

واحد درسی الگوریتم پیشرفته

تمرین ۲

جناب آقای دکتر فراهانی
دستیار آموزشی سارا چرمچی

۱. یک ردیف از n مهره را در نظر بگیرید که هر مهره امتیاز دارد به طوریکه v_1, \dots, v_n که در آن n زوج است. بازیکن ها با نوبت های متناوب مقابل حریف بازی می کنند. در هر نوبت، بازیکن اولین یا آخرین مهره را از ردیف انتخاب می کند، آن را برای همیشه از ردیف حذف می کند و امتیاز آن مهره را دریافت می کند.
- حداکثر مقدار ممکن امتیازی را تعیین کنید که اگر ابتدا حرکت کنیم قطعاً می توانیم برنده شویم.
 - همچنین دنباله حرکات را در این بازی بهینه چاپ کنید. از آنجایی که تعداد زیادی از حرکات ممکن است به پاسخ بهینه منجر شود، می توانید هر دنباله معتبری را چاپ کنید.

- ۱.۱. رویکرد غیرهوشمندانه (brute-force) به این مساله چیست.
- ۱.۲. چه استراتژی هوشمندانه ای برای پاسخ بهینه به این مساله پیشنهاد میکنید (در حد یک پاراگراف شرح دهید).
- ۱.۳. در مورد پیچیدگی زمانی الگوریتم پیشنهادی بحث کنید.
- ۱.۴. پاسخ بهینه را در قالب یک اسکریپت پایتون بنویسید (ورودی و خروجی مطابق مثال زیر باشد).

ورودی :

یک خط شامل N عدد صحیح جدا شده با فاصله است که هر عدد امتیاز هر مهره را نشان می دهد.

خروجی :

یک عدد صحیح جدا شده با فاصله از یک رشته حروف بدون فاصله. عدد صحیح نشان دهنده حداکثر امتیاز ممکن است (پاسخ بخش اول سوال) ، رشته حروف، دنباله حرکات در یک بازی بهینه است (پاسخ بخش دوم سوال).

مثال :

```
Input
10 80 90 30
Output
110 RRRL
```

بازیکن اول از راست ۳۰ را انتخاب می کند. بازیکن دوم از راست ۹۰ را انتخاب می کند. بازیکن اول از راست ۸۰ را انتخاب می کند. و در نهایت بازیکن دوم ۱۰ را انتخاب می کند. امتیاز نهایی بازیکن اول : $80 + 30 = 110$

بیشترین امتیاز ممکن برای بازیکن اول : ۱۱۰

دنباله حرکات در بازی بهینه : RRRL (راست، راست، راست، چپ)

۲. شما در حال رفتن به یک سفر طولانی بین تبریز و زاهدان هستید. هنگامی که باک ماشین شما پر شد، می دانید که حداکثر n کیلومتر می توانید ادامه دهید. شما یک نقشه راه دارید که مکان جایگاه های سوخت را نشان می دهد و می خواهید تا حد امکان کمتر توقف داشته باشید. یک الگوریتم کارآمد برای حل این مشکل ارائه دهید. مراحل پیشنهادی:

- ۲.۱. نشان دهید که اگر موقعیت فعلی شما p است و x و y دو شهر متوالی هستند که باید از آن بازدید کنید، پس راه حل پر کردن مجدد باک خود در شهر y بدتر از پر کردن مجدد در شهر x نیست.
- ۲.۲. در نتیجه الگوریتم حریصانه را توجیه کنید.

۳. فردی در کشوری با N شهر و M جاده دو طرفه زندگی می کند. هر یک از جاده ها دارای طول مشخصی است و هر طول آن توانی از دو است (یعنی اگر طول جاده ای 8 کیلومتر باشد همتراز است با 2^3 کیلومتر). فرد می تواند از هر شهری به هر شهر دیگری برسد.

با داشتن نقشه کشور، آیا می توانید به او کمک کنید تا مجموع حداقل فاصله بین هر جفت شهر را تعیین کند؟ پاسخ خود را در قالب اسکریپت پایتون بنویسید. (مختصرا استراتژی حل مساله خود و الگوریتم پیشنهادی را توضیح دهید).

ورودی :

خط اول شامل دو عدد صحیح جدا شده با فاصله است که به ترتیب N (تعداد شهرها) و M (تعداد جاده ها) را نشان می دهند. هر خط (i) از M خطوط بعدی حاوی مقادیر مربوطه A_i, B_i, C_i ، و به عنوان سه عدد صحیح جدا شده با فاصله است. این مقادیر یک جاده دو طرفه بین شهرهای A_i, B_i با طول 2^{C_i} را تعریف می کنند.

محدودیت ها :

$$1 \leq N \leq 10^5$$

$$1 \leq M \leq 2 \times 10^5$$

$$1 \leq A_i, B_i \leq N, A_i \neq B_i$$

$$0 \leq C_i \leq M$$

$$\text{If } i \neq j \text{ then } C_i \neq C_j$$

خروجی :

مجموع حداقل فواصل هر جفت شهر را بیابید و پاسخ را به صورت دودویی چاپ کنید.

