{i} + 8\hat{j}) + (9 \times 10^9) \frac{(2,5 \times 10^{-4})(5 \times 10^{-4})}{10^3} (-6\hat{i} + 8\hat{j})$$

$$= 18\hat{j} \text{ N}$$

b) Kuat medan di titik C

$$\vec{E}_C = \frac{\vec{F}_C}{Q_C} = \frac{18\hat{j}}{5 \times 10^{-4}} = 3,6 \times 10^4 \hat{j} \text{ N/C}$$

Kuat medan listrik di O yang dihasilkan oleh Q_A dan Q_B saling meniadakan. Kuat medan listrik di O hanya dihasilkan oleh Q_C

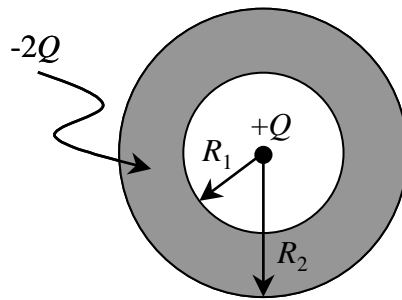
$$\vec{E}_O = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_C}{|\vec{r}_{OC}|^3} \vec{r}_{OC} = (9 \times 10^9) \frac{5 \times 10^{-4}}{8^3} (-8\hat{j})$$

$$= -7 \times 10^4 \hat{j} \text{ N/C}$$

2) Bola konduktor pejal berongga memiliki jari-jari dalam R_1 dan jari-jari luar R_2 diberi muatan listrik $-2Q$. Jika di pusat bola diletakkan muatan titik sebesar $+Q$ seperti pada gambar, tentukan

a) Medan listrik di posisi $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $r > R_2$ dengan menggunakan hukum Gauss

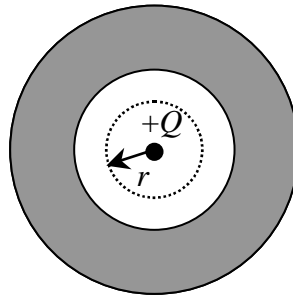
b) Muatan total di permukaan bola di $r = R_1$ dan $r = R_2$



Jawab

a)

i) Medan listrik pada $r < R_1$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$\sum q$ = muatan total yang dilingkupi permukaan Gauss = muatan yang diletakkan di pusat = $+Q$. Jadi

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_o}$$

atau

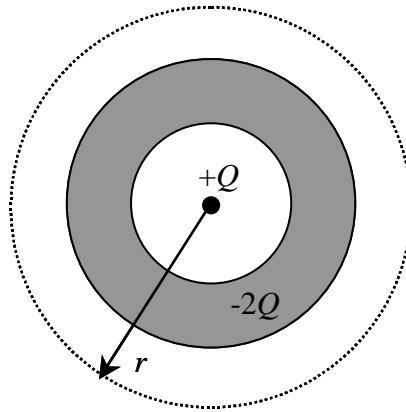
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

ii) Pada $R_1 < r < R_2$

Karena daerah ini berada di dalam konduktor maka medan $E = 0$. Dalam keadaan stasioner kuat medan listrik di dalam konduktor selalu nol.

iii) Pada $r > R_2$ (di luar bola)

Buat permukaan Gauss di luar bola



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

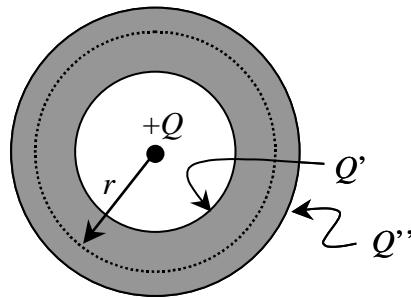
$\sum q$ = muatan total yang dilingkupi permukaan Gauss = muatan yang diletakkan di pusat + muatan yang dikandung bola = $Q - 2Q = -Q$. Jadi

$$E(4\pi r^2) = \frac{-Q}{\epsilon_o}$$

atau

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

b) Dalam keadaan stasiner muatan bola konduktor tersebar di permukaan dalam dan permukaan luar saja. Tidak ada muatan di dalam konduktor. Misalkan muatan di permukaan dalam adalah Q' . Buat permukaan Gauss yang melewati konduktor, yaitu $R_1 < r < R_2$. Pada permukaan Gauss ini kuat medan nol



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

$$0 = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

yang memberikan $\sum q = 0$. Tetapi $\sum q$ = muatan total yang dilingkupi permukaan

Gauss = muatan yang diletakkan di pusat + muatan di permukaan dalam bola = $Q - Q' = 0$. Jadi kita dapatkan $Q' = -Q$.

Misalkan muatan di permukaan luar bola Q'' . Karena muatan total bola adalah $-2Q$ maka

$$Q' + Q'' = -2Q$$

atau

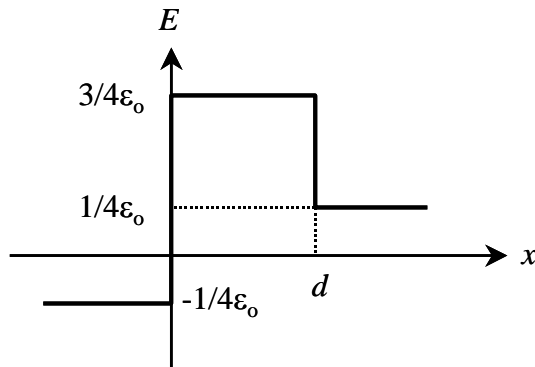
$$Q'' = -2Q - Q' = -2Q - (-Q) = -Q$$

3) (Untuk 3 SKS)

Dua pelat sejajar berjarak d diberi muatan tidak sejenis dengan perbandingan 1 : 2.

Distribusi medan yang dihasilkan tampak pada gambar. Tentukan

- Rapat muatan masing-masing pelat
- Potensial sebagai fungsi posisi jika diasumsikan $V(d) = 0$



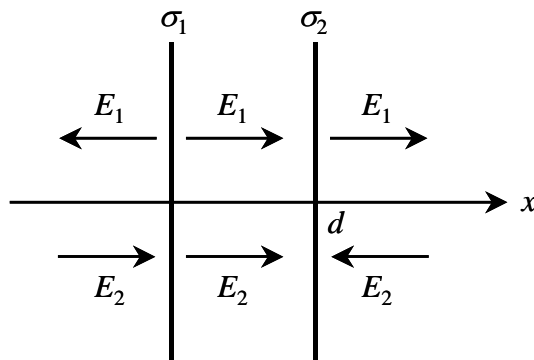
Jawab

a) Misalkan $\sigma_1 > 0$ dan $\sigma_2 < 0$. Besar medan yang dihasilkan masing-masing pelat adalah

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_o}$$

$$E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\epsilon_o}$$

Lukisan medan yang dihasilkan masing-masing pelat sebagai berikut



Kita dapatkan:

Pada $x > d$: $E_1 - E_2 = \frac{1}{4\epsilon_o}$ (*)

Pada $0 < x < d$: $E_1 + E_2 = \frac{3}{4\epsilon_o}$ (**)

Jumlahkan persamaan (*) dan (**)

$2E_1 = \frac{1}{\epsilon_o}$ atau $E_1 = \frac{1}{2\epsilon_o}$ yang memberi kesimpulan $\sigma_1 = 1$. Dari persamaan (*) kita

dapatkan

$E_2 = E_1 - \frac{1}{4\epsilon_o} = \frac{1}{2\epsilon_o} - \frac{1}{4\epsilon_o} = \frac{1}{4\epsilon_o}$ yang memberi kesimpulan $|\sigma_2| = 1/2$. Karena $\sigma_2 < 0$ maka kita dapatkan $\sigma_2 = -1/2$.

b) Jika posisi $x = d$ dijadikan sebagai referensi maka potensial sebagai fungsi x secara umum memenuhi

$$V(x) = V(d) - \int_d^x E dx$$

$$= - \int_d^x E dx$$

Pada $x > d$

$$V(x) = - \int_d^x \frac{1}{4\epsilon_o} dx = - \frac{1}{4\epsilon_o} \int_d^x dx = - \frac{1}{4\epsilon_o} (x - d)$$

Pada $0 < x < d$

$$V(x) = - \int_d^x \frac{3}{4\epsilon_o} dx = - \frac{3}{4\epsilon_o} \int_d^x dx = - \frac{3}{4\epsilon_o} (x - d)$$

Pada $x < 0$.

Integral dari x sampai d akan melewati dua daerah dengan medan listrik yang berbeda, yaitu daerah dengan $x < 0$ daerah dengan x antara 0 sampai d . Oleh karena itu integral dilakukan secara terpisah sebagai berikut

$$V(x) = - \int_d^x E dx = - \int_d^0 \frac{3}{4\epsilon_o} dx - \int_0^x \left(- \frac{1}{4\epsilon_o} \right) dx$$

$$= -\frac{3}{4\epsilon_o} \int_d^0 dx + \frac{1}{4\epsilon_o} \int_0^x dx = -\frac{3}{4\epsilon_o} (0-d) + \frac{1}{4\epsilon_o} (x-0)$$

$$= \frac{3}{4\epsilon_o} d + \frac{1}{4\epsilon_o} x$$

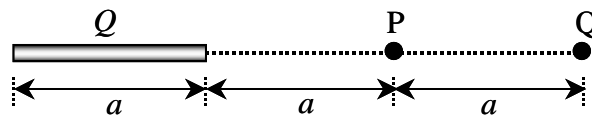
3. (Untuk 4 SKS)

Muatan listrik $Q = 5 \text{ nC}$ didistribusikan secara uniform sepanjang batang tipis $a = 0,1 \text{ m}$.

Jika potensial nol diambil pada posisi tak berhingga, hitung

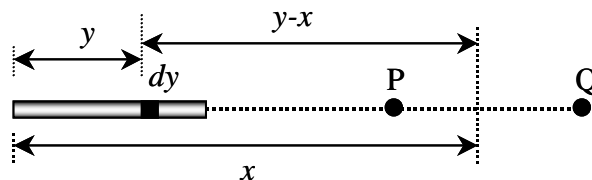
a) Potensial di titik P dan Q

b) Kerja untuk membawa muatan $q = 2 \text{ nC}$ dari P ke Q



Jawab

a) Rapat muatan batang: $\lambda = Q/L = 5 \times 10^{-9} / 0,1 = 5 \times 10^{-8} \text{ C/m}$.



Lihat elemen dy pada batang yang jaraknya y dari ujung kiri. Muatan elemen tersebut adalah $dq = \lambda dy$.

Perhatikan titik sembarang Z yang berjarak x dari ujung kiri batang. Kuat medan listrik di titik Z yang dihasilkan oleh elemen dy adalah

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{dq}{(x-y)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda dy}{(x-y)^2}$$

Kuat medan total di titik Z oleh seluruh bagian batang adalah

$$E = \int_0^a \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda dy}{(x-y)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \int_0^a \frac{dy}{(x-y)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{x-y} \right]_0^a$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x} \right)$$

Dengan menganggap jarak tak berhingga memiliki potensial nol maka potensial pada jarak x dari ujung kiri batang adalah

$$\begin{aligned} V(x) &= - \int_{\infty}^x E dx \\ &= - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^x \left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x} \right) dx = - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} [\ln(x-a) - \ln x]_{\infty}^x \\ &= - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \left(\frac{x-a}{x} \right) \right]_{\infty}^x = - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \left(\frac{x-a}{x} \right) - \ln \left(\frac{\infty-a}{\infty} \right) \right] \\ &= - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \left(\frac{x-a}{x} \right) - \ln 1 \right] = - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{x-a}{x} \right) \end{aligned}$$

Kita telah menggunakan $\ln[(\infty - a) / \infty] = \ln[\infty / \infty] = \ln 1 = 0$.

Potensial pada titik P yang berjarak $x = 2a$ dari ujung kiri batang adalah

$$V(P) = - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{2a-a}{2a} \right) = - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln 2$$

Potensial di titik Q yang berjarak $x = 3a$ dari ujung kiri batang adalah

$$V(Q) = - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{3a-a}{3a} \right) = - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{2}{3} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{3}{2}$$

b) Energi potensial muatan q di titik P adalah

$$U(P) = qV(P) = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln 2$$

Energi potensial muatan q di titik Q adalah

$$U(Q) = qV(Q) = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln(3/2)$$

Kerja yang dilakukan untuk membawa muatan dari titik P ke titik Q sama dengan perubahan energi potensial, yaitu

$$\begin{aligned}
 W &= U(Q) - U(P) = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_o} \ln(3/2) - \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_o} \ln 2 \\
 &= \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_o} \ln(3/4) = (9 \times 10^9)(2 \times 10^{-9})(5 \times 10^{-8}) \ln(3/4) \\
 &= 9 \times 10^{-7} \ln \frac{3}{2} \text{ J}
 \end{aligned}$$

4) Kapasitor pelat sejajar ($A = 30 \text{ cm}^2$ dan $d = 6 \text{ mm}$) dihubungkan dengan sumber tegangan 200 V.

- a) Tentukan besar kapasitansi C , muatan Q , kuat medan listrik E dan kerapatan energi U
b) Setelah kapasitor penuh berisi muatan, sumber tegangan dilepas, dan jarak antar pelat dipersempit menjadi setengahnya. Tentukan kapasitansi C , muatan Q , kuat medan listrik E , dan beda potensial V

Jawab

a)

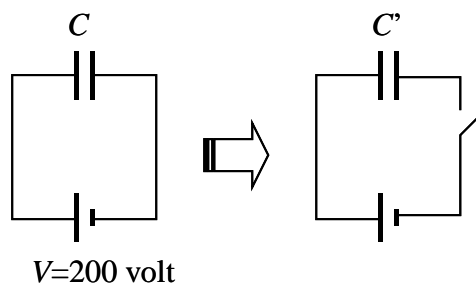
$$\text{Kapasitansi } C = \epsilon_o \frac{A}{d} = (8,85 \times 10^{-12}) \frac{30 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-3}} = 4,4 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$\text{Muatan kapasitor: } Q = CV = (4,4 \times 10^{-12}) \times 200 = 8,8 \times 10^{-10} \text{ C}$$

$$\text{Kuat medan listrik: } E = \frac{V}{d} = \frac{200}{6 \times 10^{-3}} = 3,3 \times 10^4 \text{ V/m}$$

$$\text{Kerapatan energi: } U = \frac{1}{2} \epsilon_o E^2 = \frac{1}{2} \times (8,85 \times 10^{-12}) \times (3,3 \times 10^4)^2 = 4,8 \times 10^{-3} \text{ J/m}^3$$

b)



Yang tidak berubah setelah tegangan diputus adalah muatan pada pelat.

$$\text{Kapasitansi } C' = \epsilon_o \frac{A}{d/2} = (8,85 \times 10^{-12}) \frac{30 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-3} / 2} = 8,8 \times 10^{-12} \text{ F}$$

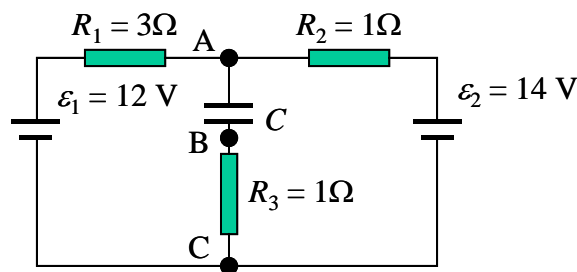
Muatan kapasitor tidak berubah, yaitu $Q = 8,8 \times 10^{-10} \text{ C}$

Beda potensial: $V' = \frac{Q}{C'} = \frac{8,8 \times 10^{-10}}{8,8 \times 10^{-12}} = 100 \text{ volt}$

Medan listrik: $E' = \frac{V'}{d/2} = \frac{100}{6 \times 10^{-3} / 2} = 3,3 \times 10^4 \text{ V/m}$

5) Dari gambar rangkaian di bawah tentukan

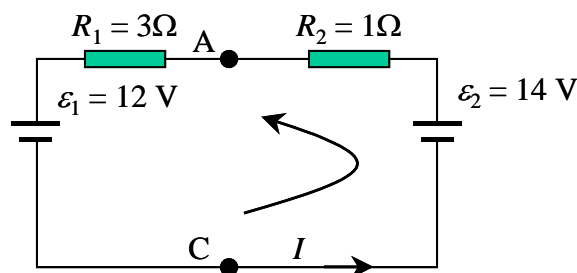
- Muatan yang tersimpan di dalam kapasitor C setelah tercapai keadaan tunak
- Jika kapasitor dihubungsingkatkan sehingga arus yang melalui R_3 , berapa besar arus tersebut.



Jawab

a)

Untuk menentukan muatan kapasitor kita tentukan dahulu tegangan antara B dan C. Jika kapasitor penuh maka tidak arus yang mengalir pada jalur ABC. Rangkaian dapat disederhanakan sebagai berikut



Arus yang mengalir

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_2} = \frac{14 - 12}{3 + 1} = 0,5 \text{ A}$$

Lihat setengah rangkaian kanan

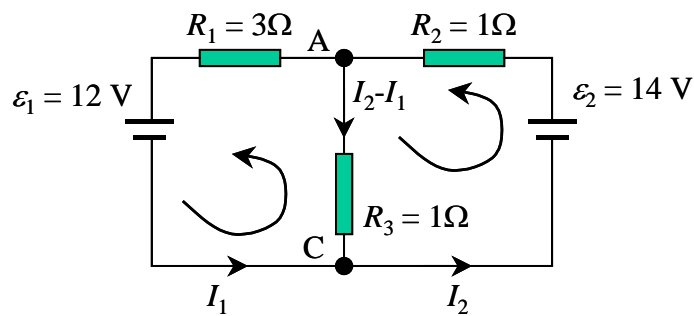
$$V_{AC} = \sum_A^C IR - \sum_A^C \mathcal{E}$$

$$= IR_1 - (-\mathcal{E}_1) = 0,5 \times 2 - (-12) = 13 \text{ V}$$

Karena tidak ada arus yang mengalir pada jalur tengah maka tidak ada beda regangan antar dua ujung hambatan R_3 . Akibatnya tegangan antara dua ujung kapasitor sama dengan V_{AC} . Muatan yang tersimpan dalam kapasitor

$$Q = CV_{AC} = 10^{-6} \times 13 = 1,3 \times 10^{-5} \text{ F}$$

b) Jika kapasitor dihubungkan maka rangkaian menjadi sebagai berikut



Lihat loop kiri

$$\sum IR - \sum \mathcal{E} = 0$$

$$I_1 R_1 - (I_2 - I_1) R_3 - (-\mathcal{E}_1) = 0$$

$$3I_1 - 1(I_2 - I_1) + 12 = 0$$

$$4I_1 - I_2 + 12 = 0 \quad (*)$$

Loop kanan

$$\sum IR - \sum \mathcal{E} = 0$$

$$I_2 R_2 + (I_2 - I_1) R_3 - \mathcal{E}_2 = 0$$

$$I_2 + 1(I_2 - I_1) - 14 = 0$$

$$-I_1 + 2I_2 - 14 = 0 \quad (**)$$

$$(*) \times 2$$

$$8I_1 - 2I_2 + 24 = 0$$

(***)

$$(**) + (***)$$

$$7I_1 + 10 = 0$$

atau

$$I_1 = -\frac{10}{7} \text{ A}$$

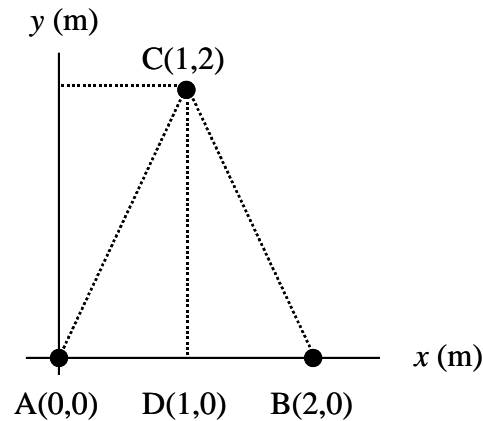
Dari persamaan (*)

$$I_2 = 4I_1 + 12 = 4 \times \left(-\frac{10}{7}\right) + 12 = \frac{44}{7} \text{ A}$$

$$\text{Arus pada } R_3 = I_2 - I_1 = \frac{44}{7} - \left(-\frac{10}{7}\right) = \frac{54}{7} \text{ A}$$

Pembahasan Ujian I Semester II 2000/2001

1. Tiga buah muatan titik masing-masing $q_A = -1 \mu\text{C}$, $q_B = +4 \mu\text{C}$, dan $q_C = +2 \mu\text{C}$ terletak pada posisi seperti pada gambar berikut ini.



- Jika suatu muatan titik lain sebesar $q_D = 2 \mu\text{C}$ ditempatkan pada titik D (1,0), hitung vektor gaya Coulomb pada muatan q_D yang disebabkan oleh muatan q_A , q_B , dan q_C .
- Hitung potensial titik D akibat muatan q_A , q_B , dan q_C
- Hitung usaha yang dilakukan untuk memindahkan muatan q_D dari tempat tak hingga (jauh sekali) ke titik D tersebut

Jawab

a)

$$\begin{aligned}\vec{F}_D &= \vec{F}_{DA} + \vec{F}_{DB} + \vec{F}_{DC} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_A q_D}{|\vec{r}_{DA}|^3} \vec{r}_{DA} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_B q_D}{|\vec{r}_{DB}|^3} \vec{r}_{DB} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_C q_D}{|\vec{r}_{DC}|^3} \vec{r}_{DC}\end{aligned}$$

di mana

$$\vec{r}_{DA} = 1\hat{i} \text{ m} \quad \Rightarrow \quad |\vec{r}_{DA}| = 1 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{DB} = -1\hat{i} \text{ m} \quad \Rightarrow \quad |\vec{r}_{DB}| = 1 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{DC} = -1 \hat{j} \text{ m} \Rightarrow |\vec{r}_{DC}| = 1 \text{ m}$$

Maka

$$\begin{aligned}\vec{F}_D &= (9 \times 10^9) \frac{(-1 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{1^3} (1 \hat{i}) + (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{1^3} (-1 \hat{i}) \\ &+ (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{1^3} (-1 \hat{j}) \\ &= -18 \times 10^{-3} \hat{i} - 72 \times 10^{-3} \hat{i} - 36 \times 10^{-3} \hat{j} \\ &= -(9 \hat{i} + 3,6 \hat{j}) \times 10^{-2} \text{ N}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}V_D &= V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_A}{|\vec{r}_{DA}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_B}{|\vec{r}_{DB}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_C}{|\vec{r}_{DC}|} \\ &= (9 \times 10^9) \frac{(-1 \times 10^{-6})}{1} + (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-6})}{1} + (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})}{1} \\ &= 4,5 \times 10^4 \text{ volt}\end{aligned}$$

c)

Potensial di titik tak berhingga $V(\infty) = 0$

Energi potensial di titik D

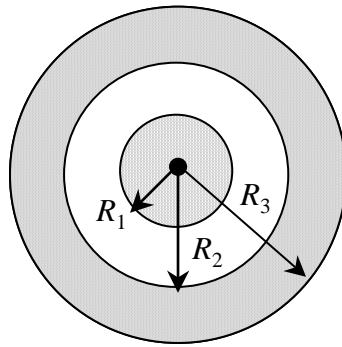
$$U(D) = q_D V_D = (2 \times 10^{-6}) \times (4,5 \times 10^4) = 9 \times 10^{-2} \text{ J}$$

Energi potensial di titik tak berhingga

$$U(\infty) = q_D V(\infty) = 0 \text{ J}$$

$$W_{\infty \rightarrow D} = U(D) - U(\infty) = 9 \times 10^{-2} \text{ J}$$

2) Sebuah bola isolator pejal dengan jari-jari R_1 dikelilingi oleh bola konduktor netral berongga dengan jari-jari dalam R_2 dan jari-jari luar R_3 (lihat gambar). Isolator memiliki kerapatan muatan (muatan/volum) sebesar $\rho(r) = br$ (C/m^3) di mana b adalah tetapan dan r adalah jarak dari pusat bola isolator.



a) Hitung medan listrik di

I. $r < R_1$

II. $R_1 < r < R_2$

III. $R_2 < r < R_3$

IV. $r > R_3$

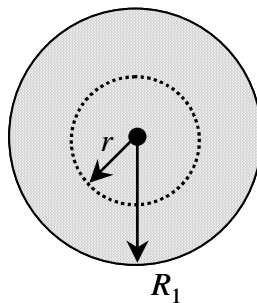
b) Hitung rapat muatan imbas di dinding bagian dalam bola konduktor

Jawab

a)

I. Mencari medan listrik pada $r < R_1$

Buat permukaan Gauss dengan jari-jari $r < R_1$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$\sum q$ = muatan yang dilingkupi permukaan Gauss

$$= \int_0^r \rho dV = \int_0^r (br)(4\pi r^2 dr) = 4\pi b \int_0^r r^3 dr = 4\pi b \left[\frac{1}{4} r^4 \right]_0^r = \pi b r^4$$

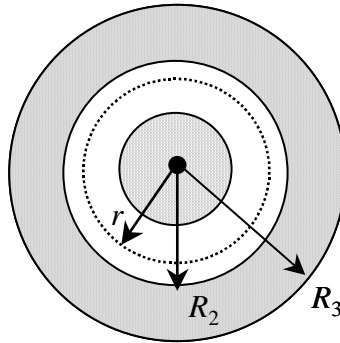
Jadi

$$E(4\pi r^2) = \frac{\pi b r^4}{\epsilon_o}$$

$$E = \frac{1}{4\epsilon_o} b r^2$$

II. Medan listrik pada $R_1 < r < R_2$

Buat permukaan Gauss dengan jarak-jari $R_1 < r < R_2$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$\sum q$ = muatan yang dilingkupi permukaan Gauss = muatan bola isolator

$$= \int_0^{R_1} \rho dV = \int_0^{R_1} (br)(4\pi r^2 dr) = 4\pi b \int_0^{R_1} r^3 dr = 4\pi b \left[\frac{1}{4} r^4 \right]_0^{R_1} = \pi b R_1^4$$

Jadi

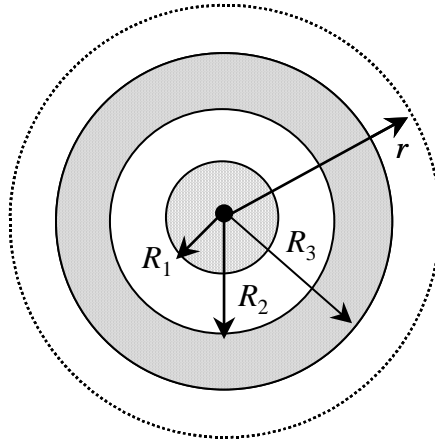
$$E(4\pi r^2) = \frac{\pi b R_1^4}{\epsilon_o}$$

$$E = \frac{1}{4\epsilon_o} \frac{b R_1^4}{r^2}$$

III. Pada $R_2 < r < R_3$. Karena berada dalam konduktor maka $E = 0$

IV. Medan pada $r > R_3$

Buat permukaan Gauss dengan jari-jari $r > R_3$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

Karena konduktor netral maka muatan yang dilingkupi permukaan Gauss hanya muatan total bola isolator. Jadi di sini pun

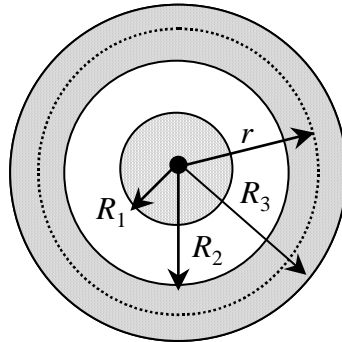
$$\sum q = \text{muatan bola isolator} = \pi b R_1^4$$

Jadi

$$E(4\pi r^2) = \frac{\pi b R_1^4}{\epsilon_o}$$

$$E = \frac{1}{4\epsilon_o} \frac{b R_1^4}{r^2}$$

b) Misalkan muatan induksi di sisi dalam bola konduktor Q' . Buat permukaan Gauss dengan jari-jari r antara R_2 dan R_3 (di dalam konduktor)



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

Karena medan di permukaan Gauss (di dalam konduktor) nol maka $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$ sehingga $\sum q = 0$. Tetapi $\sum q$ = jumlah muatan bola isolator dan muatan di permukaan dalam bola konduktor. Jadi

$$\pi b R_1^4 + Q' = 0$$

atau

$$Q' = -\pi b R_1^4$$

Luas permukaan dalam bola konduktor = $4\pi R_2^2$. Dengan demikian kerapatan muatan (muatan/luas) di permukaan dalam bola konduktor

$$\sigma' = \frac{Q'}{4\pi R_2^2} = -\frac{\pi b R_1^4}{4\pi R_2^2} = -\frac{b R_1^4}{4 R_2^2}$$

3. Tinjaulah kapasitor pelat sejajar dengan luas masing-masing pelat adalah $A = 4 \text{ cm}^2$ dan jarak antar pelat $100 \text{ }\mu\text{m}$. Kapasitor tersebut dihubungkan dengan baterai dengan beda potensial $\mathcal{E} = 12 \text{ volt}$.

a) Jika ruang antar pelat adalah udara, hitung muatan yang akan tersimpan dalam kapasitor

b) Jika hubungan dengan baterai diputus dan suatu bahan dielektrik dengan permitivitas relatif $\kappa = 20$ disipkan hingga memenuhi ruang antar pelat, hitung energi yang

tersimpan dalam kapoasitor sekarang.

Jawab

a)

$$C = \epsilon_o \frac{A}{d} = (8,85 \times 10^{-12}) \frac{4 \times 10^{-4}}{100 \times 10^{-6}} = 3,54 \times 10^{-11} \text{ F}$$

Muatan yang tersimpan

$$Q = CV = (3,54 \times 10^{-11}) \times 12 = 4,25 \times 10^{-10} \text{ C}$$

b) Kapasitansi kapasitor sekarang

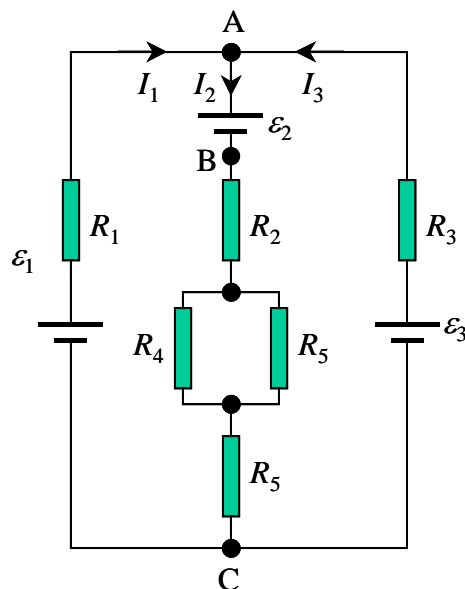
$$C' = \kappa C = 20 \times (3,54 \times 10^{-11}) = 7,08 \times 10^{-10} \text{ F}$$

Ketika hubungan dengan baterai dilepas maka yang tidak berubah pada kapasitor adalah muatan di dalamnya. Muatan kapasitor tetap $Q = 4,25 \times 10^{-10} \text{ C}$. Energi yang tersimpan dalam kapasitor

$$U = \frac{1}{2C'} Q^2 = \frac{1}{2 \times (7,08 \times 10^{-10})} \times (4,25 \times 10^{-10})^2 = 1,3 \times 10^{-10} \text{ J}$$

4. Diketahui

$R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$, $R_5 = 4 \Omega$, $R_6 = 5 \Omega$, $\epsilon_1 = 6 \text{ V}$, $\epsilon_2 = 9 \text{ V}$, dan $\epsilon_3 = 2 \text{ V}$. (anggap hambatan baterai nol).



- Hitung hambatan ekivalen B-C
- Hitung I_1 , I_2 , dan I_3
- Hitung tegangan antara A-C

Jawab

- Paralel R_4 dan R_5 menghasilkan R'

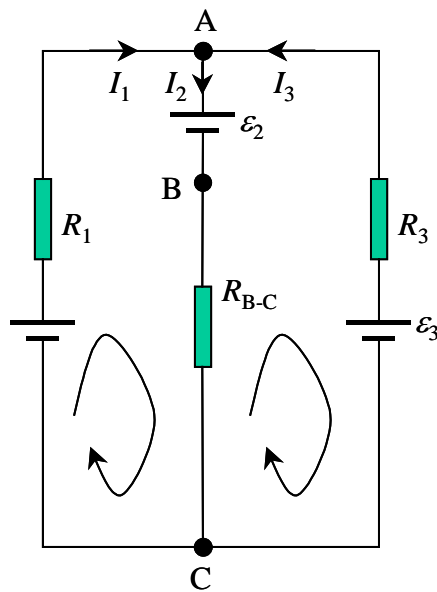
$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

atau $R' = 2 \Omega$.

R_{B-C} adaral seri R_2 , R' , dan R_6 , yaitu

$$R_{B-C} = R_2 + R' + R_6 = 1 + 2 + 5 = 8 \Omega$$

- Rangkaian di atas dapat disederhanakan sebagai berikut



Loop kiri

$$\sum IR - \sum \varepsilon = 0$$

$$I_1 R_1 + I_2 R_{B-C} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

$$I_1 \times 1 + I_2 \times 8 - (6 + 9) = 0$$

$$I_1 + 8I_2 - 15 = 0 \quad (*)$$

Loop kanan

$$\sum IR - \sum \mathcal{E} = 0$$

$$-I_3 R_3 - I_2 R_{B-C} - (-\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3) = 0$$

$$-I_3 \times 2 - I_2 \times 8 - (-9 - 2) = 0$$

$$-2I_3 - 8I_2 + 11 = 0 \quad (**)$$

Pada percabangan A

$$I_3 = I_1 - I_2 \quad (***)$$

Substitusi (***) ke dalam (**)

$$-2(I_1 - I_2) - 8I_2 + 11 = 0$$

$$-2I_1 - 6I_2 + 11 = 0 \quad (****)$$

$$2 \times (*) + (****)$$

$$2I_1 + 16I_2 - 30 = 0 \quad (*****)$$

$$-2I_1 - 6I_2 + 11 = 0 \quad (****)$$

-----+

$$10I_2 - 19 = 0$$

$$I_2 = 1,9 \text{ A} \quad (*****)$$

Substitusi (*****) ke dalam (*)

$$I_1 + 8 \times (1,9) - 15 = 0$$

$$I_1 + 15,2 - 15 = 0$$

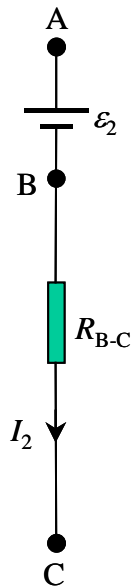
$$I_1 = -0,2 \text{ A} \quad (*****)$$

Substitusi (*****) dan (*****) ke dalam (***) diperoleh

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$= 1,9 - (-0,2) = 2,1 \text{ A}$$

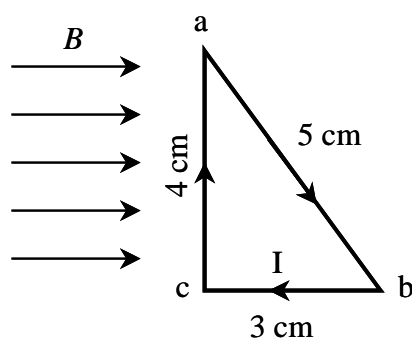
c)



$$V_{AC} = \sum_A^C IR - \sum_A^C \varepsilon$$

$$= I_2 R_{BC} - \varepsilon_2 = 1,9 \times 8 - 9 = 6,2 \text{ volt}$$

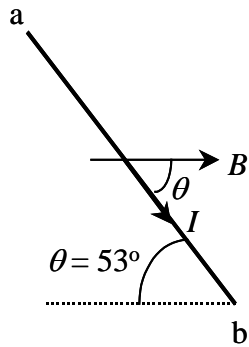
5. Dalam rangkaian kawat berarus dalam medan magnet B seperti pada gambar di bawah ini diketahui $B = 0,2 \text{ T}$ dan $I = 2,0 \text{ A}$.



