

A. PERTANYAAN

- ① -) percepatan sudut dapat kita definisikan

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

jika $\omega = \text{konstan}$, maka $\alpha = 0$

$$\boxed{\alpha = 0}$$

-) percepatan tangensial

$$a_T = \alpha \cdot R$$

↓ ↘ konstan
0

Sehingga $a_T = 0$

atau : $a_T = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} (\underbrace{\omega R}_{\text{konstan}})$

$$\boxed{a_T = 0}$$

- percepatan sentripetal

$$a_s = \frac{V^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$$

Jadi, $\boxed{a_s \neq 0}$

Sehingga jawabannya: D yakni, $\alpha = 0$, $a_T = 0$ dan $a_s \neq 0$

② Torsi merupakan sebuah vektor gaya yang menyebabkan benda berotasi.

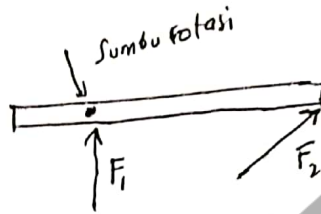
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = |r| |F| \sin \theta \hat{r}$$

untuk masing-masing gaya, kita tentukan torsiya :

(i) $\tau_1 = |r| |F| \sin \theta$
 $= 0 \times F_1 \sin \theta$

$$\boxed{\tau_1 = 0}$$



$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F$$

(ii) $\tau_2 = r F_2 \sin \theta$

misal $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$$\tau_2 = \frac{1}{2} r F_2 = \frac{1}{2} r F$$



(iii)

$$\tau_3 = r F_3 \sin 90^\circ$$

$$\tau_3 = r F_3 = r F$$

Sumbu Rotasi



(iv)

$$\tau_4 = r F_4 \sin 0$$

$$\tau_4 = 0$$



Jadi, Urutannya, 3, 2, 1 dan 4 (sama = 0)

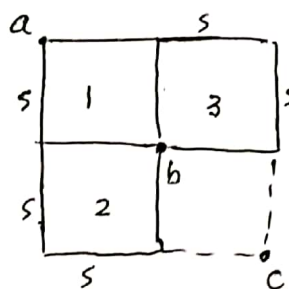
3

Momen Inersia ^{benda kontinu} dapat kita tulis

$$I = \int r^2 dm$$

untuk benda diskrit, dapat kita tulis :

$$I = \sum m_i r_i^2$$



Pada pelat logam ini dapat kita asumsikan tiga benda (titik), karena ukuran sama, dengan massa sama, maka :

•) untuk poros di a

$$I_a = I_1 + I_2 + I_3$$

$$= m \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} s \right)^2 + m \left(\sqrt{\left(\frac{3}{2} s \right)^2 + \left(\frac{1}{2} s \right)^2} \right)^2 + m \left(\sqrt{\left(\frac{5}{2} s \right)^2 + \left(\frac{1}{2} s \right)^2} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} m a^2 + 2 m \left(\frac{9}{4} a^2 + \frac{1}{4} a^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} m a^2 + 5 m a^2$$

$$I_a = \frac{11}{2} m a^2$$

$$I_a = 5,5 m a^2$$

$$a = s$$

• untuk poros di b

$$a = s$$

$$I_b = I_1 + I_2 + I_3$$

$$= m \left(\frac{1}{2} s \sqrt{2} \right)^2 + m \left(\frac{1}{2} s \sqrt{2} \right)^2 + m \left(\frac{1}{2} s \sqrt{2} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} m a^2 + \frac{1}{2} m a^2 + \frac{1}{2} m a^2$$

$$I_b = \frac{3}{2} m a^2 = 1,5 m a^2$$

o) Untuk poros di c

$$a = s$$

$$I_c = I_1 + I_2 + I_3$$

$$= m \left(\frac{3}{2} \sqrt{2} s \right)^2 + m \left(\sqrt{\left(\frac{3}{2} s \right)^2 + \left(\frac{1}{2} s \right)^2} \right)^2 + m \left(\sqrt{\left(\frac{3}{2} s \right)^2 + \left(\frac{1}{2} s \right)^2} \right)^2$$

$$= m \frac{18}{4} a^2 + 5ma^2$$

$$I_c = 9,5 ma^2$$

Jadi, urutan momen inersia dari yang terbesar adalah

$$c, a, b$$

4

Kita ketahui bahwa,

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

torsi

momen sudut

o) untuk tiap-tiap keadaan, kita akan uraikan, maka :

