

Dibuat oleh: Wawan K

A. Pertanyaan

$$\textcircled{1} \quad E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$E_2 = E_1$$

$$r_2 = \frac{r_1}{2}$$

Sehingga

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k \frac{q_2}{r_2^2}}{k \frac{q_1}{r_1^2}}$$

$$\frac{E_1}{E_1} = \frac{\frac{q_2}{\left(\frac{r_1}{2}\right)^2}}{\frac{q_1}{r_1^2}}$$

$$\frac{E_1}{E_1} = \frac{q_2}{\frac{r_1^2}{4}} \times \frac{r_1^2}{r_1^2}$$

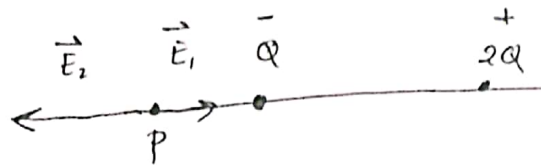
$$\frac{E_1}{E_1} = 4 \frac{q_2}{q_1}$$

$$q_2 = \frac{1}{4} q_1$$

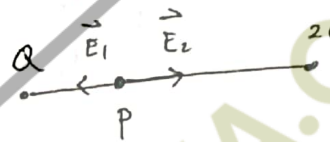
 $\textcircled{2}$ 

- a) jika tanda muatan berlawanan, titik pada garis dimana $E=0$ akan terletak di sebelah kiri Q .
Pada daerah itu medan listrik dari

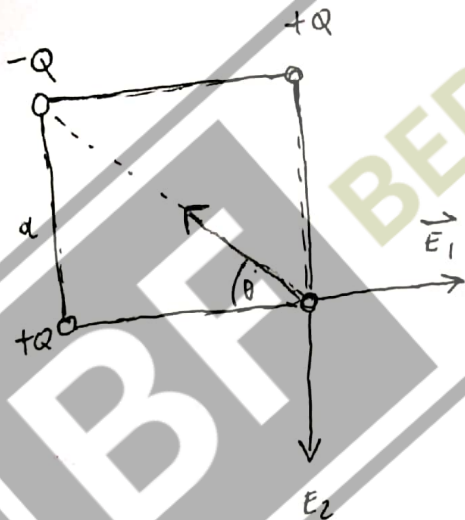
- 2) a) dari kedua muatan akan berlawanan arah dan titik ini akan lebih dekat ke muatan yang lebih kecil



- b) jika kedua muatan bertanda sama, titik yang terletak pada garis, dimana $E=0$ akan terletak di antara kedua muatan, serta lebih dekat ke muatan yang lebih kecil. Dalam daerah ini medan listrik dari kedua muatan berlawanan arah.



3)



$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$= k \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + k \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + k \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3$$

$$\vec{E}_1 = k \frac{Q}{a^2} \hat{i}$$

$$\vec{E}_2 = k \frac{Q}{a^2} (-\hat{j})$$

$$\vec{E}_3 = -k \frac{Q}{(a\sqrt{2})^2} \cos\theta \hat{i} + k \frac{Q}{(a\sqrt{2})^2} \sin\theta \hat{j}$$

$$= -k \frac{Q}{2a^2} \cdot \frac{a}{a\sqrt{2}} + \frac{kQ}{2a^2} \cdot \frac{a}{a\sqrt{2}} \hat{j}$$

$$\vec{E}_3 = -\frac{kQ}{2\sqrt{2}a^2} \hat{i} + \frac{kQ}{2\sqrt{2}a^2} \hat{j}$$

3

$$\vec{E}_{\text{resultan}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

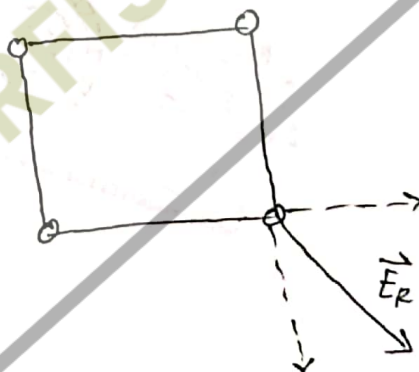
$$= \frac{kQ}{a^2} \hat{i} - \frac{kQ}{a^2} \hat{j} - \frac{kQ}{2\sqrt{2}a^2} \hat{i} + \frac{kQ}{2\sqrt{2}a^2} \hat{j}$$