- Hitung vektor gaya yang bekerja pada kawat ab, bc, dan ca
- Hitung vektor momen gaya pada kawat abc

Jawab

- Gaya pada elemen kawat ab



Besar gaya

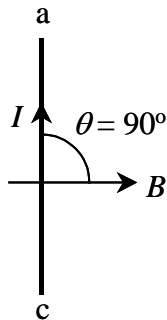
$$F_{ab} = I \overline{ab} B \sin \theta$$

$$= 2 \times (5 \times 10^{-2}) \times 0,2 \times \frac{4}{5} = 1,6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

(arah tegak lurus kertas ke atas)

Gaya pada elemen bc nol karena kawat sejajar medan magnet

Gaya pada elemen ca



$$F_{ca} = I \overline{ca} B \sin \theta$$

$$= 2 \times (4 \times 10^{-2}) \times 0,2 \times 1 = 1,6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

(arah tegak lurus kertas ke bawah)

b) Besar momen magnet pada loop

$$\mu = IA = I \times \frac{\overline{ac} \times \overline{cb}}{2} = 2 \times \frac{(4 \times 10^{-2})(3 \times 10^{-2})}{2} = 1,2 \times 10^{-3} \text{ Am}^2$$

Arah momen magnet tegak lurus bidang permukaan = tegak lurus bidang kertas. Berati arah momen magnet tegak lurus arah medan magnet. Dengan demikian torka pada loop

$$\tau = mB \sin \phi = (1,2 \times 10^{-3}) \times 0,2 \times \sin 90^\circ = 2,4 \times 10^{-3} \text{ Nm}$$

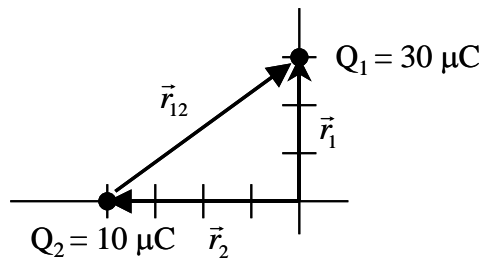
Bab 15

Pembahasan Ujian I Semester II 2003/2004

1. Dua buah muatan titik $Q_1 = 20 \mu\text{C}$ berada di titik (0,6) m sedangkan muatan $Q_2 = -10 \mu\text{C}$ berada di titik (-8,0) m. Hitung
- Gaya yang dialami muatan Q_1
 - Medan listrik di titik (0,0)
 - Potensial listrik di titik (0,-6) m

Jawab

a)



Posisi muatan Q_1 : $\vec{r}_1 = 6\hat{j}$ m

Posisi muatan Q_2 : $\vec{r}_2 = -8\hat{i}$ m

Posisi muatan Q_1 terhadap muatan Q_2 adalah $\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = 6\hat{j} + 8\hat{i}$ m

Jarak muatan Q_1 dan Q_2 : $|\vec{r}_{12}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ m

Gaya pada Q_1 oleh Q_2 :

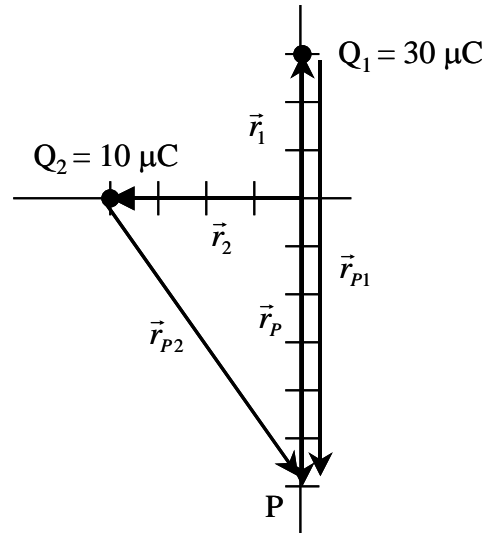
$$\vec{F}_{Q_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{12}|^3} \vec{r}_{12} = 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-5})(-10^{-5})}{10^3} (6\hat{j} + 8\hat{i}) = -0,0162\hat{j} - 0,0216\hat{i} \text{ N}$$

b) Posisi titik O adalah $\vec{r}_o = 0$

Posisi titik O relatif terhadap muatan Q_1 : $\vec{r}_{o1} = \vec{r}_o - \vec{r}_1 = -6\hat{j}$ m

Posisi titik O relatif terhadap muatan Q_2 : $\vec{r}_{o2} = \vec{r}_o - \vec{r}_2 = 8\hat{i}$ m

Kuat medan di titik O adalah



$$\begin{aligned}\vec{E}_o &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1}{|\vec{r}_{o1}|^3} \vec{r}_{o1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_2}{|\vec{r}_{o2}|^3} \vec{r}_{o2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{3 \times 10^{-5}}{|-6\hat{j}|^3} (-6\hat{j}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{(-10^{-5})}{|8\hat{i}|^3} (8\hat{i}) \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{3 \times 10^{-5}}{36} \hat{j} - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{10^{-5}}{64} \hat{i} \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \times 10^{-5} \left(\frac{1}{64} \hat{i} + \frac{1}{12} \hat{j} \right)\end{aligned}$$

c)

Posisi titik P relatif terhadap muatan Q_1 : $\vec{r}_{P1} = \vec{r}_P - \vec{r}_1 = -6\hat{j} - 6\hat{j} = -12\hat{j}$ m

Posisi titik P relatif terhadap muatan Q_2 : $\vec{r}_{P2} = \vec{r}_P - \vec{r}_2 = -6\hat{j} - (-8\hat{i}) = 8\hat{i} - 6\hat{j}$ m

Potensial di titik P

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1}{|\vec{r}_{P1}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_2}{|\vec{r}_{P2}|}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{3 \times 10^{-5}}{|-12\hat{j}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{(-10^{-5})}{|8\hat{i} - 6\hat{j}|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{3 \times 10^{-5}}{12} - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{10^{-5}}{10}$$

$$= \frac{0,15}{4\pi\epsilon_o}$$

2. Sebuah kapaitor keeping mempunyai luas penampang 4 cm^2 dan jarak kepingnya $0,1 \text{ mm}$. Kapasitor tersebut kemudian dihubungkan dengan sumber tegangan 200 V .

a) Tentukan besarnya kapasitansi, muatan, dan besarnya medan listrik pada kapasitor tersebut.

b) Tanpa melepas sumber tegangan, kapasitor tersebut kemudian disisipi dielektrik yang memiliki permitivitas relatif (kostanta dielektrik) 30 . Tentukan besarnya kapasitansi, muatan, dan besarnya medan listrik pada keadaan ini

c) Jika selanjutnya sumber tegangan diputus dan dielektriknya dicabut, tentukan besar medan listriknya

Jawab

a) Kapasitansi

$$C = \epsilon_o \frac{A}{d} = (8,856 \times 10^{-12}) \frac{(4 \times 10^{-4})}{10^{-4}} = 3,54 \times 10^{-11} \text{ F}$$

Muatan

$$Q = CV = (3,54 \times 10^{-11}) \times 200 = 7,08 \times 10^{-9} \text{ C}$$

Kuat medan listrik

$$E = \frac{V}{d} = \frac{200}{10^{-4}} = 2 \times 10^6 \text{ N/C}$$

b) Kapasitansi

$$C' = \kappa C = 30 \times (3,54 \times 10^{-11}) = 1,06 \times 10^{-9} \text{ F}$$

Muatan

$$Q' = C'V = (1,06 \times 10^{-9}) \times 200 = 2,12 \times 10^{-7} \text{ C}$$

Kuat medan listrik

$$E' = \frac{E}{\kappa} = \frac{2 \times 10^6}{30} = 6,7 \times 10^4 \text{ N/C}$$

c)

Jika tegangan diputur maka yang tetap adalah muatan pada kapasitor, yaitu Q' . Jika kemudian dielektrik dicabut maka kapasitansi kembali menjadi $C = 3,54 \times 10^{-11} \text{ F}$.

Akibatnya, beda potensial antara dua ujung kapasitor menjadi

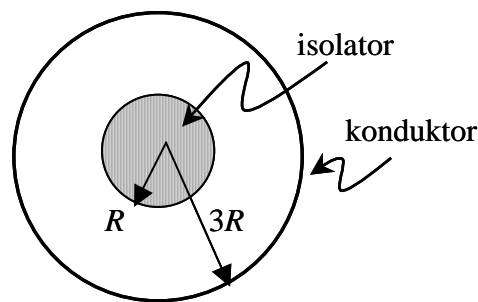
$$V' = \frac{Q'}{C} = \frac{2,12 \times 10^{-7}}{3,54 \times 10^{-11}} = 6000 \text{ V}$$

Besar medan listrik menjadi

$$E'' = \frac{V'}{d} = \frac{6000}{10^{-4}} = 6 \times 10^7 \text{ N/C}$$

3. Bola isolator dengan muatan $+Q$ yang terdistribusi secara merata pada seluruh volumenya terletak sepusat dengan sebuah kulit bola konduktor yang bermuatan $-2Q$ seperti gambar. Tentukan

- Medan listrik E pada posisi-posisi: $r < R$, $R < r < 3R$, dan $r > 3R$ dan sketra grafik E terhadap r .
- Potensial listrik V pada posisi $r = R$, dengan mengansumsi $V = 0$ pata tempat tak berhingga.

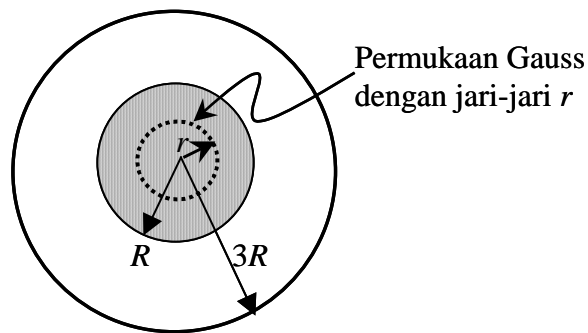


Jawab

Pertama kita hitung kerapatan muatan bola isolator

$$\rho = \frac{+Q}{V} = \frac{Q}{4\pi R^3 / 3}$$

- Medan listrik pada $r < R$. Buat permukaan Gauss berupa bola dengaj jari-jari r yang lebih kecil dari R .



Terapkan hukum Gauss pada permukaan tersebut

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E \times A = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

Di mana A = luas permukaan Gauss = $4\pi r^2$. $\sum q$ = jumlah muatan yang dilingkupi

$$\text{permukaan Gauss} = (\text{rapat muatan}) \times (\text{volum bola Gauss}) = \frac{Q}{4\pi R^3 / 3} \times \frac{4\pi r^3}{3} = Q \frac{r^3}{R^3}.$$

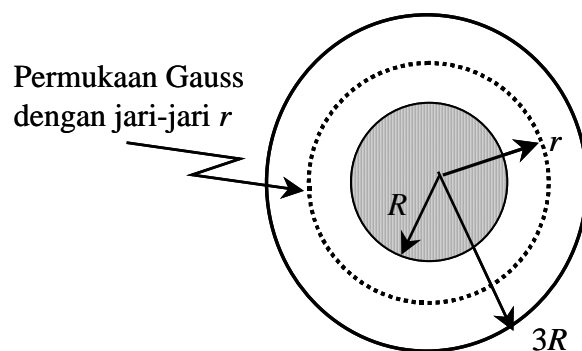
Dengan demikian

$$E \times (4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_o} \times Q \frac{r^3}{R^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{R^3} r$$

ii) Pada daerah; $R < r < 3R$

Buat permukaan Gauss yang jari-jarinya r antara R dan $3R$.



Terapkan hukum Gauss pada permukaan tersebut

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E \times A = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

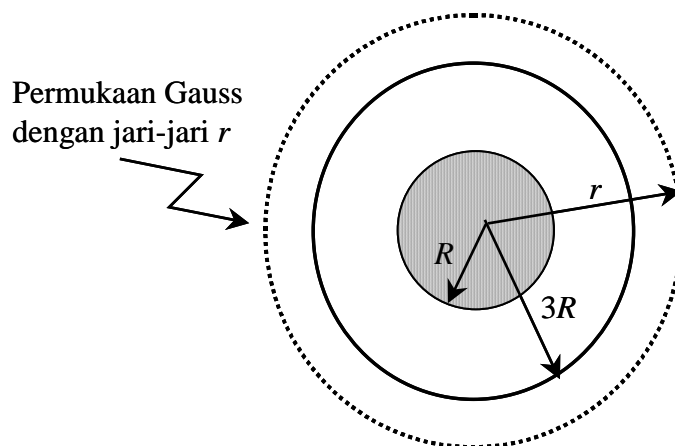
Di mana A = luas permukaan Gauss = $4\pi r^2$. $\sum q$ = jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss. Muatan tersebut sama dengan muatan total bola isolator. Jadi $\sum q = Q$. Kita dapatkan

$$E \times (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_o}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

iii) Pada $r > 3R$

Buat permukaan Gauss yang jari-jarinya r yang lebih besar dari $3R$.



Terapkan hukum Gauss pada permukaan tersebut

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

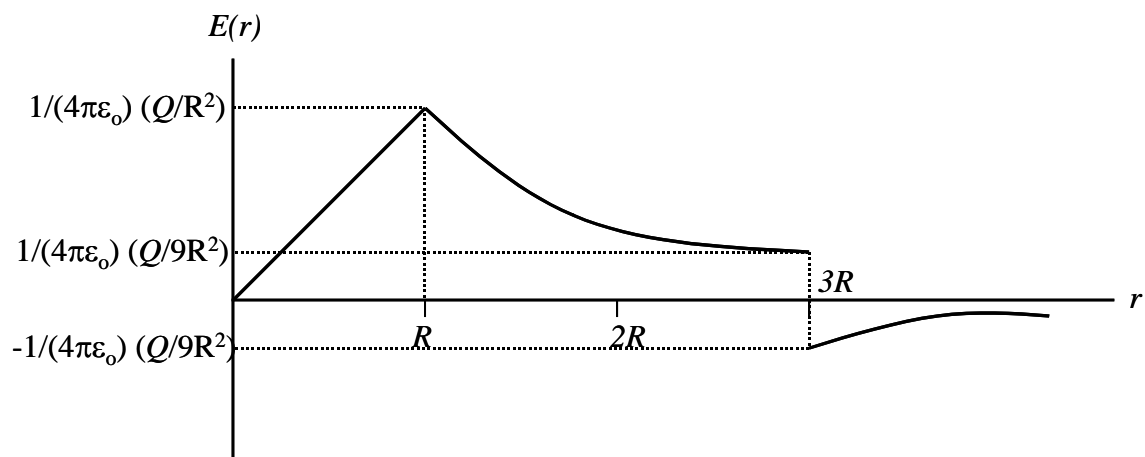
$$E \times A = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

Di mana A = luas permukaan Gauss = $4\pi r^2$. $\sum q$ = jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss. Muatan tersebut sama dengan jumlah muatan bola isolator dan muatan konduktor berongga. Jadi $\sum q = Q - 2Q = -Q$. Kita dapatkan

$$E \times (4\pi r^2) = \frac{-Q}{\epsilon_o}$$

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

Sketsa kuat medan listrik sebagai fungsi jarak tampak pada gambar berikut



Potensial pada jarak R memenuhi

$$V(R) - V(r_{ref}) = - \int_{r_{ref}}^R \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Dengan mengambil $r_{ref} = \infty$, dan $V(\infty) = 0$ maka

$$V(R) = - \int_{\infty}^R \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Integral dari ∞ sampai R melewati dua daerah dengan medan listrik berbeda. Daerah tersebut adalah daerah dengan $r > 3R$ dan daerah dengan $R < r < 3R$. Karena itu integral tidak bisa dilakukan sekaligus tetapi harus dipecah dua sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 V(R) &= -\int_{\infty}^{3R} \vec{E} \cdot d\vec{r} - \int_{3R}^R \vec{E} \cdot d\vec{r} \\
 &= -\int_{\infty}^{3R} \left(-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \right) dr - \int_{3R}^R \left(+\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \right) dr \\
 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^{3R} \frac{dr}{r^2} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{3R}^R \frac{dr}{r^2} \\
 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^{3R} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{3R}^R \\
 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{3R} + \frac{1}{\infty} \right] - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \right] \\
 &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{3R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{3R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{3R}
 \end{aligned}$$

4. Medan magnet seragam sebesar 0,1 T berarah tegak lurus memasuki bidang tulis. Jika sebuah proton dalam medan magnet tersebut mempunyai kecepatan 10^5 m/s ke arah kanan

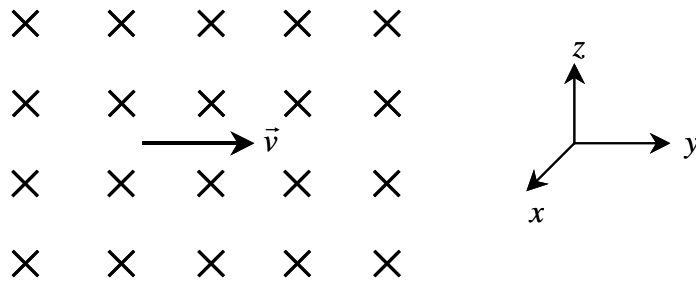
- Tentukan besar dan arah gaya pada proton (abaikan gravitasi)
- Gambar sketsa lintasan proton dalam medan tersebut. Jelaskan mengapa demikian
- Jika selain medan magnet ditambahkan medan listrik sebesar 10^4 N/C ke bawah tegak lurus medan magnetik, berapa gaya total yang dialami proton dan gambarkan sketsa lintasannya.

Jawab

- Kita gunakan sumbu koordinat dengan arah seperti pada gambar di bawah ini. Dengan pemilihan sumbu tersebut maka

$$\vec{v} = 10^5 \hat{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{B} = -0,1 \hat{i} \text{ T}$$



Gaya pada proton (gaya magnetik)

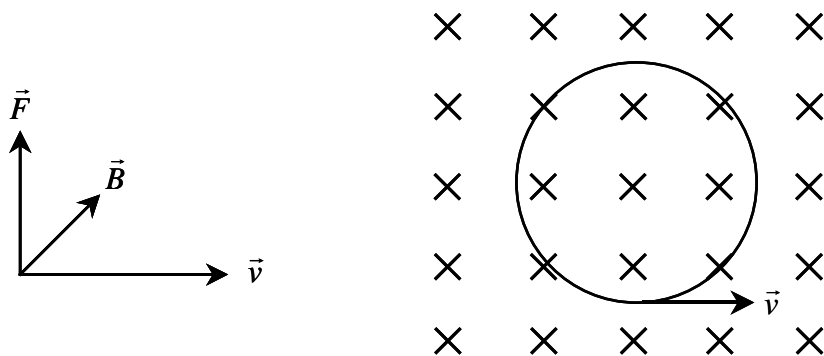
$$\vec{F}_L = +e\vec{v} \times \vec{B}$$

$$= (1,6 \times 10^{-19}) (10^5 \hat{j}) \times (-0,1 \hat{i}) = -1,6 \times 10^{-15} (\hat{j} \times \hat{i}) = -1,6 \times 10^{-15} (-\hat{k})$$

$$= 1,6 \times 10^{-15} \hat{k} \text{ N}$$

Tampak bahwa gaya mengarah sejajar sumbu z . Jadi arahnya tegak lurus kecepatan (berarah sumbu y) maupun medan magnet (berarah sumbu x)

b)



Lintasan proton berupa lingkaran karena arah gaya selalu tegak lurus arah kecepatan.

c) Vektor medan listrik yang diberikan adalah

$$\vec{E} = -10^4 \hat{j} \text{ N/C}$$

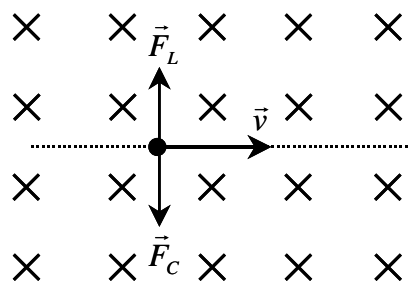
Gaya listrik yang dialami proton adalah

$$\vec{F}_C = +e\vec{E} = (1,6 \times 10^{-19}) \times (-10^4 \hat{j}) = -1,6 \times 10^{-15} \hat{j} \text{ N}$$

Gaya total yang dialami proton

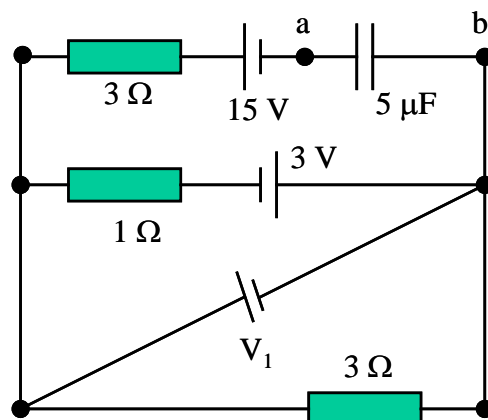
$$\vec{F} = \vec{F}_L + \vec{F}_C = 1,6 \times 10^{-15} \hat{j} - 1,6 \times 10^{-15} \hat{j} = 0$$

Karena gaya total yang bekerja nol maka proton bergerak dalam lintasan lurus.



5. dari gambar di bawah, apabila diketahui $V_1 = 9 \text{ V}$ dan kapasitor dalam keadaan tunak (kapasitor dalam keadaan trisi penuh), tentukan

- Nilai arus yng melewati masing-masing hambatan
- $V_a - V_b$ dan muatan di dalam kapasitor
- Disipasi daya pada hambatan 1Ω

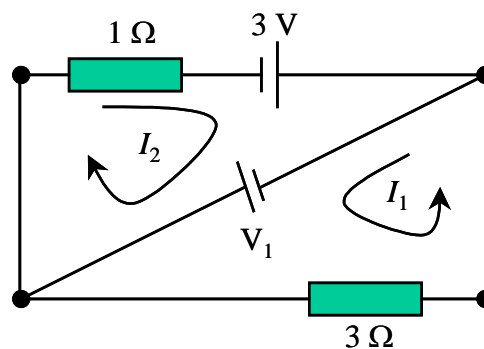


Jawab

a) Jika kapasitor penuh maka jalur yang mengandung kapasitor tidak dilewati arus (seolah terputus). Arus yang mengalir pada hambatan $3\ \Omega$ atas nol.

Dua ujung hambatan $3\ \Omega$ berimpitan dengan dua ujung baterai V_1 . Dengan demikian, tegangan antara dua ujung hambatan $3\ \Omega$ adalah V_1 . Arus yang mengalir pada hambatan $3\ \Omega$ adalah

$$I_1 = \frac{V_1}{3\Omega} = \frac{9}{3} = 3\text{ A}$$



Arus I_1 sesuai dengan arah pada gambar

Untuk menentukan arus yang mengalir pada hambatan $1\ \Omega$, perhatikan loop kiri.

$$\sum IR - \sum \varepsilon = 0$$

$$I_2 \times 1 - (-3 + V_1) = 0$$

$$I_2 - (-3 + 9) = 0$$

atau

$$I_2 = 6\text{ A}$$

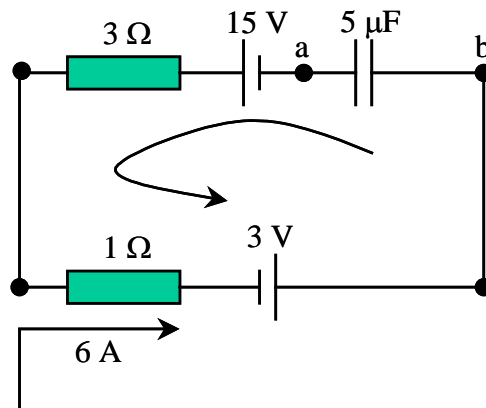
b) Untuk menentukan $V_a - V_b$, lihat loop atas saja seperti pada gambar di bawah ini

$$V_a - V_b = \sum IR - \sum \varepsilon$$

$$= 0 \times 3\Omega + 6\text{ A} \times 1\Omega - (15 - 3)$$

$$= 6 - 12$$

$$= -6\text{ V.}$$



Tanda negatif menandakan bahwa $V_b > V_a$. $V_a - V_b$ tidak lain merupakan beda potensial antara dua kaki kapasitor.

Muatan pada kapasitor

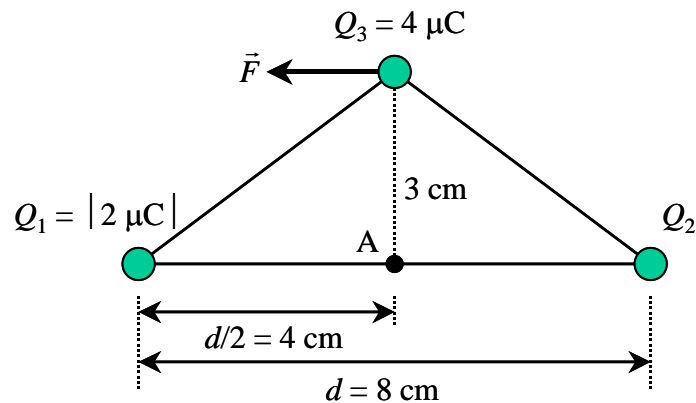
$$Q = C|V_{ab}| = (5 \times 10^{-6}) \times 6 = 3 \times 10^{-5} \text{ F}$$

c) Disipasi daya pada hambatan 1Ω

$$P = I_1^2 \times R = 6^2 \times 1 = 36 \text{ W}$$

Bab 16
Pembahasan Ujian I Semester II 2006/2007

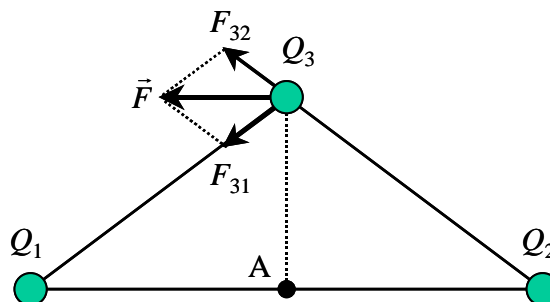
1. Mula-mula tiga buah muatan disusun seperti pada gambar di bawah ini. Besar muatan Q_1 adalah $2 \mu\text{C}$ yang jenisnya (tanda) belum diketahui. Muatan Q_2 tidak diketahui besar dan jenisnya. Sedangkan jenis muatan Q_3 adalah positif dan besarnya $4 \mu\text{C}$. Resultan gaya \vec{F} yang bekerja pada muatan Q_3 ke arah sumbu x negatif.



- Tentukan Q_1 dan Q_2 (besar dan tanda/jenis)
- Tentukan gaya \vec{F}
- tentukan potensial di titik A
- Jika Q_1 dan Q_2 tetap seperti pada gambar dan Q_3 bebas bergerak, apakah gaya total yang bekerja pada muatan Q_3 selalu tetap terhadap waktu? Jelaskan dengan ringkas dan singkat.

Jawab

a) Arah gaya \vec{F} yang sejajar dengan sumbu x negatif hanya mungkin dihasilkan oleh resultan gaya yang dihasilkan Q_1 dan Q_2 sebagai berikut



Gaya antara Q_1 dan Q_3 tarik menarik. Karena Q_3 positif maka muatan Q_1 negatif. Jadi $Q_1 = -2$

μC .

Gaya antara Q_2 dan Q_3 tolak menolak. Karena Q_3 positif maka muatan Q_2 juga positif. Komponen vertical gaya oleh Q_1 pada Q_2 sama dengan komponen vertical gaya oleh Q_2 pada Q_3 sehingga saling menghilangkan dan menghasilkan gaya resultan hanya arah horizontal. Ini hanya mungkin jika besar muatan Q_1 dan Q_2 sama. Jadi muatan $Q_2 = +2 \mu\text{C}$.

b) Gaya pada Q_3

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1 Q_3}{|\vec{r}_{31}|^3} \vec{r}_{31} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_2 Q_3}{|\vec{r}_{32}|^3} \vec{r}_{32}$$

dengan

$$\vec{r}_{31} = 4\hat{i} + 3\hat{j} \text{ cm} = 0,04\hat{i} + 0,03\hat{j} \text{ m} \Rightarrow |\vec{r}_{31}| = \sqrt{(0,04)^2 + (0,03)^2} = 0,05 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{32} = -4\hat{i} + 3\hat{j} \text{ cm} = -0,04\hat{i} + 0,03\hat{j} \text{ m} \Rightarrow |\vec{r}_{32}| = \sqrt{(-0,04)^2 + (0,03)^2} = 0,05 \text{ m}$$

Jadi

$$\begin{aligned}\vec{F} &= (9 \times 10^9) \frac{(-2 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(0,05)^3} (0,04\hat{i} + 0,03\hat{j}) \\ &+ (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(0,05)^3} (-0,04\hat{i} + 0,03\hat{j}) \\ &= -46,08\hat{i} \text{ N}\end{aligned}$$

c) Potensial di titik A

$$\begin{aligned}V_A &= V_{A1} + V_{A2} + V_{A3} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1}{|\vec{r}_{A1}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_2}{|\vec{r}_{A2}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_3}{|\vec{r}_{A3}|} \\ &= (9 \times 10^9) \frac{(-2 \times 10^{-6})}{(0,04)} + (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})}{(0,04)} + (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-6})}{(0,03)} \\ &= 1,2 \times 10^6 \text{ volt}\end{aligned}$$

d) Tidak tetap. Gaya yang bekerja pada Q_3 bergantung pada posisi muatan tersebut. Makin jauh jarak Q_3 dari muatan Q_1 dan Q_2 , gaya resultan yang bekerja makin kecil. Sebagai contoh ketika Q_3 berada pada jarak tak berhingga, gaya resultan pada Q_3 nol. Jika jika posisi Q_3 tidak

pada garis simetri antara Q_1 dan Q_2 maka gaya resultan tidak lagi sejajar sumbu x tetapi juga mempunyai komponen sejajar sumbu y .

2. Tinjau sebuah bola isolator berjari-jari R dan mempunyai muatan Q yang tersebar secara merata

a) Dengan menggunakan hukum gauss, tentukan medan listrik sebagai fungsi jarak dari pusat bola isolator di dalam dan di luar bola.

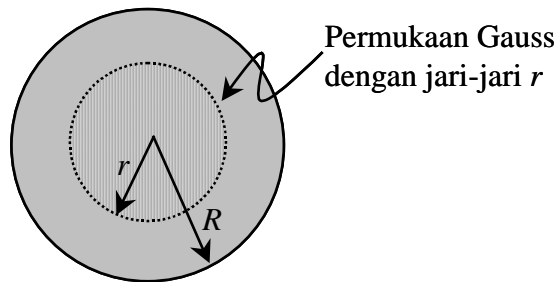
b) Tentukan potensial listrik sebagai fungsi jarak dari pusat biola isolator di dalam dan di luar bola.

c) Jika bola isolator ini ditempatkan dalam daerah dengan kuat medan listrik $\vec{E} = 5\hat{i}$ N/C, hitung fluks total yang meleati seluruh permukaan bola isolator tersebut

Jawab

Rapat muatan bola $\rho = \frac{Q}{4\pi R^3 / 3}$

a) Untuk mencari medan listrik di dalam bola, buat permukaan Gauss berupa bola dengan jar-jari $r < R$.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$\sum q = \text{muatan yang dilingkupi permukaan Gauss} = \rho \times (\text{volum bola Gauss})$$

$$= \frac{Q}{4\pi R^3 / 3} \times \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) = Q \frac{r^3}{R^3}$$

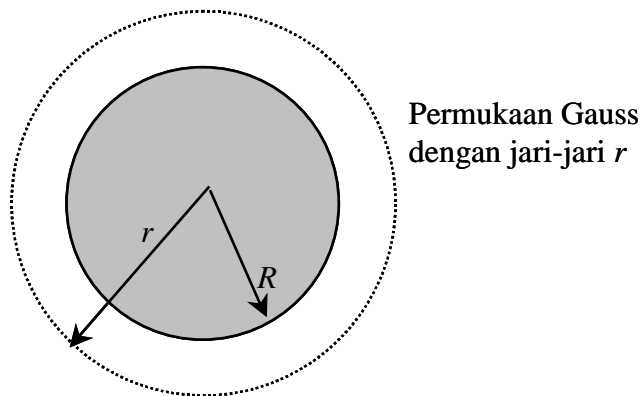
Dengan demikian

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_o} Q \frac{r^3}{R^3}$$

atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{R^3} r$$

Untuk mencari medan listrik di luar bola, buat permukaan Gauss berupa bola dengan jari-jari $r > R$.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sum q}{\epsilon_o}$$

$\sum q$ = muatan yang dilingkupi permukaan Gauss = seluruh muatan bola = Q .

