

# Visão Por Computador

## Trabalho 2

Christophe Oliveira nº2011154912  
Noé Godinho nº 2011159459

9 de Março de 2015

---

## Conteúdo

<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>Exercício 1</b>	<b>4</b>
1.1 . . . . .	4
1.2 . . . . .	4
1.2.1 . . . . .	5
1.2.2 . . . . .	5
1.2.3 . . . . .	6
1.3 . . . . .	6
1.4 . . . . .	6
<b>Exercício 2</b>	<b>8</b>
<b>Exercício 3</b>	<b>9</b>
<b>Exercício 4</b>	<b>15</b>
<b>Parte dois</b>	<b>19</b>
5.1 Hough Transform Lines . . . . .	21
5.2 Hough Transform Circles . . . . .	22

---

## Introdução

O objectivo deste trabalho é implementar os algoritmos de detecção de três tipos de pontos característicos numa imagem, sendo eles:

- Cantos;
- Rectas;
- Circunferências.

A primeira detecção, a detecção de cantos, é a mais simples de realizar, sendo necessário para cada ponto  $P$ , uma vizinhança  $Q$  e uma matriz  $C$  definida por uns somatórios obtidos a partir da vizinhança e procedendo à sua diagonalização, como iremos ver mais à frente.

A detecção de rectas e circunferências, é mais complicado, o que implica a utilização da transformada de Hough que, no caso das rectas, envolve o uso da equação polar.

---

## Exercício 1

O primeiro algoritmo a implementar é o algoritmo de detecção de cantos de uma imagem  $I$ , considerando uma vizinhança  $Q$  de dimensão  $2N + 1 \times 2N + 1$ . Também é necessário definir um valor  $\sigma$  para  $\lambda_2$ , acima do qual se considera a existência de um canto.

Este algoritmo fornece uma lista de pontos com  $\lambda \geq \sigma$  e cujas vizinhanças não se sobrepõem.

### 1.1

De maneira a ser possível implementar o algoritmo, é necessário calcular as componentes  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{Y}$  do gradiente em toda a imagem  $I$  previamente convertida em escala de cinzento pela função *rgb2gray* do Matlab.

```
Sobel_hor_mask = [-1 -2 -1; 0 0 0; 1 2 1];  
Sobel_ver_mask = [-1 0 1; -2 0 2; -1 0 1];  
  
Ix = imfilter(image, Sobel_hor_mask);  
Iy = imfilter(image, Sobel_ver_mask);  
  
Ix = double(Ix);  
Iy = double(Iy);
```

Com este código, obtém-se duas matrizes, cada uma com o tamanho da imagem, com o gradiente correspondente ao eixo  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{Y}$ , respectivamente  $I_x$  e  $I_y$ .

### 1.2

Uma vez calculado o gradiente, percorre-se cada ponto  $P$  da imagem  $I$  e realiza-se uma série de operações.

---

### 1.2.1

Para cada ponto  $\mathbf{P}$  é necessário obter a matriz  $\mathbf{C}$ .

Esta matriz é obtida da seguinte forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y^2 \end{bmatrix}$$

Em que  $I_x$  e  $I_y$  são as matrizes obtidas na alínea anterior.

Para cada ponto  $\mathbf{P}$ , não são utilizados todos os pontos das matrizes, mas as submatrizes pertencentes à vizinhança  $\mathbf{Q}$  de dimensão  $2N + 1 \times 2N + 1$  do ponto  $\mathbf{P}$  para os cálculos do somatório.

Como a matriz é simétrica, só é necessário calcular três somatórios, sendo um deles reutilizável em dois pontos da matriz.

O código correspondente ao cálculo de cada somatório é o seguinte:

```
Q_Ix_Iy = sum(sum(Ix(px - limit : px + limit, py - limit : py + limit) .*  
                  Iy(px - limit : px + limit, py - limit : py + limit)));  
Q_Ix_2 = sum(sum(Ix(px - limit : px + limit, py - limit : py + limit).^2));  
Q_Iy_2 = sum(sum(Iy(px - limit : px + limit, py - limit : py + limit).^2));
```

Em que  $px$  é o ponto  $\mathbf{P}$  actual e  $limit$  é o cálculo do limite da vizinhança  $\mathbf{Q}$ , definido por  $2N + 1 \times 2N + 1$ , sendo  $N$  fornecido pelo utilizador.

De salientar que é necessário realizar uma soma dupla, já que o Matlab calcula primeiro a soma de cada linha e a insere num array, só depois é calculada a soma do array final, contendo todos os pontos da submatriz calculada.