$$1) \tau_1 = \frac{dL_1}{dt} = \frac{d}{dt} (3t + 4)$$

$$\tau_1 = 3 \text{ (positif dan konstan)}$$

$$2) \tau_2 = \frac{dL_2}{dt} = \frac{d}{dt} (-6t^2)$$

$$\tau_2 = -12t \text{ (negatif dengan besar yang selalu meningkat } t > 0)$$

4

$$3) \quad \tau_3 = \frac{dl_3}{dt} = \frac{d}{dt}(2) = 0 \quad (\text{ nol })$$

$$4) \quad \tau_4 = \frac{dl_4}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{t} \right)$$

$$\tau_4 = -\frac{4}{t^2} \quad (\text{negatif dengan besar selalu berkurang saat } t > 0)$$

Jadi, jawabannya adalah :

a) 3

b) 1

c) 2

d) 4

5

a)



$$L_{\text{kayu}} > L_{\text{tembaga}}$$

Momen Inersia Silinder tembaga dan kayu sama,
yakni $I = \frac{1}{2}MR^2$

karom keduanya memiliki m dan R sama.

Jadi L tidak berpengaruh terhadap momen inersia

(5) a)

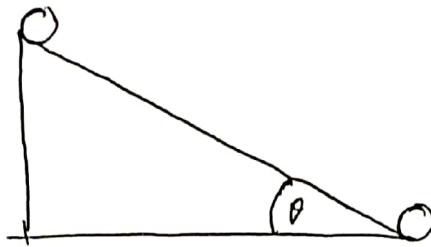
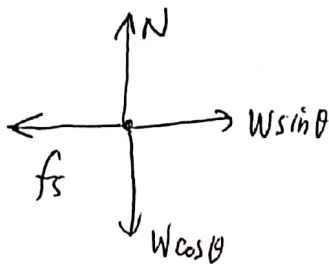


Diagram benda bebas benda



Silinder menggelinding murni, sehingga mengalami dua gerakan, yakni rotasi dan translasi.

untuk translasi

$$\Sigma F_x = ma$$

$$mg \sin \theta - f_s = ma$$

untuk rotasi

$$\Sigma \tau = I \alpha$$

$$f_s R = I \frac{a}{R}$$

$$f_s = I \frac{a}{R^2}$$

Sehingga

$$mg \sin \theta - I \frac{a}{R^2} = ma, \quad \text{bagi semua ruas dengan } m.$$

$$g \sin \theta - I \frac{a}{m R^2} = a$$

$$a \left(1 + \frac{I}{m R^2} \right) = g \sin \theta$$

$$a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{I}{m R^2}}$$

5) a)

Dari sini kita ketahui, hubungan a dan I

$$a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{I}{mR^2}}$$

$$a \sim \frac{1}{I}$$

a berbanding terbalik dengan I .

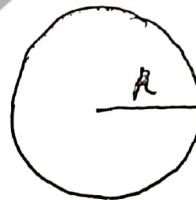
Namun, karena I sama, sehingga kedua silinder akan dipercepat dengan nilai sama. dan sampai pada akhir bidang miring dengan waktu yang sama.

b)

$$I_{\text{silinder berongga (tembaga)}} = \frac{1}{2} m (R_1^2 + R_2^2)$$



$$I_{\text{pejal (kayu)}} = \frac{1}{2} MR^2$$



$$\text{Sehingga } I_{\text{berongga (tembaga)}} > I_{\text{pejal (kayu)}}$$

$$\text{Sedangkan } a \sim \frac{1}{I}$$

a berbanding terbalik dengan I

Jadi, $a_{\text{pejal}} > a_{\text{berongga}}$.

maka silinder kayu akan sampai lebih dahulu ke bidang bawah.

B. SOAL

Dibuat oleh: Wawan K

① Kecepatan rata-rata sudut dapat kita tuliskan

a)

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\text{Perpindahan Sudut}}{\text{Selang waktu}}$$

Karena bumi berputar pada porosnya, maka akan berevolusi ($2\pi \text{ rad}$) dalam 1 hari. dengan mengasumsikan arah positif untuk perpindahan sudut adalah sama seperti arah dari rotasi bumi.