Dengan demikian

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_o}$$

atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

b) Potensial listrik adalah

$$V(r) = V(r_o) - \int_{r_o}^r \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

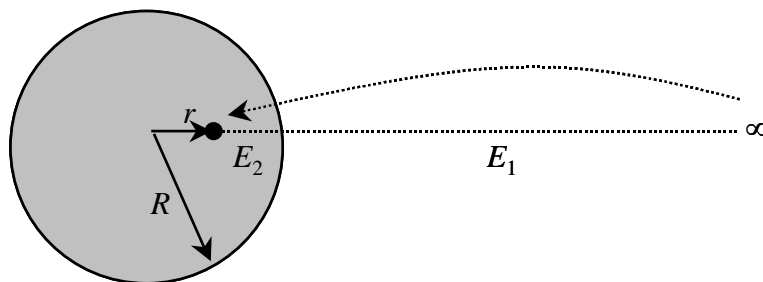
Untuk bola bermuatan kita ambil $r_o = \infty$ dan $V(r_o) = 0$ sehingga

$$V(r) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Potensial di luar bola ($r > R$)

$$\begin{aligned} V(r) &= - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{\infty}^r E dr = - \int_{\infty}^r \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2} \right) dr \\ &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} Q \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} Q \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r} \end{aligned}$$

Potensial di dalam bola ($r < R$)



$$V(r) = - \int_{\infty}^r E dr = - \int_{\infty}^R E_1 dr - \int_R^r E_2 dr$$

$$\begin{aligned}
&= -\int_{\infty}^R \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2} \right) dr - \int_R^r \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{R^3} r \right) dr \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} Q \int_{\infty}^R \frac{dr}{r^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{R^3} \int_R^r r dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} Q \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^R - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{R^3} \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_R^r \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{R} - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{2R^3} (r^2 - R^2)
\end{aligned}$$

c) Fluks total yang menembus permukaan bola

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

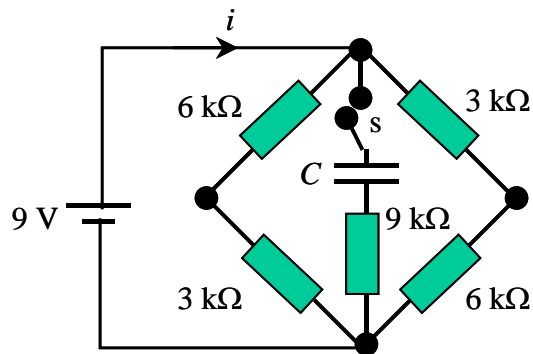
Berdasarkan hukum Gauss kita dapatkan

$$\phi = \frac{\sum q}{\epsilon_o} = \frac{Q}{\epsilon_o}$$

Fluks total yang melewati permukaan bola tidak bergantung pada kuat medan luar yang diterapkan tetapi semata-mata bergantung pada jumlah muatan yang dikandung bola

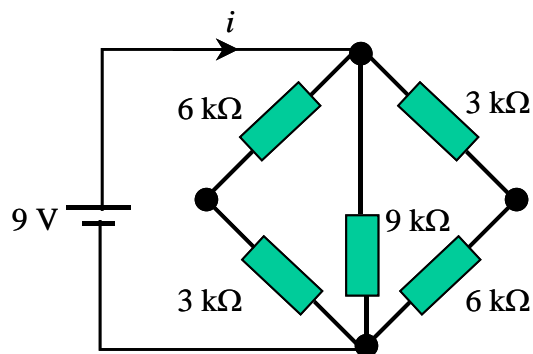
3) Diberikan rangkaian listrik seperti pada gambar, $C = 2000 \mu\text{C}$. Jika $t = 0$ kapasitor dalam keadaan kosong.

- Hitung arus sesaat setelah saklar s ditutup
- Tentukan V_{ab} pada saat kapasitor dalam keadaan tunak (terisi penuh muatan)
- Tentukan energi yang tersimpan dalam kapasitor saat tunak



Jawab

a) Sesaat setelah saklar ditutup kapasitor masih kosong. Dalam keadaan ini kapasitor seolah-olah terhubung singkat. Rangkaian menjadi sebagai berikut



Seri dua hambatan kiri menghasilkan $R_{kiri} = 6 + 3 = 9 \text{ k}\Omega$

Seri dua hambatan kanan menghasilkan $R_{kanan} = 3 + 6 = 9 \text{ k}\Omega$

Hambatan total, R_T , memenuhi

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{kiri}} + \frac{1}{R_{tengah}} + \frac{1}{R_{kanan}}$$

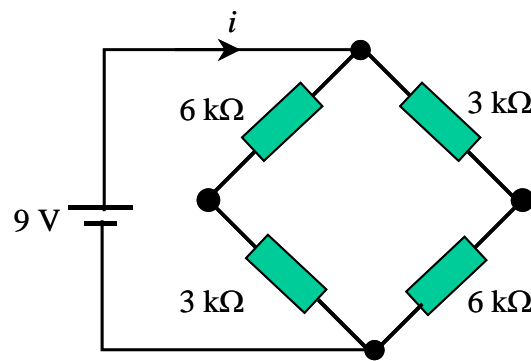
$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9}$$

atau $R_T = \frac{9}{3} = 3 \text{ k}\Omega$

Arus yang mengalir

$$i = \frac{9}{R_T} = \frac{9}{3 \times 10^3} = 3 \times 10^{-3} \text{ A} = 3 \text{ mA}$$

b) Dalam keadaan tunak, jalur yang mengandung kapasitor terputus. Rangkaian menjadi



Hambatan total, R_T , memenuhi

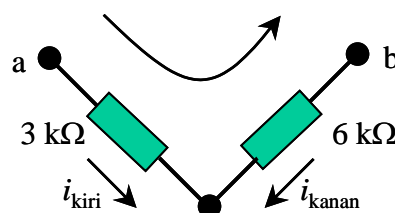
$$\begin{aligned} \frac{1}{R_T} &= \frac{1}{R_{kiri}} + \frac{1}{R_{kanan}} \\ &= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

atau $R_T = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ k}\Omega$

Arus yang mengalir

$$i = \frac{9}{R_T} = \frac{9}{4,5 \times 10^3} = 2 \times 10^{-3} \text{ A} = 2 \text{ mA}$$

Karena $R_{kiri} = R_{kanan}$ maka arus terbagi dua sama besar pada dua lintasan. Arus masing-masing lintasan adalah $i_{kiri} = i_{kanan} = i / 2 = 10^{-3} \text{ A}$



Beda potensial untuk lintasan terbuka ditentukan dengan rumus berikut ini

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \sum IR - \sum \mathcal{E} \\ &= (i_{\text{kiri}} \times 3 \text{ k}\Omega - i_{\text{kanan}} \times 6 \text{ k}\Omega) - 0 \\ &= 10^{-3} \times (3 \times 10^{-3}) - 10^{-3} \times (3 \times 10^{-3}) = 3 - 6 = -3 \text{ volt} \end{aligned}$$

c) Dalam keadaan tunak tidak ada arus yang mengalir pada jalur tengah sehingga tidak ada beda potensial antara dua ujung hambatan $9 \text{ k}\Omega$. Tegangan antara dua ujung kapasitor sama dengan tegangan baterai, yaitu 9 volt .

Energi yang tersimpan dalam kapasitor

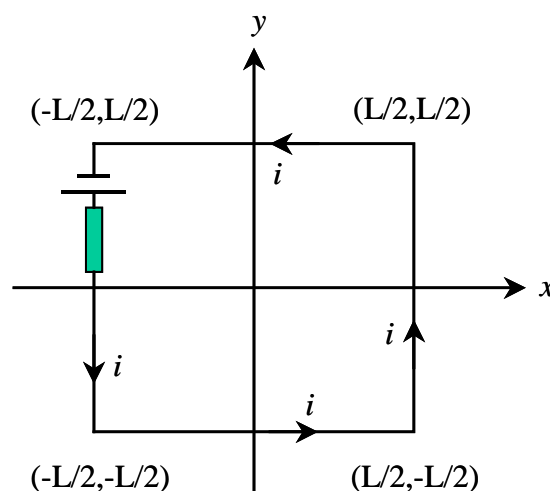
$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (2000 \times 10^{-6}) \times 9^2 = 8,1 \times 10^{-2} \text{ J}$$

4. Sebuah kawat bujur sangkar terletak dalam bidang xy seperti pada gambar, sengan sumbu z positif keluar bidang kertas (abaikan pengaruh gravitasi dan medan gambet yang ditimbulkan kawat berarus i).

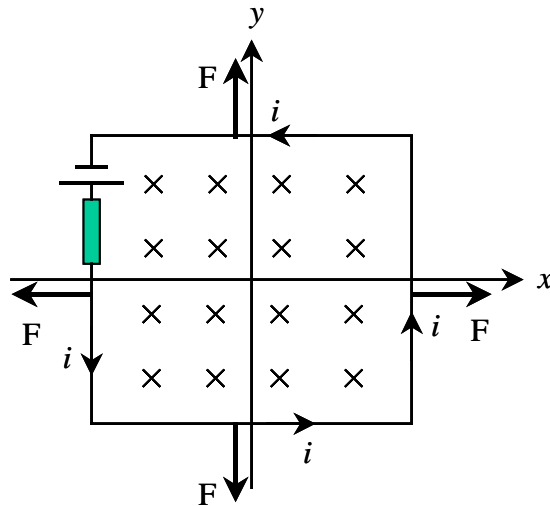
a) Tentukan gaya Lorentz yang bekerja pada kawat apabila medan magnet \vec{B} searah sumbu z positif

b) Jika medan magnetnya diganti menjadi $\vec{B} = \alpha y \hat{j}$ dengan α konstanta positif, hitung gaya Lorentz pada kawat tersebut

c) Bagaimana gerak kawat untuk soal b). Jelaskan dengan ringkas



Jawab



Jika \vec{B} searah sumbu z positif maka gaya Lorentz pada masing-masing ruas kawat saling menjauhi. Gaya magnet total menjadi nol

b) Jika $\vec{B} = \alpha y \hat{j}$

Sisi kiri dan kanan tidak mengalami gaya Lorentz karena kawat sejajar medan.

Pada sisi atas

$$\vec{B} = \alpha \frac{L}{2} \hat{j}$$

$$F = i \times (\text{panjang kawat}) \times (\text{besar } B)$$

$$= i \times L \times (\alpha L / 2) = \frac{1}{2} \alpha L^2$$

Arah gaya tegak lurus kertas ke belakang

Pada sisi bawah

$$\vec{B} = -\alpha \frac{L}{2} \hat{j}$$

$$F = i \times (\text{panjang kawat}) \times (\text{besar } B)$$

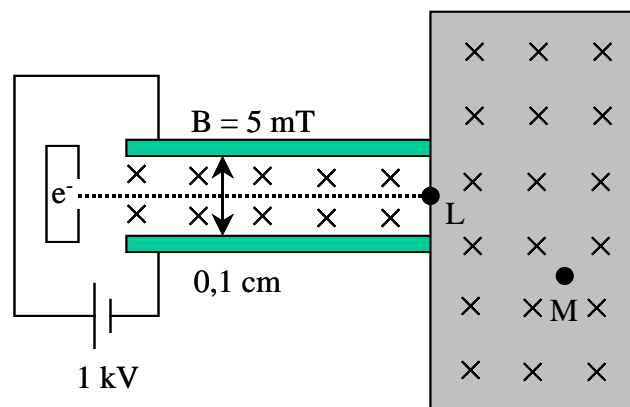
$$= i \times L \times (\alpha L / 2) = \frac{1}{2} \alpha L^2$$

Arah gaya tegak lurus kertas ke depan

Gaya Lorentz total = 0

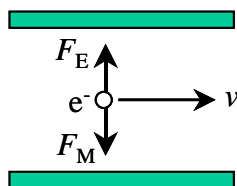
c) Gaya Lorentz yang dihasilkan di b) sama besar tetapi berlawanan arah. Karena itu tidak ada gerak translasi kawat. Tetapi yang dihasilkan adalah torak terhadap sumbu x yang menyebabkan kawat berotasi terhadap sumbu x. bagian atas kawat bergerak ke belakang dan bagian bawahnya bergerak ke depan.

5) Diberikan system spectrometer massa seperti pada gambar di bawah ini



Kita abaikan gravitasi karena nilainya sangat kecil dibandingkan dengan gaya magnet dan gaya listrik.

a) Saat di titik K



Di titik K bekerja dua gaya sekaligus, yaitu gaya listrik dan gaya magnet.

Besar gaya listrik

$$F_E = eE = e \frac{V}{d}$$

Karena arah medan listrik dari atas ke bawah dan muatan electron negatif maka gaya listrik berarah ke atas

Besar gaya magnet

$$F_M = evB$$

Karena arah medan magnet ke belakang, arah kecepatan ke kanan, dan muatan electron negatif maka arah gaya magnet ke bawah.

b) Elektron yang mencapai titik L adalah electron yang memenuhi

$$F_E = F_M$$

$$e \frac{V}{d} = evB$$

atau

$$v = \frac{V}{Bd} = \frac{10^3}{(5 \times 10^{-3})(0,1 \times 10^{-2})} = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

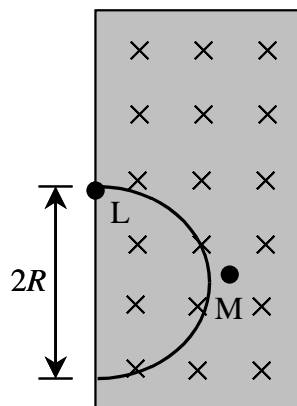
c) Saat memasuki daerah M elektron hanya mengalami gaya magnetic $F_M = evB$. Gaya tersebut bearah ke pusat lintasan lingkaran electron sehingga merupakan gaya sentripetal. Dengan demikian

$$evB = m \frac{v^2}{R}$$

atau

$$R = \frac{mv}{eB} = \frac{(9,1 \times 10^{-31})(2 \times 10^8)}{(1,6 \times 10^{-19})(5 \times 10^{-3})} = 0,225 \text{ m}$$

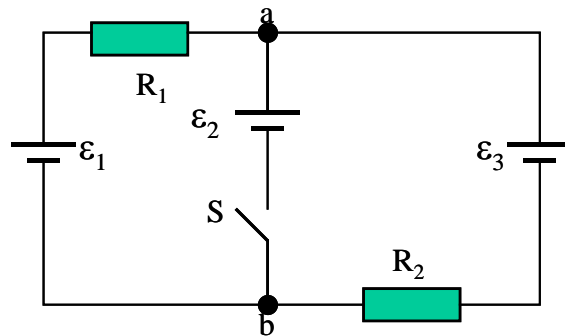
Detektor ditempatkan di bawah titik L pada jarak $2R = 0,45 \text{ m}$



Bab 17

Pembahasan Ujian II Semester II 1998/1999

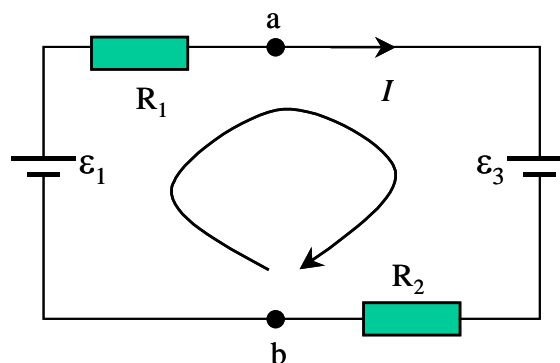
1. Diberikan rangkaian listrik seperti pada gambar di bawah. Nilai-nilai komponen adalah $R_1 = 2 \, \Omega$, $R_2 = 4 \, \Omega$, $\varepsilon_1 = 18 \, \text{V}$, $\varepsilon_2 = 4 \, \text{V}$, dan $\varepsilon_3 = 12 \, \text{V}$. Tentukan arus yang mengalir pada masing-masing baterai dan beda potensial V_{ab} untuk masing-masing keadaan berikut



- a) Saklar S dalam keadaan terbuka
- b) Saklar S dalam keadaan tertutup

Jawab

a) Jika saklar S dibuka maka jalur tengah tidak dipakai. Rangkaian menjadi sebagai berikut



Arus yang mengalir

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{R_1 + R_2} = \frac{18 - 12}{2 + 4} = 1 \, \text{A}$$

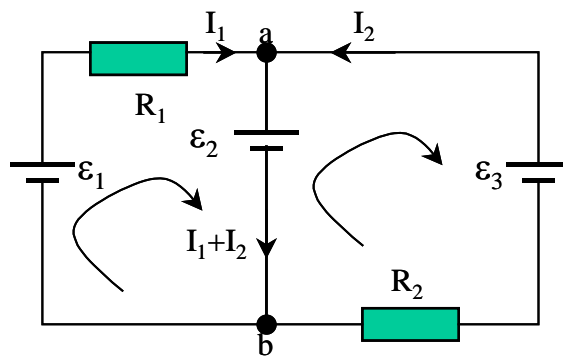
Arah arus sesuai dengan gambar

Untuk menentukan V_{ab} , lihat potongan rangkaian sebelah kanan: a - ε_3 - R_2 - b.

$$V_{ab} = \sum IR - \sum \varepsilon$$

$$= IR_2 - (-\varepsilon_3) = 1 \times 4 + 12 = 16 \text{ volt}$$

b) Saklar S ditutup. Rangkaian menjadi sebagai berikut



Loop kiri

$$\sum IR - \sum \varepsilon = 0$$

$$I_1 R_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = 0$$

$$I_1 \times 2 - (18 - 4) = 0$$

$$I_1 = \frac{14}{2} = 7 \text{ A}$$

Loop kanan

$$\sum IR - \sum \varepsilon = 0$$

$$-I_2 R_2 - (\varepsilon_2 - \varepsilon_3) = 0$$

$$-I_2 \times 4 - (4 - 12) = 0$$

$$I_2 = \frac{8}{4} = 2 \text{ A}$$

Antara a dan b terpasang sebuah baterai $\varepsilon_2 = 4 \text{ V}$. Jadi $V_{ab} = 4 \text{ V}$.

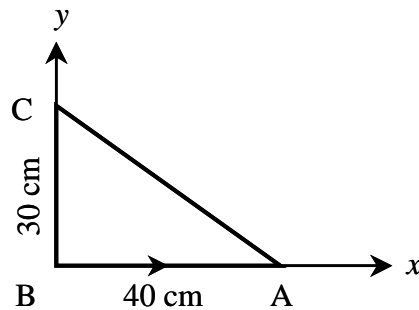
2. a) Sebuah partikel bermassa m dan muatan q ditembakkan ke dalam selector

kecepatan yang mempunyai medan magnetik 2 T dan medan listrik 400 V/m sedemikian sehingga partikel bergerak lurus.

i) Tentukan laju partikel tersebut

ii) Seandainya tidak ada medan listrik, partikel tersebut akan bergerak melingkar dengan jari-jari $R = 1$ m. Tentukan perbandingan m/q untuk partikel tersebut

b) Sebuah kawat berbentuk segitiga terletak pada bidang xy seperti pada gambar. Arus yang mengalir pada kawat adalah 3 A dan di dalam ruang tersebut terdapat medan magnet $B = 2$ T berarah sejajar sumbu x ke kanan.



i) Tentukan gaya Lorentz yang bekerja pada segmen kawat AC

ii) Hitung momen dipol magnetic loop segitiga

iii) Hitung juga torka (momen gaya) yang dialami loop kawat

Jawab

a.

i) Gaya yang dialami partikel adalah gaya coulomb dan gaya lorentz masing-masing

$$F_C = qE$$

$$F_L = qvB$$

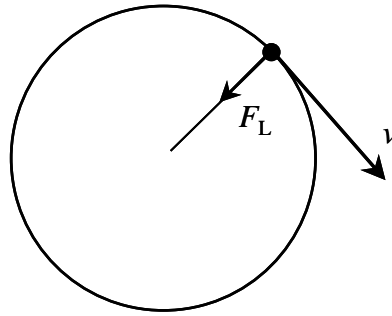
Partikel bergerak lurus berarti ke dua gaya tersebut sama besar,

$$qE = qvB$$

atau

$$v = \frac{E}{B} = \frac{400}{2} = 200 \text{ m/s}$$

ii) Jika tidak ada medan listrik



Gaya yang bekerja hanya $F_L = qvB$ ke arah pusat lintasan. Jadi gaya tersebut merupakan gaya sentripetal yang memenuhi hubungan

$$F_L = m \frac{v^2}{R}$$

Dengan demikian

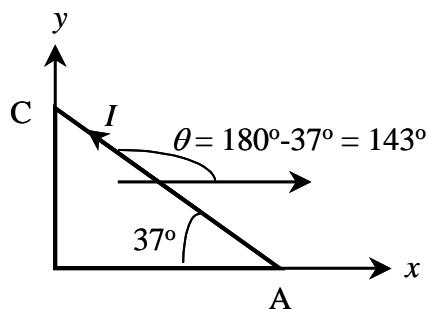
$$qvB = m \frac{v^2}{R}$$

atau

$$\frac{m}{q} = \frac{BR}{v} = \frac{2 \times 1}{200} = 0,01 \text{ kg/C}$$

b.

i)



Panjang segmen AC : $\overline{AC} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$

Gaya lorentz pada segmen AC

$$F_{AC} = I \overline{AC} B \sin \theta$$

$$= 3 \times 0,5 \times 2 \times \sin 143^\circ = 3 \times 0,5 \times 2 \times \frac{4}{5} = 1,4 \text{ N (arah tegak lurus kertas ke belakang)}$$

ii) Luas loop

$$A = \frac{1}{2} \times 0,3 \times 0,4 = 0,06 \text{ m}^2$$

Besar momen dipol magnet

$$\mu = IA = 3 \times 0,06 = 0,18 \text{ A m}^2$$

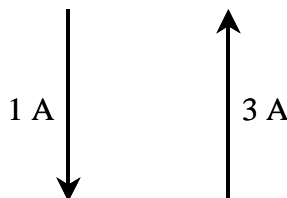
iii) Arah momen dipol tegak lurus bidang loop, bearti tegak lurus juga dengan medan magnet B. Besar torka yang dimiliki loop

$$\tau = \mu B \sin 90^\circ = 0,18 \times 2 \times 1 = 0,36 \text{ N m}$$

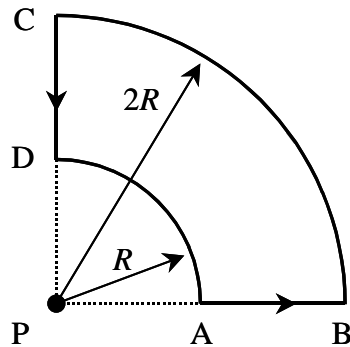
3. a) Sebuah kawat lurus panjang dialiri arus i . Dengan menggunakan hukum ampere perlihatkan bahwa medan magnetic pada jarak r dari kawat diberikan oleh

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

b) Bila ada dua kawat sejajar berjarak 2 cm dan masing-masing dialiri arus 1 A dan 3 A dalam arah yang berlawanan, carilah sebuah titik (selain di tak hingga) di mana resultan medan magnetnya sama dengan nol

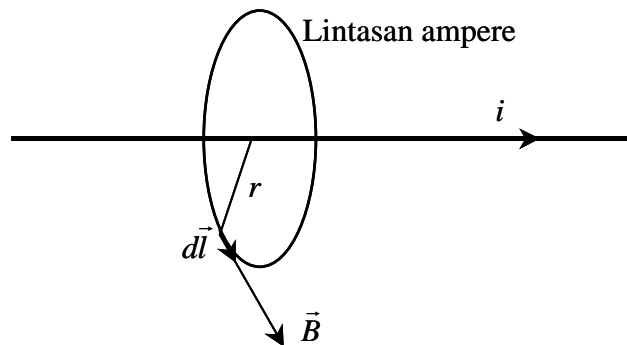


c) Untuk situasi pada gambar di bawah ini, tentukan medan magnet di pusat lengkungan seperempat lingkaran (titik P) oleh masing-masing segmen kawat dinyatakan dalam μ_0 . Besar arus yang mengalir adalah $I = 2 \text{ A}$ dan besar $R = 0,5 \text{ m}$



Jawab

a)



Hukum ampere

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \sum I$$

Buat lintasan ampere berupa lingkaran dengan jari-jari r . Arah \vec{B} dan $d\vec{l}$ pada lintasan tersebut selalu sama sehingga $\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl$. Pada lintasan tersebut besar medan juga konstan. Akibatnya kita dapat menulis ruas kiri menjadi

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint B dl = B \oint dl = B \times (\text{panjang lintasan ampere}) \\ &= B \times (\text{keliling lingkaran}) = B \times (2\pi r) \end{aligned}$$

$\sum I$ adalah jumlah arus yang dilingkupi lintasan ampere, dan karena hanya ada satu

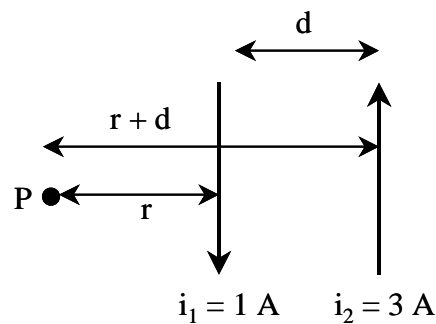
kawat yang dialiri arus i maka $\sum I = i$. Akhirnya kita dapatkan

$$B \times (2\pi r) = \mu_o i$$

atau

$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi r}$$

b)



Lihat titik P yang berjarak r dari kawat yang dialiri arus $i_1 = 1 \text{ A}$ dan berjarak $r + d$ dari kawat yang dialiri arus $i_2 = 3 \text{ A}$. Arah medan magnet yang dihasilkan dua kawat tersebut berlawanan. Medan total di titik P adalah

$$B_P = \frac{\mu_o i_1}{2\pi r} - \frac{\mu_o i_2}{2\pi(r + d)}$$

Medan di P nol jika terpenuhi

$$\frac{i_1}{r} = \frac{i_2}{r + d}$$

$$i_1(r + d) = i_2 r$$

$$r = \frac{i_2 - i_1}{i_1} d = \frac{3 - 1}{1} \times 2 = 4 \text{ cm}$$

c) Kuat medan magnet di pusat lingkaran penuh berjari-jari a dan dialiri arus I adalah

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi a}$$

Medan magnet di pusat seperempat lingkaran berjari-jari R adalah

$$B_1 = \frac{1}{4} \times \frac{\mu_o I}{2R} = \frac{\mu_o I}{8R}$$

arah tegak lurus bidang kertas ke belakang

Medan magnet di pusat seperempat lingkaran berjari-jari $2R$ adalah

$$B_2 = \frac{1}{4} \times \frac{\mu_o I}{2(2R)} = \frac{\mu_o I}{16R}$$

arah tegak lurus bidang kertas ke depan

Kuat medan total di titik P

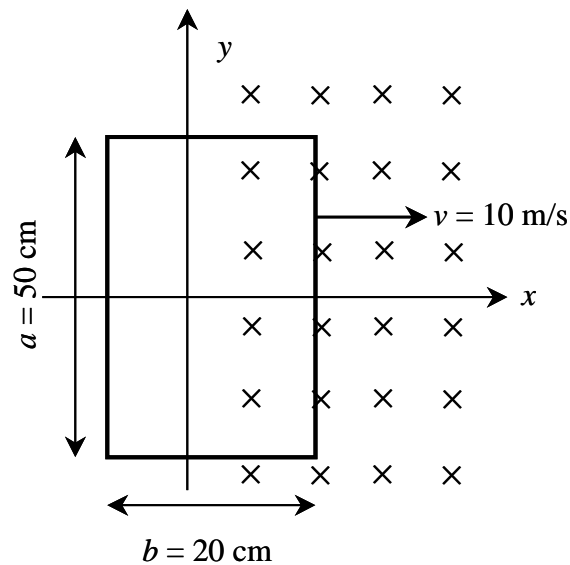
$$\begin{aligned} B_p &= B_1 - B_2 = \frac{\mu_o I}{8R} - \frac{\mu_o I}{16R} = \frac{\mu_o I}{16R} \\ &= \frac{\mu_o \times 2}{16 \times 0,5} = \frac{1}{4} \mu_o \end{aligned}$$

4. a) Sebuah inductor yang mempunyai induktansi $L = 30$ mH dialiri arus yang berubah terhadap waktu menurut $I(t) = (5 - t^2)$ A.

- i) Tentukan besar ggl induksi yang timbul pada inductor ketika $t = 2$ s
- ii) Jelaskan apakah pada saat itu arus induksi mengalir searah atau berlawanan arah dengan arus $I(t)$ yang diberikan?
- iii) Tentukan juga energi magnetik yang tersimpan dalam inductor pada saat tersebut

b) Medan magnet $B = 2$ T mengisi setengah ruang daerah ($x > 0$) dalam arah r tegak lurus masuk bidang kertas. Pada saat $t = 0$ sebuah loop kawat berukuran 50 cm \times 20 cm mulai memasuki daerah medan magnet dengan kecepatan 10 cm/s dalam arah sumbu x positif.

- i) Hitung fluks magnetic yang menerobos kawat ketika loop telah memasuki daerah magnetic sejauh x ($x < 20$ cm)
- ii) Tentukan ggl imbas yang timbul pada kawat untuk $t = 1$ s
- iii) Tentukan ggl imbas yang timbul pada kawat untuk $t = 3$ s



Jawab

a. i) Besar ggl induksi yang timbul saat $t = 2$ s

$$|\mathcal{E}| = L \left| \frac{dI}{dt} \right| = L \left| \frac{d(5 - t^2)}{dt} \right| = L |-2t| = 2Lt$$

$$= 2 \times (30 \times 10^{-3}) \times 2 = 0,12 \text{ volt}$$

ii) Arus makin kecil dengan membesarnya t sehingga kuat medan magnet dalam induktor berkurang dengan bertambahnya t . Akibatnya fluks magnetic dalam induyktor juga berkurang dengan bertambahnya t . Arus induksi melawan perubahan tersebut dengan memperbesar fluks. Caranya adalah menghasilkan medan magnet dalam arah yang sama. Ini dapat terjadi jika arah arus induksi sama dengan arah arus $I(t)$ yang diberikan.

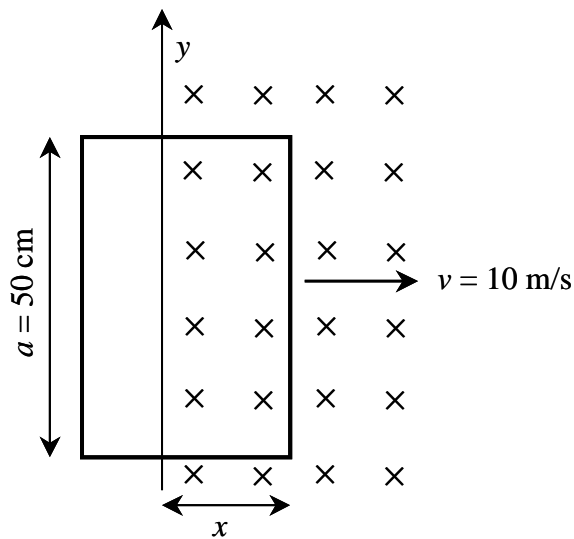
iii) Energi magnetic yang tersimpan dalam induktor

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

Pada saat $t = 2$ s, $I = 5 - 2^2 = 1$ A sehingga

$$U = \frac{1}{2} \times (30 \times 10^{-3}) \times 1^2 = 1,5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

b. i)



Luas bidang loop yang mengandung medan magnet adalah

$$A = ax$$

Fluks magnetic yang dikandung loop

$$\phi = BA = Bax$$

Ggl induksi yang dihasilkan

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -\frac{d\phi}{dt} = -Ba \frac{dx}{dt} = -Bav \\ &= -2 \times 0,5 \times 0,1 = -0,1 \text{ volt}\end{aligned}$$

ii) Pada saat $t = 1 \text{ s}$, loop telah bergerak sejauh

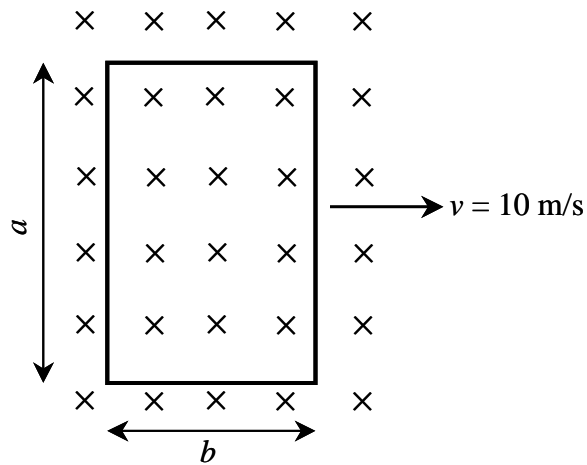
$$x = vt = 10 \times 1 = 10 \text{ cm}$$

Karena $x < 20 \text{ cm}$ maka ggl induksi yang dihasilkan adalah $-0,1 \text{ volt}$

iii) Pada saat $t = 3 \text{ s}$ loop telah bergerak sejauh

$$x = vt = 10 \times 3 = 30 \text{ cm}$$

Ini berarti seluruh bagian loop telah masuk ke dalam medan magnet. Fluks yang dikandung loop menjadi



$$\phi = B a b = \text{konstan}$$

Ggl induksi yang dihasilkan menjadi

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = 0$$

5. Sebuah rangkaian arus bolak-balik memuat generato tegangan bolak-balik, resistor $R = 40 \, \Omega$ dan inductor dengan reaktansi $X_L = 30 \, \Omega$ yang dihubungkan secara seri. Arus yang mengalir pada rangkaian adalah

$$i(t) = 2 \sin(\omega t + \pi/3) \, \text{A}$$

- Dambarkan diagram fasor untuk tegangan pada resistor, induktor, dan generator
- Tentukan impedansi rangkaian
- Tuliskan tegangan generator sebagai fungsi waktu

Jawab

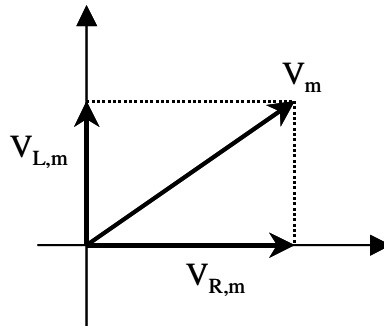
- Tegangan maksimum pada resistor

$$V_{R,m} = I_m R = 2 \times 40 = 80 \, \text{volt}$$

Tegangan maksimum pada induktor

$$V_{L,m} = I_m X_L = 2 \times 30 = 60 \, \text{volt}$$

Diagram fasor



b) Impedansi rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ } \Omega$$

c) Besar tegangan maksimum sumber

$$V_m = I_m Z = 2 \times 50 = 100 \text{ volt}$$

Beda fasa antara arus dan tegangan sumber

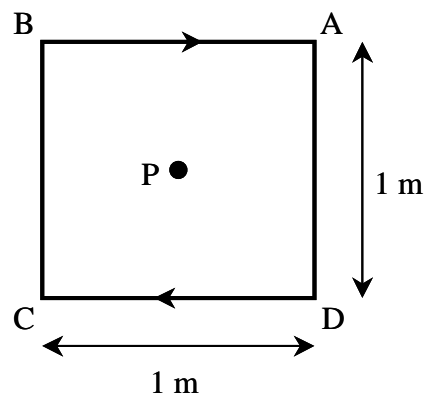
$$\theta = \tan^{-1} \frac{X_L}{R} = \tan^{-1} \frac{30}{40} = 0,21\pi \text{ rad}$$

Untuk rangkaian RL, tegangan mendahului arus dengan perbedaan fase θ . Dengan demikian tegangan sumber sebagai fungsi waktu adalah

$$\begin{aligned} V_s(t) &= V_m \sin(\omega t + \pi/3 + \theta) = 100 \sin(\omega t + \pi/3 + 0,21\pi) \\ &= 100 \sin(\omega t + 0,54\pi) \text{ volt} \end{aligned}$$

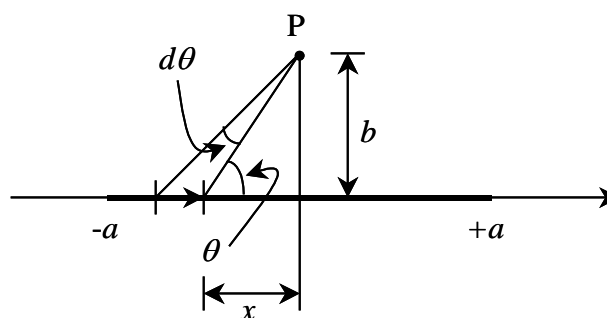
Pembahasan Ujian II Semester II 1999/2000

1. Sebuah kawat berbentuk bujur sangkar dengan sisi 1 m dialiri arus listrik sebesar 2 A. Titik P berada di pusat bujur sangkar. Tentukan
- Besar dan arah medan magnet di titik P yang disebabkan oleh kawat CD
 - Besar dan arah medan magnet di titik P oleh seluruh bagian kawat



Jawab

- Kita tentukan kuat medan magnet yang dihasilkan kawat lurus berhingga dengan menggunakan hukum Biot Savart (*attention: hukum Gauss tidak dapat dipakai di sini. Hukum Gauss hanya untuk kawat yang panjangnya tak hingga*)



Besar medan magnet di titik P oleh elemen kawat dx

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I dx \sin \theta}{r^2}$$

Pada gambar tampak bahwa

$$r = \frac{b}{\sin \theta}$$

$$x = \frac{b}{\tan \theta} \text{ sehingga } dx = -\frac{b}{\sin^2 \theta} d\theta$$

Dengan demikian

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I(-bd\theta / \sin^2 \theta) \sin \theta}{(b / \sin \theta)^2} = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \theta d\theta$$

$$B = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{b} \int_{kiri}^{kanan} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{b} [\cos \theta]_{kiri}^{kanan}$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{b} \left[\frac{x}{r} \right]_{-a}^a = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{b} \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + b^2}} \right]_{-a}^a$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{b} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{-a}{\sqrt{(-a)^2 + b^2}} \right] = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{b} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

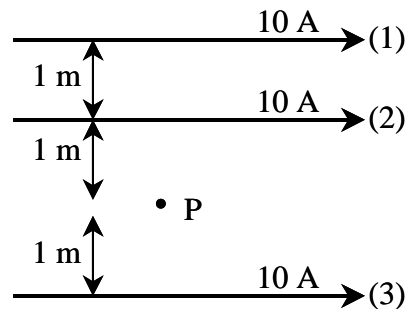
$$= (2 \times 10^{-7}) \frac{2}{0,5} \frac{0,5}{\sqrt{0,5^2 + 0,5^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \times 10^{-7} \text{ T}$$

Arah medan tegak lurus bidang kertas ke bawah

b) Medan yang dihasilkan tiap sisi kawat sama besar dan sama arah. Dengan demikian medan total di titik P adalah

$$B_p = 4 \times \frac{8}{\sqrt{2}} \times 10^{-7} = \frac{32}{\sqrt{2}} \times 10^{-7} \text{ T}$$

2. Tiga buah kawat dengan panjang tak hingga masing-masing dialiri arus 10 A dengan arah yang sama. Jarak kawat (1) dan kawat (2) adalah 1 m dan jarak kawat (2) dan kawat (3) 2 m.



