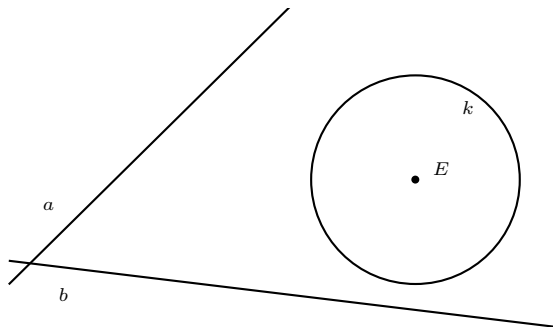


Kriván Bálint
Házi dolgozat

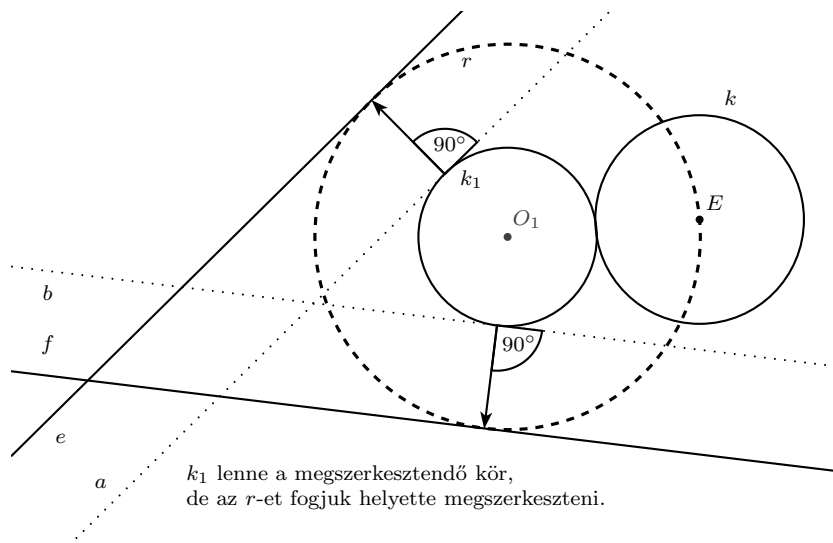
Feladat:

Két idegen egyeneshez és körhöz, szerkesszük meg azokat a köröket, melyek érintik mindhárom alakzatot.

Megoldás:

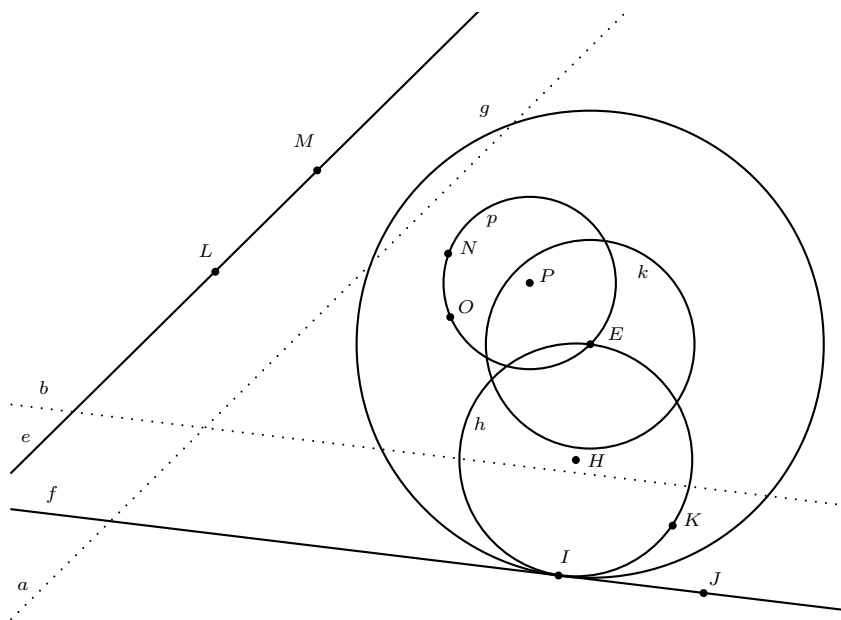


Ahogy a korábbi feladatoknál csináltuk, most is azt szeretnénk, ha pont lenne valamelyik alakzat. Ezt úgy érhetjük el, ha a körből pontot csinálunk. Ha a körből pont lesz, akkor a majd megszerkesztendő kör az eredeti kör (k) sugarával nagyobb lesz, mint ha nem csinálnánk belőle pontot. Így, ahhoz, hogy érintse az egyeneseket, el kell őket tolni, mégpedig a következő ábra szerint:



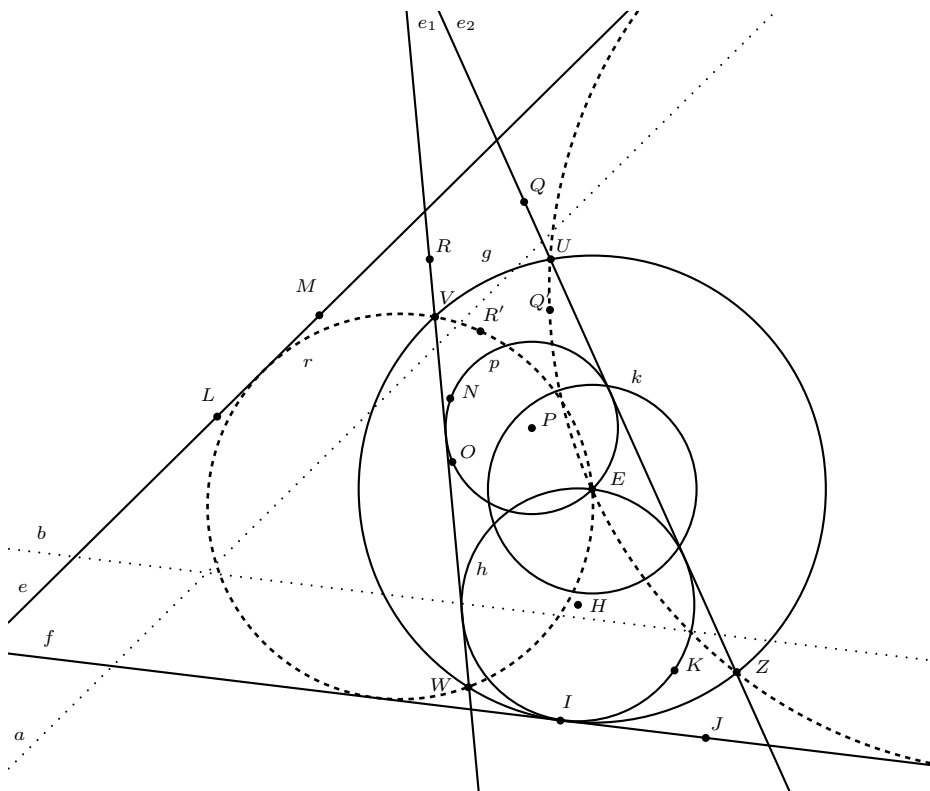
Az ábrán az a egyenes eltoltja e a b egyenes eltolja f . Mostantól az e -vel és f -el dolgozunk, így a -t és b -t pontozott vonallal jelöljük.

Nincs más dolgunk, mint az e és f egyeneseket invertáljuk egy E középpontú körre. Az egyszerűség kedvéért az alapkörünk érintse valamelyik egyenest, hogy könnyebb legyen a szerkesztés (papíron, hiszen számítógépen nincs jelentősége).

