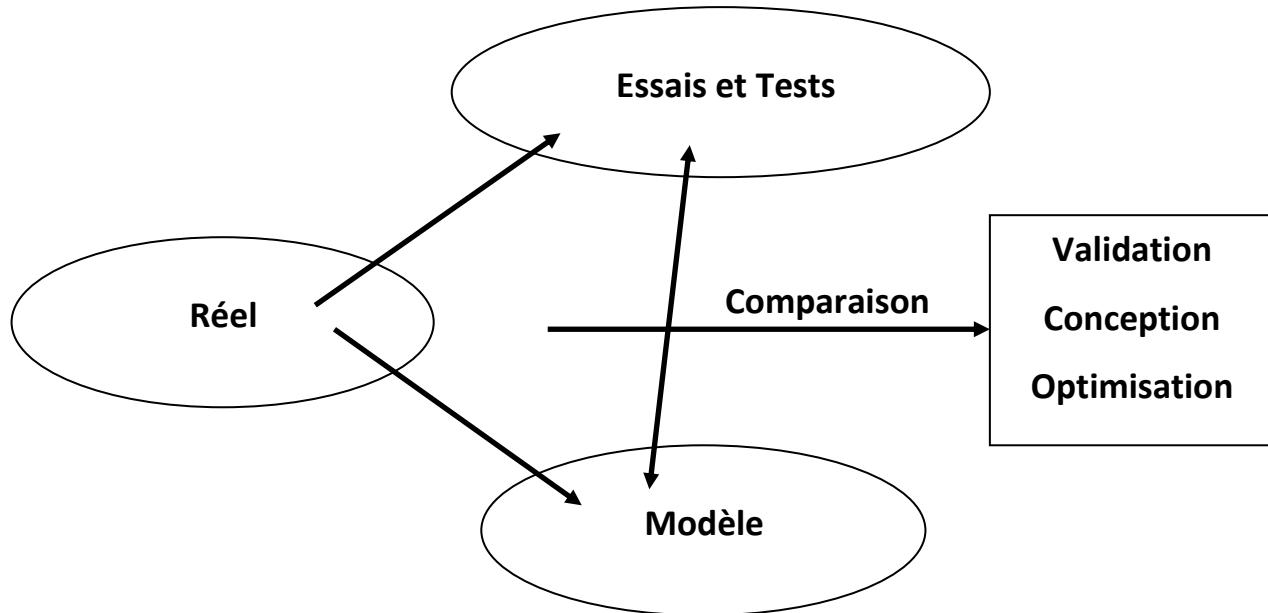


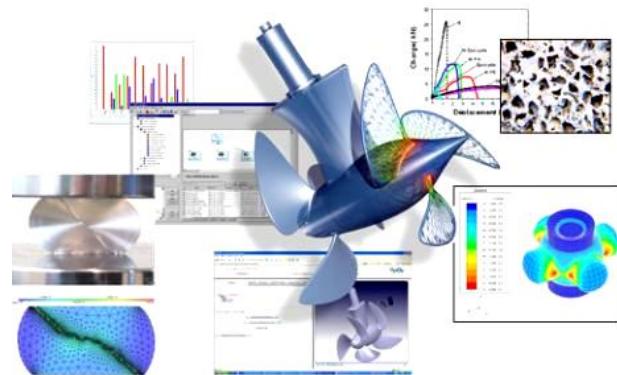
Les modèles en mécanique

Modélisation mécanique



La **modélisation mécanique et la simulation numérique** de phénomènes physiques sont des outils devenus irremplaçables pour la conception de produits industriels. Ils sont déjà indispensables dans quelques secteurs clés comme ceux du transport, de l'énergie, de l'atome et des grands programmes aéronautiques ou spatiaux, et sont actuellement en développement rapide dans tous les secteurs industriels en pleine modernisation.

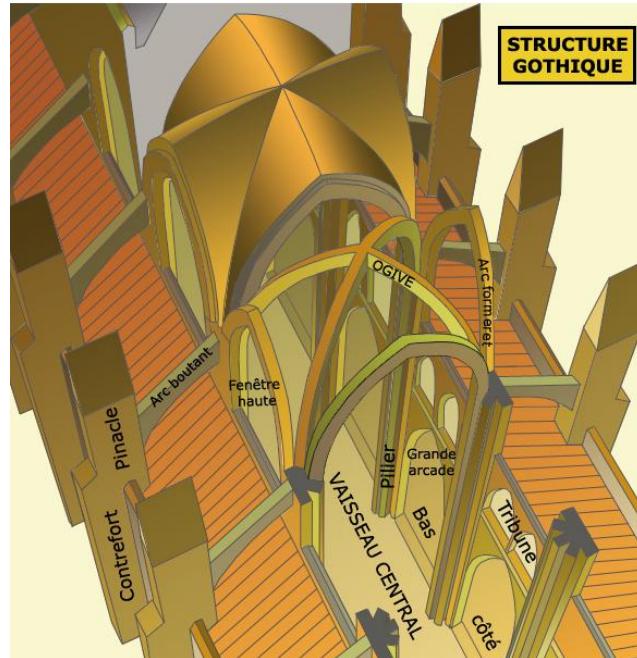
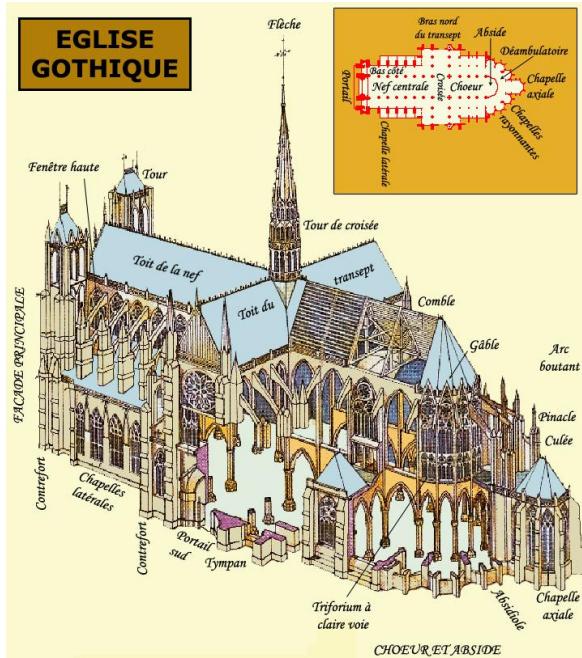
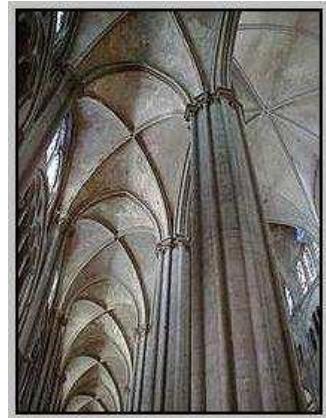
Les essais, toujours coûteux, difficilement praticables voire impossibles ou interdits dans beaucoup de domaines, sont remplacés de plus en plus par la Simulation numérique. La modélisation est le fondement de la conception des pièces et ensembles mécaniques, à travers les notions de fiabilité des systèmes mécaniques et de prévision de leur durée de vie. Elle est indispensable pour reproduire des conditions d'utilisation en environnement extrême. Elle devient essentielle dans la phase de développement de tout projet, dès lors que l'on devient exigeant sur le rapport des performances à la masse de la structure.



Modélisation mécanique du bras humain



Construction des cathédrales



La forme des piles, la décoration des chapiteaux, la proportion des niveaux (grandes arcades, triforium, fenêtres hautes),... participent tous à l'expression de l'esthétique de l'architecture gothique :

- volonté de hauteur (cathédrale Saint-Pierre de Beauvais) ;
- recherche de verticalité (cathédrale Notre-Dame d'Amiens) ;
- alternance des vides et des pleins (cathédrale Notre-Dame de Laon) ;
- fusion de l'espace (cathédrale Saint-Étienne de Bourges) ;
- multiplication des jeux de lumières et de couleurs (cathédrale Notre-Dame de Chartres)
- volonté d'accueillir le plus grand nombre de fidèles (les deux tiers de l'église gothique sont désormais réservés aux laïcs).

Ainsi, les éléments architecturaux ont été mis au service de choix et de recherches esthétiques. Ils n'ont été que des outils pour obtenir les effets recherchés. Pour éléver les nefs toujours plus haut, il a fallu améliorer la technique de l'arc-boutant. Pour augmenter la lumière et éviter les murs, l'usage de l'arc brisé était mieux adapté. Les piles fasciculées ont homogénéisé l'espace et donné une sensation de logique aux volumes.

Au cours du second âge Roman, la voûte est étendue à tout l'édifice, en sacrifiant l'espace et la lumière et en risquant souvent la catastrophe : car plus une voûte est large, plus elle exerce de fortes poussées sur les murs, risquant l'écroulement de l'édifice...

Dans le second quart du XII^e, les progrès techniques de la construction, l'utilisation systématique d'une pierre plus légère, le tuf et les avancées de la science de l'appareillage permettent à des architectes de la région parisienne, aidés par des expériences tentées peu auparavant en Angleterre (Durham) et en Bourgogne, de construire des églises plus grandes, plus hautes et plus éclairées.

Pour cela ils utilisent un type de voûte connu depuis l'Antiquité mais qui n'avait pas été utilisé que pour ses qualités décoratives ou pour sa robustesse sur de petites surfaces (Arménie, Géorgie, Italie du Nord, Cryptes du midi de la France). Cette voûte est une voûte d'arêtes dont les arêtes sont renforcées d'arceaux noyés dans la maçonnerie à la rencontre des quatre voûtains.

Structures à barres (treillis)

Un **treillis**, ou **système triangulé**, est un assemblage de barres verticales, horizontales et diagonales formant des triangles, de sorte que chaque barre subisse un effort acceptable, et que la déformation de l'ensemble soit modérée.



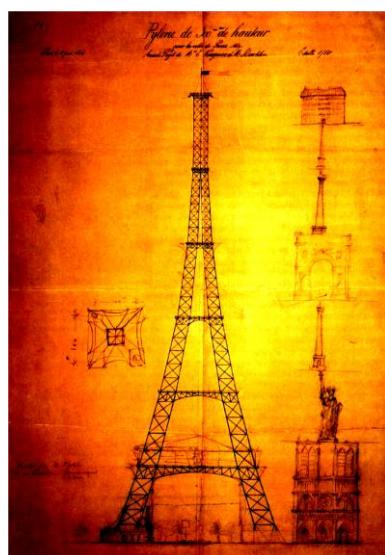
Pont en treillis

Exemple emblématique : la tour Eiffel

Cette structure est devenue courante en construction à partir de la révolution industrielle, pour des ponts, avions...

En effet, un tel assemblage allie résistance, rigidité et légèreté, et permet d'utiliser des éléments normalisés (barres) ; par ailleurs, le treillis peut éventuellement être préassemblé.

Lorsqu'un treillis est soumis à un effort, certaines parties de l'assemblage sont mises en compression et d'autres parties en tension.



Furtivité

Avant l'invention du radar



Avec le début de la simulation informatique



... puis l'amélioration de la puissance des logiciels de calcul



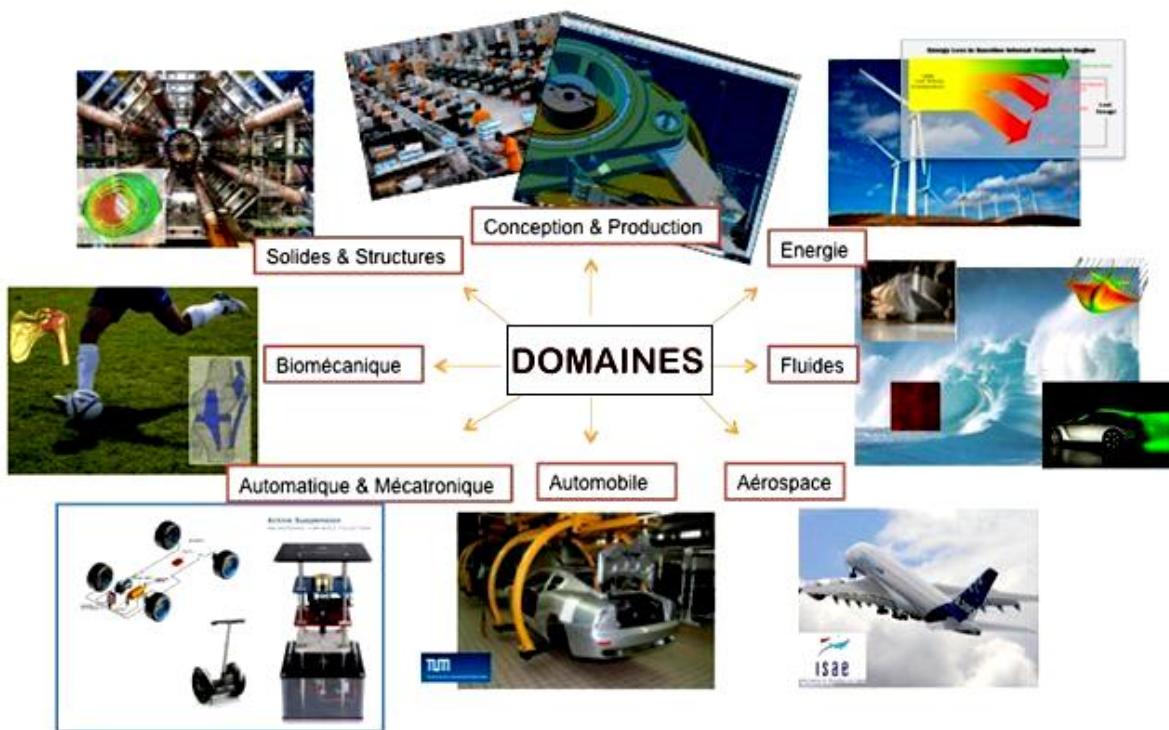
Jusqu'à la fin de la Seconde Guerre mondiale, avant l'invention du radar, les avions ne pouvaient être détectés qu'à vue et au son. La furtivité consistait principalement à peindre l'aéronef avec des couleurs lui permettant de se fondre dans l'environnement : camouflage de couleur brun-vert ou brun-jaune sur le dessus des appareils utilisés au-dessus de zones cultivées ou désertiques et peinture grise ou gris-bleu au-dessous. L'allongement des tubulures d'échappement, sur les avions ayant des missions nocturnes, pour éviter les sorties de flammes allait aussi dans ce sens.

L'amélioration, pendant la période de la guerre froide, des moyens de détection électromagnétique puis infra-rouge a entraîné la nécessité de diminuer les émissions dans ces deux spectres de fréquences. Ce n'est qu'à partir des années 1970, quand la puissance de calcul des ordinateurs se développa, qu'il devint possible de calculer la surface équivalente radar. Les premiers aéronefs développés pour étudier les concepts de furtivité furent les démonstrateurs Have Blue et Tacit Blue. Ceux-ci aboutirent à la construction en série du chasseur-bombardier F-117 et du bombardier stratégique Northrop B-2 Spirit.

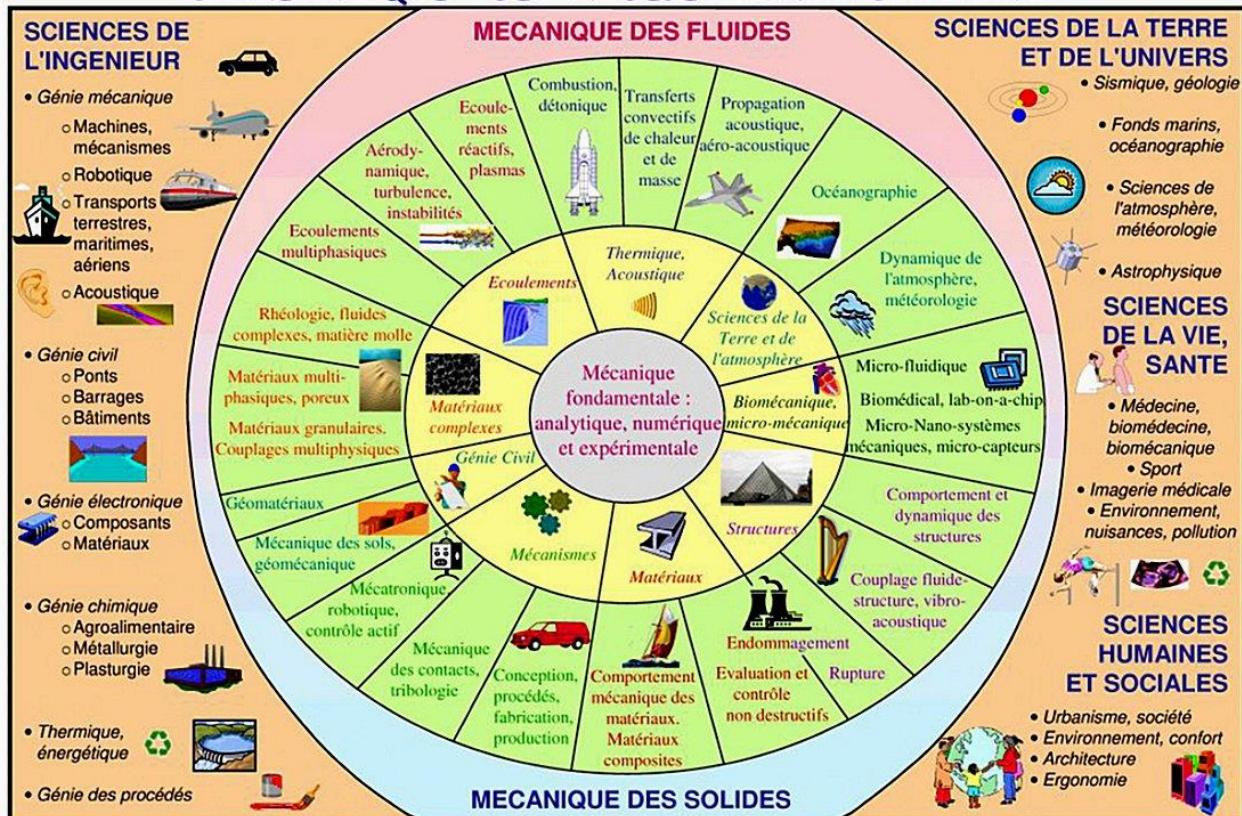
Tous les aéronefs à usage militaire sont maintenant conçus pour avoir des signatures radar et infra-rouge les plus faibles possible sans trop compromettre les qualités de vol de l'appareil.

La furtivité radar est caractérisée par un chiffre : la surface équivalente radar (SER). C'est la valeur de la surface plane qui renverrait la même énergie que l'aéronef. En l'absence de traitement, la SER d'un avion est de l'ordre de plusieurs dizaines de m^2 ; après traitement, on obtient des valeurs de l'ordre du m^2 voire moins. Certains avions tels que le F-22 de l'USAf auraient des SER équivalentes à celles des oiseaux mais les chiffres réels sont évidemment tenus secrets par les constructeurs.

Les différents domaines de la mécanique



LA MECANIQUE : DES MODELES AUX APPLICATIONS

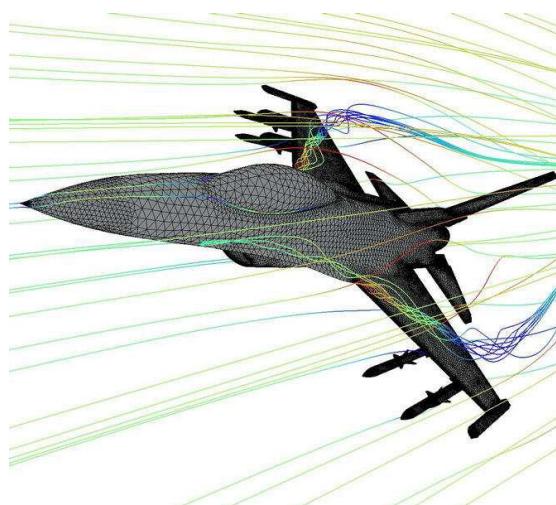
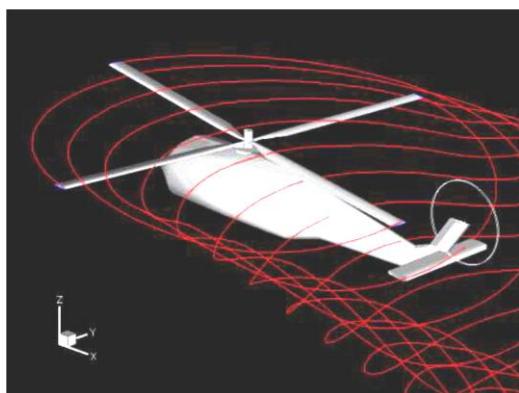
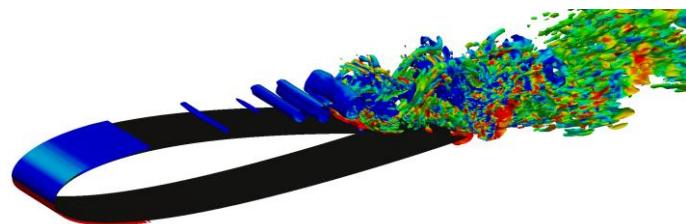
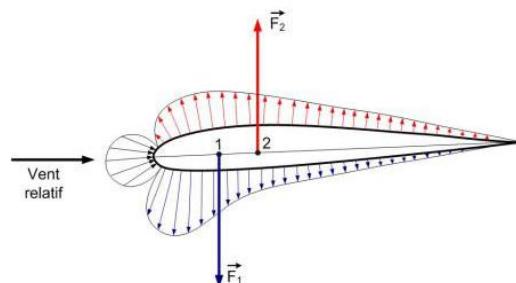


De l'extérieur vers le centre : les quatre champs d'activités humaines (saumon), les deux grands pôles de la mécanique (rouge-bleu), les domaines de la mécanique (vert), les secteurs d'activité (jaune).
Réalisation du groupe "Activités Universitaires en Mécanique" de l'ASSOCIATION FRANÇAISE DE MÉCANIQUE (AFM)



Aéro-Hydrodynamique

Le domaine des écoulements fluides est traditionnellement l'un des piliers du génie mécanique, qui a une importance centrale pour de nombreux secteurs industriels. Alors que les écoulements de l'air et l'eau sont des axes majeurs de cette filière, les fluides non-newtoniens, les écoulements multiphasiques, l'interaction fluide-structure et d'autres sujets avancés sont également abordés. Des connaissances du comportement des écoulements, obtenues par des approches théoriques, expérimentales et numériques, peuvent fournir une compréhension accrue des processus mécaniques et donc un moyen pour leur amélioration et optimisation. L'analyse des écoulements dans des secteurs comme l'énergie, la bio ingénierie et le transport sont d'un intérêt particulier dans ce contexte.



Automatique et mécatronique

L'automatique est l'ensemble des disciplines scientifiques et techniques exploitant la rétroaction pour la conduite des systèmes dynamiques. La problématique de base de ce domaine est de comprendre et d'analyser le comportement des systèmes en boucle ouverte et en boucle fermée afin de pouvoir dimensionner des régulateurs adéquats pour assurer la stabilité et les performances du système bouclé en présence de perturbations et d'incertitudes sur les modèles.

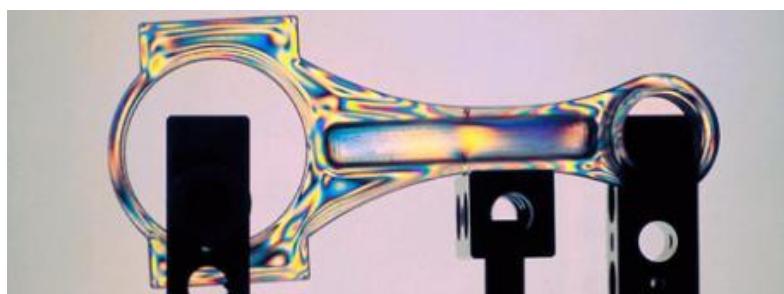
Les systèmes mécatroniques sont une combinaison des systèmes mécaniques, électromécaniques, électroniques et informatiques. Leur conception nécessite la maîtrise des systèmes mécaniques, électromécaniques, électroniques, informatiques et automatique ainsi que de bonnes connaissances des techniques de modélisation, des capteurs, des actionneurs et du traitement de signaux. L'aspect central de la mécatronique est la vue de l'ensemble et l'intégration judicieuse de ses différentes composantes en un tout cohérent et optimisé du point de vue technique aussi bien que pratique (sécurité, ergonomie, coûts de production, compatibilité environnementale etc.).