### 1.2.2

Depois de ter a matriz  $\mathbf{C}$ , é necessário calcular os valores próprios de  $\mathbf{C}$  e seleccionar o valor mais baixo de  $\lambda_2$ .

O cálculo dos valores próprios de  $\mathbf{C}$  é feito pela diagonalização através da rotação dos eixos de coordenadas, já que  $\mathbf{C}$  é uma matriz simétrica.

Depois de realizar a diagonalização, obtém-se a seguinte matriz:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

Em que  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  correspondem aos valores próprios de  $\mathbf{C}$ .

Para calcular a diagonalização de  $\mathbf{C}$ , foi usado o seguinte código:

```
C = eig([Q_Ix_2 Q_Ix_Iy; Q_Ix_Iy Q_Iy_2]);
```

---

Uma vez calculada a diagonalização de  $\mathbf{C}$ , é necessário calcular o valor mínimo de  $\lambda_2$ .

Sabe-se que  $\lambda_1 \geq \lambda_2$ , logo um canto é definido pela localização do ponto  $\mathbf{P}$  onde o valor próprio de  $\lambda_2$  é suficientemente elevado, sendo determinado por um  $\sigma$ .

Como o valor que é necessário obter é o menor valor de  $\lambda_2$ , e o menor valor será sempre  $\lambda_2$  pela regra acima explicada, o código para obter esse valor é o seguinte:

```
minimum = min(C);
```

### 1.2.3

Depois de ter sido calculado o menor valor de  $\lambda_2$ , é necessário verificar se este é suficientemente elevado para ser considerado um canto.

O valor de verificação é determinado por  $\sigma$ , sendo este, fornecido pelo utilizador.

O código que trata dessa verificação é o seguinte:

```
if minimum >= sigma
    list = [list; minimum px py];
end
```

Caso o valor seja superior a *sigma*, o valor é suficientemente elevado para ser considerado um canto, logo é armazenado na lista que contém todos os cantos que são cantos, tal como as suas coordenadas.

## 1.3

Uma vez obtida a lista  $\mathbf{L}$  com todos os valores de  $\lambda_2$  que satisfazem a condição, é necessário ordenar a lista de pontos por ordem decrescente dos valores de  $\lambda_2$ .

```
list = sortrows(list, -1);
```

A função *sortrows*, quando enviado um valor negativo, ordena por ordem decrescente, uma lista/array/matriz na coluna indicada pelo valor.

## 1.4

Por último, para a implementação correcta do algoritmo, percorre-se a lista  $\mathbf{L}$  ponto a ponto e, para cada ponto  $\mathbf{P}$  existente na mesma, removem-se os que pertencem à sua área de vizinhança.

Desta maneira, assegura-se que não são detectados vértices com pontos de vizinhança comuns.

---

```
for iterator = 1 : x
    %saves the point existent in the iteration
    px = list(iterator, 2);
    py = list(iterator, 3);

    %verifies if it exists some point in the list which belongs to the neighborhood
    firstPoint = exists(list(1:iterator, 2), px - limit:px + limit);
    secondPoint = exists(list(1:iterator, 3), py - limit:py + limit);

    %if some point belongs in the neighborhood, then it's saved in the
    %list of deleted points to be deleted later
    if firstPoint == 1 && secondPoint == 1
        deleteFromList = [deleteFromList; iterator];
    end
end

list(deleteFromList, :) = [];
```

Este ciclo percorre todos os pontos da lista  $L$ , verifica se existe algum ponto com coordenadas pertencentes à vizinhança  $Q$  na lista, com a função *exists*, uma função que, quando encontra um ponto em comum, retorna 1. Depois esse ponto é inserido numa lista temporária, que contém todos os pontos a eliminar, para serem removidos no final do ciclo.

---

## Exercício 2

Como foi explicado anteriormente, para que valor mínimo de  $\lambda_2$  num ponto  $\mathbf{P}$  seja considerado canto, é necessário definir um valor adequado de  $\sigma$  para obter o melhor resultado possível.

Uma maneira de obter isso, como pedido neste exercício, é usar o histograma de todos os valores de  $\lambda_2$  existentes na imagem. Dessa maneira, podemos verificar qual o valor mais adequado para  $\sigma$ .

```
[n, h] = hist(histogram_values, 15);  
bar(h, n);
```



---

### Exercício 3

Uma vez feito o algoritmo, é necessário executá-lo para dois tipos de imagens diferentes, obter o seu histograma, para poder escolher melhor um sigma, mostrar o tensor da matriz  $C$  para os cantos escolhidos e mostrar a imagem final com os cantos detectados.

