

B. 3983.

Kriván Bálint

Budapest, Berzsényi D. Gimn., 10. o. t.

redhat24@freemail.hu

Feladat:

Néhányan paintball-ütközetet vívnak egymással. Egy adott helyzetben a játékosok egymástól való távolsága mind különböző. Ekkor mindenki rálő a hozzá legközelebb álló emberre. Keresztezhetik-e egymást a golyók pályái?

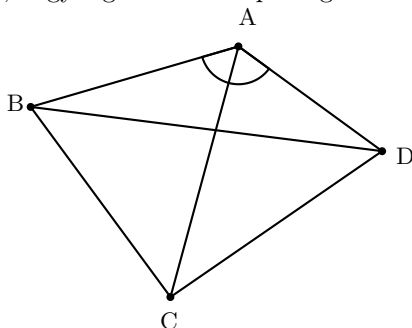
Megoldás:

Pontokkal ábrázoljuk az embereket, és kössünk össze két pontot, ha ők egymásra lőnek. Ha két ember kölcsönösen egymásra lő, akkor azt nem tekintjük keresztezésnek, illetve ezt külön nem is tüntetjük fel, hiszen csak a golyók pályája érdekel minket, az irány nem.

Bizonyítsuk be, hogy ha 4 ember van, akik paintball-ütközetet vívnak, akkor a golyók pályái nem keresztezik egymást. Ha ezt belátjuk, akkor tudjuk, hogy bármely 4 ember golyóinak pályái nem keresztezik egymást, tehát bárhány ember esetén nem fogják egymást a golyók keresztezni.

Ha négy embert pontokkal ábrázolunk, akkor tulajdonképpen egy négyszöget ábrázolunk. Ha összekötünk minden pontot minden másik ponttal, akkor láthatjuk, hogy csak a két átló keresztezheti egymást (konvex négyszög esetében, ha viszont konkávról (olyan, amelyben az oldalak nem keresztezik egymást, hiszen akkor az konvex, csak nem jól jelöltük meg a csúcsok sorrendjét) van szó, akkor sehogyan se keresztezheti egymást a golyók röppályája, hiszen akkor az átlók nem metszik egymást).

Az a kérdés, hogy lehet-e az, hogy mindkét átlót egyszerre behúzzuk a négyszögben (azaz keresztezik egymást a golyók röppályája)? Mivel egy négyszög belső szögeinek összege 360° , ezért átlagosan mindig szög 90° . Ebből következik, hogy legalább 1 tompaszög lesz a négyszögben:



Legyen az ábrán berajzolt szög ($\angle BAD$) az egyik tompaszög. Mivel egy háromszögben max. egy tompaszög lehet, ezért biztos, hogy ezzel a szöggel ($\angle BAD$) szemközti oldal a leghosszabb a BAD háromszögben. Ebből viszont az következik, hogy B és D biztosan nem fog egymásra lőni, hiszen mindenki a legközelebbire lő, így B , illetve D vagy A -ra vagy C -re lőnek (nem feltétlenül mindeketten ugyanarra lőnek).

Tehát 4 ember esetében biztosan nem keresztezik egymást a golyók röppályája, hiszen legalább az egyik átló mentén nem lesz röppályája.

Mivel 4 ember esetében nem keresztezik egymást, ezért bármely négy ember esetében nem keresztezik egymást a golyók röppályája. Ezzel beláttuk, hogy bárhány ember esetén, akik paintball ütközetet vívnak, nem keresztezik egymást a golyók röppályája.