$$= \left(\frac{kQ}{a^2} - \frac{kQ}{2\sqrt{2}a^2} \right) \hat{i} + \left(\frac{kQ}{2\sqrt{2}a^2} - \frac{kQ}{a^2} \right) \hat{j}$$

$$= \frac{kQ}{a^2} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \hat{i} + \frac{kQ}{a^2} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - 1 \right) \hat{j}$$

$$\vec{E}_R = 0,646 \frac{kQ}{a^2} \hat{i} - 0,646 \frac{kQ}{a^2} \hat{j}$$

Sehingga jawaban yang tepat adalah (d)



4

Berdasarkan hukum Gauss.

$$\phi = \oint E dA = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

↓ ↓ ↗

fluks luas permukaan gauss muatan yang terlindungi oleh permukaan Gauss

$\phi \rightarrow$ hanya bergantung pada q yang terlindungi tidak bergantung pada bentuk permukaan.

↓

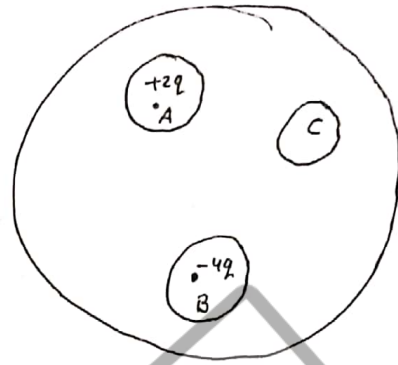
fluks

④ Sehingga fluks Φ_E yang melalui permukaan Gaussnya akan tetap sama.

⑤

Bola konduktor dalam keadaan netral

(tidak bermuatan) artinya jumlah muatan positif = jumlah muatan negatif

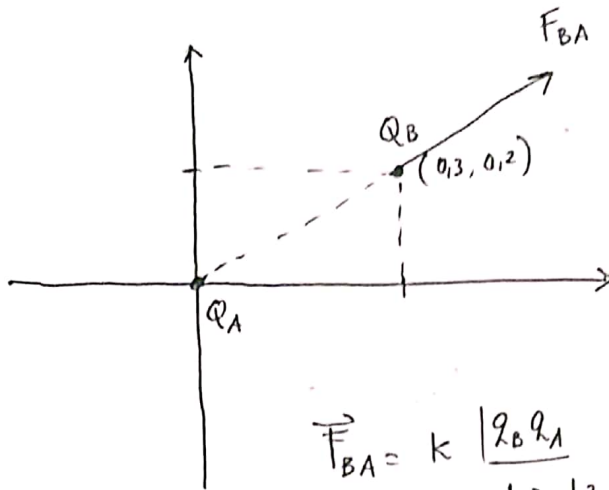


- muatan induksi pada permukaan dalam rongga A adalah $-2q$
- muatan induksi pada permukaan dalam rongga B adalah $+4q$
- tidak ada muatan induksi pada permukaan dalam rongga C



BFE

①



$$\vec{F}_{BA} = k \frac{q_B q_A}{|\vec{r}_{BA}|^2} \hat{r}_{BA}$$

$$\vec{r}_{BA} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$\vec{r}_A = 0$$

$$\vec{r}_B = 0,3\hat{i} + 0,2\hat{j}$$

$$\vec{r}_{BA} = (0,3\hat{i} + 0,2\hat{j}) - 0$$

$$\vec{r}_{BA} = 0,3\hat{i} + 0,2\hat{j} \text{ m}$$

$$|\vec{r}_{BA}| = \sqrt{(0,3)^2 + (0,2)^2} = 0,36$$

$$\hat{r}_{BA} = \frac{\vec{r}_{BA}}{|\vec{r}_{BA}|} = \frac{0,3\hat{i} + 0,2\hat{j}}{0,36} = 0,8\hat{i} + 0,56\hat{j}$$