Tentukan

- Besar dan arah medan magnet total di titik P
- Besar gaya per satuan panjang pada kawat (2)

Jawab

a) Arus pada kawat (1) dan kawat (2) menghasilkan medan di P dalam arah tegak lurus kertas ke belakang. Arus pada kawat (3) menghasilkan medan di P tegak lurus kertas ke arah depan. Medan total di P menjadi

$$\begin{aligned}
 B_P &= B_{P1} + B_{P2} - B_{P3} \\
 &= \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r_{P1}} + \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r_{P2}} - \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r_{P3}} = \frac{\mu_o I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{P1}} + \frac{1}{r_{P2}} - \frac{1}{r_{P3}} \right) \\
 &= (2 \times 10^{-7}) \times 10 \times \left(\frac{1}{1,5} + \frac{1}{0,5} - \frac{1}{0,5} \right) = 1,3 \times 10^{-6} \text{ T}
 \end{aligned}$$

Arah medan di P tegak lurus kertas ke belakang

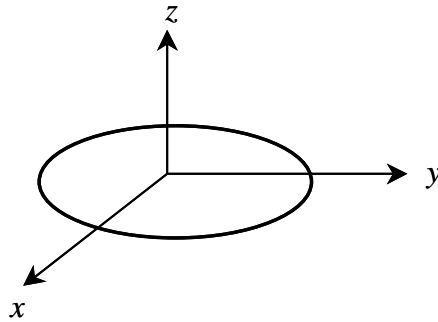
b) Medan total di kawat (2)

$$\begin{aligned}
 B_2 &= B_{21} - B_{23} \\
 &= \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r_{21}} - \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r_{23}} = \frac{\mu_o I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{21}} - \frac{1}{r_{23}} \right) \\
 &= (2 \times 10^{-7}) \times 10 \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) = 1,0 \times 10^{-6} \text{ T}
 \end{aligned}$$

Gaya per satuan panjang pada kawat (2)

$$\frac{F_2}{L_2} = IB_2 = 10 \times (1,0 \times 10^{-6}) = 1,0 \times 10^{-5} \text{ N/m}$$

3. Sebuah loop kawat berjari-jari 2 cm berada dalam bidang xy. Loop tersebut berada dalam medan magnet $\vec{B} = (2t\hat{j} + 3t^2\hat{k})$ T.



Tentukan

- Fluks pada loop kawat sebagai fungsi waktu
- besar ggl imbas pada saat $t = 2$ s
- Besar ggl imbas rata-rata dalam selang $2 \leq t \leq 4$ s

Jawab

- Luas loop adalah

$$A = \pi r^2 = \pi \times (2 \times 10^{-2})^2 = 4\pi \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Arah vector luas tegak lurus bidang loop. Jadi dalam notasi vector, luas adalah

$$\vec{A} = 4\pi \times 10^{-4} \hat{k} \text{ m}^2$$

Fluks pada loop

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = (2t\hat{j} + 3t^2\hat{k}) \cdot (4\pi \times 10^{-4} \hat{k}) = (3t^2) \times (4\pi \times 10^{-4}) = 12\pi \times 10^{-4} t^2 \text{ T m}^2$$

- Besar ggl pada saat t

$$\varepsilon = \left| \frac{d\phi}{dt} \right| = 24\pi \times 10^{-4} t$$

Pada saat $t = 2$ s maka

$$\varepsilon = 24\pi \times 10^{-4} \times 2 = 0,015 \text{ volt}$$

c) Ggl imbas rata-rata antara $t = 2$ s sampai $t = 4$ s

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\phi(4) - \phi(2)}{4 - 2} = \frac{(12\pi \times 10^{-4} \times 4^2) - (12\pi \times 10^{-4} \times 2^2)}{2}$$

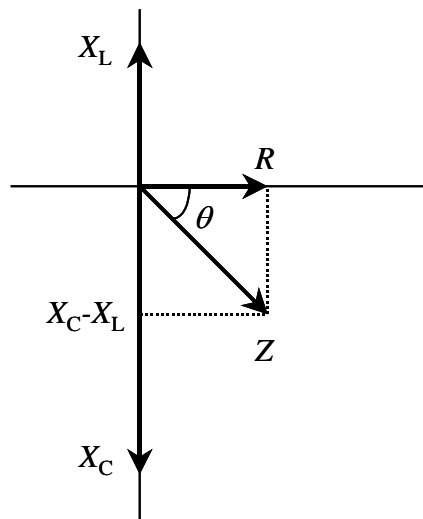
$$= 0,023 \text{ volt}$$

4. Pada rangkaian seri RLC diketahui $R = 60 \, \Omega$, $X_C = 160 \, \Omega$, dan $X_L = 80 \, \Omega$. Misalkan tegangan listrik dari sumber tegangan $V_s(t) = 200 \cos(100t + \pi/4)$ volt.

- Dengan menggunakan diagram fasor tentukan impedansi rangkaian tersebut. Tentukan pula arus sebagai fungsi waktu
- Tentukan tegangan cd sebagai fungsi waktu
- Tentukan tegangan bd sebagai fungsi waktu

Jawab

a)



Impedansi rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = \sqrt{60^2 + (160 - 80)^2} = 100 \, \Omega$$

Beda fase arus dan tegangan adalah

$$\theta = \tan^{-1} \frac{|X_L - X_C|}{R} = \tan^{-1} \frac{|80 - 160|}{60} = \tan^{-1} \frac{4}{3} = 0,3\pi \text{ rad}$$

Karena $X_C > X_L$ maka rangkaian bersifat kapasitif. Fase arus lebih cepat θ daripada fase tegangan. Dengan demikian fase arus adalah $100t + \pi/4 + 0,3\pi = 100t + 0,55\pi$. Besar

arus maksimum adalah

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{200}{100} = 2 \text{ A. Dengan demikian arus sebagai fungsi waktu adalah}$$

$$I(t) = 2 \cos(100t + 0,55\pi)$$

b) Tegangan maksimum antara c-d adalah

$$V_{cd,m} = I_m X_L = 2 \times 80 = 160 \text{ volt}$$

Fase tegangan cd mendahului fase arus sebesar $\pi/2$. Jadi

$$\begin{aligned} V_{cd}(t) &= V_{cd,m} \cos(100t + 0,55\pi + \pi/2) \\ &= 160 \cos(100t + 1,05\pi) \text{ volt} \end{aligned}$$

c) Impedansi antara b-d adalah

$$Z_{bd} = |X_L - X_C| = |80 - 160| = 80 \Omega$$

Tegangan maksimum antara b-d

$$V_{bd,m} = I_m Z_{bd} = 2 \times 80 = 160 \text{ volt}$$

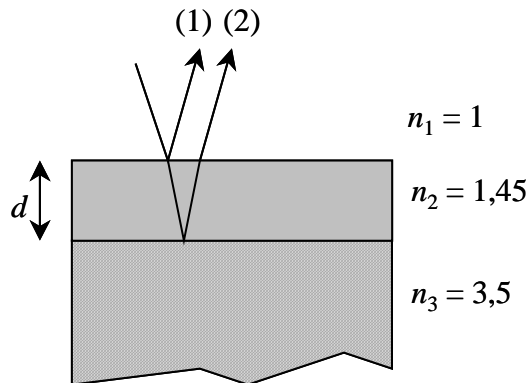
Antara bd hanya ada L dan C di mana $X_C > X_L$. Jadi rangkaian bersifat kapasitif murni sehingga fase tegangan lebih lambat $\pi/2$ daripada fase arus. Jadi

$$\begin{aligned} V_{bd}(t) &= V_{bd,m} \cos(100t + 0,55\pi - \pi/2) \\ &= 160 \cos(100t + 0,05\pi) \text{ volt} \end{aligned}$$

5. Sel surya sering dilapisi dengan lapisan tipis transparan seperti SiO ($n = 1,45$) untuk meminimumkan kehilangan cahaya akibat pemantulan. Bila sel surya yang digunakan adalah silikon ($n = 3,5$) tentukan tebal minimum lapisan SiO yang menghasilkan interferensi minimum untuk $\lambda = 5500$ anstrom.

b) Sebuah layar berjarak 1 meter dari sebuah celah disinari dengan cahaya yang panjang gelombangnya 6000 angstrom. Bila jarak minimum pertama dan ketika pola difraksi adalah 3 mm, berapakah lebar celah?

Jawab



Panjang lintasan optik sinar (2) selama di dalam SiO adalah

$$\Delta x = 2n_2 d$$

Perubahan fase sinar (1) akibat pemantulan pada permukaan SiO (medium kurang rapat ke medium lebih rapat) adalah

$$\Delta\varphi_1 = \pi$$

Perubahan fase sinar (2) akibat pemantulan pada batas SiO dan silicon (medium kurang rapat ke medium rapat) dan akibat pertambahan lintasan optik adalah

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_2 &= \pi + k\Delta x \\ &= \pi + \frac{2\pi}{\lambda} \times 2n_2 d\end{aligned}$$

Beda fase sinar (2) dan sinar (1)

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \left(\pi + \frac{2\pi}{\lambda} \times 2n_2 d \right) - \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2n_2 d = \frac{4\pi n_2 d}{\lambda}$$

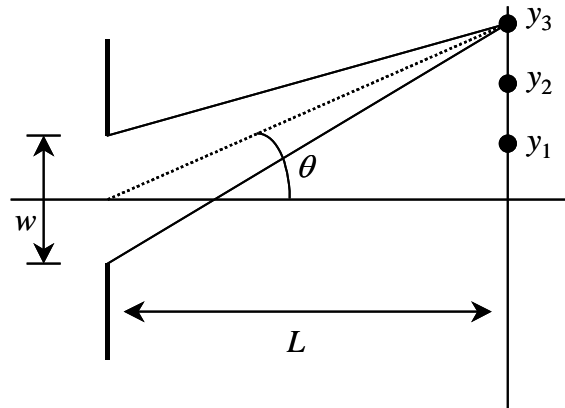
Interferensi minimum terjadi jika $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$ Ketebalan minimum film tercapai jika $\Delta\varphi = \pi$ atau

$$\frac{4\pi n_2 d}{\lambda} = \pi$$

atau

$$d = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{5500}{4 \times 1,45} = 948 \text{ angstrom}$$

b)



Minimum difraksi terjadi jika

$$\frac{\pi w \sin \theta}{\lambda} = \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \dots$$

Untuk sudut θ yang kecil, $\sin \theta \approx \tan \theta = y/L$. Dengan demikian syarat minimum adalah

$$\frac{\pi w (y/L)}{\lambda} = \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \dots$$

atau

$$y = \frac{\lambda L}{w}, \frac{2\lambda L}{w}, \frac{3\lambda L}{w}, \dots$$

Lokasi minimum pertama

$$y_1 = \frac{\lambda L}{w}$$

Lokasi minimum ketiga

$$y_3 = \frac{3\lambda L}{w}$$

Beda lokasi minimum ketiga dan pertama

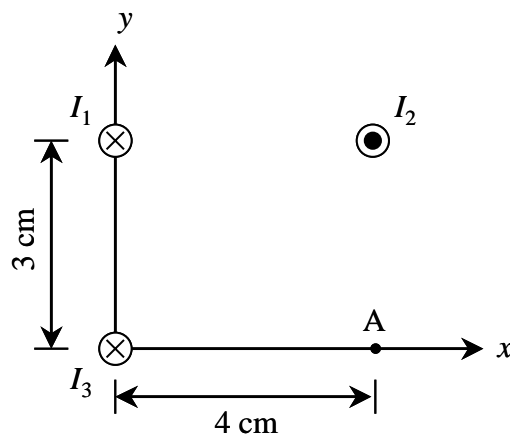
$$\Delta y = y_3 - y_1 = \frac{3\lambda L}{w} - \frac{\lambda L}{w} = \frac{2\lambda L}{w}$$

atau

$$w = \frac{2\lambda L}{\Delta y} = \frac{2 \times (6000 \times 10^{-10}) \times 1}{3 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Pembahasan Ujian II Semester II 2000/2001

1. Tiga buah kawat panjang dialiri arus seperti pada gambar menembus tegak lurus kertas. Jarak kawat yang dialiri arus I_1 dan I_3 adalah 3 cm sedangkan jarak antara kawat yang dialiri arus I_1 dan I_2 adalah 4 cm. Jika $I_1 = 1$ A, $I_2 = 2$ A, dan $I_3 = 3$ A tentukan



- besar dan arah terhadap sumbu x positif untuk kuat medan magnet di titik A
- besar dan arah terhadap sumbu x positif untuk gaya per satuan panjang yang dialami oleh kawat yang dialiri arus I_1

Jawab

a) Jarak titik A ke kawat I_1 : $r_{A1} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ cm = 0,05 m

Jarak titik A ke kawat I_2 : $r_{A2} = 3$ cm = 0,03 m

Jarak titik A ke kawat I_3 : $r_{A3} = 4$ cm = 0,04 m

Besar medan di A oleh kawat I_1

$$B_{A1} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1}{r_{A1}} = (2 \times 10^{-7}) \times \frac{1}{0,05} = 4 \times 10^{-6} \text{ T}$$

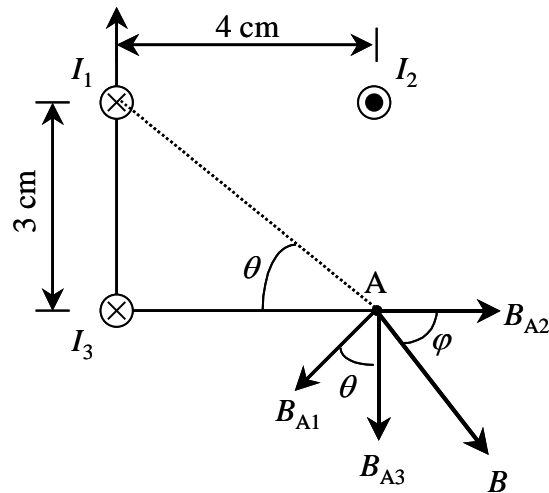
Besar medan di A oleh kawat I_2

$$B_{A2} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{r_{A2}} = (2 \times 10^{-7}) \times \frac{2}{0,03} = 13,5 \times 10^{-6} \text{ T}$$

Besar medan di A oleh kawat I_3

$$B_{A3} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_3}{r_{A3}} = (2 \times 10^{-7}) \times \frac{3}{0,04} = 15 \times 10^{-6} \text{ T}$$

Arah medan-medan tersebut sebagai berikut



Tampak dari gambar di atas $\theta = \tan^{-1}(3/4) = 37^\circ$. Komponen-komponen medan total

$$B_x = B_{A2} - B_{A1} \sin \theta$$

$$= 13,5 \times 10^{-6} - (4 \times 10^{-6}) \times \frac{3}{5} = 11,1 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$B_y = -B_{A3} - B_{A1} \cos \theta$$

$$= -15 \times 10^{-6} - (4 \times 10^{-6}) \times \frac{4}{5} = -18,2 \times 10^{-6} \text{ T}$$

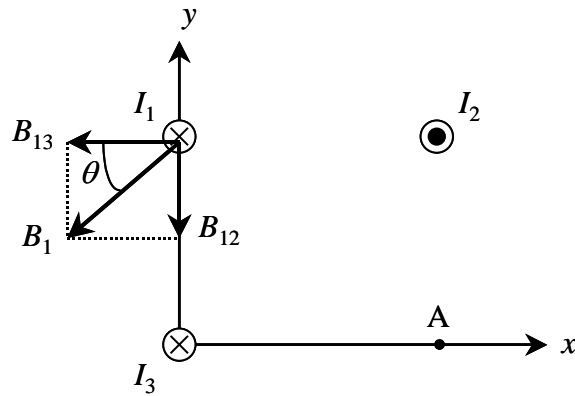
Besar medan total

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(11,1 \times 10^{-6})^2 + (-18,2 \times 10^{-6})^2} = 21,3 \times 10^{-6} \text{ T}$$

Arah yang dibentuk medan total dengan sumbu x positif

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{B_y}{B_x} = \tan^{-1} \frac{-18,2 \times 10^{-6}}{11,1 \times 10^{-6}} = \tan^{-1}(-1,64) = -59^\circ$$

b) Gaya



Kuat medan pada posisi kawat (1) oleh kawat (2)

$$B_{12} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{r_{12}} = (2 \times 10^{-7}) \times \frac{2}{0,04} = 1 \times 10^{-5} \text{ T (arah sejajar } -y)$$

Kuat medan pada posisi kawat (1) oleh kawat (3)

$$B_{13} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_3}{r_{13}} = (2 \times 10^{-7}) \times \frac{3}{0,03} = 2 \times 10^{-5} \text{ T (arah sejajar } -x)$$

Kuat medan total pada kawat (1)

$$B_1 = \sqrt{B_{12}^2 + B_{13}^2} = \sqrt{(1 \times 10^{-5})^2 + (2 \times 10^{-5})^2} = 2,24 \times 10^{-5} \text{ T}$$

Sudut yang dibentuk B_1 terhadap sumbu x negatif adalah

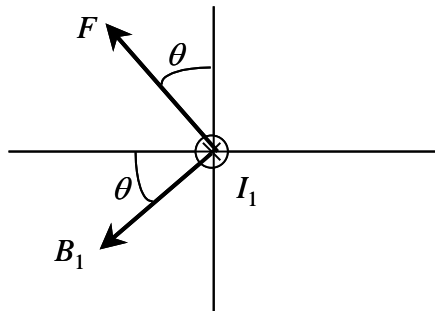
$$\varphi' = \tan^{-1} \frac{B_{12}}{B_{13}} = \tan^{-1} \frac{10^{-5}}{2 \times 10^{-5}} = \tan^{-1} \frac{1}{2} = 26,6^\circ$$

Tampak dari gambar B_1 membentuk sudut $26,6^\circ$ di bawah sumbu x negatif. Sudut yang dibentuk B_1 dengan sumbu x positif adalah $180^\circ + 26,6^\circ = 206,6^\circ$

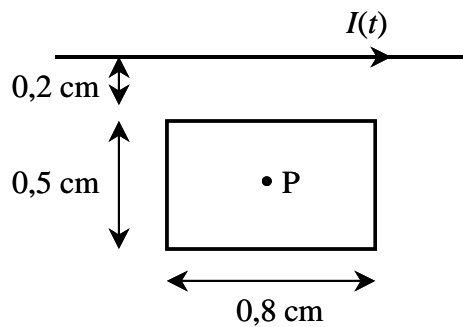
Gaya Lorentz per satuan panjang yang dialami kawat (1)

$$\frac{F}{L} = I_1 B_1 = 1 \times (2,24 \times 10^{-5}) = 2,24 \times 10^{-5} \text{ N/s}$$

Tampak pada gambar, arah gaya pada kawat (a) membentuk sudut $90^\circ + \varphi' = 90^\circ + 26,6^\circ = 116,6^\circ$ terhadap sumbu x positif.

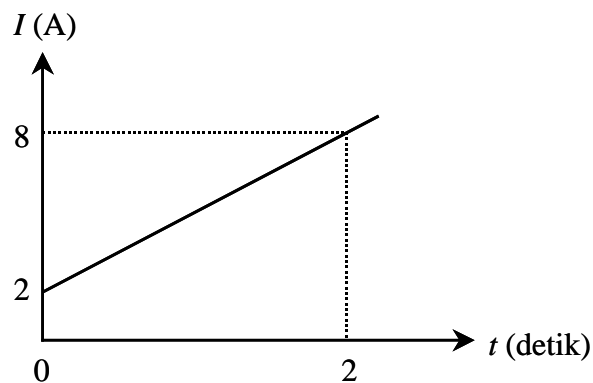


2. Kawat lurus yang sangat panjang dialiri arus $I(t)$ yang mengalir dari kiri ke kanan. Di bawah kawat tersebut terdapat loop kawat persegi panjang seperti pada gambar.



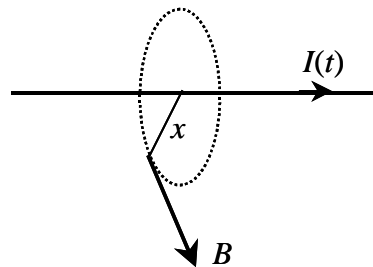
Jika titik P tepat berada di pusat loop

- Tentukan besar dan arah medan magnet di titik P dan fluks yang menembus loop saat $t = 0$, jika pada saat $t = 0$ besar arus yang mengalir adalah 2 A
- Tentukan besar ggl imbas yang dihasilkan apabila $I(t)$ memiliki grafik seperti pada gambar di bawah ini



Jawab

a) Besar medan pada jarak x dari kawat dapat ditentukan dengan hokum ampere



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \sum I$$

$$B(2\pi x) = \mu_o I$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi x}$$

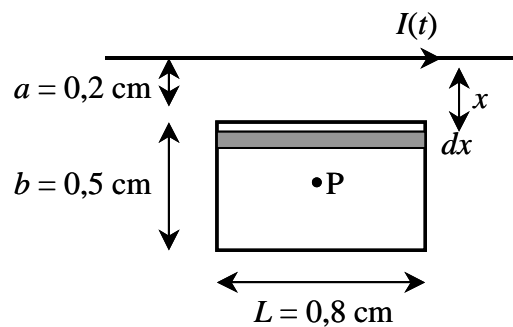
Jarak titik P ke kawat: $x = 0,2 + \frac{0,5}{2} = 0,45 \text{ cm} = 0,0045 \text{ m}$

Kuat medan di titik P saat $t = 0$

$$B = (2 \times 10^{-7}) \frac{2}{0,0045} = 8,9 \times 10^{-5} \text{ T}$$

Arah medan tegak lurus bidang kertas ke belakang.

Untuk menentukan fluks pada loop, perhatikan gambar berikut



Lihat elemen loop setebal dx . Luas elemen tersebut $dA = Ldx$. Besar fluks pada elemen tersebut

$$d\phi = Bdx = \frac{\mu_o I}{2\pi x} Ldx = \frac{\mu_o}{2\pi} IL \frac{dx}{x}$$

Fluks total pada loop

$$\phi = \frac{\mu_o}{2\pi} IL \int_a^{a+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_o}{2\pi} IL [\ln x]_a^{a+b} = \frac{\mu_o}{2\pi} IL \ln \left(\frac{a+b}{a} \right)$$

Fluks pada saat $t = 0$ s di mana $I = 2$ A adalah

$$\begin{aligned} \phi &= (2 \times 10^{-7}) \times 2 \times (0,8 \times 10^{-2}) \ln \left(\frac{0,2 + 0,5}{0,2} \right) \\ &= 3,2 \times 10^{-9} \ln(7/2) \text{ T m}^2 \end{aligned}$$

b) Fluks pada loop sebagai fungsi waktu adalah

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{\mu_o}{2\pi} I(t) L \ln \left(\frac{a+b}{a} \right) = (2 \times 10^{-7}) \times I(t) \times (0,8 \times 10^{-2}) \ln \left(\frac{0,2 + 0,5}{0,2} \right) \\ &= 1,6 \times 10^{-9} \ln(7/2) I(t) \end{aligned}$$

ggl yang dihasilkan

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} = -1,6 \times 10^{-9} \ln(7/2) \frac{dI}{dt}$$

Ingat, dI/dt adalah kemiringan kurva I terhadap t . Dari gambar tampak bahwa

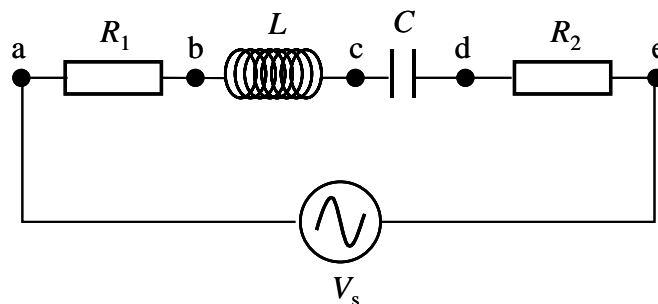
$$\frac{dI}{dt} = \frac{8-2}{2-0} = 3 \text{ A/s}$$

Jadi

$$\varepsilon = -1,6 \times 10^{-9} \ln(7/2) \times 3 = -4,8 \times 10^{-9} \ln(7/2) \text{ volt}$$

3. Jika $L = 10$ mH, $C = 2000$ μ F, $R_1 = 1$ Ω , $R_2 = 2$ Ω dan $V_s = 10 \sin(100t + \pi/3)$ volt, t

dalam detik, tentukan



a) Impedansi total dan impedansi antara titik a dan c

b) $I(t)$ pada rangkaian

- c) Amplitudo tegangan antara titik a-b, b-c, dan a-c
d) Daya disipasi rata-rata di R_1

Jawab

a) Hambatan total $R = R_1 + R_2 = 3 \ \Omega$

Berdasarkan persamaan sumber tegangan kita dapatkan $\omega = 100 \text{ rad/s}$

Reaktansi induktif: $X_L = \omega L = 100 \times (10 \times 10^{-3}) = 1 \ \Omega$

Reaktansi kapasitif: $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100 \times (2000 \times 10^{-6})} = 5 \ \Omega$

Impedansi total: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (1 - 5)^2} = 5 \ \Omega$

- b) Arus maksimum dalam rangkaian

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

Karena $X_C > X_L$ maka rangkaian bersifat kapasitif. Fase tegangan lebih lambat daripada fase arus, atau fase arus lebih cepat daripada fase tegangan sebesar

$$\theta = \tan^{-1} \frac{|X_L - X_C|}{R} = \tan^{-1} \frac{|1 - 5|}{3} = \tan^{-1} \frac{4}{3} = 53^\circ = 0,3\pi$$

Persamaan arus menjadi

$$\begin{aligned} I &= I_m \sin(100t + \pi/3 + \theta) = 2 \sin(100t + \pi/3 + 0,3\pi) \\ &= 2 \sin(100t + \pi/3 + 0,63\pi) \text{ A} \end{aligned}$$

- c) Amplitudo tegangan antara titik a dan b

$$V_{ab,m} = I_m R_1 = 2 \times 1 = 2 \text{ volt}$$

Amplitudo tegangan antara titik b dan c

$$V_{bc,m} = I_m X_L = 2 \times 1 = 2 \text{ volt}$$

Amplitudo tegangan antara titik a dan c. Terlebih dahulu kita tentukan impedansi antara titik a dan c yang mengandung hambatan dan induktor

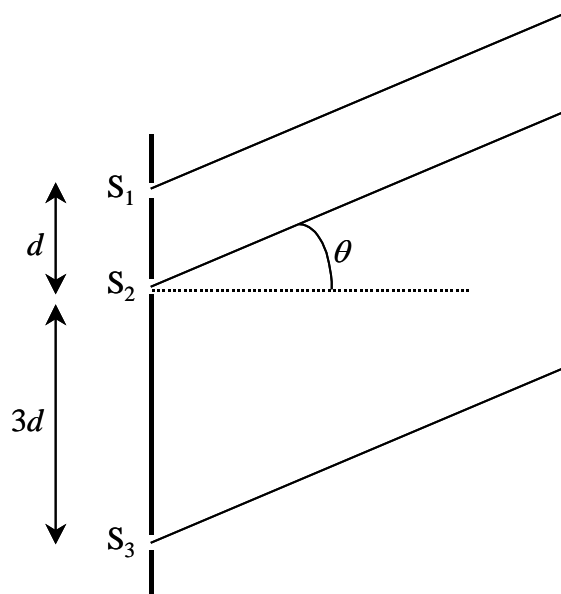
$$Z_{ac} = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ } \Omega$$

$$V_{ac,m} = I_m Z_{ac} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ volt}$$

d) Daya disipasi rata-rata di R_1

$$P = I_{rms}^2 R_1 = \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}} \right)^2 R_1 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \right)^2 \times 1 = 2 \text{ watt}$$

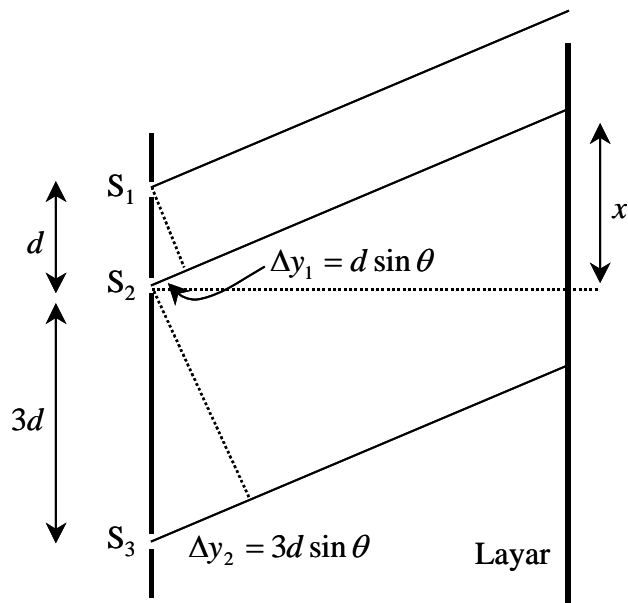
4. a) Tiga celah dengan jarak $s_1 - s_2 = d$ dan jarak $s_2 - s_3 = 3d$ seperti pada gambar disinari dengan gelombang $\lambda = 650 \text{ nm}$ dan memiliki amplitudo yang sama A . Apabila $d = 0,026 \text{ mm}$, $x = 0,5 \text{ cm}$, $L = 80 \text{ cm}$ dan diasumsikan θ kecil, buatlah konstruksi diagram fasor untuk mendapatkan amplitudo gelombang hasil superposisi di titik P dan hitung panjang amplitudo dinyatakan dalam A .



b) Tiga buah gelombang memiliki fungsi $y_1 = A \cos(kx - \omega t + \varphi_1)$, $y_2 = A \cos(kx - \omega t + \varphi_2)$, dan $y_3 = A \cos(kx - \omega t + \varphi_3)$. Jika $\varphi_1 - \varphi_2 = \delta$ dan $\varphi_2 - \varphi_3 = \delta$ tentukan δ yang mungkin agar terjadi interferensi minimum.

