

**B. 3973.**

Kriván Bálint

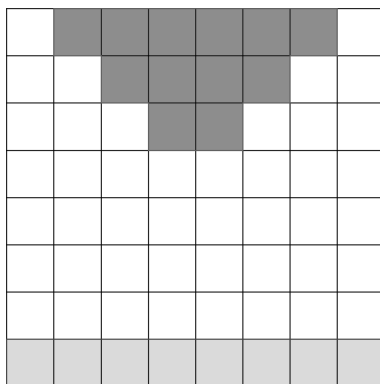
Budapest, Berzsenyi D. Gimn., 10. o. t.

redhat24@freemail.hu

**Feladat:** Hányféleképpen lehet a sakktablán elhelyezni 14 futót úgy, hogy semelyik kettő ne üsse egymást?

**Megoldás:**

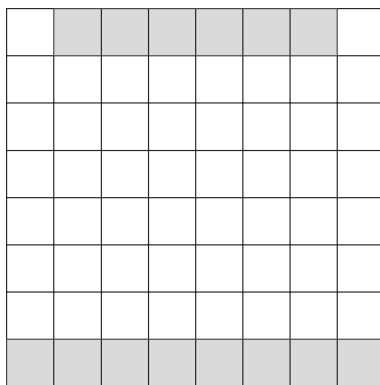
Rakjunk fel 8 futót a táblára a legalsó sorba (világosszürke). Nézzük meg, hogy ekkor hova rakhatjuk a maradék 6 futót (sötétszürke):



1. ábra.

Az ábrát megfigyelve, nyilvánvaló, hogy csak a legfelső sorba rakhatjuk őket, ha bárhová máshova raknánk a 6 közül az egyiket, akkor már nem tudnánk 6 futót odarakni.

**Tehát egy megoldásunk már van** (illetve ezt forgathatjuk, hiszen számít a tábla betűzése/számozása (sakktabláról van szó), de ezt majd csak a végén vesszük figyelembe):

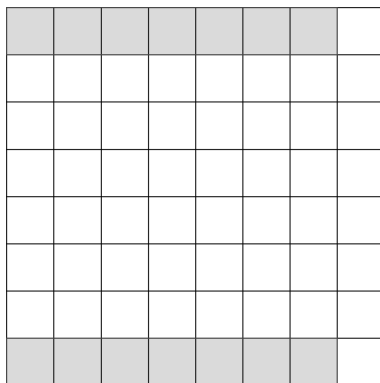


2. ábra. Megoldás 1.

További megoldásokhoz, próbáljunk elvenni egy futót és rakjuk máshova. A felső 6-os futóból nem veszünk el, hiszen tudjuk, hogy azt a 6 futót csak oda rakhatjuk le, ha már alulra leraktuk a 8-at. Tehát az alsó 8-ból próbálunk elvenni.

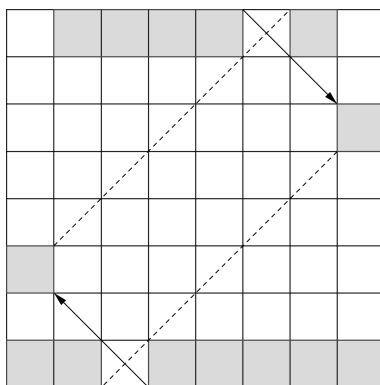
Az nyilvánvaló, hogy a sarkokban lévő 1-1 futót átrakhatjuk a vele átellenes sarokba, hiszen a sarkok csak az adott sarokból induló átlót fedik le. (Lásd 3. ábra). **Ezt is egy megoldásnak számítjuk** (forgatással kapjuk a többi, de majd a végén számoljuk).

Továbbá azt is észrevehetjük, hogy a széleknél lévő futók - mondhatni - átlót fednek le (lefedett mező azt jelenti, hogy oda már nem tehetünk más futót, mert ütve lesz), ami meg van törve. Mozgassuk el a lent lévő 8 futók közül egy futót (ami nem a sarokban van, hiszen azt az esetet már néztük)



3. ábra. Megoldás 2.

valamelyik törtátlón egészen a széléig. Ekkor észrevehetjük, hogy az elmozgatott futó üti a fent lévő 6 futó közül valamelyiket. Ez a futó viszont szintén a tábla szélén van tehát egy törött átlót fed le. Az ütési problémát könnyen feloldhatjuk ha ezt a fent lévő futót szintén az egyik törtátlón elmozgatjuk egészen a tábla széléig (természetesen úgy, hogy a két futó ne legyen egy mezőn, tehát a párhuzamos törtátlókon mozgatunk). A gondolatmenetet a 4. ábra mutatja be.



4. ábra. Megoldás 3.

Mivel 6 pár ilyen futó van, akiket el tudunk mozgatni, ezért **ez az eset 6 megoldást ad**. (Nem kell megszoroznunk kettővel, mert két irányba is mozgathatunk, hiszen a futók felállása ugyanaz lesz, csak az alsó és a felső csoportból elmozgatott 2 futó felcserélődik, de a futókat nem különböztetjük meg, tehát ez nem ad új megoldást.)

Viszont az előző esetnél csak azt néztük, ha egyet mozgatunk. Mi történik, ha többet mozgatunk egyszerre? Hányféleképpen tehetjük ezt meg? Az biztos, hogy most is csak egy irányba érdemes csak mozgatni, mert ugyanaz lesz a vége az előbbieken tárgyaltak miatt. Most is mint az előbb 6 db futót mozgathatunk összesen, hiszen a felső csoportba csak ennyi van. Ha kettőt mozgatunk, akkor az  $\binom{6}{2} = 15$ , hiszen a 6 futó közül 2-t választunk ki, ha 3-at akkor:  $\binom{6}{3} = 20$ , ha 4-et akkor:  $\binom{6}{4} = 15$ , ha 5-öt akkor:  $\binom{6}{5} = 6$ . **Tehát akkor ez még 56 lehetőség.**

Az előbbi 56 lehetőség a 2. ábrán felrajzolt esetből következik. De hasonló mozgatásokat elvégezhetünk a 3. ábrán felrajzolt esetből is. Ám, ha ezeket megtesszük, akkor észrevehetjük, hogy ezek az esetek ugyanazok mint az előzőek, csak elforgatva. Tehát ha 2. ábrán felrajzolt esetből 2 futót mozdítunk el, akkor az olyan mintha 3. ábrán felrajzolt esetből 4 futót mozgathatnánk el, majd fordítanánk a táblán.

**Minden esetet átnézve összesen 64 megoldást kaptunk.** Mivel sakktábláról van szó, ezért számít a betűzés/számozás, tehát a megoldást meg kell szoroznunk 4-el (hiszen a futók alatt a táblát háromszor elforgathatjuk 90°-al, plusz az eredeti állapot), hogy megkapjuk a valódi megoldást. **Tehát összesen**

256-féleképpen tudunk elhelyezni 14 futót a sakktáblán, hogy ne üssék egymást.