Sehingga :

$$\vec{F}_{BA} = k \frac{q_B q_A}{|\vec{r}_{BA}|^2} \hat{r}_{BA}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(3 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{(0,36)^2} (0,8\hat{i} + 0,56\hat{j})$$

$$\vec{F}_{BA} = 333,3 \times 10^{-3} \hat{i} + 233,3 \times 10^{-3} \hat{j} = 0,3\hat{i} + 0,2\hat{j} \text{ N}$$

② Ambil arah ke kanan arah positif pada garis oleh muatan.

$$F_{+65} = -k \frac{(65 \mu C)(48 \mu C)}{(0,35)^2} + k \frac{(65 \mu C)(95 \mu C)}{(0,70)^2} = -115,65 N$$

$\approx -120 N$ (arah ke kiri)

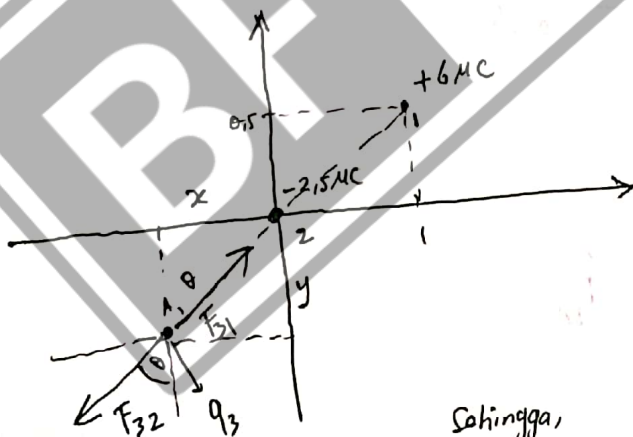
$$F_{+48} = k \frac{(48 \mu C)(65 \mu C)}{(0,35)^2} + k \frac{(48 \mu C)(95 \mu C)}{(0,35)^2}$$

$$= 563,49 N \approx 560 N \text{ (arah ke kanan)}$$

$$F_{-95} = -k \frac{(95 \mu C)(65 \mu C)}{(0,70)^2} + k \frac{(95 \mu C)(48 \mu C)}{(0,35)^2}$$

$$= -447,84 N \approx -450 N \text{ (arah ke kiri)}$$

③



Sehingga,

muatan q_3 harus segaris
 q_1 dan q_2

$F_3 = F_{31} + F_{32}$

Agar berada dalam kesetimbangan,
 maka F_y yang dialami muatan ketiga adalah nol.

$$0 = k \frac{q_3 q_1}{|\vec{r}_{31}|^2} \hat{r}_{31} + k \frac{q_3 q_2}{|\vec{r}_{32}|^2} \hat{r}_{32}$$

artinya

$$F_{32} = F_{31} \text{ maka}$$

$$F_{32x} = F_{31x} \text{ dan } F_{32y} = F_{31y}$$

3

$$F_{32x} = F_{31x}$$

$$\frac{k \cancel{q_3} q_2}{x^2 + y^2} \sin \theta_1 = \frac{k \cancel{q_3} q_1}{(x+1)^2 + (y+0.5)^2} \sin \theta_2$$

$$\frac{q_2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{q_1}{(x+1)^2 + (y+0.5)^2} \cdot \frac{(x+1)}{\sqrt{(x+1)^2 + (y+0.5)^2}}$$

$$\frac{q_2 x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{q_1 (x+1)}{[(x+1)^2 + (y+0.5)^2]^{3/2}} \quad \dots (1)$$

Bagi Pers (1) dengan Pers (2)

$$\frac{x}{y} = \frac{(x+1)}{(y+0.5)}$$

$$x(y+0.5) = y(x+1)$$

$$xy + 0.5x = yx + y$$

$$0.5x = y$$

$$x = 2y$$

→ Simetris dengan titik muatan (2) +6μC

Jadi titiknya: $(-1, -0.5)$

$$F_{32y} = F_{31y}$$

$$\frac{k q_3 q_2}{x^2 + y^2} \cos \theta_1 = \frac{k q_3 q_1}{(x+1)^2 + (y+0.5)^2} \cos \theta_2$$

$$\frac{q_2 y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{q_1 (y+0.5)}{[(x+1)^2 + (y+0.5)^2]^{3/2}} \quad \dots (2)$$

