0.0.1 Geometria

Asa

A asa é definida a partir de 39 parâmetros mostrados na Tabela 1.

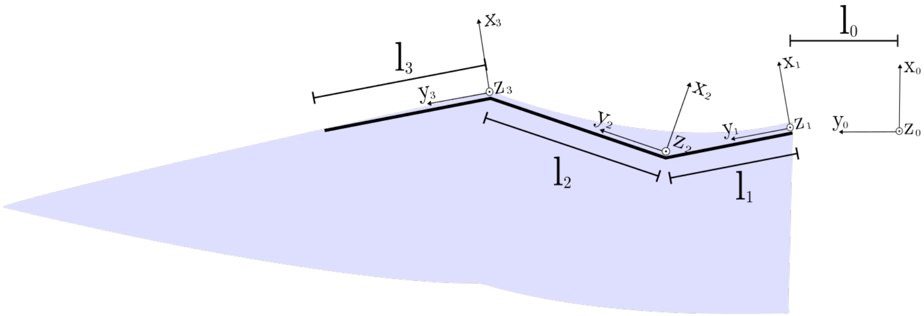
Table 1: Parâmetros necessários para definir a forma da asa.

Parâmetros	Ddescrição
$l_i,\ i \epsilon [0,\ 3]$	Posição e comprimentos que representam a estrutura esquelética da ave.
$\theta_i,\ i \epsilon [0,\ 7]$	Ângulo de rotação das articulações.
$h_i,\ i \epsilon [1,\ 7]$	Comprimentos para definir os pontos contidos nas curvas.
$\delta_i,\ i \epsilon [1,\ 10]$	Número entre 0 e 1 que definem a posição dos pontos de auxiliares.
$foils_i,\ i \epsilon [1,\ 3]$	Pontos de 3 perfis aerodinâmicos, na raíz da asa, no meio e na ponta.

Rotação das Articulações

O movimento das asas são definidos a partir da rotação nas articulações mostradas na Figura 1. As seções 1, 2 e 3, referentes aos comprimentos l_1, l_2 e l_3, foram definidas considerando a estrutura esquelética das aves, referente ao úmero, rádio/ulna e metacarpos respectivamente.

Figure 1: Seções da asa e seus sistemas de coordenadas.



A partir das definições dos sistemas de referência $(xyz)_1$, $(xyz)_2$ e $(xyz)_3$ na Figura 1, são definidos 14 ângulos de rotação, 7 de cada lado da asa, como mostrado abaixo. O subescrito e e d representam o valor do lado esquerdo e direito da asa respectivamente.

1. Seção 1: a base da seção 1 corresponde à articulação do ombro e pode sofrer rotação em torno dos 3 eixos, referentes aos ângulos θ_1, θ_2 e θ_3. Assumindo que inicialmente os vetores unitários $\hat{x}_1$, $\hat{y}_1$ e $\hat{z}_1$ coincidem com a base do sistema $(xyz)_0$, as rotações do lado esquerdo da asa são θ_{1_e}, θ_{2_e} e θ_{3_e} em torno de $\hat{x}_{1_e}$, -$\hat{y}_{1_e}$ e $\hat{z}_{1_e}$ respectivamente. Do lado direito as rotações são em torno dos eixos, -$\hat{x}_{1_d}$, -$\hat{y}_{1_d}$ e -$\hat{z}_{1_d}$, e os ângulos são θ_{1_d}, θ_{2_d} e θ_{3_d} respectivamente. Os ângulos são rotacionados em torno dos eixos na ordem $\hat{y}_1$, $\hat{x}_1$ e $\hat{z}_1$.

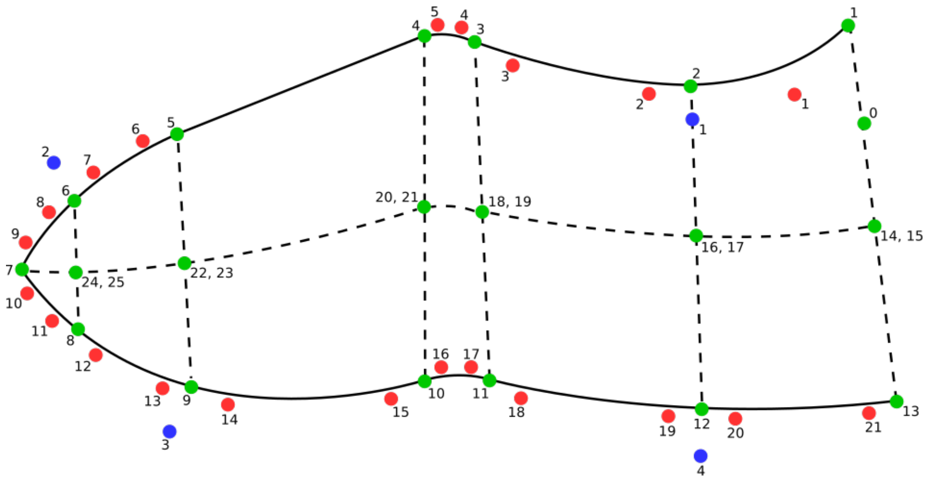
2. Seção 2: a base da segunda seção corresponde à articulação do cotovelo e pode sofrer rotação em torno de 2 eixos, $\hat{y}_2$ e $\hat{z}_2$, referentes aos ângulos θ_4 e θ_5. A rotação em torno de $\hat{y}_2$ não é aplicada em toda a seção, mas varia, começando de 0.0 na base, até o valor máximo na ponta, como ocorre no antebraço humano. Já o ângulo θ_5 pode assumir apenas valores positivos, uma restrição causada pela articulação. Por fim, as rotações do lado esquerdo da asa, θ_{4_e} e θ_{5_e}, ocorrem em torno dos eixos -$\hat{y}_{2_e}$ e -$\hat{z}_{2_e}$. Já do lado direito, os eixos são -$\hat{y}_{2_d}$ e $\hat{z}_{2_d}$. Os ângulos são rotacionados em torno dos eixos na ordem $\hat{z}_2$ e $\hat{y}_2$.

3. Seção 3: a base da terceira seção corresponde à articulação da mão e pode sofrer rotação em torno dos eixos $\hat{x}_3$ e $\hat{z}_3$, referentes aos ângulos θ_6 e θ_7. Do lado esquerdo as rotação ocorrem em torno dos eixos -$\hat{x_{e3}}$ e $\hat{z}_{3_e}$ e, do lado direito $\hat{x_{e3}}$ e -$\hat{z}_{3_e}$. Os ângulos são rotacionados em torno dos eixos na ordem $\hat{x}_3$ e $\hat{z}_3$.

Contorno

A Figura 2 mostra os pontos de controle necessários para se definir o contorno da asa.

Figure 2: Pontos necessários para determinar o contorno da asa. Os pontos verdes estão contidos no contorno, os vermelhos são pontos de controle para determinar as curvas de Bézier e os azuis são pontos auxiliares.



Pontos: l_1, l_2 e l_3

$$\vec{l}_1 = \vec{p}_0 + l_1\hat{y}_1 \tag{1}$$

$$\vec{l}_2 = \vec{l}_1 + l_2\hat{y}_2 \tag{2}$$

$$\vec{l}_3 = \vec{l}_2 + l_3\hat{y}_3 \tag{3}$$

Ponto: $\vec{p}_0$

$$\vec{p}_0 = l_0\hat{y}_0 \tag{4}$$

Ponto: $\vec{p}_1$

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_0 + q(\theta_2, -\hat{y}_0)q(\theta_0, \hat{z}_0)(h_1\hat{x}_0)q'(\theta_0, \hat{z}_0)q'(\theta_2, -\hat{y}_0) \tag{5}$$

Ponto: $\vec{p}_2$

$$\vec{p}_2 = \frac{\vec{p}_1 + 2\vec{c}_{aux_1} + \vec{p'}_3}{4} \tag{6}$$

$$\vec{c}_{aux_1} = \vec{l}_1 + \delta_1 \frac{||(\vec{p}_0 + l_1\hat{y}_1 - \vec{p}_1) \times (\vec{p}_0 + l_1\hat{y}_1 - \vec{p}_3)||}{||\vec{p}_3 - \vec{p}_1||} unary(\hat{x}_1 + \hat{x}_{base_2}) \tag{7}$$

$$\vec{p'}_3 = \vec{l}_2 - h_2\hat{y}_2 + h_3\hat{x}_{base_2} \tag{8}$$

Ponto: $\vec{p}_3$

$$\vec{p}_3 = \vec{l}_2 - h_2\hat{y}_2 + h_3\hat{x}_{Tip_2} \tag{9}$$

Ponto: $\vec{p}_4$

$$\vec{p}_4 = \vec{l}_2 + h_2\hat{y}_3 + h_3\hat{x}_3 \tag{10}$$

Ponto: $\vec{p}_5$

$$\vec{p}_5 = \vec{l}_3 + h_3\hat{x}_3 \tag{11}$$

Ponto: $\vec{p}_6$

$$\vec{p}_6 = (1 - (1 - \epsilon_1))^2\vec{p}_5 + 2(1 - \epsilon_1)(1 - (1 - \epsilon_1))\vec{c}_{aux_2} + (1 - \epsilon_1)^2\vec{p}_7 \tag{12}$$

$$\vec{c}_{aux_2} = \vec{p}_5 + \delta_2(\hat{y}_3 \cdot (\vec{p}_7 - \vec{p}_5))\hat{y}_3 \tag{13}$$

Ponto: $\vec{p}_7$

$$\vec{p}_7 = \vec{p}_5 - h_4\hat{x}_3 + h_5\hat{y}_3 \tag{14}$$

Ponto: $\vec{p}_8$

$$\vec{p}_8 = (1 - \epsilon_1)^2\vec{p}_7 + 2\epsilon_1(1 - \epsilon_1)\vec{c}_{aux_3} + \epsilon_1^2\vec{p}_{10} \tag{15}$$

$$\vec{c}_{aux_3} = 0.5(\vec{p}_6 + \vec{p}_7) + 0.5\delta_3(\vec{p}_6 - \vec{p}_7) + 0.5\delta_4(\hat{z}_3 \times (\vec{p}_6 - \vec{p}_7)) \tag{16}$$

Ponto: $\vec{p}_9$

$$\vec{p}_9 = (1 - \epsilon_2)^2\vec{p}_7 + 2\epsilon_2(1 - \epsilon_2)\vec{c}_{aux_3} + \epsilon_2^2\vec{p}_{10} \tag{17}$$

Ponto: $\vec{p}_{10}$

$$\vec{p}_{10} = \vec{p}_4 - h_6 unary(\hat{x}_{tip_2} + \hat{x}_3) \tag{18}$$

Ponto: $\vec{p}_{11}$

$$\vec{p}_{11} = \vec{p}_3 - h_6 unary(\hat{x}_{tip_2} + \hat{x}_3) \tag{19}$$

Ponto: $\vec{p}_{12}$

$$\vec{p}_{12} = \frac{\vec{p}_{11} + 2\vec{c}_{aux_4} + \vec{p}_{13}}{4} \tag{20}$$

$$\begin{split}\vec{c}_{aux_4} = 0.5(\vec{p}_7 + \vec{p}_8) + 0.5\delta_5(\vec{p}_7 - \vec{p}_8) +\\ \delta_6||\vec{p}_7 - \vec{p}_8||unary((\hat{z}_{tip_2} + \hat{z}_{base_2}) \times (\vec{p}_7 - \vec{p}_8))\end{split} \tag{21}$$

Ponto: $\vec{p}_{13}$

$$\vec{p}_{13} = \vec{p}_0 + q(\theta_2, -\hat{y}_0)q(\theta_0, \hat{z}_0)(-h_7\hat{x}_0)q'(\theta_0, \hat{z}_0)q'(\theta_2, -\hat{y}_0) \tag{22}$$

Pontos: $\vec{p}_{14}$ e $\vec{p}_{15}$

$$\vec{p}_{14} = 0 \tag{23}$$

$$\vec{p}_{15} = 0 \tag{24}$$

Pontos: $\vec{p}_{16}$ e $\vec{p}_{17}$

$$\vec{p}_{16} = 0 \tag{25}$$

$$\vec{p}_{17} = 0 \tag{26}$$

Pontos: $\vec{p}_{18}$ e $\vec{p}_{19}$

$$\vec{p}_{18} = 0 \tag{27}$$

$$\vec{p}_{19} = 0 \tag{28}$$

Pontos: $\vec{p}_{20}$ e $\vec{p}_{21}$

$$\vec{p}_{20} = 0 \tag{29}$$

$$\vec{p}_{21} = 0 \tag{30}$$

Pontos: $\vec{p}_{22}$ e $\vec{p}_{23}$

$$\vec{p}_{22} = 0 \tag{31}$$

$$\vec{p}_{23} = 0 \tag{32}$$

Pontos: $\vec{p}_{24}$ e $\vec{p}_{25}$

$$\vec{p}_{24} = 0 \tag{33}$$

$$\vec{p}_{25} = 0 \tag{34}$$

Ponto: $\vec{c}_1$

$$\vec{c}_1 = arg \;\; min \;\; (\vec{f}_1(\vec{x}, t) - \vec{f}_2(t))^2; \;\; t \; \epsilon \; [0, 1] \tag{35}$$

$$\vec{f}_1 = (1-t)^2\vec{p}_1 + 2t(1-t)\vec{x} + t^2\vec{p}_2 \tag{36}$$

$$\vec{f}_2 = (1-0.5t)^2\vec{p}_1 + t(1-0.5t)\vec{c}_{aux_1} + (0.5t)^2\vec{p'}_3 \tag{37}$$

Ponto: $\vec{c}_2$

$$\vec{c}_2 = \vec{p}_2 + \epsilon_3((\vec{p}_3 - \vec{p}_2) \cdot unary(\vec{p}_3 - \vec{p}_1))unary(\vec{p}_3 - \vec{p}_1) \tag{38}$$

Ponto: $\vec{c}_3$

$$\vec{c}_3 = \vec{p}_3 + \epsilon_3((\vec{p}_2 - \vec{p}_3) \cdot unary(\vec{p}_3 - \vec{c}_4))unary(\vec{p}_3 - \vec{c}_4) \tag{39}$$

Ponto: $\vec{c}_4$

$$\vec{c}_4 = \vec{p}_3 + \epsilon_4 h_2(1 + arccos(-\hat{y}_2 \cdot \hat{y}_3))\hat{y}_2 \tag{40}$$

Ponto: $\vec{c}_5$

$$\vec{c}_5 = \vec{p}_6 + r_1\frac{d\vec{p}_6}{dt} \tag{41}$$

$$r_1 = arg \;\; min \;\; \Big(\vec{f}_3\big(x, t\big) - \vec{f}_4\big(t(1-\epsilon_4)\big)\Big)^2; \;\; t \; \epsilon \; [0, 1-\epsilon_4] \tag{42}$$

$$\vec{f}_3(x, i) = (1-i)^2\vec{p}_1 + 2i(1-i)(\vec{p}_6 + x\frac{d\vec{p}_6}{dt}) + i^2\vec{p}_2 \tag{43}$$

$$\vec{f}_4(i) = (1-i)^2\vec{p}_1 + 2i(1-i)\vec{c}_{aux_1} + i^2\vec{p'}_3 \tag{44}$$

Ponto: $\vec{c}_6$

$$\vec{c}_6 = \vec{p}_6 + r_2\frac{d\vec{p}_6}{dt} \tag{45}$$

$$r_2 = arg \;\; min \;\; \Big(\vec{f}_5\big(x, t\big) - \vec{f}_6\big(1 + \epsilon_4(t-1)\big)\Big)^2; \;\; t \; \epsilon \; [1-\epsilon_4, 1] \tag{46}$$

$$\vec{f}_5(x, i) = (1-i)^2\vec{p}_1 + 2i(1-i)(\vec{p}_6 + x\frac{d\vec{p}_6}{dt}) + i^2\vec{p}_2 \tag{47}$$

$$\vec{f}_6(i) = (1-i)^2\vec{p}_1 + 2i(1-i)\vec{c}_{aux_1} + i^2\vec{p'}_3 \tag{48}$$

Ponto: $\vec{c}_7$

$$\vec{c}_7 = \vec{p}_8 + r_3\frac{d\vec{p}_8}{dt} \tag{49}$$

$$r_3 = arg \;\; min \;\; \Big(\vec{f}_7\big(x, t\big) - \vec{f}_8\big(\epsilon_4 t\big)\Big)^2; \;\; t \; \epsilon \; [0, \epsilon_4] \tag{50}$$

$$\vec{f}_7(x,i) = (1-i)^2\vec{p}_1 + 2i(1-i)(\vec{p}_8 + x\frac{d\vec{p}_8}{dt}) + i^2\vec{p}_2 \tag{51}$$

$$\vec{f}_8(i) = (1-i)^2\vec{p}_1 + 2i(1-i)\vec{c}_{aux_1} + i^2\vec{p'}_3 \tag{52}$$

Ponto: $\vec{c}_8$

$$\vec{c}_8 = \vec{p}_8 + r_4\frac{d\vec{p}_8}{dt} \tag{53}$$

$$r_4 = arg\ \ min\ \ \big(f_9(x) - f_{10}(x)\big)^2 \tag{54}$$

$$f_9(x) = \left|\left|\left(\vec{p}_8 + x\frac{d\vec{p}_8}{dt} - \vec{p}_9\right) \cdot \frac{d\vec{p}_9}{dt}\right|\right| \tag{55}$$

$$f_{10}(x) = \left|\left|\left(\vec{p}_8 + x\frac{d\vec{p}_8}{dt} - \vec{p}_9\right)\right|\right|\ \left|\left|\frac{d\vec{p}_8}{dt}\right|\right| \tag{56}$$

Ponto: $\vec{c}_9$

$$\vec{c}_9 = \vec{p}_9 + r_5\frac{d\vec{p}_9}{dt} \tag{57}$$

$$r_5 = arg\ \ min\ \ \big(f_{11}(x) - f_{12}(x)\big)^2 \tag{58}$$

$$f_{11}(x) = \left|\left|\left(\vec{p}_9 + x\frac{d\vec{p}_9}{dt} - \vec{p}_{10}\right) \cdot \frac{d\vec{p}_{10}}{dt}\right|\right| \tag{59}$$

$$f_{12}(x) = \left|\left|\left(\vec{p}_9 + x\frac{d\vec{p}_9}{dt} - \vec{p}_{10}\right)\right|\right|\ \left|\left|\frac{d\vec{p}_{10}}{dt}\right|\right| \tag{60}$$

Ponto: $\vec{c}_{10}$

$$\vec{c}_{10} = \vec{p}_0 + l_1\hat{y}_1 + l_2\hat{y}_2 - h_6 unary(\hat{x}_{tip_2} + \hat{x}_3) \tag{61}$$

Ponto: $\vec{c}_{11}$

$$\vec{c}_{11} = \vec{p}_{11} + r_6\frac{d\vec{p}_{11}}{dt} \tag{62}$$

$$r_6 = arg\ \ min\ \ \big(f_{13}(x) - f_{14}(x)\big)^2 \tag{63}$$

$$f_{13}(x) = \left|\left|\left(\vec{p}_{11} + x\frac{d\vec{p}_{11}}{dt} - \vec{p}_{12}\right) \cdot \frac{d\vec{p}_{12}}{dt}\right|\right| \tag{64}$$

$$f_{14}(x) = \left|\left|\left(\vec{p}_{11} + x\frac{d\vec{p}_{11}}{dt} - \vec{p}_{12}\right)\right|\right|\ \left|\left|\frac{d\vec{p}_{12}}{dt}\right|\right| \tag{65}$$

Ponto: $\vec{c}_{12}$

$$\vec{c}_{12} = \vec{p}_{13} + r_7\frac{d\vec{p}_{13}}{dt} \tag{66}$$

$$r_7 = arg \;\; min \;\; \big(f_{15}(x) - f_{16}(x)\big)^2 \tag{67}$$

$$f_{15}(x) = \left|\left|\left(\vec{p}_{13} + x\frac{d\vec{p}_{13}}{dt} - \vec{p}_{12}\right) \cdot \frac{d\vec{p}_{12}}{dt}\right|\right| \tag{68}$$

$$f_{16}(x) = \left|\left|\left(\vec{p}_{13} + x\frac{d\vec{p}_{13}}{dt} - \vec{p}_{12}\right)\right|\right| \; \left|\left|\frac{d\vec{p}_{12}}{dt}\right|\right| \tag{69}$$