Departamento de Engenharia Electrotécnica e Computadores
Faculdade de Ciências e Tecnologia
UNIVERSIDADE de COIMBRA

VISÃO POR COMPUTADOR

2º Semestre **Ano lectivo 2014/2015**

Calibração de Câmaras

A projecção na imagem de um ponto **P** do espaço 3D pode ser descrita de várias formas. Um dos modelos mais comuns e que melhor descreve o processo de formação da imagem é o ***modelo de perspectiva***, no qual um ponto $\mathbf{P_c}$ de coordenadas $[X_c,Y_c,Z_c]$ se projecta na imagem num ponto $\mathbf{p}=[x,y]$ definido por

$$x = f\,\frac{X_c}{Z_c} \qquad\qquad y = f\,\frac{Y_c}{Z_c}$$

Correspondendo uma imagem digitalizada a uma matriz de pixeis de dimensão *MxN*, a transformação de coordenadas de um ponto **p** no plano imagem (mm) para o plano sensorial (pixels) é dada por

$$x_f = k_x \cdot x + c_x \qquad\qquad y_f = k_y \cdot y + c_y$$

As coordenadas do ponto $\mathbf{P_c}$ são representadas no sistema de coordenadas da câmara, o qual tem como origem o centro de projecção, sendo o eixo dos Z coincidente com o eixo óptico da lente. No entanto, a localização do centro de projecção não é conhecido, pelo que os pontos 3D do espaço tridimensional são referidos a um sistema de coordenadas objecto associado ao "mundo".

O sistema de coordenadas do objecto ("mundo") e o sistema de coordenadas da câmara estão relacionados por meio de uma transformação de corpo rígido, a qual é representada através de

$$P_c = R \cdot P_w + T = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \cdot P_w + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

onde P_w representa as coordenadas do ponto no sistema de coordenadas do objecto. *R* e *T* representam os parâmetros da transformação de corpo rígido, respectivamente a matriz de rotação *R* e o vector de translação *T* entre os dois referenciais.

Conjugando a transformação de corpo rígido com a transformação de perspectiva, um qualquer ponto P_w projecta-se na imagem num ponto homólogo p_f, com as coordenadas de p_f definidas por

$$x_f = k_x \cdot f \frac{r_1 \cdot X_w + r_2 \cdot Y_w + r_3 \cdot Z_w + t_x}{r_7 \cdot X_w + r_8 \cdot Y_w + r_9 \cdot Z_w + t_z} + c_x$$

$$y_f = k_y \cdot f \frac{r_4 \cdot X_w + r_5 \cdot Y_w + r_6 \cdot Z_w + t_y}{r_7 \cdot X_w + r_8 \cdot Y_w + r_9 \cdot Z_w + t_z} + c_y$$

As equações de projecção integram um total de 17 parâmetros do modelo ($r_1..r_9$, $t_x,t_y,t_z,f,k_x,k_y,c_x,c_y$).

Estas equações de projecção podem ser representadas matricialmente em coordenadas homogéneas através de

$$\begin{bmatrix} jx_f \\ jy_f \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 & M_3 & M_4 \\ M_5 & M_6 & M_7 & M_8 \\ M_9 & M_{10} & M_{11} & M_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

Esta equação matricial representa a transformação de perspectiva utilizando apenas 12 parâmetros, os quais podem ser obtidos conhecendo as coordenadas de 6 pontos de calibração. Estes 12 parâmetros não representam explicitamente nenhum dos parâmetros físicos anteriormente apresentados, sendo função dos parâmetros do modelo.

Conhecendo as coordenadas de um conjunto de pontos homólogos (superior a 6), os elementos da matriz M podem ser obtidos através de um qualquer processo de minimização (ex: erro mínimo quadrático).

Reformulando a equação matricial anterior em função dos elementos da matriz M, obtém-se

$$\begin{bmatrix} X_w & Y_w & Z_w & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_f \cdot X_w & -x_f \cdot Y_w & -x_f \cdot Z_w & -x_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_w & Y_w & Z_w & 1 & -y_f \cdot X_w & -y_f \cdot Y_w & -y_f \cdot Z_w & -y_f \end{bmatrix} \cdot [M_i] = [0]$$

A equação matricial apresentada é homogénea pelo que a solução M_i=0 satisfaz a equação. Uma solução para a equação matricial pode ser obtida por meio da consideração de uma restrição adicional, que no caso deste trabalho prático será considerar o elemento M_{12}=1. Esta restrição obtem-se dividindo os elementos da matriz M por M_{12}.

