

# VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG 1

TS. Phạm Thị Hải Miên

Bộ môn Vật lý Ứng dụng – Khoa Khoa học Ứng dụng  
Đại học Bách Khoa Tp.HCM

## **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

- [1] Vật lý đại cương A1, Nguyễn Thị Bé Bảy, Đại học Bách khoa Tp.HCM (Giáo trình nội bộ), 2009.
- [2] Bài Tập Vật lý đại cương A1 , Trần Văn Lượng (chủ biên), NXB ĐHQG TP HCM, 2016.

# NỘI DUNG MÔN HỌC

1. Động học chất điểm.
2. Động lực học chất điểm.
3. Cơ học hệ chất điểm – vật rắn.
4. Các định luật thực nghiệm về chất khí.
5. Các nguyên lý nhiệt động học.
6. Trường tĩnh điện trong chân không.
7. Điện trường trong không gian có điện môi – vật dẫn.
8. Trường tĩnh từ trong chân không.
9. Hiện tượng cảm ứng điện từ.

# **CHƯƠNG 1**

## **ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM**

- 1. ĐẠI LƯỢNG CƠ BẢN.**
  - 1.1. Vecto vị trí.**
  - 1.2. Vecto vận tốc.**
  - 1.3. Vecto gia tốc.**
  - 1.4. Phép biến đổi vận tốc và gia tốc.**
  - 1.5. Mối quan hệ giữa các đại lượng.**
- 2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT ĐIỂM.**
  - 2.1. Chuyển động thẳng.**
  - 2.2. Chuyển động tròn.**
  - 2.3. Chuyển động parabol.**

# 1.1. VECTO VỊ TRÍ

- Để xác định vị trí của một chất điểm M trong không gian, người ta thường gắn vào một hệ trục tọa độ (thường là hệ tọa độ Descartes Oxyz). Vị trí của chất điểm M được xác định bởi vecto vị trí:

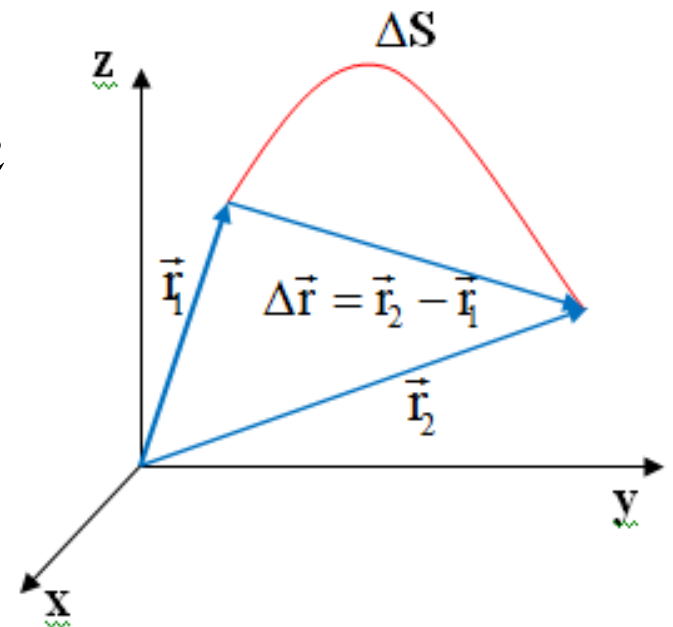
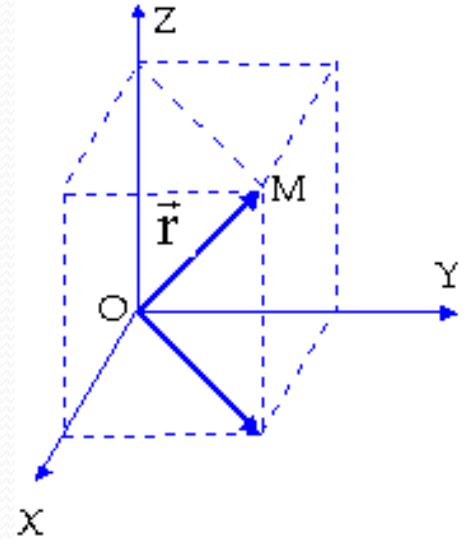
$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

- Tại thời điểm  $t_1$  chất điểm có vecto vị trí  $\vec{r}_1$   
Tại thời điểm  $t_2$  chất điểm có vecto vị trí  $\vec{r}_2$

**Độ dịch chuyển** của chất điểm trong khoảng thời gian  $\Delta t = t_2 - t_1$ :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