Perpindahan sudut bumi dalam satu hari adalah

$$(\Delta\theta)_{\text{poros}} = +2\pi \text{ rad}$$

Sehingga kecepatan rata-rata sudutnya,

$$\bar{\omega} = \frac{(\Delta\theta)_{\text{poros}}}{(\Delta t)_{\text{poros}}} = \frac{+2\pi \text{ rad}}{(1 \text{ hari}) \times \left(\frac{24 \text{ jam}}{1 \text{ hari}}\right) \times \left(\frac{3600}{1 \text{ jam}}\right)}$$

$$\bar{\omega} = +7,3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

b) Karena bumi berputar mengelilingi matahari, maka bumi akan berevolusi ($2\pi \text{ rad}$) dalam satu tahun. Sama dengan orbit, maka $(\Delta\theta)_{\text{orbit}} = +2\pi \text{ rad}$

Sehingga

$$\bar{\omega} = \frac{(\Delta\theta)_{\text{orbit}}}{(\Delta t)_{\text{orbit}}} = \frac{+2\pi \text{ rad}}{(365 \frac{1}{4} \text{ hari}) \left(\frac{24 \text{ jam}}{1 \text{ hari}}\right) \left(\frac{3600}{1 \text{ jam}}\right)}$$

$$\bar{\omega} = +2 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$$

- ② Waktu yang dibutuhkan peluru untuk menempuh perjalanan sejauh d sama dengan waktu yang dibutuhkan piringan untuk berpindah sudut sejauh ~~$0,240 \text{ rad}$~~ $0,240 \text{ rad}$.

kecepatan sudut rata-rata : $\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$$\text{Sehingga } \Delta t = \frac{\Delta\theta}{\bar{\omega}} = \frac{0,240 \text{ rad}}{95 \text{ rad/s}} = 2,53 \times 10^{-3} \text{ s}$$

karena laju sudut konstan, maka $\bar{\omega} = \omega$.

Sehingga laju peluru dapat kita cari,

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0,850 \text{ m}}{2,53 \times 10^{-3} \text{ s}} = 336 \text{ m/s}$$

- ③ Teorema Sumbu Sejajar menyatakan bahwa

$$I = I_{\text{pm}} + Mh^2$$

h = pergeseran dari pusat massa ke sumbu yang baru

jarak h maksimum pada cakram adalah R .

$$\text{Sehingga } h_{\text{max}} = R = 0,20 \text{ m.}$$

o) untuk $h=0 \rightarrow$ sumbu rotasi dipusat Cakram, maka

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$

$$I_A = \frac{1}{2} MR^2$$

$$0,050 = \frac{1}{2} MR^2$$

$$MR^2 = 0,10$$

$$M(0,2)^2 = 0,10$$

$$M = 2,5 \text{ kg}$$

④ a) Untuk rotasi pada sumbu x , maka:

$$I_x = \sum_{i=1}^4 m_i y_i^2 = [50(2)^2 + (25)(4)^2 + 25(-3)^2 + 30(4)^2] \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$I_x = 1,3 \times 10^3 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

b) Rotasi terhadap arah y ,

$$I_y = \sum_{i=1}^4 m_i x_i^2 = 50(2)^2 + 25(0)^2 + 25(3)^2 + 30(2)^2 = 5,5 \times 10^2 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

c) rotasi terhadap arah z , (fakta bahwa jarak dari sumbu z adalah $\sqrt{x^2 + y^2}$)

$$I_z = \sum_{i=1}^4 m_i (x_i^2 + y_i^2)$$

$$= I_x + I_y$$

$$I_z = 1,3 \times 10^3 + 5,5 \times 10^2 = 1,9 \times 10^3 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

d) jelas, jawaban untuk bagian (c) adalah $A + B$

⑤ $T_{\text{neto}} = F_1 R - F_2 R - F_3 r = 6(0,12) - 4(0,12) - 2(0,050) = 71 \text{ N} \cdot \text{m}$

a) $T_{\text{neto}} = I \alpha$, dengan $I = \frac{1}{2} MR^2$

$$\alpha = \frac{T_{\text{neto}}}{I} = \frac{71 \text{ N} \cdot \text{m}}{\frac{1}{2} (2)(0,12)^2} = 9,7 \text{ rad/s}^2$$

⑤ b) arahnya adalah berlawanan jarum jam (hasilnya positif)

