Solusi Tutorial 2 Fisika Dasar 2A ITB

oleh : Wawan K

A. Pertanyaan

① Urutan nya adalah b, kemudian a, c dan d sama.

Bukti : •) Potensial listrik pada (a)

$$V_a = \frac{k(+2q)}{r} + \frac{k(-9q)}{r}$$

$$= \frac{2kq}{r} - \frac{9kq}{r}$$

$$V_a = -7kq$$

•) Potensial listrik pada (b)

$$V_b = \frac{k(-3q)}{r} + \frac{k(2q)}{r}$$

$$= -\frac{3kq}{r} - \frac{2kq}{r}$$

$$V_b = -\frac{5kq}{r}$$

•) Potensial listrik di (c)

$$V_c = \frac{k(-2q)}{r} + \frac{k(-2q)}{r} + \frac{k(-q)}{r} + \frac{k(-2q)}{r}$$

$$= -\frac{7kq}{r}$$

•) potensial listrik di (d)

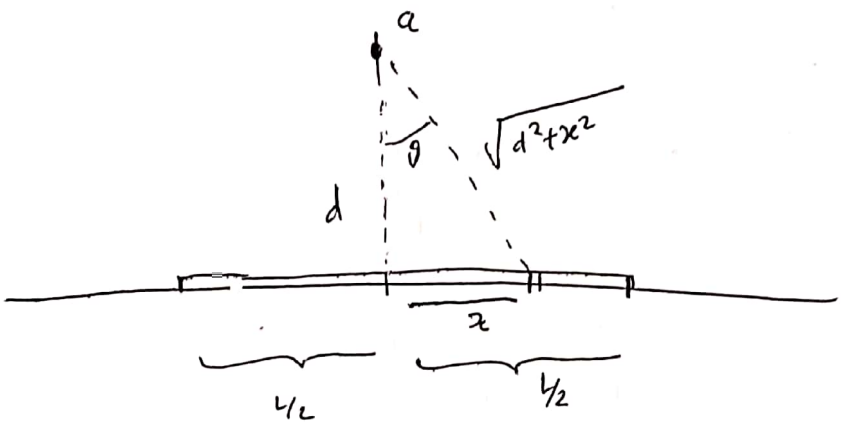
$$V_d = \frac{k(+2q)}{r} + \frac{k(+2q)}{r} + \frac{k(-4q)}{r} + \frac{k(-7q)}{r}$$

$$V_d = -\frac{7kq}{r}$$

(2) Jawaban nya adalah : a, b, c

Bukti

•) di titik a



$$V_a = k\int \frac{dx}{r} = k\int \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{d^2+x^2}}$$

kita lihat hubungan :

$$\tan\theta = \frac{x}{d}$$

$$x = d\tan\theta$$

$$dx = d\sec^2\theta\, d\theta$$

$$V_a = k\lambda \int \frac{d\sec^2\theta\, d\theta}{(d^2+d^2\tan^2\theta)^{1/2}}$$

$$= \frac{k\lambda d}{d}\int \frac{\sec^2\theta\, d\theta}{(1+\tan^2\theta)^{1/2}}$$

$$= k\lambda \int_{-\theta}^{\theta} \sec\theta\, d\theta$$

$$= 2k\lambda \int_{0}^{\theta} \sec\theta\, d\theta = 2k\lambda \ln\left|\sec\theta+\tan\theta\right|_0^{\theta}$$

$$= 2k\lambda \ln\left|\sec\theta+\tan\theta\right|$$

(2)

$$V_a = 2k\lambda \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{L^2}{4}+d^2}}{d} + \frac{L/2}{d} \right|$$

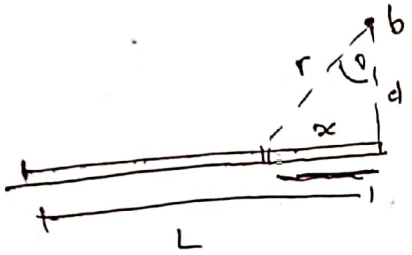
$$V_a = 2k\lambda \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{L^2}{4}+d^2} + L/2}{d} \right|$$

misal $L = 1\ m$

$d = 0{,}4\ m$

maka $V_a = 2k\lambda \ln |2{,}85| = 2{,}095\, k\lambda$

•) Potensial di titik b



$$\tan\theta = \frac{x}{d}$$

$$x = d\tan\theta$$

$$dx = d\sec^2\theta\, d\theta$$

$$V_b = k\lambda \int \frac{dx}{r} = k\lambda \int \frac{d\sec^2\theta\, d\theta}{(d^2+x^2)^{1/2}}$$