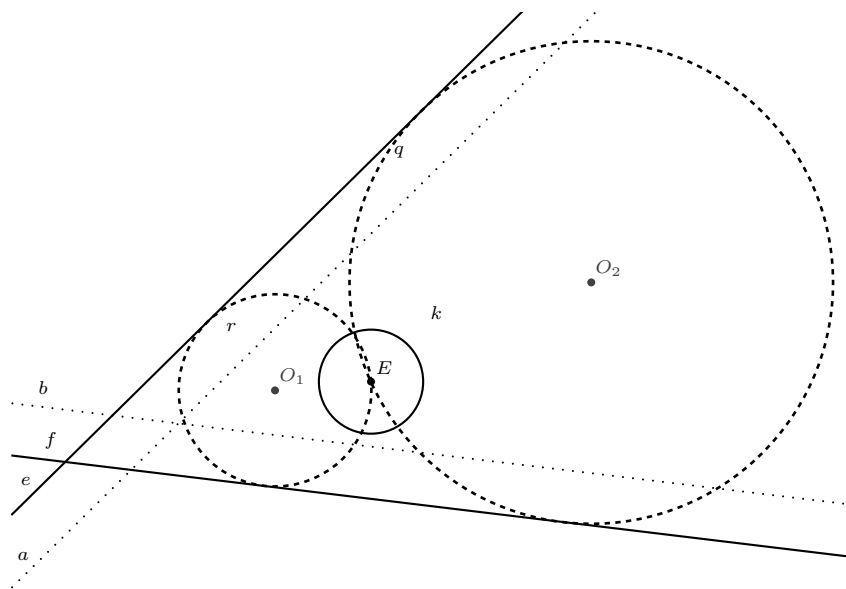


Amint látható az ábrán, invertáltuk a két egyenest: Az f egyenesen kijelöltünk egy J pontot. A J pontot invertálva kaptuk K -t. Tudjuk, hogy az f képének fix pontja I , illetve, hogy átmegy a póluson, azaz az E -n, így az f képe az I, K, E pontokon átmenő kör (h). Az e egyenes nem érinti a kört, így 2 pontot jelöltünk ki rajta: L és M . Ezeket invertáltuk (O, N), és szintén tudjuk, hogy az e egyenes képe átmegy majd a póluson, így a képe az N, O, E pontokon átmenő kör (p).

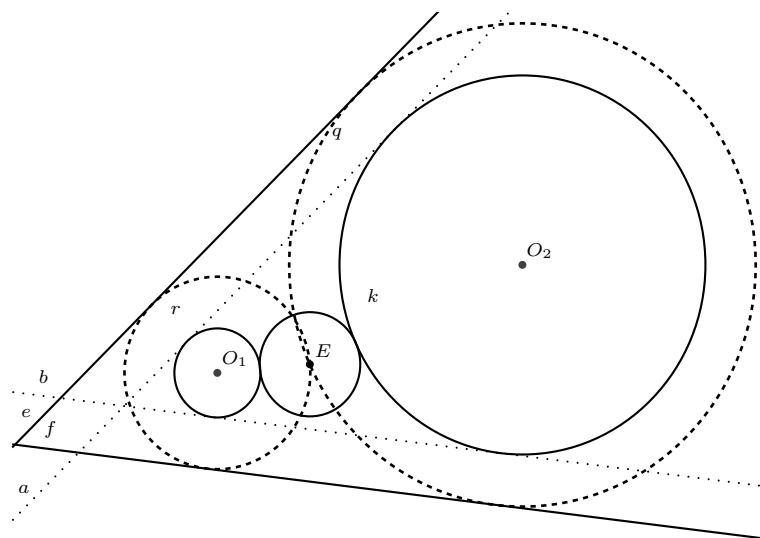
Hogy megkapjuk a megoldást, ennek a két körnek meg kell húznunk a közös érintőit, majd visszainvertálni:



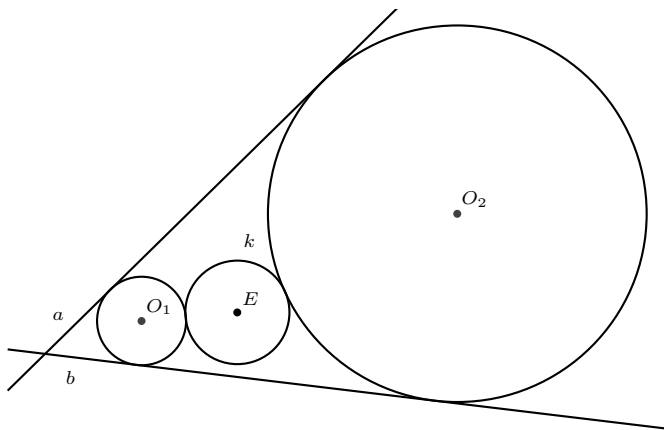
A közös érintőket (e_1 és e_2) úgy invertáltuk, hogy mindkettőn felvettünk 1-1 pontot (R és Q), és ezeket invertáltuk, melyeknek képei R' és Q' . Mivel mindkét egyenes metszi az alapkört, ezért a 2 metszéspont fix pont. Így a két érintő inverze az R', V, W , illetve a Q', U, Z pontokon átmenő körök. Távolítsuk el a fölösleges vonalakat:



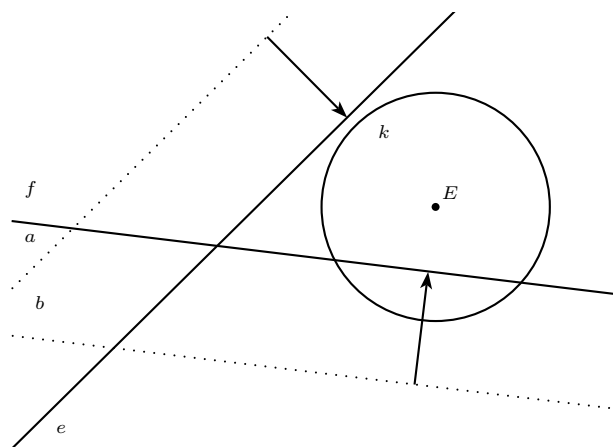
Már csak annyit kell tennünk, hogy az eredeti 2 egyenest érintse, ne pedig az eltoltjukat. Ez csak annyit jelent, hogy az eredeti kör (amihez kellett érintő köröket rajzolni) sugarával csökkentjük a két szaggatott kör sugarát:



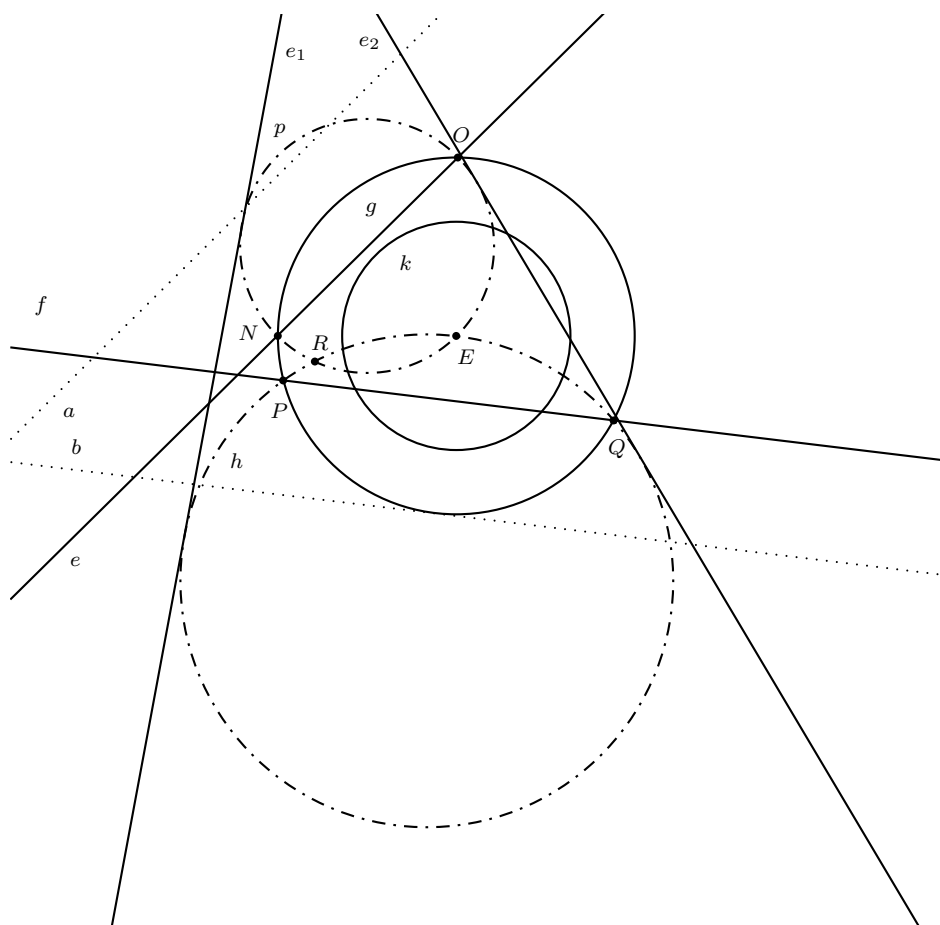
Meg is kaptuk azt a két megszerkesztendő kört, ami nem tartalmazza az k kört.