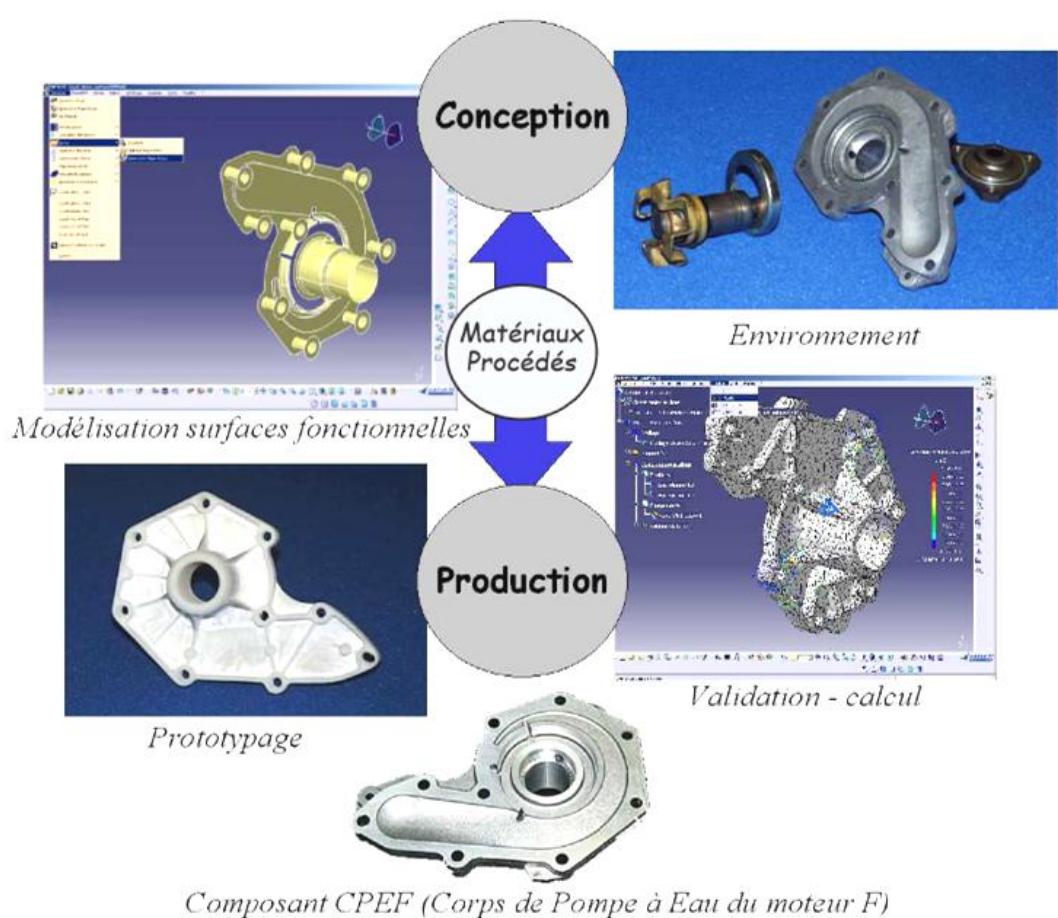
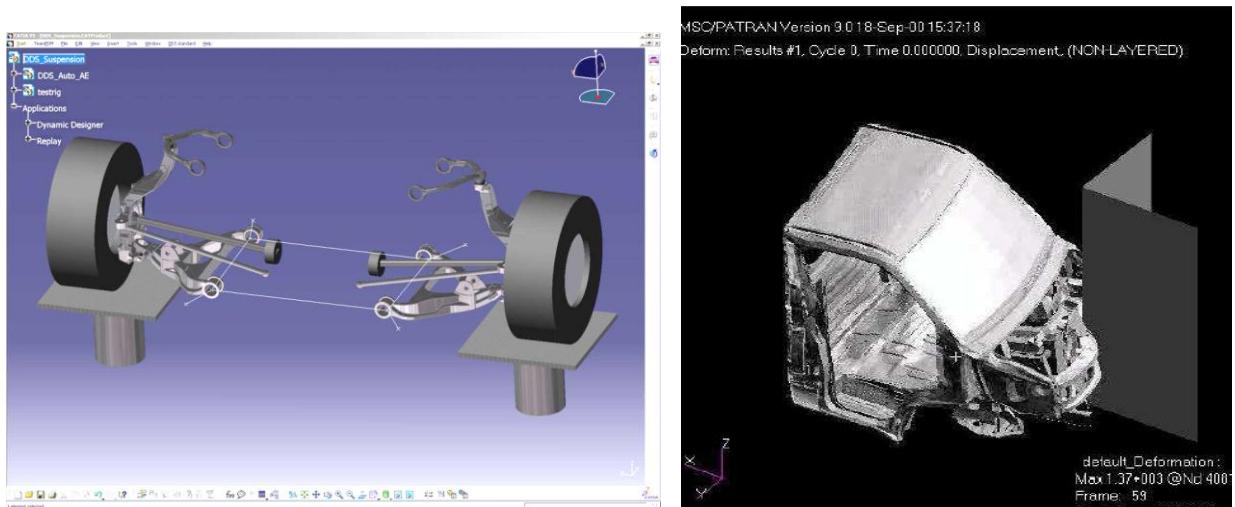
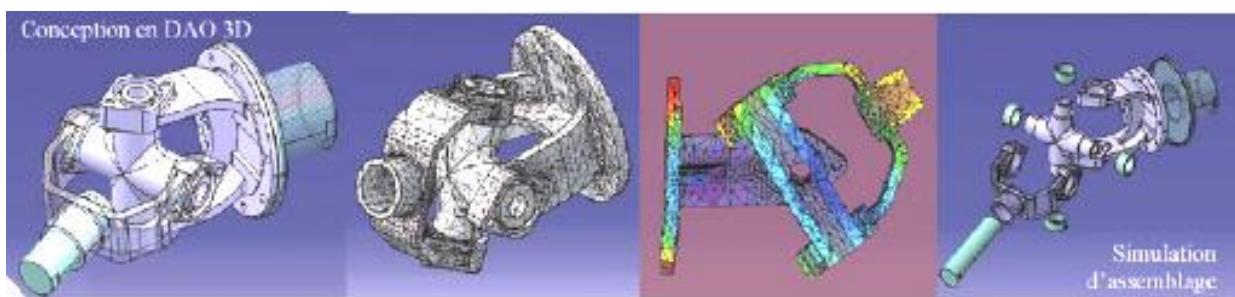


Conception et production

Au service études et développement, on conçoit l'architecture d'ensemble d'un produit, on choisit les solutions techniques, on procède à des simulations sur ordinateur pour soumettre les pièces à différentes contraintes. Il en tire des conclusions en termes de dimensions, de résistance des matériaux... Il vérifie pour finir que le prototype est conforme aux performances attendues et indique, le cas échéant, les corrections à apporter.

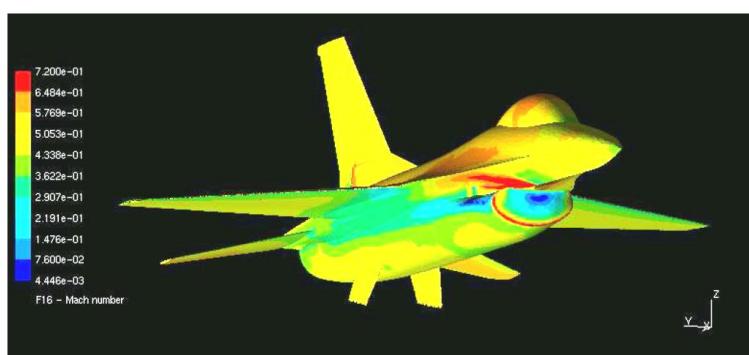
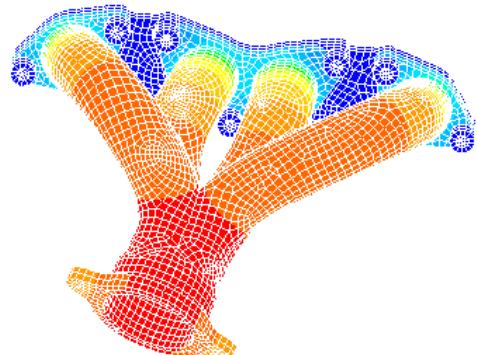
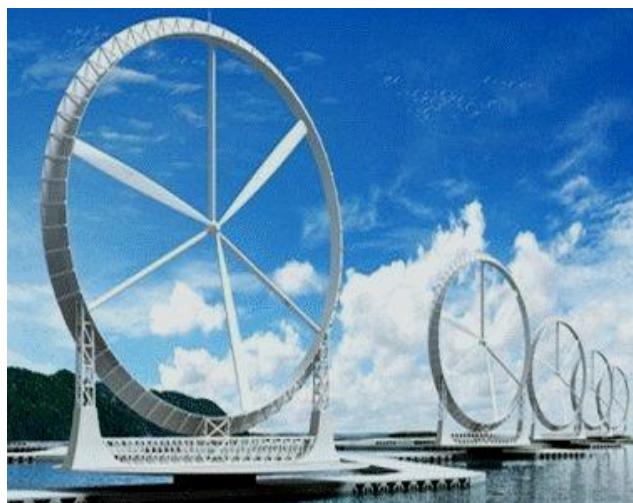
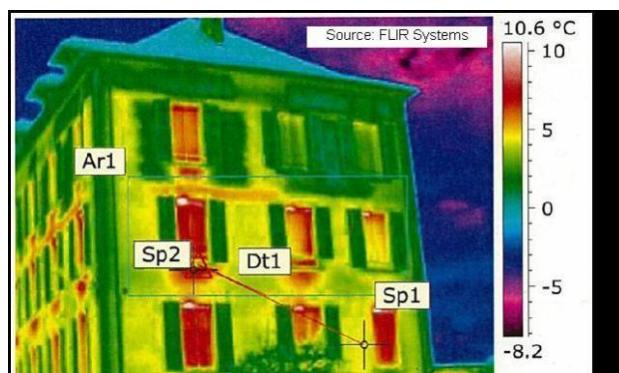
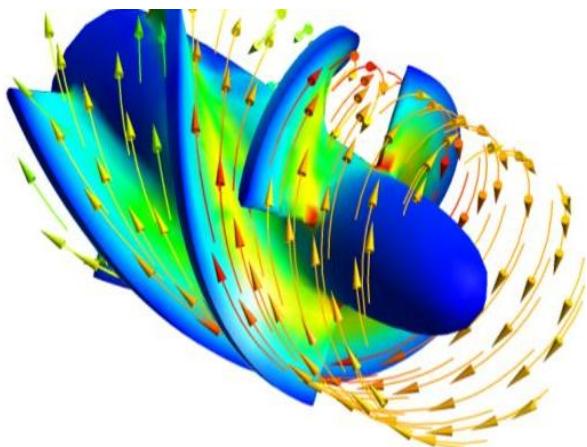
Au service des méthodes et fabrication, on détermine les moyens nécessaires à la production. Partant de la série d'opérations à exécuter, il faut choisir les machines et leurs outillages. On définit également l'architecture d'une nouvelle ligne de fabrication ou modifier l'organisation d'une usine. La fabrication s'occupe du bon fonctionnement d'un atelier, pour améliorer la productivité en apportant conseils et assistance technique aux équipes.



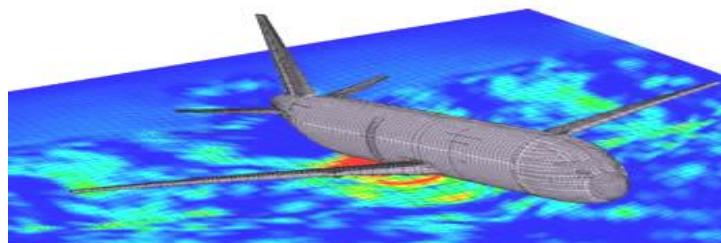


Energie et thermique

L'utilisation rationnelle et la conversion efficace de l'énergie représente un enjeu majeur du 21ème siècle. Concevoir une société sobre et efficace représente pour l'ingénieur mécanicien un défi passionnant concernant différents secteurs tels que le bâtiment, l'industrie, le transport ou la production d'électricité. Le secteur énergie aborde les problèmes énergétiques d'une manière globale. Cela nécessite d'analyser l'utilisation rationnelle de l'énergie et de proposer des solutions innovantes en matière de conversion d'énergie. Dans l'orientation énergie, l'accent sera mis sur la compréhension de l'énergétique des systèmes, la polygénération ainsi que l'intégration et la conversion des ressources d'énergie renouvelables

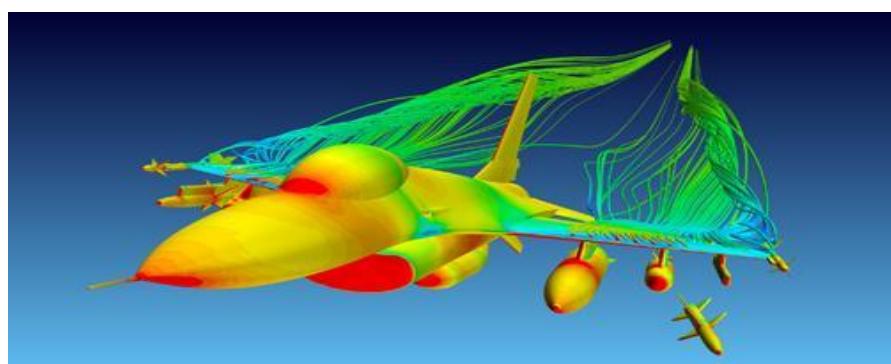
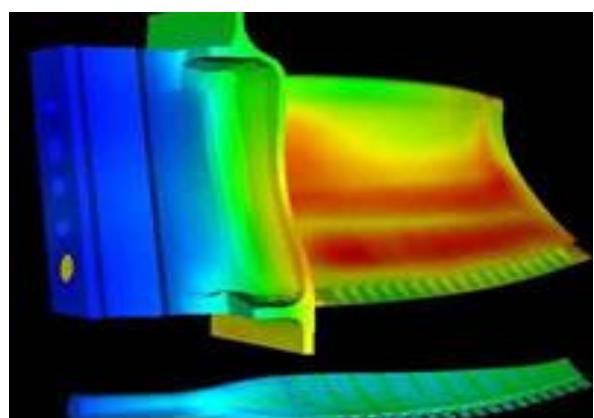
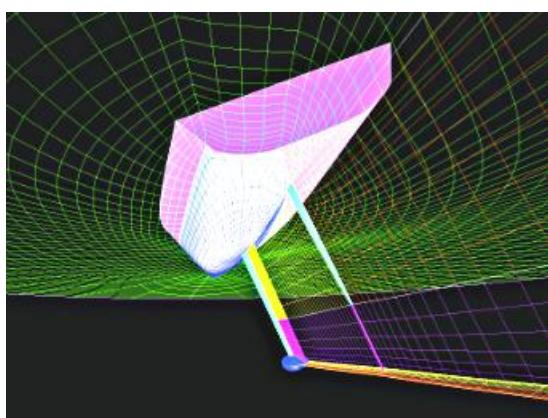


Mécanique des solides et des structures



La mécanique des solides et des structures est la partie de la mécanique qui s'intéresse au comportement des objets solides, généralement déformables, que l'on ne peut réduire en un point matériel. La problématique de base de ce domaine est de comprendre, modéliser et analyser le comportement des solides déformables et de leurs assemblages (structures) dans le but de prédire leurs limites de fonctionnement et d'optimiser leurs performances.

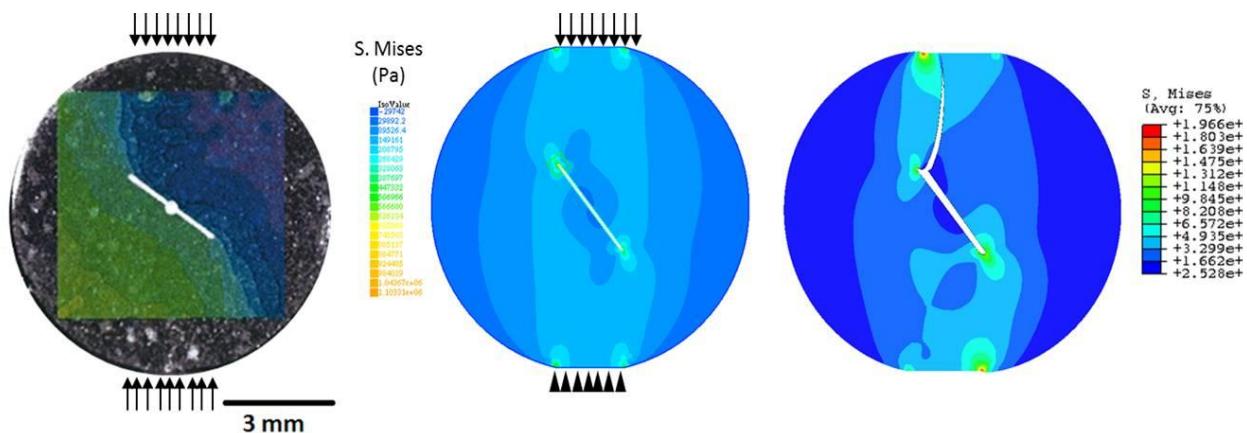
La mécanique des solides est notamment appliquée dans les domaines professionnels liés aux transports (automobile, transports publics, nautique), à l'aérospatiale (aviation, lanceurs, satellites), à la conversion d'énergie (turbines, centrales, éoliennes), aux technologies sportives, au domaine biomédical (implants, appareils), aux technologies des matériaux (matériaux composites) et aux méthodes et outils de production (machines, procédés).



Matériaux

La modélisation est abordée sous deux aspects :

- modélisation théorique du comportement mécanique
 - à partir des observations des mesures expérimentales, il est dégagé les caractéristiques principales parmi l'élasticité, la viscoélasticité, la thermo-élasticité, la plasticité, la viscoplasticité, l'écrouissage isotrope, l'écrouissage cinématique, l'écrouissage anisotrope, le comportement mécanique isotrope ou anisotrope et l'endommagement.
- modélisation numérique
 - intégration de la loi de comportement dans un code de calcul
 - vérification de la cohérence avec les expériences
 - calculs sur structures.



Finite element simulation of crack propagation in crack Brazilian test sample

Les actions mécaniques

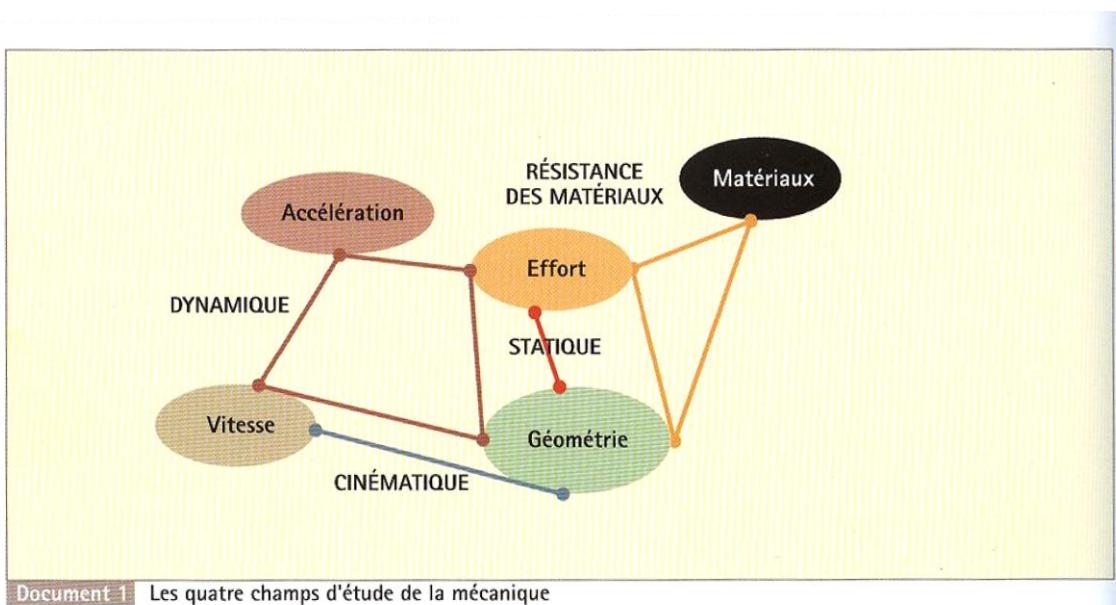
Objectif

Déterminer les efforts dans les structures et les systèmes

Le comportement d'une structure est conditionné :

- par une géométrie,
- par un ou des matériaux ,
- par des efforts appliqués et des déformations qui en découlent

Il faut maîtriser la relation entre tous ces éléments pour prédire et maîtriser le comportement mécanique d'un système.



La mécanique des solides s'intéresse à plusieurs volets du comportement des structures des systèmes : la statique, la cinématique, la dynamique et la résistance des matériaux.

1 – Notion d'action mécanique

Le concept d'action mécanique permet d'expliquer comment on arrive à :

- maintenir un corps au repos
- créer ou modifier un mouvement
- déformer un corps

Il existe 2 formes d'actions mécaniques :

- les forces (en Newton = N)
- les moments (en Newton.mètre = N.m)

Ces 2 types d'actions mécaniques peuvent être classées :

- en actions mécaniques **de contact**
- en actions mécaniques **à distance**

$\overrightarrow{F_{Ai \rightarrow j}}$ est l'action mécanique en A du solide i sur le solide j

$\overrightarrow{M_P}$ $\overrightarrow{F_{Ai \rightarrow j}}$ est le moment en P de l'action mécanique en A du solide i sur le solide j

La **résultante** est la somme des vecteurs forces appliqués à un solide

Le **moment résultant** est la somme des vecteurs moments appliqués à un solide

2 – Repère – Système et frontière d'isolement

2 – 1 Référentiel galiléen

Un référentiel galiléen est constitué :

- d'un repère d'espace (unité = longueur)
- d'un repère de temps (unité = seconde)

2 – 2 Système matériel

C'est un ensemble de solides et de fluides que l'on souhaite étudier. Un système matériel peut présenter des mobilités internes.

2 – 3 Concept d'isolement

L'étude des systèmes impose leur isolement c'est-à-dire de les séparer du reste de leur milieu environnant. (on « efface » tout ce qui entoure l'ensemble isolé)

3 – Action mécanique ou force

Le vecteur-force représente et modélise la résultante d'une action mécanique.

3 – 1 Action mécanique de contact

Une action mécanique de contact peut :

- s'appliquer sur un point unique : c'est une **charge concentrée**
- s'appliquer sur une ligne ou sur une surface : c'est une **charge répartie**

Type de description	Charges concentrées	Charges réparties	
Type de contact	Ponctuel	Linéique	Surfacique
Nature du contact	Point	Ligne droite ou courbe	Surface plane, cylindrique ou gauchée
Représentation du contact			
Représentation de la charge sur le solide isolé			
Représentation de la résultante des actions mécaniques sur le solide isolé			
Expression de la résultante	$R = A_{1/2}$	$R = q \cdot L$ (q en N/m)	$R = p \cdot S$ (p en Pa (N/m ²) ou en bar 1 bar = 10^5 Pa)
Condition de réalisation	L'étendue du contact doit être suffisamment petite	Les charges q et p sont uniformes (constantes)	

ACTIVITÉ

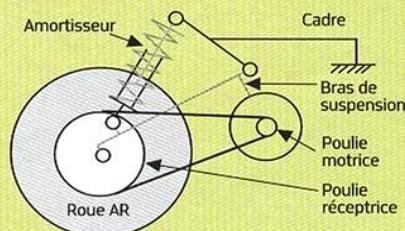
1

Le schéma ci-contre représente l'essieu moteur situé à l'arrière d'un quadricycle à moteur électrique FUN ELEC. La courroie est en élastomère. Le système est à l'arrêt.

Déterminer le type d'action mécanique s'exerçant entre la courroie et la poulie de la roue arrière, entre l'amortisseur et la cadre, ainsi qu'entre le sol et le pneu arrière.

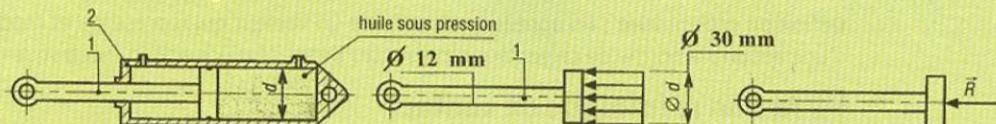
Déterminer les directions des résultantes de ces actions de contact.

Que deviennent les contacts poulie/ courroie et pneu/sol lorsque le système est en train de rouler ?



ACTIVITÉ

- 2** Contact surfacique d'un fluide sous pression (pression $p = 0,8 \text{ MPa}$) sur un piston de vérin ($1 \text{ MPa} = 106 \text{ Pa} = 1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bars}$).



La force est dirigée selon la perpendiculaire à la surface d'appui du fluide : l'axe du piston.

$$\text{Elle est d'intensité } R = p.S = \frac{\pi d^2}{4} \text{ A.N} : R = 0,8 \times \frac{\pi.(30)^2}{4} = 565,5 \text{ N.}$$

Unités légales : p en Pa, S en m^2 , $|R|$ en N.

Autres unités : p en MPa, S en mm^2 , $|R|$ en N.

Unités pratiques : p en bars, S en cm^2 , $|R|$ en daN.

Exemple

Contact surfacique entre garnitures et disque de freins d'automobile

Lorsqu'on cherche à connaître le couple de freinage d'une automobile il est nécessaire d'étudier la pression exercée par les patins de freinage 2 sur le disque de frein 1.

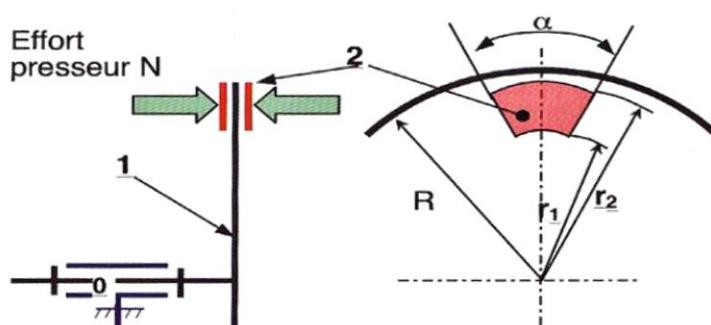
Le résultat sera, entre autres, fonction des dimensions du disque, des matériaux utilisés et de la pression exercée par le fluide.

Dans le cas d'une hypothèse d'usure constante en tout point de la plaquette de frein :

$$C_{\text{grott}} = \mu \cdot N \cdot (r_1 + r_2) \text{ avec } N = 2 \cdot P_m \cdot r_1 \cdot \alpha \cdot (r_1 + r_2).$$

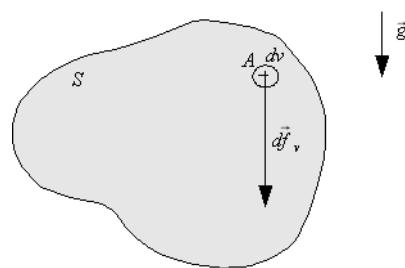
P_m pression en un point quelconque de la plaquette.

μ coefficient lié aux matériaux en contact.



3 – 2 Action mécanique à distance

Ce sont essentiellement les actions magnétiques et l'action de la pesanteur. On parle alors d'actions volumiques car sur chaque particule élémentaire du solide, s'exerce une force volumique élémentaire $d\vec{f}_v$



La Terre exerce à distance sur chaque particule d'un système S une action mécanique v dirigée vers le centre de la Terre.

Cette action mécanique :

- est proportionnelle à la masse (en kg) du système étudié
- est appliquée au centre de gravité G du système étudié
- a pour norme $P = m \cdot g$, avec g = accélération de la pesanteur exprimée en m/s^2

3 – 3 Action concentrée ou répartie

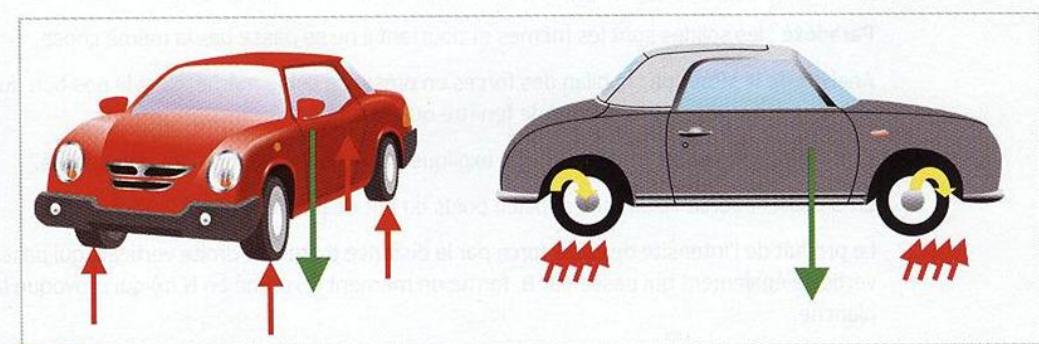


Fig. 9 Actions sur les suspensions d'une voiture

Pour étudier l'équilibre de la voiture et déterminer les actions s'exerçant sur chacune des suspensions à l'arrêt, on isole le véhicule en considérant :

- que le véhicule est un ensemble de solides indéformables
- que chaque action du sol sur le pneu s'applique sur une surface suffisamment peu étendue pour être considérée comme une action ponctuelle

La charge répartie peut alors être remplacée par une action mécanique équivalente :

- la résultante de cette action R (en N) est la somme des forces élémentaires appliquées sur les éléments
- le moment de cette action est la somme des moments de ces mêmes forces élémentaires

EXEMPLE

Pourquoi un sous-marin à coque métallique ne coule-t-il pas ?

On comprend qu'un bateau en bois dont la densité est inférieure à 1 puisse flotter, mais comment un navire en métal (dont la densité est de 7,8) fait-il pour ne pas couler à pic.

Le sous-marin s'enfonce, sous l'action de son poids. Sous l'eau il subit la pression de l'eau qui est fonction de la profondeur.