Bararti terbukti simetris

$$\begin{matrix} x=1 \\ y=0.5 \\ 1 \end{matrix}$$

4

$$W = \Delta K$$

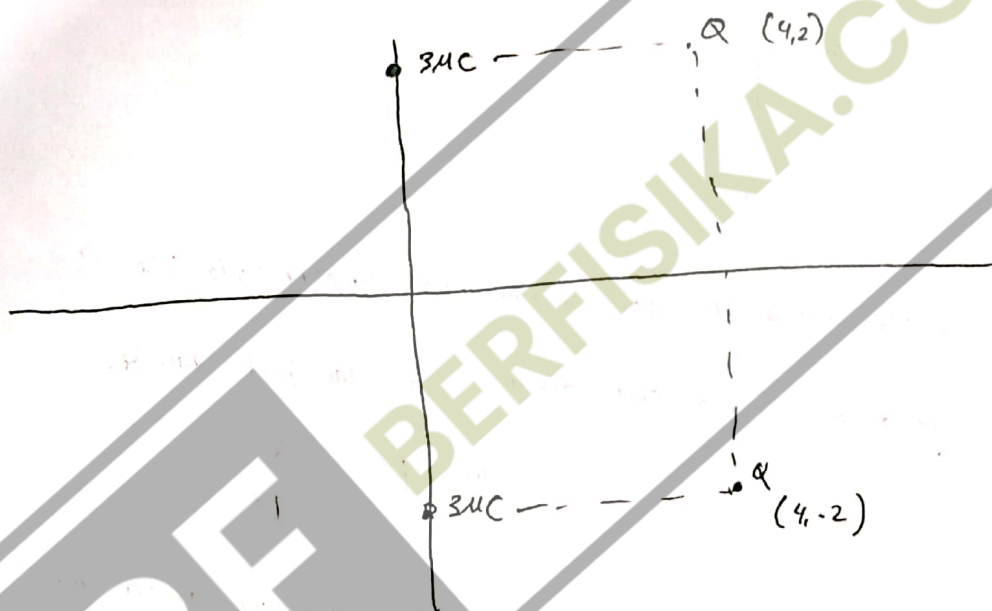
$$F_d = \Delta K$$

$$F_d = K_f - K_i \quad K_i = 0$$

$$q E_d = K_f$$

$$q = \frac{K_f}{E_d} = \frac{0,12}{300 (0,15)} = \frac{0,12}{150} = 8 \times 10^{-4} C$$

5



$$E_{total} = 4 \times 10^3 i N$$

$$E_{total} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$$

E_1 dan E_2 saling menghilangkan karena arahnya
↓
berlawanan
dan besar sama

Sehingga, $E_{tot} = E_3 + E_4$, karena arah E_{total} ke arah sumbu x, maka
komponen E_{total} arah y saling menghilangkan.

$$\text{maka: } 4000 = k \frac{Q}{(\sqrt{4^2 + 2^2})^2} + k \frac{Q}{(\sqrt{4^2 + (-2)^2})^2}$$

5

$$4000 = 9 \times 10^9 Q \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} \right)$$

