Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Дальневосточный федеральный университет»

Представление на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Оптимизационные методы решения обратных задач сложного теплообмена

Выступающий: П. Р. Месенёв
Руководитель: проф.,д. физ.-мат. н. А. Ю. Чеботарев

Владивосток, 2024

Положения, выносимые на защиту

В области математического моделирования:

- Доказательство однозначной разрешимости начально-краевой задачи, моделирующей квазистационарный сложный теплообмен в трехмерной области.
- Доказательство однозначной разрешимости квазилинейной начально-краевой задачи, моделирующей сложный теплообмен с нелинейной зависимостью коэффициента теплопроводности от температуры.
- Обоснование существования квазирешения обратной задачи с неизвестным коэффициентом отражения на части границы и условием переопределения на другой части.
- Вывод условий разрешимости экстремальных задач, аппроксимирую щих решения граничных обратных задач (задач с условиями Коши на границе области) для стационарной и квазистационарной моделей сложного теплообмена.
- Построение систем оптимальности и доказательство их невырожденности для задач оптимального управления стационарными, квазистационарными и квазилинейными уравнениями сложного теплообмена.

Положения, выносимые на защиту

В области численных методов:

- Разработка численного алгоритма решения квазилинейной начально- краевой задачи, моделирующей сложный теплообмен и доказательство его сходимости.
- Обоснование сходимости последовательности решений задач оптималь ного управления к решениям задач с условиями Коши на границе при стремлении параметра регуляризации к нулю.
- Обоснование сходимости алгоритма решения экстремальных обратных задач с ограничениями температурных полей методом штрафа.

В области комплексов программ:

- Разработка программ, реализующих численное моделирование процессов сложного теплообмена на основе метода конечных элементов. Реализация и тестирование оптимизационных алгоритмов решения граничных обратных задач для стационарных, квазистационарных и квазилинейных моделей.

Область $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, граница $\Gamma = \partial\Omega$.

$$-a\Delta\theta + +b\kappa_a\theta^4 = b\kappa_a\varphi, \quad -\alpha\Delta\varphi + \kappa_a\varphi = \kappa_a\theta^4, \tag{1}$$

$$a\frac{\partial\theta}{\partial\mathbf{n}} + \beta\,(\theta - \theta_b)|_\Gamma = 0, \quad \alpha\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}} + \gamma(\varphi - \theta_b^4)|_\Gamma = 0. \tag{2}$$

Ω – липшицева ограниченная область, Γ состоит из конечного числа гладких кусков, исходные данные удовлетворяют условиям:

- (i) $\theta_0, \beta, \gamma \in L^\infty(\Gamma), 0 \leqslant \theta_0 \leqslant M, \beta \geqslant \beta_0 > 0, \gamma \geqslant \gamma_0 > 0;$

Здесь M, β_0, γ_0, и c_0 положительные постоянные.

Definition

Пара $\{\theta, \varphi\} \in H^1(\Omega) \times H^1(\Omega)$ называется слабым решением задачи, если для любых $\eta, \psi \in H^1(\Omega)$ выполняются равенства:

$$a(\nabla\theta, \nabla\eta) + \left(b\kappa_a\left(|\theta|\theta^3 - \varphi\right), \eta\right) + \int_\Gamma \beta\left(\theta - \theta_0\right)\eta d\Gamma = 0,$$

$$\alpha(\nabla\varphi, \nabla\psi) + \kappa_a\left(\varphi - |\theta|\theta^3, \psi\right) + \int_\Gamma \gamma\left(\varphi - \theta_0^4\right)\psi d\Gamma = 0.$$

Theorem

Пусть выполняются условия (i). Тогда существует единственное слабое решение задачи (1)–(2), *удовлетворяющее неравенствам:*

$$a\|\nabla\theta\|^2 \leqslant b\kappa_a M^5|\Omega| + \|\gamma\|_{L^\infty(\Gamma)}M^2|\Gamma|, \tag{3}$$

$$\alpha\|\nabla\varphi\|^2 \leqslant \kappa_a M^8|\Omega| + \|\beta\|_{L^\infty(\Gamma)}M^8|\Gamma|, \tag{4}$$

$$0 \leqslant \theta \leqslant M, \quad 0 \leqslant \varphi \leqslant M^4. \tag{5}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} - a\Delta\theta + b\kappa_a(|\theta|\theta^3 - \phi) = 0, \tag{6}$$

$$-\alpha\Delta\phi + \kappa_a(\phi - |\theta|\theta^3) = 0, \quad x \in \Omega, \quad 0 < t < T; \tag{7}$$