**Quãng đường** chất điểm đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t = t_2 - t_1$  là  $\Delta S$ .



## 1.2. VECTO VẬN TỐC

a) Vecto vận tốc trung bình:

- Tại thời điểm  $t_1$  và  $t_2$  chất điểm có vecto vị trí  $\vec{r}_1$  và  $\vec{r}_2$
- Vecto vận tốc trung bình trong khoảng thời gian  $\Delta t = t_2 - t_1$  là:

$$\vec{v}_{TB} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

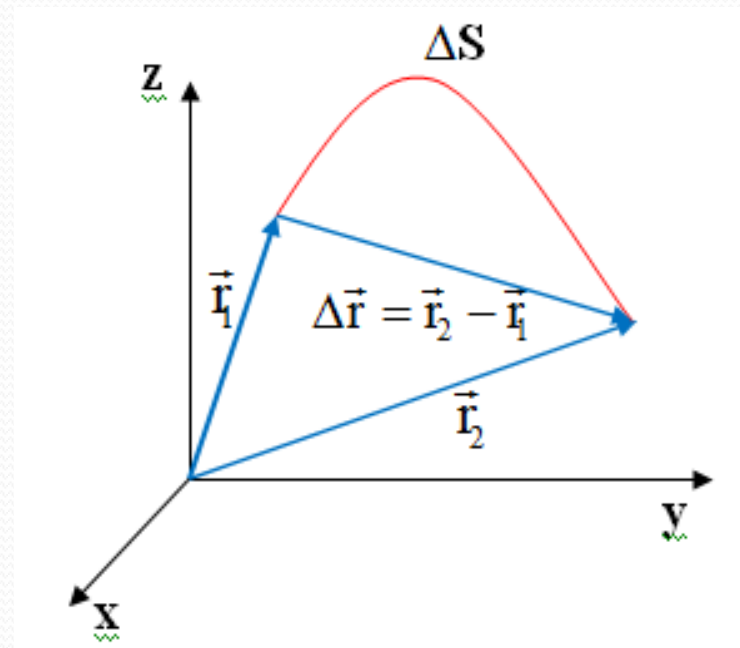
• Tốc độ trung bình:

$$v_{TB} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

- Nếu sau khoảng thời gian  $\Delta t$  chất điểm trở lại vị trí ban đầu thì:

$$\Delta \vec{r} = 0 \rightarrow \vec{v}_{TB} = 0$$

$$\Delta S \neq 0 \rightarrow v_{TB} \neq 0$$



## BÀI TẬP VÍ DỤ 1

Một canô xuôi dòng từ bến A đến bến B với tốc độ  $v_1 = 30 \text{ km/h}$ , rồi ngược dòng từ B về A với tốc độ  $v_2 = 20 \text{ km/h}$ . Tìm:

- Vận tốc trung bình của cano trên cả quãng đường.
- Tốc độ trung bình của cano trên cả quãng đường.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

- Cano đi được một quãng đường khép kín nên  $\Delta \vec{r} = 0$   
Vì vậy vận tốc trung bình của cano bằng 0.
- Tốc độ trung bình của cano:

$$v_{TB} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_{AB} + S_{BA}}{t_{AB} + t_{BA}} = \frac{2S_{AB}}{\frac{S_{AB}}{v_1} + \frac{S_{AB}}{v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 24 \text{ km/h}$$

**b) Vecto vận tốc tức thời:** là giới hạn của vecto vận tốc trung bình khi  $\Delta t \rightarrow 0$ .

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

- $\vec{v}$  tiếp tuyến với quỹ đạo và hướng theo chiều chuyển động.
- Độ lớn của vecto vận tốc:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$



## BÀI TẬP VÍ DỤ 2

Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc  $v = 2\sqrt{x}$  (m/s) theo chiều dương và bắt đầu từ gốc tọa độ O với vận tốc đầu bằng không. Tìm vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 5$  s.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

- Theo đề bài:  $v = 2\sqrt{x} \rightarrow v^2 = 4x$  (1)
- Lấy đạo hàm 2 vế của (1) theo thời gian:

$$\frac{d}{dt}(v^2) = 4 \frac{dx}{dt} \rightarrow 2v \frac{dv}{dt} = 4v \rightarrow dv = 2dt \quad (2)$$

- Lấy tích phân 2 vế của (2):

$$\int_0^v dv = \int_0^5 2dt \rightarrow v = 2t \Big|_0^5 = 10 \text{ m/s}$$

### 1.3. VECTO GIA TỐC

#### a) Vecto gia tốc trung bình

- Tại thời điểm  $t_1$  và  $t_2$  chất điểm có vận tốc lần lượt là  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_2$   
 $\rightarrow$  độ biến thiên vận tốc  $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$
- **Vecto gia tốc trung bình** trong khoảng thời gian  $\Delta t = t_2 - t_1$  là:

$$\vec{a}_{TB} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

- b) Vecto gia tốc tức thời:** là giới hạn của vecto gia tốc trung bình khi  $\Delta t \rightarrow 0$ .