$$Q = 2,6 \times 10^{-6} C$$

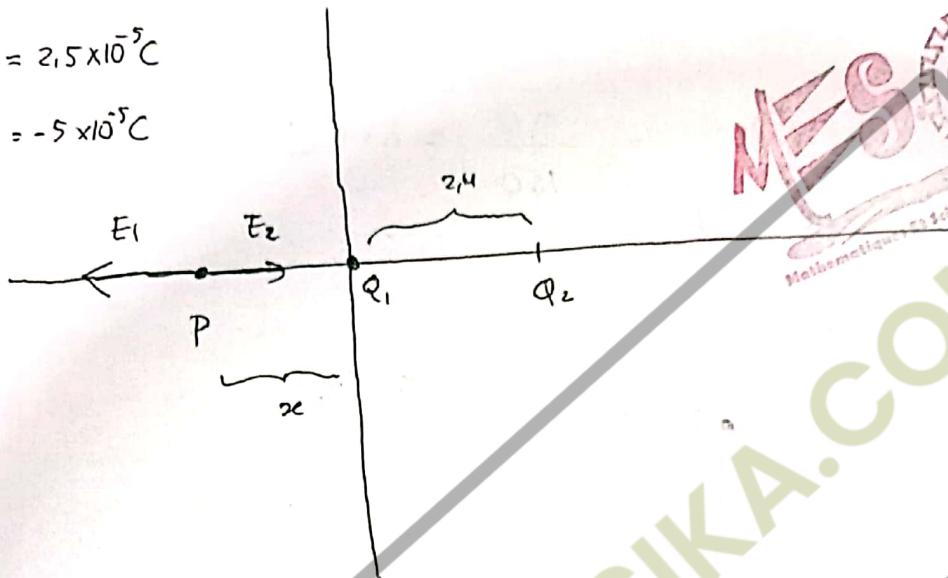
atau

$$Q = 2,6 \mu C$$

6

$$Q_1 = 2,5 \times 10^{-5} C$$

$$Q_2 = -5 \times 10^{-5} C$$



medan listrik bernilai nol akibat kedua muatan akan terletak pada titik P karena arahnya berlawanan, serta lebih dekat ke Q_1 dan jauh dari Q_2

$$\text{sesuai } E \sim \frac{Q}{r^2}$$

E berbanding lurus dengan muatan dan

E berbanding terbalik dengan jarak muatan ke titik yg ditinjau

Sehingga :

$$E_P = E_2 - E_1$$

$$0 = E_2 - E_1 \rightarrow E_2 = E_1$$

$$k \frac{q_2}{r_2^2} = k \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$\frac{5 \times 10^{-5} C}{(2,4+x)^2} = \frac{2,5 \times 10^{-5}}{(x)^2}$$

6

$$\frac{5}{(2,4+x)^2} = \frac{2,5}{x^2}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2,4+x} = \frac{\sqrt{2,5}}{x}$$

$$x\sqrt{5} = 2,4\sqrt{2,5} + \sqrt{2,5}x$$

$$\sqrt{5}x - \sqrt{2,5}x = 2,4\sqrt{2,5}$$

$$x = \frac{2,4\sqrt{2,5}}{\sqrt{5} - \sqrt{2,5}}$$

$$x = \frac{2,4(1,581)}{2,236 - 1,581}$$

$$x = \frac{3,7944}{0,655}$$

$$x = 5,79$$

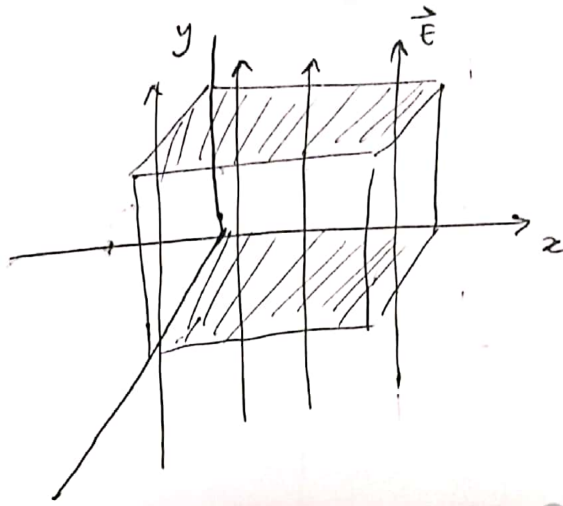
$$x = 5,8 \text{ m}$$

→ disebelah kiri sumbu pusat koordinat

atau di $x = -5,8 \text{ m}$



7



fluks listrik yang melalui tiap sisi kubus adalah

$$\phi_E = (E \cos \phi) A$$

ϕ = sudut antara \vec{E} dan normal A

a) Pada sisi bawah

$$(\phi_E)_{\text{sisi bawah}} = (1500 \text{ N/C}) \cos 180^\circ (0,20)^2 = -6 \times 10 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

-) Pada sisi atas

$$(\phi_E)_{\text{sisi atas}} = (1500) \cos 0 (0,20)^2 = +6 \times 10 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