⑥ a) $I_{\text{total}} = md^2 + m(2d)^2 + m(3d)^2 = 14md^2$

dengan $d = 0,020 \text{ m}$

$m = 0,010 \text{ kg}$

Usaha yang dilakukannya,

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2$$

dimana $\omega_f = 20 \text{ rad/s}$ dan $\omega_i = 0$

maka:

$$W = 11,2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$W = 11,2 \text{ mJ}$$

b) Sekarang $\omega_f = 40 \text{ rad/s}$ dan $\omega_i = 20 \text{ rad/s}$

maka $W = \frac{1}{2} I (\omega_f^2 - \omega_i^2)$

$$= \frac{1}{2} (14 (0,01) (0,02)^2) (40^2 - 20^2)$$

$$W = 33,6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

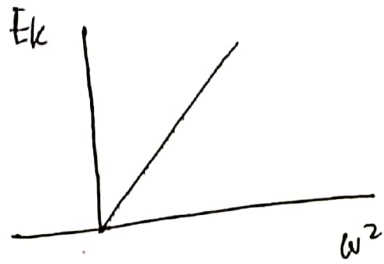
$$W = 33,6 \text{ mJ}$$

c) Dalam kasus ini, $\omega_f = 60 \text{ rad/s}$, $\omega_i = 40 \text{ rad/s}$

sehingga $W = 56 \times 10^{-3} \text{ J} = 56 \text{ mJ}$

⑥ d) Energi kinetik = $\frac{1}{2} I \omega^2$

$d = 0,020 \text{ m}$



Berarti kemiringan nya adalah $\frac{1}{2} I$,

Sehingga kemiringan nya :

$$m = \frac{1}{2} I$$

$$= \frac{1}{2} (14 \text{ md}^2)$$

$$= 7 \text{ md}^2$$

$$= 7 (0,01) (0,020)^2$$

$$m = 280 \times 10^{-5} \text{ J s}^2/\text{rad}^2$$

⑦ $F_{\text{app}} = (10 \text{ N}) \hat{i}$

a) Dengan menerapkan hukum Newton kedua pada arah x

$$\sum F_x = m a_x$$

$$F_{\text{app}} - f_s = m a$$

$$f_s = 10 \text{ N} - (10)(0,60) = 4 \text{ N}$$

Dalam notasi Vektor, $\vec{f}_s = -4 \text{ N } \hat{i}$, yang berarah ke sumbu x negatif.

⑦ b) dengan $R = 0,30\text{m}$, kita dapat menentukan percepatan sudut,

$$|\alpha| = \frac{|a_{\text{pm}}|}{R} = \frac{|0,60|}{0,30} = 2 \text{ rad/s}^2$$

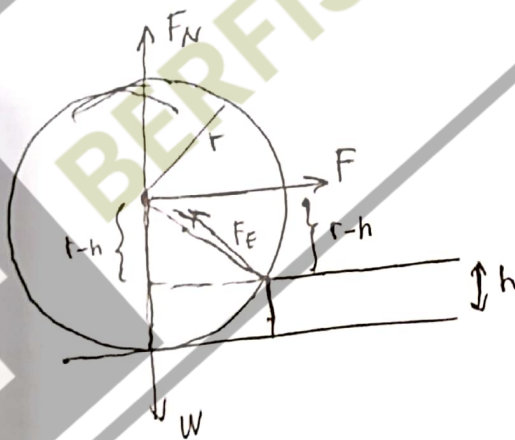
Roda berputar karena ada torsi yang disebabkan gaya gesek, sehingga

$$|\tau| = I |\alpha|$$

$$|r| |F| \sin 90^\circ = I |\alpha|$$

$$(0,30)(4) = I (2)$$

$$I = 0,60 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



$$\sum \tau = -F_N \underbrace{(\sqrt{r^2 - (r-h)^2})}_{l_N} + W \underbrace{\sqrt{r^2 - (r-h)^2}}_{l_W} - F \underbrace{(r-h)}_{l_F} = 0$$

$$F = \frac{(W - F_N) \sqrt{r^2 - (r-h)^2}}{r-h}$$

ketika roda mulai terangkat maka $F_N = 0$

$$\text{Sehingga } F = \frac{(25 - 0) \sqrt{(0,340)^2 - (0,340 - 0,120)^2}}{0,340 - 0,120} = 29 \text{ N}$$

9) Kita kasih notasi 1 untuk kucing, dan 2 untuk cincin.

1) kucing memiliki massa $m_1 = \frac{M}{4}$, dan massa cincin $m_2 = M = 8 \text{ kg}$

2) momen inersia ~~kucing~~ cincin,

$$I_2 = \frac{1}{2} m_2 (R_1^2 + R_2^2)$$

dan $I_1 = m_1 r^2 \rightarrow$ untuk kucing, dimana r adalah jarak tegak lurus terhadap sumbu rotasi

3) Momentum sudut awal sistem : (kucing pada $r = R_2$)

$$L_i = L_{1i} + L_{2i}$$

$$= m_1 v_{1i} r_{1i} + I_2 \omega_{2i} = m_1 \omega_0 R_2^2 + \frac{1}{2} m_2 (R_1^2 + R_2^2) \omega_0$$

$$= m_1 R_2^2 \omega_0 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{R_1^2}{R_2^2} + 1 \right) \right]$$