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

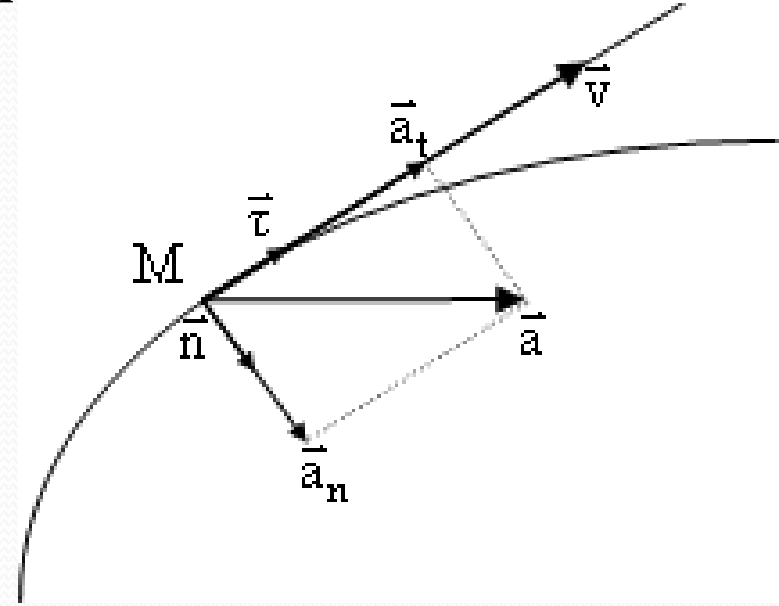
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}_x}{dt} \vec{i} + \frac{d\vec{v}_y}{dt} \vec{j} + \frac{d\vec{v}_z}{dt} \vec{k} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

- Độ lớn của vector gia tốc:  $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

### c) Vector gia tốc tiếp tuyến và pháp tuyến

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{R} \vec{n} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

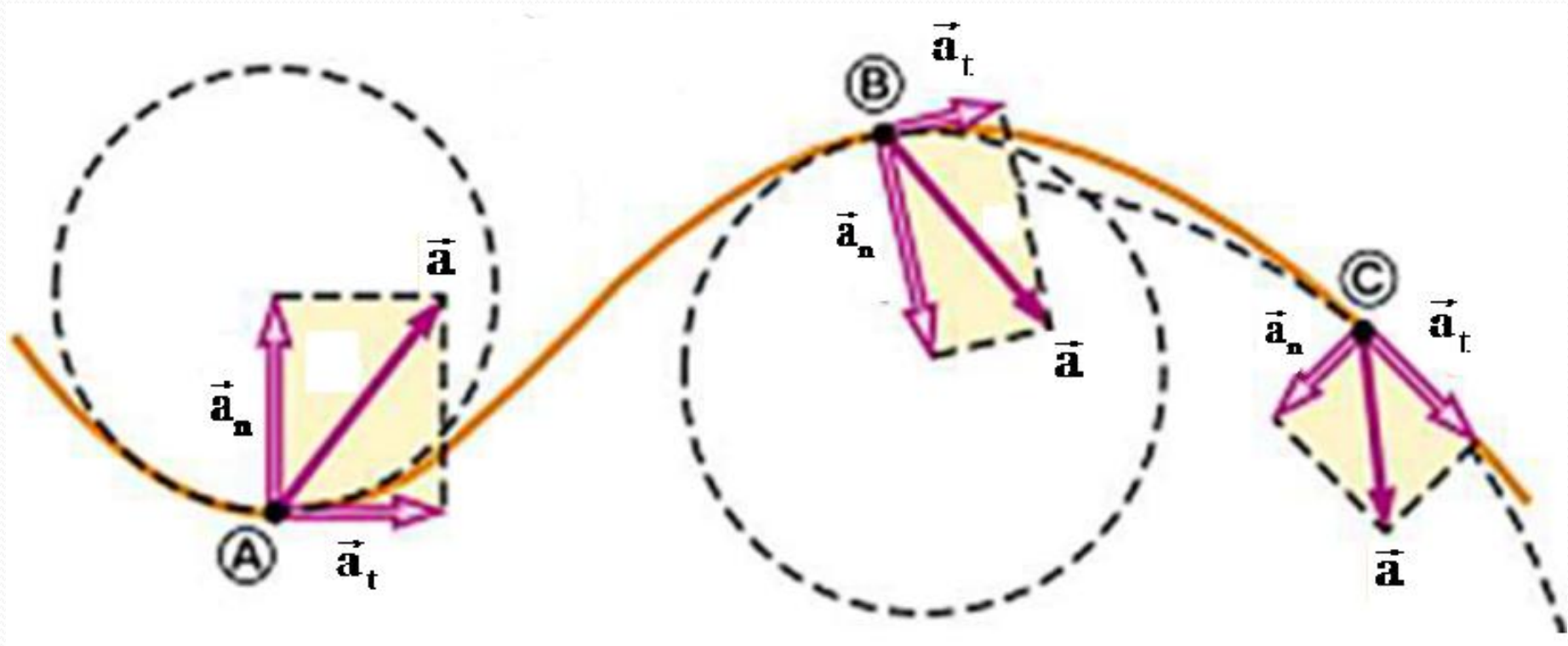
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$