Neste caso, será testada a imagem "chess2.png" com vizinhanças 3x3 e 5x5.

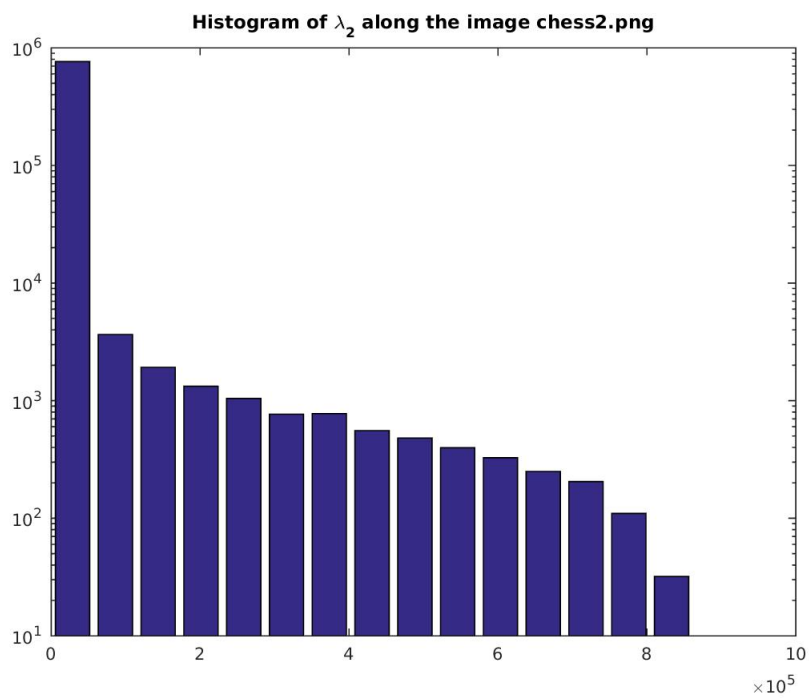


Figura 1: Histograma de  $\lambda_2$  da imagem chess2, vizinhança 3x3

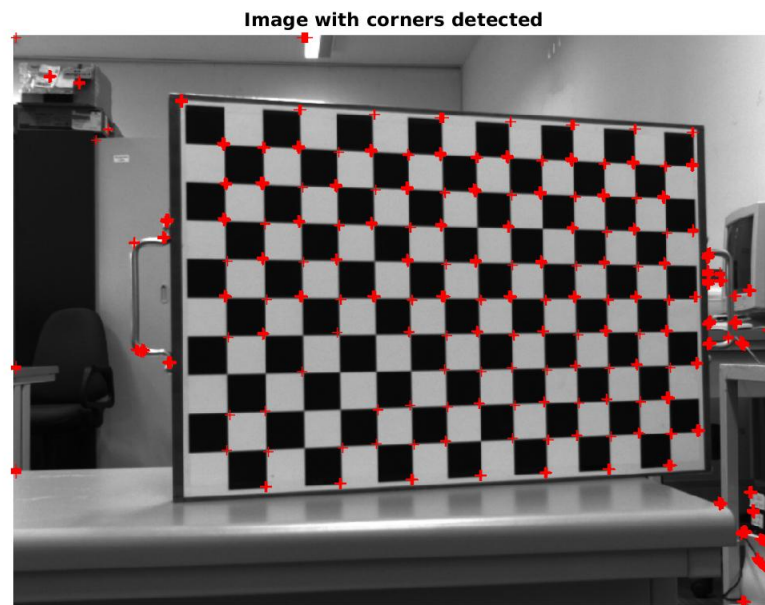


Figura 2: Imagem chess2 com cantos detectados, vizinhança 3x3

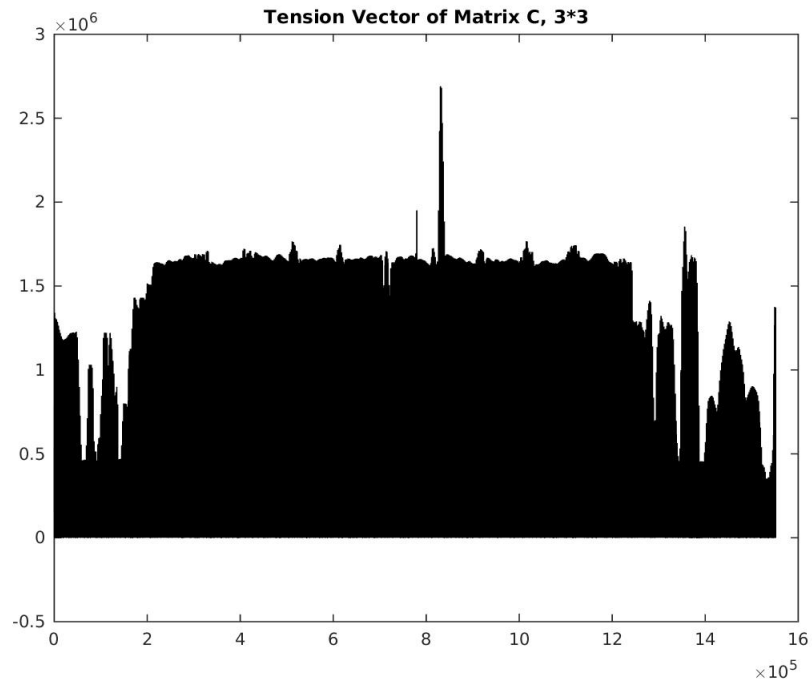


Figura 3: Tensor de estrutura da matriz  $C$ , vizinhança  $3 \times 3$

Como é possível verificar, houve uma boa detecção dos cantos, com valor de  $\sigma$  a 250000.

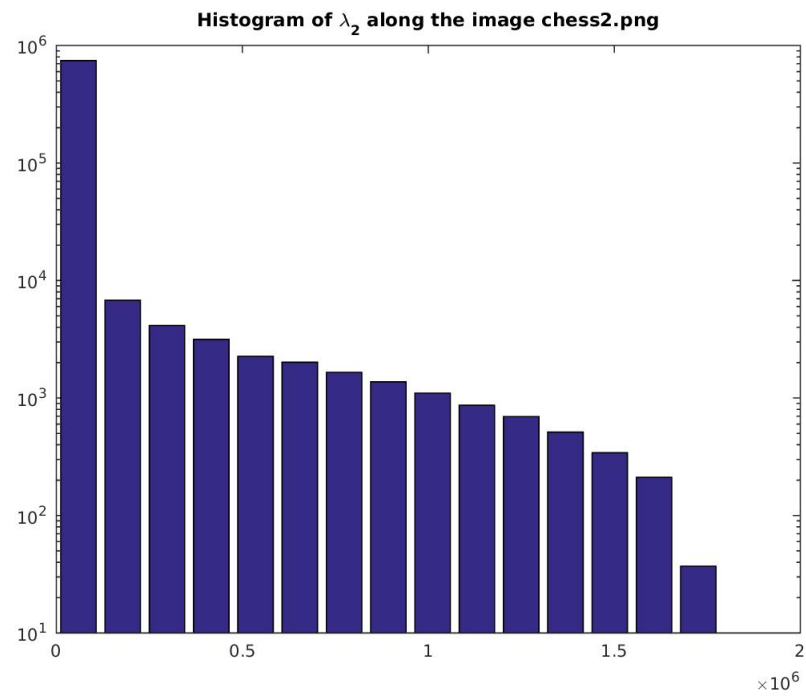


Figura 4: Histograma de  $\lambda_2$  da imagem chess2, vizinhança 5x5

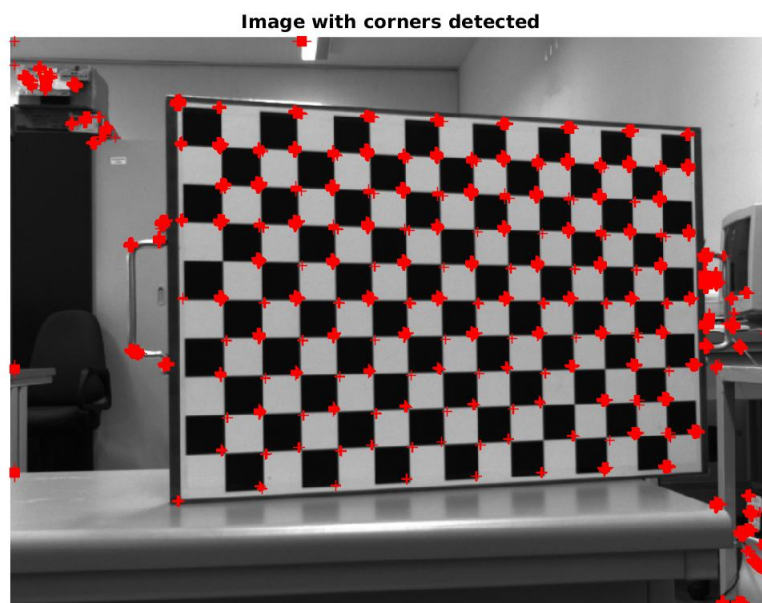


Figura 5: Imagem chess2 com cantos detectados, vizinhança 5x5

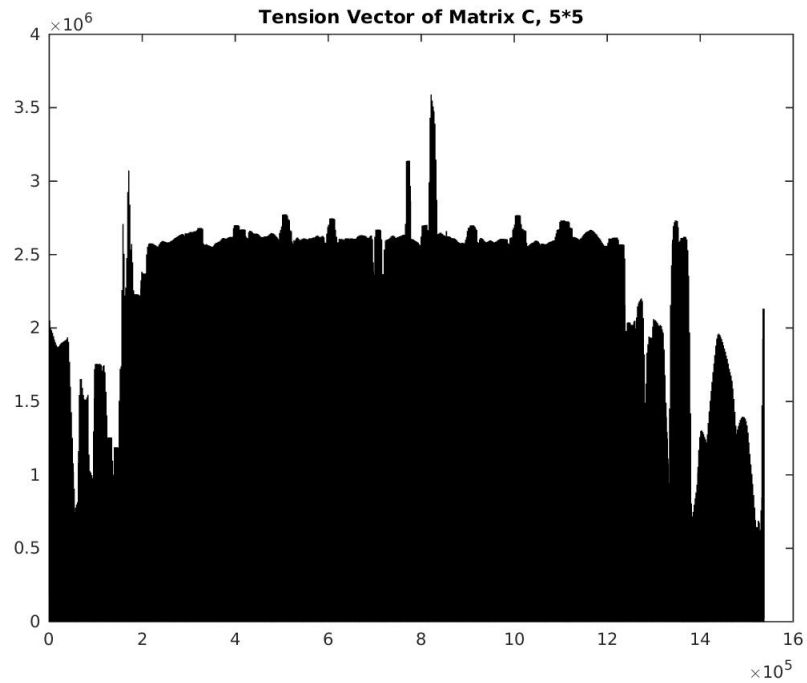


Figura 6: Tensor de estrutura da matriz  $C$ , vizinhança  $5 \times 5$

Neste caso, também verifica-se uma boa detecção dos cantos, com bastantes cantos sobrepostos e valor de  $\sigma$ , 250000, tal como anteriormente.

---

## Exercício 4

Agora, o algoritmo será testado numa imagem real, "corners.jpg", com vizinhanças de 3x3 e 5x5.

Irá ser verificado o seu histograma e a detecção dos cantos na imagem.

