

[蔚蓝系列赛 Azur Series - Sponsored by bLue] Round 1

题解

凌乱之风

山东理工大学 ACM 集训队

2023 年 12 月 17 日



① 出题组与验题组

出题组

验题组

② Div.2

③ Div.1

① 出题组与验题组

出题组

验题组

② Div.2

③ Div.1

出题组

- Pan_QY
- Yfan_
- Sugar_T
- yxlxsxz
- 凌乱之风
- jk1024
- obss
- yuyansheng
- Ginger

① 出题组与验题组

出题组

验题组

② Div.2

③ Div.1

验题组

- 出题组
- wudima
- Spirit

① 出题组与验题组

② Div.2

A.A < B Problem

B.V 形宝藏 (Easy Version)

C.A + B Problem

D.A \wedge B Problem

E. 概率

F. 题面主打一个短小精炼

G.V 形宝藏 (Hard Version)

H. 王子公主请数数

③ Div.1

A.A < B Problem

出题人: Pan_QY

首次通过: APF (0:04 +)

签到

- 判断字符串是否包含 "-" 即可。

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/YTxfrfht7F/>

① 出题组与验题组

② Div.2

A. $A < B$ Problem

B.V 形宝藏 (Easy Version)

C. $A + B$ Problem

D. $A \wedge B$ Problem

E. 概率

F. 题面主打一个短小精炼

G.V 形宝藏 (Hard Version)

H. 王子公主请数数

③ Div.1

B.V 形宝藏 (Easy Version)

出题人: Pan_QY

首次通过: -.-.-.-.-.-.- (0:09 +)

暴力

- n 很小, 枚举 i, j, k 检查是否满足条件, 若满足则维护最大值, 时间复杂度 $O(n^3)$
- 注意三个 10^9 级别的数会超过 `int` 的范围, 需要开 `long long`

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/X6xCkvYM4J/>

① 出题组与验题组

② Div.2

A.A < B Problem

B.V 形宝藏 (Easy Version)

C.A + B Problem

D.A \wedge B Problem

E. 概率

F. 题面主打一个短小精炼

G.V 形宝藏 (Hard Version)

H. 王子公主请数数

③ Div.1

C.A + B Problem

出题人: Sugar_T

首次通过: -.-.-.-.-.-.-.- (0:25 +)

模拟

- 模拟高精度加法，记录进位次数即可。

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/9fYZHh4z2N/>

① 出题组与验题组

② Div.2

A.A < B Problem

B.V 形宝藏 (Easy Version)

C.A + B Problem

D.A \wedge B Problem

E. 概率

F. 题面主打一个短小精炼

G.V 形宝藏 (Hard Version)

H. 王子公主请数数

③ Div.1

D.A \wedge B Problem

出题人: Pan_QY

首次通过: -.-.-.-.-.-.-.- (0:42 +4)

思维 构造 贪心

- 若 n 不为 2 的幂次, 即 n 的二进制表示中有 ≥ 2 位为 1, 那么将这些位分到两个数中构成 a, b 就好了, 就可以保证两个数二进制同一位不同时为 1, 异或出来就是 n , 异或是不进位加法, 所以 $a \oplus b \leq a + b$ 也可证得。
- 若 n 为 2 的幂次, 上述做法就不行, 因为只有 1 位为 1, 所以必须将某一位拆成两个次一位相加, 那么这位在两个数中都会出现也就是异或出来一定消失。那么我们就选最小的一位消失, 也就是 2^0 那一位。所以构造 1 和 $n - 1$, 异或出来答案为 $n - 2$

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/DztPNHxQqs/>

① 出题组与验题组

② Div.2

A. $A < B$ Problem

B. V 形宝藏 (Easy Version)

C. $A + B$ Problem

D. $A \wedge B$ Problem

E. 概率

F. 题面主打一个短小精炼

G. V 形宝藏 (Hard Version)

H. 王子公主请数数

③ Div.1

出题人: Yfan_

首次通过: kyorak (0:30 +)

概率

- 考虑组合意义，答案即为 $\frac{m}{m+k}$ ，注意用 gcd 约分。

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/mMrwz3NVbk/>

① 出题组与验题组

② Div.2

A. $A < B$ Problem

B. V 形宝藏 (Easy Version)

C. $A + B$ Problem

D. $A \wedge B$ Problem

E. 概率

F. 题面主打一个短小精炼

G. V 形宝藏 (Hard Version)

H. 王子公主请数数

③ Div.1

F. 题面主打一个短小精炼

F. 题面主打一个短小精炼

出题人: yx!xsxz

首次通过: -.-.-.-.-.-.-.- (1:59 +4)