Trong đó:

- $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}$  là vector gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự thay đổi độ lớn của vector vận tốc.
- $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}$  là vector gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự thay đổi phương của vector vận tốc.
- R là bán kính cong của quỹ đạo.

# Gia tốc tiếp tuyến và pháp tuyến của chất điểm chuyển động trên quỹ đạo cong bất kỳ



## 1.4. PHÉP BIẾN ĐỔI VẬN TỐC VÀ GIA TỐC

- Chuyển động có tính tương đối nên vận tốc của chất điểm phụ thuộc vào hệ qui chiếu.

- Xét 2 HQC K (Oxyz) và K' (O'x'y'z').

- Tọa độ của chất điểm M trong 2 HQC lần lượt là  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{O'M}$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M} \rightarrow \vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \vec{r}' \quad (1)$$

- Lấy đạo hàm (1) theo thời gian ta được phép biến đổi vận tốc:

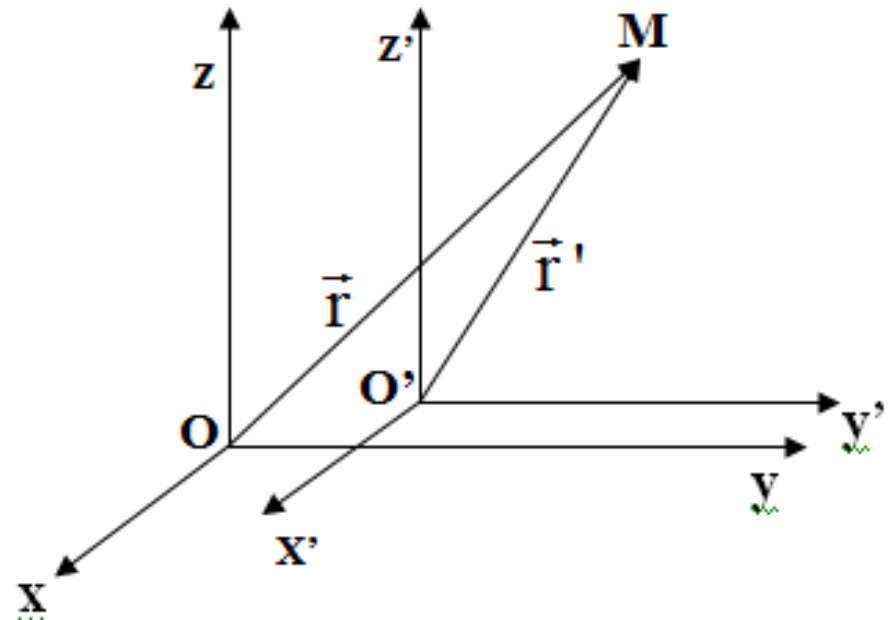
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OO'})$$

$$\boxed{\vec{v}_{M/K} = \vec{v}_{M/K'} + \vec{v}_{K'/K}} \quad (2)$$

- Lấy đạo hàm (2) theo thời gian ta được phép biến đổi gia tốc:

$$\frac{d\vec{v}_{M/K}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{M/K'}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{K'/K}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{a}_{M/K} = \vec{a}_{M/K'} + \vec{a}_{K'/K}}$$