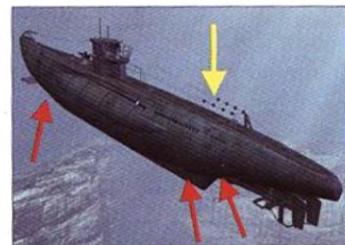
Plus il est en profondeur plus la pression est grande, c'est la loi de l'hydrostatique :

$$p = p_{\text{atm}} + \rho g h$$
 (h étant l'altitude ou la profondeur).

Comme l'illustre la figure ci contre, le dessus du navire subit donc une pression plus faible que le dessous.

La résultante des actions de pression du dessous est égale à la résultante de celle du dessus augmentée du poids du navire.

En faisant la somme de toutes les forces surfaciques agissant sur la coque, on trouve une force volumique F appelée poussée d'Archimède (savant grec du IIIe siècle avant J.-C.). Le principe d'Archimède s'énonce ainsi : « tout corps plongé dans un fluide subit une poussée verticale, dirigée de bas en haut, égale au poids du volume de fluide qu'il déplace ».



4 – Moment d'une force et couple

Une planche est déposée sur le rebord d'une table. On pose un objet sur cette planche.

Si on place le centre de gravité de l'objet à l'aplomb du rebord, rien ne se passe. (fig 10a)

Si on déplace l'objet pour le mettre au bord de la planche, celle-ci bascule (fig 10b)

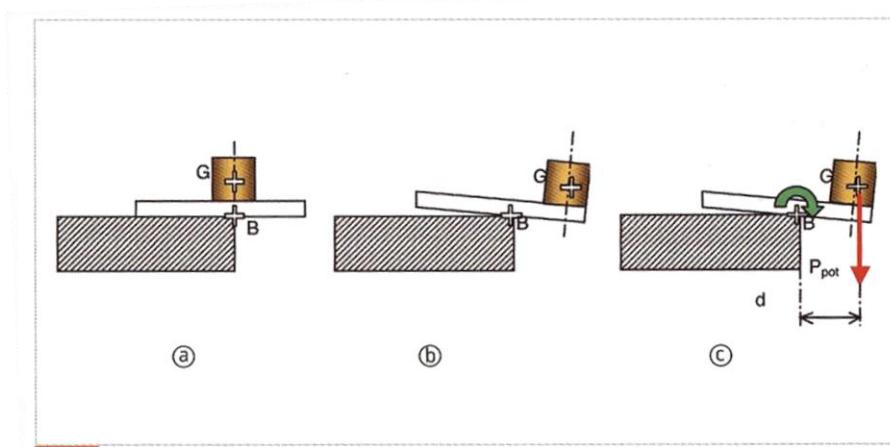


Fig. 10 Influence du moment sur l'équilibre d'un solide

Analyse de la situation : le bilan des forces en présence est le même, c'est la position du centre de gravité de l'objet par rapport au rebord de la table qui a changé.

Explication : l'effet constaté peut être expliqué par la notion de moment d'une force.

Le produit de la norme de la force par la distance d est appelé moment (exprimé en N.m) et provoque la rotation de la planche.

Définition :

On appelle moment d'une force en un point A le produit de la norme d'un vecteur force $\overrightarrow{F_{Bi \rightarrow j}}$ (en Newton) appliquée en B, par la distance (en mètre) qui sépare le point A de la droite Δ , support du vecteur passant par B :

$$M_A(\overrightarrow{F_{Bi \rightarrow j}}) = \|\overrightarrow{F_{Bi \rightarrow j}}\| \cdot d$$

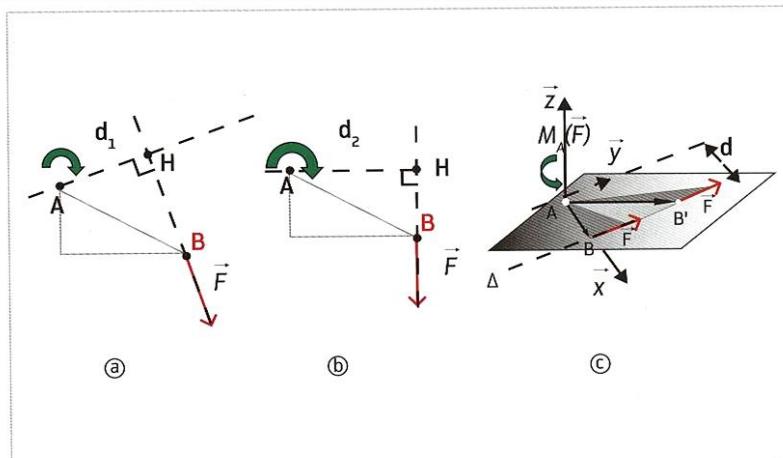


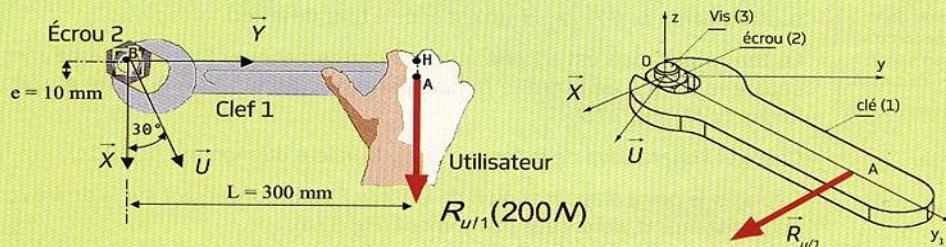
Fig. 11 Moment d'une force par rapport à un point

Le moment appliqué au point de contact (A), est porté par l'axe de rotation du solide. Il peut être représenté par

un vecteur (ici $\overrightarrow{m_A(F_B)}$) porté par l'axe de rotation du solide

ACTIVITÉ

3 Un bricoleur cherche à desserrer un écrou en tirant sur une clé selon la direction.



1. Calculer le moment exercé par l'utilisateur sur l'écrou 2.
2. Que devient ce moment si l'utilisateur tire avec la même force sur la clé selon une direction U.

Signe du moment

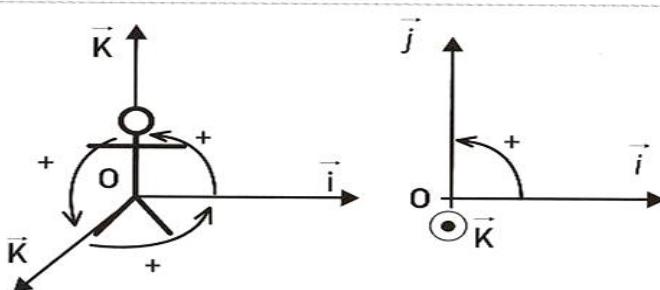
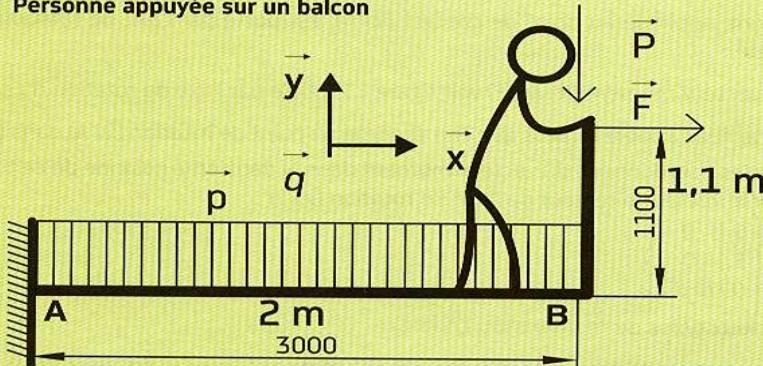


Fig. 14 Base directe

ACTIVITÉ

4 Personne appuyée sur un balcon



Hypothèses :
 $p = 8,5 \text{ kN/m}$
 $F = 1 \text{ kN}$
 $P = 4,5 \text{ kN}$

1. Déterminer la position du centre de poussée C.
2. Déterminer la norme de la force équivalente Q à la charge linéaire q , au moment en A.
3. Déterminer le moment en A des actions exercées par l'utilisateur F et P (les valeurs de ces actions ont été majorées par un coefficient de sécurité).
4. En déduire le moment total au droit de l'encastrement au point A.

5 – Cas des problèmes plans

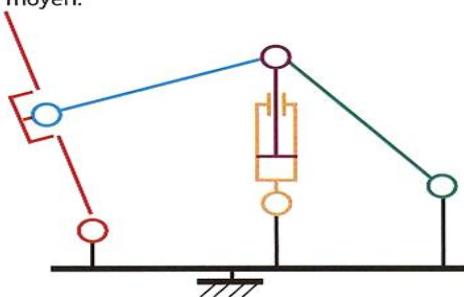
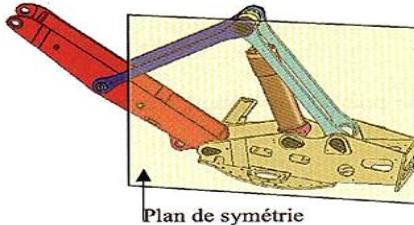
Dans de nombreux cas, en statique, on peut modéliser le système comme un système plan à condition :

- que le système mécanique admette un plan de symétrie dans la géométrie du système
- que les actions mécaniques de type glisseur soient comprises dans ce plan de symétrie
- que les actions mécaniques de type moments (couples) soient perpendiculaires à ce plan de symétrie

EXEMPLE

La pelleteuse 12MXT de la société MECALAC peut être utilisée pour creuser des fossés ou effectuer le chargement ou le déchargement de palettes dans des camions.

Le bras est actionné par un vérin situé dans le plan moyen.

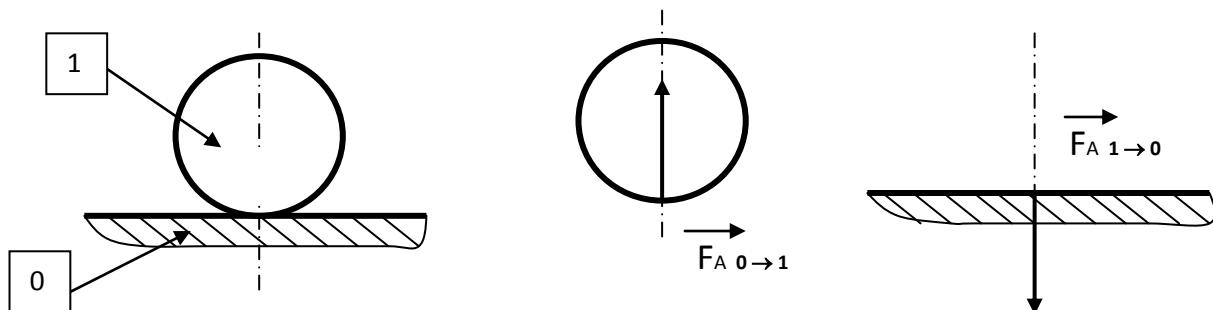


Tous les torseurs sont alors simplifiés de la façon suivante :

Si le plan de symétrie est	La normale est	Composantes non étudiées	Torseur plan
(O, \vec{x}, \vec{y})	\vec{z}	Effort sur \vec{z} Moment autour de \vec{x} Moment autour de \vec{y}	$\begin{Bmatrix} X & O \\ Y & O \\ O & N \end{Bmatrix}$
(O, \vec{x}, \vec{y})	\vec{y}	Effort sur \vec{y} Moment autour de \vec{x} Moment autour de \vec{z}	$\begin{Bmatrix} X & O \\ O & M \\ Z & O \end{Bmatrix}$
(O, \vec{x}, \vec{y})	\vec{x}	Effort sur \vec{x} Moment autour de \vec{y} Moment autour de \vec{z}	$\begin{Bmatrix} O & L \\ Y & O \\ Z & O \end{Bmatrix}$

6 – Principe des actions mutuelles

Exemple : Bille posée sur un plan



Pour 2 solides 0 et 1 en contact , l'action exercée par le solide 0 sur le solide 1 est égale et directement opposée à l'action exercée par le solide 1 sur le solide 0.

$$\overrightarrow{F_A 0 \rightarrow 1} = - \overrightarrow{F_A 1 \rightarrow 0}$$

7 – Isolement des solides et bilan des actions mécaniques

7 – 1 Isolement des solides

Isoler un solide, c'est :

- « effacer » mentalement tout ce qu'il y a autour de ce solide,
- Représenter des actions mécaniques aux points de contact avec les autres solides

Exemple :

Grue roulante

Elle est utilisée dans les ateliers de réparation automobile pour la dépose ou la repose de charges lourdes (moteurs).

Nous avons une charge de 500 kg à installer au bout du crochet 6.

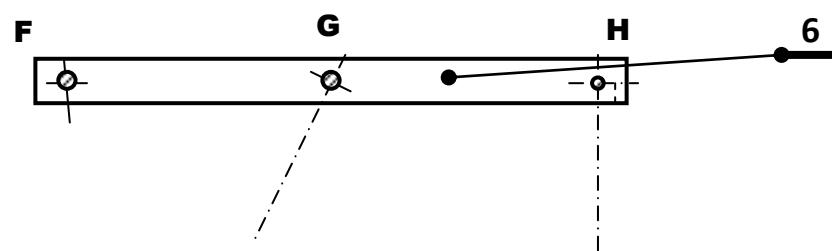
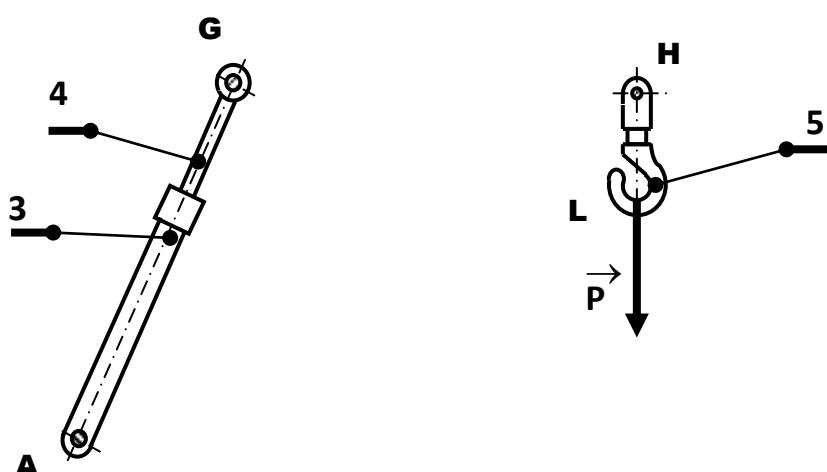
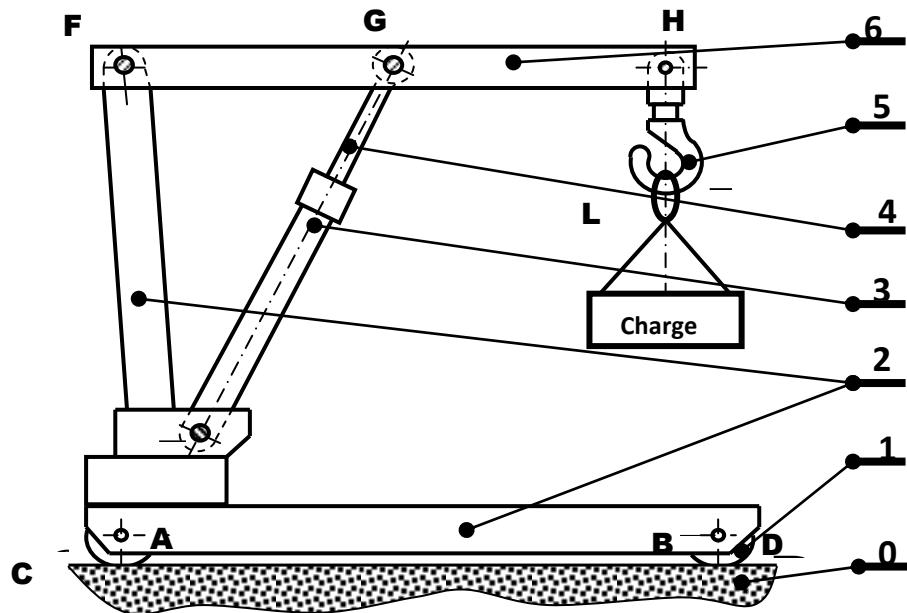
Or, nous n'avons aucune indication concernant la charge maximum qu'il est possible de déplacer à l'aide de cette grue roulante.(pas de plaque indicatrice)

Il faut donc faire une étude statique pour connaître la charge maximum applicable au bout du crochet 6.

Sachant que le vérin 4 peut développer un **effort de 1500 daN**, nous allons isoler les différents éléments de la grue pour **déterminer la charge P maximum**.

Ordre d'isolation des solides

On isolera d'abord les solides soumis à 2 forces car leur équilibre statique impose que les 2 forces soient égales et directement opposées. Ces 2 actions ont donc même direction : la droite joignant les points d'application des 2 forces considérées

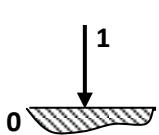
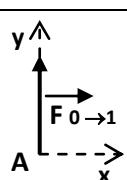
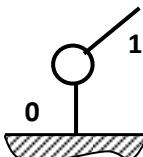
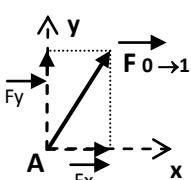
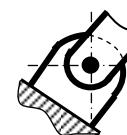
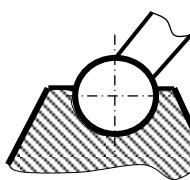
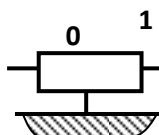
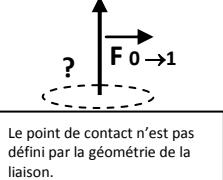
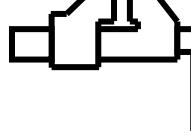
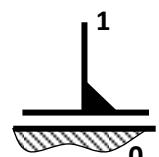
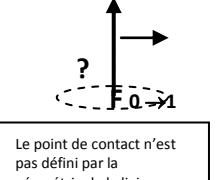
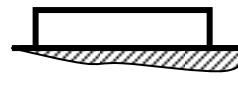
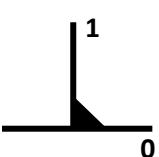
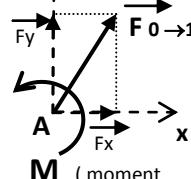


7 – 2 Bilan des actions mécaniques

L'objet du bilan des actions mécaniques est de faire **l'inventaire des caractéristiques** connues et inconnues des forces appliquées au solide.

Ce bilan se formalise par la **réalisation d'un tableau** qui reprend toutes les caractéristiques de chacune des forces appliquées.

Avant de faire le **bilan** des actions appliquées aux solides, il est important de rappeler les **caractéristiques des actions mécaniques transmises par les liaisons usuelles** dans le plan.

Type de la liaison	Schématisation usuelle (dans le plan)	Action de contact entre les solides 0 et 1	Nombre d'inconnues	Exemples de solutions constructives assimilables à ce type de liaison
Appui simple			1 inconnue : - la norme Sont connus : - point d'application ; - direction ; - sens.	 Contact nonuel  Galet  Patin
Articulation ou pivot			2 inconnues : - la norme ; - direction . Sont connus : - un point de la direction : le centre de l'articulation ; - sens.	 Pivot  Sphérique
Glissière			2 inconnues : - la norme ; - le point d'application . Sont connus : - direction; - sens.	 Liaison glissière  Pivot glissant
Appui plan			2 inconnues : - la norme ; - le point d'application . Sont connus : - direction; - sens.	 Pièce prismatique en contact sur une surface plane
Encastrement			3 inconnues : - la norme ; - la direction ; - le sens. Sont connus : - point d'application (éventuellement) ;	 Soudure  Rivet

Corps du vérin 3 + tige 4

Point d'application	Nom de la liaison	Force	Direction	Sens	Norme
E		\rightarrow F_E 2 → 3			
G		\rightarrow F_G 6 → 4			1500 daN

Crochet 5

Point d'application	Nom de la liaison	Force	Direction	Sens	Norme
H		\rightarrow F_H 6 → 5			
L		\rightarrow F_L charge → 5			

Flèche 6

Point d'application	Nom de la liaison	Force	Direction	Sens	Norme
F		\rightarrow F_F 2 → 6			
G		\rightarrow F_G 4 → 6			
H		\rightarrow F_H 5 → 6			

8 – Principe fondamental de la statique

8 – 1 Enoncé du principe fondamental de la statique

Notion d'ensemble matériel en équilibre :

Un ensemble matériel est en équilibre lorsque chaque point de cet ensemble conserve une position fixe par rapport au repère de référence R.

Enoncé du principe fondamental :

Un ensemble matériel est en équilibre si et seulement si le torseur des actions mécaniques appliquées à cet ensemble est nul.

Cela signifie que :

- La résultante \vec{R} est nulle c'est à dire la somme vectorielle des forces est nulle ;
 - Le moment résultant \vec{M} est nul en n'importe quel point c'est à dire la somme des moments des forces est nulle en n'importe quel point.

8 – 2 Cas d'un solide soumis à 2 forces

Un solide soumis à 2 forces est en équilibre si et seulement si ces 2 forces sont égales et directement opposées , c'est à dire que les vecteurs qui les représentent ont le même support, la même norme et sont de sens opposé.

8 – 3 Cas d'un solide soumis à 3 forces

Le principe fondamental de la statique (PFS) appliqué à un solide soumis à 3 forces non parallèles impose que :

- **Les 3 forces sont concourantes (car le moment résultant est nul)**
- **La somme vectorielle des 3 forces est nulle (car la résultante est nulle)**

Suspension arrière de VTT par « ressort pneumatique »

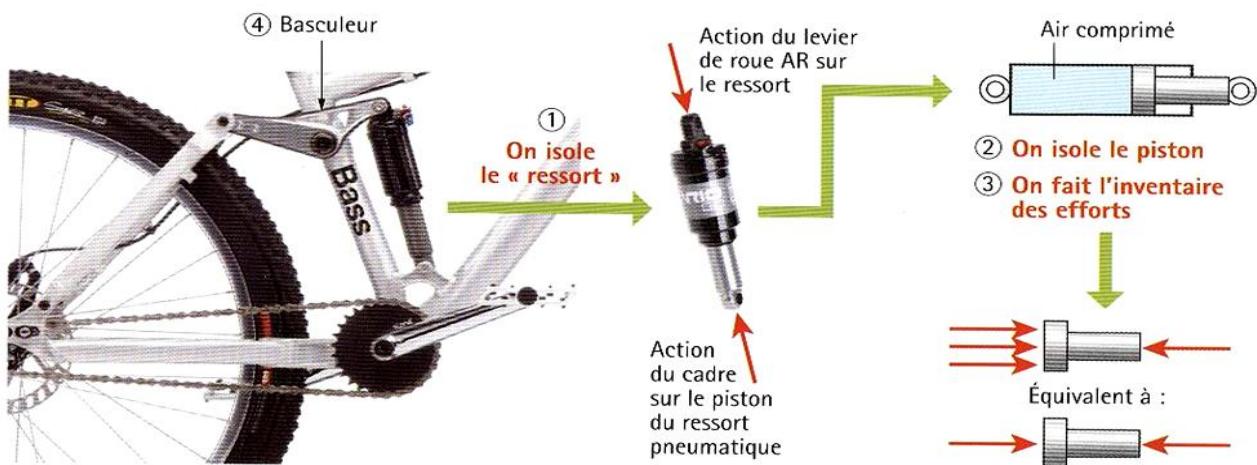
- Problème technique posé : déterminer la condition d'équilibre du ressort pneumatique afin de calculer ultérieurement la pression nécessaire de l'air comprimé dans le cylindre.

• Hypothèses :

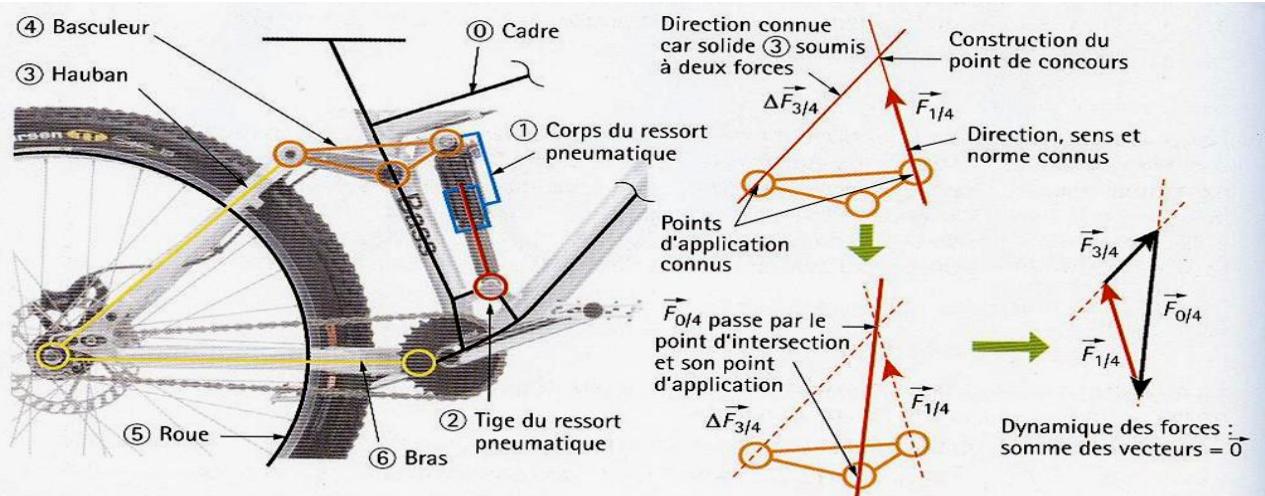
- l'action de l'air sur le piston est uniformément répartie et peut être représentée par une force (résultante des forces élémentaires agissant par unité de surface) ;
- les frottements sont négligés devant les autres efforts ;
- l'effet de la pesanteur est négligé devant les autres efforts.



En suivant la démarche du document 2, on conclut que le piston est soumis à deux forces.



Document 2 Détermination des conditions d'équilibre du piston de ressort pneumatique

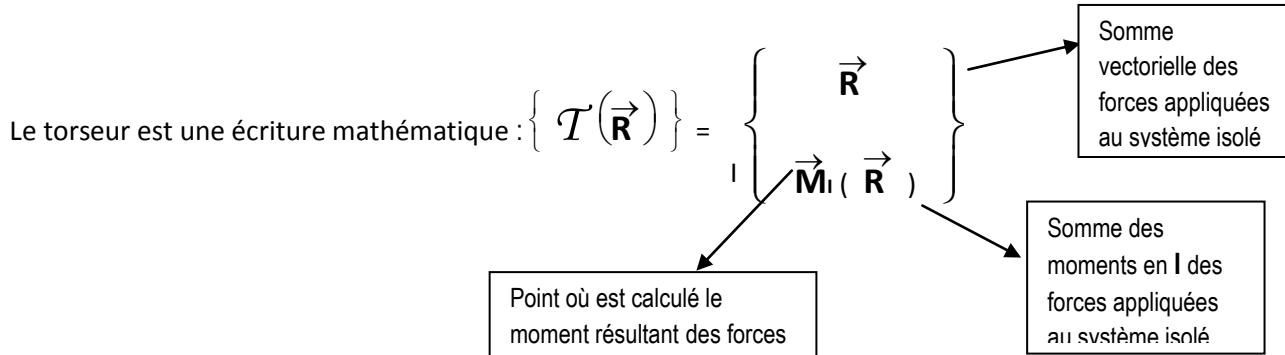


Document 3 Conditions d'équilibre d'un solide soumis à trois forces

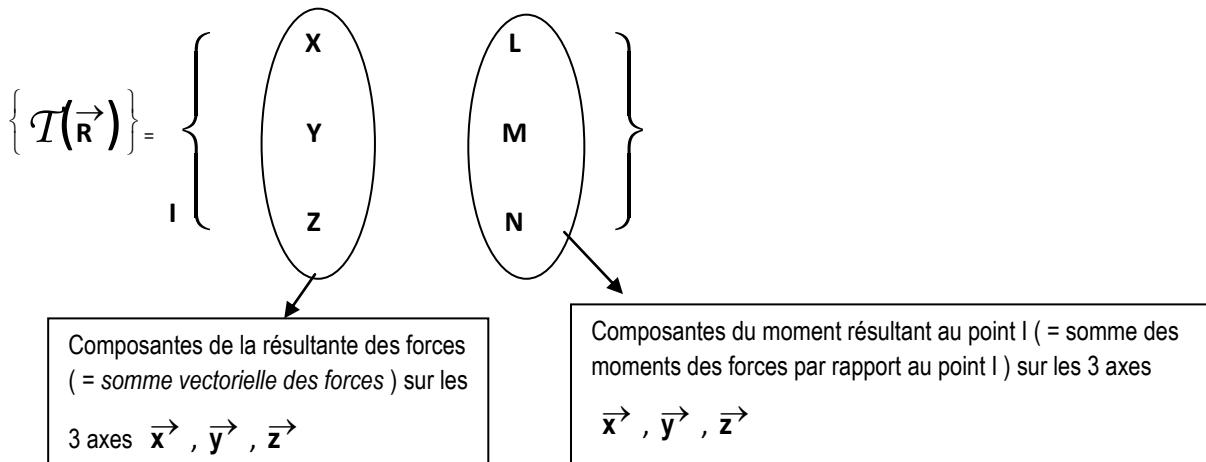
8 – 4 Traduction analytique du principe fondamental de la statique

Si on considère un système soumis à plusieurs forces en équilibre.

Pour appliquer le principe fondamental de la statique (PFS) on présente le calcul de la **résultante des forces** appliquées et le calcul du **moment résultant des forces** appliquées sous la forme :



Le torseur s'écrit aussi sous la forme (avec ses coordonnées sur les 3 axes) :



Le principe fondamental impose pour un ensemble en équilibre que le torseur des actions appliquées à cet ensemble soit nul (en n'importe quel point)

$$\sum \left\{ \mathcal{T}(F_{ext \rightarrow s}) \right\} = \{0\}$$

Exemple : Sécateur électrique

Le système étudié est un sécateur électrique. Un moteur électrique, par l'intermédiaire d'un réducteur (non représenté) exerce un couple sur la vis.

On s'intéresse plus particulièrement au mécanisme qui permet d'actionner la lame du sécateur à partir du couple sur la vis.

Nous voulons savoir si l'effort développé par la biellette 3 est suffisant pour découper une branche de diamètre 20 mm.

Le but de l'étude est donc de **DETERMINER** :

- l'ensemble des efforts qui s'exercent sur les différentes pièces pour les dimensionner ultérieurement,
- **l'effort de coupe** exercé par la lame sur la branche pour couper une branche de diamètre 20 mm, connaissant l'effort exercé par l'écrou 4 sur les biellettes 3 et 3'.

Pour cela on suppose le système en équilibre (pas de mouvements).

Hypothèses :

1. Le poids des pièces sera négligé
2. Les liaisons seront supposées parfaites
3. Le problème est supposé plan
4. Les biellettes 3 et 3' seront assimilées à une seule biellette 3 dans le plan. L'effort de l'écrou sur cette biellette 3 a pour module $\|\vec{B}_{4 \rightarrow 3}\| = 500 \text{ N}$ et est dirigé de C vers B.
5. L'effort de coupe minimal pour une branche de diamètre 20 mm a pour module

$$\|\vec{E}_{1 \rightarrow 2}\| = 300 \text{ N}$$

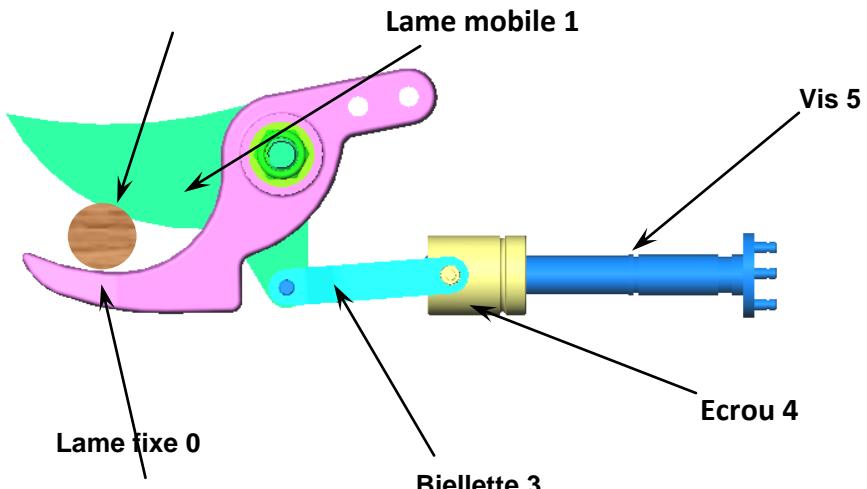
Branche à couper 2

Détail du fonctionnement :

Un moteur électrique entraîne la vis (5) en rotation. Le couple sur la vis génère un effort sur l'écrou (4)

(système vis-écrou)

L'écrou entraîne (par l'intermédiaire de la biellette) la lame mobile (1) en rotation



Mise en place du modèle d'étude :

Action de l'écrou 4 sur la biellette 3 en B modélisée par le torseur : (valeurs en N)

$$\left\{ T(3 \rightarrow 4) \right\}_B = \begin{Bmatrix} -292 & 0 \\ -67 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

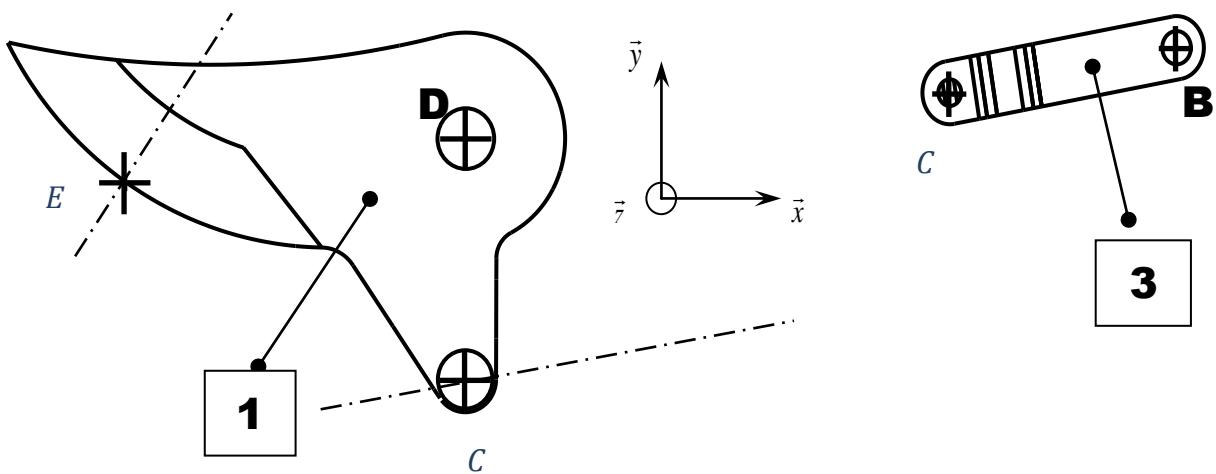
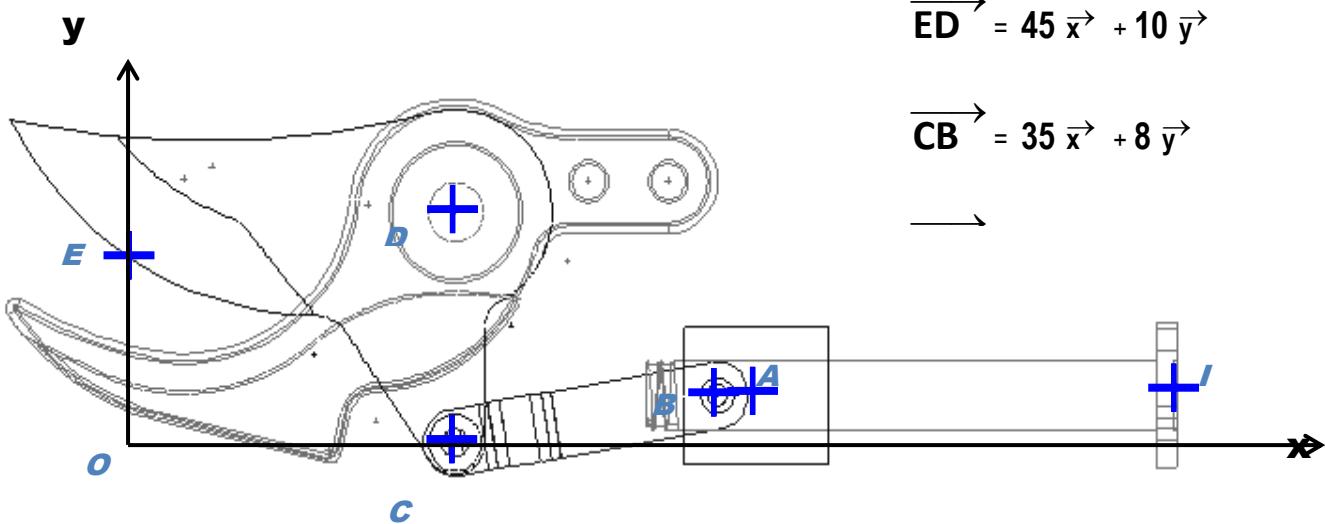
Positions des différents points (valeurs en mm)

$$\overrightarrow{OE} = 25 \vec{y}$$

$$\overrightarrow{OC} = 45 \vec{x}$$

$$\overrightarrow{ED} = 45 \vec{x} + 10 \vec{y}$$

$$\overrightarrow{CB} = 35 \vec{x} + 8 \vec{y}$$

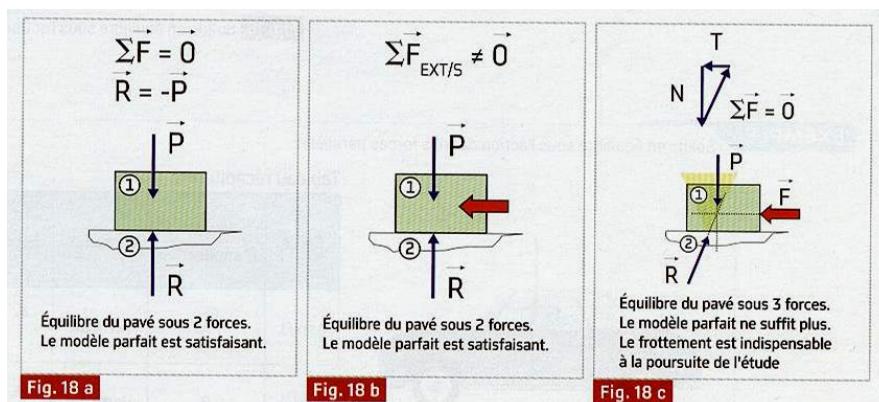


9 – Cas des problèmes considérant le frottement

Au repos, le solide est en équilibre sous l'action de 2 forces (fig 18a)

Si on cherche à déplacer un solide selon une direction parallèle au plan de contact, (fig18b) on constate qu'il y a une résistance au déplacement relatif des 2 solides (fig18c)

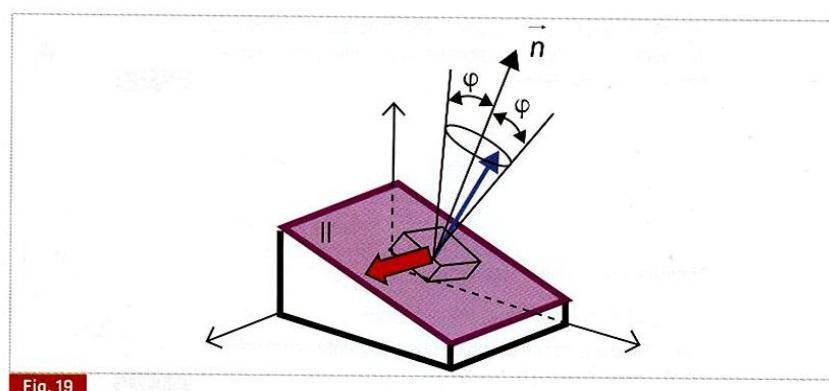
Dans ce cas le solide est soumis à 3 forces et pour qu'il y ait équilibre, il faut que l'action du sol sur le solide 2 soit inclinée.



Propriétés de la force de frottement statique :

- La force se situe dans le plan tangent et s'oppose au déplacement relatif des 2 solides
- La force est indépendante de la taille et de la forme de la surface de contact
- La force est proportionnelle à la charge qui est une force perpendiculaire au plan de contact
- Coefficient d'adhérence : $\mu_0 = T / N = \text{Effort tangentiel} / \text{Effort normal}$

Le support de l'action s'incline de manière à s'opposer au déplacement. L'action de contact va donc évoluer dans un « cône » appelé « cône d'adhérence »



2 possibilités se présentent alors :

- Les corps sont immobiles, l'action de contact s'incline au maximum de la valeur de l'angle d'adhérence φ_0
- Les corps se déplacent, l'action de contact s'incline au maximum de l'angle de φ

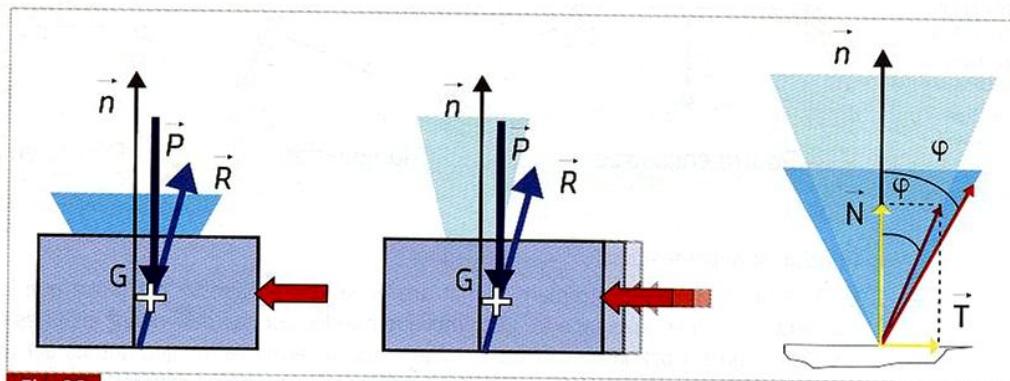


Fig. 20 Solide en contact plan avec frottement

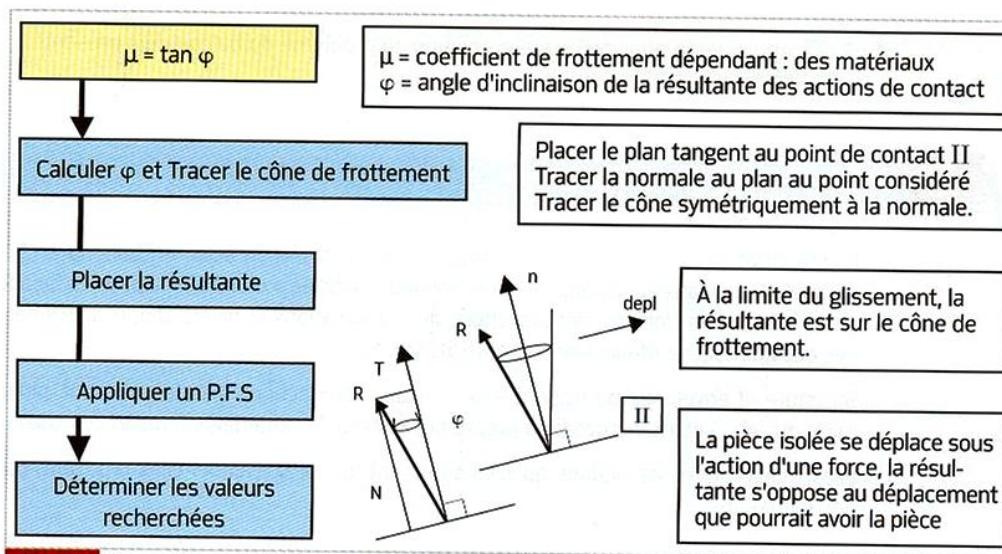
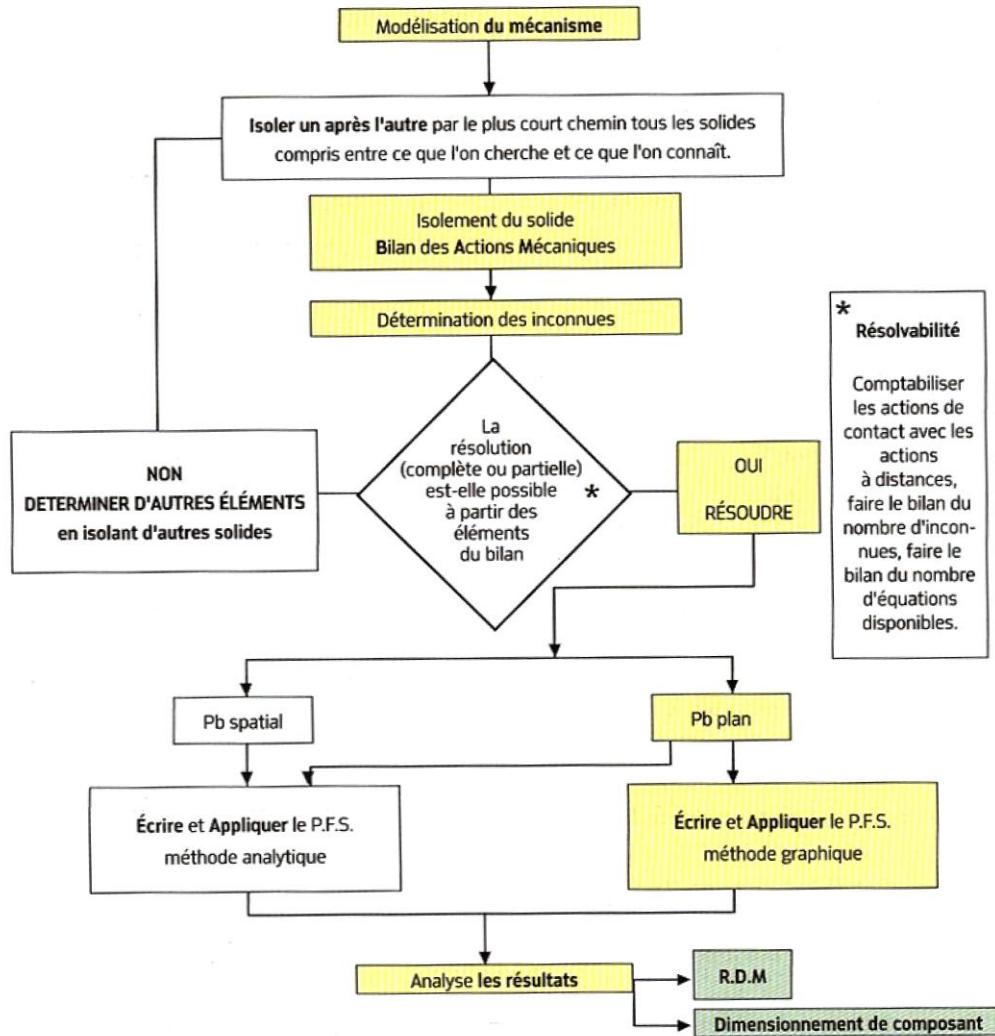


Fig. 21 Démarche pour étudier l'équilibre statique d'un solide en liaison réelle

SYNTÈSE

Démarche de résolution d'un problème de statique

Remarque : lorsqu'un système comporte beaucoup de pièces à isoler, il est conseillé de commencer par isoler les solides soumis à 2 forces.



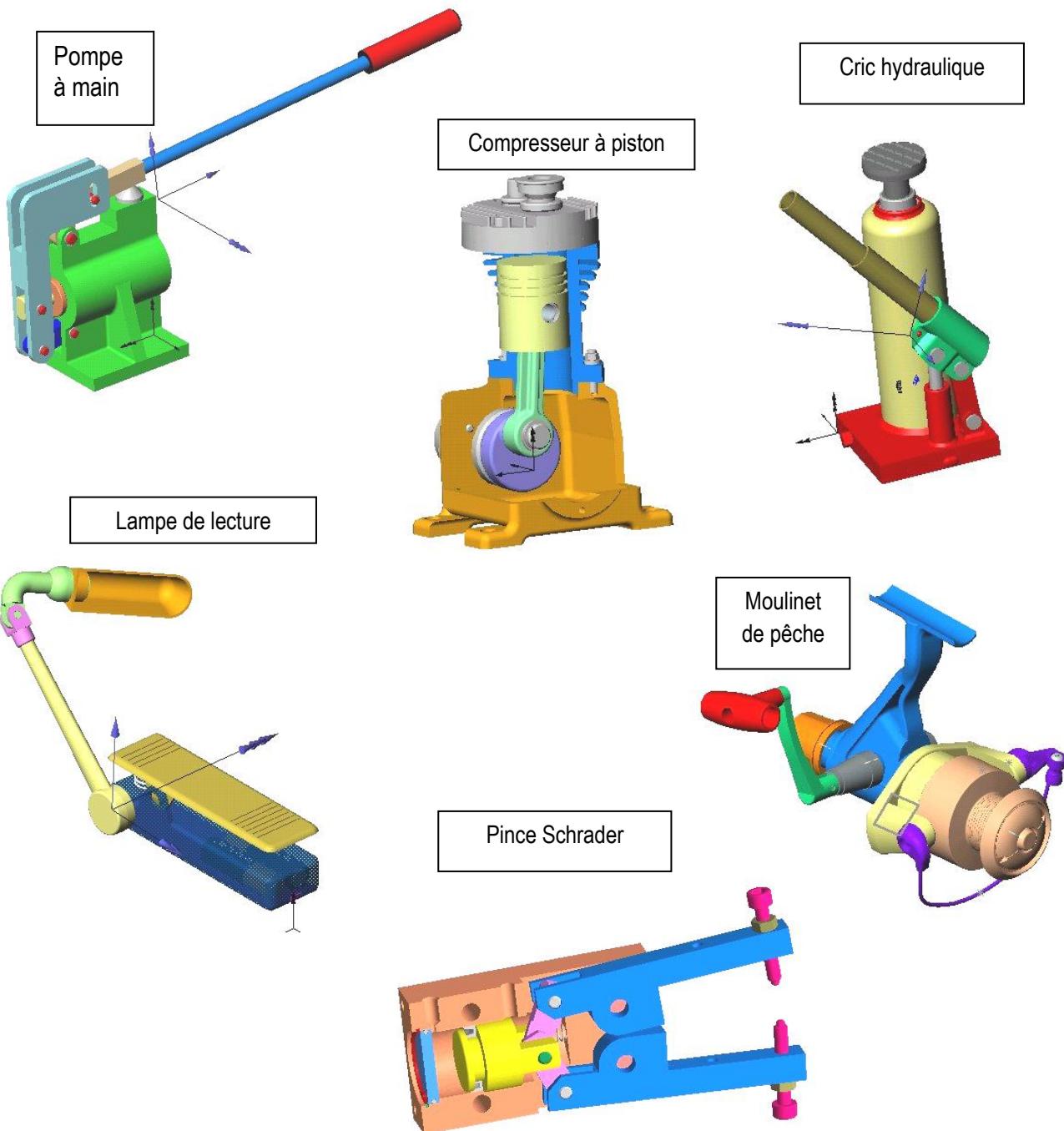
Les liaisons et les mouvements

La schématisation est avec le dessin industriel un des principaux outils de la communication technique. La schématisation est un langage symbolique utilisant une codification normalisée.

1- Introduction

Un mécanisme est un ensemble organisé de pièces dans le but d'engendrer un effet souhaité. La modélisation cinématique a pour objectif la modélisation de cette organisation. Elle demande alors la définition des [pièces](#) et celle des [liaisons mécaniques](#) qui les arrangeent.

Exemples de mécanismes



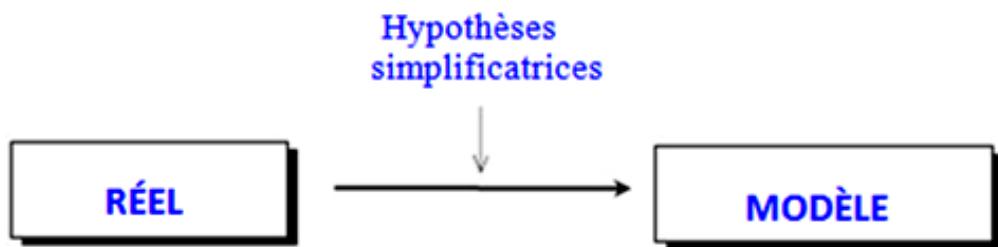
Pourquoi modéliser ?

Pour trouver une réponse à une question technologique (valider un critère du CdCF, dimensionner une pièce,...), la complexité du réel nous contraint à effectuer des hypothèses simplificatrices. La modélisation permet, par des approximations plus ou moins grandes (les hypothèses), de faire entrer le réel dans le domaine de validité d'une théorie de calcul. (par exemple : la mécanique du solide indéformable : statique, cinématique, dynamique, RDM) Le langage graphique que nous utiliserons, pour donner une représentation graphique du modèle, est constitué de symboles normalisés par l'AFNOR

Un schéma obéit dès lors aux impératifs suivants :

- il doit être construit à l'aide de symboles normalisés
- il doit permettre de résoudre un problème technique (de fait un même système technique pourra avoir plusieurs modèles en fonction du problème à résoudre).

Le schéma est la traduction graphique du modèle : Il contient les hypothèses simplificatrices



2- Hypothèses

Surfaces géométriquement parfaites, positionnement géométriquement parfait des surfaces

Contact sans jeu, sans adhérence.

Liaisons considérées permanentes.

Mécanisme dans une configuration de fonctionnement et non en butée.

Les solides étudiés sont considérés comme parfait. Il s'agit d'un modèle théorique souvent utilisé

- *La masse d'un solide parfait reste constante.*
- *Sa forme ne varie pas quelles que soient les sollicitations qu'on lui impose (indéformable).*
- *La distance entre deux points quelconques est invariante au cours du temps (rigide).*
- *Un solide parfait est supposé isotrope, même caractéristiques mécaniques dans toutes les directions.*

3 - Notion de liaison entre les pièces d'un mécanisme :

- S'il n'y a pas de mouvement entre les pièces, c'est une liaison encastrement : ces pièces forment un solide.

- S'il y a mouvement entre deux solides dans l'espace, il peut se décomposer en 6 mouvements élémentaires au maximum dans un repère donné :

- 3 rotations autour des axes X, Y et Z (notées Rx, Ry, Rz),
- 3 translations le long des axes X, Y et Z (notées Tx, Ty, Tz).

Quand deux pièces sont en contact l'une avec l'autre, elles sont liées entre elles, on dit qu'elles sont en liaison l'une avec l'autre.

On identifie ensuite les liaisons entre les différents solides :

- Si l'il n'y a entre 2 groupes qu'un mouvement de translation l'un par rapport à l'autre.
- Si l'il n'y a entre 2 groupes qu'un mouvement de rotation : les deux groupes sont dit en liaison pivot l'un par rapport à l'autre.

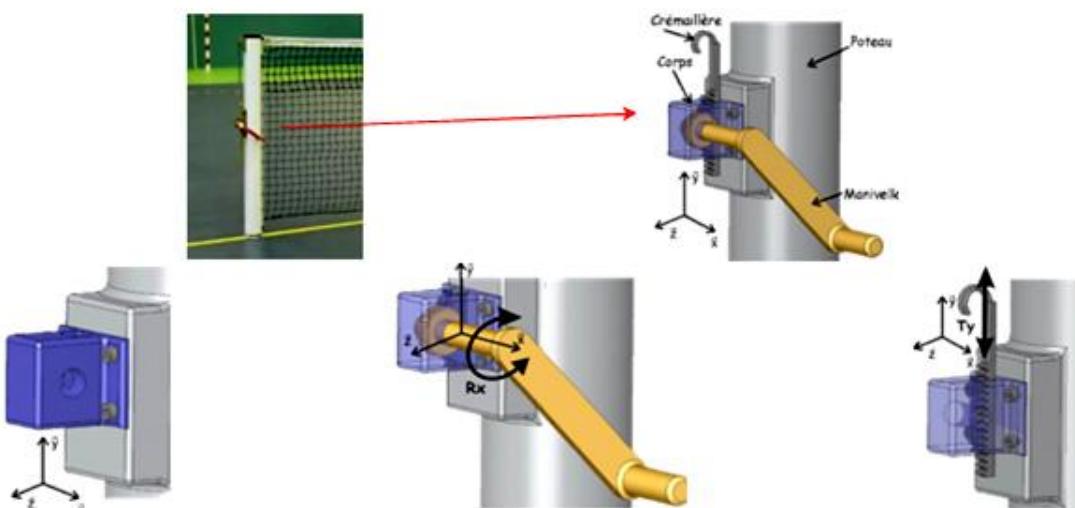
Dans un mécanisme, il peut y avoir une transformation de mouvement entre l'entrée et la sortie :

Il y aura transformation de mouvement si :

- Je donne un mouvement de rotation et je récupère un mouvement de translation (tendeur de filet de tennis),
- Je donne un mouvement de translation et je récupère un mouvement de rotation (moteur à explosion)

Dans le cas contraire, il n'y aura pas de transformation de mouvement.

Exemple : tendeur de filet de tennis.



Il n'y a pas de mouvement entre le corps et le poteau.
Ces pièces forment un solide.
Elles sont en liaison encastrement

La manivelle a un mouvement de rotation par rapport au corps.
La manivelle et le corps sont en liaison pivot d'axe x

La crémaillère a un mouvement de translation par rapport au corps. La crémaillère et le corps sont en liaison glissière d'axe y.

En entrée je donne un mouvement de rotation, en sortie, je récupère une translation : Il y a eu transformation du mouvement

4 - Schéma cinématique :

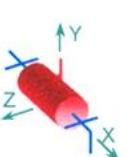
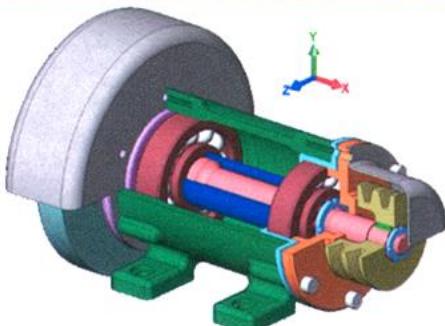
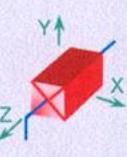
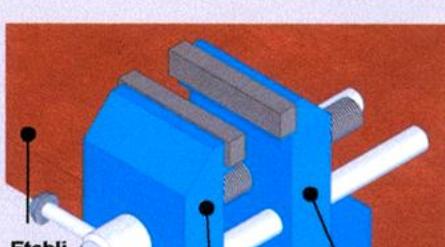
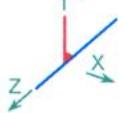
La construction ou l'analyse des mécanismes nécessitent l'utilisation d'une représentation graphique appelée schéma cinématique et constituée de symboles normalisés.

Le schéma cinématique est une représentation graphique constituée par l'assemblage des symboles des liaisons. Il montre les possibilités de mouvements relatifs entre des solides cinématiquement liés (liaison encastrement).

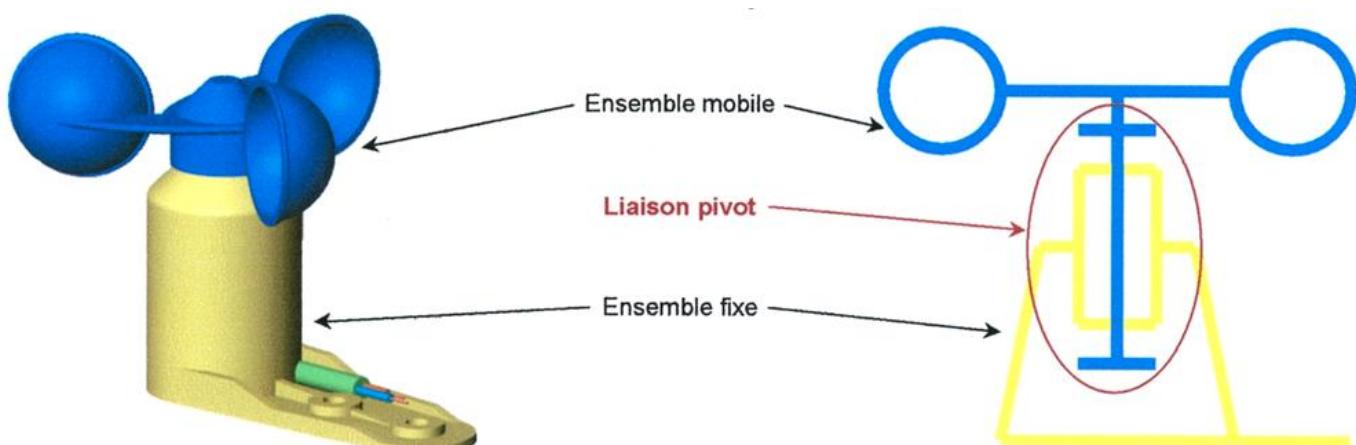
Liaisons : ensemble des surfaces de contact qui suppriment des degrés de liberté et imposent des mobilités entre deux solides.

Degré de liberté : on appelle degré de liberté d'un solide par rapport à un autre solide, la translation suivant un axe ou la rotation autour d'un axe. Il existe 6 degrés de liberté dans l'espace par rapport à un repère de référence (3 translations et 3 rotations).

Les liaisons essentielles : pivot, glissière, encastrement

Liaisons	Symboles plans	Symboles spatiaux	Degrés de liberté	Exemples
Pivot (d'axe X, entre l'ensemble axe + meule et le bâti)	 		$TX = 0$ $RX = 1$ $TY = 0$ $RY = 0$ $TZ = 0$ $RZ = 0$	
Glissière (d'axe Z, entre le mors fixe et le mors mobile)	 		$TX = 0$ $RX = 0$ $TY = 0$ $RY = 0$ $TZ = 1$ $RZ = 0$	
Encastrement (entre l'établi et le mors fixe)	 		$TX = 0$ $RX = 0$ $TY = 0$ $RY = 0$ $TZ = 0$ $RZ = 0$	

4 – Exemple : anémomètre du store « Somfy »



5 - Les liaisons normalisées

Désignation	Mouvements relatifs	Symbole	
		Représentation plane	Représentation en perspective
Liaison encastrement ou liaison fixe	0 degré de liberté		
	0 rotation 0 translation		
Liaison pivot	1 degré de liberté		
	1 rotation 0 translation		
Liaison glissière	1 degré de liberté		
	0 rotation 1 translation		
Liaison hélicoïdale	1 degré de liberté		
	1 rotation et 1 translation conjuguées		
Liaison pivot-glissant	2 degrés de liberté		
	1 rotation 1 translation		
Liaison sphérique à doigts	2 degrés de liberté		
	2 rotations 0 translation		
Liaison rotule ou liaison sphérique	3 degrés de liberté		
	3 rotations 0 translation		
Liaison appui-plan	3 degrés de liberté		
	1 rotation 2 translations		
Liaison sphère-cylindre ou linéaire annulaire	4 degrés de liberté		
	3 rotations 1 translation		
Liaison linéaire rectiligne	4 degrés de liberté		
	2 rotations 2 translations		
Liaison sphère-plan ou liaison ponctuelle*	5 degrés de liberté		
	3 rotations 2 translations		

6- Graphe des liaisons

Construction du graphe des liaisons.

La première étape est une lecture attentive de tous les documents. Certaines informations, en particulier celles contenues dans la nomenclature, seront une aide précieuse à la construction du graphe des liaisons. Ces informations sont appelées « déclencheurs »

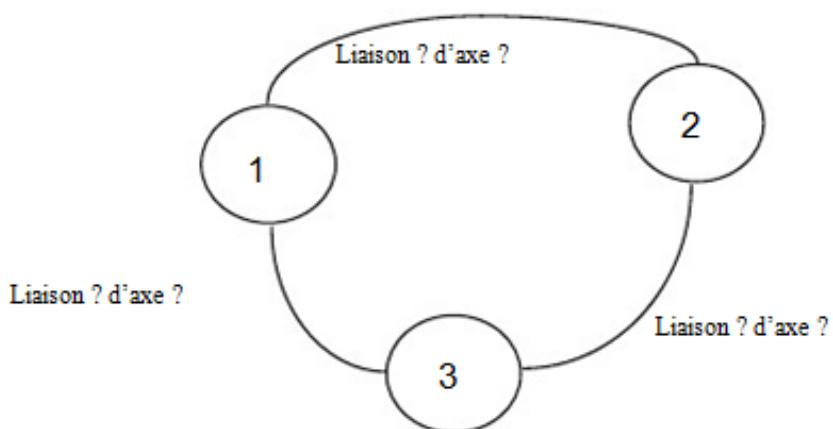
Dans un second temps, sans se préoccuper de la structure interne du mécanisme, il faut rechercher :

- les entrées: pièces qui reçoivent un mouvement de l'extérieur.
- les sorties: pièces qui communiquent un mouvement à l'extérieur.

Dans la mesure où seul les aspects cinématiques nous intéressent, il faut regrouper les pièces qui n'ont jamais de mouvements relatifs entre elles. Nous appellerons ces sous-ensembles « sous-ensembles fonctionnels » ou « classes d'équivalences ». Là encore, la nomenclature peut jouer un rôle important dans la détermination des pièces qui sont en liaison complète entre elles (vis de fixation, cannelures, clavettes...). Chaque ensemble est considéré comme une seule pièce.

On suit ensuite la chaîne de transmission de mouvement à partir d'une des extrémités en déterminant les liaisons entre les différents sous-ensembles, soit en étudiant les mouvements des pièces, soit en analysant les surfaces de contact.

Le graphe des liaisons est constitué de cercles dans lesquels sont inscrits les numéros des sous-ensembles et d'arcs représentant les liaisons joignant les cercles



7 – Principaux mouvements plans des solides

Un solide exécute un mouvement plan lorsque tous les points qui le constituent se déplacent dans des plans parallèles entre eux.

D'autre part, nous dirons qu'un mécanisme est plan, lorsque tous les points des solides qui le constituent se déplacent dans des plans parallèles entre eux.

Comment reconnaître un mécanisme plan ?

- Il ne doit pas y avoir de solide animé d'un mouvement hélicoïdal (le mouvement hélicoïdal n'est pas un mouvement plan) ;
- Tous les axes des liaisons pivot présentes dans le mécanisme doivent être parallèles et perpendiculaires au plan de déplacement des solides.

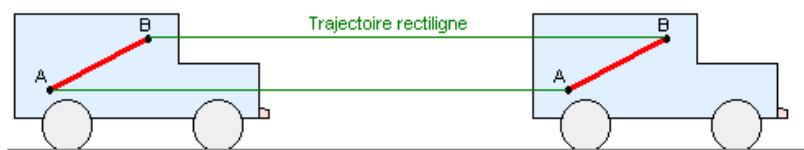
7 - 1 Mouvement de translation

Définition:

Un solide possède un mouvement de translation si tout segment du solide reste parallèle à lui même au cours du mouvement.

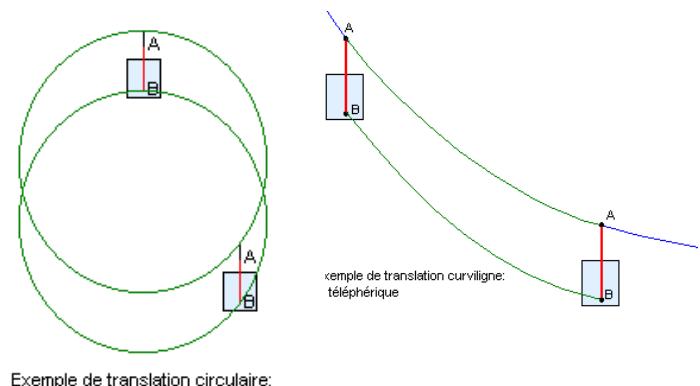


Translation rectiligne: Tout segment du solide se déplace en restant parallèle à lui même et le mouvement de chaque point est rectiligne.



Translation curviligne: Tout segment du solide se déplace en restant parallèle à lui même et le mouvement de chaque point est curviligne.

Translation circulaire: Tout segment du solide se déplace en restant parallèle à lui même et le mouvement de chaque point est un cercle.



7 - 2 Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

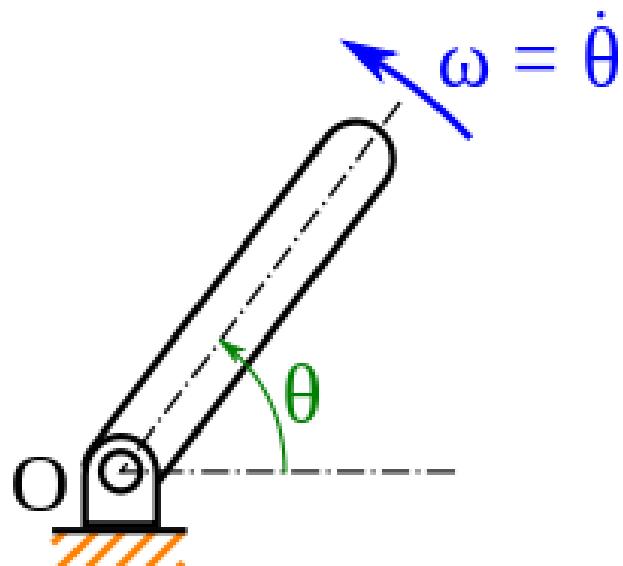
Définition

Un solide est en rotation si la trajectoire de tous ses points sont des cercles dont le centre est une même droite ; cette droite est appelée « axe de rotation », et habituellement notée Δ .

En cinématique dans le plan, les trajectoires des points sont des cercles concentriques, le centre commun de ces cercles est appelé « centre de rotation » et habituellement noté O .

L'orientation du solide est repérée par un angle habituellement noté θ (voir [Angles d'Euler](#)). En cinématique plane, cet angle peut être défini comme l'angle entre

- une direction de référence passant par O, en général l'axe (Ox), et
- une droite passant par O et par un point A donné du solide distinct de O.



La vitesse de rotation ω est définie par

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}.$$

L'accélération angulaire α est définie par

$$\alpha = \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$$

soit également

$$\alpha = \ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

Translation rectiligne	<p>Droite Position initiale Position finale</p>	<p>Barre 1 Coulisseau 2</p>	<p>Le solide reste parallèle à lui-même :</p> $A_1 B_1 // A_0 B_0$ $A_0 A_1 = B_0 B_1$ <p>Les trajectoires de chaque point sont des droites.</p>
Translation curviligne	<p>Position initiale Position finale</p>	Essuie-glace d'autobus <p>Balai d'essuie-glace en translation circulaire Biellette</p>	<p>Le solide reste parallèle à lui-même :</p> $A_1 B_1 // A_0 B_0$ <p>Les courbes ($A_0 A_1$) et ($B_0 B_1$) sont identiques.</p> <p>Les trajectoires de chaque point sont des courbes quelconques.</p> <p>Ces courbes peuvent être :</p> <ul style="list-style-type: none"> - des arcs de cercles (essuie-glace d'autobus); - des portions d'ellipses ; - ou toute autre courbe de forme quelconque.
Rotation (d'axe fixe)	<p>Arc de cercle de centre A θ $A = A_1 = A_n$</p>	Porte	<p>Les points du solide décrivent des cercles centrés sur l'axe de rotation</p>
Mouvement plan général	<p>Translation Rotation de centre B_1</p>	Bielle de moteur <p>Manivelle en Piston en translation Bielle en mouvement plan</p>	<p>Tous les points du solide se déplacent dans des plans parallèles entre eux au cours du mouvement</p>

8 – Trajectoire d'un point

La **trajectoire d'un point M d'un solide (S)** en mouvement, est la **courbe géométrique décrite** par ce point au cours du mouvement du solide (S).

Remarque :

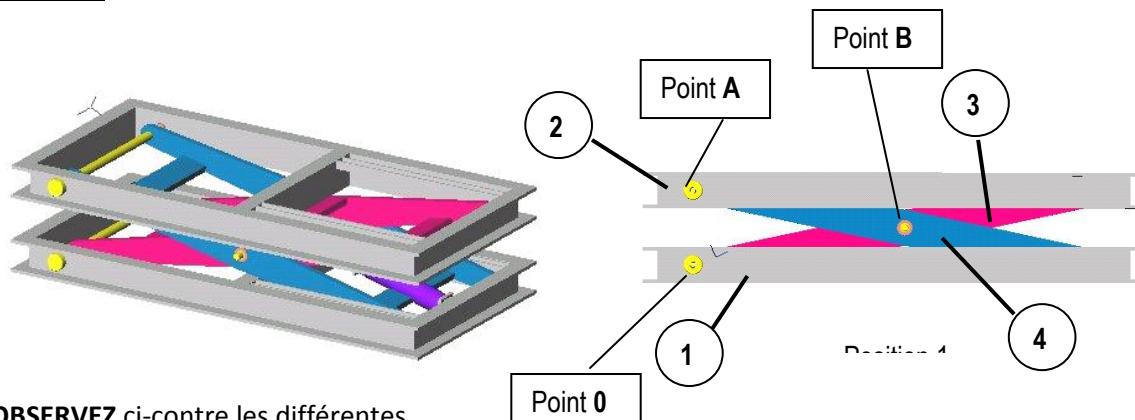
On considère toujours **la trajectoire d'un point M appartenant à un solide (S) en mouvement par rapport à un autre solide (S₀)** que l'on note $T_{M \in S / S_0}$

De la même façon, **ÉCRIVEZ** ci-dessous la notation de la trajectoire d'un **point A** appartenant à un *solide (1)* par rapport à un *solide (0)*

Réponse :

La **trajectoire** d'un point M d'un solide (S) en mouvement correspond donc aux **positions successives** de ce point au cours du mouvement du solide (S).

Exemple : Table élévatrice



OBSERVEZ ci-contre les différentes positions de la table élévatrice .

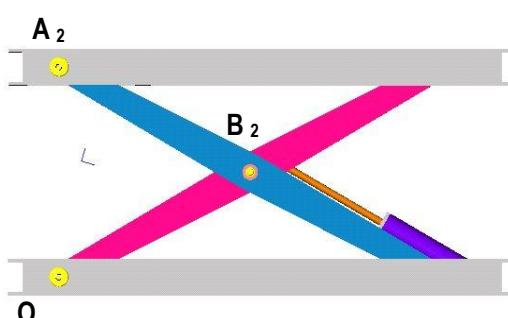
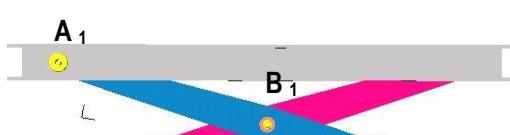
INDIQUEZ la nature des liaisons aux points O, A, B :

Point O :

Point A :

Point B :

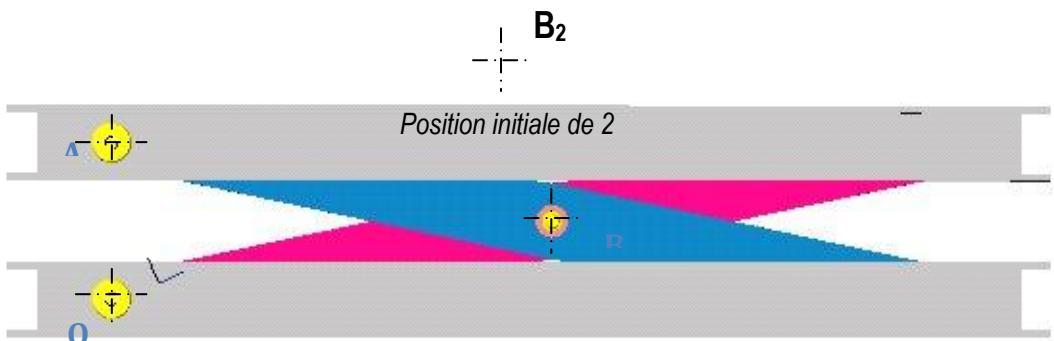
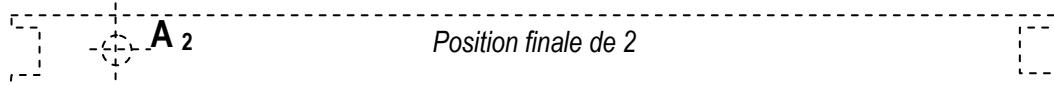
INDIQUEZ la nature des mouvements ci-dessous : (*mouvement de translation, mouvement de rotation, mouvement plan quelconque*)



Position 3

D'après l'observation des différentes positions de la table élévatrice, **TRACEZ** sur le dessin ci-dessous les trajectoires :

- du point A appartenant à 2 par rapport à 1 : $T_{A \in 2/1}$
- du point B appartenant à 3 par rapport à 1 : $T_{B \in 3/1}$



9 – Vecteur position et vecteur déplacement

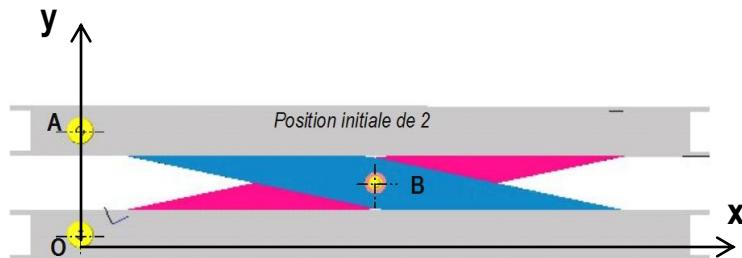
9 – 1 Vecteur position :

Le **vecteur position** permet de définir la position d'un point dans le repère de référence.

Par exemple, sur la table élévatrice, le **vecteur \overrightarrow{OB}** permet de définir la **position du point B dans le repère**

TRACEZ le vecteur \overrightarrow{OB} sur le dessin ci-contre.

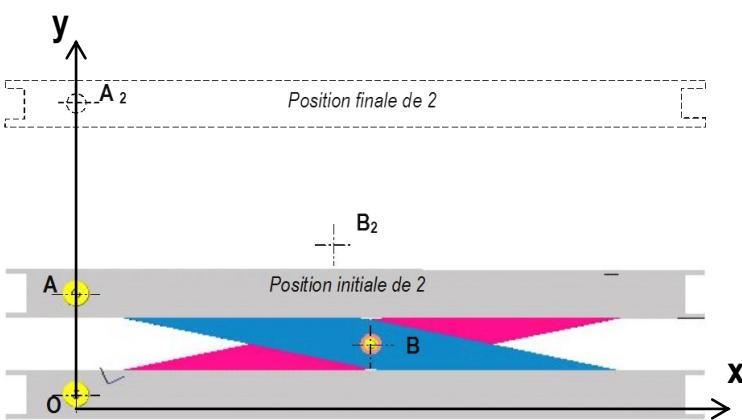
Sur ce même dessin, **MESUREZ** les projections en mm de \overrightarrow{OB} sur Ox et Oy et **ÉCRIVEZ** \overrightarrow{OB} en fonction de ses coordonnées (en mm) sur Ox et Oy : $\overrightarrow{OB} = \dots \vec{x} + \dots \vec{y}$



9 – 2 Vecteur déplacement :

Le vecteur déplacement mesure la distance entre 2 positions d'un même point appartenant à un même solide en mouvement.

Par exemple, sur la table élévatrice, le **vecteur $\overrightarrow{BB_2}$** permet de définir la **distance entre la position initiale du point B et la position finale du point B dans le repère (O , x , y)**



TRACEZ le vecteur $\overrightarrow{BB_2}$ sur le dessin ci-dessus (page précédente).

Sur ce même dessin, **MESUREZ** les projections en mm de $\overrightarrow{BB_2}$ sur Ox et Oy et **ECRIVEZ** \overrightarrow{OB} en fonction de ses coordonnées sur Ox et Oy : $\overrightarrow{BB_2} = \dots \overrightarrow{x} + \dots \overrightarrow{y}$

10 – Vitesse et accélération

10 – 1 Vecteur vitesse $\overrightarrow{V_M}$:

Si $\overrightarrow{M_1M_2}$ désigne le déplacement du point M pendant la durée $\Delta t = t_2 - t_1$, on définit la **vitesse moyenne** de M_1 à M_2 par :

$$\overrightarrow{V_{moy}} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}$$

Si l'intervalle de temps Δt devient très petit (ou tend vers 0) la vitesse moyenne tend vers la **vitesse instantanée** $\overrightarrow{V_M}$: $\overrightarrow{V_M}$

$$= \frac{d(\overrightarrow{OM})}{dt} \text{ la norme } \overrightarrow{V_M} \text{ de s'exprime en m / s}$$

La vitesse instantanée $\overrightarrow{V_M}$ est la dérivée par rapport au temps du vecteur position \overrightarrow{OM}

Si le vecteur $\overrightarrow{V_M}$ a pour coordonnées X_M et Y_M alors les coordonnées du vecteur vitesse seront obtenues en dérivant X_M et Y_M par rapport au temps.

Exemple : Table élévatrice

- Sachant que la table met **10 s** pour passer à la position finale 2 et que la **distance (OB)** réelle est de **900 mm**, on demande :
 - de **DETERMINER** les distances réelles (AA_2) et (BB_2) ;
 - de **DETERMINER** les vitesses moyennes du point A et du point B.

Réponses :

$$AA_2 = \dots \text{mm et } BB_2 = \dots \text{mm}$$

$$V_{moy(A)} = \dots \text{mm / s et } V_{moy(B)} = \dots \text{mm / s}$$

- Sachant que les coordonnées du point B (en mm) dans le repère ($O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}$) sont données par les relations (*en début de phase de montée*) :

$$X_B = 880 - 1,5 t^2 \quad (t = \text{temps en seconde})$$

$$Y_B = 152 + 10 t^2 \quad (t = \text{temps en seconde})$$

DETERMINEZ les coordonnées du vecteur vitesse en B $\overrightarrow{V_B}$ (en dérivant les coordonnées X_B et Y_B par rapport au temps t)

$$\text{Réponse : } \overrightarrow{V_B} = \dots \overrightarrow{x} + \dots \overrightarrow{y}$$

La vitesse $\overrightarrow{V_B}$ est maximum pour $t = 2 \text{ s}$, **DETERMINEZ** les coordonnées de $\overrightarrow{V_B}$ (en mm / s)

$$\text{Réponse : Sur Ox } V_{Bx} = \dots \text{mm / s et sur Oy } V_{By} = \dots \text{mm / s}$$

Sachant que la norme de \vec{V}_B se détermine par $\|\vec{V}_B\| = \sqrt{V_{Bx}^2 + V_{By}^2}$

DETERMINEZ la norme de \vec{V}_B en mm / s : $\|\vec{V}_B\| = \dots \text{ mm / s}$

10 – 2 Vecteur accélération \vec{a}_M :

L'accélération \vec{a}_M s'obtient en dérivant (par rapport au temps) la vitesse \vec{V}_M .

L'accélération instantanée \vec{a}_M est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse \vec{V}_M .

$$\vec{a}_M = \frac{d(\vec{V}_M)}{dt} \quad \text{la norme } \vec{a}_M \text{ de s'exprime en m / s}^2$$

Exemple :

Revenons à l'exemple de la table élévatrice.

REPRENEZ les coordonnées de \vec{V}_B calculées au paragraphe 6 – 1.

A partir de ces coordonnées, **DETERMINEZ** les coordonnées du vecteur accélération \vec{a}_B

Réponse : $\vec{a}_B = \dots \vec{x} + \dots \vec{y}$

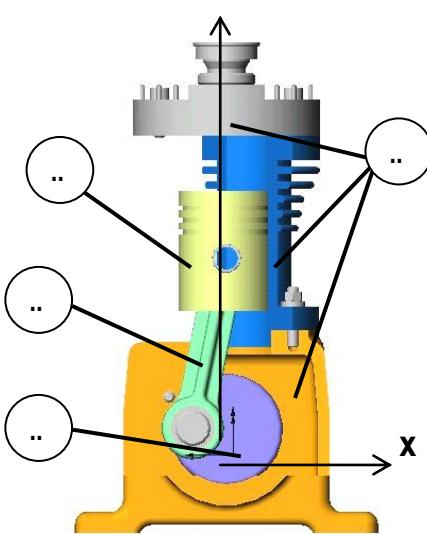
DETERMINEZ la norme du vecteur accélération \vec{a}_B (en mm / s²) au point B.

Réponse : $\|\vec{a}_B\| = \dots \text{ mm / s}^2$

11 – Analyse des mouvements dans un mécanisme : Compresseur à piston

Reprenons l'exemple du compresseur à piston.

Schéma cinématique

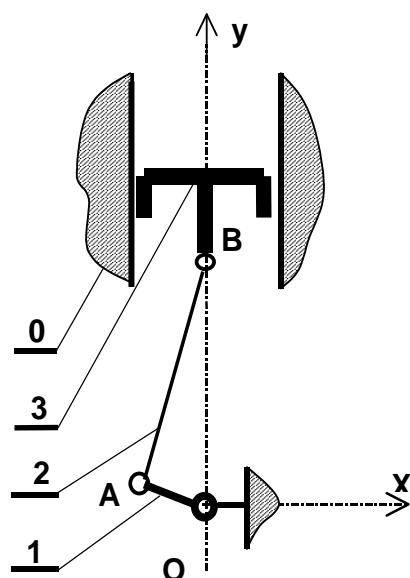


Sur l'illustration ci-contre du compresseur, **COMPLETEZ** les repères de chacune des pièces (correspondants au schéma cinématique)

Données :

$$- d(O,A) = 24 \text{ mm}$$

$$- \omega_{1/0} = +100 \text{ rad/s}$$



11 – 1 Analyse des liaisons, des mouvements et des trajectoires :

LIAISONS	TYPES	MOUVEMENTS	TRAJECTOIRES
1/0			$\tau_{A \in 1/0} :$
3/0			$\tau_{B \in 3/0} :$
2/1			$\tau_{A \in 2/1} :$
3/2			$\tau_{B \in 3/2} :$
2/0			$\tau_{A \in 2/0} :$ $\tau_{B \in 2/0} :$

Remarques :

- 1) La méthode ci-dessus sera utilisée pour chaque mécanisme étudié.
- 2) Le mouvement recueilli dans le mécanisme ne correspond pas toujours aux degrés de liberté (voir liaison pivot-glissant ci-dessus).
- 3) Dans certains cas, le type de la liaison (liaison ponctuelle, par exemple) ne permet pas de conclure sur la nature du mouvement et de la trajectoire. On recueillera alors un mouvement complexe (ce ne sera ni translation ni une rotation par rapport à un axe).
- 4) Si il n'existe pas de liaison entre deux solides, on ne peut pas conclure sur la nature du mouvement et de la trajectoire. On recueillera alors un mouvement complexe (ce ne sera ni translation ni une rotation par rapport à un axe).

11 – 2 Construction d'une position quelconque du mécanisme :

La nouvelle position de la manivelle (1) est horizontale.

En DEDUIRE la position de la bielle (2) et du piston (3).

Hypothèse: les longueurs des pièces (manivelle et bielle) sont constantes (solides indéformables).

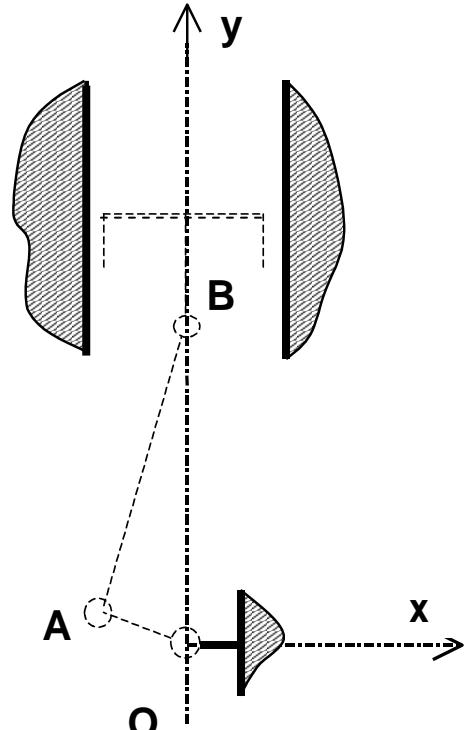
Méthode:

Tracer $\tau_{A \in 1/0}$ en rouge.

En déduire la nouvelle position de A

Tracer $\tau_{B \in 3/0}$ en vert.

En déduire la nouvelle position de B.

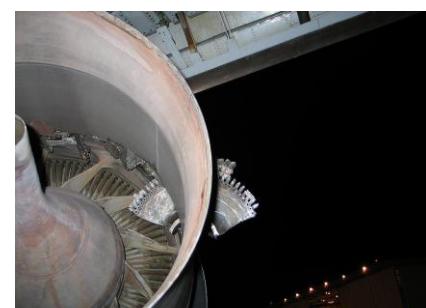


Les milieux déformables

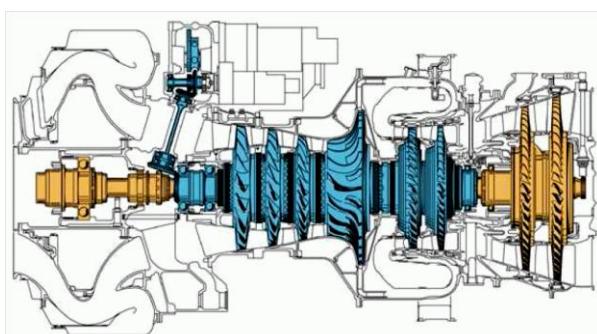
Objectif

Dimensionner des structures et prédire leur comportement mécanique sous charge

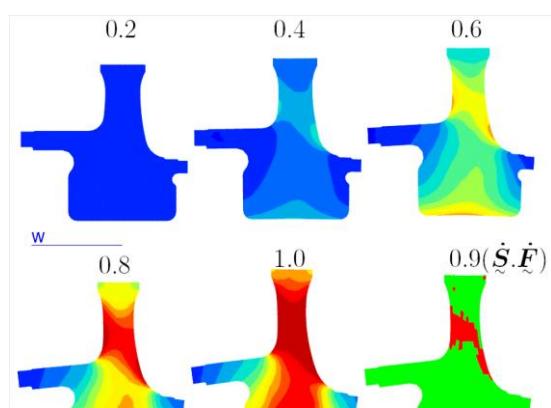
La mécanique des milieux continus concerne l'étude des déformations et des contraintes. Elle utilise les lois de comportement des matériaux pour déterminer les contraintes et les déformations d'un composant en fonction des actions extérieures qui sont appliquées à un solide déformable.



Turbine d'hélicoptère



Prévision de l'éclatement d'un disque de turbine à l'aide d'un calcul de structure par éléments finis, carte des déformations



Eclatement de disque de turbine

Essai de survitesse réalisé sur banc jusqu'à éclatement



Structure des matériaux

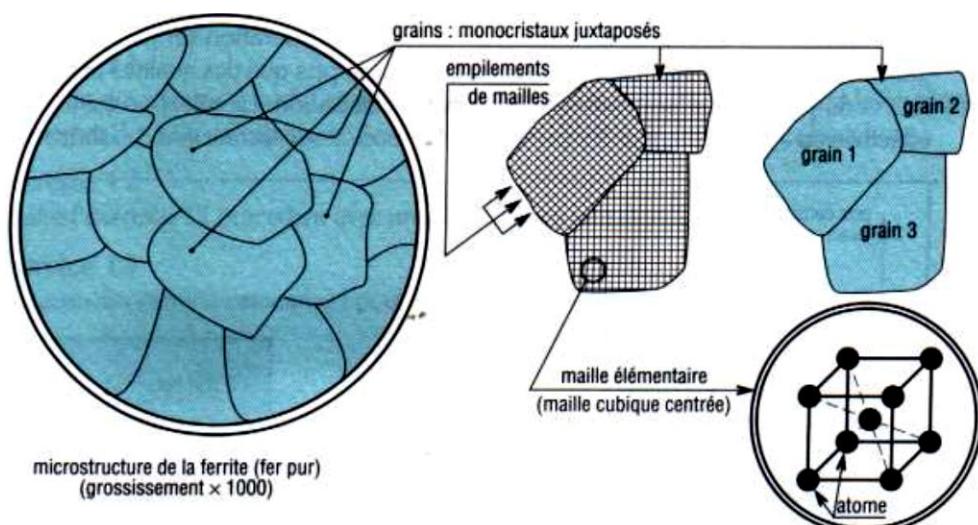
Les matériaux ont une microstructure non continue

Les matériaux métalliques

Les propriétés du matériau dépendent de la forme et de la taille des grains :

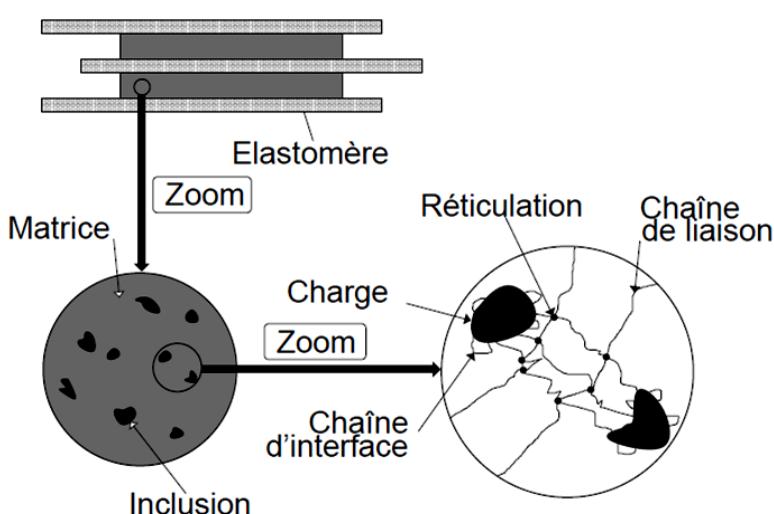
la limite élastique d'un acier peut être doublée si la taille des grains est divisée par 10...

Des traitements mécaniques (laminage) ou thermiques (solidification, recristallisation ...) peuvent modifier la forme et la taille des grains



Matériaux élastomères

Les élastomères sont constitués de chaînes polymères de masse moléculaire moyenne élevée (de 100 000 à 500 000 unités monomères par chaîne), peu liées entre elles. Cependant, sous cette forme, les élastomères subiraient une déformation permanente. Pour assurer la réversibilité des déformations mécaniques, on fait subir au polymère une vulcanisation qui consiste à relier les chaînes entre elles par des ponts, qui confèrent au matériau une structure tridimensionnelle et « sert » de force de rappel.



Un élastomère possède les propriétés suivantes : souple, il s'allonge facilement sous l'effet d'une traction, et possède donc un module d'élasticité peu élevé ; il possède une résistance à la rupture importante à son allongement maximal ; il est élastique et retrouve rapidement sa longueur initiale lorsque la sollicitation mécanique cesse ; enfin, il conserve ses propriétés dans un large domaine de température.

Le modèle continu

Nous voulons modéliser les matériaux, leurs déformations et les efforts intérieurs.

Mais :

la matière est constituée de particules : elle est discrète

La complexité de la matière est très grande

But : remplacer le matériau discret par un modèle continu.

C'est la mécanique des milieux continus.

1 - Déformations

Tous les systèmes sont déformables. Ils changent de forme lorsqu'on les soumet à des actions mécaniques.

Lorsque l'intensité de la contrainte augmente, il y a d'abord **déformation élastique** (le matériau se déforme proportionnellement à l'effort appliqué et reprend sa forme initiale lorsque la sollicitation disparaît), suivie parfois (en fonction de la **ductilité** du matériau) d'une **déformation plastique** (le matériau ne reprend pas sa forme initiale lorsque la sollicitation disparaît, il subsiste une déformation résiduelle), et enfin **rupture** (la sollicitation dépasse la résistance intrinsèque du matériau).

1 – 1 Déformation traction

Considérons un élément de matière cubique : Figure 5

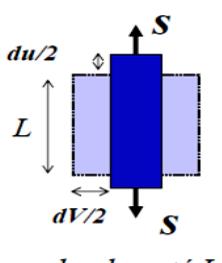


Figure 5

Après application de la contrainte σ ,
le cube est déformé selon les 3 directions :

- allongement du // traction
 $\varepsilon_{//} = du / L$ *déformation longitudinale*
- accourcissement dv ⊥ traction
 $\varepsilon_{\perp} = dv / L$ *déformation latérale*

Le coefficient de Poisson ν
relie les deux déformations :

$$\nu = - \varepsilon_{\perp} / \varepsilon_{//}$$

1 – 2 Déformation de cisaillement

Après application de la contrainte τ (Figure 6)

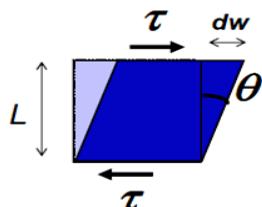


Figure 6

le cube est déformé en cisaillement γ

$$\gamma = dw / L = \tan \theta$$

Si les déformations sont faibles

En première approximation



$$\gamma = \theta \quad \text{angle de cisaillement}$$

2 – Contraintes

Les efforts traduisent les conditions globales d'équilibre du solide.

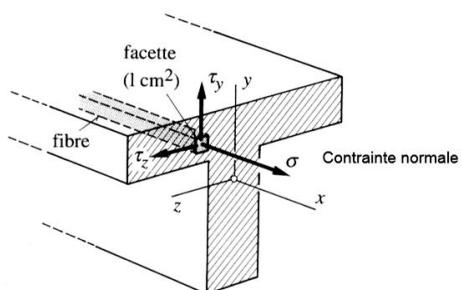
Or, pour évaluer la résistance des matériaux, ce sont les **contraintes** qui sont utiles.

Une contrainte se définit sur un petit élément de surface par le rapport entre les efforts appliqués à celle-ci et son aire.

Unité : Pascal : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

Il faut donc déduire les contraintes des efforts de

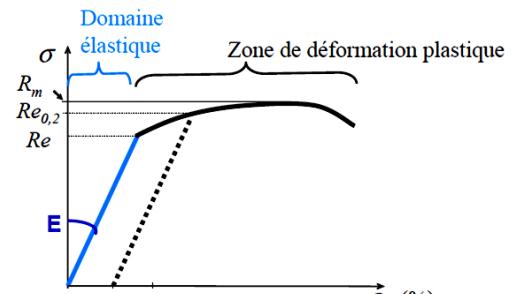
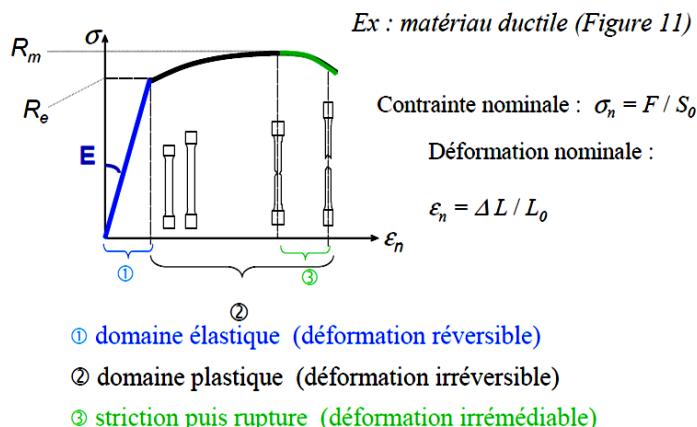
Contrainte dans une section



[Studer - Frey]

Fig. 11.1 Contraintes sur la section droite d'une poutre.

Courbe contrainte-déformation



Domaine élastique ® contrainte est proportionnelle à la déformation (loi de Hooke) ; constante de proportionnalité E (module d'Young)

Une contrainte représente un élément des efforts de cohésion interne du matériau qui lui permettent de résister aux efforts extérieurs qui lui sont appliqués.

Elle s'exprime en termes de pression (Newtons par unité de surface). Par exemple, une poutre sur laquelle on tire, subira une contrainte normale de traction normale à une section droite quelconque .

La loi de Hooke, précise que, dans le domaine élastique , les déformations sont proportionnelles aux contraintes :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{où} \quad \varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$$

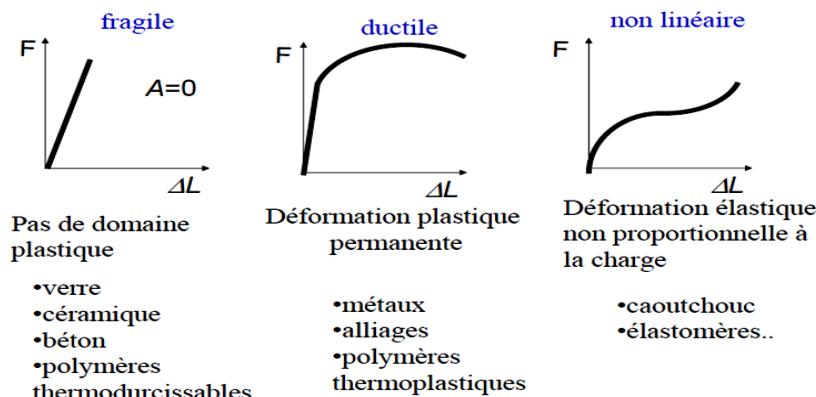
avec :

σ : contrainte en N/mm^2 ,
 ε : allongement unitaire, avec l la longueur de la poutre sous charge et l_0 la longueur initiale,
 E : module de Young.

Le **module de Young** est une caractéristique du matériau, il est exprimé lui aussi en unité de pression.

3 – Comportement des différents types de matériaux

3 types de comportement : fragile, ductile ou non linéaire



4 – Les différents modèles d'étude

Le **premier modèle** utilisable dit « **modèle poutre** » correspond aux solides dont les caractéristiques géométriques peuvent permettre de les assimiler à une poutre droite qui doit avoir les caractéristiques suivantes :

- Les centres de gravité des sections forment une ligne droite ou très faiblement incurvée appelée **ligne moyenne**
- La dimension des sections droites est petite devant la longueur de la ligne moyenne et varie lentement. En pratique on considère que la longueur de la ligne moyenne doit être supérieure à 5 la plus grande des dimensions transversales.

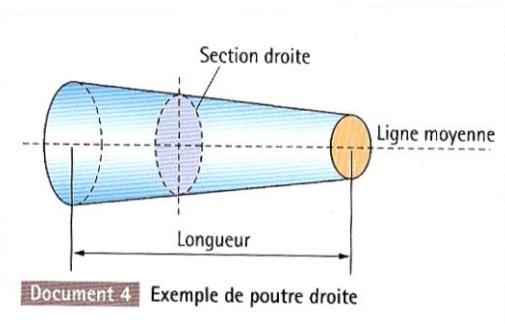
Dans ce cas, le calcul des déformations et de la résistance du solide déformable est réalisable par des calculs simples.

Néanmoins, les résultats sont relativement approximatifs en raison des hypothèses retenues ci-dessus.

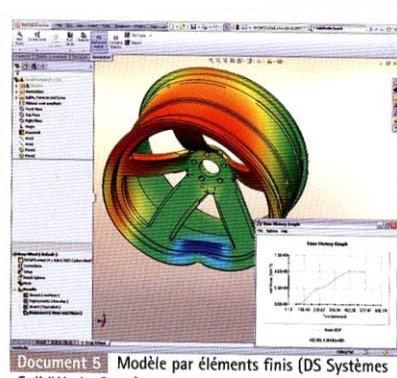
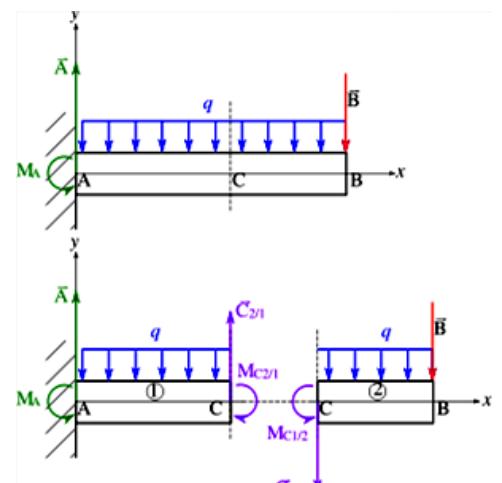
Principe de la coupure

Supposons un solide à l'équilibre se déformant sous l'effet de deux forces extérieures opposées. Si l'on coupe le solide en deux et que l'on sépare les moitiés, alors chaque moitié n'est soumise qu'à une seule force et donc n'est plus déformée mais mise en mouvement. Pour que chaque moitié retrouve sa déformation, il faut exercer une pression sur chacune des faces de la coupure.

Le **second modèle** utilisable est le modèle par éléments finis qui est utilisé dans les logiciels de simulation numérique. Ce modèle est adapté à des formes de pièces quelconques. Il intègre les changements de forme. Les résultats obtenus sont plus proches de la réalité. Il faut néanmoins veiller à la bonne utilisation de ces outils (choix du maillage ...)

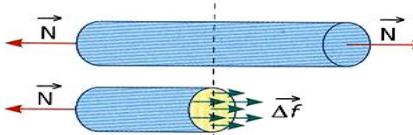
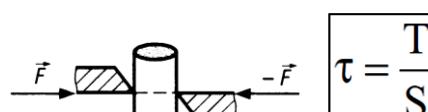
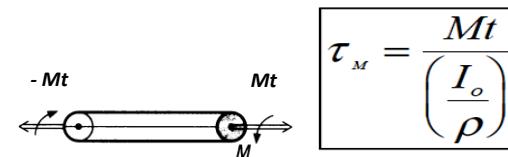
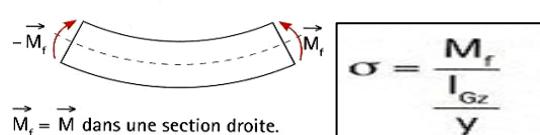


Document 4 Exemple de poutre droite



Document 5 Modèle par éléments finis (DS Systèmes SolidWorks Corp.)

5 - Les différents types de sollicitations simples

Nom de la sollicitation	Exemple	Définitions
Traction ou Extension / Compression	 <p>Avec Δf = force de cohésion dans la section par unité de surface. $\vec{N} = \sum \vec{\Delta f}_t$</p> <p>$\sigma$: contrainte normale en MPa N : effort normal en N S : aire de la section droite en m^2 Soumise à la traction, la poutre s'allonge sous l'effet de l'effort. Soumise à la compression, la poutre rétrécit sous l'effet de l'effort.</p> $\sigma = \frac{N}{S}$	<p>Les actions exercées aux extrémités A et B se réduisent à deux forces F égales et opposées portées par la ligne moyenne. La déformation de la poutre est caractérisée par un allongement noté ΔL.</p>
Cisaillement	 <p>avec : τ : contrainte tangentielle de cisaillement en MPa (valeur moyenne). T : effort tranchant en Newton. S : aire de la section droite (S) en mm^2.</p> $\tau = \frac{T}{S}$	<p>Les actions exercées aux extrémités A et B se réduisent à deux forces F égales et opposées venant cisiller la pièce (ou trancher). La déformation de la poutre est caractérisée par un glissement relatif des sections cisaillées.</p>
Torsion	 <p>avec : τ : contrainte tangentielle en MPa. M_t : moment de torsion en N.mm I_o : moment quadratique polaire de la section (S) en mm^4</p> $\tau_m = \frac{M_t}{\left(\frac{I_o}{\rho} \right)}$	<p>Les actions exercées aux extrémités A et B se réduisent à deux couples M_t (moment de torsion) égaux et opposés portés par la ligne moyenne. La déformation de la poutre est caractérisée par une rotation des sections (glissement) les unes par rapport aux autres.</p>
Flexion pure	 <p>$\vec{M}_f = \vec{M}$ dans une section droite.</p> <p>σ : contrainte normale en MPa y : distance du point M au barycentre de la section en m M_f : moment de flexion en N.mm I_{Gz} : moment quadratique de la section en m^4, grandeur caractéristique de la forme de la section droite. Soumise à la flexion, la poutre plie sous l'effet de l'effort.</p> $\sigma = \frac{M_f}{I_{Gz}} y$	<p>Les actions exercées aux extrémités A et B se réduisent à deux moments M_f (moment de flexion) égaux et opposés portés par le vecteur normal au plan de symétrie. La déformation de la poutre est caractérisée par un fléchissement des sections les unes par rapport aux autres. Les fibres situées au dessus de la ligne moyenne sont comprimées (raccourcissement) et celles du dessous sont tendues (allongement).</p>

Les milieux fluides

Objectif

Présenter les bases élémentaires de la mécanique des fluides.

Identifier les lois fondamentales qui décrivent le comportement des liquides et des gaz au repos (hydrostatique) et en mouvement (dynamique des fluides).

1 - Introduction

Qu'est-ce qu'un fluide ?