Jawab

a)



Beda fase gelombang S_1 dan S_2 : $\delta_1 = k\Delta y_1 = kd \sin \theta$

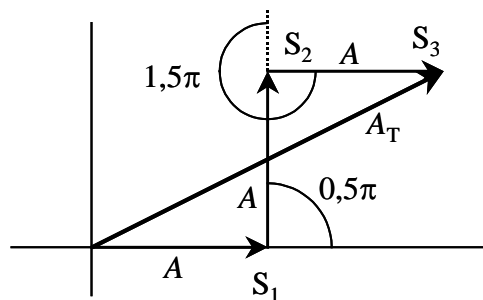
Beda fase gelombang S_2 dan S_3 : $\delta_2 = k\Delta y_2 = 3kd \sin \theta$

Untuk θ yang kecil, $\sin \theta \cong \tan \theta = x/L = 0,5/80 = 6,25 \times 10^{-3}$. Dengan demikian

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = \frac{2\pi}{650 \times 10^{-9}} \times (0,026 \times 10^{-3}) \times (6,25 \times 10^{-3}) = 0,5\pi$$

$$\delta_2 = 3 \times \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 3 \times \frac{2\pi}{650 \times 10^{-9}} \times (0,026 \times 10^{-3}) \times (6,25 \times 10^{-3}) = 1,5\pi$$

Gambar diagram fasor



Tampak pada gambar bahwa

$$A_T = \sqrt{(2A)^2 + A^2} = A\sqrt{5}$$

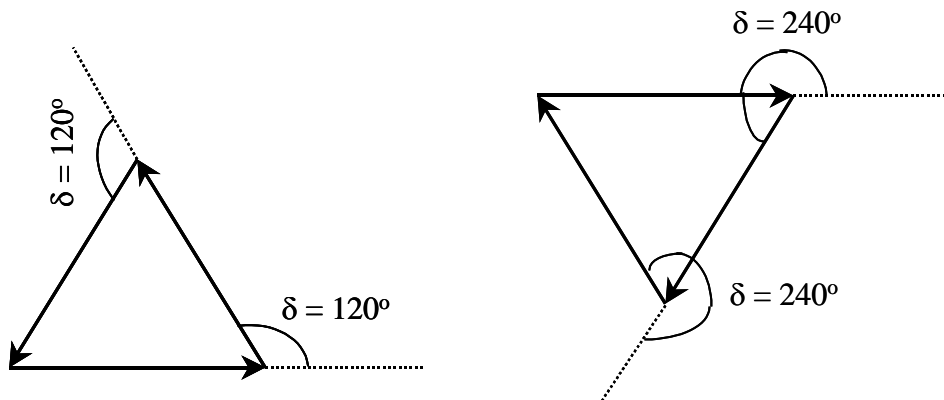
b) Dari kondisi $\varphi_1 - \varphi_2 = \delta$ dan $\varphi_2 - \varphi_3 = \delta$ kita dapat menulis

$$y_1 = A \cos(kx - \omega t + \varphi_1)$$

$$y_2 = A \cos(kx - \omega t + \varphi_1 + \delta)$$

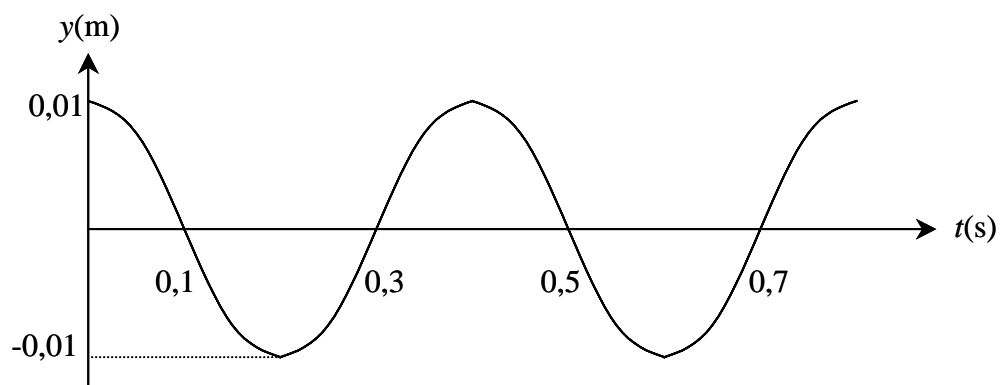
$$y_3 = A \cos(kx - \omega t + \varphi_1 + 2\delta).$$

Diagram fasor yang menghasilkan amplitudo nol sebagai berikut

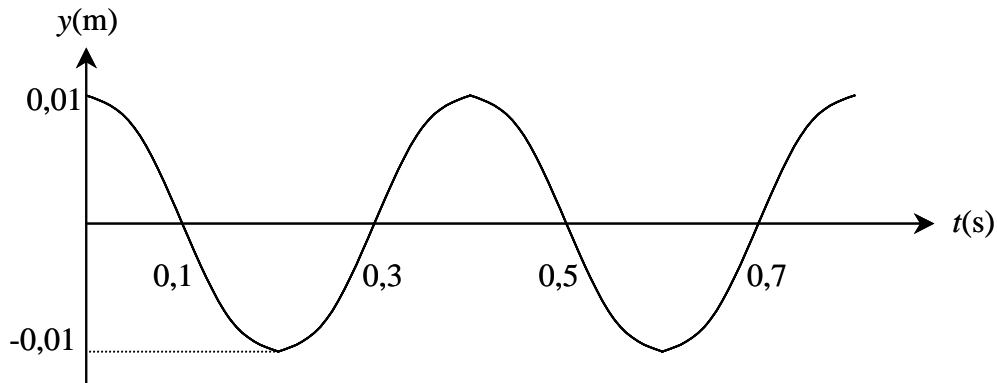


Jadi interferensi minimum dipenuhi oleh $\delta = 120^\circ$ dan $\delta = 240^\circ$.

5. Gambar di bawah ini menunjukkan dua buah kurva simpangan gelombang transversal yang merambat pada tali. Jika pada posisi $x = 0$ m, fungsi gelombang berbentuk



Dan pada saat $t = 0$ detik berbentuk



tentukan

- Amplitudo, panjang gelombang, dan periode gelombang
- Laju rambat gelombang
- Fungsi gelombang dalam bentuk sinus, jika gelombang sedang merambat ke arah x positif.

Jawab

- Berdasarkan dua gambar jelas $A = 0,01 \text{ m}$

Panjang gelombang sama dengan pengulangan simpangan pada sumbu datar ruang (sumbu x). Ini diberikan oleh gambar kedua. Jadi

$$\lambda = 0,025 - 0,005 = 0,02 \text{ m}$$

Periode gelombang sama dengan pengulangan simpangan pada sumbu datar waktu (sumbu t). Ini diberikan oleh gambar pertama. Jadi

$$T = 0,5 - 0,1 = 0,4 \text{ s}$$

- Laju perambatan gelombang

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,02}{0,4} = 0,05 \text{ m/s}$$

- Fungsi gelombang umum yang merambat ke arah x positif

$$y = A \sin(kx - \omega t + \varphi_0)$$

di mana

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,02} = 100\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

Untuk menentukan φ_0 , kita perhatikan gambar kedua. Saat $t = 0$ dan $x = 0$, simpangan gelombang maksimum, yaitu $y = A$. Jadi

$$A = A \sin(0 - 0 + \varphi_0)$$

$$\sin(\varphi_0) = 1$$

atau

$$\varphi_0 = \pi / 2$$

Jadi fungsi gelombang adalah

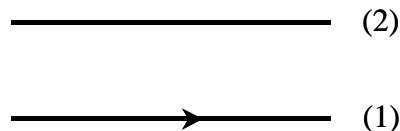
$$y = 0,01 \sin(100\pi x - 5\pi t + \pi / 2) \text{ meter}$$

Bab 20

Pembahasan Ujian II Semester II 2001/2002

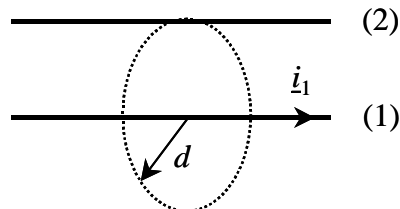
1. Dua kawat yang cukup panjang diletakkan sejajar satu tepat di atas yang lainnya dengan jarak $d = 0,4$ m. Kawat (1) yang berada di atas dialiri arus $i_1 = 2$ A. Ke dua kawat berada dalam medan gravitasi bumi. Rapat massa ke dua kawat adalah 3×10^{-7} kg/m dan percepatan gravitasi 10 m/s^2 .

- a) Tentukan medan magnet di kawat kedua sebagai akibat arus yang mengalir di kawat (1)
- b) Besar dan arah arus di kawat (2) agar kawat (2) berada pada jarak yang tetap dari kawat (1)



Jawab

- a) Untuk mencari medan magnet di kawat (2) yang dihasilkan oleh kawat (1) kita gunakan hukum ampere.



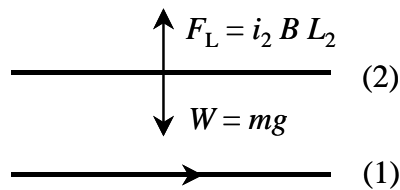
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \sum I$$

$$B(2\pi d) = \mu_o i_1$$

atau

$$B = \frac{\mu_o i_1}{2\pi d}$$

- b) Pada kawat (2) bekerja gaya gravitasi ke bawah. Agar jarak kawat (2) tetap terhadap kawat (1) maka pada kawat (2) harus bekerja gaya magnetic ke atas.



Agar gaya magnetik pada kawat (2) berarah ke atas maka arah arus pada kawat (2) harus berlawanan dengan arah arus pada kawat (1), yaitu ke kiri.

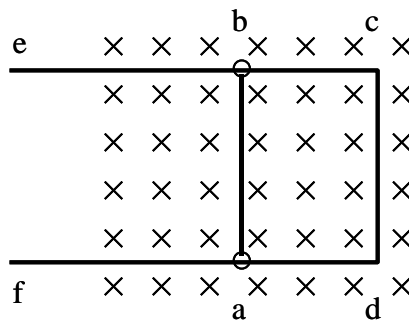
Gaya magnetik = gaya gravitasi

$$i_2 B L_2 = mg$$

$$i_2 \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i_1}{d} L_2 = \lambda L_2 g$$

$$i_2 = \frac{2\pi}{\mu_o} \frac{\lambda g d}{i_1} = \frac{1}{2 \times 10^{-7}} \frac{(3 \times 10^{-7}) \times 10 \times 0,4}{2} = 3 \text{ A}$$

2. Sebuah konduktor berbentuk U dengan panjang sisi cd = 20 cm (lihat gambar). Konduktor tersebut ditempatkan dalam medan magnet yang serba sama dengan arah ke dalam bidang gambar.



a) Sepotong kawat ab diikatkan pada jarak 20 cm di sebelah kiri cd (lihat gambar). Tentukan besar ggl induksi yang timbul jika medan magnet berubah terhadap waktu sebesar $-0,045 \text{ T/s}$

b) Jika medan magnet yang diberikan konstan sebesar 0,2 T dan sisi ab digerakkan dengan kecepatan $v = 2 \text{ cm/s}$ menjauhi sisi cd (dengan tetap menyentuh konduktor panjang ce dan df), tentukan besar dan arah arus induksi jika hambatan tetap sebesar 2Ω .

Jawab

a) Luas loop adalah

$$A = \overline{bc} \times \overline{cd} = 0,2 \times 0,2 = 0,04 \text{ m}^2$$

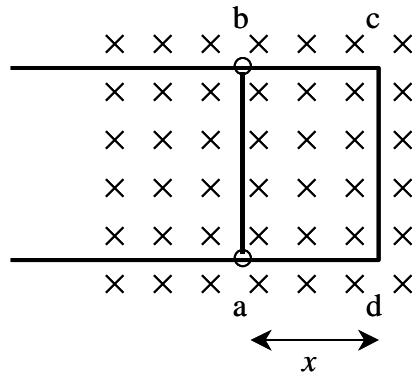
Fluks yang dikandung loop

$$\phi = BA = 0,04B$$

Ggl induksi yang dihasilkan

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(0,04B) = -0,04 \frac{dB}{dt} = -0,04 \times (-0,045) = 0,0018 \text{ volt}$$

b) Lihat suatu saat ketika para \overline{ab} ke \overline{cd} adalah x .



Luas loop adalah

$$A = \overline{cd} \times x = 0,2x$$

Fluks magnet yang dikandung loop

$$\phi = BA = 0,2 \times 0,2x = 0,04x$$

Ggl induksi yang dihasilkan

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(0,04x) = -0,04 \frac{dx}{dt} = -0,04v = -0,04 \times (2 \times 10^{-2}) \\ &= -0,0008 \text{ volt} \end{aligned}$$

Ketika batang ab bergerak ke kiri, luas loop makin besar sehingga fluks yang dikandung loop makin besar. Berdasarkan hukum Lenz arus induksi harus memperkecil fluks tersebut dengan cara menghasilkan medan magnet dalam arah berlawanan. Ini terjadi jika arus induksi dalam loop bergerak dalam arah berlawanan putaran jarum jam.

Besar arus yang mengalir

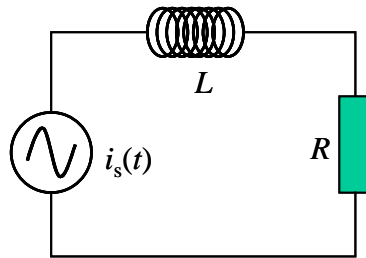
$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,0008}{2} = 0,0004 \text{ A}$$

3. Sebuah sumber arus bolak-balik $i_s(t) = 5 \cos(100t - \pi/4)$ dengan i_s dalam ampere dan t dalam detik dihubungkan dengan sebuah resistor $R = 3 \Omega$ dan sebuah inductor $L = 40 \text{ mH}$.

- gambarakan rangkaian tersebut dan hitunglah impedansi rangkaian
- Tentukan V_R dan V_L
- Tentukan arus dan tegangan di inductor saat $t = \pi/200 \text{ s}$.

Jawab

- Gambar rangkaian



Dari persamaan arus kita simpulkan $\omega = 100 \text{ rad/s}$. Reaktansi induktif

$$X_L = \omega L = 100 \times (40 \times 10^{-3}) = 4 \Omega$$

Impedansi angkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Omega$$

- Tegangan maksimum pada resistor

$$V_{R,m} = i_m R = 5 \times 3 = 15 \text{ volt}$$

Fse tagangan pada resisor sama dengan fase arus. Jadi tegangan resistor sebagai fungsi waktu sebagai berikut

$$V_R(t) = V_{R,m} \cos(100t - \pi/4) = 15 \cos(100t - \pi/4) \text{ volt}$$

Tegangan maksimum pada induktor

$$V_{L,m} = i_m X_L = 5 \times 4 = 20 \text{ volt}$$

Fase tagangan pada inductor mendahului fase arus sebesar $\pi/2$. Jadi tegangan inductor sebagai fungsi waktu sebagai berikut

$$V_L(t) = V_{L,m} \cos(100t - \pi/4 + \pi/2) = 20 \cos(100t + \pi/4) \text{ volt}$$

c) Saat $t = \pi/200$ s

Arus yang mengalir

$$\begin{aligned} i_s(\pi/200) &= 5 \cos\left(100 \times \frac{\pi}{200} - \pi/4\right) = 5 \cos(\pi/2 - \pi/4) = 5 \cos(\pi/4) \\ &= \frac{5}{\sqrt{2}} \text{ A} \end{aligned}$$

Tegangan pada induktor

$$\begin{aligned} V_L(\pi/200) &= 20 \cos\left(100 \times \frac{\pi}{200} + \pi/4\right) = 20 \cos(\pi/2 + \pi/4) = 20 \cos(3\pi/4) \\ &= -\frac{20}{\sqrt{2}} \text{ volt} \end{aligned}$$

4. Seekor kelelawar memancarkan gelombang ultrasonic yang memiliki fungsi gelombang $y = 10^{-5} \sin(250\pi x - 8 \times 10^4 \pi t + \pi/4)$, di mana x dan y dalam meter dan t dalam detik. Saat itu kelelawar bergerak dengan laju 1/0 laju gelombang ke arah dinding.

a) Tentukan amplitudo, fasa awal, panjang gelombang, dan laju rambat gelombang yang dipancarkan kelelawar

b) Hitung frekuensi gelombang pantul yang didengar oleh kelelawar

Jawab

a) bentuk umum fungsi gelombang sinus

$$y = A \sin(kx - \omega t + \varphi_o)$$

Dengan membandingkan fungsi umum ini dengan fungsi gelombang kelelawar kita dapatkan

$$A = 10^{-5} \text{ m}$$

$$k = 250\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 8 \times 10^4 \pi \text{ rad/s}$$

$$\varphi_o = \pi / 4$$

Laju gelombang

$$v_b = \frac{\omega}{k} = \frac{8 \times 10^4 \pi}{250\pi} = 320 \text{ m/s}$$

Panjang gelombang

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{250\pi} = 0,008 \text{ m}$$

Frekuensi gelombang yang dihasilkan kelelawar

$$f_o = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8 \times 10^4 \pi}{2\pi} = 40000 \text{ Hz}$$

$$\text{b) Laju kelelawar} = \text{laju sumber} = v_s = v_b / 10 = 32 \text{ m/s}$$

Ketika kelelawar menuju dinding, sumber bunyi bergerak menuju dinding (penerima) yang diam. Frekuensi gelombang yang mengenai dinding adalah

$$f' = \frac{v_b}{v_b - v_s} f_o = \frac{320}{320 - 32} \times 40000 = 44444 \text{ Hz}$$

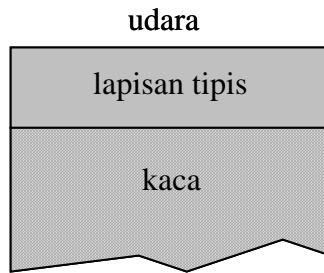
Frekuensi yang dipantulkan kembali oleh dinding juga $f' = 44444 \text{ Hz}$.

Ketika kelelawar menangkap kembali gelombang yang dipantulkan dinding, peristiwanya adalah penerima mendekati sumber bunyi yang diam. Maka frekuensi yang ditangkap kelelawar adalah

$$f'' = \frac{v_b + v_s}{v_b} f' = \frac{320 + 32}{320} \times 44444 = 48888 \text{ Hz}$$

5. Sebuah pelat kaca (indeks bias 1,5) salah satu permukaannya hendak dilapisi dengan suatu lapisan tipis dengan indeks bias 1,25.

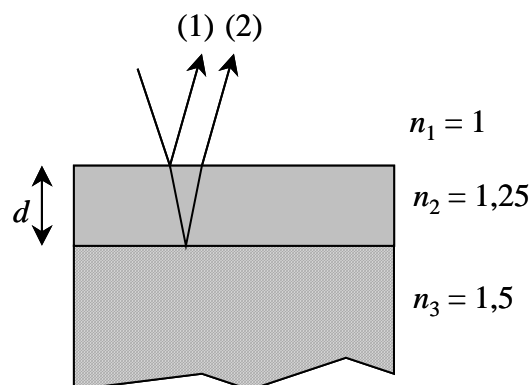
a) gambarkan sinar pantl dan sinar bias yang terjadi akibat lapisan tipis tersebut, dan tentukan loncatan fasa (dalam radian) sinar yang dipantulkan lapisan tipis dan kaca



b) Untuk sinar kuning ($\lambda = 500 \text{ nm}$) yang tiba tegak lurus dari udara terhadap lapisan tipis, tentukan tebal minimum (tidak sama dengan nol) yang diijinkan agar dapat berfungsi sebagai selaput anti refleksi sinar kuning (intensitas sinar kuning yang direfleksikan = 0).

Jawab

a)



Pemantulan pada permukaan lapisan:

Cahaya datang dari medium kurang rapat (udara) menuju medium rapat (lapisan tipis) sehingga terjadi loncatan fasa sebesar π .

Pemantulan pada permukaan kaca

Cahaya datang dari medium kurang rapat (lapisan tipis) menuju medium rapat (kaca) sehingga terjadi loncatan fasa sebesar π .

b) Sinar datang tegak lurus

Sinar yang dipantulkan kaca mengalami tambahan lintasan optik

$$\Delta x = 2n_2d$$

Tambahan lintasan optik tersebut melahirkan tambahan fase

$$\Delta\varphi = k\Delta x = 2kn_2d$$

Perbedaan fase dua sinar setelah dipantulkan adalah

$$\begin{aligned}\delta &= (\Delta\varphi + \text{loncatan fase di kaca}) - (\text{loncatan fase di film}) \\ &= (\Delta\varphi + \pi) - \pi = \Delta\varphi = 2kn_2d\end{aligned}$$

Interferensi minimum um terjadi jika

$$\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$$

Ketebalan minimum yang diijinkan agar dihasilkan interferensi minimum adalah saat $\delta = \pi$ atau

$$\pi = 2kn_2d$$

$$\pi = 2 \times \frac{2\pi}{\lambda} \times n_2d$$

yang menghasilkan

$$d = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{500}{4 \times 1,25} = 100 \text{ nm}$$

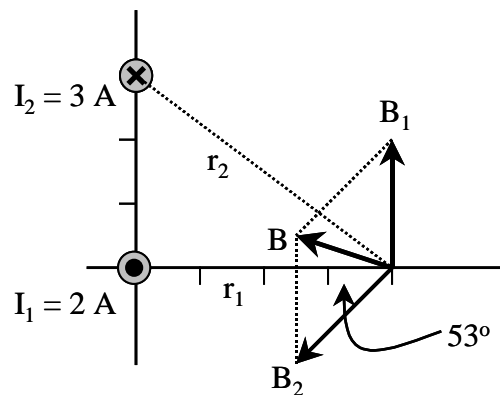
Bab 21

Pembahasan Ujian II Semester II 2002/2003

1. Dua buah kawat panjang dan lurus terletak sejajar dengan sumbu z . Kawat pertama terletak pada posisi $x = 0$ dan $y = 0$ dan dialiri arus 2 A ke arah sumbu z positif. Kawat kedua terletak pada posisi $x = 0$ dan $y = 3$ m dan dialiri arus 3 A ke arah sumbu z negatif.

- Tentukan besar dan arah medan magnet yang terjadi di titik (4,0,0)
- Tentukan gaya per satuan panjang yang dialami kawat pertama

Jawab



Tampak pada gambar

$$r_1 = 4 \text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan arus I_1

$$B_1 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1}{r_1} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{2}{4} = \frac{\mu_o}{4\pi}$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan arus I_2

$$B_2 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{r_2} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{3}{5} = \frac{3\mu_o}{10\pi}$$

Arah B_1 sama dengan arah sumbu y positif

Arah B_2 membentuk sudut 53° di bawah arah sumbu x negatif.

Jadi

$$B_{1x} = 0$$

$$B_{1y} = \frac{\mu_o}{4\pi}$$

$$B_{2x} = -B_2 \cos 53^\circ = -\frac{3\mu_o}{10\pi} \times \frac{4}{5} = -\frac{12\mu_o}{50\pi}$$

$$B_{2y} = -B_2 \sin 53^\circ = -\frac{3\mu_o}{10\pi} \times \frac{3}{5} = -\frac{9\mu_o}{50\pi}$$

Komponen medan total di titik pengamatan

$$B_x = B_{1x} + B_{2x} = 0 - \frac{12\mu_o}{50\pi} = -\frac{12\mu_o}{50\pi}$$

$$B_y = B_{1y} + B_{2y} = \frac{\mu_o}{4\pi} - \frac{9\mu_o}{50\pi} = \frac{7\mu_o}{100\pi}$$

Medan total di titik pengamatan dinyatakan dalam bentuk vektor

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} = -\frac{12\mu_o}{50\pi} \hat{i} + \frac{7\mu_o}{100\pi} \hat{j} = \frac{\mu_o}{100\pi} (-24\hat{i} + 7\hat{j}) \text{ T}$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan kawat kedua pada posisi kawat pertama

$$B_{12} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{a}$$

b) Gaya Lorentz pada kawat pertama

$$F_1 = I_1 L_1 B_{12} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{a} I_1 L_1$$

Gaya per satuan panjang yang dialami kawat pertama

$$\frac{F_1}{L_1} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{a} I_1 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{2}{3} \times 3 = \frac{\mu_o}{\pi} \text{ N}$$

2. Suatu gelombang merambat pada sebuah tali yang memiliki massa per satuan panjang $\mu = 0,1 \text{ kg/m}$ dan tegangan tali $F = 2,5 \text{ N}$. Osilasi gelombang tersebut tiap saat diamati pada titik $x = 0$ dan memenuhi persamaan $y(t) = 5 \cos(10\pi t + \pi/4)$ di mana y dinyatakan dalam meter dan t dalam detik.

a) Tentukan laju rambat gelombang tersebut

b) Tuliskan fungsi gelombang jika gelombang tersebut merambat ke sumbu x positif

c) Tentukan kecepatan getar tali pada saat $t = 0,2$ detik di $x = 0,125 \text{ m}$

Jawab

Laju perambatan gelombang tali

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{2,5}{0,1}} = 5 \text{ m/s}$$

b) Persamaan osilasi dapat ditulis dalam bentuk umum

$$y = A \cos(\omega t + \varphi_o)$$

Kita simpulkan bahwa

$$A = 5 \text{ m}$$

$$\omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\varphi_o = \pi/4 \text{ rad}$$

Bilangan gelombang adalah

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{10\pi}{5} = 2\pi \text{ m}^{-1}$$

Fungsi gelombang umum yang merambat ke arah x positif adalah

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_o)$$

$$= 5 \cos(10\pi t - 2\pi x + \pi/4) \text{ m}$$

c) Kecepatan getaran (osilasi) adalah

$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -50\pi \sin(10\pi t - 2\pi x + \pi/4) \text{ m/s}$$

Pada $t = 0,2 \text{ s}$ dan $x = 0,125 \text{ m}$ kecepatan osilasi adalah

$$u = -50\pi \sin(10\pi \times 0,2 - 2\pi \times 0,125 + \pi/4)$$

$$= -50\pi \sin(2\pi - 0,25\pi + \pi/4) = -50\pi \sin(2\pi) = 0$$

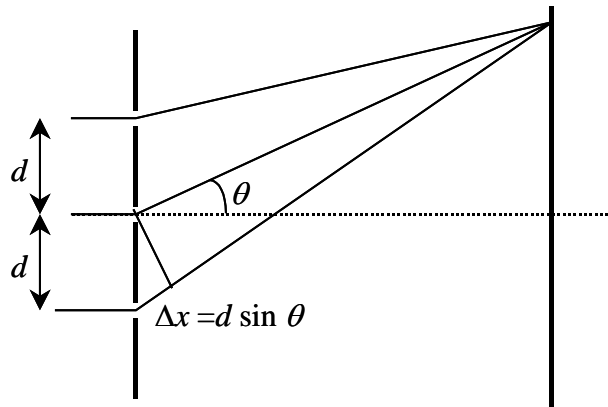
3. Tiga celah identik dengan jarak antar celah $d = 0,03 \text{ mm}$ disinari tegak lurus dengan cahaya yang panjang gelombangnya 6000 \AA dan pola interferensinya diamati pada layar yang jaraknya 5 m dari celah.

a) Turunkan beda fasa δ yang menghasilkan intensitas maksimum dan minimum dengan cara fasor

b) Gambarkan distribusi intensitas I terhadap δ pola interferensi tersebut

c) Gambarkan distribusi intensitas I terhadap δ jika celah mempunyai lebar $w = 0,01 \text{ mm}$

Jawab

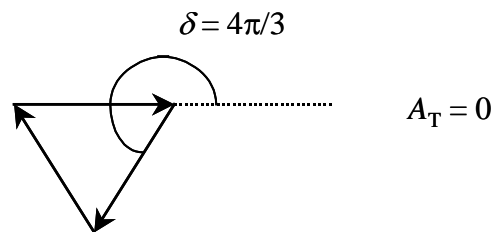
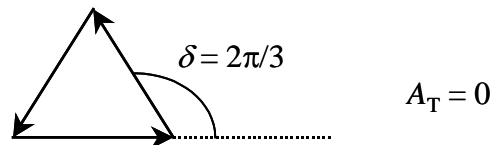


Beda fase gelombang dari dua celah berdekatan adalah

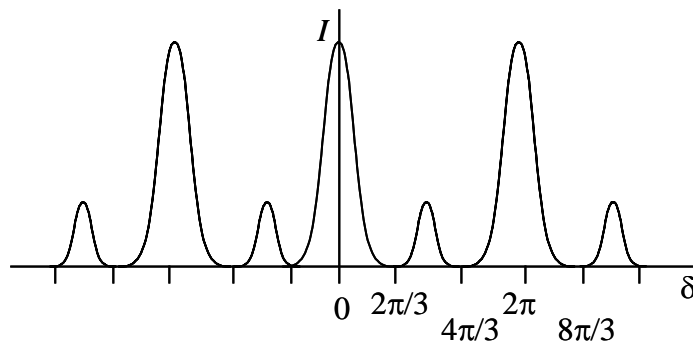
$$\delta = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

Interferensi maksimum utama terjadi jika arah vektor sama.

Interferensi minimum terjadi jika arah vektor sebagai berikut



Distribusi intensitas pola interferensi



Pola minimum difraksi terjadi saat terpenuhi

$$kw \sin \theta = n\pi$$

atau

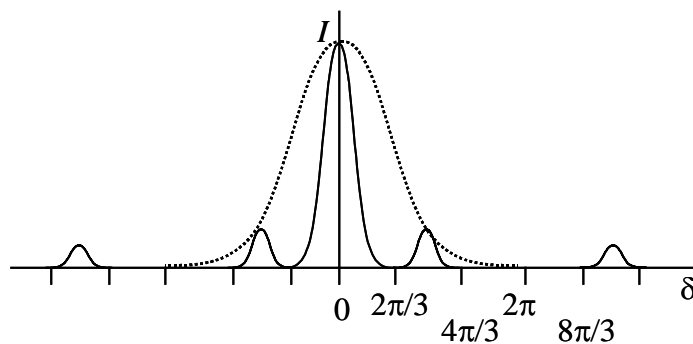
$$kd \sin \theta \times \frac{w}{d} = n\pi$$

$$\delta \times \frac{w}{d} = n\pi$$

atau

$$\delta = \frac{d}{w} n\pi = \frac{0,03}{0,01} n\pi = 3n\pi$$

Gabungan interferensi dan difraksi menghasilkan pola intensitas sebagai berikut

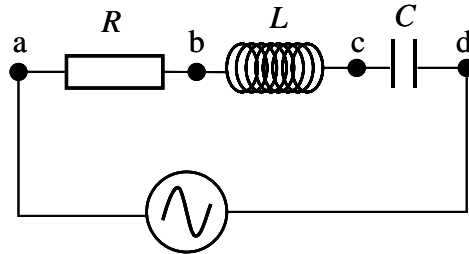


4. Perhatikan rangkaian RLC yang ditunjukkan gambar berikut ini. Tegangan sumber yang terukur pada voltmeter adalah 60 V dan diketahui frekuensi sumber adalah 50 Hz serta fasa awalnya $\varphi_0 = \pi/6$. Apabila diketahui $R = 30 \, \Omega$, $L = (100/\pi) \text{ mH}$ dan $C = (200/\pi) \, \mu\text{F}$

a) Tuliskan tegangan sumber $V_{ad}(t)$ dalam fungsi kosinus

b) Tentukanlah persamaan arus total, $i(t)$ pada rangkaian tersebut dalam fungsi kosinus

c) Carilah $V_{ac}(t)$ dalam fungsi kosinus



Jawab

a) Tegangan sumber

$$V_{ad}(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi_o) \text{ volt}$$

dengan

$$V_m = (\text{tegangan terukur}) \times \sqrt{2} = 60\sqrt{2} \text{ volt}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\varphi_o = \pi / 6$$

Jadi

$$V_{ad}(t) = 60\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi / 6)$$

b) Reaktansi induktif

$$X_L = \omega L = 100\pi \times \left(\frac{100}{\pi} \times 10^{-3} \right) = 10 \text{ } \Omega$$

Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \times \left(\frac{200}{\pi} \times 10^{-6} \right)} = 50 \text{ } \Omega$$

Impedansi total

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{30^2 + (10 - 50)^2} = 50 \text{ } \Omega$$

b) Arus maksimum yang mengalir

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{60\sqrt{2}}{50} = 1,2\sqrt{2} \text{ A}$$

Karena $X_C > X_L$ maka tegangan mengikuti arus dengan selisih fase θ yang memenuhi

$$\tan \theta = \frac{|X_L - X_C|}{R} = \frac{|10 - 50|}{30} = \frac{4}{3}$$

$$\text{atau } \theta = 53^\circ = 0,3 \pi \text{ rad}$$

Karena tegangan mengikuti arus maka fase arus lebih besar dari fase tegangan dengan kelebihan θ . Dengan demikian, fungsi arus menjadi

$$\begin{aligned} I(t) &= I_m \cos(100\pi t + \pi/6 + \theta) \\ &= 1,2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/6 + 0,3\pi) \\ &= 1,2\sqrt{2} \cos(100\pi t + 0,47\pi) \text{ A} \end{aligned}$$

c) Impedansi antara titik a dan c

$$Z_{ac} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 10^2} = \sqrt{1000} = 31,6 \ \Omega.$$

Tegangan maksimum antara titik a dan c

$$V_{ac,m} = I_m Z_{ac} = 1,2\sqrt{2} \times 31,6 = 53,6 \text{ V}$$

Antara titik a dan c rangkaian bersifat induktif. Tegangan mendahului arus dengan perbedaan sudut θ' yang memenuhi

$$\tan \theta' = \frac{X_L}{R} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\text{atau } \theta' = 0,1 \pi.$$

Dengan demikian, persamaan tegangan antara titik a dan c adalah

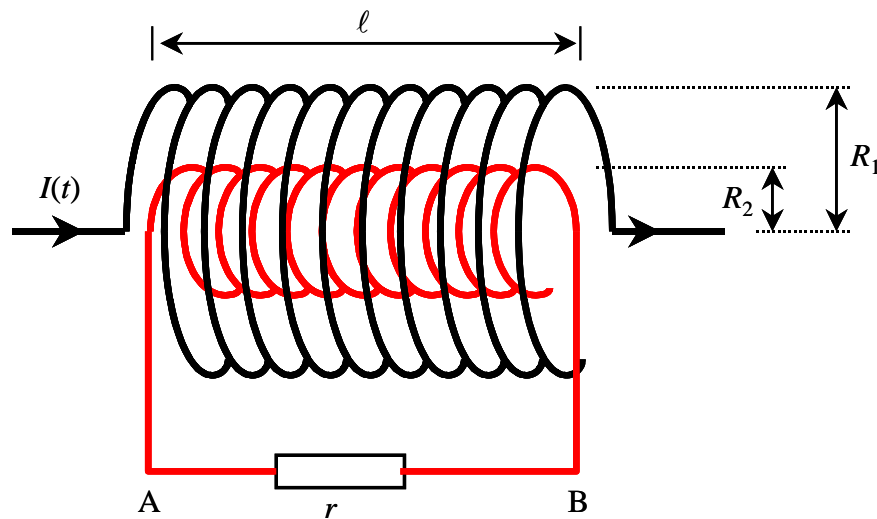
$$\begin{aligned} V_{ac}(t) &= V_{ac,m} \cos(100\pi t + 0,47\pi + \theta') \\ &= 53,6 \cos(100\pi t + 0,47\pi + 0,1\pi) = 53,6 \cos(100\pi t + 0,57\pi) \text{ volt} \end{aligned}$$

5. Dua buah solenoid ideal yang sama panjangnya (ℓ) disusun sepusat. Solenoid tersebut masing-masing mempunyai penampang yang berbentuk lingkaran dengan jari-jari R_1 dan R_2 ($R_1 > R_2$). Solenoid yang berjari-jari R_1 dialiri arus listrik $I(t)$ dan mempunyai jumlah lilitan N_1 . Sementara solenoid yang berjari-jari R_2 memiliki jumlah lilitan N_2 dan dihubungkan dengan sebuah hambatan r .

a) Tentukan fluks magnetik pada solenoid besar

b) Tentukan induktansi bersama sistem ini

c) Jika arus pada solenoid besar dinyatakan dengan $I(t) = (3t + 2)$ ampere, tentukan besar dan arah arus induksi pada hambatan r



Jawab

a) Dengan menganggap solenoid ideal maka kuat medan magnet yang dihasilkan solenoid besar (yang dialiri arus listrik) di dalam rongga solenoid adalah

$$B_1 = \mu_o n_1 I = \mu_o \frac{N_1}{\ell} I$$

Fluks magnetic pada solenoid besar

$$\phi_1 = B_1 A_1 = \mu_o \frac{N_1}{\ell} I (\pi R_1^2)$$

Fluks magnetik yang masuk rongga solenoid kecil

$$\phi_2 = B_1 A_2 = \mu_o \frac{N_1}{\ell} I (\pi R_2^2)$$

b) Ggl induksi yang dihasilkan solenoid kecil

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = -\mu_o \frac{N_1 N_2}{\ell} \pi R_2^2 \frac{dI}{dt}$$

Jika L adalah induktansi bersama maka kita selalu dapat menulis

$$\varepsilon_2 = -L \frac{dI}{dt}$$

Dengan membandingkan dua persamaan di atas kita simpulkan

$$L = \mu_o \frac{N_1 N_2}{\ell} \pi R_2^2$$

c) Besar ggl pada hambatan r = ggl induksi pada solenoid kecil, yaitu

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= -\mu_o \frac{N_1 N_2}{\ell} \pi R_2^2 \frac{dI}{dt} = -\mu_o \frac{N_1 N_2}{\ell} \pi R_2^2 \times 3 \\ &= -3\pi R_2^2 \mu_o \frac{N_1 N_2}{\ell} \end{aligned}$$

Arus yang mengalir pada hambatan

$$i = \frac{\varepsilon_2}{r} = -3\pi R_2^2 \mu_o \frac{N_1 N_2}{\ell r}$$

Berdasarkan gambar

Medan magnet yang dihasilkan solenoid besar berarah ke kiri

Medan magnet di dalam rongga solenoid kecil yang menghasilkan fluks berarah ke kiri

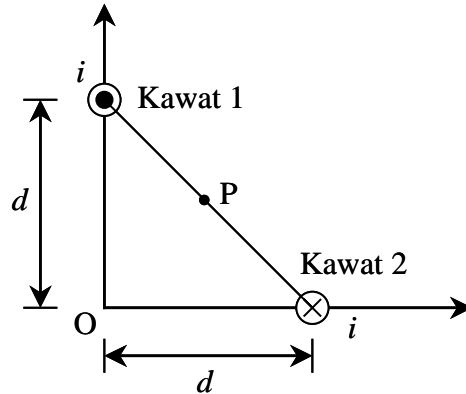
Karena $I = 3t + 2$ maka arus makin besar sehingga fluks dalam solenoid kecil makin besar

Arus induksi harus mengurangi fluks dengan cara menghasilkan medan magnet ke arah kanan

Agar medan induksi berarah ke kanan maka arah arus induksi pada hambatan r adalah dari A ke B.