$$a\frac{\partial\theta}{\partial n} + \beta\,(\theta - \theta_b)|_\Gamma = 0, \quad \alpha\frac{\partial\varphi}{\partial \mathbf{n}} + \gamma(\varphi - \theta_b^4)|_\Gamma = 0 \text{ на } \Gamma; \tag{8}$$

$$\theta|_{t=0} = \theta_0. \tag{9}$$

- (j) $a, b, \alpha, \kappa_a = \text{Const} > 0$,
- (jj) $\theta_b, q_b, u = \theta_b^4 \in U, r = a\,(\theta_b + q_b) \in L^5(\Sigma),\ \theta_0 \in L^5(\Omega)$.

Здесь через U обозначено пространство $L^2(\Sigma)$ с нормой

$$\|u\|_\Sigma = \left(\int_\Sigma u^2 d\Gamma dt\right)^{1/2}.$$

Определим операторы $A : V \to V', B : U \to V'$, которые выполняются для любых $y, z \in V, w \in L^2(\Gamma)$:

$$(Ay, z) = (\nabla y, \nabla z) + \int_\Gamma yz d\Gamma, \quad (Bw, z) = \int_\Gamma wz d\Gamma.$$

Definition

Пара $\theta \in W, \varphi \in L^2(0, T; V)$ называется слабым решением задачи (6)–(9) если

$$\theta' + aA\theta + b\kappa_a \left([\theta]^4 - \varphi\right) = Br, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad \alpha A\varphi + \kappa_a \left(\varphi - [\theta]^4\right) = Bu. \tag{10}$$

Здесь и далее будем обозначать через $[\theta]^s := |\theta|^s \mathrm{sign}\theta, \quad s \in \mathbb{R}$.

Lemma (1.20)

Пусть выполняются условия (j), (jj). Тогда существует единственное слабое решение задачи (6)–(9) и справедливо

$$\psi = [\theta]^{5/2} \in L^\infty(0, T; H) \cap L^2(0, T; V), \quad [\theta]^4 \in L^2(0, T; H).$$

Графика

- Впервые реализован ...
- Разработана программа ...
- Впервые проведён анализ ...
- Предложена схема ...

Научная и практическая значимость

- Получены выражения для . . . .
- Определены условия . . . .
- Разработаны устройства . . . .

Свидетельство о регистрации программы

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2011617647

«Программа расчета автоматических установок газового пожаротушения «Салют»»

Правообладатель(ли): *Общество с ограниченной ответственностью «Пожарная Автоматика» (RU)*

Автор(ы): *Не указаны*

Заявка № 2011615920

Дата поступления 4 августа 2011 г.

Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ

30 сентября 2011 г.

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам

Б.П. Симонов

Акт о внедрении

Образец для заполнения акта о внедрении

УТВЕРЖДАЮ	**УТВЕРЖДАЮ**
Руководитель (зам. руководителя) предприятия/организации, в которую внедрена разработка	**Ректор (проректор, курирующий соответствующую деятельность) университета**
____________________	____________________
(подпись)	**(подпись)**
Гербовая печать	**Гербовая печать**
Дата “ ____ ” ______________ 201 г.	**Дата “ ____ ” ______________ 201 г.**

АКТ

о внедрении (использовании) результатов

научной и инновационной деятельности

1. Автор (соавторы) внедрения (ФИО полностью)

2. Источник предложения (диссертация, дипломная работа, курсовая работа, научное исследование и др.)

3. Название объекта внедрения

4. Наименование организации, где используются результаты исследования

5. Дата начала отсчета внедрения

6. Заключение об эффективности внедрения (использование указанных результатов позволяет: повысить качество проектирования и эффективность ...; повысить качество предоставляемых услуг; сократить затраты на проведение работ; повысить производительность труда при…; повысить уровень подготовки...и др.)

Руководитель подразделения, из которого исходит внедрение (ФИО, должность, подпись)

Ответственный за внедрение (из числа авторов, ФИО, должность, подпись)

- Научная сессия МГУ, Москва 2013–2015;
- XXIV Russian Conference (RuC 2014), Obninsk, Russia, 2014
- VII International Conference (IAC 16), Busan, Korea, 2016;
- XXVIII Other Conference (AC 16), East Lansing, MI USA, 2016;
- ...

Спасибо за внимание!

Ответы на замечания ведущей организации НИИ «Рога и копыта»

- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ

Ответы на замечания оф. оппонента Иванова И. И

- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ

Ответы на замечания Петрова П. П

- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ
- Замечание – ответ