Etat gazeux : pas de surface libre (gaz parfait, $PV = nRT$)

Etat liquide : surface libre de séparation entre liquide et milieu ambiant

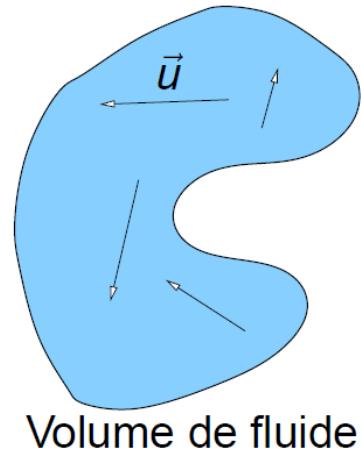
Particularités : le domaine étudié change de forme au cours du temps chaque particule est en mouvement

Un fluide est capable d'exercer une force sur un solide

Pression =
$$\frac{\text{norme de la force pressante perpendiculaire}}{\text{surface sur laquelle elle s'exerce}}$$

$$P = \frac{df}{ds}$$

Unité: le pascal (Pa) = 1 N.m⁻²



Définition :

Un fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquides et gaz.

Liquides et gaz :

Les liquides et gaz habituellement étudiés sont isotropes, mobiles et visqueux. La propriété physique qui permet de faire la différence entre les deux est la compressibilité.

- **l'isotropie** assure que les propriétés sont identiques dans toutes les directions de l'espace.
- la mobilité fait qu'ils n'ont **pas de forme propre** et qu'ils prennent la forme du récipient qui les contient.
- la **viscosité** caractérise le fait que tout changement de forme s'accompagne d'une résistance (frottements).

Forces de volume et forces de surface.

Comme tout problème de mécanique, la résolution d'un problème de mécanique des fluides passe par la définition du système matériel S, particules de fluide à l'intérieur d'une surface fermée limitant S.

A ce système on applique les principes et théorèmes généraux de mécanique et thermodynamique :

- **principe de la conservation de la masse.**
- **principe fondamental de la dynamique.**
- **principe de la conservation de l'énergie.**

Les variables du problème

Les variables d'un problème de fluide sont :

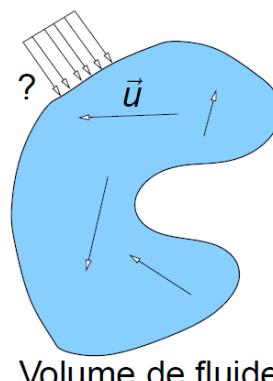
- **p** la pression [$p(t, x, y, z)$]

- \vec{u} la vitesse de chaque particule [$\vec{u}(t, x, y, z)$]

- **ρ** la masse volumique [$\rho(t, x, y, z)$]

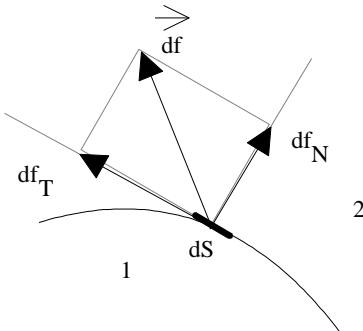
- **T** la température [$T(t, x, y, z)$]

Les variables sont couplées.



2 - Statique des fluides

La grandeur PRESSION



Définition de la pression

Dans un milieu quelconque, donc aussi dans un milieu fluide, la force que la partie (1) exerce sur la partie (2) à travers un élément de surface réel ou fictif dS a une direction quelconque. Mais cette force \vec{df} peut toujours être décomposée en :

- une composante tangentielle df_T
- une composante normale df_N

La quantité df_N/dS représente la contrainte tangentielle et df_N/dS la contrainte normale.

Par définition on appelle **Pression** la contrainte normale :

Unité: Le **Pascal** (Pa) [p] = M L⁻¹ T⁻².

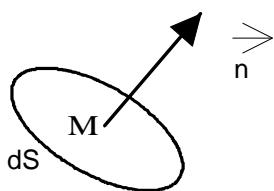
$$p = \frac{df_N}{dS}$$

Remarque : En statique des fluides, seules interviennent les forces de pression df_N , normales à l'élément dS .

Les forces tangentielles df_T n'apparaissent qu'en dynamique des fluides : elles correspondent aux frottements visqueux des couches fluides en mouvement les unes par rapport aux autres et par rapport à la paroi de la conduite.

Pression en point d'un fluide

En tout point d'un fluide existe une certaine pression. Soit un point M dans un fluide. Si on considère une surface imaginaire dS passant par M, la résultante de toutes les forces dues aux chocs sur dS des particules de fluides en mouvement désordonné est perpendiculaire à cette surface dS et on peut écrire :



$$\vec{df} = p \vec{n} dS$$

\vec{n} étant le vecteur unitaire de la normale à dS orienté vers l'extérieur.

Cette force df dépend évidemment de la surface dS envisagée, mais la pression p_M au point M du fluide ne dépend pas de dS .

Principe Fondamental de la Statique des Fluides

Soit un élément de volume de fluide dV se trouvant au point M. Il est soumis à des forces de pression exercées par les parties voisines du fluide. Si le fluide est en équilibre, les forces de frottement sont nulles. L'élément de volume dV n'est alors soumis, généralement, qu'à son poids et aux forces de pression.

La condition d'équilibre de cet élément de fluide permet d'écrire l'équation fondamentale de la « Statique des Fluides »:

Expression différentielle de la relation fondamentale

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (l'axe Oz orienté vers le haut) et dans le champ de pesanteur, $\vec{g} = -g \cdot \vec{k}$, l'expression différentielle de la relation fondamentale de la statique des fluides s'écrit :

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

ou

$$dp = -\rho g dz$$

Cas des fluides isovolumes

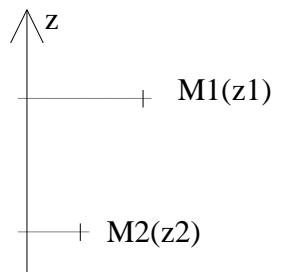
Dans le cas d'un liquide, (ou pour un gaz dans lequel la variation de pression est faible), la masse volumique ρ ne dépend pas de la pression. De plus, si on suppose la température uniforme, la masse volumique sera considérée comme constante. D'autre part, pour des différences d'altitude courantes, l'accélération de la pesanteur g peut aussi être considérée constante. Dans ce cas on peut intégrer la relation précédente :

$$\int_1^2 dp = \int_1^2 -\rho g dz = -\rho g \int_1^2 dz \quad p_2 - p_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

ou encore $p_2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho g z_1$ soit : $p + \rho g z = \text{Cte}$

Conclusions :

- Dans un fluide la pression croît de haut en bas.
- les surfaces isobares sont des plans horizontaux.
- la surface de séparation entre deux fluides non miscibles est un plan horizontal.



Pression absolue et pression relative ou effective

La **pression absolue** est une grandeur essentiellement positive (nulle à la limite).

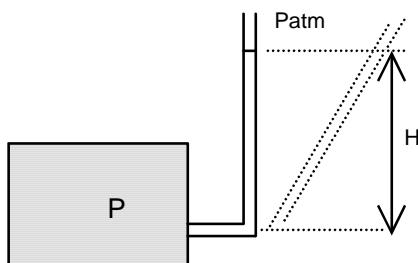
La **pression relative** est mesurée par rapport à la pression atmosphérique p_{atm} : elle est égale à $p_1 - p_{atm}$; elle peut être positive (surpression) ou négative (dépression).

Unités de pression

Dans le système international, l'unité légale est le pascal (**Pa**). Mais dans la pratique on utilise des unités dérivées du pascal, ou des unités liées à la méthode de mesure des pressions.

1 bar = 10^5 Pa

1 mbar = 10^{-3} bar = 100 Pa = 1 hPa



D'autre part en divisant tous les termes de la relation de l'hydrostatique par la quantité $\rho.g$ on obtient :

On exprime souvent les pressions en **hauteur de colonne de fluide (mCF)**.

Ex : Pression atmosphérique normale :

$p_0 = 760 \text{ mm Hg} = 101325 \text{ Pa} \approx 1013 \text{ mbar}$

$$\frac{p}{\rho g} + z = \text{Cte}$$

Remarque : on rencontre encore certaines unités ne faisant partie d'aucun système :

L'atmosphère (atm) correspond à la pression d'une colonne de 760 mm de mercure (Hg).

Le Torr correspond à la pression d'une colonne de 1 mm Hg (soit 133,3 Pa)

Le Psi (pound square inch) correspond à $6,895 \times 10^3$ Pa.

Applications : Mesures des pressions, calcul des forces pressantes s'exerçant sur une surface plane ou gauchie.

Grandeurs physiques utilisées

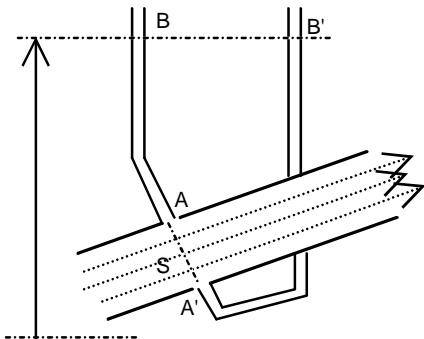
ρ : masse volumique ($M L^{-3}$).

g : accélération de la pesanteur (LT^{-2})

p : pression statique ($M L^{-1}T^{-2}$)

F Force ($M LT^{-2}$)

Notion de pression dans une conduite



Lorsque la conduite est cylindrique notamment, on admettra que la répartition des pressions est hydrostatique dans une section droite.

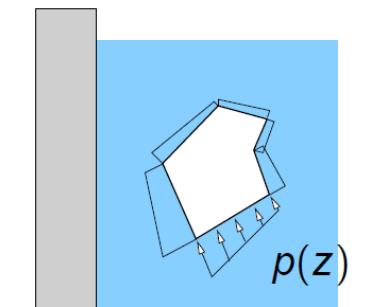
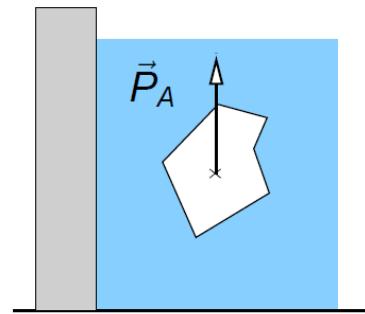
On peut donc brancher des tubes piézométriques ; ils mesurent par rapport au plan de référence la quantité : $\frac{p}{\rho g} + z = \text{Cte}$

Théorème d'Archimède

« Tout corps plongé dans un fluide au repos, entièrement mouillé par celui-ci ou traversant sa surface libre, subit une force verticale, dirigée de bas en haut et opposée au **poids** du volume de fluide déplacé ; cette force est appelée poussée d'Archimède. »

$$\vec{P}_A = M \vec{g} z \text{ appliquée en } G, \text{ centre de gravité du corps}$$

La poussée d'Archimède est la **résultante des actions de pression** d'un fluide sur un solide immergé appliquée au centre de gravité.



3 - Les modèles de fluides

Les fluides en mouvement

On prend des photos successives de l'écoulement.

C'est une **description eulérienne**

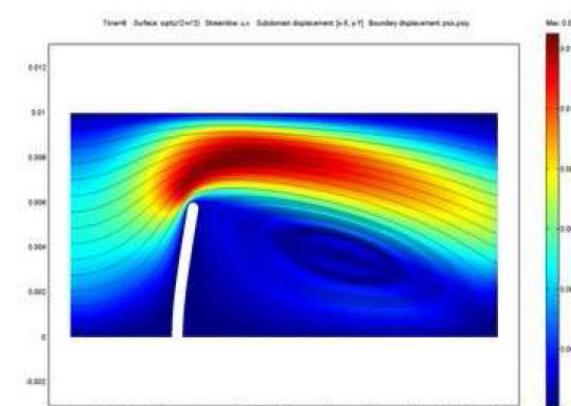
Opposition avec la description lagrangienne.

L'étude des fluides est complexe.

Les variables qui décrivent l'écoulement sont

couplées p, ρ, \vec{u} et T ne sont pas indépendantes.

Il faut faire des **hypothèses** et simplifier les relations



Incompressibilité

Fluides courants en mécaniques : incompressibles

La masse volumique constante : $\rho = \text{cte}$

Exemples :

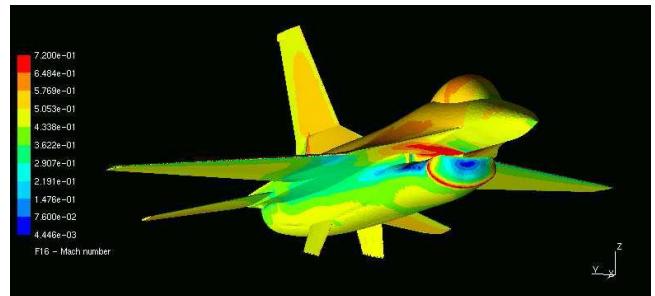
eau, huile, pétrole ...

Contre-exemples : tous les gaz

Remarque : dans les cas incompressibles, $(\rho; \vec{u})$ découpé de T

Peut-on considérer l'air comme incompressible ?

Nombre de Mach sur un F16

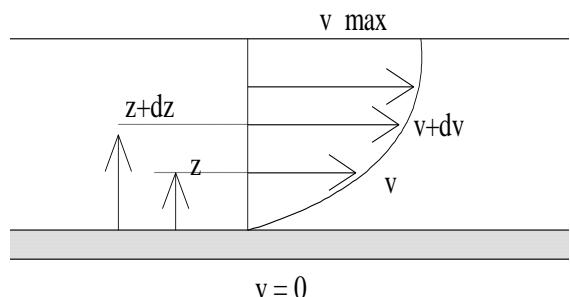


Viscosité, nombre de Reynolds

Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide et des forces d'interaction entre les molécules de fluide et celles de la paroi, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse.

On dit qu'il existe un profil de vitesse

Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement



Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance z de cette courbe au plan fixe : $v = v(z)$.

Définition de la viscosité dynamique – Loi de Newton

Considérons 2 couches contiguës distantes de dz .

La **force de frottement F** qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est **proportionnelle à la différence de vitesse** des couches soit dv , à leur surface S et inversement proportionnelle à dz :

$$F = -\eta S \frac{dv}{dz}$$

Le facteur de proportionnalité η est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

Dimension : $[\eta] = \text{M} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$.

Unité : Dans le système international (SI),

l'unité de viscosité est le **Pa·s** ou **Poiseuille (Pl)** : $1 \text{ Pl} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

Par rapport aux faits expérimentaux, on est conduit à considérer deux types de fluides :

- D'une part **les fluides newtoniens** qui satisfont à la loi de Newton. Ces fluides ont **un coefficient de viscosité indépendant du gradient de vitesse**. C'est le cas des gaz, des vapeurs, des liquides purs de faible masse molaire.
- D'autre part **les fluides non-newtoniens**. Ce sont les solutions de polymères, les purées, les gels, les boues, le sang, la plupart des peintures, etc ... L'étude de ces fluides relève de la rhéologie : fluides pseudo plastiques, rhéoplastiques, thixotropiques, rhéopectiques.

Viscosité cinématique

Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique η et de la masse volumique ρ .

Ce rapport est appelé **viscosité cinématique** v :

$$v = \frac{\eta}{\rho}$$

Dimension : $[v] = L^2 \cdot T^{-1}$.

Unité : Dans le système international (SI), l'unité de viscosité n'a pas de nom particulier : (m^2/s) .

Dans le système CGS, l'unité est le Stoke (St) : $1 m^2/s = 10^4 St$.

Influence de la température :

La viscosité des liquides diminue beaucoup lorsque la température augmente.

Ainsi pour l'eau : à 10°C $\eta = 1,3 \times 10^{-3} \text{ Pl}$

 à 20°C $\eta = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pl}$

 à 90°C $\eta = 0,3 \times 10^{-3} \text{ Pl}$

Contrairement à celle des liquides, *la viscosité des gaz augmente avec la température*.

Les différents régimes d'écoulement : nombre de Reynolds

Les expériences réalisées par **Reynolds** (1883) lors de l'écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique rectiligne, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : **laminaire et turbulent**.

En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaires ou turbulent est un **nombre sans dimension** appelé **nombre de Reynolds** et donné par :

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

ou

$$Re = \frac{v D}{\nu}$$

avec :

ρ = masse volumique du fluide, v = vitesse moyenne, D = diamètre de la conduite

η = viscosité dynamique du fluide, v = viscosité cinématique $v = \frac{\eta}{\rho}$

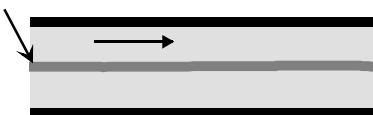
L'expérience montre que :

si $Re < 2000$ le régime est LAMINAIRE
si $2000 < Re < 3000$ le régime est intermédiaire
si $Re > 3000$ le régime est TURBULENT

Ces valeurs doivent être considérées comme des ordres de grandeur, le passage d'un type d'écoulement à un autre se faisant progressivement.

Visualisation de l'écoulement

filet coloré



écoulement laminaire



écoulement turbulent
vue instantanée



écoulement turbulent
vue en pose

4 - La dynamique des fluides incompressibles

Hypothèses

L'écoulement est supposé **permanent** si aucun paramètre ne dépend du temps

Le fluide est supposé **incompressible** si $M < 0.3$

Le fluide est supposé **parfait** si $Re \gg 1$

Un **fluide parfait** est un fluide sans viscosité. Il ne dissipe pas d'énergie par frottement fluide.

Définitions

Le **DEBIT** est la quantité de matière qui traverse une section droite de la conduite pendant l'unité de temps.

Débit masse :

Si dm est la masse élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps dt , le débit-masse s'écrit :

$$q_m = \frac{dm}{dt}$$

unité : $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ (M T^{-1})

Débit volume :

Si dV est le volume élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps dt , le débit-volume s'écrit :

$$q_v = \frac{dV}{dt}$$

unité : $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ($\text{L}^3 \text{T}^{-1}$)

Relation entre q_m et q_v : La masse volumique ρ est donnée par la relation : $\rho = \frac{dm}{dV}$

d'où : $q_m = \rho q_v$

Remarques : Les **liquides** sont incompressibles et peu dilatables (masse volumique constante) ; on parle alors d'**écoulements isovolumes**.

Pour les **gaz**, la masse volumique dépend de la température et de la pression. (L'étude des fluides compressibles sera faite ultérieurement). Pour des vitesses faibles (variation de pression limitée) et pour des températures constantes on retrouve le cas d'un écoulement isovolume.

Ecoulements PERMANENTS OU STATIONNAIRES

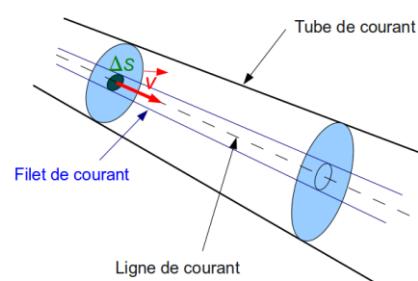
Un régime d'écoulement est dit **permanent** ou **stationnaire** si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

EQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE ou EQUATION DE CONTINUITÉ

DEFINITIONS

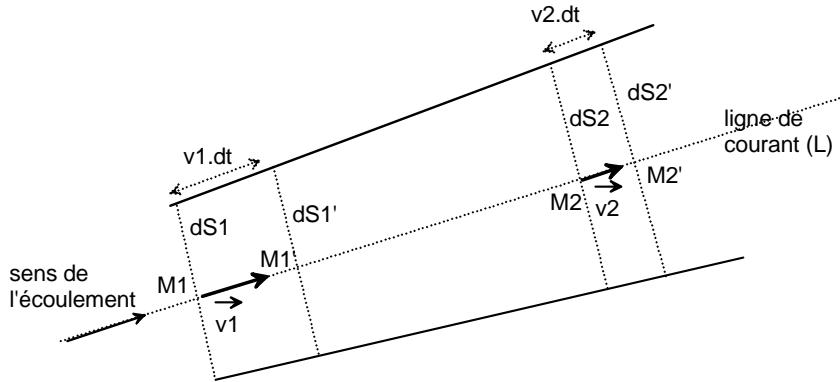
Ligne de courant : En régime stationnaire, on appelle ligne de courant la courbe suivant laquelle se déplace un élément de fluide.

Tube de courant : Ensemble de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée.



La section de base dS du tube ainsi définie est suffisamment petite pour que la vitesse du fluide soit la même en tous ses points (répartition uniforme).

CONSERVATION DU DEBIT MASSE



Pendant l'intervalle de temps dt , infiniment petit, la masse dm_1 de fluide ayant traversé la section dS_1 est la même que la masse dm_2 ayant traversé la section dS_2 .

Les volumes correspondants sont égaux à $M_1 M_1' \cdot dS_1$ et $M_2 M_2' \cdot dS_2$. La conservation de la masse s'écrit :

$$\rho_1 M_1 M_1' dS_1 = \rho_2 M_2 M_2' dS_2 \text{ soit encore : } dq_{m1} = dq_{m2}$$

***En régime stationnaire, le débit masse est le même
à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.***

Expression en fonction de la vitesse

La distance MM' s'écrit $v \cdot dt$ en fonction de la vitesse du fluide et donc la relation précédente se met sous la forme :

$$dq_{m1} = dq_{m2} \text{ soit : } \rho_1 v_1 dS_1 = \rho_2 v_2 dS_2 \text{ ou } dq_m = \rho v dS = Cte$$

Pour un écoulement isovolume ($\rho = Cte$) : $dq_{v1} = dq_{v2}$ soit : $v_1 dS_1 = v_2 dS_2$ ou $dq_v = v dS = Cte$

On retrouve évidemment la relation : $dq_m = \rho dq_v$

Vitesse Moyenne

En général la vitesse v n'est pas constante sur la section S d'un tube de courant ; on dit qu'il existe un profil de vitesse (forces de frottement). Le débit masse ou le débit volume s'obtient en intégrant le débit élémentaire sur toute la surface S .



Dans une section droite S de la canalisation, on appelle **vitesse moyenne** v_m la vitesse telle que :

$$q_m = \int_{(S)} dq_m = Cte \text{ ou } q_v = \int_{(S)} dq_v = Cte$$

$$q_v = v_{1moy} S_1 = v_{2moy} S_2 = Cte$$

$$v_{moy} = \frac{q_v}{S}$$

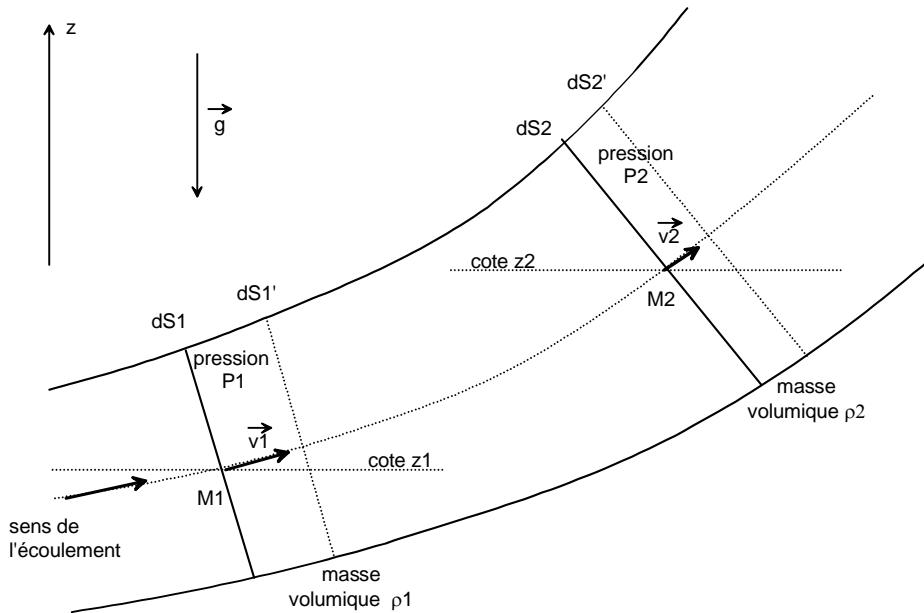
La vitesse moyenne v_{moy} apparaît comme la vitesse uniforme à travers la section S qui assurerait le même débit que la répartition réelle des vitesses.

Si l'écoulement est isovolume, cette vitesse moyenne est inversement proportionnelle à l'aire de la section droite.

EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

THEOREME DE BERNOULLI

Soit m une masse de **fluide parfait** (écoulement stationnaire isovolume, pas de frottement) entre les sections dS_1 et dS_2 à l'instant t (schéma ci-dessous); à l'instant $t + dt$, m se trouve entre dS'_1 et dS'_2 .



Par application de la conservation de l'énergie, appliquée à cette masse m entre les instants t et $t + dt$, on montre que l'on peut écrire :

$$\rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2 = \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1 = Cte$$

soit encore : $\rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = Cte$

travail des forces de volume (poids) et des forces de surface (pression)

p est la pression statique, $\rho g z$ est la pression de pesanteur, $\rho \frac{v^2}{2}$ est la pression cinétique.

En divisant tous les termes de la relation précédente par le produit ρg , on écrit tous les termes dans la dimension d'une hauteur (pressions exprimées en mètres de colonne de fluide).

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{p}{\rho g} = H_T = Cte \quad (H_T = \text{Hauteur Totale})$$

$\frac{p}{\rho g}$ = Hauteur de Pression, $\frac{v^2}{2g}$ = Hauteur dynamique, z = Hauteur de position ou côte

$z + \frac{p}{\rho g}$ = Hauteur piézométrique.

Cas d'un écoulement (1) → (2) sans échange de travail

Lorsque, dans un écoulement d'un fluide parfait, il n'y a aucune machine (ni pompe ni turbine) entre les points (1) et (2) d'une même ligne de courant, la relation de Bernoulli peut s'écrire sous l'une ou l'autre des formes suivantes :

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (z_2 - z_1) + (p_2 - p_1) = 0$$

ou

$$\frac{1}{2g} (v_2^2 - v_1^2) + (z_2 - z_1) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho g} = 0$$

RELATION DE BERNOULLI GENERALISEE

Cas d'un écoulement (1)→(2) avec échange d'énergie

Si les forces de frottement interviennent (P_f puissance dissipée < 0) ou lorsque le fluide traverse une machine hydraulique, il échange de l'énergie avec cette machine : la puissance P échangée est :

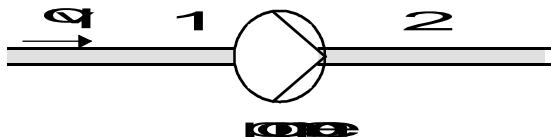
$$\frac{1}{2g} (v_2^2 - v_1^2) + (z_2 - z_1) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho g} = \frac{P}{\rho g q_v}$$

- $P > 0$ si l'énergie est reçue par le fluide (ex. : pompe P_G) ;
- $P < 0$ si l'énergie est fournie par le fluide (ex. : turbine P_R).

$$(\rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2) - (\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1) = \frac{P_f + P_R + P_G}{q}$$

Cas d'une pompe : (voir chapitre Pompes).

$$\frac{1}{2g} (v_2^2 - v_1^2) + (z_2 - z_1) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho g} = \frac{P}{\rho g q_v}$$



Pour une pompe on appelle **Hauteur nette** ou **Hauteur manométrique** la grandeur H donnée par :

$$H = \frac{P}{\rho g q_v} \quad \text{ou} \quad H = \frac{P}{g q_m} \quad q_v \text{ est le débit volume, } q_m \text{ est le débit masse}$$

Frottements

Il reste maintenant à établir la puissance dissipée par les forces de frottement ; c'est le **calcul des pertes de charge** qui sera détaillé dans le chapitre suivant.