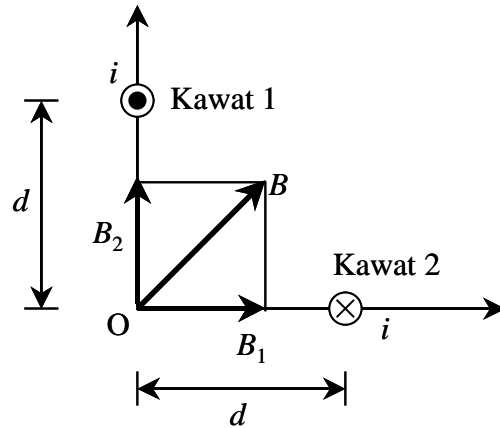
Bab 22
Pembahasan Ujian II Semester II 2003/2004

1. Dua buah kawat lurus panjang tak berhingga dialiri arus listrik I dengan arah berlawanan, seperti pada gambar di bawah ini.



- Tentukan besar dan arah medan magnet di titik O (0,0)
- Tentukan besar dan arah medan magnet di titik P ($d/2, d/2$)

Jawab



Medan magnet di titik O yang dihasilkan oleh kawat atas adalah

$$B_1 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d}$$

Arah medan tersebut ke kanan

Medan magnet di titik O yang dihasilkan oleh kawat kanan adalah

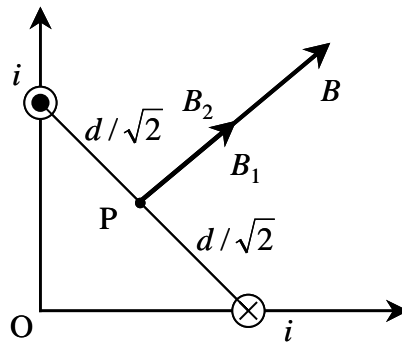
$$B_2 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d}$$

Arah medan tersebut ke atas

Kuat medan total di titik O

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d}$$

Arah medan total membentuk sudut θ terhadap arah horisontal yang memenuhi $\tan \theta = B_2 / B_1 = 1$. Yang memberikan $\theta = 45^\circ$.



b) Jarak titik P ke kawat atas = jarak titik P ke kawat bawah:

$$a = \sqrt{(d/2)^2 + (d/2)^2} = d/\sqrt{2}.$$

Medan magnet di titik P yang dihasilkan oleh kawat atas adalah

$$B_1 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{(d/\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d}$$

Arah medan tersebut membentuk sudut 45° dengan arah kanan.

Medan magnet di titik P yang dihasilkan oleh kawat kanan adalah

$$B_2 = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{(d/\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d}$$

Arah medan tersebut sama dengan arah medan B_1 , yaitu membentuk sudut 45° dengan arah kanan

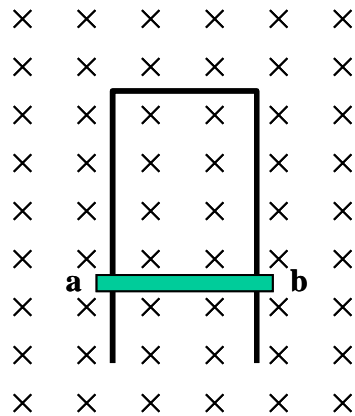
Kuat medan total di titik P

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\sqrt{2}\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d} + \frac{\sqrt{2}\mu_o}{2\pi} \frac{i}{d} = \frac{\sqrt{2}\mu_o}{\pi} \frac{i}{d}$$

Arah medan total membentuk sudut 45° dengan arah kanan

2. Pada gambar di bawah dapat dilihat sebuah kerangka kawat berbentuk U terbalik pada bidang vertikal di dalam medan gravitasi dan medan magnet homogen. Besar medan magnetik tersebut 2 T yang arahnya ditunjukkan pada gambar. Batang konduktor ab

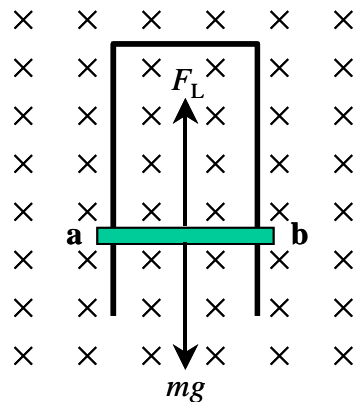
memiliki hambatan R sebesar $1\ \Omega$, panjangnya 50 cm , dan masanya 10 gram yang meluncur tanpa gesekan pada kawat berbentuk U terbalik.



- Gambarkan gaya-gaya yang bekerja pada batang ab
- Pada saat batang ab bergerak dengan laju tetap, tentukan besar dan arah arus induksi yang mengalir pada batang ab (ke kiri atau ke kanan)
- Tentukan besar ggl imbas pada batang ab
- Tentukan laju tetap dari batang ab tersebut

Jawab

a)



Gaya yang bekerja pada batang ab hanya gaya gravitasi (ke bawah) dan gaya magnetik (Lorentz) ke atas.

- Jika arus yang mengalir pada batang ab adalah I maka gaya Lorentz pada batang adalah

$$F_L = ILB$$

Jika laju batang konstant maka gaya total yang bekerja pada batang nol. Besar gaya magnetik sama dengan gaya gravitasi

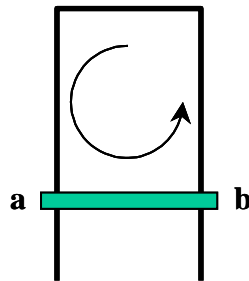
$$ILB = mg$$

Atau

$$I = \frac{mg}{LB} = \frac{(10 \times 10^{-3}) \times 10}{0,5 \times 2} = 0,1 \text{ A}$$

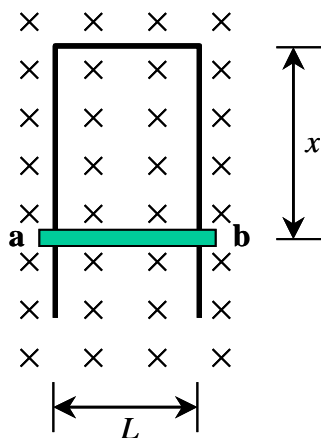
Arah arus ditentukan berdasarkan hukum Lentz.

Ketika batang turun maka luas loop membesar sehingga fluks membesar. Arus induksi harus melawa perubahan fluks, dengan cara memperkecil fluks. Fluks akan diperkecil jika arah medan magnetik yang dihasilkan arus induksi berlawanan dengan arah medan magnet yang dipasang (medan total diperkecil). Jadi medan yang dihasilkan arus induksi harus menembus kertas ke arah pembaca. Dengan aturan tangan kanan, maka arus induksi harus mengalir dalam arah berlawanan putaran jarum jam. Atau pada batang ab arus mengalir dari kiri ke kanan.



c) Anggap kawat U tidak memiliki hambatan listrik. Hambatan hanya dimiliki batang ab. Ggl yang dihasilkan pada batang ab adalah

$$\varepsilon = IR = 0,1 \times 1 = 0,1 \text{ V}$$



d) Luas loop adalah $A = Lx$.

Flux dalam loop; $\phi = BA = BLx$

Besar ggl yang dihasilkan

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\phi}{dt} = BL \frac{dx}{dt} = BLv$$

Jadi, laju turun batang adalah

$$v = \frac{|\mathcal{E}|}{BL} = \frac{0,1}{2 \times 0,5} = 0,1 \text{ m/s}$$

3. Sebuah transformator diperlukan oleh sebuah perusahaan untuk mengubah sumber tegangan bolak-balik 20 kV menjadi 200 V dengan kuat arus sekunder 50 A.

a) Tentukan jumlah lilitan pada kumparan primer jika jumlah lilitan pada kumparan sekunder adalah 100

b) Tentukan kuat arus primer maksimum

c) Jika digunakan sumber tegangan searah, tentukan tegangan dan kuat arus pada sekundernya

Jawab

a)

$$\frac{\mathcal{E}_p}{\mathcal{E}_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$N_p = \frac{\mathcal{E}_p}{\mathcal{E}_s} N_s = \frac{20000}{200} \times 100 = 10\,000 \text{ lilitan}$$

b) Untuk transformator dengan efisiensi daya 100% maka berlaku

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$I_p = \frac{N_s}{N_p} I_s = \frac{100}{10000} \times 50 = 0,5 \text{ A}$$

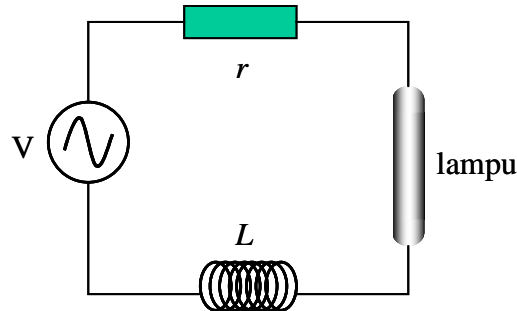
Jika arus 50 A pada sekunder dianggap sebagai arus efektif (arus rms) maka arus 0,5 A pada primer juga merupakan arus efektif. Dengan demikian, arus maksimum (puncak) pada primer adalah

$$I_{p\text{maks}} = I_p \sqrt{2} = 0,707 \text{ A}$$

c) Arus searah tidak dapat berpindah dari kumparan primer ke kumparan sekunder transformator. Dengan mengaplikasi tegangan searah pada primer maka tegangan maupun arus yang muncul di sekunder nol.

4. Sumber tegangan bolak-balik dengan frekuensi 50 Hz dihubungkan pada lampu tabung (TL = tube lamp) yang diansumsikan sebagai hambatan murni seperti pada gambar di bawah. Jika tegangan efektif sumber yang digunakan 228,5 V dan sumber memiliki hambatan dalam $r = 166,3 \, \Omega$, kuat arus efektif yang mengalir adalah 0,6 A dan tegangan efektif pada lampu adalah 84 V

- Hitung induktansi L
- Tentukan beda fasa antara tegangan dan kuat arus
- Hitung daya rata-rata pada lampu tabung
- Jika pada rangkaian dipasang kapasitor secara seri sebesar $4,7 \mu\text{F}$, berapakah kuat arus listrik efektif yang mengalir?



Jawab

Informasi yang diberikan soal, $f = 50 \text{ Hz}$ sehingga $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$.

- Impedansi total rangkaian

$$Z = \frac{V_{\text{eff}, \text{sbr}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{228,5}{0,6} = 380,8 \Omega$$

Hambatan listrik lampu

$$r_{lp} = \frac{V_{\text{eff}, lp}}{I_{\text{eff}}} = \frac{84}{0,6} = 140 \Omega$$

Hambatan total dalam rangkaian

$$R = r + r_{lp} = 166,3 + 140 = 306,3 \Omega$$

Untuk rangkaian R-L seri, impedansi total memenuhi

$$Z^2 = R^2 + X_L^2$$

Atau

$$X_L^2 = Z^2 - R^2 = (380,8)^2 - (306,3)^2 = 51189$$

Atau

$$X_L = 226 \Omega$$

Induktansi adalah

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{226}{100\pi} = 0,72 \text{ H}$$

- Untuk rangkaian R-L seri, tegangan mendahului arus dengan fase θ yang memenuhi

$$\tan \theta = \frac{X_L}{R} = \frac{226}{306,3} = 0,738,$$

Atau $\theta = 36^\circ$.

c) Daya rata-rata lampu

$\langle P \rangle = I_{eff} V_{eff,lp} \cos \theta = 0,6 \times 84 \times \cos 0^\circ = 50,4$ watt (sudut 0° adalah beda sudut antara fase arus dan fase tegangan pada lampu)

d) Jika dipasang kapasitor maka muncul reaktansi kapasitif

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(100\pi) \times (4,7 \times 10^{-6})} = 677,6 \Omega$$

Impedansi total menjadi

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2} = \sqrt{(306,3)^2 + (226 - 677,6)^2} = 546 \Omega$$

Arus efektif yang mengalir

$$I_{eff} = \frac{V_{eff}}{Z} = \frac{228,5}{546} = 0,42 \text{ A}$$

5. Gelombang sinusoidal merambat dalam tali. Ujung tali ($x = 0$) berosilasi menurut persamaan $y = y_m \cos \omega t$, dengan $y_m = 0,1$ m, $\omega = 20\pi$ rad/s. Bagian lain dari tali yang berjarak 0,05 meter dari ujung tali tersebut berosilasi menurut persamaan $y = y_m \cos(\omega t - \pi/4)$. Waktu dinyatakan dalam detik.

a) Hitung besar frekuensi gelombang

b) Jika gelombang merambat ke arah sumbu-x positif, berapa panjang gelombang dan laju rambatnya

c) Tentukan fungsi gelombangnya

Jawab

a) Frekuensi gelombang

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$$

b) Informasi yang diberikan soal, dua titik yang berjarak 0,05 m memiliki beda fase $\pi/4$. Tetapi, dua titik yang berjarak λ memiliki beda fase 2π . Karena $\pi/4$ adalah $1/8$ dari 2π maka haruslah 0,05 m merupakan $1/8$ dari panjang gelombang. Jadi

$$0,05 = \lambda / 8$$

$$\lambda = 0,4 \text{ m}$$

Laju perambatan gelombang

$$v = \lambda f = 0,4 \times 10 = 4 \text{ m/s}$$

c) Fungsi umum gelombang yang merambat ke arah x positif adalah

$$y = y_m \cos(\omega t - kx + \phi)$$

Dengan

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi \text{ m}^{-1}.$$

Diberikan $\omega = 20\pi \text{ rad/s}$

Jadi, fungsi umum gelombang adalah

$$y = y_m \cos(20\pi t - 5\pi x + \varphi)$$

Pada $x = 0$ maka

$$y = y_m \cos(20\pi t + \varphi).$$

Di soal diberikan, pada $x = 0$ fungsi osilasi adalah $y = y_m \cos(20\pi t)$. Dengan demikian kita simpulkan $\varphi = 0$ dan fungsi gelombang yang dicari adalah

$$y = y_m \cos(20\pi t - 5\pi x)$$

Bab 23

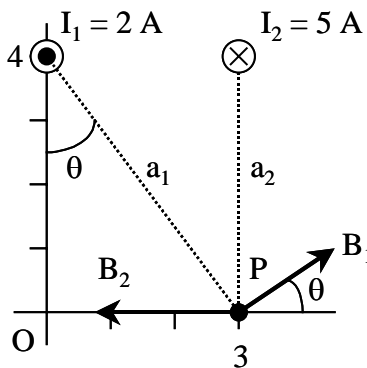
Pembahasan Ujian II Semester Pendek 2003/2004

1. Dua buah kawat panjang yang dialiri arus diletakkan sejajar dengan sumbu z . Kawat pertama melauai titik $(0,4,0)$ dan dialiri arus sebsar 2 A dengan arah sumbu z positif. Sedangkan kawat kedua melalui titik $(3,4,0)$ dan dialiri arus 5 A kea rah sumbu z negatif.

a) Tentukan besar dan arah medan magnet di titik $(3,0,0)$

b) Tentukan besar dan arah gaya per satuan panjang yang dialami kawat pertama

Jawab



a) Jarak kawat pertama ke titik P: $a_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{ m}$

Jarak kawat kedua ke titik P: $a_2 = 4\text{ m}$

Kuat medan di titik P oleh kawat pertama: $B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi a_1} = \frac{\mu_o}{2\pi} \times \frac{2}{5} = \frac{\mu_o}{5\pi}$

(arah sesuai dengan gambar)

Kuat medan di titik P oleh kawat kedua: $B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi a_2} = \frac{\mu_o}{2\pi} \times \frac{5}{4} = \frac{5\mu_o}{8\pi}$

(arah ke kiri)

Misalkan B_1 membentuk sudut θ dengan arah horisontal maka $\tan \theta = 3/4$ atau $\theta = 37^\circ$.

Kita dapat menulis B_1 dalam komponen-komponennya, yaitu

$$B_{1x} = B_1 \cos 37^\circ = \frac{\mu_o}{5\pi} \times \frac{4}{5} = \frac{4\mu_o}{25\pi}$$

$$B_{1y} = B_1 \sin 37^\circ = \frac{\mu_o}{5\pi} \times \frac{3}{5} = \frac{3\mu_o}{25\pi}$$

Total medan magnet arah x menjadi

$$B_x = B_{1x} - B_2 = \frac{4\mu_o}{25\pi} - \frac{5\mu_o}{8\pi} = -0,15\mu_o$$

Total medan magnet dalam arah y

$$B_y = B_{1y} = \frac{3\mu_o}{25\pi} = 0,038\mu_o$$

Kuat medan magnet total

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-0,15\mu_o)^2 + (0,038\mu_o)^2} = 0,155\mu_o$$

b) Jarak dua kawat, $a = 3$ m

Kuat medan magnet pada kawat pertama oleh kawat kedua

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_2}{a}$$

Gaya magnetik pada kawat pertama oleh kawat kedua

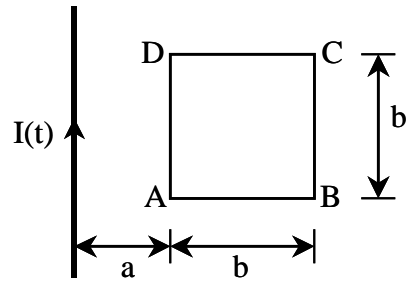
$$F_1 = I_1 L_1 B$$

Gaya per satuan panjang yang bekerja pada kawat pertama

$$\frac{F_1}{L_1} = I_1 B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{2 \times 5}{3} = 0,53\mu_o$$

Karena dua kawat dialiri arus berlawanan maka gaya bersifat tolak-menolak

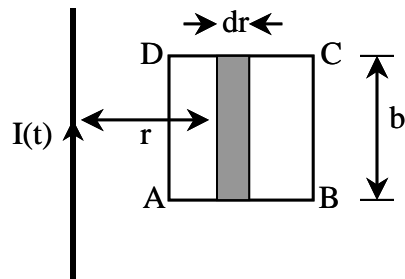
2. Sebuah kawat panjang dialiri arus $I(t) = 2t + 5$ dengan arah seperti ditunjukkan gambar. Pada jarak a dari kawat tersebut terdapat sebuah loop kawat ABCD berbentuk bujur sangkar bersisi b dengan hambatan total sebesar R . Semua besaran-besaran tersebut memiliki satuan dalam sistem SI.



- Tentukan fluks magnet pada loop bujur sangkar tersebut
- Tentukan besar ggl induksi yang timbul pada loop bujur sangkar tersebut
- Tentukan besar dan arah arus induksi dalam loop bujur sangkar tersebut
- Tentukan induktansi sistem ini

Jawab

- Perhatikan penampang kecil loop yang berjarak r dari kawat dengan ketebalan dr .



Luas penampang tersebut adalah

$$dA = bdr$$

Kuat medan magnet pada penampang tipis tersebut adalah

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I}{r}$$

Maka fluks magnetik pada penampang tersebut adalah

$$d\phi = BdA = \frac{\mu_o I}{2\pi} \frac{dr}{r}$$

Fluks total pada loop

$$\phi = \int_a^{a+b} d\phi = \int_a^{a+b} \frac{\mu_o I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_o I}{2\pi} \int_a^{a+b} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_o I}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

b) Karena loop hanya mengandung satu lilitan maka besar ggl yang dihasilkan jika terjadi perubahan arus adalah

$$\begin{aligned} |\mathcal{E}| &= \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \frac{dI}{dt} \\ &= \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \frac{d}{dt}(2t+5) \\ &= \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \times 2 = \frac{\mu_o}{\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \end{aligned}$$

c) Arus induksi yang dihasilkan

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{\mu_o}{\pi R} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

Dari persamaan $I = 2t + 5$, arus makin besar dengan bertambahnya waktu. Jadi fluks dalam loop makin lama makin besar. Dengan hukum Lenz, arus induksi harus melawan perubahan fluks, berarti mengecilkan fluks. Pengecilan fluks dilakukan dengan menghasilkan medan magnet yang berlawanan dengan arah medan yang dihasilkan kawat lurus panjang. Medan dalam loop yang dihasilkan kawat lurus panjang arahnya tegak lurus kertas ke bawah. Maka medan yang dihasilkan arus induksi harus tegak lurus kertas ke atas. Agar ini terjadi maka arah aliran loop harus berlawanan dengan putaran jarum jam.

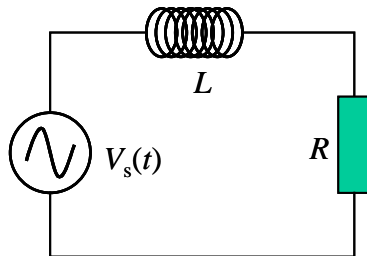
d) Induktansi diri memenuhi persamaan

$$\begin{aligned} |\mathcal{E}| &= L \frac{dI}{dt} \\ &= L \frac{d}{dt}(2t+5) = 2L \end{aligned}$$

Jadi

$$L = \frac{|\mathcal{E}|}{2} = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

3. Suatu rangkaian yang terdiri dari hambatan dan induktor dihubungkan dengan sumber tegangan bolak-balik seperti ditunjukkan pada gambar. Diketahui $R = 75\Omega$, $L = 10 \text{ mH}$, dan reaktansi induktif $X_L = 100 \Omega$ serta amplitudo tegangan 50 V. Tentukan



- Faktor daya
- Daya disipasi pada rangkaian
- Fungsi tegangan sumber $V_s(t)$ dinyatakan dalam bentuk fungsi cosinus

Jawab

- Beda sudut fasa antara tegangan dan arus, θ , memenuhi

$$\tan \theta = \frac{X_L}{R} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3}$$

atau $\theta = 53^\circ$.

Faktor daya adalah: $\cos \theta = \cos 53^\circ = 0,6$

- Impedansi rangkaian: $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(75)^2 + (100)^2} = 125 \Omega$

$$\text{Tegangan efektif } V_{ef} = \frac{V_{maks}}{\sqrt{2}} = \frac{50}{\sqrt{2}} = 35,35 \text{ V}$$

Disipasi daya pada rangkaian

$$P = \frac{V_{ef}^2}{Z} \cos \theta = \frac{(35,35)^2}{125} \times 0,6 = 6 \text{ W}$$

c) Bentuk umum fungsi tegangan (misalkan fasa awal nol) adalah $V = V_m \cos \omega t$. Frekuensi sudut adalah $\omega = X_L / L = 100 / (10 \times 10^{-3}) = 10^4 \text{ rad/s}$. Tegangan maksimum V_m diberikan di soal, yaitu 50 V. Jadi bentuk umum tegangan adalah

$$V = 50 \cos(10^4 t) \text{ V}$$

4. Suatu persamaan simpangan gelombang yang merambat dinyatakan dengan $y = 2 \sin(\pi(x - 2t))$ dengan y dan x dalam meter dan t dalam detik. Tentukan

- Amplitudo, frekuensi sudut, dan cepat rambat gelombang tersebut
- Fungsi gelombang identik yang merambat dalam arah berlawanan
- Besar tegangan tali jika gelombang tersebut merambat pada tali yang rapat massanya 0,4 kg/m
- Fungsi gelombang bedirinya

Jawab

a) Fungsi umum gelombang yang merambat ke arah x positif adalah

$$y = y_m \sin(kx - \omega t)$$

Diberikan di soal fungsi gelombang $y = 2 \sin(\pi x - 2\pi t)$. Dengan membandingkan dua persamaan tersebut kita simpulkan

$$y_m = 2 \text{ m}, k = \pi \text{ m}^{-1}, \text{ dan } \omega = 2\pi \text{ rad/s.}$$

Cepat rambat gelombang

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ m/s}$$

b) Jika gelombang merambat dalam arah berlawanan maka tanda negatif dalam faktor sinus diganti dengan tanda positif. Fungsi gelombang tersebut adalah

$$y = 2 \sin(\pi x + 2\pi t)$$

c) Laju perambatan gelombang tali memenuhi

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Jadi tegangan tali adalah

$$T = v^2 \mu = 2^2 \times 0,4 = 1,6 \text{ N}$$

d) Gelombang berdiri merupakan superposisi dua gelombang yang bergerak dalam arah berlawanan

$$y = 2 \sin(\pi x - 2\pi t) + 2 \sin(\pi x + 2\pi t)$$

Gunakan hubungan trigonometri

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

Jadi

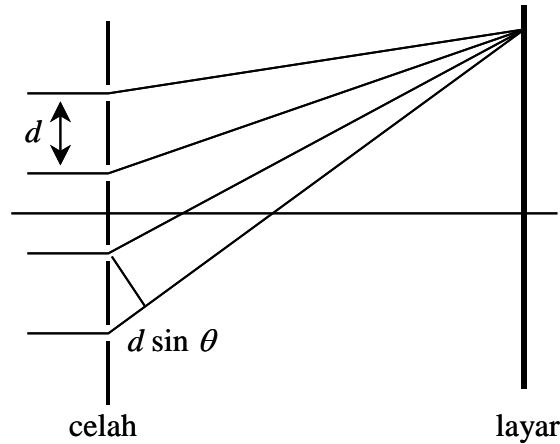
$$\begin{aligned} y &= 4 \sin \frac{(\pi x - 2\pi t) + (\pi x + 2\pi t)}{2} \cos \frac{(\pi x - 2\pi t) - (\pi x + 2\pi t)}{2} \\ &= 4 \sin(\pi x) \cos(-2\pi t) \end{aligned}$$

5. Cahaya monokromatik dengan panjang gelombang 6500 anstrom dilewatkan secara tegak lurus pada empat celah sempit. Jarak antar celah adalah 2 mm. Pola interferensi diamati pada layar yang berjarak 1 m dari celah tersebut.

a) Gambarkan kurva pola intensitas terhadap δ (beda fasa antara dua gelombang berurutan)

b) Tentukan jarak antar maksimum sekunder yang berurutan.

Jawab



a) Interferensi maksimum terjadi jika $\delta = kd \sin \theta$ memenuhi

$$\delta = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$$

Interferensi minimum terjadi jika

i) Sinar dari dua celah berdekatan berinterferensi destruktif. Ini terpenuhi jika

$$\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$$

ii) Sinar dari celah pertama dan ketiga serta sinar dari celah kedua dan keempat berinterferensi destruktif. Ini dipenuhi oleh

$$2\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$$

atau

$$\delta = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, 7\pi/2, \dots$$

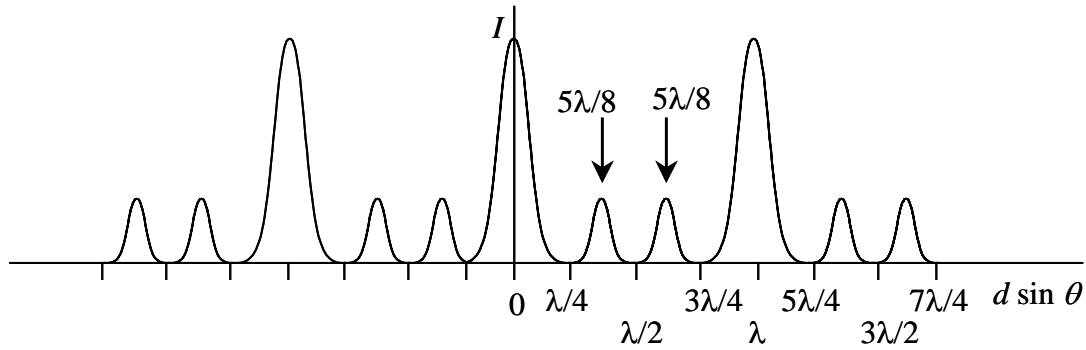
Pola interferensi yang terbentuk menjadi

i) garis maksimum terjadi ketika $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$

ii) garis minimum terjadi ketika $\delta = \pi/2, \pi, 3\pi/2, 5\pi/2, 3\pi, 7\pi/2, \dots$

iii) selain maksimum utama pada keadaan $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$, antara dua minimum terdapat maksimum sekunder.

Gambar intensitas sebagai fungsi δ tampak pada gambar berikut ini



b) Maksimum sekunder pertama terjadi pada lokasi yang memenuhi

$$\delta_1 = \frac{\pi/2 + \pi}{2} = \frac{3}{4}\pi = kd \sin \theta_1$$

atau

$$\sin \theta_1 = \frac{3\pi}{4kd} = \frac{3\pi}{4(2\pi/\lambda)d} = \frac{3\lambda}{8d}$$

Maksimum sekunder kedua terjadi pada lokasi yang memenuhi

$$\delta_2 = \frac{\pi + 3\pi/2}{2} = \frac{5}{4}\pi = kd \sin \theta_2$$

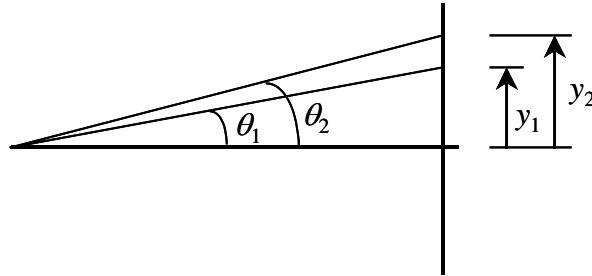
atau

$$\sin \theta_2 = \frac{5\pi}{4kd} = \frac{5\pi}{4(2\pi/\lambda)d} = \frac{5\lambda}{8d}$$

Untuk sudut yang kecil maka $\sin \theta_1 \cong \tan \theta_1$ dan $\sin \theta_2 \cong \tan \theta_2$. Jadi

$$\tan \theta_1 \cong \frac{3\lambda}{8d}$$

$$\tan \theta_2 \cong \frac{5\lambda}{8d}$$



Berdasarkan gambar di atas, $\tan \theta_1 = y_1 / L$ dan $\tan \theta_2 = y_2 / L$. Dengan demikian

$$\frac{y_1}{L} \cong \frac{3\lambda}{8d} \text{ atau } y_1 \cong \frac{3\lambda}{8d} L$$

$$\frac{y_2}{L} \cong \frac{5\lambda}{8d} \text{ atau } y_2 \cong \frac{5\lambda}{8d} L$$

Jarak antara dua maksimum sekunder adalah

$$\begin{aligned} \Delta y &= y_2 - y_1 = \frac{5\lambda}{8d} L - \frac{3\lambda}{8d} L = \frac{2\lambda}{8d} L \\ &= \frac{2 \times (6500 \times 10^{-10})}{8 \times (2 \times 10^{-3})} \times 1 = 8,125 \times 10^{-5} \text{ m} \end{aligned}$$

Bab 24

Pembahasan Ujian II Semester II 2006/2007

1.

- a) Sebutkan kelemahan model atom Thompson (model roti kismis)
- b) Sebutkan perbedaan model atom Rutherford dan model atom Bohr
- c) Dengan deret Balmer pada model atom Bohr, hitunglah bilangan kuantum (tingkat energi) awal dari spectrum cahaya tampak atom hydrogen dengan $\lambda = 486 \text{ nm}$. Diketahui konstanta Rydberg, $R = 1,097 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$.