-) untuk tiap sisi (empat sisi lainnya), sisi kiri, sisi kanan, sisi depan, dan sisi belakang, arah normal luar tegak lurus dengan medan listrik,

$$\phi_E = E \cos 90^\circ A = 0$$

b) fluks total yang melalui kubus adalah:

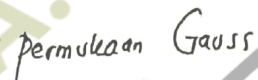
$$\begin{aligned} (\phi_E)_{\text{total}} &= (\phi_E)_{\text{atas}} + (\phi_E)_{\text{bawah}} + \underbrace{\phi_E}_{0} \text{ kiri} + \underbrace{\phi_E}_{0} \text{ kanan} + \underbrace{\phi_E}_{0} \text{ depan} + \underbrace{\phi_E}_{0} \text{ belakang} \\ &= +6 \times 10 - 6 \times 10 + 0 \end{aligned}$$

$$\phi_{E \text{ total}} = 0 \text{ Nm}^2/\text{C}, \text{ sesuai hukum Gauss} //$$

8



Medan listrik akibat kawat lurus tak hingga (asumsi positif)



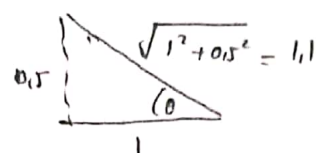
$$\epsilon \cdot 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

Sehingga : E_{total} di P,

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} (-\hat{i}) + K \frac{q}{r^2} (\cos\theta \hat{i} - \sin\theta \hat{j})$$

8

$$E_{\text{total}} = -\frac{|\lambda|}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{i} + k \frac{|q|}{r^2} \left(\frac{1}{1,1} \hat{i} - \frac{0,5}{1,1} \hat{j} \right)$$

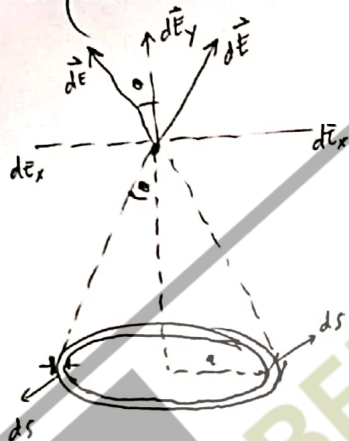


$$= \frac{-1,5 \times 10^{-6}}{2(3,14) 8,85 \times 10^{-12} (4)} \hat{i} + \frac{9 \times 10^9 (1,5 \times 10^{-6})}{(1,1)^2} (0,9 \hat{i} - 0,45 \hat{j})$$

$$= -6,7 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times 10^{12} \hat{i} + \left(\frac{10,53}{1,21} \times 10^3 \right) \hat{i} - \frac{5,265}{1,21} \hat{j} \times 10^3$$

$$= -6,7 \times 10^3 \hat{i} + 8,7 \times 10^3 \hat{i} - 4,35 \times 10^3 \hat{j}$$

$$\vec{E}_{\text{total}} = (2 \times 10^3 \hat{i} - 4,35 \times 10^3 \hat{j}) \text{ N/C}$$



Terlebih dahulu kita cari medan listrik di suatu titik, misal P yang terletak sejauh z dari pusat akibat elemen ds.

sehingga :

$$\vec{E}_P = \int dE_x \hat{i} + \int dE_y \hat{j}$$

Integral komponen x adalah nol, karena terdapat dua sisi pada arah yang berlawanan dengan besar sama.

maka :

$$\vec{E}_P = \int dE_y \hat{j} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cos\theta \hat{j}$$

$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda ds}{r^2} \cos\theta \hat{j}$$

$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda R d\theta}{(\sqrt{z^2 + R^2})^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \hat{j}$$

$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda z R \int \frac{d\theta}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{j}$$