## BÀI TẬP VÍ DỤ 3

Một máy bay bay về hướng Đông với tốc độ  $v = 400$  km/h đối với gió. Gió thổi về hướng Bắc với tốc độ  $u = 75$  km/h đối với mặt đất. Xác định độ lớn và hướng của vận tốc máy bay đối với mặt đất.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

- Theo quy tắc cộng vận tốc ta có:

$$\vec{V}_{mb/d} = \vec{V}_{mb/g} + \vec{V}_{g/d}$$

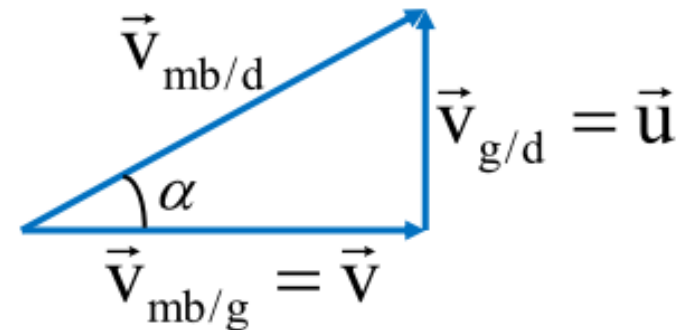
- Vận tốc của máy bay đối với mặt đất:

$$v_{mb/g} = \sqrt{v^2 + u^2} = 407 \text{ km/h}$$

- Hướng bay được xác định bởi:

$$\tan \alpha = \frac{u}{v} = 0,1875 \rightarrow \alpha \approx 10,6^\circ$$

→ Máy bay có vận tốc đối với mặt đất là 407 km/h và hướng theo hướng Đông Bắc, lệch so với hướng Đông một góc  $\alpha = 10,6^\circ$ .



## 1.5. MỐI QUAN HỆ GIỮA CÁC ĐẠI LƯỢNG

- Từ định nghĩa vận tốc tức thời ta có:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \rightarrow d\vec{r} = \vec{v}dt \rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t)dt \quad (1)$$

- Từ định nghĩa gia tốc tức thời ta có:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow d\vec{v} = \vec{a}dt \rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)dt \quad (2)$$

- Nếu vector gia tốc là hằng số (  $\vec{a} = \text{const}$  ), thế (2) vào (1) ta có:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t} \quad (\text{phương trình vận tốc})$$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a}t^2} \quad (\text{phương trình chuyển động})$$

- Phương trình quỹ đạo có dạng  $f(x, y, z) = 0$ .

## 2.1. CHUYỂN ĐỘNG THẲNG

- Vận tốc không thay đổi phương nên gia tốc pháp tuyến luôn bằng không, gia tốc toàn phần bằng gia tốc tiếp tuyến:

$$\vec{a}_n = 0$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t$$

### a) Thẳng đều

- Gia tốc bằng không:  $\vec{a} = 0$
- Vận tốc không đổi cả phương chiều và độ lớn:  $\vec{v} = \text{const}$
- Phương trình chuyển động:  $x = x_0 + vt$

trong đó  $x_0$  là tọa độ ban đầu của chất điểm tại thời điểm  $t = 0$ .

- Các đại lượng  $x$  và  $v$  trong PT trên là giá trị đại số, có thể âm hoặc dương tùy thuộc vào chiều của trục Ox được chọn. Quy ước này áp dụng cho tất cả các PT chuyển động khác trong mục 2.1 và 2.2.



## b) Thẳng biến đổi đều

- Gia tốc không đổi:  $\vec{a} = \text{const}$

Chuyển động nhanh dần đều:  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$

Chuyển động chậm dần đều:  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$

- Vận tốc thay đổi theo quy luật:  $v = v_0 + at$  (1)

- Phương trình chuyển động:  $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$  (2)

- Mối liên hệ giữa các đại lượng:  $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$  (3)

## BÀI TẬP VÍ DỤ 4

Một hòn đá được ném đứng từ mặt đất lên cao với vận tốc  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ . Tìm độ cao cực đại và thời gian chuyển động của hòn đá. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

- Chọn trục Oy hướng lên, gốc O tại mặt đất.
- Phương trình chuyển động và phương trình vận tốc của hòn đá:

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

$$v = v_0 - g t \quad (2)$$

- Hòn đá đạt đến độ cao cực đại khi vận tốc bằng 0:

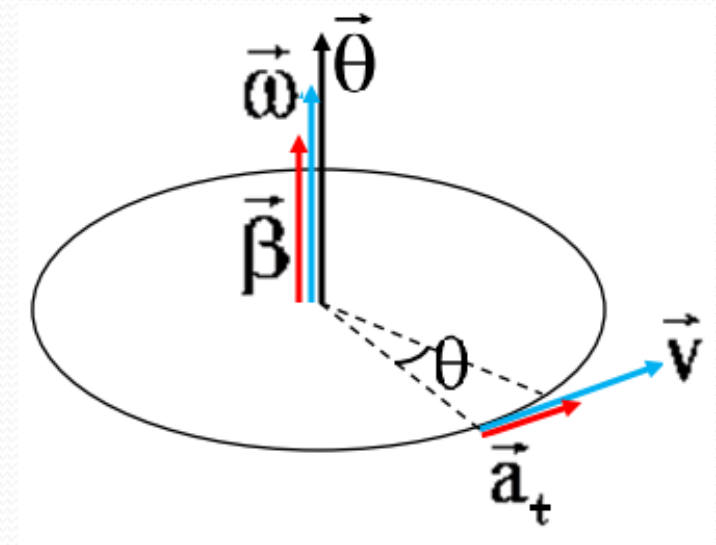
$$(2) \rightarrow v = v_0 - g t = 0 \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = 1 \text{ m / s}$$

- Độ cao cực đại của hòn đá:  $(1) \rightarrow y(t = 1) = 5 \text{ m}$
- Sau khi hòn đá đạt đến độ cao cực đại, nó sẽ rơi tự do. Thời gian rơi chạm đất = thời gian đạt độ cao cực đại  
 $\rightarrow$  Thời gian chuyển động của hòn đá là 2 giây.

## 2.2. CHUYỂN ĐỘNG TRÒN

### Các đại lượng góc:

- Góc quay:  $\theta$  (radian).
- Vận tốc góc:  $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$  (rad/s)
- Gia tốc góc:  $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}$  (rad/ s<sup>2</sup>)



Đại lượng dài	S	v	$a_t$	$a_n$
Đại lượng góc	$\theta$	$\omega$	$\beta$	
Mối liên hệ	$s = R.\theta$ $\vec{s} = [\vec{\theta}, \vec{R}]$	$v = R.\omega$ $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$	$a_t = R.\beta$ $\vec{a}_t = [\vec{\beta}, \vec{R}]$	$a_n = R\omega^2$

## a) Tròn đều

- Gia tốc pháp tuyến có độ lớn không đổi:  $|\vec{a}_n| = \text{const}$
- Gia tốc tiếp tuyến bằng 0:  $\vec{a}_t = 0$
- Gia tốc góc bằng 0:  $\vec{\beta} = 0$
- Vận tốc góc không đổi:  $\vec{\omega} = \text{const}$
- Phương trình chuyển động:  $\theta = \theta_0 + \omega t$
- Chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  (giây)
- Tần số:  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$  (Hz)

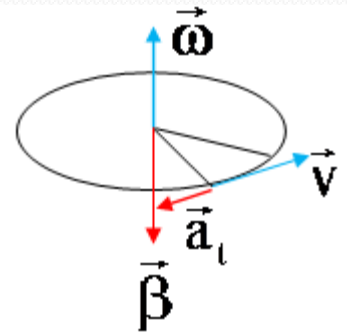
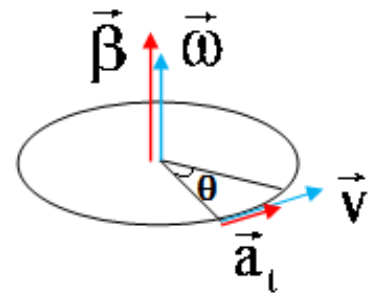
## b) Tròn biến đổi đều

- Gia tốc pháp tuyến thay đổi:  $\vec{a}_n \neq \text{const}$
- Gia tốc tiếp tuyến có độ lớn không đổi:  $|\vec{a}_t| = \text{const}$
- Gia tốc góc không đổi:  $\vec{\beta} = \text{const}$

Tròn nhanh dần đều:  $\vec{a}_t \cdot \vec{v} > 0$  ,  $\vec{\beta} \cdot \vec{\omega} > 0$

Tròn chậm dần đều:  $\vec{a}_t \cdot \vec{v} < 0$  ,  $\vec{\beta} \cdot \vec{\omega} < 0$

- Tốc độ góc tại thời điểm t:  $\omega = \omega_0 + \beta t$
- Phương trình chuyển động:  $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2$
- Mối liên hệ giữa các đại lượng góc:  $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta(\theta - \theta_0)$



