

B. 3991.

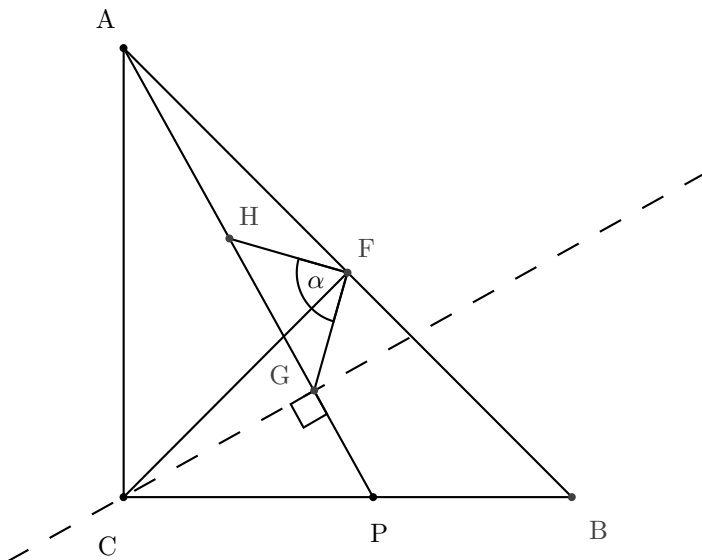
Kriván Bálint

Budapest, Berzsenyi D. Gimn., 10. o. t.

redhat24@freemail.hu

Feladat:

Az ABC egyenlőszárú háromszögben C -nél derékszög van. Legyen P a BC oldal egy tetszőleges pontja, és jelölje G a C pont AP -re való merőleges vetületét. Legyen H az AP szakasz azon pontja, amelyre $AH = CG$. Milyen szög alatt látszik AB felezőpontjából a GH szakasz?

Megoldás:

Sejtésünk az, hogy derékszög alatt látszik a GH szakasz F -ből, azaz az AB oldal felezőpontjából.

Forgassuk el az AHF háromszöget F körül $+90^\circ$ -al. A képe C , hiszen tudjuk, hogy CF merőleges AB -re, mivel egy egyenlőszárú háromszögben az alaphoz tartozó súlyvonal merőleges az alapra, illetve $CF = AF$, hiszen a derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó súlyvonal hossza megegyezik az átfogó felével. Az AH egyenese merőleges a CG egyenesére, így AH elforgatottja párhuzamos lesz vele, de mivel A képe C , ezért AH képe rajta lesz a CG egyenesen. Mivel $AH = CG$ (feladat szerint), ezért H képe G . Mivel F a forgatás centruma, ezért ő helyben marad. Tehát az AHF háromszög $+90^\circ$ -os elforgatásával a CGF háromszögbe jutunk. Emiatt HF képe GF , tehát HF és GF 90° -ot zárnak be, azaz $\angle HFG = 90^\circ$.

Beláttuk, hogy a GH szakasz az AB oldal felezőpontjából derékszögben látszik.

Diszkusszió:

Ha P a BC oldal tetszőleges belső pontja akkor ez teljesen jó megoldás. Ha viszont P a C csúcsra illeszkedik, akkor P , G és C egybe esik, illetve A és H is, így $\angle HFG = \angle AFC$, de $\angle AFC$ -ről tudjuk, hogy derékszög, hiszen CF az AB oldalhoz tartozó súlyvonal, ami viszont merőleges az alapra, hiszen egyenlőszárú háromszögről van szó. Tehát ekkor is derékszög alatt látszik.

Ha viszont P a B csúcsra illeszkedik, akkor H , F és G egy pontba esnek, azaz nem keletkezik látószög.