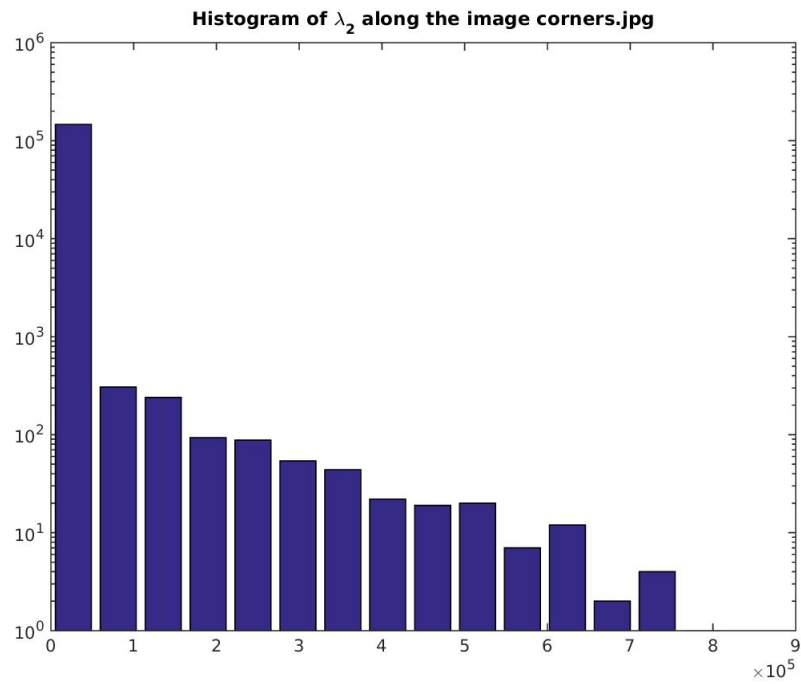


Figura 7: Histograma de  $\lambda_2$  da imagem corners, vizinhança 3x3

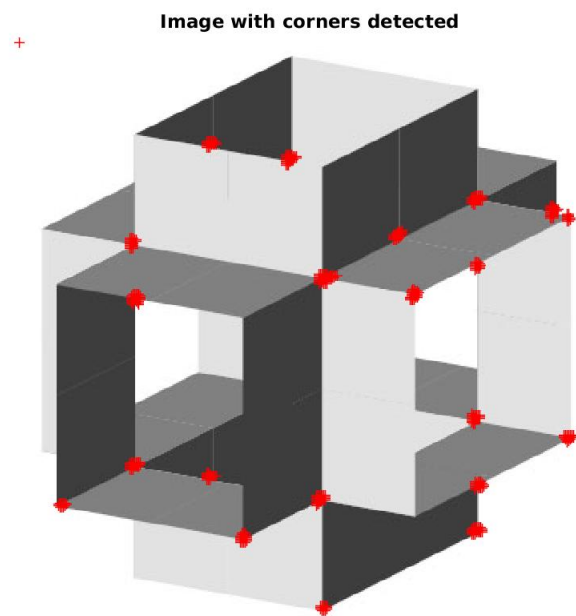


Figura 8: Imagem corners com cantos detectados, vizinhança 3x3

Como é possível verificar, houve uma boa detecção dos cantos, com valor de  $\sigma$  a 50000.



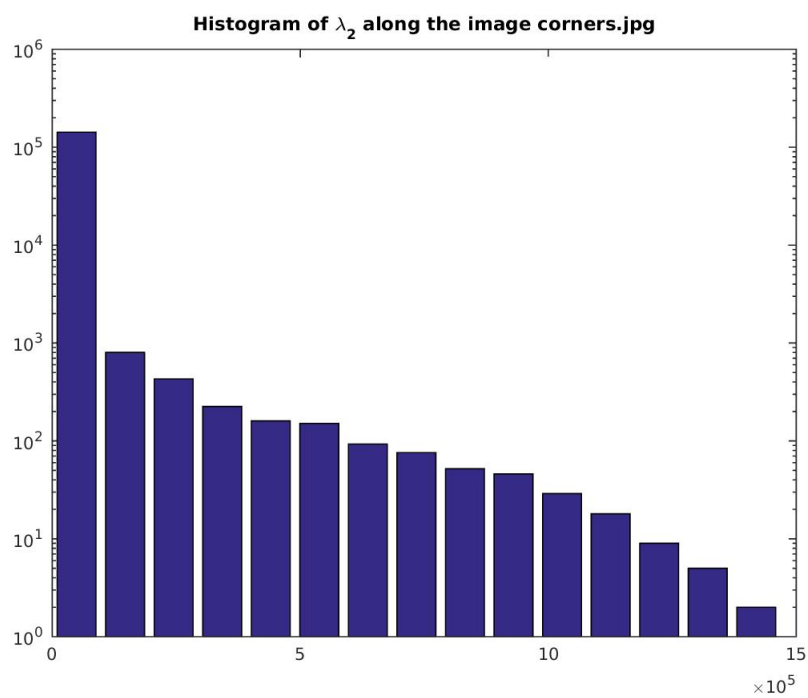