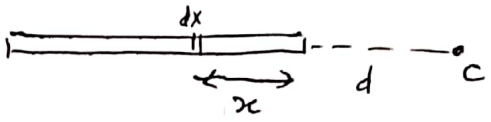
$$= k\lambda \int_0^{\theta} \sec\theta\, d\theta = k\lambda \ln |\sec\theta + \tan\theta| \Big|_0^{\theta}$$

$$= k\lambda \ln \left| \frac{\sqrt{L^2+d^2}}{d} + \frac{L}{d} \right|$$

$$= k\lambda \ln \left| \frac{\sqrt{L^2+d^2}+L}{d} \right|$$

$$V_b = 1{,}647\, k\lambda$$

•) potensial di titik C



$$V_C = k\lambda \int \frac{dx}{r} = k\lambda \int \frac{dx}{(x+d)}$$

misal $u = x+d$

$du = dx$

$$V_C = k\lambda \int \frac{du}{u}$$

$$= k\lambda \ln u = k\lambda \ln (d+x) \Big|_0^L$$

$$= k\lambda \ln \left(\frac{d+L}{d}\right)$$

$L = 1$

$d = 0{,}4$

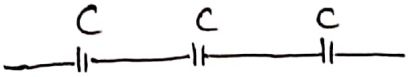
$$V_C = k\lambda \ln \left(1 + \frac{L}{d}\right)$$

$$= k\lambda \ln \left(1 + \frac{1}{0{,}4}\right)$$

$$V_C = 1{,}25\, k\lambda$$

Jadi, $V_a > V_b > V_c$

(3) a) Jika terhubung seri

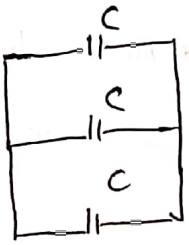


$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{3}{C}$$

$$C_{eq} = \frac{1}{3} C$$

b) Jika terhubung paralel



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 = C + C + C = 3C$$

c) • untuk pengaturan seri, $Q_{total} = Q_1 = Q_2 = Q_3$

• untuk pengaturan paralel : $Q_{total} = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Jadi, jawabannya paralel

(4) kapasitansi kapasitor dapat dituliskan:

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C = \frac{\sigma A}{E.d}$$

$$C = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} d} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

jika jarak antar plat berkurang, maka :

a) kapasitansi kapasitor bertambah, $C \sim \frac{1}{d}$

b) potensial di kapasitor sama, $V = \frac{Q}{C} = \frac{\text{bertambah}}{\text{bertambah}} = \text{konstan}$

c) muatan kapasitor bertambah

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C \sim Q$$

d) energi yang disimpan kapasitor bertambah

$$E = \frac{1}{2} CV^2$$

$$E \sim C$$

e) $E = \frac{V}{d} \rightarrow E \sim \frac{1}{d}$ medan listrik akan bertambah

f) Rapat energi medan listrik : $u_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$ $u \sim E^2 \rightarrow$ Rapat energi listrik bertambah

(5) a) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$ jika ada bahan dielektrik, maka

$$C' = \frac{k \varepsilon_0 A}{d}$$

jadi, $C \sim k$ (kapasitansi akan bertambah)

b) $C = \frac{Q}{V} \rightarrow C \sim Q$

C meningkat maka Q meningkat, jadi, muatan bertambah

c) perbedaan potensial,

medan listrik setelah adanya kapasitor :

$$E = \frac{E_0}{K}$$

$$\Delta E = E - E_0 = \text{berkurang}$$

$$V = E.d \quad , \quad V \sim E$$

jadi $\Delta V \sim \Delta E$ - akan berkurang

d) $\Delta U = q \Delta V \rightarrow \Delta V \sim \Delta U$

jadi, energi potensial akan berkurang

e) untuk kapasitor lain, kapasitansi sama (karena tidak disisipi bahan dielektrik).