Relation générale

On utilise la relation entre deux points 1 et 2 (le fluide se déplaçant dans le sens 1 → 2) sous la forme :

Pour une **pompe** (générateur) :

$$H_{T1} + H_{\text{pompe}} = H_{T2} + \sum h_i$$

Pour une **turbine** (récepteur) :

$$H_{T1} = H_{T2} + \sum h_i + H_{\text{turbine}}$$

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{p}{\rho g} = H_T$$

$\sum h_i$ représente toutes les pertes de charge (mCF) entre 1 et 2.

Par ex :

$$\left(\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 \right) + H_{\text{pompe}} = \left(\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 \right) + \sum_i h_i$$

Relation générale dans le cas d'un écoulement 1 vers 2 avec échange de travail et perte de charge

$$\frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) = W_{12} - \sum J_S - \sum J_r$$

W_{12} représente le **travail mécanique massique échangé** entre le fluide et d'éventuelles machines placées (pompe, turbine ...) entre 1 et 2 .

W_{12} positif signifie que la **machine fournit de l'énergie au fluide**

$\sum J_S + \sum J_r$ représente l'ensemble des pertes de charge singulières et régulières exprimées en énergie massique.

Les transferts thermiques

Objectif

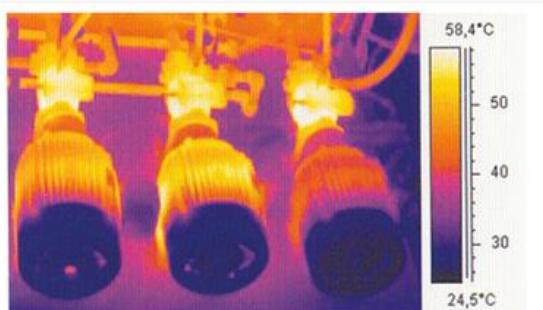
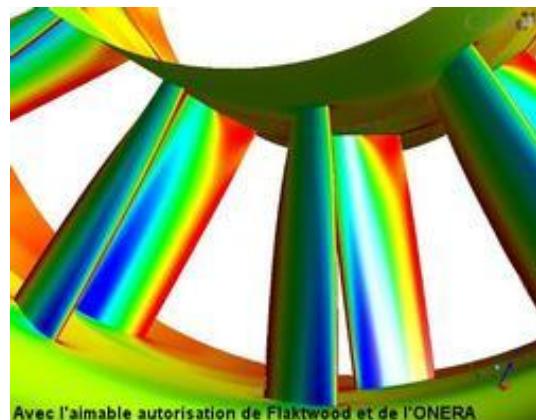
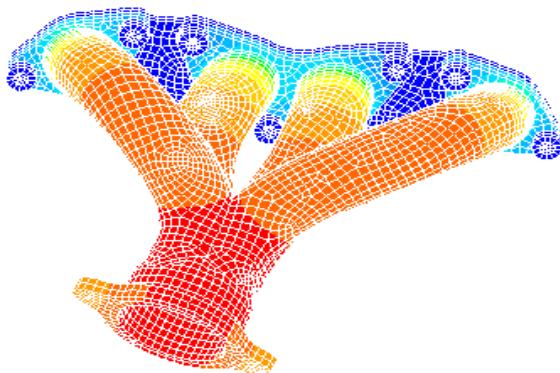
Identifier les effets d'une augmentation de température sur les composants mécaniques.
Identifier les différents modes de transfert de chaleur

Introduction

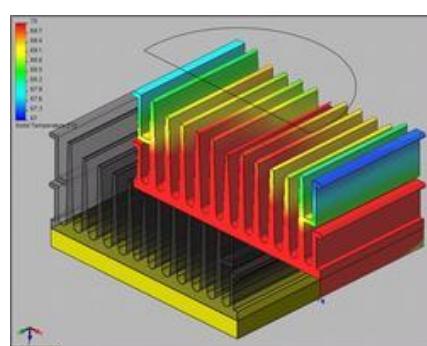
L'exemple le plus courant de situation mettant en jeu un transfert thermique est le système constitué de deux corps en contact et ayant des températures différentes. Le corps le plus chaud cède de l'énergie sous forme de chaleur au corps le plus froid. Il y a transfert thermique entre les deux corps. Il peut se produire des transferts thermiques vers un système dont la température reste constante, par exemple dans le cas d'un changement d'état physique (exemple : la fusion de la glace à 0°C sous la pression atmosphérique).

Les composants mécaniques soumis à des variations de température présentent des zones qui sont à des températures qui peuvent être très différentes.

Cette différence de température provoque des transferts de chaleur entre les zones qui sont à des températures différentes.



Contrôle thermique de l'échauffement de moteurs



De nombreuses grandeurs varient en fonction de la température :

- la résistance électrique
- la pression d'un gaz à volume constant
- la longueur d'une poutre
- la rigidité d'une poutre
- la viscosité des huiles

1 - Thermique

1 - 1 La température

La **température** est une grandeur physique mesurée à l'aide d'un thermomètre et étudiée en thermométrie.

En physique, elle se définit de plusieurs manières : comme fonction croissante du degré d'agitation thermique des particules (en théorie cinétique des gaz), par l'équilibre des transferts thermiques entre plusieurs systèmes ou à partir de l'entropie (en thermodynamique et en physique statistique). La température est une variable importante dans d'autres disciplines : météorologie et climatologie, médecine, et chimie.

L'échelle de température la plus répandue est le degré Celsius, dans laquelle la glace (formée d'eau) fond à 0°C et l'eau bout à environ 100°C dans les conditions standard de pression. Dans les pays utilisant le système impérial (anglo-saxon) d'unités, on emploie le degré Fahrenheit où la glace fond à 32°F et l'eau bout à 212°F. L'unité du système international d'unités (SI), d'utilisation scientifique et définie à partir du zéro absolu, est le kelvin¹ dont la graduation est presque identique à celle des degrés centigrades.

2 - La Chaleur

Le terme **chaleur** peut désigner :

- un transfert thermique en thermodynamique. Cette dernière notion est également reliée à :
 - l'énergie interne dont la chaleur est une des formes d'échange,
 - la chaleur latente, mise en jeu dans les changements d'état,
 - la capacité thermique, ou capacité calorifique,

Equilibre thermique

Un corps chaud plongé dans un bac contenant de l'eau froide provoque une augmentation de la température de l'eau contenue dans le bac jusqu'à l'**équilibre thermique**.

Notion de **capacité calorifique massique C** (unité : J/kg/deg)

Notion de quantité de chaleur Q : $Q = C \cdot m \cdot \Theta$

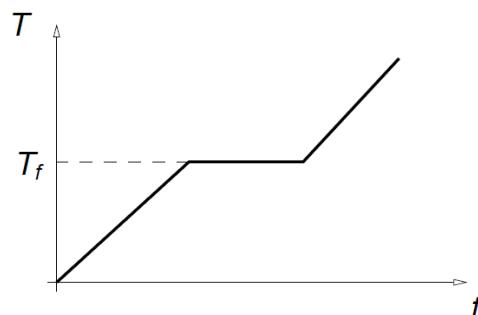
Unité : Joule (J) homogène à une énergie

Changements d'état

Par exemple, un corps chaud plongé dans un bac contenant de l'eau **glacée**

la température de l'eau reste constante

Il y a changement d'état, la glace fond en



Palier de changement d'état

Si un système n'est pas isolé thermiquement, la quantité de chaleur varie.

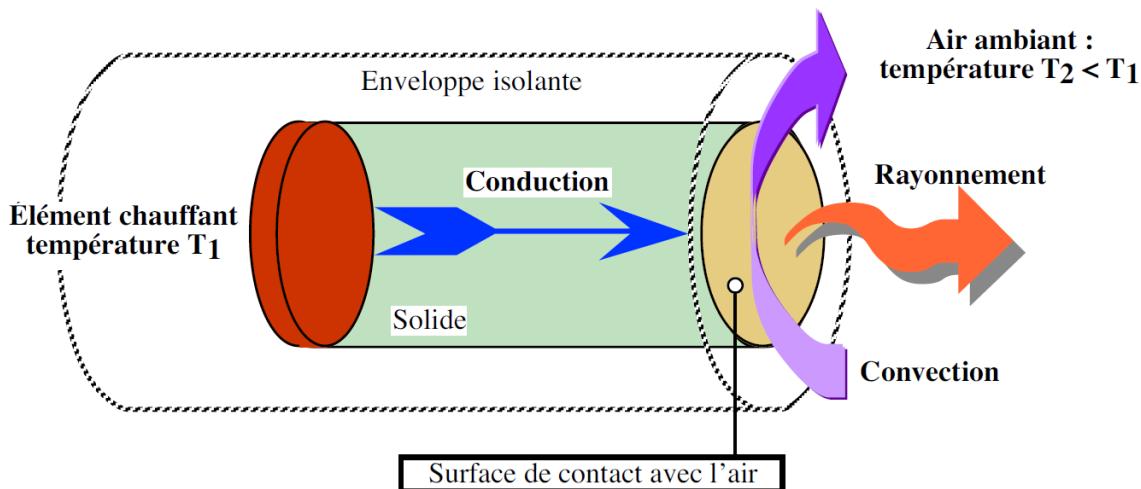
Il échange de la chaleur avec l'extérieur par convection, par conduction ou par rayonnement

Convention de signe

L'énergie **reçue** par un système est comptée **positive**.

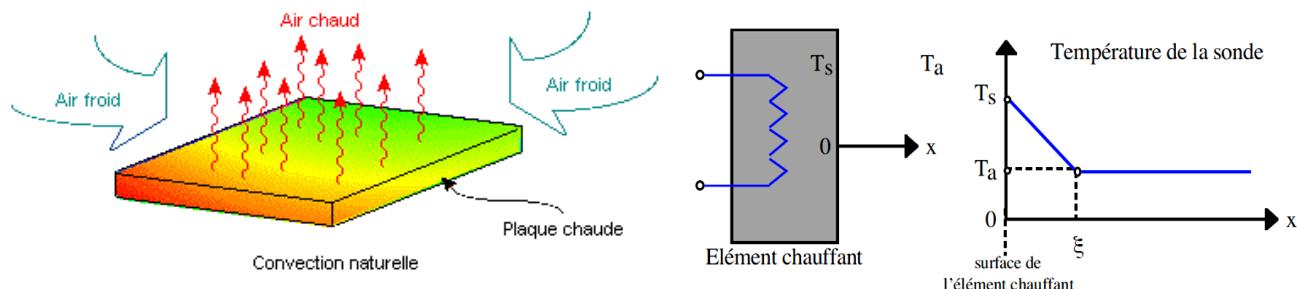
L'énergie **perdue** par un système est comptée **négative**.

Les trois modes de transmission de la chaleur



2 - 1 Convection

La convection est le transfert d'énergie thermique au moyen de fluides en mouvement. La convection est le mode de transfert de chaleur principal entre les surfaces de solides et les fluides adjacents. Les particules de fluide agissent comme transporteurs de l'énergie thermique.



Description du transfert thermique par convection

Les fluides, comme l'air, ont la propriété de voir leur masse volumique se modifier en fonction de la température. Par exemple, de l'air à 50°C est plus léger que de l'air à 20°C. Lorsqu'un fluide est en contact avec une surface chaude, sa masse volumique change et cela engendre des courants de convection le long de la surface. Ceci provoque un déplacement de la zone chaude et donc un transport de chaleur.

Puissance échangée

La Puissance échangée par convection est définie par la relation suivante :

$$P = h \cdot S \cdot \Delta T = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Avec :

- P = Puissance échangée en (W).
- ΔQ = Quantité de chaleur échangé Q (J).
- Δt = Durée de l'échange (s).
- h = Coefficient de convection ($W/m^2.K$).
- S = Surface d'échange (m^2)
- ΔT = Différence de température ($^{\circ}C$ ou K).

Note : La valeur de h dépend du fluide, de la surface de la paroi et des conditions d'écoulement et son calcul est très complexe car il dépend de nombreux paramètres. On utilisera, dans les plupart des cas, des valeurs de h définies par expérience.

Quelques valeurs de Coefficient de Convection

Ordre de grandeur de h (W/m².K) :

- convection libre (air) : 5 – 25
- convection libre (eau) : 100 – 900
- convection forcée (air) : 10 – 500
- convection forcée (eau) : 100-15000
- convection forcée (huile) : 50- 2000

$$P = 48,8 \times 0,8 \times 0,08 \times 2 \times 20 \times \frac{50}{0,0025} = \\ 2500 \text{ kW}$$

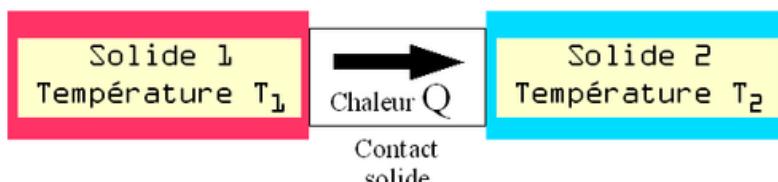
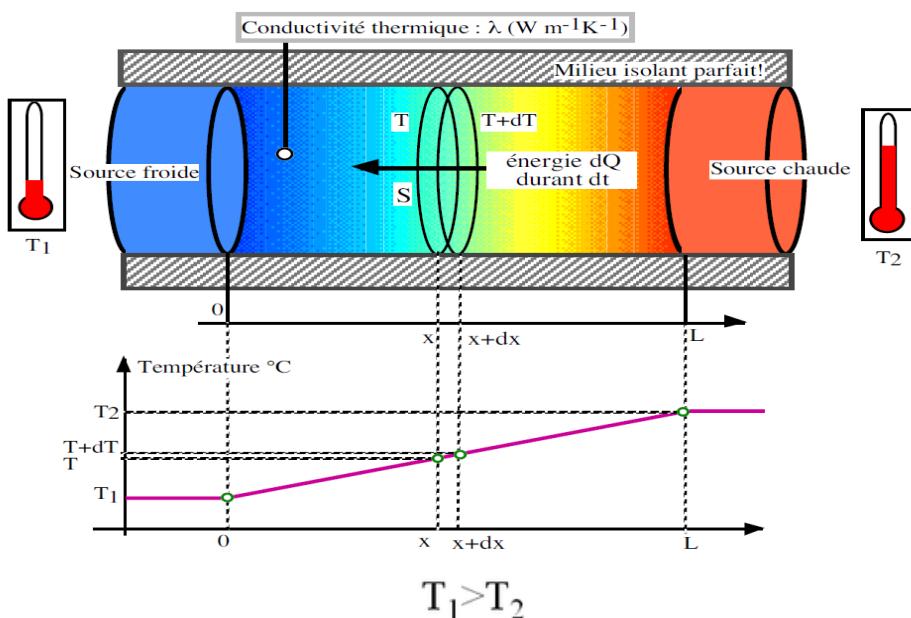
2 - 2 Conduction

La conduction est le transfert d'énergie thermique d'un point à un autre grâce à l'interaction des atomes ou molécules de la matière sans mise en mouvement de la matière. La conduction est le mode de transfert d'énergie thermique principal dans les solides. Si la température dans un solide varie d'un point à un autre, le transfert d'énergie thermique se fait depuis la zone de haute température vers la zone de basse température, de manière à établir un équilibre.

Le transfert par conduction est un échange d'énergie se réalisant au sein d'un système sans déplacement de matière. Ce transfert peut se réaliser au sein d'un seul corps ou par contact entre deux corps.

Dans un gaz ou un liquide, l'énergie se propage par contact direct entre molécules au gré des chocs aléatoires à l'échelle microscopique. Dans un solide ou fluide immobilisé, la vibration des atomes autour de leur position d'équilibre dans le solide, se transmet de proche en proche. Les cristaux disposent d'un mode de transfert thermique supplémentaire particulier associé aux vibrations du réseau (voir phonon).

Exemples de transfert par conduction : transfert à travers une paroi diathermique (par exemple les ailettes de refroidissement d'un moteur ou les radiateurs d'un chauffage central...) contrairement à une paroi adiabatique qui s'oppose au transfert de chaleur (par exemple, la paroi d'une bouteille isotherme).



Représentation schématique du transfert thermique par conduction.

D'une manière simple, le flux de chaleur qui passe dans un solide de manière monodirectionnel s'exprime de la manière suivante :

$$\Phi = -\lambda \cdot S_{nx} \cdot \frac{dT}{dx}$$

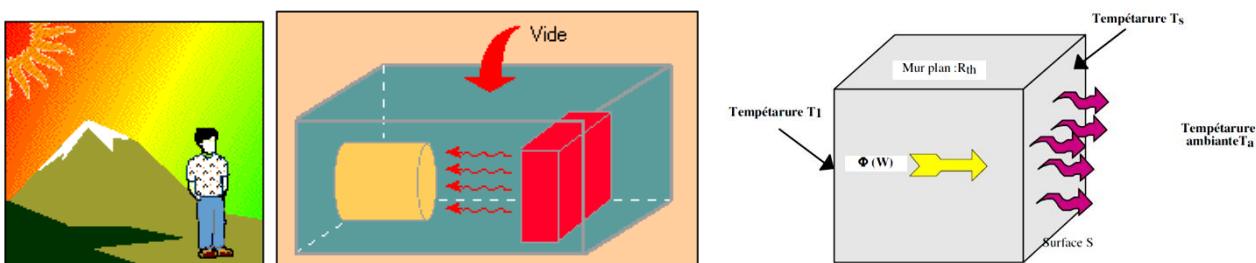
Où

- Φ : flux de chaleur en watt (W) ;
- λ : conductivité thermique du matériau (en $W.m^{-1}.K^{-1}$) ;
- S_{nx} = Surface perpendiculaire au flux de chaleur (normal à l'axe x considéré) ;
- dT : différence de température (en kelvins) ;
- x : axe considéré.

C'est une loi de diffusion similaire à la [loi de Fick](#).

2 - 3 Rayonnement

Le rayonnement est le transfert d'énergie thermique au moyen d'ondes électromagnétiques. Contrairement à la conduction et à la convection, les ondes électromagnétiques voyageant dans le vide, aucun milieu n'est nécessaire au transfert par rayonnement. Les effets du rayonnement sont plus importants à des températures plus élevées.



Par définition, le transfert se fait par rayonnement électromagnétique. Quelle que soit sa température, un corps émet un rayonnement thermique, celui-ci est plus ou moins intense selon cette température. La longueur d'onde à laquelle est émise ce rayonnement dépend aussi de cette température. Ainsi, le rayonnement thermique émis par le Soleil est situé principalement dans le visible. Des corps plus froids comme les mammifères émettent quant à eux dans l'[infrarouge](#). La loi dite [loi du déplacement de Wien](#) permet de donner la longueur d'onde du maximum d'émission en fonction de cette température.

Ce transfert de chaleur est le seul à se réaliser dans le vide, cas du rayonnement solaire arrivant sur Terre. Néanmoins, celui-ci se réalise aussi dans les fluides (l'air par exemple) et dans certains solides (verre).

Exemples de transfert par rayonnement : système de chauffage dit par radiant ; le soleil.

La [loi de Stefan-Boltzmann](#) (ou loi de [Stefan](#)) permet de quantifier ces échanges. La puissance rayonnée par un corps est donnée par la relation :

$$P = \epsilon S \sigma T^4$$

avec

- σ : [constante de Stefan-Boltzmann](#) ($5,6703 \cdot 10^{-8} W.m^{-2}.K^4$) ;
- ϵ : [émissivité](#), indice valant 1 pour un [corps noir](#) et qui est compris entre 0 et 1 selon l'état de surface du matériau ;
- S : superficie du corps ;
- T : température du corps (en kelvin).

Si le corps récepteur réfléchit certaines longueurs d'ondes ou est transparent à d'autres, seules les longueurs d'onde absorbées contribuent à son équilibre thermique. Si par contre le corps récepteur est un [corps noir](#), c'est-à-dire qu'il absorbe tous les rayonnements électromagnétiques, alors tous les rayonnements contribuent à son équilibre thermique.

3 - La thermo élasticité

Les changements de température peuvent induire des déformées, des contraintes et des déplacements importants. L'analyse thermo-mécanique désigne une analyse statique qui tient compte des effets de la température.

L'analyse thermomécanique mesure de façon précise les changements dimensionnels d'un échantillon en fonction de la température, du temps, et de la force constante appliquée.

Les transitions éventuelles d'une substance peuvent être détectées¹. Les plastiques amorphes, par exemple, ont généralement plusieurs transitions.

Les appareils d'ATM enregistrent en continu la déformation d'une substance, sous charge fixe, pendant qu'elle est soumise à un programme de température contrôlé.

La thermodilatométrie, d'autre part, mesure les changements dimensionnels d'une substance en fonction de la température sans appliquer de force. Pour cette technique, il est possible de calculer la courbe dérivée de la fonction :

$$\frac{\Delta L}{L_0} = f(T)$$

avec :

ΔL , l'augmentation de longueur ;

L_0 , la longueur initiale de l'échantillon ;

T , la température,

ce qui permet de déterminer le coefficent de dilatation linéaire (ou linéique) α (aussi noté α_L).

Des accessoires fournis avec les appareils de TMA permettent d'accéder au coefficient de dilatation volumique k (aussi noté α_V ou β). Pour un matériau isotrope¹ :

$$k = 3 \alpha.$$

Note : la dilatation thermique des matériaux est inversement proportionnelle à leur rigidité². Les plastiques ont ainsi des coefficients de dilatation élevés comparativement aux métaux.

Couplage : Par exemple, traction d'un solide élastique soumis à une augmentation de température

Nous pouvons donc écrire une nouvelle relation de comportement :

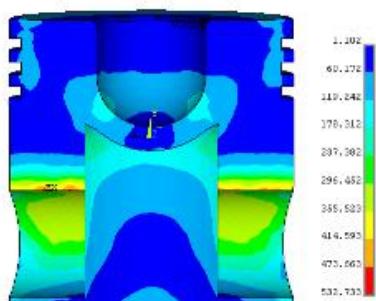
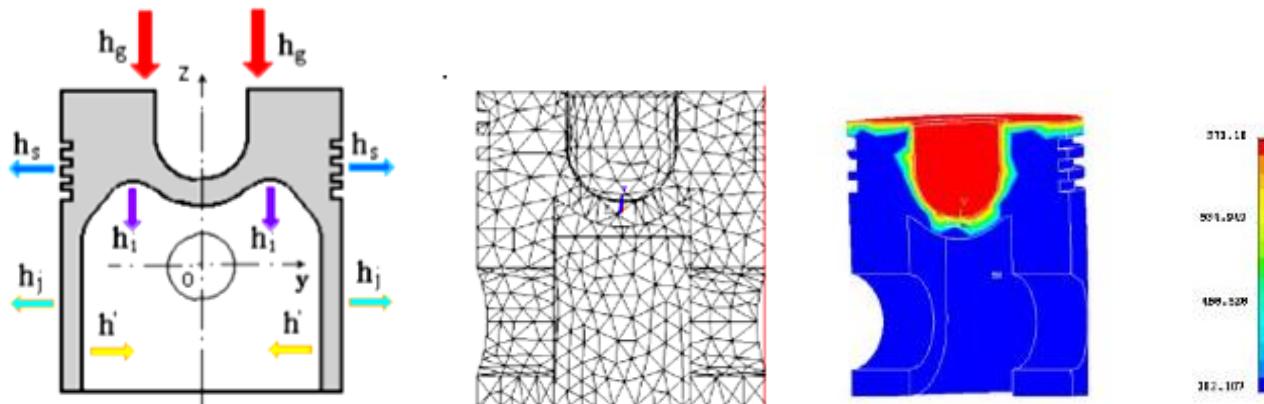
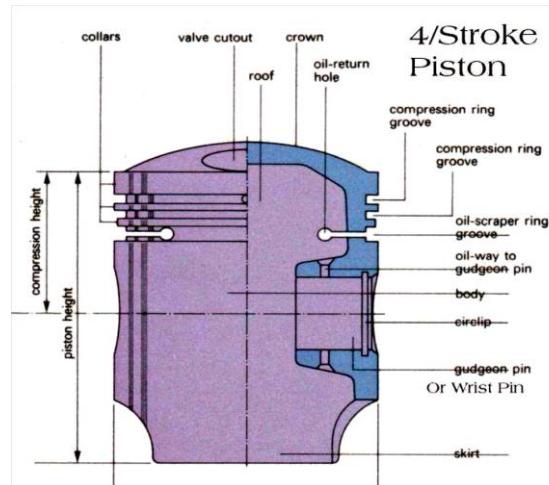
Relation de comportement en thermo-élasticité : $\Delta l = \left(\frac{N}{ES} + \alpha \Delta \Theta \right)$ avec α coefficient de dilatation

On dit qu'il y a couplage actions mécaniques - température.

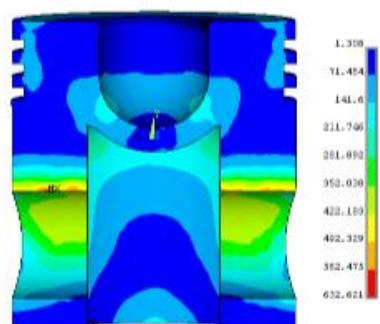
Exemple : Piston de moteur à explosion

Quelle forme doit-il avoir pour assurer le bon fonctionnement ?

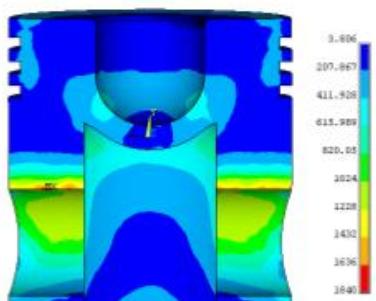
Quel matériau ?



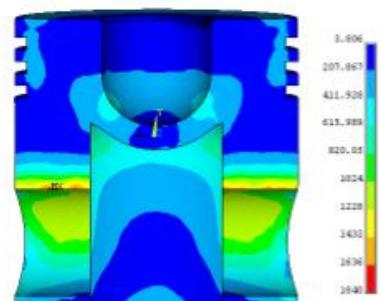
(a)



(b)



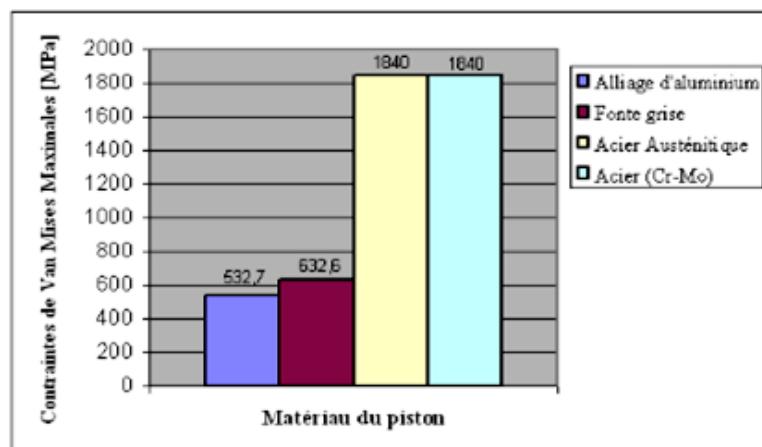
(c)



(d)

Représentation des contraintes de Von Mises selon le matériau du piston.
 « a. Alliage d'aluminium, b. Fonte grise, c. Acier austénitique, d. Acier (Cr-Mo) »

Les contraintes de Von Mises maximales selon le matériau du piston.



Représentation des déformations dans le plan de poussée maximale