Figura 9: Histograma de  $\lambda_2$  da imagem corners, vizinhança 5x5

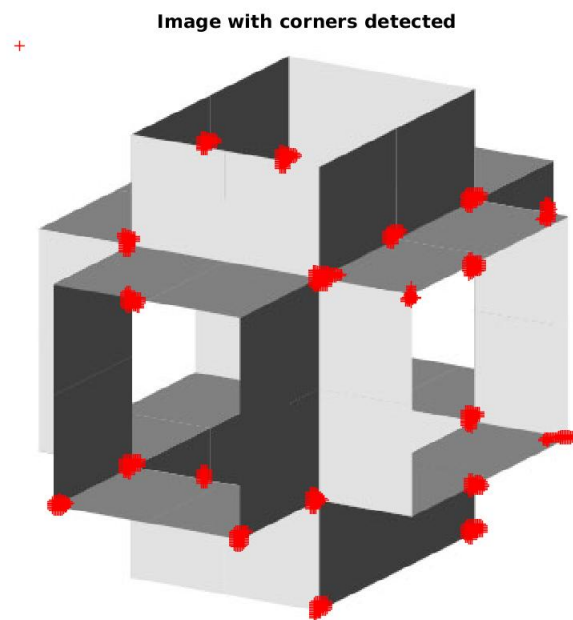


Figura 10: Imagem corners com cantos detectados, vizinhança 5x5

Neste caso, também verifica-se uma boa detecção dos cantos, com bastantes cantos sobrepostos e valor de  $\sigma$ , 50000, tal como anteriormente.