Jumlah muatan akan bertambah, (karena disusun seri), perbedaan potensial bertambah

untuk menjaga nilai Vtotal sama, dan energi potensial bertambah

B SOAL

oleh: Wawan K

(1) kita hubungkan titik A kepusat koordinat (0,0) dengan sebuah garis sepanjang sumbu y, dimana tidak ada perubahan potensial ($\int \vec{E}.d\vec{s} = 0$)

kemudian kita hubungkan B dengan pusat koordinat (0,0) dengan garis sepanjang sumbu x, dengan perubahan potensial,

$$\Delta V = -\int_0^{x=4} \vec{E}.d\vec{s}$$

$$= -4\int_0^4 x\,dx$$

$$\Delta V = -4\left(\frac{4^2}{2}\right)$$

$$V_B - V_A = -32\ V$$

(2) karena muatan terdistribusi pada lengkunga yang jaraknya sama dari titik dimana V dihitung, kontribusinya sama terhadap sebuah muatan titik pada jarak tersebut.

kita asumsikan $V \to 0$ saat $r \to \infty$, maka

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{+Q_1}{R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{+4Q_1}{2R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-2Q_1}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R}$$

$$V = \frac{(8,99\times10^9)(7,21\times10^{-12})}{2} = 3,24\times10^{-2}\ V$$

③ $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -2yz^2$

$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -2xz^2$

$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -4xyz$

pada saat $(x, y, z) = (3\ m, -2m, 4\ m)$, maka,

$$(E_x, E_y, E_z) = (64\ V/m, -96\ V/m, 96\ V/m)$$

Besar medan nya adalah :

$$|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

$$= \sqrt{64^2 + (-96)^2 + 96^2}$$

$$|\vec{E}| = 150\ N/C$$

④ Usaha yang di butuh kan adalah :

$$W = \Delta U$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1 Q}{2d} + \frac{q_2 Q}{d}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1 Q}{2d} + \frac{(-q_1/2)\,Q}{d}\right)$$

$$W = 0$$

(5) Karena muatan terdistribusi merupakan simetri bola, maka dapat dituliskan,

$$\oint E\,dA = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E\,4\pi r^2 = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_{enc}}{r^2}$$

dengan q_{enc} adalah muatan tertutupi oleh bola dengan jari-jari r dari pusat bola.

a) untuk $r = 4m$, $R_2 = 1m$ dan $R_1 = 0,5\,m$, dengan $r > R_2 > R_1$ maka

$$E(r) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{8,99\times10^9\,(2\times10^{-6} + 1\times10^{-6})}{(4)^2} = 1,69\times10^3\ V/m$$

b) untuk $r = 0,7\,m$, atau $R_1 < r < R_2$

maka, $$E(r) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{8,9\times10^9\,(2\times10^{-6})}{(0,7)^2} = 3,67\times10^4\ V/m$$

c) untuk $R_2 > R_1 > r$, $r = 0,20m$, maka muatan yang dilingkupi adalah nol.

Jadi $E = 0$.

d)

Potensial listrik dapat diperoleh dari,

$$V(r) - V(r') = \int_r^{r'} E(r)\,dr$$

untuk $r = 4m$, $r > R_2 > R_1$, maka

$$V(r) - V(\infty) = -\int_\infty^r \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,dr \Rightarrow$$

(5) d) $V(r) - 0 = -\left[-\frac{q_1+q_2}{4\pi\epsilon_0 r}\right]$

$$V(r) = \frac{q_1+q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{8{,}9\times10^{9}\,(2\times10^{-6}+1\times10^{-6})}{4} = 6{,}74\times10^{3}\ V$$

e) untuk $r = 1\ m = R_2 > R_1$ maka

$$V(r) = \frac{q_1+q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{8{,}9\times10^{9}\,(2\times10^{-6}+1\times10^{-6})}{1} = 2{,}70\times10^{4}\ V$$

f) untuk $R_1 < r < R_2$, $r = 0{,}7\ m$

$$V(r) - V(\infty) = -\int_{\infty}^{r} E\,dr$$

$$V(r) = -\int_{\infty}^{R_2} E\,dr - \int_{R_2}^{r} E\,dr$$

$$= \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_2}{R_2} + \frac{q_1}{r}\right)$$

$$= 8{,}9\times10^{9}\left(\frac{1\times10^{-6}}{1} + \frac{2\times10^{-6}}{0{,}7}\right)$$

$$V(r) = 3{,}47\times10^{4}\ V$$

g) $R_1 = r < R_2$, $r = 0{,}5\ m$

Sama dengan no f, ↓ Caranya

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{R_2}\right) = 8{,}9\times10^{9}\left(\frac{2\times10^{-6}}{0{,}5} + \frac{1\times10^{-6}}{1}\right)$$

$$V(r) = 4{,}5\times10^{4}\ V$$

(5) h) untuk $r < R_1 < R_2$ maka :

$$V(r) - V(\infty) = -\int_{\infty}^{r} E\,dr$$

$$V(r) = -\int_{\infty}^{R_2} E\,dr - \int_{R_2}^{R_1} E\,dr - \int_{R_1}^{r} E\,dr$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_2}{R_2} + \frac{q_1}{R_1} + 0\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_2}{R_2} + \frac{q_1}{R_1}\right)$$

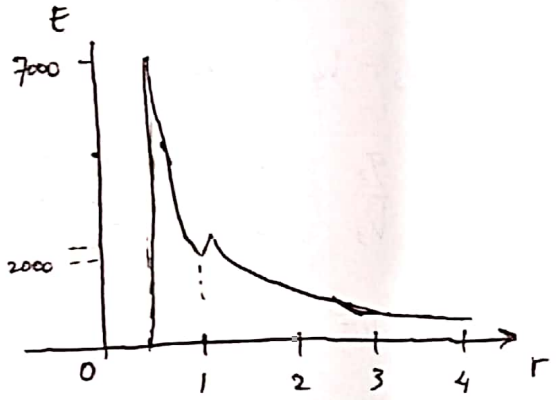
$$= 8{,}9 \times 10^{9}\left(\frac{1\times10^{-6}}{1} + \frac{2\times10^{-6}}{0{,}5}\right)$$

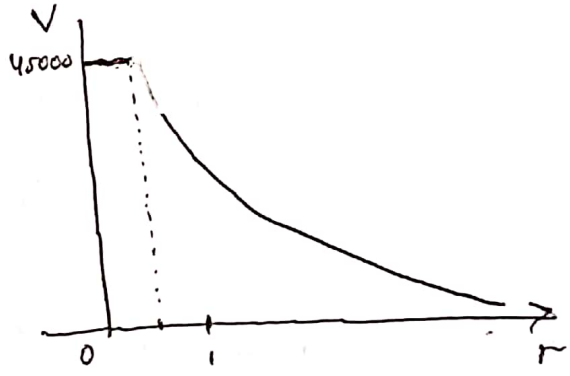
$$V(r) = 4{,}5 \times 10^{4}\,V$$

i) pada $r = 0$, potensial bernilai konstan, yakni $V = 4{,}5 \times 10^{4}\,V$

karena $E = 0$, $\quad E = -\frac{\partial V}{\partial r} \rightarrow V = \text{konstan}$

j) medan listrik dan potensial listrik sebagai fungsi dari r, dapat digambarkan,





(6) a) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d} = \frac{8{,}85 \times 10^{-12} (3{,}14) (8{,}12 \times 10^{-2})^2}{1{,}3 \times 10^{-3}} = 1{,}44 \times 10^{-10} F$$

$$C = 144\ pF$$

b) Muatan pada plat positif adalah $q = CV$, dengan V perbedaan potensial melalui plat.

Sehingga: $q = CV$

$= (1{,}44 \times 10^{-10})(120)$

$$q = 1{,}73 \times 10^{-8} C = 17{,}3\ nC$$

(7) Dari informasi di soal, kita peroleh:

- muatan pada C_3 adalah : $q_3 = 12\mu C - 8\mu C = 4\mu C$
- muatan pada C_4 adalah : $q_4 = 8\mu C$

Kita ketahui $V_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{8\mu C}{4\mu F} = 2\ Volt$

Karena V_3 dan V_4 di susun paralel, maka $V_3 = V_4 = 2\ Volt$

Sehingga: $C_3 = \frac{q_3}{V_3} = \frac{4\mu C}{2\ Volt} = \boxed{2\mu F}$

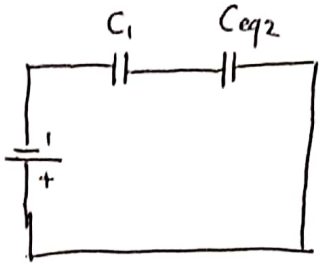
·) C_3 dan C_4 di susun paralel, $C_{eq_1} = C_3 + C_4 = 6\mu F$

Sehingga susunan semuanya menjadi seri, maka:

$$\frac{1}{C_{eq_2}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{eq_1}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \rightarrow C_{eq_2} = 2\mu F$$

(7) lanjutan

Rangkaian menjadi,



kapasitansi totalnya : $C_{tot} = \frac{q_{tot}}{V_{baterai}} = \frac{12\mu C}{9V} = \frac{4}{3}\mu F$

Dari rangkaian yang baru, kita dapatkan,

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{eq2}} \rightarrow \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{2}$$

$$\boxed{C_1 = 4\mu F}$$

(8) Potensial yang melalui C_1 = Potensial yang melalui C_2

maka $V_1 = V_2$ ..... 1)

ketiga susunan kapasitor tersebut dapat kita peroleh C penggantinya,

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{(C_1 + C_2) + C_3}{C_3 (C_1 + C_2)}$$

$$C_{tot} = \frac{C_3 (C_1 + C_2)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

dari soal (gambar) kita peroleh :

$$Q_{tot} = q_1 + q_2 \Rightarrow$$

(8)

