

الگوریتم پیشرفته

حل تمرین سری ۲

نیلوفر وفا

۴۰۱۴۲۲۱۹۶

1.1

رویکرد غیر هوشمندانه brute-force به این مسئله به این صورت است که هم هی حالت‌های ممکن را امتحان کنیم. یعنی برای هر مهره در ابتدای ردیف، آن را انتخاب کنیم و سپس مسئله را به صورت بازگشتی بر روی ردیف باقیمانده حل کنیم. این روش بهینه نیست زیرا تعداد حالت‌ها به صورت نمایی با افزایش تعداد مهره ها افزایش میابد و زمان اجرای آن بسیار زیاد می شود.

2.1. یک استراتژی هوشمندانه برای پاسخ بهینه به این مسئله، استفاده از الگوریتم داینامیک است. میتوان از یک جدول دوبعدی برای ذخیره سازی امتیازهای حاصل شده در هر بازه از ردیف استفاده کرد. در این الگوریتم، با شروع از ابتدای ردیف، به صورت بازگشتی امتیازهای حاصل شده را محاسبه میکنیم. برای هر حالت، میتوانیم یکی از دو انتخاب را داشته باشیم:

انتخاب اولین مهره یا انتخاب آخرین مهره. با انتخاب هر کدام از آنها، امتیاز به دست آمده و مجموع امتیازهای بدست آمده در ادامه ردیف را به عنوان ورودی به بازگشت استفاده میکنیم. سپس از بین دو حالت بالا، حالتی را انتخاب میکنیم که امتیاز بیشتری دارد. در نهایت، با ادامه این فرآیند تا انتهای ردیف، امتیاز حاصل شده و همچنین دنباله حرکات مربوطه به دست میآید.

3.1. پیچیدگی زمانی الگوریتم داینامیک ارائه شده برابر با $O(n^2)$ است. چرا که برای هر حالت در ردیف، حداکثر دو حالت (انتخاب اولین مهره و انتخاب آخرین مهره) را در نظر میگیریم و امتیازهای حاصل شده را در جدول دوبعدی ذخیره میکنیم. تعداد کل خانه ها در جدول برابر با n^2 است.

۲-

حل مربوط به انتخاب بهینه ترین مکانهای توقف در طول مسیر است که به صورت حریصانه قابل حل است. الگوریتم حریصانه ارائه شده در ادامه قابل استفاده است:

۱- خواندن ورودی:

مقدار n را برابر با حداکثر فاصله که میتوانید با پر شدن باک ماشین طی کنید قرار دهید.

خواندن مختصات جایگاههای سوخت از نقشه راه.

۲- محاسبه فواصل بین جایگاههای سوخت:

محاسبه فاصله بین هر جفت جایگاه سوخت با استفاده از فرمول فاصله دو نقطه در فضای دوبعدی مانند فاصله اقلیدسی.

۳- الگوریتم حر یصانه:

مقدار پیشفرض برای تعداد توقفها (count) را صفر قرار دهید.

ایجاد یک لیست خالی برای ذخیره مکانهای توقف (stops).

تا زمانی که باک ماشین پر نشده است:

پیدا کردن نزدیکترین جایگاه سوخت (مکان جایگاه) به موقعیت فعلی.

اگر فاصله جایگاه سوخت به موقعیت فعلی از باقی فاصله باک کمتر یا مساوی n است:

اضافه کردن مکان جایگاه به لیست توقفها.

افزایش مقدار count به ازای توقف جدید.

کاهش مقدار باک با توجه به فاصله بین موقعیت فعلی و مکان جایگاه.

تغییر موقعیت فعلی به مکان جایگاه.

در غیر این صورت، قطعه کد را تمام کن.

۴- چاپ خروجی:

چاپ تعداد کل توقفها. (count)

چاپ مختصات مکانهای توقف به ترتیب آنها در لیست توقفها.

الگوریتم حریصانه بهینه ترین مکانهای توقف را با توجه به فاصله بین جایگاههای سوخت و مکان فعلی شما انتخاب میکند. با اجرای این الگوریتم، میتوانید توقفهایی را پیدا کنید که فاصله آنها تا موقعیت فعلی شما کمتر یا مساوی باقیمانده هی باک ماشین (n) باشد، بدین ترتیب تعداد توقفها را به حداقل ممکن برسانید و تعداد دفعات پر کردن باک را کاهش میدهید.

با اجرای الگوریتم حریصانه، میتوانید به صورت کارا و بهینه مسیر خود را برنامه ریزی کنید تا توقف های لازم را در مکانهای مناسب داشته باشید و تعداد توقفها و مسافت طی شده را به حداقل برسانید.

در این حالت، طول جاده‌ها به صورت توانی از ۲ تعریف شده است، که اگر طول جاده ۸ کیلومتر باشد، برابر است با ۳ به توان ۲ کیلومتر. بر اساس این تو ضیحات، اسکریپت پایتون زیر را برای محاسبه مجموع حداقل فواصل بین هر جفت شهر و چاپ خروجی به صورت دودویی ارائه می‌دهیم.

با توجه به ، خروجی باید 100100 باشد که معادل عدد ده دهی 68 است.

در این اسکریپت، از الگوریتم فلوید-وارشال برای پیدا کردن حداقل فواصل بین تمام جفت شهرها استفاده شده است. توسط این الگوریتم، فواصل کمینه بین تمام جفت شهرها به روزرسانی میشوند و در نهایت مجموع این فواصل کمینه محاسبه میشود.

الگوریتم مورد استفاده در این مسئله برای محاسبه مجموع حداقل فواصل بین هر جفت شهر به صورت زیر است:

خواندن ورودی: ابتدا تعداد شهرها و جاده‌ها را از ورودی خوانده و آن‌ها را در متغیرهای مناسب ذخیره می‌کنیم.

ایجاد نقشه فواصل: برای ایجاد نقشه فواصل بین شهرها، یک ماتریس با اندازه $N \times N$ ایجاد می‌کنیم و آن را با مقدار بی‌نهایت (نمادی برای

فاصله بی‌نهایت) پر می‌کنیم. سپس در این ماتریس، فواصل مستقیم بین جفت شهرها را با استفاده از اطلاعات جاده‌ها به صورت مستقیم وارد می‌کنیم.

به‌روزرسانی فواصل: سپس با استفاده از الگوریتم فلوید-وارشال، ماتریس فواصل را به‌روزرسانی می‌کنیم. الگوریتم فلوید-وارشال به ترتیب تمام جفت شهرها را به عنوان گره میانی در نظر می‌گیرد و فواصل را از طریق این گره‌ها به‌روزرسانی می‌کند.

محاسبه مجموع حداقل فواصل: با جمع کردن تمام مقادیر در ماتریس فواصل، مجموع حداقل فواصل بین هر جفت شهرها را محاسبه می‌کنیم.

تبدیل به باینری: نهایتاً مقدار محاسبه شده را به صورت باینری (دودویی) تبدیل کرده و آن را چاپ می‌کنیم.

در واقع، این الگوریتم ابتدا با استفاده از اطلاعات جاده‌ها نقشه فواصل را ایجاد می‌کند و سپس با استفاده از الگوریتم فلوید-وارشال آن را به‌روزرسانی می‌کند تا در نهایت مجموع حداقل فواصل را محاسبه کند.