Integrando esta condição na equação matricial anterior obtem-se

$$\begin{bmatrix} X_w & Y_w & Z_w & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_f \cdot X_w & -x_f \cdot Y_w & -x_f \cdot Z_w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_w & Y_w & Z_w & 1 & -y_f \cdot X_w & -y_f \cdot Y_w & -y_f \cdot Z_w \end{bmatrix} \cdot [M'_i] = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix}$$

Esta equação matricial permite obter os 11 M'_i elementos, considerando M_{12}=1.

Representando a equação matricial anterior por **A·M'=B**, e considerando a utilização de um conjunto de pontos homólogos de calibração superior a 6, os elementos do vector **M'** são obtidos através de **M'=A**$^+$ · **B**, onde **A**$^+$ representa a matrix pseudo-inversa de **A**. A solução deste sistema matricial exige que os pontos homólogos de calibração não pertençam a um único plano, isto é, é necessário considerar pontos que pertençam a diferentes planos de calibração.

Trabalho prático a realizar :

1ª parte

Pretende-se efectuar a calibração de uma câmara, fazendo para isso o cálculo da matriz de perspectiva. O processo de calibração integra os seguintes passos:

1. Adquirir as coordenadas dos pontos de calibração pertencentes a diferentes planos de calibração.

   Nota : As coordenadas 3D podem ser obtidas pelo utilizador manualmante. As coordenadas 2D devem ser obtidas na imagem através do cálculo do centro de massa dos rectângulos/quadrados colocados num plano de calibração. O padrão de calibração pode ser constituido por uma matriz de rectângulos/quadrados igualmente espaçados. A distância entre os centros dos rectângulos/quadrados deve ser conhecida com precisão. Considere o ponto superior esquerdo coincidente com a origem do sistema de coordenadas OBJECTO, e os eixos dos X e Y do referencial alinhados com as linhas e colunas da matriz de rectângulos/quadrados. Obtenha as coordenadas 3D dos centros dos rectângulos/quadrados.

2. Preencha a matriz **A** uma vez conhecidas as coordenadas $[X_w, Y_w Z_w]$ e $[x_f, y_f]$ de cada um dos pontos considerados para calibração.

   Nota: As coordenadas $[x_f, y_f]$ são obtidas através do cálculo dos centros de massa na imagem.

3. Calcule a matriz pseudo-inversa de **A.**
4. Calcule os elementos da matriz **M**, considerando $M_{12}=1$.
5. Uma vez conhecida a matrix de perspectiva **M**, projecte os pontos 3D de calibração na imagem ($\mathbf{p'}=\mathbf{M}\cdot\mathbf{P}_w=[\mathbf{x'}_f, \mathbf{y'}_f]$), e calcule a disparidade na imagem. A disparidade é calculada para cada ponto através de

$$D=\sqrt{\left(x_f-x'_f\right)^2+\left(y_f-y'_f\right)^2}$$

6. Calcule as disparidades máxima, mínima, mediana, média e o seu desvio padrão.

   Este parâmetro é um bom indicador da qualidade da calibração efectuada e "também" da qualidade dos parâmetros do modelo calculados. Uma calibração perfeita dá origem a uma disparidade média nula, isto é, todos os pontos projectados na imagem são coincidentes com os calculados através da matriz de perspectiva.

7. Apresente um histograma dos valores das disparidades.

IMP: São disponibilizadas imagens dos padrões de calibração, bem como as coordenadas 3D dos centros dos círculos de calibração.

2ª parte

1--No cálculo da matriz **M** em vez de impor a restrição $M_{12}=1$ use a decomposição em valores singulares tal como descrito na aula teórica;

2—Calcule os parâmetros intrínsecos e extrínsecos (a partir da matriz **M**) tal como descrito na aula teórica;

3—Calcule as disparidades máxima, mínima, mediana, média e o desvio padrão tal como na 1ª parte.

4—Apresente um histograma dos valores das disparidades.

5—Calcule os parâmetros intrínsecos e extrínsecos usando a decomposição QR. Compare os resultados com os obtidos nas alíneas anteriores e faça uma análise crítica.