Jawab

- a) Kelemahan model ato Thompson

Tidak dapat menjelaskan pengamatan pada percobaan hamburan partikel alfa oleh lembaran tipis emas mengapa:

Sebagian sinar alfa dibelokkan dengan sudut yang sangat besar

Sebagian kecil sinar alfa dibelookan hampir dalam arah berlawanan sinar datang

Model atom Thompson meramalkan bahwa semua sinar alfa dapat menembus lembaran tipis emas tanpa pembelokan yang berarti

- b) Model atom Rutherford

Orbit elekntron mengelilingin inti tidak merupakan orbit stasioner

Spektrum energi atom brsifat kontinu

Model atom Bohr

Elektron mengelilingi inti dalam aorbit-orbit stasioner

Spektrum energi atom bersifat diskrit

- c) Panjang elombang deret Balmer memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{486 \times 10^{-9}} = (1,097 \times 10^{-7}) \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

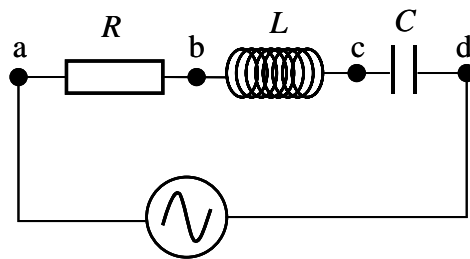
$$0,187567 = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{n^2} = 0,062433$$

atau $n = 4$

2. Suatu rangkaian RLC seri memiliki $R = 10 \, \Omega$, $L = (200/\pi) \, \text{mH}$, dan $C = (1000/\pi) \, \mu\text{F}$. Rangkaian tersebut dialiri arus $I(t)$ yang memiliki frekuensi $f = 50 \, \text{Hz}$, fasa awal arus $\phi_{oi} = \pi/2 \, \text{rad}$, dan arus $i_{rms} = 2 \, \text{A}$.

- Tentukan persamaan arus $I(t)$
- Tentukan X_L , X_C , dan impedansi total
- Tentukan fungsi tegangan $V_{ab}(t)$, $V_{bc}(t)$, dan $V_{cd}(t)$
- Tentukan beda fasa antara arus dan tegangan sumber



Jawab

- Persamaan umum arus

$$i(t) = i_{maks} \cos(\omega t + \phi_{oi})$$

dengan

$$i_{maks} = i_{rms} \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \, \text{A}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi \, \text{rad/s}$$

$$\phi_{oi} = \pi/2 \, \text{rad}$$

Dengan demikian

$$i(t) = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/2)$$

$$\text{b) } X_L = \omega L = 100\pi \times (200/\pi \times 10^{-3}) = 20 \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \times (1000/\pi \times 10^{-6})} = 10 \, \Omega$$

Impedansi total

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (20 - 10)^2} = 10\sqrt{2} \ \Omega$$

$$c) \ V_{ab,maks} = i_{maks} R = 2\sqrt{2} \times 10 = 20\sqrt{2} \ \text{volt}$$

Arus dan tegangan pada resistor memiliki fase yang sama. Maka

$$V_{ab}(t) = V_{ab,maks} \cos(100\pi t + \pi/2) = 20\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/2)$$

$$V_{bc,maks} = i_{maks} X_L = 2\sqrt{2} \times 20 = 40\sqrt{2} \ \text{volt}$$

Tegangan pada inductor mendahului arus dengan fase $\pi/2$. Jadi

$$V_{bc}(t) = V_{bc,maks} \cos(100\pi t + \pi/2 + \pi/2) = 40\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi)$$

$$V_{cd,maks} = i_{maks} X_C = 2\sqrt{2} \times 10 = 20\sqrt{2} \ \text{volt}$$

Tegangan pada kapasitor mengikuti arus dengan keterlambatan fase $\pi/2$. Jadi

$$V_{cd}(t) = V_{cd,maks} \cos(100\pi t + \pi/2 - \pi/2) = 20\sqrt{2} \cos(100\pi t)$$

d) Karena $X_L > X_C$ maka rangkaian bersifat induktif. Tegangan sumber mendahului arus dengan fase θ yang memenuhi

$$\tan \theta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{20 - 10}{10} = 1, \text{ atau } \theta = \pi/4$$

3. Seutas tali diberi gangguan yang merambat dengan fungsi sebagai berikut

$$y(x,t) = \cos\left\{\pi\left(2x - t + \frac{1}{2}\right)\right\}$$

(x, y dalam centimeter dan t dalam detik)

- Tentukan amplitudo, panjang gelombang, dan frekuensi gelombang
- Tentukan simpangan pada $x = 1$ cm dan $t = 5$ detik
- Tentukan jarak antara dua titik terdekat dalam arah rambat yang mempunyai beda fasa π pada saat tertentu

d) Tentukan nilai maksimum laju getar partikel tali

Jawab

a) Persamaan di atas dapat ditulis

$$y(x, t) = 1 \cos\left(2\pi x - \pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Persamaan umum getaran gelombang adalah

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \varphi_o)$$

Dengan membandingkan dua persamaan di atas kita simpulkan

$$A = 1 \text{ cm}$$

$$k = 2\pi \text{ cm}^{-1}$$

$$\omega = \pi \text{ rad/s}$$

$$\varphi_o = \pi/2 \text{ rad}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ cm}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2} \text{ Hz}$$

b) Saat $x = 1 \text{ cm}$ dan $t = 5 \text{ detik}$

$$y(x = 1, t = 5) = 1 \cos\left(2\pi \times 1 - \pi \times 5 + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(-2,5\pi) = \cos(-0,5\pi) = 0$$

c) Misalkan titik pertama berada pada x_1 dan titik kedua berada pada x_2 . Maka pada saat t yang sama fase masing-masing titik adalah

$$\varphi_1 = 2\pi x_1 - \pi t + \pi/2$$

$$\varphi_2 = 2\pi x_2 - \pi t + \pi/2$$

Beda fase

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi(x_2 - x_1)$$

atau

$$x_2 - x_1 = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2} \text{ cm}$$

d) Laju getar partikel tali

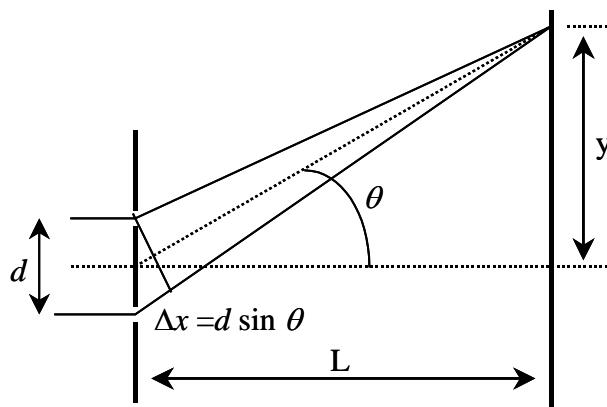
$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = \pi \sin(2\pi x - \pi t + \pi/2)$$

Laju getar maksimum = π cm/s

4. Dua buah celah sempot berjaran 3×10^{-3} mm disinari cahaya yang panjang gelombangnya 600 nm. Pola interferensi diamati pada layar yang berjarak 2,5 m dari celah. (Gunakan pendekatan sudut kecil).

- Tentukan beda fasa dari hasil interferensi dua gelombang pada titik di layar yang berjarak 2,50 cm dari pusat pola interferensi
- Jika rasio jarak antar celah dengan lebar celah adalah 3, gambarkan pola intensitas yang terjadi dalam fungsi $\sin \theta$.

Jawab



- Beda fasa gelombang dari dua celah

$$\delta = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

Untuk θ yang kecil $\sin \theta \approx \tan \theta = y/L$. Jadi

$$\delta \approx \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{y}{L} = \frac{2\pi}{600 \times 10^{-9}} \times (3 \times 10^{-6}) \frac{2,5 \times 10^{-2}}{2,5} = 0,1\pi \text{ rad}$$

- Maksimum interferensi terjadi jika

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi, \dots$$

atau

$$\sin \theta = 0, \pm \frac{\lambda}{d}, \pm \frac{2\lambda}{d}, \pm \frac{3\lambda}{d}, \dots$$

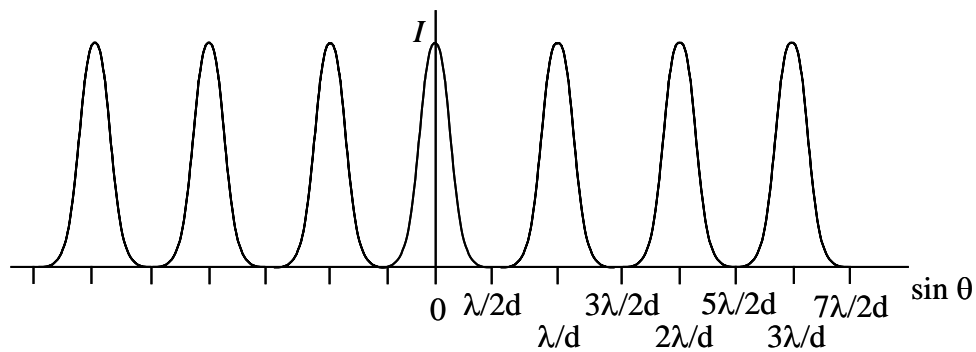
Minimum interferensi terjadi jika

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \pm5\pi/2, \dots$$

atau

$$\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2d}, \pm \frac{3\lambda}{2d}, \pm \frac{5\lambda}{2d}, \dots$$

Gambar pola interferensi sebagai berikut



Pola gelap difraksi terjadi jika

$$\frac{kw \sin \theta}{2} = \pm\pi, \pm3\pi, \pm5\pi,$$

$$\frac{(2\pi/\lambda)w \sin \theta}{2} = \pm\pi, \pm3\pi, \pm5\pi,$$

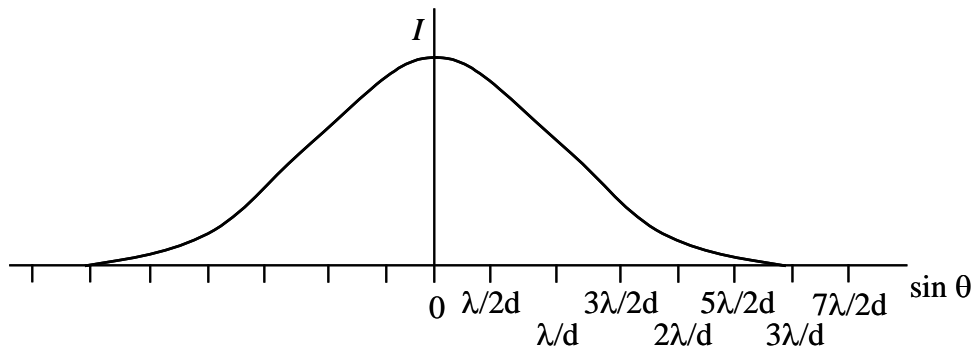
atau

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \pm \frac{\lambda}{w}, \pm \frac{3\lambda}{w}, \pm \frac{5\lambda}{w}, \dots \\ &= \pm \frac{\lambda}{d} \frac{d}{w}, \pm \frac{3\lambda}{d} \frac{d}{w}, \pm \frac{5\lambda}{d} \frac{d}{w}, \dots \end{aligned}$$

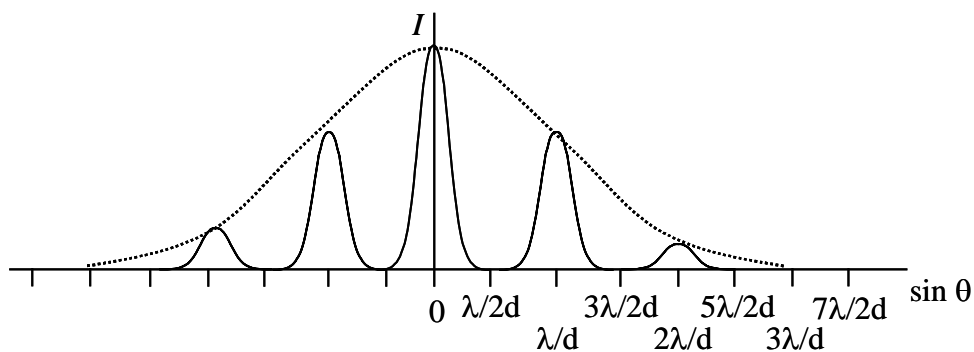
tetapi $\frac{d}{w} = 3$ sehingga

$$\sin \theta = \pm \frac{3\lambda}{d}, \pm \frac{9\lambda}{d}, \pm \frac{15\lambda}{d}, \dots$$

Gambar pola difraksi sebagai berikut

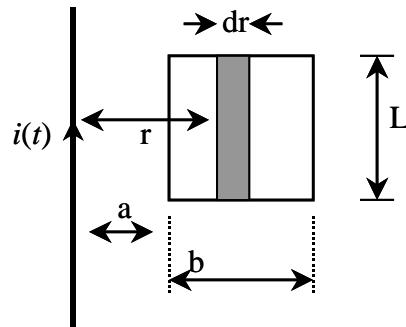


Gabungan pola interferensi dan difraksi menjadi



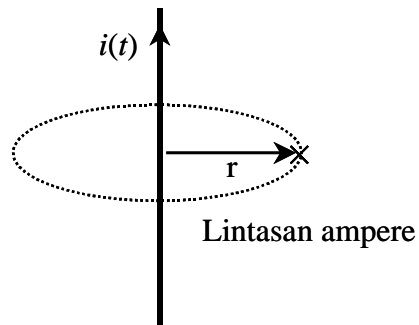
5. Kawat lurus panjang dialiri arus yang berubah terhadap waktu $I(t) = (2t + 5) \times 10^{-3}$ A, di mana t dalam detik. Di samping kawat tersebut diletakkan kawat berbentuk loop segi empat yang memiliki hambatan $R = 2 \Omega$. Diketahui $L = 20$ cm, $b = 10$ cm, dan $a = 5$ cm.

- Tentukan besar dan arah medan magnet pada titik yang berjarak r dari kawat lurus panjang
- Berapa fluks magnetic total yang melewati loop kawat
- Tentukan besar ggl induksi dalam loop kawat
- Ke mana arah arus induksi dalam loop kawat? Berikan alasannya



Jawab

a)



Kita gunakan hukum ampere untuk menentukan kuat medan magnet pada jarak r dari kawat

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \sum I$$

$$\oint B dl = \mu_o I(t)$$

$$B(2\pi r) = \mu_o I(t)$$

atau

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I(t)}{r} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{(2t + 5) \times 10^{-3}}{r} \text{ T}$$

Dengan aturan tangan kanan maka arah medan magnet di sebelah kanan kawat tegak lurus kertas ke arah belakang

b) Lihat elemen loop setebal dr yang berjarak r dari kawat. Luas elemen tersebut

$dA = Ldr$. Kuat medan magnet pada lokasi elemen $B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I(t)}{r}$. Fluks magnetic pada elemen

$$d\phi = BdA = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I(t)}{r} Ldr$$

Fluks total dalam loop

$$\phi = \int_a^{a+b} \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I(t)}{r} Ldr = \frac{\mu_o}{2\pi} LI(t) \int_a^{a+b} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_o}{2\pi} LI(t) \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

c) Karena loop hanya satu lilitan maka ggl yang dihasilkan

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_o}{2\pi} L \frac{dI(t)}{dt} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) = -\frac{\mu_o}{2\pi} \times (0,2) \times (2 \times 10^{-3}) \times \ln\left(\frac{10+5}{5}\right) \\ &= -7 \times 10^{-5} \mu_o \end{aligned}$$

d) Arus pada kawat lurus panjang makin besar sehingga fluks dalam loop makin besar. Arus induksi harus melawan perubahan fluks dengan menghasilkan medan magnet dalam arah berlawanan (tegak lurus kertas ke depan). Jadi arah arus induksi dalam loop berlawanan dengan arah putaran jarum jam.

Bab 25

Pembahasan Ujian III Semester II 2002/2003

1. Tiga buah gelombang masing-masing mempunyai fungsi gelombang sebagai berikut

$$y_1 = 0,3 \cos(kx - \omega t + \pi/2)$$

$$y_2 = 0,4 \cos(kx - \omega t + \pi)$$

$$y_3 = 0,3 \cos(kx - \omega t + 3\pi/2)$$

(x dan y dalam meter dan t dalam detik)

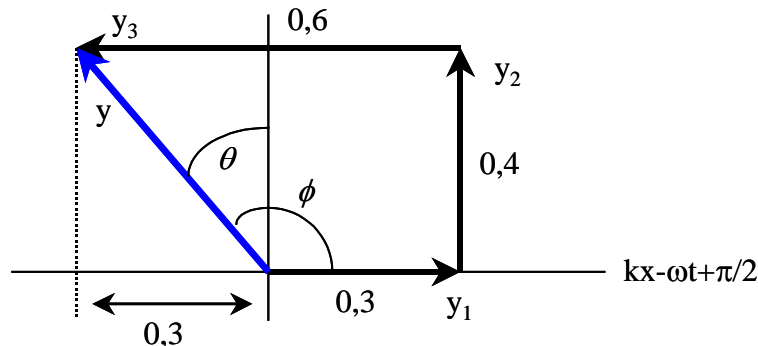
a) Dengan cara fasor, gambarkanlah diagram fasor superposisi tiga buah gelombang di atas

b) Tentukan amplitudo resultan dan fungsi gelombang resultan hasil superposisi tersebut

c) Jika ada gelombang lain, $y_4 = 0,3 \cos(kx - \omega t + \phi_0)$ disuperposisikan dengan gelombang $y_1 = 0,3 \cos(kx - \omega t + \pi/2)$, tentukan ϕ_0 agar resultan superposisinya minimum.

Jawab

a) Buat sistem koordinat dengan mengambil arah datar bersesuaian dengan fasa $kx - \omega t + \pi/2$. Fungsi gelombang y_1 , y_2 , dan y_3 , sebagai berikut



b) Tampak bahwa amplitudo superposisi adalah

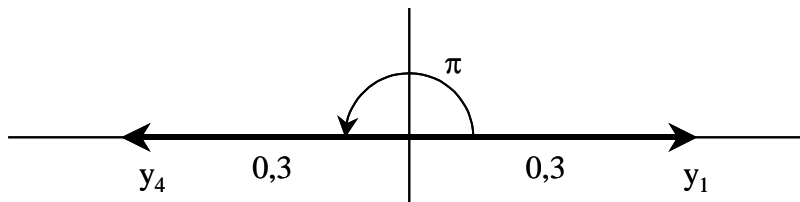
$$A_T = \sqrt{(0,4)^2 + (0,3)^2} = 0,5 \text{ m}$$

Perbedaan fase gelombang hasil superposisi dengan gelombang y_1 adalah $\phi = \pi/2 + \theta$ dengan $\tan \theta = 3/4$ atau $\theta = 37^\circ = 0,2 \pi$. Dengan demikian $\phi = \pi/2 + 0,2\pi = 0,7\pi$.

Jadi fungsi gelombang superposisi adalah

$$\begin{aligned} y &= A_T \cos[kx - \omega t + \pi/2 + \phi] \\ &= 0,5 \cos[kx - \omega t + \pi/2 + 0,7\pi] \\ &= 0,5 \cos[kx - \omega t + 1,2\pi] \text{ m} \end{aligned}$$

c) Gambar gelombang dalam diagram fasor.

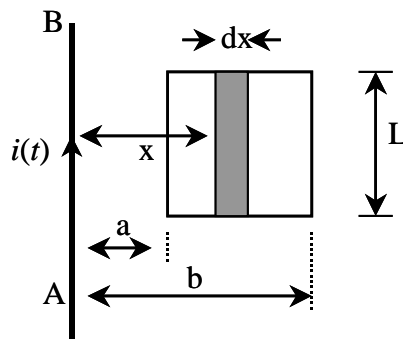


Resultan superposisi minimum jika ke dua vektor berlawanan arah. Ini terjadi jika fasa y_4 dan fasa y_1 berbeda π . Jadi

$$\begin{aligned} y_4 &= 0,3 \cos[kx - \omega t + \pi/2 + \pi] \\ &= 0,3 \cos[kx - \omega t + 2\pi/2] \end{aligned}$$

Dengan demikian $\phi = 3\pi/2$

2. Kawat AB dianggap memiliki panjang tak berhingga. Kawat tersebut dialiri arus $I(t)$ dengan arah ke atas. Di samping kawat AB ada loop kawat berbentuk bujur sangkar dengan sisi L seperti pada gambar. Jika $a = 0,1$ m, $b = 0,3$ m, $L = 0,2$ m, dan $\frac{di}{dt} = 1,2$ A/s, tentukan



- Besar dan arah medan magnet B pada jarak x dari kawat AB pada saat t
- Fluks total yang menembus kawat

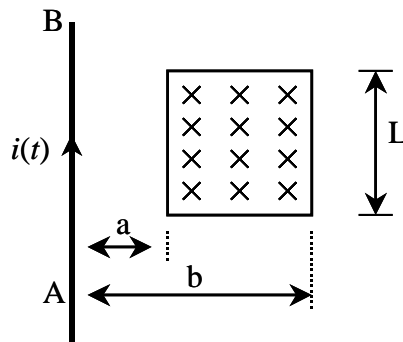
c) Besar dan arah ggl induksi dalam loop

Jawab

a) Besar medan magnet pada jarak x dari kawat adalah

$$B(t) = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i(t)}{x}$$

Dengan aturan tangan kanan, arah medan magnet tegak lurus kertas ke arah belakang.



b) Lihat elemen loop setebal dx . Luas elemen tersebut adalah $dA = Ldx$. Flus magnet pada elemen tersebut

$$d\phi = BdA = \frac{\mu_o}{2\pi} i(t)L \frac{dx}{x}$$

Fluks total dalam loop

$$\begin{aligned} \phi &= \int_a^b \frac{\mu_o}{2\pi} i(t)L \frac{dx}{x} = \frac{\mu_o}{2\pi} i(t)L \int_a^b \frac{dx}{x} = \frac{\mu_o}{2\pi} i(t)L [\ln x]_a^b = \frac{\mu_o}{2\pi} i(t)L [\ln b - \ln a] \\ &= \frac{\mu_o}{2\pi} i(t)L \ln \frac{b}{a} \end{aligned}$$

c) Ggl induksi dalam loop (hanya ada satu kumparan)

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= -\frac{d\phi}{dt} \\
&= -\frac{\mu_o}{2\pi} L \ln \frac{b}{a} \frac{di(t)}{dt} \\
&= -\frac{\mu_o}{2\pi} \times 0,2 \times \ln \frac{0,3}{0,1} \times 1,2 \\
&= -\frac{0,12\mu_o}{\pi} \ln 3 \text{ volt}
\end{aligned}$$

3. Dalam sebuah integrated circuit (IC) terdapat kapasitor pelat sejajar dengan lapisan dielektrik (tebal 10 nm) yang memiliki konstanta dielektrik 200. Luas permukaan kapasitor adalah $5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

a) Tentukan kapasitansi kapasitor

b) Jika di antara ke dua permukaan kapasitor diberi baterai dengan beda potensial sebesar 3 V, tentukan muatan dan energi yang tersimpan di dalamnya

c) Jika baterai dilepas dan diganti dengan sebuah resistor ($R = 1 \Omega$), gambarkanlah kurva muatan yang tersimpan dalam kapasitor sebagai fungsi waktu

d) Dengan terpasangnya resistor ($R = 1 \Omega$) tersebut, tentukan waktu yang dibutuhkan hingga muatan di dalam kapasitor tinggal setengah dari muatan penuhnya.

Jawab

a) Kapasitansi kapasitor pelat sejajar yang memiliki dielektrik di antara pelat

$$\begin{aligned}
C &= \kappa \frac{A}{d} = 200 \times (8,856 \times 10^{-12}) \times \frac{5 \times 10^{-6}}{10^{-8}} \\
&= 8,856 \times 10^{-7} \text{ F}
\end{aligned}$$

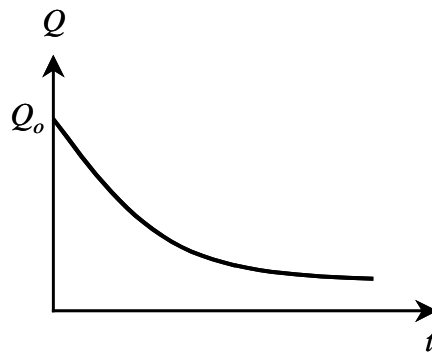
$$b) Q = CV = (8,856 \times 10^{-7}) \times 3 = 2,7 \times 10^{-6} \text{ C}$$

Energi yang tersimpan

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times (8,856 \times 10^{-7}) \times 3^2 = 4 \times 10^{-6} \text{ J}$$

c) Muatan yang tersimpan dalam kapasitor meluruh secara eksponensial sebagai berikut

$$Q = Q_0 e^{-t/RC} = (2,7 \times 10^{-6}) e^{-t/RC}$$



d) Waktu agar muatan menjadi setengah muatan semula memenuhi

$$e^{-t/RC} = 1/2$$

$$e^{t/RC} = 2$$

$$t/RC = \ln 2$$

$$t = RC \ln 2 = 1 \times (2,7 \times 10^{-6}) \ln 2 = 1,9 \times 10^{-6} \text{ s}$$

4. Sebuah sumber gelombang bunyi dalam posisi diam memancarkan gelombang ultrasonic dengan frekuensi 100 kHz ke arah sebuah mobil yang sedang bergerak mendekati sumber tersebut. Diketahui laju rambat gelombang bunyi di udara adalah 330 m/s.

a) Tentukan panjang gelombang dan frekuensi gelombang bunyi yang diterima oleh pengemudi mobil, jika mobil tersebut bergerak dengan laju 36 km/jam

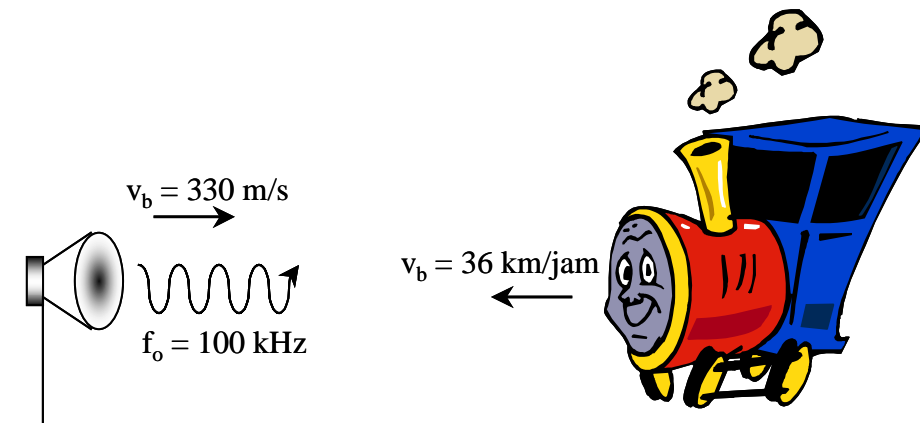
b) Jika kemudian laju mobil berubah dan frekuensi yang dipantulkan oleh mobil dicatat oleh seorang pengamat yang diam di samping sumber gelombang adalah 120 kHz, hitung laju mobil tersebut

Jawab

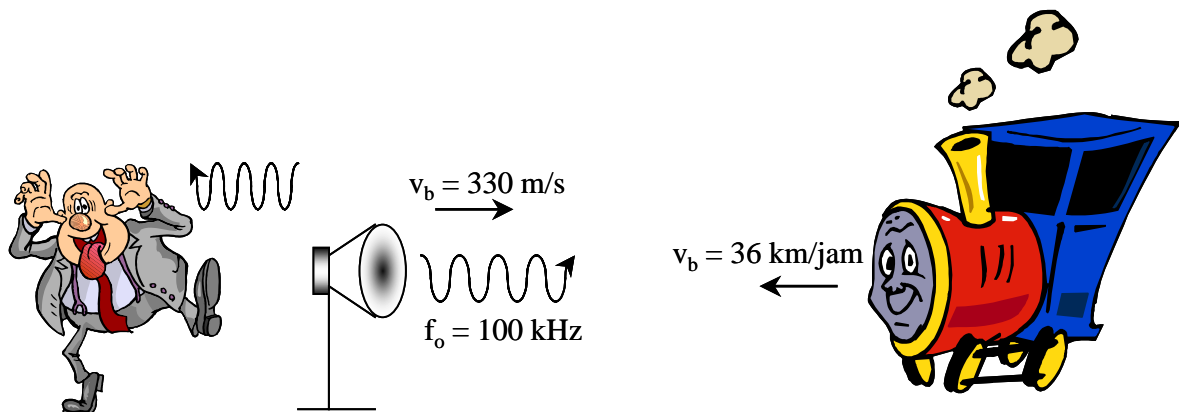
$$\text{Laju mobil} = v_m = 36 \text{ km/jam} = 36 \text{ 000 m/3 600 s} = 10 \text{ m/s}$$

a) Di sini situasinya adalah: sumber bunyi diam diamati oleh pengamatan yang bergerak mendekati sumber bunyi. Frekuensi yang diterima pengamatan adalah

$$f = \frac{v_b + v_m}{v_b} f_o = \frac{330 + 10}{330} \times 100 = 103 \text{ Hz}$$



- b) Frekuensi yang diterima mobil juha 103 Hz. Karena mobil berperan sebagai sumber gelombang pemantul dan sedang bergerak menuju pengamatan yang diam dengan sumber bunyi awal maka frekuensi yang diterima pengamat ini adalah



$$f' = \frac{v_b}{v_b - v_m} f = \frac{v_b}{v_b - v_m} \times \left(\frac{v_b + v_m}{v_b} f_o \right) = \frac{v_b + v_m}{v_b - v_m} f_o$$

$$120 = \frac{330 + v_m}{330 - v_m} \times 100$$

$$\frac{120}{100} \times (330 - v_m) = 330 + v_m$$

$$396 - 1,2v_m = 330 + v_m$$

$$66 = 2,2v_m$$

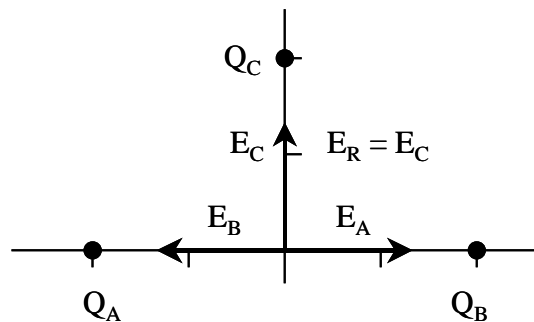
$$v_m = 66 / 2,2 = 30 \text{ m/s} = 108 \text{ km/jam}$$

5. Tiga buah muatan berturut-turut $Q_A = 1 \mu\text{C}$, $Q_B = 1 \mu\text{C}$, dan $Q_C = -1 \mu\text{C}$ terletak di titik-titik berturut A(-2,0), B(2,0), dan C(0,2) (dalam satuan meter dan sumbu koordinat xy).

- Gambarkan medan listrik di titik O(0,0) dan tentukan besar dan arah kuat medan listrik resultan di titik tersebut
- Tentukan besar dan arah vektor gaya resultan pada muatan di titik C
- Tentukan besar potensial listrik di titik O(0,0)

Jawab

a)



Tampak dari gambar

$$\vec{r}_A = -2\hat{i} \text{ m}, \quad \vec{r}_B = 2\hat{i} \text{ m}, \quad \vec{r}_C = 2\hat{j} \text{ m}$$

Posisi relatif titik O terhadap masing-masing muatan

$$\vec{r}_{OA} = 0 - (-2\hat{i}) = 2\hat{i} \text{ m}, \quad \vec{r}_{OB} = 0 - (2\hat{i}) = -2\hat{i} \text{ m}, \quad \vec{r}_{OC} = 0 - (2\hat{j}) = -2\hat{j} \text{ m}$$

Kuat medan di titik O

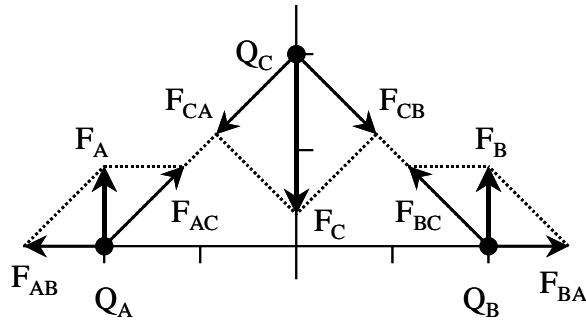
$$\vec{E}_O = \vec{E}_{OA} + \vec{E}_{OB} + \vec{E}_{OC}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_A}{|\vec{r}_{OA}|^3} \vec{r}_{OA} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_B}{|\vec{r}_{OB}|^3} \vec{r}_{OB} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_C}{|\vec{r}_{OC}|^3} \vec{r}_{OC}$$

$$= (9 \times 10^9) \times \frac{10^{-6}}{|2\hat{i}|^3} \times (2\hat{i}) + (9 \times 10^9) \times \frac{10^{-6}}{|-2\hat{i}|^3} \times (-2\hat{i}) + (9 \times 10^9) \times \frac{-10^{-6}}{|-2\hat{j}|^3} \times (-2\hat{j})$$

$$= 2,25 \times 10^3 \hat{j} \text{ N/C}$$

b)



Posisi relatif C terhadap A: $\vec{r}_{CA} = \vec{r}_C - \vec{r}_A = 2\hat{j} - (-2\hat{i}) = 2\hat{i} + 2\hat{j} \text{ m}$

Posisi relatif C terhadap B: $\vec{r}_{CB} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = 2\hat{j} - 2\hat{i} \text{ m}$

Panjang vector-vektor tersebut: $|\vec{r}_{CA}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ m}$

$$|\vec{r}_{CB}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2} \text{ m}$$

Gaya total pada muatan C

$$\vec{F}_C = \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{CB}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_A Q_C}{|\vec{r}_{CA}|^3} \vec{r}_{CA} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_B Q_C}{|\vec{r}_{CB}|^3} \vec{r}_{CB}$$

$$= (9 \times 10^9) \times \frac{(10^{-6})(-10^{-6})}{|2\sqrt{2}|^3} \times (2\hat{i} + 2\hat{j}) + (9 \times 10^9) \times \frac{(10^{-6})(-10^{-6})}{2\sqrt{2}^3} \times (-2\hat{i} + 2\hat{j})$$

$$= -(9 \times 10^9) \times \frac{10^{-12}}{|2\sqrt{2}|^3} \times (2\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{i} + 2\hat{j})$$

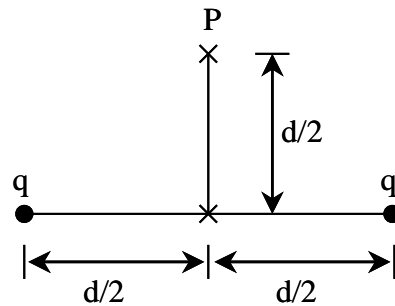
$$= -(9 \times 10^9) \times \frac{10^{-12}}{|2\sqrt{2}|^3} \times (4\hat{j}) = 1,6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

c) Potensial di titik (0,0)

$$\begin{aligned} V_o &= V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_A}{|\vec{r}_{OA}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_B}{|\vec{r}_{OB}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_C}{|\vec{r}_{OC}|} \\ &= (9 \times 10^9) \times \frac{10^{-6}}{|2\hat{i}|} + (9 \times 10^9) \times \frac{10^{-6}}{|-2\hat{i}|} + (9 \times 10^9) \times \frac{-10^{-6}}{|-2\hat{j}|} = 4500 \text{ V} \end{aligned}$$

Pembahasan Ujian III Semester II 2003/2004

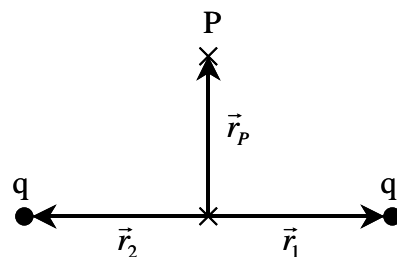
1. Dua muatan sebesar $q = +4,0 \mu\text{C}$ di tempatkan dalam ruang pada jarak $d = 2,0 \text{ m}$ satu sama lain seperti pada gambar di bawah.



