

# Programació Lineal

## Lliurament 1

Ignacio Cobas (1571458)

Maig 2021

### 1 Introducció

Una empresa de refrescos produeix dos tipus de begudes amb gust de taronja: de contingut baix en sucre i de contingut normal, anomenades taronjada lleugera i taronjada extra, respectivament. En la fabricació intervenen tres processos productius (designats per  $P_1$ ,  $P_2$  i  $P_3$ ). En la taula següent es donen el nombre d'hores necessari de cada procés per aconseguir una unitat de beguda de cada un dels tipus i, també, els beneficis en euros per unitat venuda de refresc.

Procés	Taronjada lleugera	Taronjada extra
$P_1$	6	8
$P_2$	4	3
$P_3$	5	4
Benefici unitari	6.5	8

Les característiques del procés de producció fan que per cada unitat de taronjada lleugera es generin 3 unitats de residu que s'ha d'eliminar, amb un cost unitari de 0.25 euros. Anàlogament, per cada unitat de taronjada extra s'obtenen 1.5 unitats de cert subproducte, que pot vendre's amb un benefici unitari de 1.5 euros. Tanmateix, la quantitat sobrant de subproducte que no s'hagi pogut col·locar en el mercat, s'ha d'eliminar, amb un cost de 0.75 euros per unitat de subproducte. Sabent que la demanda setmanal prevista del subproducte és de, com a molt, 15 unitats i que els temps de producció disponibles setmanals són de 350 hores per a  $P_1$ , 300 per a  $P_2$  i 320 per a  $P_3$ .

- Planteja un problema de programació lineal que proporcioni el pla de producció setmanal amb màxim benefici.
- Resol el problema en glpk. Digues quin és el pla de producció setmanal, quan residu s'ha d'eliminar de cada taronjada i quina quantitat de subproducte de taronjada extra es pot vendre.
- Quina restricció de capacitat de producció dels tres processos és activa? Com variaria el benefici si augmentéssim el nombre d'hores d'aquest procés en 1 hora?
- Escriu el model de glpk en funció de paràmetres de manera que sigui fàcil canviar les dades. Per exemple, dona quin és el pla de producció òptim si es produeix a més una altra taronjada, la "super extra", que dona un

benefici unitari de 10 euros, genera 2 unitats de residus per cada unitat de taronjada. El residu generat no es pot vendre i s'ha d'eliminar a un cost de 0.6 euros per unitat de residu. A més la unitat fabricada de taronjada “super extra” necessita 9 hores de procés  $P_1$ , 4 de procés  $P_2$  i 5 de procés  $P_3$ .

- e. Suposem ara que, amb les dades inicials, podem ampliar la capacitat de producció subcontractant a una altra empresa 100 hores addicionals per setmana de cadascun dels processos  $P_1$ ,  $P_2$  i  $P_3$ , per separat, a un cost de contractació per setmana de 50 euros, 40 euros i 30 euros respectivament. Afegeix el que calgui al plantejament del problema de l'apartat (a) per tal de decidir per a cadascun dels processos si convé subcontractar l'ampliació de producció i quines quantitats es produirien en una setmana de cada producte. Potser hauràs de fer córrer varies vegades el programa canviant les dades.

## 2 Solució

El codi es pot trobar aquí, i per compilar-lo només cal la instrucció següent:

```
glpsol -m Lliurament_1a.txt -d Lliurament_1a.dat -o Lliurament_1a.sol
```

### 2.1 a)

A l'arxiu *Lliurament\_1a.txt* es pot trobar tot el codi que està explicat en aquest apartat.

**variables** Per solucionar el problema, s'han definit  $3 \times \text{taronjades}$  variables. En aquest cas doncs, en son 6.

Les primeres dues son el nombre d'unitats de cada tipus de taronjada. Seran llavors nombres enters majors o iguals que 0.

Les dues següents representen el nombre d'unitats de subproducte de cada tipus de taronjada que es vendran, per tant també seran enters majors o iguals que 0.

Les últimes dues son les restes dels subproductes de cada tipus de taronjada; no es pot assegurar que aquestes siguin enteres, però sí que han de ser majors o iguals que 0.

