Visão Por Computador
Trabalho 7

Christophe Oliveira nº2011154912
Noé Godinho nº 2011159459

4 de Junho de 2015

Conteúdo

Introdução

Neste trabalho pretende-se aplicar os conceitos de homografias induzidas por planos.
Será necessário criar uma malha quadrada, aplicar transformações de coordenadas, representá-las e estimar as homografias nas imagens.

Alínea 1

Nesta alínea é necessário representar uma malha quadrada, de tamanho 21x21, em que os pontos tem coordenadas de (-10, -10) até (10, 10), passando por todos os pontos possíveis e, em seguida, aplicar umas transformações de coordenadas na malha criada.

1.1 Alínea 1.1

De maneira a ser possível representar a malha de pontos quadrada, existem duas opções:

- Inserir os pontos manualmente;
- Usar uma função do *Matlab* que cria uma malha automaticamente.

Assim, usamos a função que, passando como parâmetro o *range* que queremos, neste caso, -10 e 10, retorna 2 *arrays* com os valores pretendidos. Depois, só é necessário inserir na matriz.

```
[p, q] = meshgrid(-10:10);
mesh_points = [p(:) q(:)];
```

Uma vez criada a malha, foi possível obter a seguinte representação:

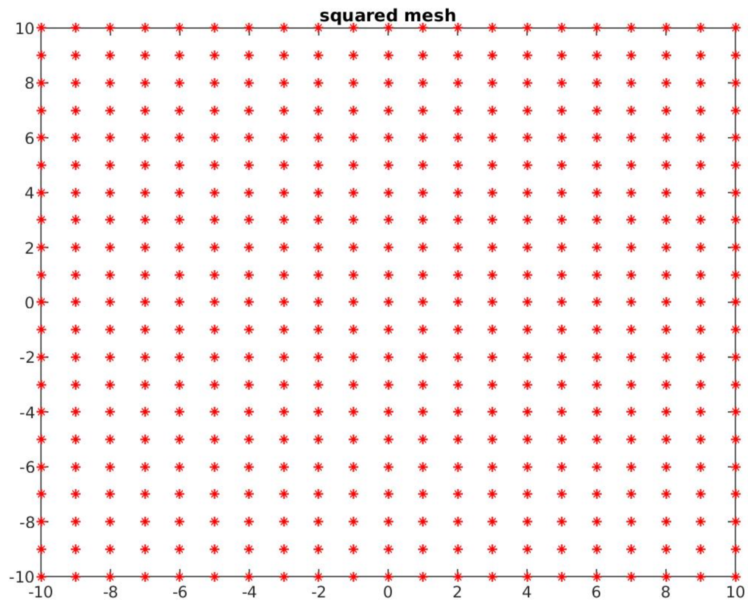

Figura 1: Malha de pontos quadrada

1.2 Alínea 1.2

Uma vez calculada a malha original, foram calculadas as transformações de coordenadas segundo as seguintes equações:

$$\begin{cases} x' = 2 + 3x^2 + 5y^2 \\ y' = 5 + \frac{1}{2}x^2 + 3y^2 \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} x' = 2 + 3e^{-x} + 5e^{-y} \\ y' = \frac{1}{3} + 2e^{-2x} + 3e^{-\frac{y}{2}} \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} x' = x^2 + y^3 \\ y' = cos(x) + sin(y) \end{cases} \tag{3}$$

Uma vez calculadas as transformações, obtivemos as seguintes malhas:

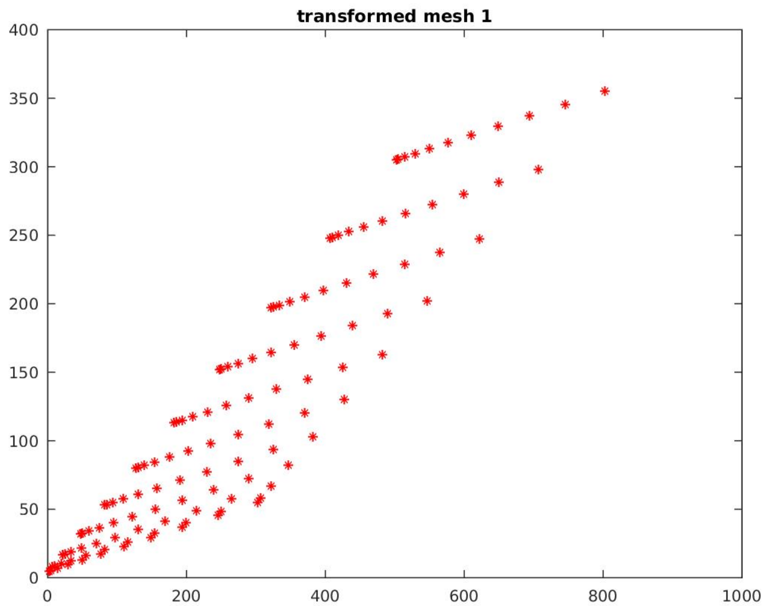

Figura 2: Malha de pontos transformada pela equação 1

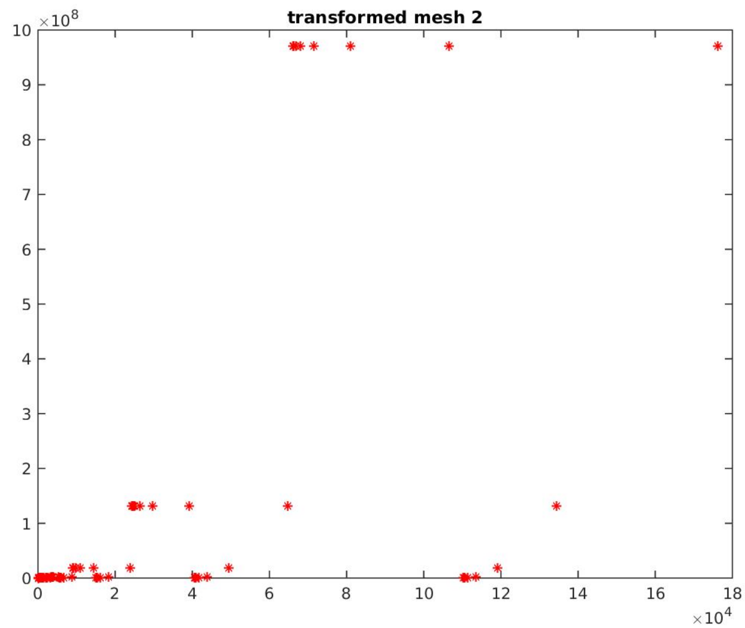

Figura 3: Malha de pontos transformada pela equação 2

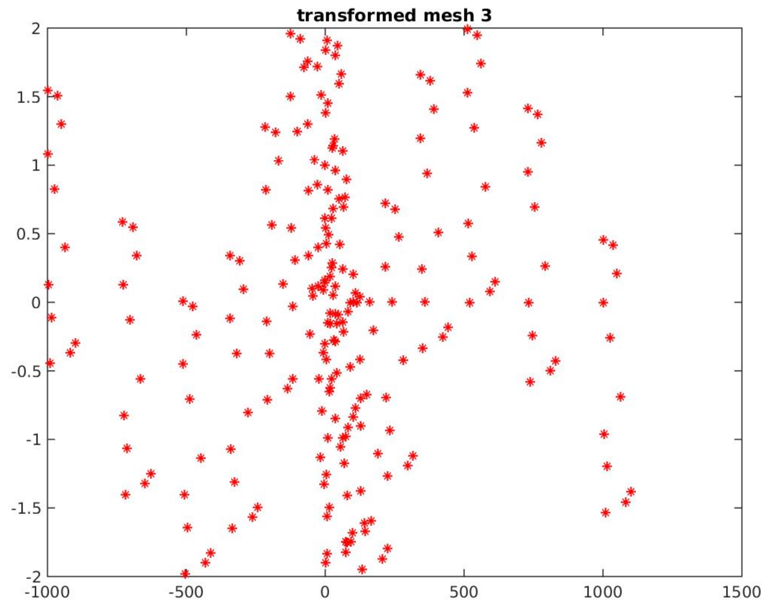

Figura 4: Malha de pontos transformada pela equação 3

1.3 Alínea 1.3

Nesta alínea foi nos proposto o cálculo das homografias entre os mapeamentos e as respetivas malhas. Para isso considerámos $pi = (x_i, y_i, w_i)^T$ como sendo a nossa malha quadrada e $p'i = (x'_i, y'_i, w'_i)^T$ como sendo os pontos mapeados na alínea anterior e o nosso principal problema será calcular a transformação H que mapeia cada ponto pi para pi'. Este mapeamento pode ser descrito da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ w'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ w_i \end{bmatrix}$$

