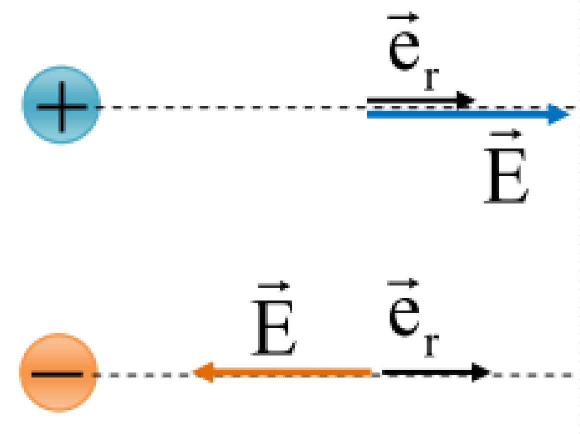
CHƯƠNG 6
TRƯỜNG TĨNH ĐIỆN TRONG CHÂN KHÔNG

1. **ĐIỆN TRƯỜNG**
   - **1.1. CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG**
   - **1.2. ĐỊNH LÝ GAUSS ĐỐI VỚI ĐIỆN TRƯỜNG**
   - **1.3. ĐIỆN THẾ**
   - **1.4. NĂNG LƯỢNG ĐIỆN TRƯỜNG**
2. **TƯƠNG TÁC ĐIỆN TRƯỜNG VÀ ĐIỆN TÍCH**
   - **2.1. LỰC TƯƠNG TÁC TĨNH ĐIỆN**
   - **2.2. THẾ NĂNG TRƯỜNG TĨNH ĐIỆN**
   - **2.3. CÔNG CỦA LỰC TĨNH ĐIỆN**

1. ĐIỆN TRƯỜNG
1.1. CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG

a) Điện trường do điện tích điểm gây ra:

- Mỗi điện tích điểm q đều tạo ra một điện trường xung quanh nó với cường độ E được xác định theo công thức:



$$\boxed{\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\vec{e}_r} \qquad \text{(V/m hoặc N/C)}$$

Trong đó: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\,Nm^2/C^2$

$\varepsilon_0 = 8,86.10^{-12}\ C^2/Nm^2$

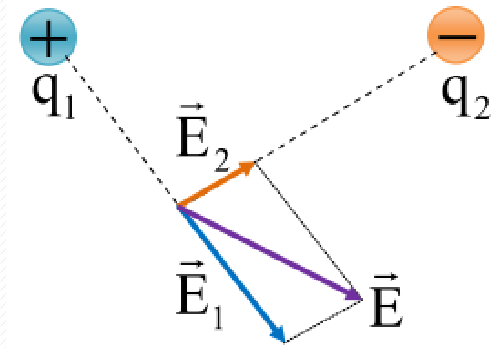
r – khoảng cách từ điện tích q đến điểm cần tính E.

$\vec{e}_r$ – vecto đơn vị hướng từ q đến điểm cần tính E.

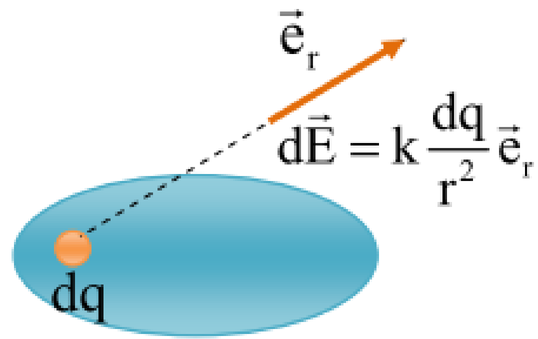
- Vecto $\vec{E}$ hướng ra xa q nếu q>0, hướng về phía q nếu q<0.
- Trong môi trường có hằng số điện môi tương đối ε đối với chân không (ε >1) thì cường độ điện trường giảm đi ε lần.

b) Điện trường do hệ điện tích điểm gây ra: bằng tổng vecto cường độ điện trường do các điện tích trong hệ gây ra:

$$\boxed{\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i}$$



c) Điện trường do hệ điện tích phân bố liên tục gây ra:

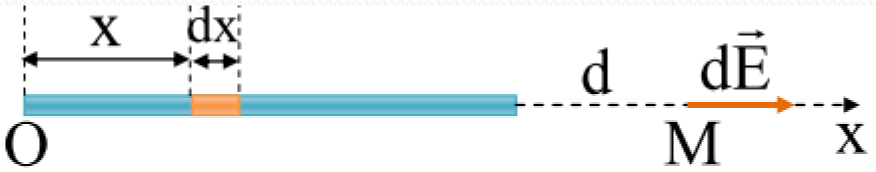


- Xét vật mang điện q. Chia nhỏ vật thành các điện tích nguyên tố dq.
- Điện trường do điện tích dq gây ra: $d\vec{E} = k\dfrac{dq}{r^2}\vec{e}$
- Điện trường do vật gây ra: $\vec{E} = \int d\vec{E} = \int k\dfrac{dq}{r^2}\vec{e}_r$
- Nếu vật tích điện một chiều thì nó có mật độ điện dài $\lambda = dq/dl$.
- Nếu vật tích điện hai chiều thì nó có mật độ điện mặt $\sigma = dq/dS$.
- Nếu vật tích điện ba chiều thì nó có mật độ điện khối $\rho = dq/dV$.

BÀI TẬP VÍ DỤ 1

Cho một thanh chiều dài L, tích điện đều với mật độ điện dài $\lambda > 0$. Tìm cường độ điện trường tại điểm M cách đầu thanh một đoạn d như hình vẽ.

HƯỚNG DẪN GIẢI



- Chọn HTĐ Ox như hình vẽ.
- Chia nhỏ thanh thành những phần tử có chiều dài *dx* mang điện tích nguyên tố *dq=λdx*.
- Điện tích điểm *dq* tại tọa độ *x* gây ra điện trường tại điểm M là:

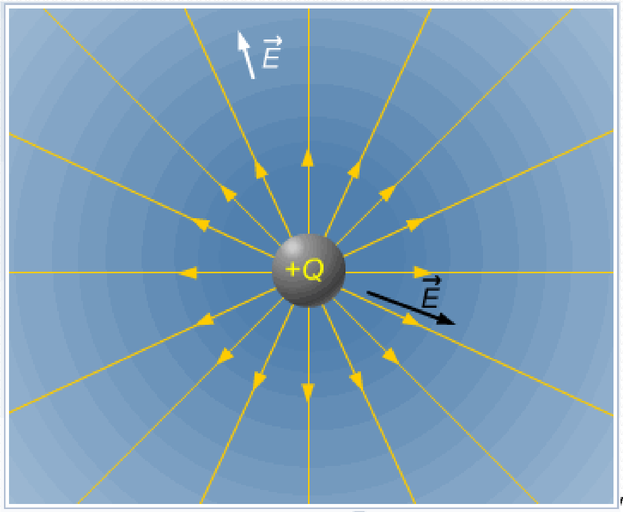
$$d\vec{E} = k\frac{dq}{(L+d-x)^2}\vec{e}_x = k\frac{\lambda dx}{(L+d-x)^2}\vec{e}_x$$

- Điện trường tại M do toàn bộ thanh gây ra là:

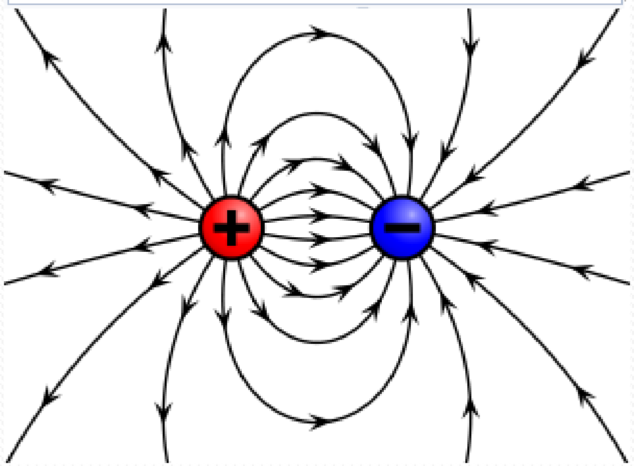
$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int_0^L k\frac{\lambda dx}{(L+d-x)^2}\vec{e}_x = k\lambda\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{L+d}\right)\vec{e}_x$$

1.2. ĐỊNH LÝ GAUSS ĐỐI VỚI ĐIỆN TRƯỜNG

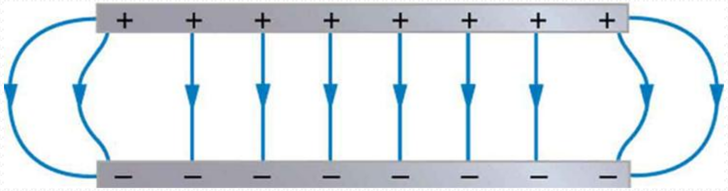
a) Đường sức điện trường là những đường cong sao cho vecto E tiếp tuyến với nó tại mọi điểm.



- Chiều của đường sức là chiều của vecto cường độ điện trường, bắt đầu (đi ra) từ các điện tích dương, kết thúc (đi vào) ở các điện tích âm.
- Trong trường hợp chỉ có các điện tích âm hoặc dương thì các đường sức bắt đầu hoặc kết thúc ở vô cực → Đường sức điện trường tĩnh không khép kín.



- Hai đường sức không bao giờ cắt nhau.
- Nếu điện trường đều thì đường sức là những đường thẳng song song cách đều nhau.



b) Vecto cảm ứng điện:

- Trong môi trường không phải chân không, vecto cường độ điện trường $\vec{E}$ phụ thuộc vào tính chất của môi trường (hằng số ε):

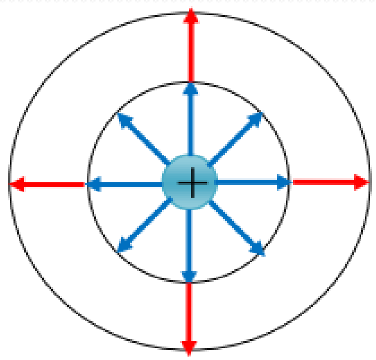
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r$$

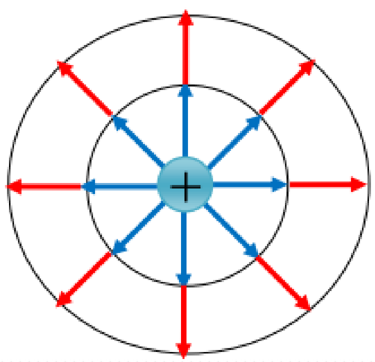
- Do đó, khi đi qua mặt phân cách giữa hai môi trường có ε khác nhau, vecto $\vec{E}$ bị thay đổi đột ngột (gián đoạn).

- Để khử sự gián đoạn đó, ta đưa vào đại lượng mới là vecto cảm ứng điện $\vec{D}$:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}} \quad (C/m^2)$$

Đường sức $\vec{E}$





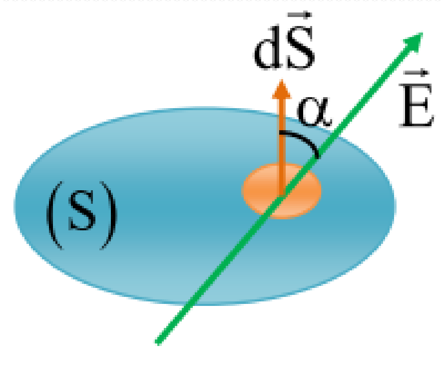
Đường sức $\vec{D}$

1.2. ĐỊNH LÝ GAUSS ĐỐI VỚI ĐIỆN TRƯỜNG

c) Thông lượng điện trường:

• Thông lượng của vecto cường độ điện trường gửi qua diện tích dS:

$$\boxed{d\Phi_E = \vec{E}d\vec{S} = E.dS.\cos\alpha}$$



• Vecto $\vec{E}$ có:

✓Độ lớn bằng diện tích dS.

✓Phương vuông góc với mặt dS.

✓Chiều tùy ý nếu mặt S hở; luôn hướng ra ngoài nếu mặt S kín.

• Thông lượng của vecto cường độ điện trường gửi qua diện tích S:

$$\boxed{\Phi_E = \int_S \vec{E}d\vec{S}}$$

• Thông lượng của vecto cảm ứng điện gửi qua diện tích S:

$$\boxed{\Phi_D = \int_S \vec{D}d\vec{S}} \qquad (C)$$

1.2. ĐỊNH LÝ GAUSS ĐỐI VỚI ĐIỆN TRƯỜNG

d) Định lý Gauss:

- **Định lý Gauss trong chân không:** Trong chân không, thông lượng của vectơ cường độ điện trường gửi qua mặt kín S thì bằng tổng đại số điện tích chứa bên trong mặt kín chia cho ε_0.

$$\boxed{\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}}$$

- **Định lý Gauss tổng quát:** Trong môi trường bất kỳ, thông lượng của vecto cảm ứng điện gửi qua mặt kín S thì bằng tổng đại số điện tích chứa bên trong mặt kín.

$$\boxed{\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum q_i}$$

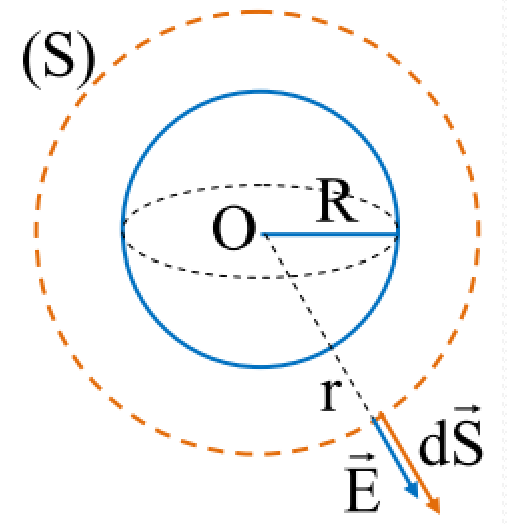
- **Định lý Gauss ở dạng vi phân:**

$$\boxed{\text{div}\vec{E} = \rho / \varepsilon_0} \quad \text{hoặc} \quad \boxed{\text{div}\vec{D} = \rho}$$

BÀI TẬP VÍ DỤ 2

Cho quả cầu tâm O, bán kính R tích điện đều trên bề mặt với điện tích q > 0. Xác định điện trường bên trong và bên ngoài quả cầu.

HƯỚNG DẪN GIẢI



- Quả cầu tích điện có tính đối xứng cầu nên điện trường do nó tạo ra cũng có tính đối xứng cầu.
- Chọn mặt kín (S) là mặt cầu tâm O, bán kính r. Điện trường trên mặt (S) có độ lớn không đổi và $\vec{E} \nearrow\nearrow d\vec{S}$ nên điện thông qua mặt (S) là:

$$\Phi_E = \oint_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = \oint_{(S)} E.dS = E\oint_{(S)} dS = E.S = 4\pi r^2 E$$

- Theo định lý Gauss: $\Phi_E = \dfrac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \dfrac{\sum q_i}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
- Ở bên trong quả cầu (r < R): $\sum q_i = 0$ nên E = 0.
- Ở bên ngoài quả cầu (r ≥ R): $\sum q_i = q$ nên $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

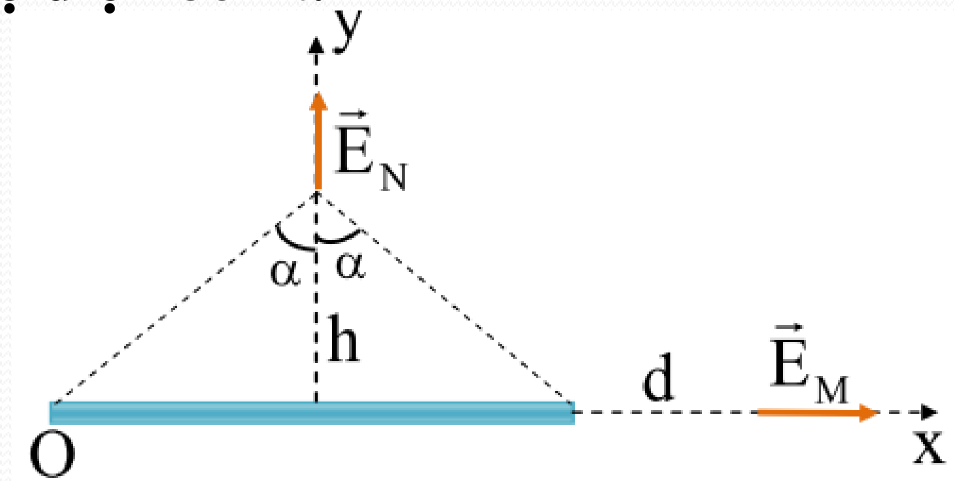
ĐIỆN TRƯỜNG CỦA MỘT SỐ VẬT TÍCH ĐIỆN

1. Vật tích điện 1 chiều với mật độ điện dài λ:

a) Thanh dài L:

$$\boxed{\vec{E}_M = k\lambda\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{L+d}\right)\vec{e}_x}$$

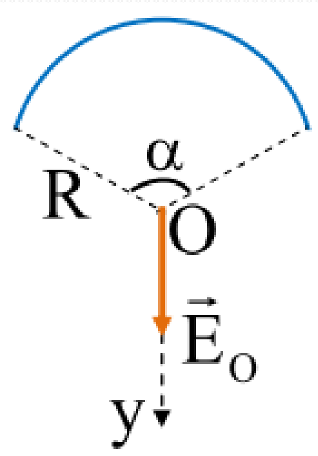
$$\boxed{\vec{E}_N = \frac{2k\lambda}{h}\sin\alpha.\vec{e}_y}$$



Nếu thanh dài vô hạn ($\alpha = 90^0$): $\boxed{\vec{E}_N = \frac{2k\lambda}{h}\vec{e}_y}$

b) Cung tròn bán kính R, chắn góc α:

$$\boxed{\vec{E}_O = \frac{2k\lambda}{R}\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_y}$$



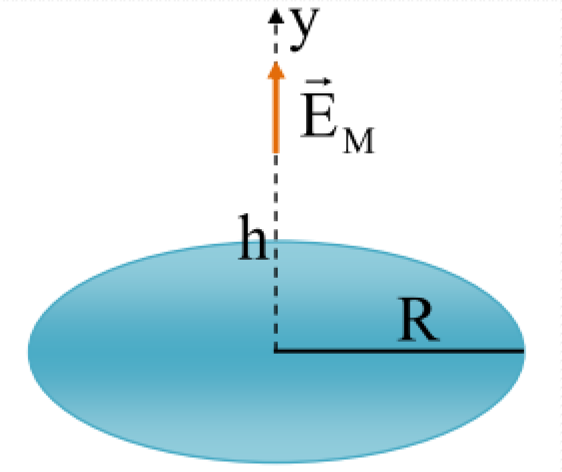
Nếu là vòng tròn ($\alpha = 360^0$): $\boxed{\vec{E}_O = 0}$

ĐIỆN TRƯỜNG CỦA MỘT SỐ VẬT TÍCH ĐIỆN

2. Vật tích điện 2 chiều với mật độ điện mặt σ:

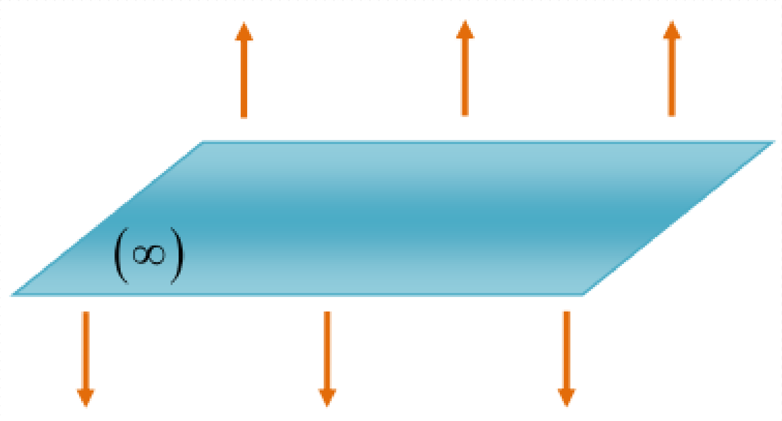
a) Đĩa tròn bán kính R:

$$\boxed{\vec{E}_M = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left(1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}}\right)\vec{e}_y}$$



b) Mặt phẳng rộng vô hạn: sinh ra điện trường đều.

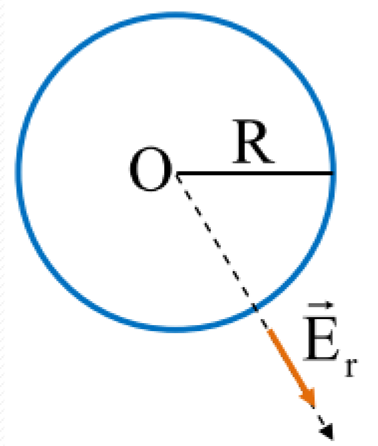
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}}$$



ĐIỆN TRƯỜNG CỦA MỘT SỐ VẬT TÍCH ĐIỆN

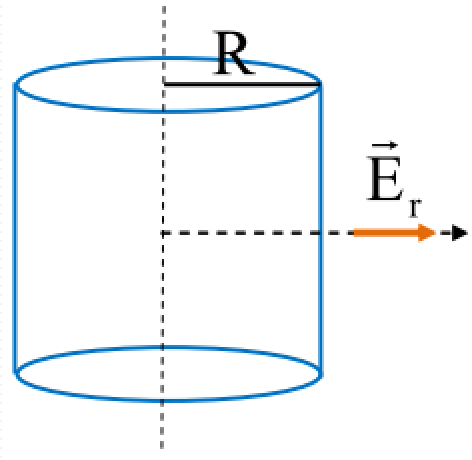
c) Mặt cầu bán kính R:

$$\vec{E}_r = \begin{cases} 0 & r < R \\ k\dfrac{q}{r^2}\vec{e}_r = \dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}\vec{e}_r & r \geq R \end{cases}$$



d) Mặt trụ bán kính R << chiều dài L: xem mặt trụ như thanh dài tích điện với mật độ điện dài λ.

$$\vec{E}_r = \begin{cases} 0 & r < R \\ \dfrac{2k\lambda}{r}\vec{e}_r & r \geq R \end{cases}$$

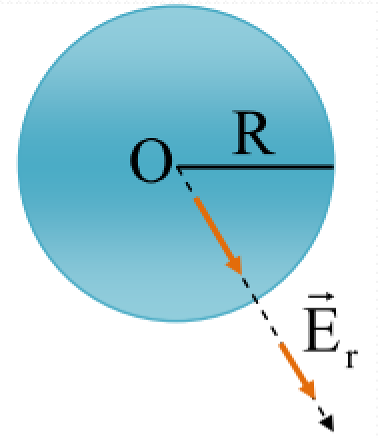


ĐIỆN TRƯỜNG CỦA MỘT SỐ VẬT TÍCH ĐIỆN

3. Vật tích điện 3 chiều với mật độ điện khối ρ:

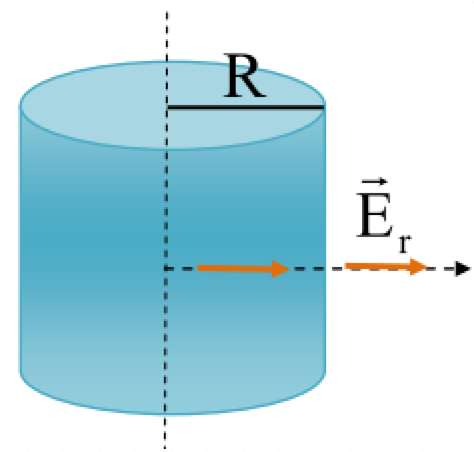
a) Quả cầu bán kính R:

$$\vec{E}_r = \begin{cases} \dfrac{kq}{R^3} r.\vec{e}_r = \dfrac{\rho}{3\varepsilon\varepsilon_0} r.\vec{e}_r & r < R \\ k\dfrac{q}{r^2}\vec{e}_r = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}\vec{e}_r & r \geq R \end{cases}$$



b) Hình trụ bán kính R:

$$\vec{E}_r = \begin{cases} \dfrac{\rho}{2\varepsilon\varepsilon_0} r.\vec{e}_r & r < R \\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}\dfrac{1}{r}\vec{e}_r & r \geq R \end{cases}$$



1.3. ĐIỆN THẾ

a) **Điện thế do điện tích điểm gây ra:** mỗi điện tích điểm q đều tạo ra một điện trường xung quanh nó với điện thế V được xác định theo công thức:

$$\boxed{V = k\frac{q}{r}} \quad (V) \qquad \textbf{(1)}$$

Lưu ý: Trong CT (1) gốc điện thế ở vô cùng. Nếu chọn gốc điện thế ở vị trí khác thì CT (1) có dạng $V = k\frac{q}{r} + C$, với C – hằng số.

b) **Điện thế do hệ điện tích điểm gây ra** bằng tổng điện thế do các điện tích trong hệ gây ra:

$$\boxed{V = \sum_{i=1}^{n} V_i}$$

c) **Điện thế do hệ điện tích phân bố liên tục gây ra:**

$$\boxed{V = \int dV = \int k\frac{dq}{r}}$$

1.3. ĐIỆN THẾ

d) Mặt đẳng thế: là quỹ tích những điểm có cùng điện thế:

$$\boxed{V(x,y,z)=C}$$

- Ví dụ: mặt đẳng thế của điện trường do điện tích điểm tạo ra là những mặt cầu đồng tâm với tâm đặt tại điện tích.
- Các mặt đẳng thế không cắt nhau.

e) Quan hệ giữa $\vec{E}$ và V:

$$\boxed{\vec{E}=-\overrightarrow{\text{grad}}V} \qquad \boxed{V_N-V_M=-\int_M^N \vec{E}d\vec{r}}$$

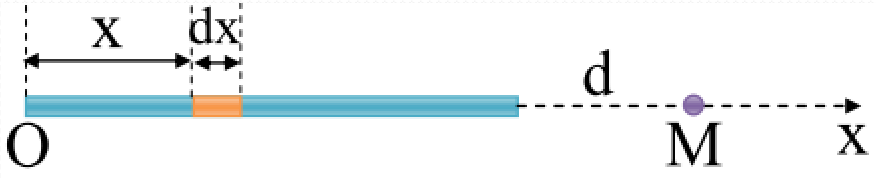
Trong đó: $\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k}=-\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$

- Vecto $\vec{E}$ vuông góc với mặt đẳng thế.
- Vecto $\vec{E}$ hướng theo chiều giảm của điện thế.

BÀI TẬP VÍ DỤ 3

Cho thanh chiều dài L tích điện đều với mật độ điện dài λ. Tìm điện thế tại điểm M cách đầu thanh một đoạn d như hình vẽ.

HƯỚNG DẪN GIẢI



- Chia nhỏ thanh thành những phần tử có chiều dài *dx* mang điện tích nguyên tố *dq=λdx*.
- Chọn gốc điện thế tại vô cùng.
- Điện tích điểm *dq* tại tọa độ *x* gây ra điện thế tại điểm M là:

$$dV = k\frac{dq}{L+d-x} = k\frac{\lambda dx}{L+d-x}$$

- Điện thế tại M do toàn bộ thanh gây ra là:

$$V = \int dV = \int_0^L k\frac{\lambda dx}{L+d-x} = k\lambda \ln\frac{L+d}{d}$$

1.4. NĂNG LƯỢNG ĐIỆN TRƯỜNG

- Năng lượng điện trường định xứ trong không gian có điện trường.
- Mật độ năng lượng điện trường tại điểm có cường độ điện trường $\vec{E}$:

$$\boxed{\omega = \frac{1}{2}\vec{E}\vec{D} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2}$$

- Năng lượng điện trường trong miền thể tích vô cùng nhỏ dV:

$$\boxed{dW = \omega.dV = \frac{1}{2}\vec{E}\vec{D}.dV}$$

- Năng lượng điện trường trong miền thể tích V:

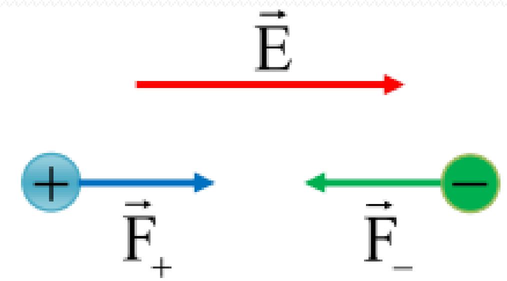
$$\boxed{W = \int_V \omega.dV = \int_V \frac{1}{2}\vec{E}\vec{D}.dV}$$

2. TƯƠNG TÁC ĐIỆN TRƯỜNG VÀ ĐIỆN TÍCH

2.1. LỰC TƯƠNG TÁC TĨNH ĐIỆN

- Điện trường $\vec{E}$ tác dụng lên điện tích q đứng yên lực tĩnh điện (lực Coulomb):

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$



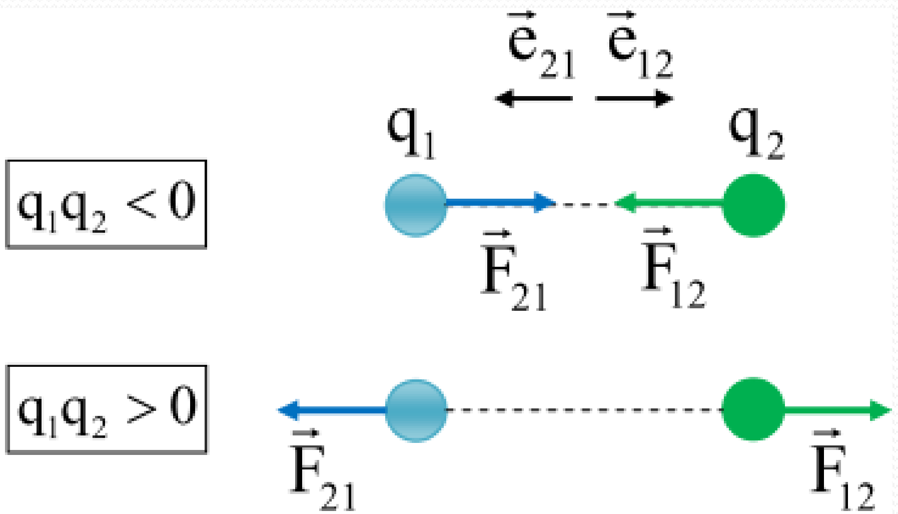
- Lực tĩnh điện $\vec{F}$ cùng chiều $\vec{E}$ nếu q > 0 và ngược chiều $\vec{E}$ nếu q < 0.
- Xét trường hợp nếu có 2 điện tích q_1 và q_2 thì lực tương tác tĩnh điện giữa chúng có dạng:

✓Lực do q_1 tác dụng lên q_2:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = q_2\vec{E}_1 = k\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{e}_{12}}$$

✓Lực do q_2 tác dụng lên q_1:

$$\boxed{\vec{F}_{21} = q_1\vec{E}_2 = k\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{e}_{21}}$$



2.1. LỰC TƯƠNG TÁC TĨNH ĐIỆN

- **Nguyên lý chồng chất lực:** xét hệ n điện tích điểm q_1, q_2,... q_n. Gọi là vecto vị trí của điện tích q_i và q_j. Lực tác dụng lên q_i do các điện tích khác gây ra là:

$$\boxed{\vec{F}_i = \sum_{j \neq i} k \frac{q_i q_j}{\left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|^3}\left(\vec{r}_j - \vec{r}_i\right)}$$

- **Lực tương tác giữa 2 vật tích điện** (không phải 2 điện tích điểm): nếu khoảng cách giữa 2 vật tích điện không đủ lớn để xem chúng như những điện tích điểm, ta phải chia nhỏ vật thành những điện tích điểm và tìm hợp lực tác dụng giữa chúng bằng phương pháp tích phân.

2.2. THẾ NĂNG TRƯỜNG TĨNH ĐIỆN

- Điện tích q đặt trong điện trường có điện thế V sẽ có thế năng W là:

$$\boxed{W = qV}$$

- Xét trường hợp nếu điện trường do điện tích q_1 gây ra có điện thế $V_1 = k\dfrac{q_1}{r}$ (chọn gốc điện thế ở vô cùng), thì điện tích q_2 đặt trong điện trường do q_1 gây ra có thế năng là:

$$\boxed{W = q_2 V_1 = k\frac{q_1 q_2}{r}}$$

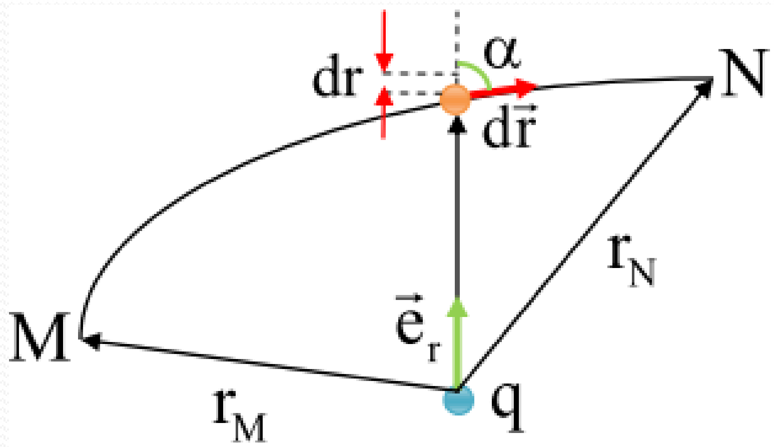
Với r – khoảng cách giữa 2 điện tích.

- **Quan hệ giữa $\vec{F}$ và W:** $\boxed{\vec{F} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,W}$

2.3. CÔNG CỦA LỰC TĨNH ĐIỆN

- Xét điện tích q_0 dịch chuyển trong điện trường gây ra bởi điện tích q. Lực tác dụng lên q_0 là:

$$\vec{F} = k\frac{q_0 q}{r^2}\vec{e}_r$$



- Công của lực tĩnh điện dịch chuyển q_0:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = k\frac{q_0 q}{r^2}\vec{e}_r d\vec{r} = k\frac{q_0 q}{r^2}dr$$

- Công dịch chuyển điện tích q_0 từ điểm M đến điểm N là:

$$\boxed{A_{MN} = \int dA = \int_{r_M}^{r_N} k\frac{q_0 q}{r^2}dr = k\frac{q_0 q}{r_M} - k\frac{q_0 q}{r_N}}$$

→ Công của lực tĩnh điện không phụ thuộc đường đi, chỉ phụ thuộc vị trí đầu và vị trí cuối → Trường tĩnh điện là trường lực thế.

2.3. CÔNG CỦA LỰC TĨNH ĐIỆN

- Nếu điện tích q_0 dịch chuyển trong điện trường E trên đường cong kín (C) thì công của lực tĩnh điện bằng không.

$$\oint_{(C)} \vec{F}d\vec{r} = \oint_{(C)} q_0\vec{E}d\vec{r} = 0 \rightarrow \boxed{\oint_{(C)} \vec{E}d\vec{r} = 0}$$

→ Lưu số của vecto cường độ điện trường tĩnh dọc theo đường cong kín thì bằng không.

- Theo công thức Stokes – Green ta có:

$$\oint_{(C)} \vec{E}d\vec{r} = \int_{S} \text{rot}\vec{E}d\vec{r} \rightarrow \boxed{\text{rot}\vec{E} = 0}$$

Với: $\text{rot}\vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{k}$

→ Trường tĩnh điện là trường không xoáy, có đường sức không khép kín.

MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÔNG VÀ THẾ NĂNG

- Công của lực tĩnh điện dịch chuyển điện tích q từ điểm M đến điểm N là:

$$\boxed{A_{MN} = W_M - W_N = q\left(V_M - V_N\right)}$$

Với: W_M và W_N – thế năng của q tại điểm M và N.
V_M và V_N – điện thế tại điểm M và N.

- Công của lực tĩnh điện bằng độ giảm thế năng.
- Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích trên mặt đẳng thế luôn bằng 0.
- Nếu chọn gốc thế năng ở vô cùng, công dịch chuyển điện tích q từ điểm M ra vô cùng là:

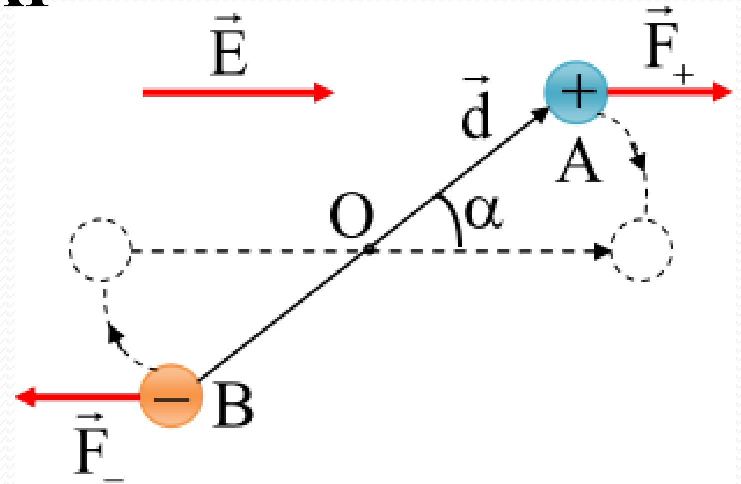
$$\boxed{A_{M\infty} = W_M - W_\infty = W_M}$$

→ Thế năng của điện tích q tại điểm M trong điện trường bằng công của lực tĩnh điện dịch chuyển q từ M ra vô cùng.

BÀI TẬP VÍ DỤ 4

Lưỡng cực điện là một hệ gồm 2 điện tích điểm trái dấu có độ lớn điện tích bằng nhau và cách nhau một khoảng d. Momen lưỡng cực điện là $\vec{p}_e = q\vec{d}$ ($\vec{d}$ hướng từ -q đến +q). Khảo sát chuyển động của lưỡng cực điện khi đặt nó vào điện trường đều và tìm công của điện trường.

HƯỚNG DẪN GIẢI



- Lực tĩnh điện tác dụng lên –q và +q tạo thành một cặp ngẫu lực có độ lớn bằng nhau nhưng ngược chiều:

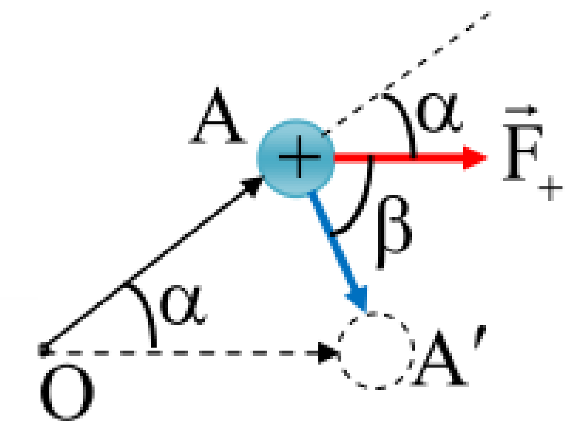
$$\vec{F}_- = -\vec{F}_+$$

- Hợp lực tác dụng lên LCĐ bằng 0, nhưng momen lực khác 0:

$$\vec{M} = \overrightarrow{OA} \times \vec{F}_+ + \overrightarrow{OB} \times \vec{F}_- = \frac{\vec{d}}{2} \times q\vec{E} + \left(\frac{-\vec{d}}{2}\right) \times \left(-q\vec{E}\right) = q\vec{d} \times \vec{E} = \vec{p}_e \times \vec{E}$$

→ Momen lực làm LCĐ quay đến khi $\vec{p}_e$ cùng chiều với $\vec{E}$ ($\alpha = 0$).

- Xét điện tích +q: vì $\vec{F}_{+} = \text{const}$ và là lực thế nên công do nó thực hiện khi dịch chuyển +q từ điểm A đến A' là:



$$A_{+} = \vec{F}_{+}.\overrightarrow{AA'} = F_{+}.AA'.\cos\beta$$

- Ta có: $\beta = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\alpha}{2}, \quad AA' = d\sin\dfrac{\alpha}{2}$

- Do đó: $A_{+} = qEd\sin^2\dfrac{\alpha}{2} = p_eE\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

- Tương tự ta tính được công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích –q là:

$$A_{-} = p_eE\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

- Công do lực tĩnh điện thực hiện làm LCĐ xoay một góc α là:

$$A = A_{+} + A_{-} = 2p_eE\sin^2\frac{\alpha}{2}$$