---

## Parte dois

Nesta parte, serão mostrados os resultados derivados da implementação da transformada de Hough sobre rectas e sobre circunferências.

Para podermos fazer o display das matrizes que seram usadas para a detecção das rectas e das circunferências usámos a função `houghTransform.m` onde começamos por definir o espaço de Hough, seguindo-se da detecção das bordas da imagem, após isto criámos um acumulador e fizémos o display das matrizes, onde resultou nas seguintes figuras:

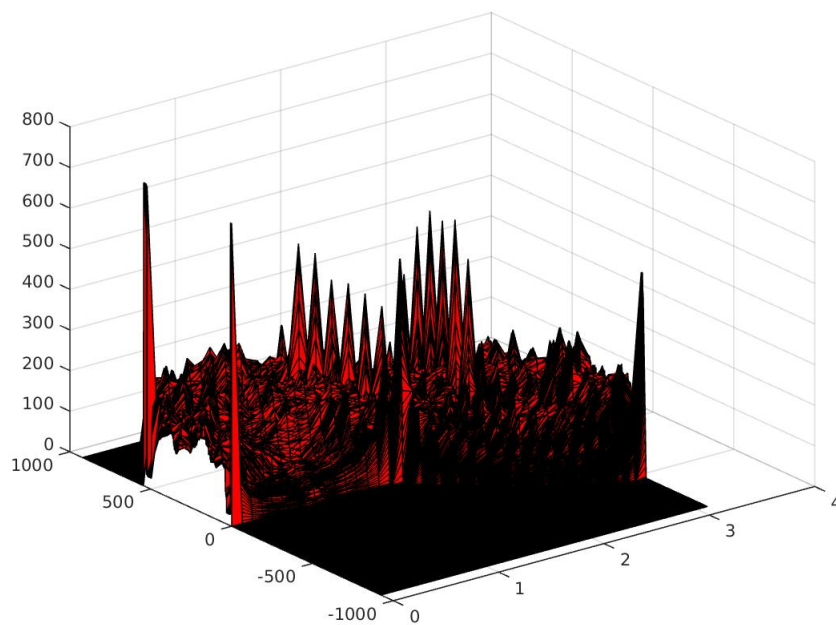


Figura 11: Gráfico do acumulador da transformada de Hough

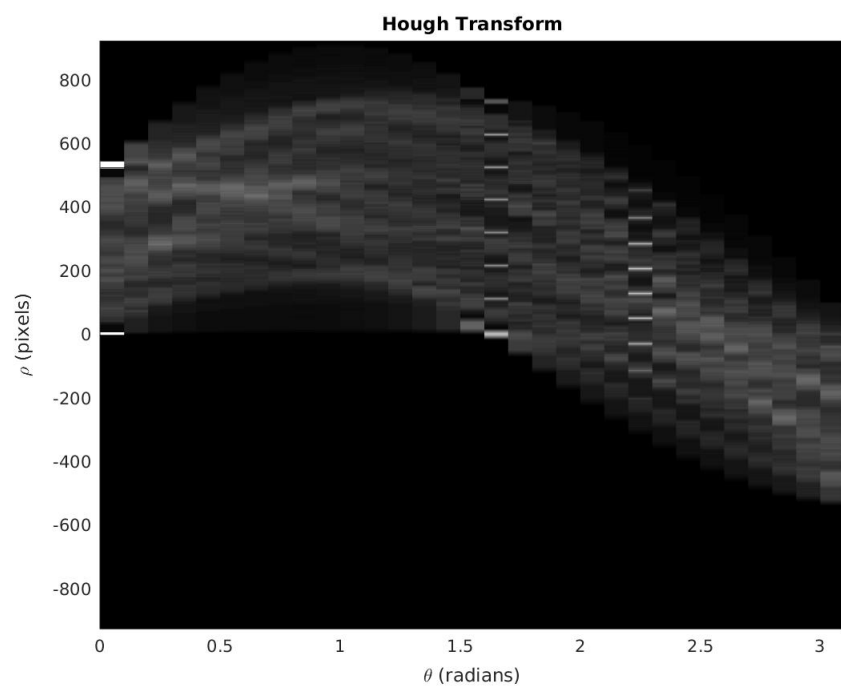


Figura 12: Gráfico do espaço de Hough

---

## 5.1 Hough Transform Lines

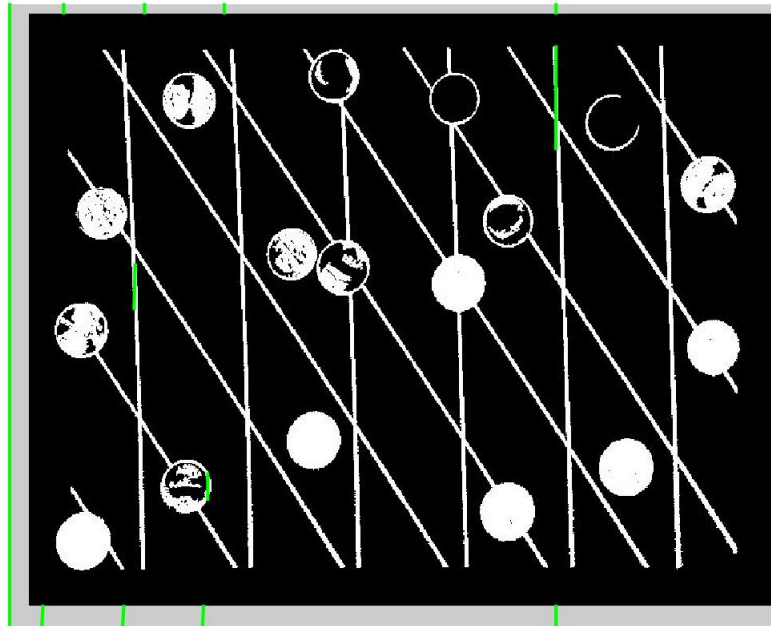


Figura 13: Intersecção da imagem com a detecção das linhas

