

۱- آیا می توان با استراتژی تقسیم و غلبه روشی بهینه نسبت به روش بالا برای عملیات ضرب دو عدد صحیح ارائه داد؟

بله ، ایده الگوریتم به ای صورت اس تکه هر عدد را به ۲ بخش تقسیم می کنیم ، به طور مثال دو عدد داریم به  $m, n$  و طول هر عدد را هم با  $k$  نشان می دهیم، عدد اول به صورت  $m = a * 10^{k/2} + b$  نشان داد پس :

مرحله divide and conquer

$$M = 4563$$

$$45 * 100 + 63 \quad K=4$$

نشان می دهیم عدد بعدی را هم به ه مین ترتیب

$$= 6842 \quad 24 * 10^{4/2} + 86$$

$$n = c * 10^{k/2} + d$$

از ضرب  $m * n$  داریم :

$$(45 * 10^2 + 63) * (24 * 10^2 + 86) = (1080) * 10^4 +$$

$$(ad + bc) * 10^2 + 149$$

برای حل  $(ad + bc)$  میتوا نیم بنویسیم (تجمع)

$$(ac + bc + ad + bd) - ac - bd = (ad + bc) = (a + b) * (c + d) - ac - bd$$

و با این کار الگوریتم بهینه شده چون ۴ تا ضرب به دوتا ضرب تب دیل  
شده .  
شبه کد :

pre dir=ltr>

```
Algorithm Multiply(a, b):  
  // Conquer  
  if |a| == 1 or |b| == 1 then  
    return A * B  
  else  
    // Split  
    n ← max(|A|, |B|)  
    xL, xR ← Split(A, n)  
    yL, yR ← Split(B, n)  
  
    // Combine  
    z0 ← multiply(xL, yL)  
    z1 ← multiply(xL + xR, yR + yL)  
    z2 ← multiply(xR, yR)  
    return z2 * 10(2*m) + (z1 - z2 - z0) * 10m + z0  
  end  
</pre>
```

2-

در این الگوریتم به جای ۴ تا subproblems از ۳ استفاده میکنیم:

Three subproblems:

$$\begin{aligned} a &= X_1 y_1 \quad d = X_2 y_2 \quad e \\ &= (X_1 + X_2)(y_1 + y_2) - a - d \end{aligned}$$

4-

الگوریتم سه ضرب و چند جمع را انجام می دهد و روی اعداد کوچکتر که تقریباً نصف اندازه اصلی هستند جابجا می شود.  
time complexity به این صورت میشود:

$$\text{Then } xy = ar^n + e \quad r^{n/2} + d$$

$$T(n) = 3T(n/2) + O(n)$$

$$T(n) = O(n^{\log 3}) = O(n^{1.584})$$