9

$$\vec{E}_p = \frac{\lambda z R}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} \hat{j} d\theta$$

$$\vec{E}_p = \frac{\lambda z R}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} (2\pi) \hat{j}$$

$$\vec{E}_p = \frac{2\pi R z \lambda}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{j}$$

$$\vec{E}_p = \frac{2\pi R z \left(\frac{Q}{2\pi R}\right)}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{j}$$

$$\vec{E}_p = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{j}$$

a) Medan listrik di posisi b ($0, 0, b$)

maka:

$$\vec{E}_p = \frac{Q(b)}{4\pi\epsilon_0 (b^2 + a^2)^{3/2}} \hat{j}$$

$$\vec{E}_p = \frac{Qb}{4\pi\epsilon_0 (a^2 + b^2)^{3/2}} \hat{j}$$

b) Untuk mengetahui nilai b maksimum, maka $\frac{dE}{db} = 0$

$$\frac{d}{db} \left(\frac{Qb}{4\pi\epsilon_0 (a^2 + b^2)^{3/2}} \right) = 0$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{a^2 - 2b^2}{(a^2 + b^2)^{5/2}} \right) = 0$$

9) b) yang harus nol adalah suku $(a^2 - 2b^2)$

Sehingga, $a^2 - 2b^2 = 0$

$$a^2 = 2b^2$$

$$b = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

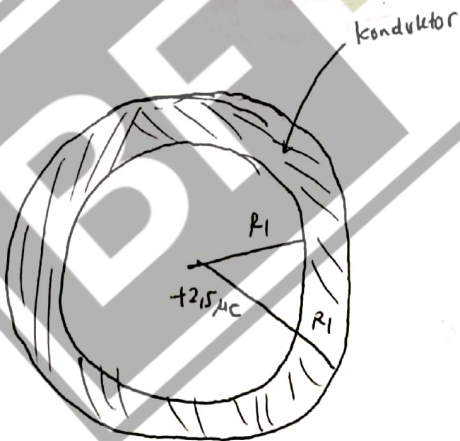
$$b = 0,707a$$

c) E_{\max} tercapai saat b_{\max} , yakni $b = 0,707a$

Sehingga :

$$E_{\max} = \frac{Q \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)}{4\pi\epsilon_0 \left(\left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 + a^2 \right)^{3/2}}$$

10)



$$R_1 = 60 \text{ cm}$$

$$R_2 = 90 \text{ cm}$$

Total muatan kulit konduktor $+3,5 \mu\text{C}$

a) Karena di dalam bola konduktor harus medannya nol.

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$0 = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \rightarrow \text{sehingga } q_{\text{enc}} \rightarrow \text{harus nol}$$

muatan yang di lingkupi permukaan Gauss

10) a) Sehingga

$$q_{enc} = +2,5 \mu C - 2,5 \mu C$$

$-2,5 \mu C \rightarrow$ diambil dari muatan di kulit luar konduktor permukaan

permukaan kulit luar bola konduktor adalah $+3,5 \mu C$ + netral

$$= +3,5 \mu C + \left(\frac{\text{jumlah muatan (+)}}{\text{jumlah muatan (-)}} \right)$$

maka: a) rapat muatan pada permukaan dalam adalah $-2,5 \mu C$

b) rapat muatan pada permukaan luar adalah $+3,5 \mu C + 2,5 \mu C$
 $= 6 \mu C$

b) a) medan di dalam rongga ($r < R_1$ atau $r < 60 \text{ cm}$)

Terapkan Hukum Gauss:

$$\oint E dA = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{+2,5 \mu C}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2,5 \mu C}{r^2}$$

$$E(r) = 9 \times 10^9 (2,5 \times 10^{-6}) \frac{1}{r^2}$$

$$\vec{E}(r) = 22,5 \times 10^3 \frac{1}{r^2} \text{ N/C } \hat{r}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{2,25 \times 10^4}{r^2} \text{ N/C } \hat{r}$$

(10) -) medan di dalam bola konduktor ($60\text{cm} < r < 90\text{cm}$)

$$\oint E dA = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$
$$= \frac{+2,5\mu\text{C} - 2,5\mu\text{C}}{\epsilon_0}$$

$$E = 0$$

-) medan di luar bola ($r > 90\text{cm}$)

$$\oint E dA = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{+2,5\mu\text{C} - 2,5\mu\text{C} + 3,5\mu\text{C} + 2,5\mu\text{C}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}(r) = +6\mu\text{C} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{r}$$

$$= 6 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^9 \frac{1}{r^2} \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{r}$$

$$= 54 \times 10^3 \frac{1}{r^2} \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{r}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{5,4 \times 10^4}{r^2} \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{r}$$