

باسمه تعالی

۱. آیا می توان با استراتژی تقسیم و غلبه روشی بهینه نسبت به روش بالا برای عملیات ضرب دو عدد صحیح ارایه داد؟ شبه کد الگوریتم را بطور مختصر شرح دهید و مراحل تقسیم، غلبه و تجمیع را مشخص کنید.

برای حل این مساله به صورت تقسیم و غلبه برای دو عدد صحیح a و b به این صورت عمل می کنیم که با اضافه کردن \circ به سمت چپ عدد کوچکتر دو عدد را به طول یکسان می رسانیم و بعد دو عدد را از میان به دو بخش تقسیم می کنیم به این صورت که $a = a_1 \times 10^{n/2} + a_2$ و $b = b_1 \times 10^{n/2} + b_2$. سپس می توانیم حاصل ضرب را برای دو عدد a و b را به حسب ضرب اعداد a_1 و a_2 و b_1 و b_2 بنویسیم که طول نصف اعداد اولیه را دارند و به صورت بازگشتی این کار را آنقدر ادامه می دهیم تا به ضرب یک رقمی برسیم.

شبه کد به صورت زیر خواهد بود:

Input: a and b are integer numbers

having the same length we can pad zeros to the shorter number

$n = \text{length}(a) = \text{length}(b);$

termination condition

if $n \leq 1$ then return $a * b$;

Divide a,b into $a = a_1 \times 10^{[n/2]} + a_2$ and $b = b_1 \times 10^{[n/2]} + b_2$

merging solutions of sub-problems

return $\text{Multiply}(a_1, b_1) \times 10^n + (\text{Multiply}(a_2, b_1) + \text{Multiply}(a_1, b_2) \times 10^{n/2} + \text{Multiply}(a_2, b_2))$

۲. کوچک ترین زیر مسأله در این روش چیست؟

این روال را تا حدی ادامه می‌دهیم که ورودی a و b یک رقمی بشوند در این صورت ضرب به راحتی انجام می‌شود و خروجی بر می‌گردد.

۴. در مورد پیچیدگی زمانی الگوریتمها تحلیل کنید.

با توجه به شبه‌کد ارائه شده در جواب سوال ۱، اگر $T(n)$ پیچیدگی مساله برای طول n باشد، می‌توانیم پیچیدگی را به صورت زیر بنویسیم:

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$$

نهایتاً (n^2) میشود.

ارسال تمرین

۱. تمرین در ریپازیتوری گیت هاب درس تحویل گرفته میشود. (مراحل نحوه ارسال در [اینجا](#) توضیح داده شده است.) در صورت اشتباه در نحوه ارسال در گیتها
ب، بدون تغییر فایل، 24 ساعت به دانشجویمحترم جهت اصلاح فرصت داده میشود.

2. آخرین مهلت ارسال تمرین اول ساعت 24 تاریخ 15 اسفند 1401 است.

3. ارسال پاسخ بخش های 1، 2 و 4 تمرین اول در قالب pdf یا readme.md گیت هاب قابل قبول است.
فایل بخش 3 در فرمت py. ارسال شود.