前缀和

- 类似前缀和的思想, 假设前 i 个元素的和为 sum_i 且此时 $sum_i - k \geq 0$, 那么以 i 为右界的符合题意的子数组数量就是求有多少个 j 满足 $j < i$ 且 $sum_i - sum_j = k$

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/fYt26PPf6p/>

① 出题组与验题组

② Div.2

A.A < B Problem

B.V 形宝藏 (Easy Version)

C.A + B Problem

D.A \wedge B Problem

E. 概率

F. 题面主打一个短小精炼

G.V 形宝藏 (Hard Version)

H. 王子公主请数数

③ Div.1

G.V 形宝藏 (Hard Version)

出题人: Pan_QY

首次通过: -..—..-....-....-.- (2:51 +2)

前后缀最大值

- 维护一下 $1 \sim i-1$ 的最大值和 $i+1 \sim n$ 的最大值, 检查第 i 个数是否可以三元组的中间值。时间复杂度 $O(n)$
- 注意三个 10^9 级别的数会超过 `int` 的范围, 需要开 `long long`

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/CxrKwfkNPD/>

① 出题组与验题组

② Div.2

A. $A < B$ Problem

B. V 形宝藏 (Easy Version)

C. $A + B$ Problem

D. $A \wedge B$ Problem

E. 概率

F. 题面主打一个短小精炼

G. V 形宝藏 (Hard Version)

H. 王子公主请数数

③ Div.1

H. 王子公主请数数

出题人：Pan_QY

首次通过：无

递推 DP

- 首先一个数本身是一个数，其次它可以添加小于等于他一半的所有数，那么也就是小于等于他一半的所有数的方案后面加上这个数本身，可以通过前缀和递推一下。
- 注意 0 的话可以构造集合 $\{0\}$ ，所以答案为 1

参考代码：<https://paste.ubuntu.com/p/g4qKTnF2vT/>

G. 惨无人道的资本家

① 出题组与验题组

② Div.2

③ Div.1

A.V 形宝藏 (Hard Version)

B. 王子公主请数数

C. 三元组

D. 询问区间

E.Remake!

F. 无规则运动

G. 惨无人道的资本家

A.V 形宝藏 (Hard Version)

出题人: Pan_QY

首次通过: LittleXi (0:04 +)

前后缀最大值

- 维护一下 $1 \sim i-1$ 的最大值和 $i+1 \sim n$ 的最大值, 检查第 i 个数是否可以三元组的中间值。时间复杂度 $O(n)$
- 注意三个 10^9 级别的数会超过 `int` 的范围, 需要开 `long long`

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/CxrKwfkNPD/>

③ Div.1

G. 惨无人道的资本家

B. 王子公主请数数

出题人: Pan_QY

首次通过: ATM12345 (0:05 +)

递推 DP

- 首先一个数本身是一个数，其次它可以添加小于等于他一半的所有数，那么也就是小于等于他一半的所有数的方案后面加上这个数本身，可以通过前缀和递推一下。
- 注意 0 的话可以构造集合 $\{0\}$ ，所以答案为 1

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/g4qKTnF2vT/>

① 出题组与验题组

② Div.2

③ Div.1

A.V 形宝藏 (Hard Version)

B. 王子公主请数数

C. 三元组

D. 询问区间

E.Remake!

F. 无规则运动

G. 惨无人道的资本家

C. 三元组

出题人: obss

首次通过: learner__(0:24 +)

哈希

- 先预处理出所有字符串及其逆序的哈希值，暴力枚举三元组，算出字符串拼接后的哈希值，再逆序算一遍哈希值判断是否相等即可。

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/hFqRcz9gyG/>

③ Div.1

G. 惨无人道的资本家

D. 询问区间

出题人：凌乱之风

首次通过：ATM12345 (0:27 +)

做法 1：线段树

- 对于每个 a_i ，找到第一次 a_i 出现的下标（记作 L_i ）以及最后一次 a_i 出现的下标（记作 R_i ）
- 将 L_i 和 R_i 维护到线段树/ST 表，其中对 L_i 区间求最小值，对 R_i 区间求最大值。
- 每次询问时只需要判断给定 $[l, r]$ 区间是否满足线段树/ST 表查询区间在 $[l, r]$ 内即可。

参考代码：<https://paste.ubuntu.com/p/Bq8sJkYrhf/>

D. 询问区间

做法 2: 莫队

- 先处理出每个元素的总数量，然后用莫队维护当前区间元素的种类 now_1 ，同时维护有多少个元素达到了总数量 now_2 ，如果 $now_1 = now_2$ 就代表是一个合法序列。

参考代码：<https://paste.ubuntu.com/p/VzPjFtRS7c/>

① 出题组与验题组

② Div.2

③ Div.1

A.V 形宝藏 (Hard Version)

B. 王子公主请数数

C. 三元组

D. 询问区间

E.Remake!

F. 无规则运动

G. 惨无人道的资本家

E.Remake!

出题人: jk1024

首次通过: learner__(1:11 +3)

建图 最小生成树 启发式合并

- 题意可以看成从一个点到另一个点的路径让最大值最小。
- 先把互相可以到的点建边，然后建一颗最小生成树，当这条边的两个点的集合不是一个集合的时候，当前两个集合的点的最大值就是当前的边的最大值，启发式合并来维护每个集合包含的点即可。

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/8FbCsJ5sb5/>

① 出题组与验题组

② Div.2

③ Div.1

A.V 形宝藏 (Hard Version)

B. 王子公主请数数

C. 三元组

D. 询问区间

E.Remake!

F. 无规则运动

G. 惨无人道的资本家

F. 无规则运动

出题人: Ginger

首次通过: 无

坐标变换 组合数

- 令
$$\begin{cases} u = x + y \\ v = x - y \end{cases}$$
- 此时上下左右移动的坐标变化为:
 - 1 向上移动 $(x, y + 1) \rightarrow (u + 1, v - 1)$
 - 2 向下移动 $(x, y - 1) \rightarrow (u - 1, v + 1)$
 - 3 向左移动 $(x - 1, y) \rightarrow (u - 1, v - 1)$
 - 4 向右移动 $(x + 1, y) \rightarrow (u + 1, v + 1)$
- 此时在新的坐标系下, 就可以单独独立考虑横纵坐标到达目标点的方案数。

F. 无规则运动

坐标变换 组合数

- 现在仅考虑在时间 t 的情况下, u 坐标系从起始点 u_1 , 走到目标点 u_2 的方案数量。
- 首先时间 t 必须大于等于 $|u_1 - u_2|$ 两点之间的距离。
- 其次时间 t 和 $|u_1 - u_2|$ 两点之间的距离必须同奇偶。
- 满足上述两个条件才能走到目标点, 走到目标点的方案数为 $\binom{t}{\frac{(t-|u_1-u_2|)}{2}}$, 就是从 t 个方向中, 选出往回走的方案数量
- 对于同一个目标点, 就是把所有点的方案数乘起来, 然后枚举所有的目标点, 把单坐标系的方案数乘起来。
- 由于新 u, v 的坐标变化相互独立, 所以在单独考虑后, 把方案数相乘, 即最终答案方案数。

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/97SDtHc4Tx/>

① 出题组与验题组

② Div.2

③ Div.1

A.V 形宝藏 (Hard Version)

B. 王子公主请数数

C. 三元组

D. 询问区间

E.Remake!

F. 无规则运动

G. 惨无人道的资本家

G. 惨无人道的资本家

出题人: yuyansheng

首次通过: 无

网络流

- 考虑建立最大流模型。
- 源点向每个人连 a_i 的流量。
- 对每次操作给定的 (A, B) 将 A 和 B 再拓展出一个点, 只需要将之前的点和新建立的点之间建立一条流量为他们各自的资金上限的边即可, 同时新建立的两个点连双向的正无穷的流量 (正向边流量为 ∞ , 反向边流量也为 ∞)
- 最后将作为资本家的人的最后扩展出来的点和汇点建立一条流量为他们各自资金上限的边即可 (如果发现某一个资本家没有参与过交易会那么源点向汇点建立一条流量为初始携带资金的边)
- 这样建图之后的点数为 M , 边数为 $M + K$
- 由于 a_i 很小并且图很特殊, 所以 dinic 没有办法跑满时间复杂度大约为 $O(NM)$

参考代码: <https://paste.ubuntu.com/p/vbyVrwVk4N/>