

## بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

امام صادق (علیه السلام) درباره‌ی آیه‌ی اِهْدِنَا الصِّرَاطَ الْمُسْتَقِيمَ فرمود:

ما را به راه راست رهنمون باش و ما را به پیمودن راهی هدایت فرما که به محبت تو می‌انجامد و به دین تو می‌رساند و مانع از آن می‌شود که با پیروی از هواهای نفسانی و آراء شخصی خود به هلاکت در افتیم.

### تمرین ۲:

تخمین موقعیت دوبعدی ربات چرخدار با

فیلتر کالمن توسعه یافته

درس ربات های متحرک خودگردان

مهلت ارسال: ۱ آذر

پاییز ۱۴۰۳

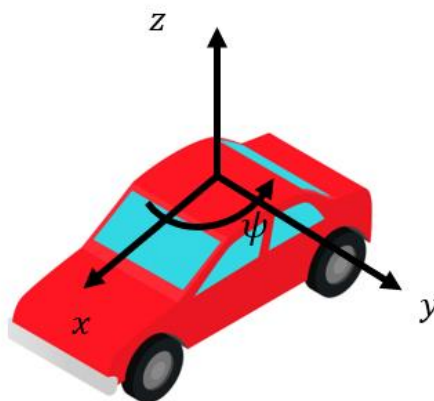
## تخمین موقعیت دوبعدی ربات چرخدار با فیلتر کالمن توسعه یافته<sup>۱</sup> (EKF)

### شرح مساله

داده‌های موجود در لینک، داده‌های IMU و GPS یک خودرو در یک بازه زمانی معین است. می‌خواهیم با استفاده از این داده‌ها، بردار حالت زیر را برای هر لحظه تخمین بزنیم. برای بردار حالت، توزیع نرمال چند متغیره در نظر گرفته‌ایم. بردار حالت در لحظه  $t$  در زیر نشان داده شده و پارامترهای آن نسبت به دستگاه مختصات جهانی (اینرسی) هستند.

$$\underline{X}_t = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ \dot{x}_t \\ \dot{y}_t \\ \psi_t \end{bmatrix}$$

شکل ۱- بردار حالت خودرو در لحظه  $t$



شکل ۲- دستگاه مختصات بدنه خودرو

### ویژگی داده‌ها

- داده‌های ثبت شده مربوط به شتاب خطی در راستای محور  $x$  و  $y$  بدنه و سرعت زاویه‌ای حول محور  $z$  بدنه در فایل imu.txt می‌باشد.
- فایل gps.txt حاوی مقادیر طول و عرض جغرافیایی در زمان‌های مشخص شده است.
- هم داده‌های IMU و هم GPS دارای برچسب زمانی برحسب نانو ثانیه است. همچنین مشخص است که نرخ داده‌های IMU بیشتر از GPS می‌باشد.

<sup>1</sup> Extended Kalman Filter

## قدم های حل مساله

- ۱- ابتدا می بایست موقعیت های GPS را از قالب موقعیت های جغرافیایی به موقعیت های کارتزین ENU، با تقریب یک صفحه محلی حول اولین نقطه، تبدیل کنید. بدین منظور با فرض اینکه زمین یک کره با شعاع ثابت است از روابط زیر می توانید استفاده کنید:

$$\begin{aligned}x_t &= R(lon_t - lon_0) \cos(lat_0) \\ y_t &= R(lat_t - lat_0)\end{aligned}$$

شعاع کره زمین را ۶۴۰۰ کیلومتر در نظر بگیرید. حول نقطه مبدأ  $lat_0$  (عرض) و  $lon_0$  (طول) تقریب صفحه انجام می شود. تمامی طول و عرض ها را بر حسب رادیان در نظر بگیرید.