ou $p'_i = Hp_i$, em que H é uma matriz 3 x 3.
Os pontos 2D são expressos em coordenadas homogéneas, ou seja, p'_i e Hp_i representem o mesmo ponto no plano 2D, mas analisando estes do ponto vista 3D, eles já não o são podem ter um fator de escala associado. Então, para coordenadas heterogéneas teremos ($x'_i = x'_i/w'_i$ e $y'_i = y'_i/w'_i$) ficando assim:

$$x'_2 = \frac{H_{11}x1+H_{12}y1+H_{13}w1}{H_{31}x1+H_{32}y1+H_{33}w1}$$

$$y'_2 = \frac{H_{21}x1+H_{22}y1+H_{23}w1}{H_{31}x1+H_{32}y1+H_{33}w1}$$

Sem perda de generalidade, podemos agora assumir que w é 1, ficando assim:

$$x'_2(H_{31}x1 + H_{32}y1 + H_{33}) = H_{11}x1 + H_{12}y1 + H_{13}$$

$$y'_2(H_{31}x1 + H_{32}y1 + H_{33}) = H_{21}x1 + H_{22}y1 + H_{23}$$

Chegando aqui, foi necessário resolver as equações em ordem a H e reajustando as equações acima obtemos:

$$a_x{}^T h = 0$$

$$a_y{}^T h = 0$$

onde:

$$h = (H_{11}, H_{12}, H_{13}, H_{21}, H_{22}, H_{23}, H_{31}, H_{32}, H_{33},)^T$$

$$a_x = (-x_1, -y_1, -1, 0, 0, 0, x'_2x_1, x'_2y1, x'_2)^T$$

$$a_y = (0, 0, 0, -x_1, -y_1, -1, y'_2x_1, y'_2y_1, y'_2)^T$$

Fazendo isto para todos os pontos optemos a matriz A, construida da seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} {a_x}_1^T \\ {a_y}_1^T \\ . \\ . \\ . \\ {a_x}_N^T \\ {a_y}_N^T \end{bmatrix}$$

Para a construção da matriz H, tivemos de decompor a matriz A em valores singulares e retirar o vetor singular da direita da matriz V, que contém o valor singular mais pequeno, σ_9.

Prosseguindo todos estes passos, as homografias obtidas para cada uma das transformações foram as seguintes:

Transformação A:

```
H =

   -0.0018   -0.0000   -0.0000
   -0.0033   -0.0000   -0.0000
    1.0000   -0.0000    0.0000
```

Figura 5: Matriz H da transformação A

Transformação B:

```
H =

    0.0000    0.0000   -0.0000
    0.0000   -0.0000   -0.0000
    0.9998   -0.0037    0.0200
```

Figura 6: Matriz H da transformação B

Transformação C:

```
H =

    0.0002    0.0000   -0.0126
   -0.3107   -0.9503   -0.0000
    0.0087   -0.0000    0.0121
```

Figura 7: Matriz H da transformação C

Ainda nesta alínea, foi nos pedido o cálculo, para cada um dos casos, do valor médio quadrático dos erros em x e em y, assim como os correspondentes desvios-padrão, onde obtivemos os seguintes resultados:

```
a =

          Media     DesvioPadrao
         _______    ____________

    x    -295.33       190.89
    y    -133.33       99.701


b =

             Media        DesvioPadrao
          ___________    ____________

    x          -13276           28579
    y     -5.3438e+07      2.0716e+08


c =

           Media      DesvioPadrao
          ________    ____________

    x      -36.667       435.84
    y     0.087376       6.0754
```

Figura 8: Média e Desvio-Padrão

Alínea 3

Nesta alínea, foram considerados os dois pares das imagens fornecidas. Nas imagens da câmara direita são visíveis dois planos mas nas imagens da câmara esquerda só um desses planos é visível e a posição desse plano varia em cada um dos pares de imagens e o objetivo é considerar o plano que é visível em ambas as imagens e estimar as duas homografias possíveis que fazem o mapeamento dos planos entre a imagem esquerda e a direita.