Como é possível verificar, a detecção das rectas tem bastantes falhas e só detecta algumas partes, provavelmente devido à intensidade das próprias na imagem original.

---

## 5.2 Hough Transform Circles

Após a detecção das rectas, foi a vez de analisarmos a imagem tendo em conta as circunferências e usando mais uma vez a transformada de Hough. Após a execução da função `circlesDetection.m` obtivemos a seguinte imagem:

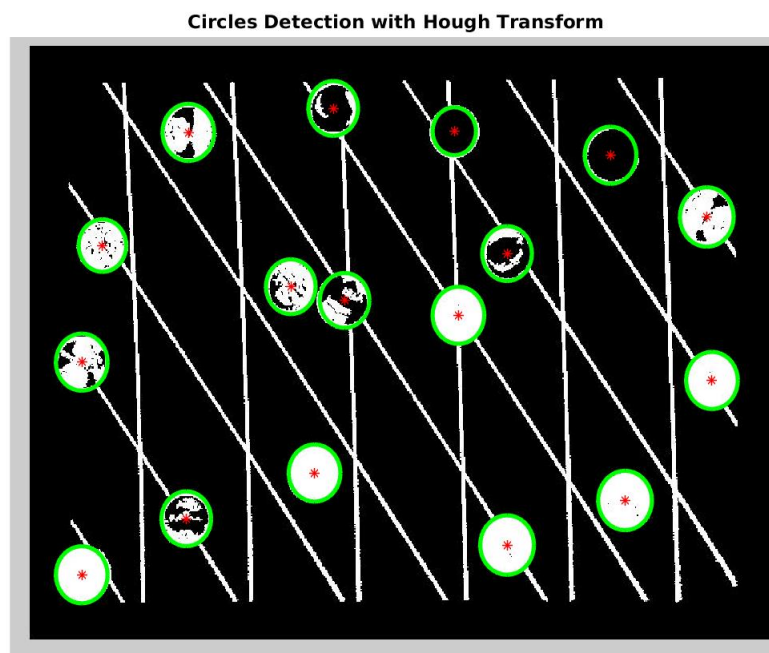


Figura 14: Intersecção da imagem com a detecção das circunferências

Como podemos observar pela figura, onde os centros das circunferências estão a vermelho e as margens das circunferências estão a verde, a aplicação da transformada de Hough foi bem sucedida aqui, uma vez que foram detectadas as circunferências correctamente.