$Q_{tot} = q_1 + q_2$

$C_{tot} V = C_1 V_1 + C_2 V_2$

$\frac{C_3 (C_1 + C_2)}{C_1 + C_2 + C_3} V = C_1 V_1 + C_2 V$

$\frac{C_3 (C_1 + C_2)}{C_1 + C_2 + C_3} = V_1 (C_1 + C_2)$

$V_1 = \frac{C_3 V}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{15\,\mu F\ (100V)}{10\,\mu F + 5\,\mu F + 15\,\mu F} = 50V$

maka kita peroleh : $V_3 = V - V_1 = V - V_2$

$= 100 - 50 = 50$ Volt

Sehingga : $q_1 = C_1 V_1 = 10\,\mu F\ (50) = 5 \times 10^{-4} C$

$q_2 = C_2 V_2 = 5\,\mu F\ (50) = 2{,}5 \times 10^{-4} C$

$q_3 = q_1 + q_2 = 5 \cdot 10^{-4} C + 2{,}5 \times 10^{-4} C = 7{,}5 \times 10^{-4} C$

•) Dari gambar kita peroleh : $V_1 = V_2 = 50$ Volt dan $V_3 = 50$ Volt

•) Energi tiap kapasitor : $U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} (10\,\mu F)(50)^2 = 1{,}25 \times 10^{-2} J$

$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} (5\,\mu F)(50)^2 = 6{,}25 \times 10^{-3} J$

$U_3 = \frac{1}{2} C_3 V_3^2 = \frac{1}{2} (15\,\mu F)(50)^2 = 1{,}88 \times 10^{-2} J$

a) $q_3 = 7{,}5 \times 10^{-4} C$

b) $V_3 = 50$ Volt

c) $U_3 = 1{,}88 \times 10^{-2} J$

d) $q_1 = 5 \times 10^{-4} C$

e) $V_1 = 50$ Volt

f) $U_1 = 1{,}25 \times 10^{-2} J$

g) $V_2 = 50$ Volt

i) $U_2 = 6{,}25 \times 10^{-3} J$

(9) Kita asumsikan terdapat muatan q pada salah satu plat, dan muatan $-q$ pada plat lainnya.

•) medan listrik pada daerah di bawah $(k_1) \rightarrow E_1 = \frac{2}{k_1 \varepsilon_0 A}$

•) medan listrik pada daerah atas $(k_2) \rightarrow E_2 = \frac{2}{k_2 \varepsilon_0 A}$

Beda potensial antara kedua plat adalah:

$$\Delta V = V_{atas} + V_{bawah}$$

$$V = \frac{E_2 d}{2} + \frac{E_1 d}{2}$$

$$= \frac{qd}{2\varepsilon_0 A}\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

$$V = \frac{qd}{2\varepsilon_0 A}\left(\frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}\right)$$

Sehingga, nilai kapasitansinya adalah:

$$C = \frac{2}{V} = \frac{2}{\frac{qd}{2\varepsilon_0 A}\left(\frac{k_1+k_2}{k_1 k_2}\right)}$$

$$C = \frac{2\varepsilon_0 A}{d}\left(\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\right)$$

$$= \frac{2\left(8{,}85 \times 10^{-12}\right)\left(7{,}89 \times 10^{-4}\right)(11)(12)}{4{,}62 \times 10^{-3}\ (11+12)}$$

$$C = 1{,}73 \times 10^{-11}\ F$$

(10) a) dengan menerapkan hukum Gauss, dengan dielektrik, maka

$$\oint E\,dA = \frac{q_{enc}}{k\varepsilon_0}$$

$$EA = \frac{q}{\varepsilon_0 k}$$

$$\frac{q}{\varepsilon_0} = kEA \rightarrow k = \frac{q}{\varepsilon_0 EA}$$

$$k = \frac{8{,}9 \times 10^{-7}}{8{,}85 \times 10^{-12}\left(1{,}4 \times 10^{-6}\right)\left(100 \times 10^{-4}\right)}$$

$$k = 7{,}2$$

b) muatan Induksi adalah $q' = q\left(1 - \frac{1}{k}\right)$

$$= 8{,}9 \times 10^{-7}\left(1 - \frac{1}{7{,}2}\right)$$

$$q' = 7{,}7 \times 10^{-7}\,C$$

11

Good luck