4) Setelah kucing berpindah ke bagian tepi dalam pada $r = R_1$ dari pusat cincin,

$$L_f = L_{1f} + L_{2f}$$

$$= m_1 \omega_f R_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (R_1^2 + R_2^2) \omega_f$$

$$L_f = m_1 R_1^2 \omega_f \left[1 + \frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1} \left(1 + \frac{R_2^2}{R_1^2} \right) \right]$$

kemudian $L_i = L_f \rightarrow$ kekekalan momentum sudut

9

$$\frac{\omega_f}{\omega_0} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_2}{m_1} \right) \left(\frac{R_1^2}{R_2^2} + 1 \right)}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_2}{m_1} \right) \left(1 + \frac{R_2^2}{R_1^2} \right)} = (2^2) \frac{1 + 2(0,25+1)}{1 + 2(1+4)} = 1,273.$$

Sehingga $\omega_f = 1,273 \omega_0$
 $= 1,273 (8 \text{ rad/s})$

$$\omega_f = 10,2 \text{ rad/s}$$

$$L = I\omega \rightarrow J = \frac{L}{\omega}$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{\omega} \right) \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} L \omega$$

Karena $L_i = L_f$, maka perbandingan Energi kinetik

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{L_f \omega_f / 2}{L_i \omega_i / 2}$$

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\omega_f}{\omega_0} = 1,273$$

$$\Delta K = K_f - K_i = 0,273 K_i$$

Ucung melakukan usaha positif ($W = \Delta K$) selagi berjalan menuju pusat Cincin, yg menambah total energi kinetik sistem.

9) Karena total Energi kinetik awal,

$$\begin{aligned}
 K_i &= \frac{1}{2} \left[m_1 R_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (R_1^2 + R_2^2) \right] \omega_0^2 \\
 &= \frac{1}{2} m_1 R_1^2 \omega_0^2 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{R_1^2}{R_2^2} + 1 \right) \right] \\
 &= \frac{1}{2} (2) (0,8)^2 (8)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{2} \right) (4) (0,5^2 + 1) \right]
 \end{aligned}$$

$$K_i = 143,36 \text{ J}$$

Jadi, penambahan Energi kinetiknya adalah:

$$\Delta K = (0,273) (143,36 \text{ J}) = 39,1 \text{ J}$$

10)

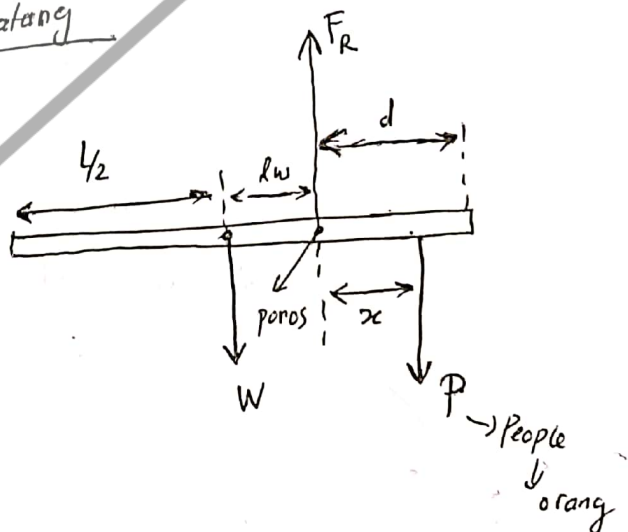
Diagram benda bebas dari batang

$$\begin{aligned}
 \sum \tau &= 0 \\
 W(l_w - Px) &= 0
 \end{aligned}$$

$$x = \frac{W l_w}{P} \quad \text{--- (1)}$$

$$W = 225 \text{ N}$$

$$P = 450 \text{ N}$$



Dari geometri, kita dapatkan

$$l_w + d = \frac{1}{2} L \quad \text{atau} \quad l_w = \frac{1}{2} L - d \quad \text{--- (2)}$$

(L = 5m,
d = 1,1m)

Substitusi pers(2) ke dalam pers(1), maka diperoleh

(10)

$$x = \frac{w \left(\frac{1}{2} L - d \right)}{P}$$

$$= \frac{225 \left(\frac{1}{2} (5) - 1,1 \right)}{450}$$

$$x = 0,70 \text{ m}$$

Tetap Lemangat

dibuat oleh ka : Wawan k

Coordinator

Mes C