

به نام خدا

تمرین دوم درس الگوریتم های پیشرفته

امین محمدلو 401422169

1.1: روش کار به اینگونه است که بازیکن اول سعی دارد تا امتیاز خود را ماکزیمم کند و بازیکن دوم سعی دارد طوری مهره ها را انتخاب کند که امتیاز بازیکن اول مینم شود.

در روش brute force یک تابع recursive نوشته می شود که تمامی حالت های ممکن بازی را بررسی میکند و روشی که به بیشترین امتیاز بازیکن اول می رسد را انتخاب میکند.

این تابع هم امتیاز ماکزیمم بازیکن اول را محاسبه و همچنین حرکات در هر مرحله برای هر بازیکن را مشخص میکند.

1.2: روش بهینه برای این مسئله استفاده از dynamic programming است. در این روش اگر بهترین انتخاب در هر مرحله را ذخیره کنیم میتوان مسئله را به n^2 زیرمسئله تقسیم کرد.

1.3: چون با این روش مسئله به n^2 زیرمسئله تقسیم میشود، پیچیدگی زمانی و حافظه برای این روش $O(n)^2$ است.

2: هر دو قسمت را در یک بخش پاسخ خواهم داد.

فرض کنیم A بهترین راه حل برای این مسئله است. (A مجموعه تمام شهرهایی است که برای بنزین زدن توقف میکنیم و کاردینال این مجموعه مینیمم است). حال فرض میکنیم S اولین شهری است که برای بنزین

زدن توقف میکنیم و دورترین فاصله را از مبدا دارد. دو حالت داریم اول این که $s \in A$ که کار تمام است.

حالت دوم که s عضو A نیست. در این حالت یک شهری مثل t زودتر از s بر ای توقف انتخاب شده. در این حالت تغییری در تعداد شهرهای توقف ایجاد نمیشود. پس t را به جای s جای گذاری میکنیم

$$\text{size}(A^*) \leq \text{size}(A) \quad A^* = \{A \setminus t\} \cup \{s\}$$

پس راه حل حریصانه برای این مسئله optimal است.

3: برای حل این مسئله از الگوریتم floyd warshall استفاده میکنیم.

به این صورت که یک آرایه $n \times n$ در نظر میگیریم که اعضای قطری آن 0 هستند و بقیه بینهایت.

به عنوان مثال عنصر z, i فاصله بین شهر i و z را نشان میدهد.

این الگوریتم تلاش میکند در هر مرحله مینم فاصله بین این دو شهر را محاسبه کند و آرایه نهایی نشان دهنده مینم فاصله بین هر دو شهر است.