- ۲- حال مدل تغییر حالت (system eq.) و مدل مشاهدات را بنویسید.
- راهنمایی ۱:** پیشنهاد می شود ورودی مدل را شتاب های خطی و سرعت زاویه ای در نظر بگیرید.  $\Delta t$  فاصله برچسب های زمانی است. بعد بردار حالت ۵ می باشد.

$$\underline{X}_t = \underline{g}(\underline{X}_{t-1}, \ddot{x}, \ddot{y}, \dot{\psi}, \Delta t) + \underline{\epsilon}$$

- راهنمایی ۲:** موقعیت گرفته شده از GPS را مستقیماً به علاوه نویز به عنوان مشاهده در نظر بگیرید. در این صورت مدل مشاهدات خطی خواهد بود و بعد بردار مشاهدات ۲ می باشد.

$$\underline{Y}_t = \underline{h}(\underline{X}_t) + \underline{\delta}$$

- ۳- ماتریس ژاکوبین مدل تغییر حالت را برای نقطه ای مشخص بنویسید. در پیاده سازی مناسب است این ماتریس در خروجی فراخوانی یک تابع به ازای نقطه مشتق گیری به دست آید.
- ۴- تابع update را نیز پیاده سازی کنید. این تابع به دلیل خطی بودن مدل مشاهدات ساده خواهد بود.
- ۵- نویز مدل تغییر حالت و نویز مشاهدات را به صورت ماتریس های کواریانس قطری با مقادیر زیر در نظر بگیرید:

$$R = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

- ۶- تخمین حالت اولیه را با استفاده از دو داده متوالی GPS و به صورت تحلیلی و دستی انجام دهید.
- ۷- به ترتیب با فراخوانی تک به تک داده های IMU و در نزدیک ترین زمان، داده های GPS، دو قدم prediction و update را در فیلتر بیز انجام دهید. توجه کنید که به دلیل نرخ بالاتر IMU نسبت به GPS قدم های update به تعداد کمتری فراخوانی خواهد شد.

۸- در گزارش خروجی موقعیت‌های مبتنی بر مشاهدات (یعنی GPS)، میانگین توزیع باور در هر لحظه و کانتور ماتریس کواریانس باور را ترسیم کنیم.

۹- انحراف معیار نویز مشاهدات را به ۱۰۰ متر در هر بعد افزایش دهید. فیلترینگ را از اول انجام دهید. چه تغییری در مشاهدات به وجود آمد. توضیح دهید.

### چند توصیه

- در تمامی محاسبات به واحد درجه و رادیان دقت کنید.
- به جهت بردارهای شتاب و مثبت و منفی بودن زوایا دقت کنید.
- قدم‌های انجام کار را با بصری‌سازی صحت‌سنجی کنید.

## ملاحظات انجام تمرین

- مهلت ارسال این تمرین ۱ آذر است.
- انتظار می‌رود گزارش واضح و رسا و ساختارمند باشد و طبق اصول صحیح نگارش شود. به عنوان مثال پیشنهاد می‌شود در گزارش خود برای تصاویر زیرنویس و برای جداول بالانویس اضافه شود و از فهرست مطالب و شماره‌گذاری صفحات استفاده شود.
- گزارش شما در فرآیند تصحیح از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین تمامی نکات و فرض‌هایی که برای پیاده‌سازی‌ها و محاسبات خود در نظر می‌گیرید را در گزارش ذکر کنید. الزامی به ارائه توضیح جزئیات کد در گزارش نیست. اما باید نتایج بدست آمده را گزارش و تحلیل کنید.
- در فرایند تصحیح لزوماً همه کدها اجرا نخواهند شد. بنابراین هرگونه نتیجه و یا تحلیلی که در شرح سوال از شما خواسته شده است را به طور واضح و کامل در گزارش بیاورید.
- هرچند هم‌فکری و مشارکت دانشجویان در فهم مطالب امری مطلوب تلقی می‌شود، اما با توجه به انفرادی بودن تمرین، وجود مشابهت غیرعادی در کد و گزارش تقلب محسوب شده و نمره افراد شرکت کننده در آن صفر ثبت خواهد شد.
- فایل گزارش را در پوشه report و کدها را در پوشه code قرار داده و سپس آنها را در یک فایل zip طبق فرمت `HW2_[StudentID]_[LastName].zip` در سایت کوئرا بارگذاری نمایید.

موفق باشید