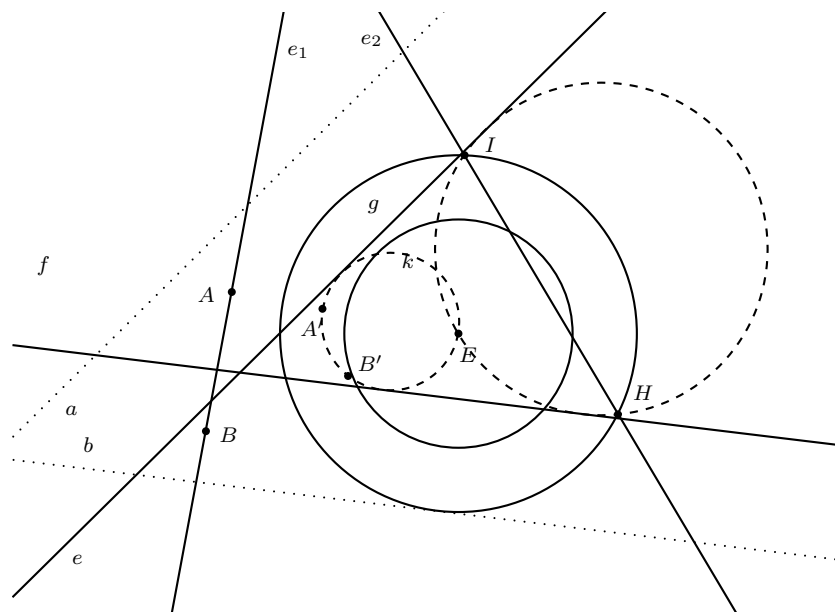
De van egy olyan eset, amikor a két érintő kör, olyan, hogy belülről érinti a k kört, azaz tartalmazza. Ennek a lépéseit csak röviden írjuk le, mert lényegében azonosak az előző megoldásmenettel. A fontos változtatás, hogy az egyeneseket, most a k kör felé toljuk el, nem pedig tőle el.



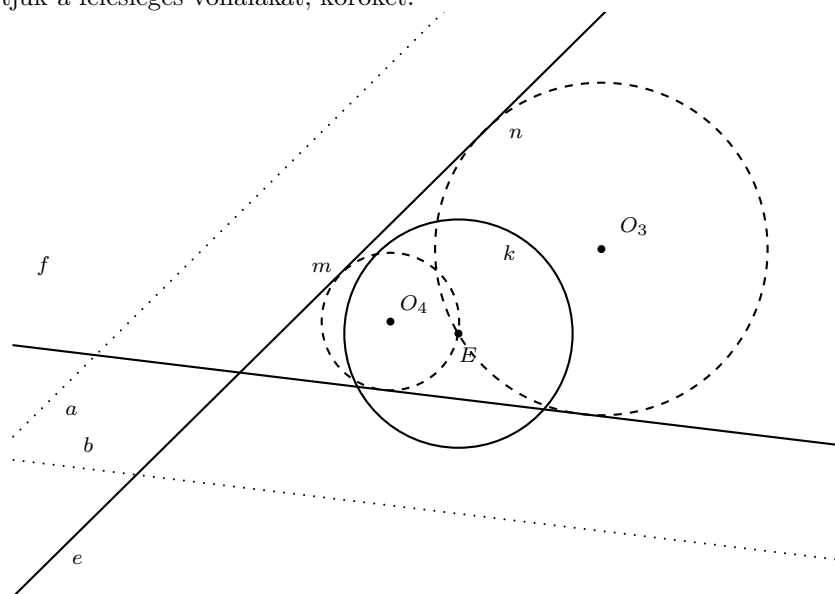
Ezek után invertáljuk a két eltolt egyenest (f és e) egy E középpontú alapkörre (g):



Az így keletkezett két szaggatott körnek (h és p) meghúztuk a két külső érintőjét (csak külső lesz, hiszen ahogy már fentebb írtuk, vagy érintik vagy metszik egymást). Ezeket visszainvertáljuk:



Megint eltüntetjük a felesleges vonalakat, köröket:



Nincs más dolgunk, mint a két szaggatott körnek a sugarát megnagyobbítani k kör sugarával, azért, hogy a két eredeti egyenest (a és b) érintsék, illetve ne az E -n menjenek át, hanem érintsék a k kört:

