Faculté des sciences
Département de mathématiques
- 1ère Année LMD-MI –AU 2015/2016-

Rattrapage du contrôle Continu –Analyse 2 -Durée 1 h 30mn-

Les livres et documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et les téléphones portables.

Chacune de vos réponses doit être justifiée et argumentée.

Exercice 1 (11 Pts) **(Les parties *I)* et *II)* sont indépendantes.)**

I) On définit la fonction g : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to g(x) = \sqrt{arctg(1-x^2)}$

1) Déterminer le domaine de définition de la fonction g. ***(2 pts)***

2) La fonction g est-elle paire, impaire ? ***(1 pt)***

3) La fonction g est-elle continue sur son domaine de définition ? ***(2 pts)***

4) Déterminer le domaine de dérivation de g et calculer la fonction g' ***(1 pt + 2 pts)***

II) On définit la fonction f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x^3 \sin\frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

La fonction f est-elle de classe C^1 sur $\mathbb{R}$? ***(3 pts)***

Exercice 2 (5Pts)

On définit la fonction φ : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to \varphi(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{si } x \in [0,1] \\ \frac{1}{x} & \text{si } x \in]1,2] \end{cases}$

1) Montrer que la fonction φ vérifie les hypothèses du théorème des accroissements finis sur [0,2]. ***(3 pts)***

2) Trouver les valeurs de c dans la formule du théorème des accroissements finis sur [0,2]. ***(2 pts)***

Exercice 3 (2Pts)

Soit ψ une application de $]0,+\infty[$ dans $\mathbb{R}$.

On suppose que ψ est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que $lim_{x\to+\infty}\ \psi(x) = 0$.

Montrer que si pour tout $x > 0$, $\psi'(x) \leq 0$, alors pour tout $x > 0$, $\psi(x) \geq 0$.

NB : <u>1 point</u> est attribué à une copie bien présentée.