- Hitung potensial di titik P
- Jika seseorang membawa muatan sebesar $Q = +2,0 \mu\text{C}$ secara perlahan dari titik tak terhingga ke titik P, tentukan besarnya usaha yang dilakukan orang tersebut.
- Hitung energi potensial dari konfigurasi yang terbentuk setelah muatan ke-3 (Q) ditempatkan di titik P

Jawab

a)



Vektor posisi muatan kanan, kiri, dan titik P adalah

$$\vec{r}_1 = \frac{d}{2} \hat{i} = 1,0 \hat{i} \text{ m}, \quad \vec{r}_2 = -\frac{d}{2} \hat{i} = -1,0 \hat{i} \text{ m}, \quad \vec{r}_p = \frac{d}{2} \hat{j} = 1,0 \hat{j} \text{ m}$$

Posisi relatif P terhadap muatan-muatan

$$\vec{r}_{p1} = \vec{r}_p - \vec{r}_1 = 1,0 \hat{j} - 1,0 \hat{i} \text{ m}, \quad \vec{r}_{p2} = \vec{r}_p - \vec{r}_2 = 1,0 \hat{j} + 1,0 \hat{i} \text{ m}$$

$$|\vec{r}_{P1}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \text{ m}, \quad |\vec{r}_{P2}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

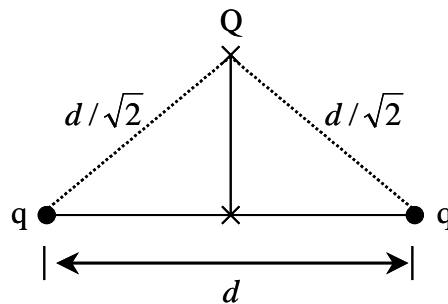
Potensial di titik P

$$\begin{aligned} V_P &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{|\vec{r}_{P1}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{|\vec{r}_{P2}|} \\ &= (9 \times 10^9) \frac{4 \times 10^{-6}}{\sqrt{2}} + (9 \times 10^9) \frac{4 \times 10^{-6}}{\sqrt{2}} = 5,1 \times 10^4 \text{ V} \end{aligned}$$

b) (*Anggap tidak ada perubahan energi kinetik selama membawa muatan dari tak berhingga ke titik P*). Kerja yang dilakukan sama dengan perubahan energi potensial yaitu

$$\begin{aligned} W &= U_P - U_\infty \\ &= QV_P - 0 = (2,0 \times 10^{-6}) \times (5,1 \times 10^4) = 0,102 \text{ J} \end{aligned}$$

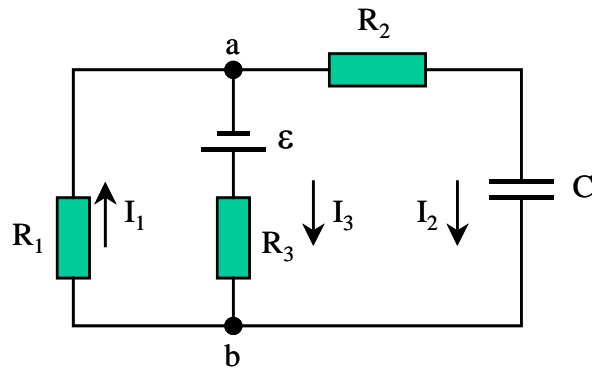
c)



Energi potensial konfigurasi

$$\begin{aligned} U &= U_{kiri,Q} + U_{kanan,Q} + U_{kiri,kanan} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qQ}{d/\sqrt{2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qQ}{d/\sqrt{2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qq}{d} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{d} (Q\sqrt{2} + Q\sqrt{2} + q) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{d} (2Q\sqrt{2} + q) \\ &= (9 \times 10^9) \left(\frac{4 \times 10^{-6}}{2} \right) (2 \times 2 \times 10^{-6} \times \sqrt{2} + 4 \times 10^{-6}) = 0,17 \text{ J} \end{aligned}$$

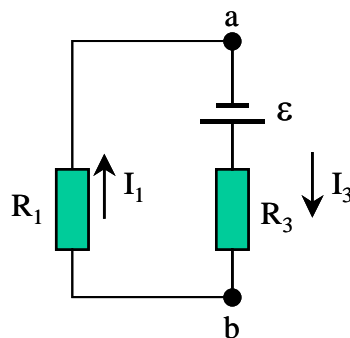
2. Tinjau rangkaian berikut. Diketahui $R_1 = 100 \, \Omega$, $R_2 = 80 \, \Omega$, $C = 1 \, \mu\text{F}$, dan $\varepsilon = 6 \, \text{V}$. Dalam keadaan kapasitor terisi muatan maksimum, $I_3 = 30 \, \text{mA}$.



- Hitung nilai R_3
- Tentukan besarnya tegangan pada kapasitor C
- Tentukan muatan maksimum dalam kapasitor

Jawab

a) Jika kapasitor penuh maka jalur rangkaian yang mengandung kapasitor tidak dilewati arus (seolah terputus). Rangkaian akan menjadi sederhana sebagai berikut



Dari gambar jelas bahwa $I_1 = I_3$.

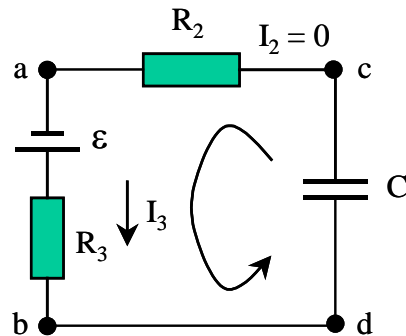
Dengan hukum Kirchoff untuk rangkaian tertutup maka

$$\sum IR - \sum \varepsilon = 0$$

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 - \varepsilon = 0$$

$$R_3 = \frac{\varepsilon - I_1 R_1}{I_3} = \frac{6 - (30 \times 10^{-3}) \times 100}{30 \times 10^{-3}} = 100 \, \Omega$$

b) Lihat loop rangkaian berikut ini



Tegangan antara dua ujung kapasitor adalah V_{cd} .

$$V_{cd} = \sum_{c-a-b-d} IR - \sum_{c-a-b-d} \varepsilon$$

$$= (I_2 R_2 + I_3 R_3) - (\varepsilon) = 0 + (30 \times 10^{-3}) \times 100 - 6 = -3 \text{ V}$$

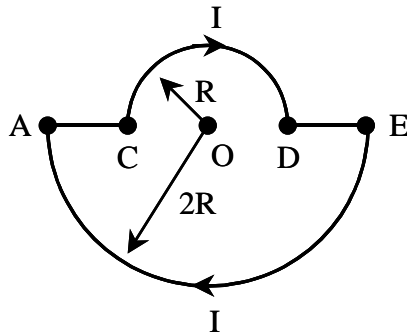
Jadi, beda potensial antara dua ujung kapasitor adalah 3 V. Nilai negatif menyatakan bahwa teangan di titik c lebih kecil daripada di titik d.

c) Muatan maksimum kapasitor

$$Q = C|V_{cd}| = (1 \times 10^{-6}) \times 3 = 3 \times 10^{-6} \text{ C}$$

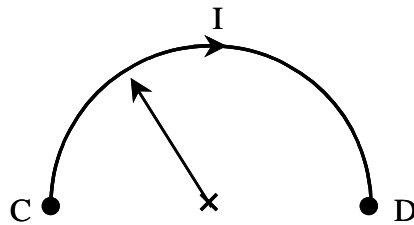
3. Sebuah kawat berarus yang bebentuk seperti pada gambar di bawah ini dialiri arus I yang arahnya ditunjukkan oleh anak panah. Tentukan besar dan arah medan magnet B di titik O

- Oleh kawat setengah lingkaran CD dan EA
- Oleh kawat lurus AC dan DE
- Oleh seluruh kawat (total)



Jawab

a) Medan magnet oleh lekukan CD



Karena berupa setengah lingkaran maka

$$B_{CD} = \frac{1}{2} \times (\text{medan oleh satu lingkaran})$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{\mu_o}{2} \frac{I}{R} \right) = \frac{\mu_o}{4} \frac{I}{R}$$

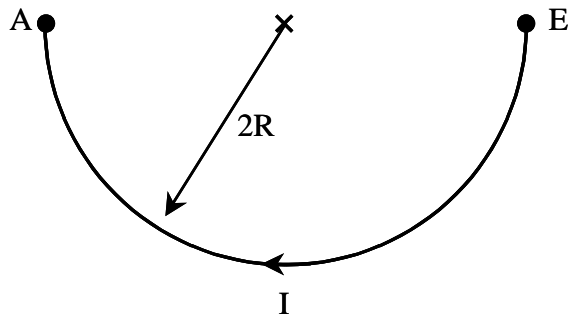
Dengan aturan tangan kanan, arah B_{CD} tegak lurus kertas menembus ke belakang.

Medan magnet oleh lekukan EA

$$B_{EA} = \frac{1}{2} \times (\text{medan oleh satu lingkaran})$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{\mu_o}{2} \frac{I}{2R} \right) = \frac{\mu_o}{8} \frac{I}{R}$$

Dengan aturan tangan kanan, arah B_{EA} tegak lurus kertas menembus ke belakang.



b) Medan listrik oleh bagian lurus AC dan DE masing-masing nol karena titik pengamatan berada pada sumbu kawat.

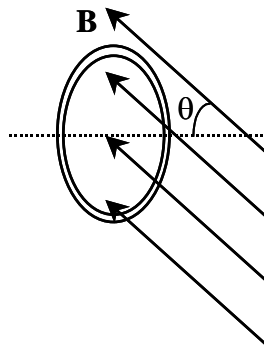
c) Medan total di titik O

$$B = B_{CD} + B_{EA} + B_{AC} + B_{DE}$$

$$= \frac{\mu_o}{4} \frac{I}{R} + \frac{\mu_o}{8} \frac{I}{R} + 0 + 0 = \frac{3\mu_o}{8} \frac{I}{R}$$

arah medan total tegak lurus kertas menembus ke belakang

4. Tinjau sebuah kumparan dengan 300 lilitan dan luas penampang $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. Pada $t = 0$ detik medan magnet dihidupkan, dan besarnya medan magnet meningkat menjadi 0,40 T pada waktu $t = 0,8$ detik. Medan tersebut diarahkan sehingga membentuk sudut $\theta = 60^\circ$ terhadap sumbu kumparan.



a) Tentukan besar ggl induksi rata-rata dalam kumparan

b) Jika kumparan tersebut mempunyai resistansi $6,0 \, \Omega$, tentukan arus induksi rata-ratanya

Jawab

a) Fluks magnetik dalam kumparan

$$\phi = BA \cos \theta$$

Perubahan fluks magnetik

$$\Delta \phi = \Delta(BA \cos \theta) = \Delta B A \cos \theta$$

GGL induksi yang dihasilkan

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \\ &= -300 \times (5 \times 10^{-3}) \times \cos 60^\circ \times \frac{0,4}{0,8} = -0,375 \text{ V}\end{aligned}$$

Jadi besar ggl yang dihasilkan adalah 0,375 V

b) Besar arus yang mengalir

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,375}{6} = 0,0625 \text{ A}$$

5. Susunan celah ganda yang terpisah sejauh 0,1 mm disinari dengan cahaya sehingga spectrum gelap-terang dapat diamati pada suatu layar yang berada pada jarak 1,0 m dari celah. Spektrum gelap ke-3 diamati pada jarak $h = 13,5 \text{ mm}$ dari spektrum pusat.

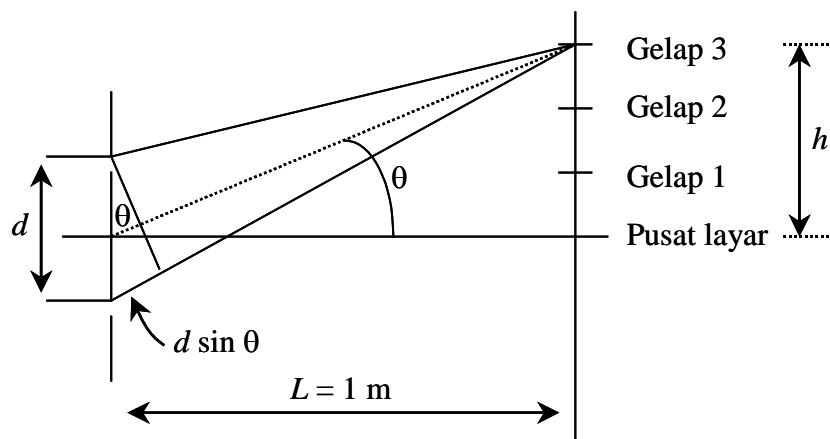
a) Tentukan panjang gelombang yang digunakan

b) Tentukan jarak linier antara dua spectrum terang yang terdekat

c) Gambarkan pola interferensi sebagai fungsi jarak/lintasan cahaya

Jawab

a)



Spektrum gelap diamati jika beda lintasan $\Delta x = d \sin \theta$ memenuhi

$$d \sin \theta = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, 7\lambda/2, \dots$$

Dengan demikian, garis gelap ketiga memenuhi

$$d \sin \theta = \frac{5\lambda}{2}$$

Biasanya pada peristiwa interferensi nilai θ sangat kecil sehingga dapat dilakukan pendekatan $\sin \theta \approx \tan \theta$. Dengan demikian

$$d \tan \theta \approx \frac{5\lambda}{2}$$

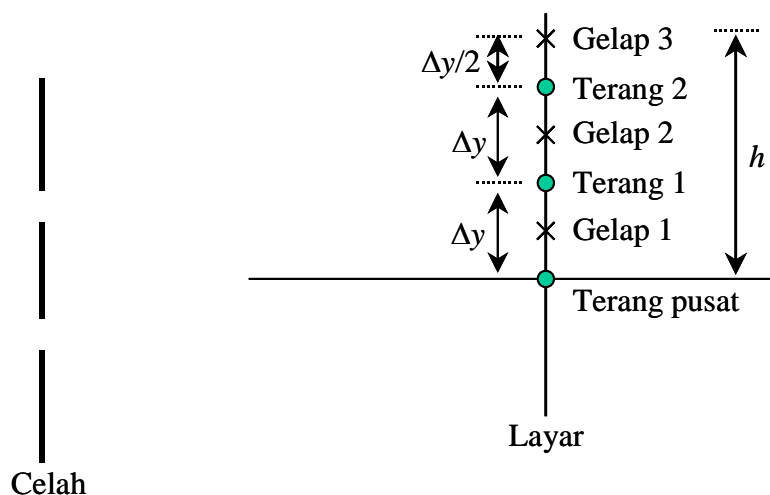
Dari gambar tampak bahwa $\tan \theta = h/L$. Dengan demikian

$$d \frac{h}{L} \approx \frac{5\lambda}{2}$$

atau

$$\lambda \approx \frac{2}{5} \frac{hd}{L} = \frac{2}{5} \frac{(13,5 \times 10^{-3})(0,1 \times 10^{-3})}{1,0} = 5,4 \times 10^{-7} \text{ m}$$

b) Misalkan lokasi gelap terang di layar seperti pada gambar berikut ini



Misalkan jarak linier dua garis terang berdekatan adalah Δy . Berdasarkan gambar di

atas

$$h = \Delta y + \Delta y + \Delta y / 2 = 5\Delta y / 2$$

Jadi

$$\Delta y = \frac{2}{5}h = \frac{2}{5} \times 13,5 = 5,4 \text{ mm}$$

c) Untuk interferensi dua celah

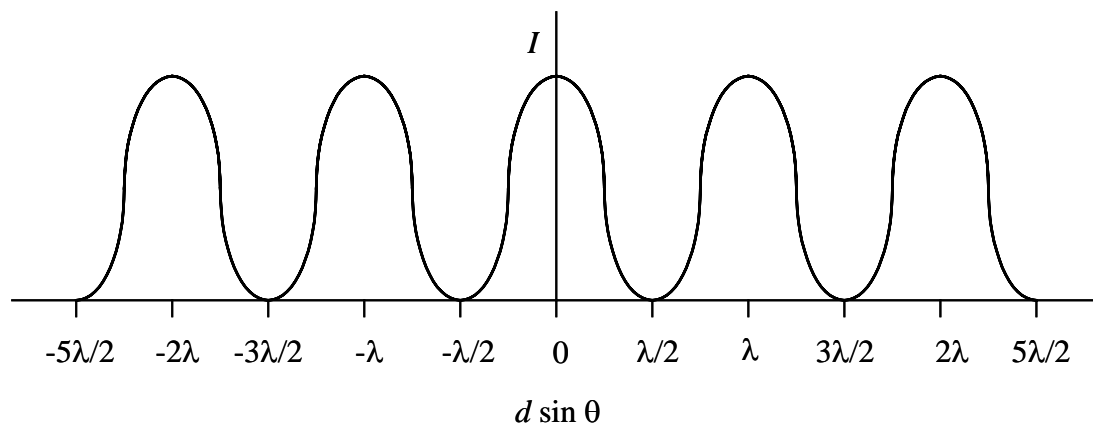
Beda lintasan yang menghasilkan garis gelap adalah

$$d \sin \theta = \pm \lambda / 2, \pm 3\lambda / 2, \pm 5\lambda / 2, \pm 7\lambda / 2, \dots$$

Beda lintasan yang memberikan garis terang adalah

$$d \sin \theta = 0, \pm \lambda, \pm 2\lambda, \pm 3\lambda, \pm 4\lambda, \dots$$

Gambar pola interferensi sebagai fungsi beda lintasan sebagai berikut

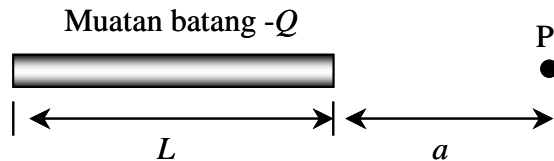


Bab 27
Pembahasan Ujian III Semester II 2003/2004

1. Sebuah batang dengan panjang L bermutana listrik total $-Q$ yang terdistribusi serbasama.

a) Tentukan rapat muatan batang tersebut

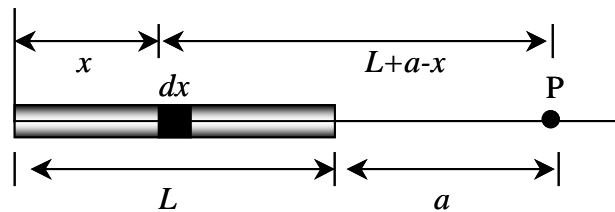
b) Tentukan besar dan arah medan listrik di titik P yang berjarak a dari ujung batang



Jawab

a) Kerapatan muatan batang $\lambda = -\frac{Q}{L}$

b)



Tinjau elemen batang dengan ketebalan dx dan berjarak x dari ujung batang. Muatan elemen tersebut adalah

$$dq = \lambda dx$$

Jarak elemen ke titik pengamatan

$$y = L + a - x$$

Kuat medan listrik di titik pengamatan oleh elemen dq

$$\begin{aligned} dE &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{y^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(L + a - x)^2} \end{aligned}$$

Kuat medan total di titik pengamatan

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\lambda dx}{(L + a - x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(L + a - x)^2}$$

Untuk menyelesaikan integral di atas kita misalkan $y = L + a - x$. Dengan permisalan tersebut maka $dy = -dx$. Lihat suku integral

$$\int \frac{dx}{(L + a - x)^2} = \int \frac{-dy}{y^2} = \frac{1}{y} = \frac{1}{(L + a - x)}$$

Jadi

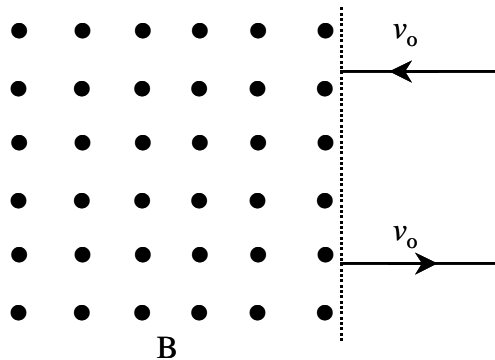
$$\begin{aligned} E &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{(L + a - x)} \right]_0^L = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{(L + a - L)} - \frac{1}{(L + a - 0)} \right] \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{L + a} \right] = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \frac{L}{a(L + a)} \end{aligned}$$

Gunakan kembali hubungan $\lambda = -\frac{Q}{L}$ sehingga kita dapat menulis

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{a(L + a)}$$

Karena muatan batang negatif maka arah medan di titik P menuju ke batang, yaitu ke arah kiri.

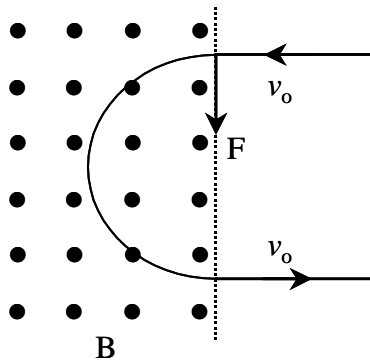
2. Sebuah partikel bermuatan bergerak dengan laju v_o memasuki daerah medan magnetik seragam B (arah B keluar bidang kertas), dan kemudian partikel meninggalkan daerah tersebut dengan arah berlawanan (lihat gambar).



- Apakah jenis muatan partikel tersebut? Jelaskan
- Gambarkan dan sebutkan bentuk lintasan partikel di dalam daerah bermedan magnetik B tersebut
- Tentukan laju partikel tersebut ketika meninggalkan medan magnetik

Jawab

a)



Gaya yang bekerja pada partikel

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

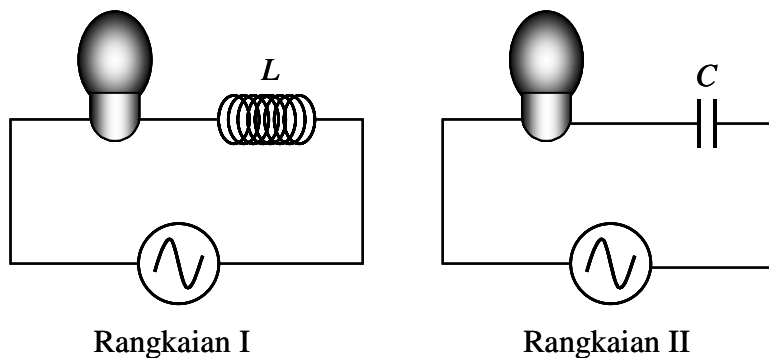
Berarti arah gaya searah dengan perkalian $\vec{v} \times \vec{B}$ jika q positif dan berlawanan dengan $\vec{v} \times \vec{B}$ jika q negatif. Arah perkalian $\vec{v} \times \vec{B}$ sama dengan arah maju sekrup ketika diputar dari arah vektor \vec{v} ke arah vektor \vec{B} .

Ketika partikel memasuki medan magnet arah \vec{v} ke kiri dan \vec{B} tembus kertas ke depan sehingga arah $\vec{v} \times \vec{B}$ ke atas. Untuk membelokkan partikel arah \vec{F} harus ke bawah, yaitu berlawanan dengan arah $\vec{v} \times \vec{B}$. **Kita simpulkan partikel bermuatan negatif.**

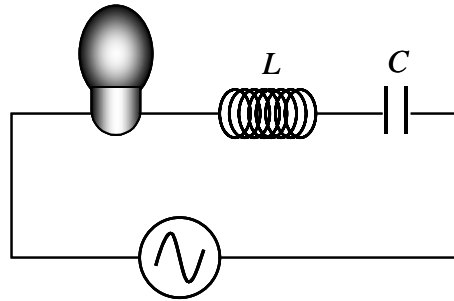
b) Bentuk lintasa partikel dalam medan magnetik adalah setengah lingkaran. Penyebabnya adalah karena arah gaya selalu tegak lurus arah kecepatan.

c) Gaya magnetik selalu tegak lurus kecepatan sehingga tidak menghasilkan tambahan laju. Gaya magnetik hanya mengubah arah kecepatan. Jadi, saat meninggalkan medan magnetik laju partikel tetap v_0 .

3. a) Manakah dari dua lampu identik (60 W/220 V) di antara dua rangkaian berikut yang menyala paling terang jika dipasang pada sumber tegangan yang sama pada frekuensi 50 Hz, $L = 0,1$ mH, dan $C = 20$ μ F? Jelaskan



b) Tentukan frekuensi sumber yang diperlukan pada rangkaian di bawah agar lampu (60 W/220 V) menyala paling terang jika $L = 0,2 \text{ mH}$ dan $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$.



Jawab

a) Hambatan yang dimiliki masing-masing lampu

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{220^2}{60} = 807 \text{ }\Omega$$

Reaktansi induktif untuk rangkaian I

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \times 3,14 \times 50 \times (0,1 \times 10^{-3}) = 0,0314 \text{ }\Omega$$

Reaktansi kapasitif untuk rangkaian II

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \times 3,14 \times 50 \times (20 \times 10^{-6})} = 159 \text{ }\Omega$$

Impedansi rangkaian I

$$Z_I = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(807)^2 + (0,0314)^2} = 807 \text{ }\Omega$$

Impedansi rangkaian II

$$Z_{II} = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(807)^2 + (159)^2} = 823 \text{ }\Omega$$

Arus efektif pada rangkian I

$$I_{1ef} = \frac{V}{Z_I} = \frac{220}{807} = 0,273 \text{ A}$$

Arus efektif pada rangkian II

$$I_{2ef} = \frac{V}{Z_{II}} = \frac{220}{823} = 0,267 \text{ A}$$

Daya yang dihasilkan lampu I

$$P_1 = VI_{1ef} \cos \theta$$

Karena sudut antara tegangan dan arus nol maka $\theta = 0$ dan $\cos \theta = 1$. Dengan demikian

$$P_1 = VI_{1ef} = 220 \times 0,273 = 60 \text{ W}$$

Dengan cara yang sama kita dapatkan daya pada lampu II

$$P_2 = VI_{2ef} = 220 \times 0,267 = 58,74 \text{ W}$$

Kita simpulkan **lampu pada rangkaian I menyala lebih terang**

b) Reaktansi kapasitif $X_C = 1/\omega C$

Reaktansi induktif $X_L = \omega L$

Impedansi rangkaian RLC adalah $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$. Lampu menyala paling terang jika arus paling besar, dan arus paling besar jika impedansi paling kecil. Impedansi paling kecil terjadi saat

$$X_L = X_C$$

$$\omega L = 1/\omega C$$

atau

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0,2 \times 10^{-3})(10 \times 10^{-6})}} = 2,24 \times 10^4 \text{ rad/s}$$

4. Dua buah gelombang harmonik bergerak pada sumbu x positif, dengan beda fase selalu tetap sebesar θ . Jika amplitudo (6 cm), frekuensi (100 Hz), dan panjang gelombang (20 cm) kedua gelombang tersebut sama, tentukan

a) Amplitudo gelombang resultan jika $\theta = \pi/2$

b) Nilai-nilai θ yang menyebabkan amplitudo gelombang resultan maksimum

Jawab

a) Untuk gelombang yang merambat ke arah x positif

$$y_1 = A \cos(kx - \omega t)$$

$$y_2 = A \cos(kx - \omega t + \theta)$$

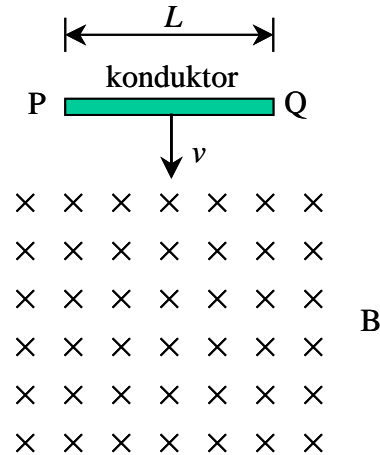
Superposisi kedua gelombang

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 = A \cos(kx - \omega t) + A \cos(kx - \omega t + \theta) \\ &= 2A \cos \frac{(kx - \omega t + \theta) + (kx - \omega t)}{2} \cos \frac{(kx - \omega t + \theta) - (kx - \omega t)}{2} \\ &= 2A \cos(kx - \omega t + \theta/2) \cos(\theta/2) \\ &= A_R \cos(kx - \omega t + \theta/2) \end{aligned}$$

Dengan $A_R = 2A \cos(\theta/2)$ adalah amplitudo gelombang superposisi. Jika $\theta = \pi/2$ maka $A_R = 2 \times 6 \times \cos(\pi/4) = 8,5 \text{ cm}$.

b) Amplitudo maksimum terjadi jika $\cos \theta/2 = \pm 1$. Ini dipenuhi oleh $\theta/2 = 0$ atau $\theta/2 = \pi$.

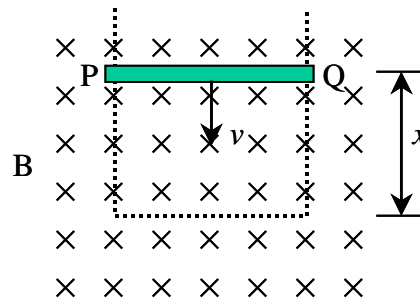
5. Sebuah batang konduktor dengan panjang $L = 0,04$ m bergerak memasuki medan magnetik B yang besarnya 0,5 T dengan arah masuk bidang gambar. Batang tersebut bergerak dengan laju tetap $v = 6$ cm/s ke bawah seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah.



- Berapa besar ggl induksi pada batang selama bergerak dalam medan B
- Ujung mana pada batang yang potensialnya lebih tinggi, P atau Q? Jelaskan

Jawab

a) Untuk memudahkan dalam menentukan ggl serta arus induksi yang dihasilkan, kita buat loop virtual sebagai berikut



Luas loop virtual adalah

$$A = Lx$$

Fluks magnet dalam loop virtual

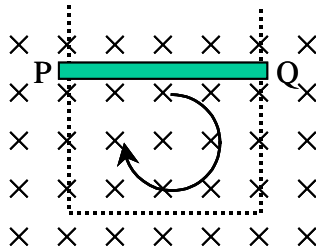
$$\phi = BA = BLx$$

GGl yang dihasilkan

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BLx) = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv$$

$$= -0,5 \times 0,04 \times (6 \times 10^{-2}) = -0,0012 \text{ V}$$

b) Ketika batang bergerak turun maka luas loop makin kecil sehingga fluks makin kecil. Berdasarkan hukum Lenz, arus induksi yang dihasilkan melawan perubahan fluks dengan cara memperbesar fluks. Untuk ini maka medan yang dihasilkan arus induksi searah dengan medan yang telah ada. Agar ini terjadi maka dengan aturan tangan kanan, aliran arus dalam loop harus searah putaran jarum jam



Saat batang bergerak turun dalam medan magnet maka batang berperan sebagai sebuah baterai. Agar arus dalam loop virtual bergerak searah putaran jarum jam maka kutub positif baterai harus titik Q dan kutub negatif titik P. Jadi titik Q memiliki potensial lebih tinggi dari titik P.

Penjelasan lain

Batang konduktor memiliki elektron yang dapat bergerak bebas. Ketika batang bergerak ke bawah maka elektron dalam batang juga ikut bergerak ke bawah. Kerana gerakan elektron berlangsung dalam medan magnet maka elektron mengalami gaya Lorentz. Dengan aturan tangan kanan maka arah gaya pada elektron adalah ke arah kiri batang. Akibatnya elektron menyimpang ke ujung kiri batang dan menyisakan muatan positif di ujung kanan batang. Dengan demikian potensial di ujung kiri batang lebih rendah daripada potensial di ujung kanan.

6. Pola interferensi dihasilkan oleh gelombang koheren yang keluar dari empat buah celah sempit dengan jarak antara celah seragam

a) Dengan menggunakan diagram fasor, tentukan beda fase gelombang yang keluar dari dua buah celah berurutan agar dihasilkan

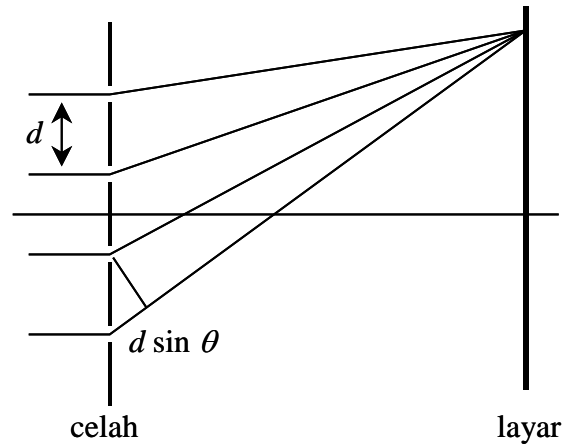
i) interferensi maksimum

ii) interferensi minimum

b) Buatlah sketsa pola interferensi terhadap beda fase

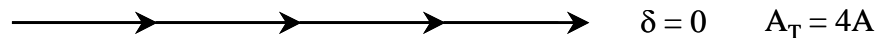
Jawab

a)



Beda fase gelombang dari dua celah berdekatan adalah $\delta = kd \sin \theta$. Amplitudo gelombang superposisi dapat ditentukan dengan diagram fasor dengan cara menjumlahkan empat vektorn yang panjangnya sama dan sudut antara dua vektor berurutan adalah δ .

i) Inteferensi maksimum utama terjadi ketika penjumlahan empat vector sebagai berikut



Pada penjumlahan ini, $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ dan $A_T = 4A$

ii) Interferensi minimum terjadi ketika

penjumlahan empat vector sebagai berikut



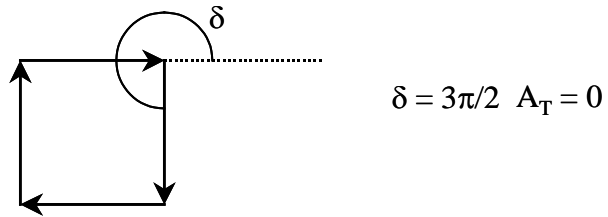
Pada penjumlahan ini, $\delta = \pi/2$ dan $A_T = 0$

penjumlahan empat vector sebagai berikut



Pada penjumlahan ini, $\delta = \pi$ dan $A_T = 0$

penjumlahan empat vector sebagai berikut



Pada penjumlahan ini, $\delta = 3\pi/2$ dan $A_T = 0$

b) Pola intensitas sebagai fungsi beda fase sebagai berikut