Para isso foi necessário inicialmente definir os pontos, no qual foram escolhidos 4 e as suas coordenadas estão a seguir representadas nas imagens:

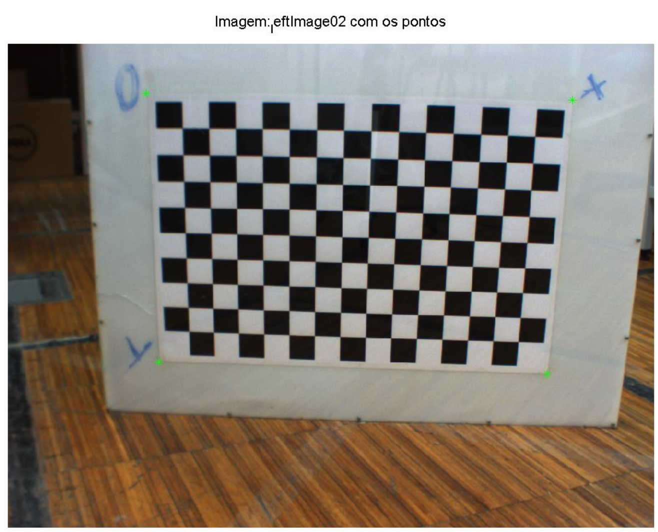

Figura 9: Pontos da câmara esquerda da imagem 02

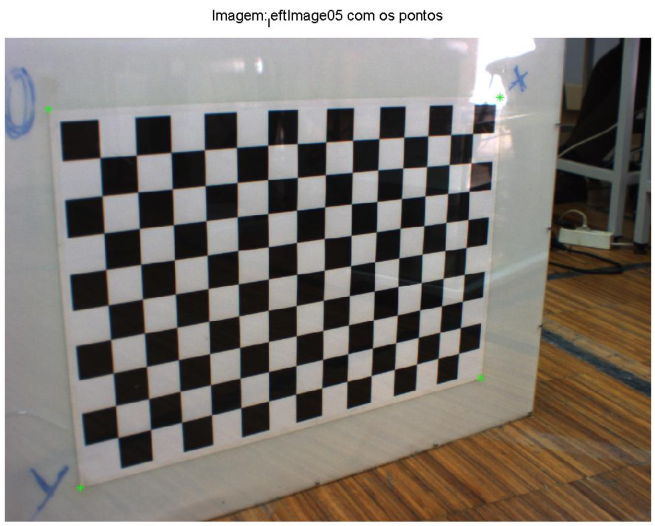

Figura 10: Pontos da câmara esquerda da imagem 05

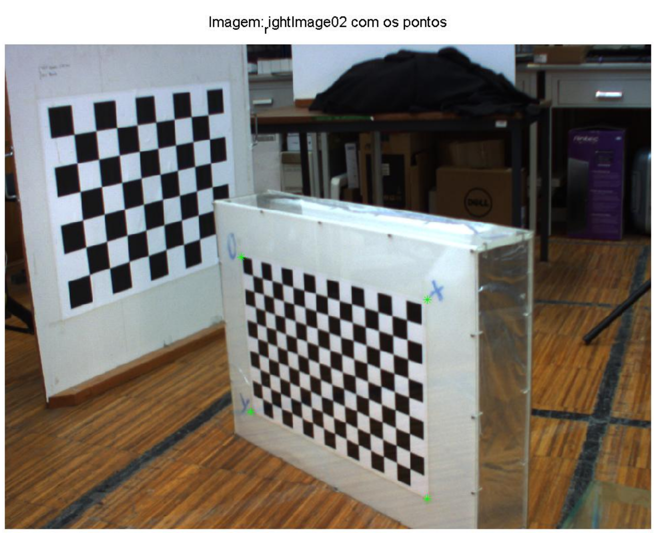

Figura 11: Pontos da câmara direita da imagem 02

Figura 12: Pontos da câmara direita da imagem 05

Fazendo exatamente o que foi feito na alínea anterior, mas para estes pontos, obtivemos as seguintes homografias:

```
homografia_02 =

    0.0012    0.0004   -0.0177
    0.1483    0.7219    0.3410
    0.5834    0.0016   -0.0006


homografia_05 =

    0.0013    0.0003   -0.0015
    0.0033    0.7320    0.3731
    0.5701    0.0020    0.0010
```

Figura 13: Homografias das imagens 02 e 05