- var taronjada{taronjades}  $\geq 0$ , integer;
- var subprod\_venta{taronjades}  $\geq 0$ , integer;
- var subprod\_exces{taronjades}  $\geq 0$ ;

**funció objectiu** La funció a maximitzar és el benefici total que s'obtindrà venent tant les taronjades com els subproductes, però també cal tenir en compte el preu de desfer-se dels excessos.

$$\begin{aligned} & \sum \text{benefici}[j] \times \text{taronjada}[j] + \\ & \sum \text{benefici\_subprod}[j] \times \text{subprod\_venta}[j] + \quad (\text{funció objectiu}) \\ & \sum \text{cost\_exces\_subprod}[j] \times \text{subprod\_exces}[j] \end{aligned}$$

**restriccions** Les restriccions que model·len el problema són el temps que pot funcionar cada procés, la màxima demanda de cada subproducte i la quantitat de subproducte que es produeix.

$$\text{taronjada}[j] * \text{temps\_produccio}[i, j] \leq \text{max\_temps}[i] \quad (\text{temps})$$

$$\text{subprod\_venta}[j] \leq \text{demanda\_subprod}[j] \quad (\text{max\_demanda\_subprod})$$

$$\text{subprod}[j] * \text{taronjada}[j] = \text{subprod\_venta}[j] + \text{subprod\_exces}[j] \quad (\text{quantitat\_subprod})$$

## 2.2 b)

A l'arxiu *Lliurament\_1a.sol* es pot trobar la font del que s'explica en aquest apartat.

La solució òptima d'aquest problema és produir 45 taronjades *lleugera* i 10 taronjades *extra* per setmana, i s'obtidran 361.25 euros de benefici. A més, es vendran 15 unitats de subproducte de la taronjada *extra* i s'haurà d'eliminar 135 unitats de residu de la taronjada *lleugera*.

## 2.3 c)

A l'arxiu *Lliurament\_1a.sol* es pot trobar la font del que s'explica en aquest apartat.

Per respondre aquestes preguntes normalment es buscaria la informació marginal, però com que es tracta amb variables discretes no es pot obtenir. Tot i això, trobar les restriccions actives és fàcil, només s'ha de veure l'activitat de quina restricció és igual a algun dels seus límits. En aquest cas són *temps[P1]* i *max\_demanda\_subprod[extra]*. Si es modifiquen les dades i s'augmenta en 1 hora el temps disponible per  $P_1$  no s'observa cap canvi, ja que 6 i 8, les hores que necessiten les dues opcions possibles de  $P_1$  són nombres parells, així que no podem encabir res més en aquesta hora extra.

## 2.4 d)

Als arxius *Lliurament\_1d.sol* i *Lliurament\_1d.dat* es pot trobar la font del que s'explica en aquest apartat.

Només ha estat necessari afegir una fila més als paràmetres per a solucionar aquest problema.

La solució òptima d'aquest problema és produir 0 taronjades *lleugera*, 10 taronjades *extra* i 30 taronjades *super-extra* per setmana, i s'obtindran 366.5 euros de benefici. A més, es vendran 15 unitats de subproducte de la taronjada *extra* i s'haurà d'eliminar 60 unitats de residus de la taronjada *super-extra*.

## 2.5 e)

Als arxius *Lliurament\_1e.txt*, *Lliurament\_1e.sol* i *Lliurament\_1d.dat* es pot trobar la font del que s'explica en aquest apartat.

Per aplicar la subcontractació d'empreses a aquest problema, s'ha simplement augmentat el màxim temps que cada procés pot ser realitzat cada setmana. S'ha definit una nova variable binària per cada procés, indicant si es subcontracta l'empresa per aquest procés o no. A la restricció *temps* s'ha sumat a *max\_temps[i]* les hores que l'empresa faria i a la funció objectiu s'ha sumat el preu que costaria el contracte.

La solució òptima d'aquest problema és produir 59 taronjades *lleugera* i 12 taronjades *extra* per setmana, i s'obtindran 575.5 euros de benefici. A més, es vendran 15 unitats de subproducte de la taronjada *extra* i s'haurà d'eliminar 177 unitats de residus de la taronjada *lleugera* i 3 unitats del subproducte de la taronjada *extra*.