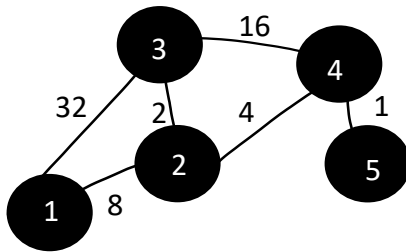
مثال :

در این مثال ۵ شهر داریم و ۶ جاده بین شهری (خط اول). بین شهر ۱ و ۳ جاده ای به طول $32=2^5$ کیلومتر داریم (خط دوم).

```
Input
5 6
1 3 5
4 5 0
2 1 3
3 2 1
4 3 4
4 2 2
Output
1000100
```

نقشه کلی این کشور به این صورت خواهد بود :

اگر $d(x,y)$ حداقل فاصله بین شهر x و شهر y باشد



$$\begin{aligned}d(1,2) &= 8 \\d(1,3) &= 10 \\d(1,4) &= 12 \\d(1,5) &= 13 \\d(2,3) &= 2 \\d(2,4) &= 4 \\d(2,5) &= 5 \\d(3,4) &= 6 \\d(3,5) &= 7 \\d(4,5) &= 1\end{aligned}$$

$$\text{Sum} = 8+10+12+13+2+4+5+6+7+1 = (68)_{10} = (1000100)_2$$

۴. (**سوال امتیازی**) N سارق به موزه ملی نفوذ کرده اند و در آستانه ورود به سالن اصلی پر از جواهرات هستند. آنها خوش شانس بودند که درست زمانی که وارد موزه شدند، نگهبان دقیقاً برای G دقیقه موزه را ترک می کرد. اما مشکلات دیگری نیز وجود دارد. سالن اصلی دارای حسگرهای حرارتی است که اگر در هر لحظه از زمان بیش از دو نفر در سالن حضور داشته باشند، زنگ هشدار به صدا در می آید.

برای جمع آوری جواهرات، سارق i ام باید دقیقاً A[i] دقیقه، $0 \leq i < N$ در یک کوشش مداوم در داخل سالن باشد. از آنجایی که نگهبان بعد از G دقیقه برمی گردد، آنها باید سرقت خود را در G دقیقه تمام کنند. سارقین می خواهند بدانند آیا ترتیبی وجود دارد که خواسته های هر سارق برآورده شود و همچنین آنها دستگیر نشوند؟ (مختصراً استراتژی حل مساله خود و الگوریتم پیشنهادی را توضیح دهید)

نکته !

اگر یک دزد در یک زمان "X" به داخل سالن برود و در همان زمان سارق دیگری بیرون بیاید، مساوی است با گفتن اینکه آنها هرگز همان زمان در سالن نبوده اند.

به همین ترتیب، هنگامی که نگهبان در زمان G به داخل سالن می رود و دزدی دقیقاً در زمان G بیرون می آید، نگهبان نمی تواند سارق را ببیند.

ورودی :

خط اول شامل یک عدد صحیح T است که تعداد موارد تست را نشان می دهد. هر تست شامل دو خط است. خط اول شامل دو عدد صحیح جدا شده با فاصله است که نشان دهنده N و G تعداد دزدها و مدت زمانی است که نگهبان موزه را ترک می کند.

خط بعدی حاوی N عدد جدا شده با فاصله است که در آن عدد صحیح، A[i] نشان دهنده زمانی است که سارق i امین باید در سالن باشد.

محدودیت ها :

```
1 <= T <= 20
1 <= N <= 100
0 <= G <= 1000000 (10^6)
0 <= A[i] <= 100
```

خروجی :

برای هر مورد تست، اگر چنین ترتیبی وجود دارد (خواسته های هر سارق برآورده شود و همچنین آنها دستگیر نشوند) YES را چاپ کنید، در غیر اینصورت NO را چاپ کنید

مثال :

```
Input
2
3 4
2 4 2
3 2
2 4 2
Output
YES
NO
```

در تست اول ، یک ترتیب ممکن بصورت زیر است :

در $t=0$ ، دزد ۱ داخل می شود و در $t=2$ خارج می شود.

در $t=0$ ، دزد ۲ داخل می شود و در $t=4$ خارج می شود.

در $t=2$ ، دزد ۳ داخل می شود و در $t=4$ خارج می شود.

در تست دوم ، هیچ ترتیب ممکن برای مساله وجود ندارد.

ارسال تمرین

۱. تمرین در ریپازیتوری گیت هاب درس تحویل گرفته می‌شود. (مراحل نحوه ارسال در [اینجا](#) توضیح داده شده است.) در صورت اشتباه در نحوه ارسال در گیت هاب، بدون تغییر فایل، ۲۴ ساعت به دانشجوی محترم جهت اصلاح فرصت داده می‌شود.
 ۲. آخرین مهلت ارسال تمرین دوم ساعت ۲۴ تاریخ ۱۹ خرداد ۱۴۰۲ است.
 ۳. کدها حتماً کامنت داشته باشند. کد خود را پیش از ارسال تست کنید. (کد شما در صورتی نمره قبولی می‌گیرد که بدون خطا اجرا شود و در تست خروجی صحیح داشته باشد.)
 ۴. فرمت ارسال تمرین ها :
- کدها به فرمت `.py` یا در ژوپیتر نوت بوک و کولب
 - بخش نظری سوالات به فرمت `pdf` یا در ژوپیتر نوت بوک و کولب و `readme.md`