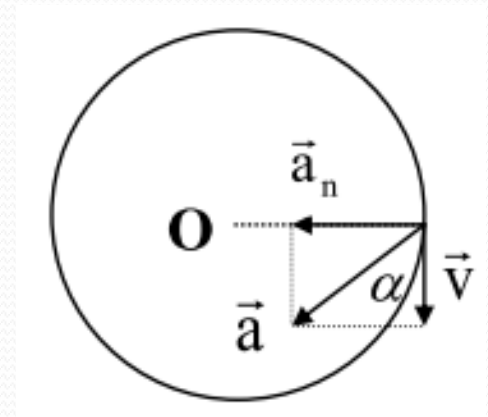
## BÀI TẬP VÍ DỤ 5

Một chất điểm chuyển động tròn với vận tốc góc  $\omega = kt^2$ , trong đó  $k=0,01 \text{ rad/s}^2$ . Sau khoảng thời gian  $t = 5 \text{ s}$  kể từ lúc bắt đầu chuyển động, tìm góc hợp bởi vectơ gia tốc toàn phần và vectơ vận tốc.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

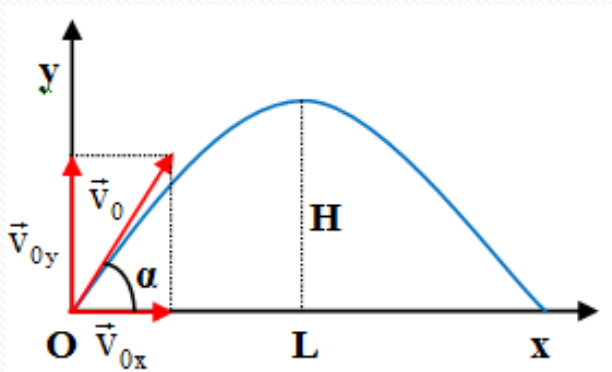
- Gia tốc pháp tuyến:  $a_n = \omega^2 R = k^2 t^4 R$
- Gia tốc góc:  $\beta = \frac{d\omega}{dt} = 2kt$
- Gia tốc tiếp tuyến:  $a_t = \beta R = 2Rkt$
- Góc hợp bởi vectơ gia tốc toàn phần và vectơ vận tốc:

$$\tan \alpha = \frac{a_n}{a_t} = \frac{kt^3}{2} = \frac{1,25}{2} \rightarrow \alpha \approx 32^\circ$$

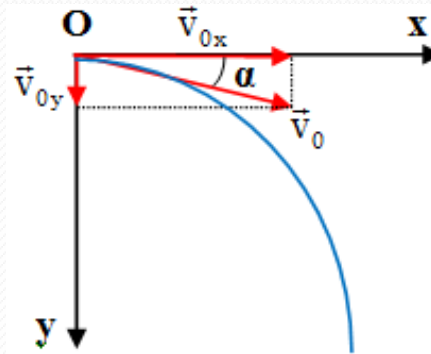


## 2.3. CHUYỂN ĐỘNG PARABOL

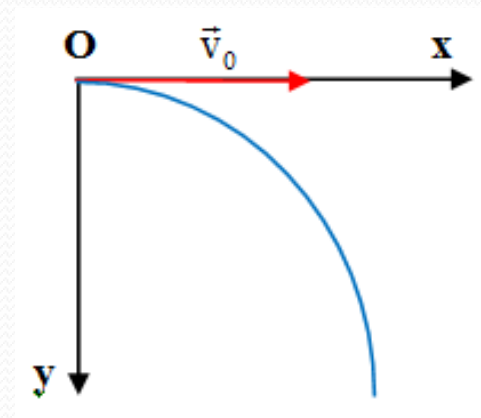
- Ném một vật chuyển động trong trường trọng lực, bỏ qua ma sát, vật sẽ luôn có gia tốc  $g$  hướng xuống.
- Phương trình chuyển động của vật được viết theo phương ngang và phương đứng tạo thành hệ 2 phương trình.
- Quỹ đạo chuyển động của vật luôn là đường parabol.
- Có 3 kiểu ném vật thường gặp:



**Ném xiên lên**



**Ném xiên xuống**



**Ném ngang**

## a) Ném xiên lên

- Phương trình chuyển động:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

- Phương trình quỹ đạo:

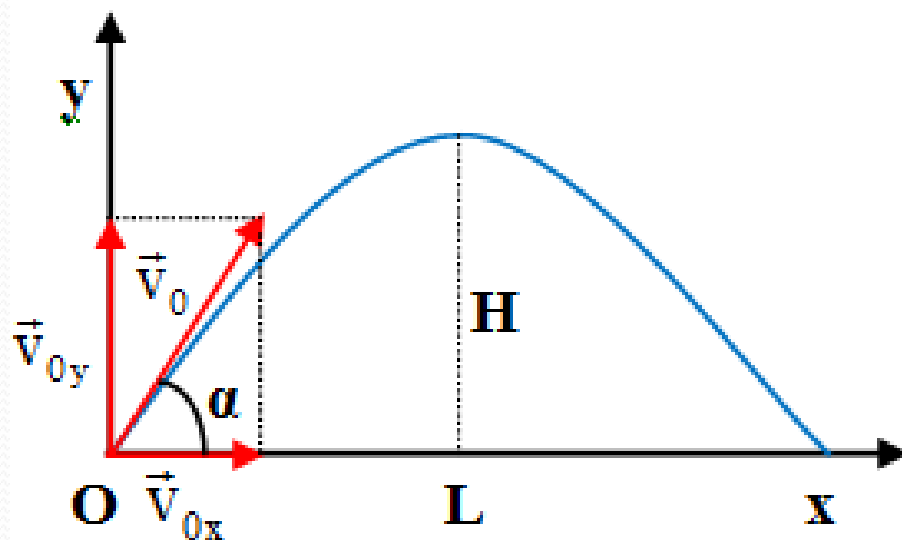
$$y = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

→ Quỹ đạo chuyển động có dạng parabol.

- Phương trình vận tốc: 
$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases}$$

→ Vận tốc theo phương ngang không đổi:  $v_x = \text{const.}$

Vận tốc theo phương đứng giảm dần đến độ cao  $H$  thì  $v_y = 0$ , sau đó lại tăng dần.





- Thời gian vật đạt đến độ cao H:  $v_y = 0 \rightarrow \boxed{t_H = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}}$

- Thời gian vật chạm đất:  
 $y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \rightarrow \boxed{t_L = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}}$

→ Ta thấy  $t_L = 2t_H$ . Điều này là do tính đối xứng của quỹ đạo parabol.

- Độ cao cực đại mà vật đạt được:  $\boxed{H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}}$

- Tầm xa mà vật đạt được:  $\boxed{L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}}$

## b) Ném xiên xuống

- Phương trình chuyển động:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

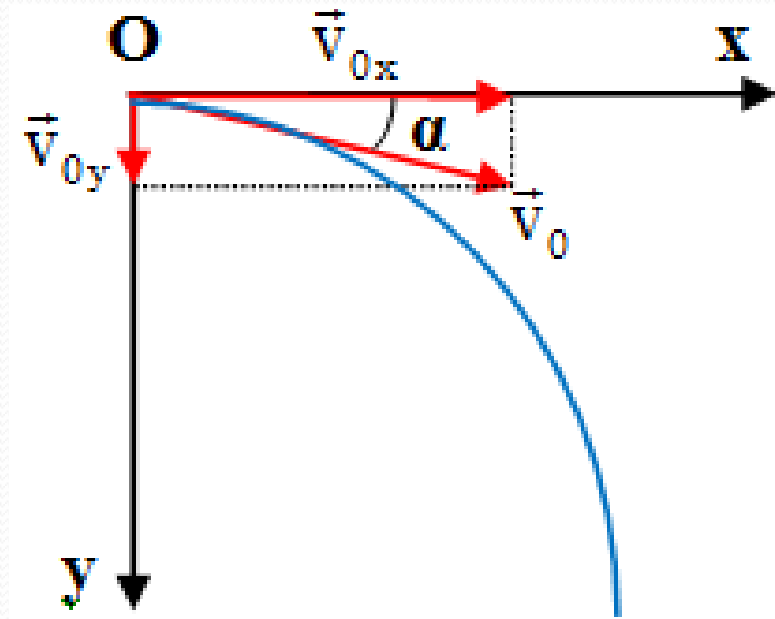
- Phương trình quỹ đạo:

$$y = \tan \alpha \cdot x + \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

→ Quỹ đạo chuyển động có dạng parabol.

- Phương trình vận tốc: 
$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha + gt \end{cases}$$

→ Vận tốc theo phương ngang không đổi:  $v_x = \text{const.}$   
Vận tốc theo phương đứng tăng dần theo thời gian.



### e) Ném ngang

- Phương trình chuyển động:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

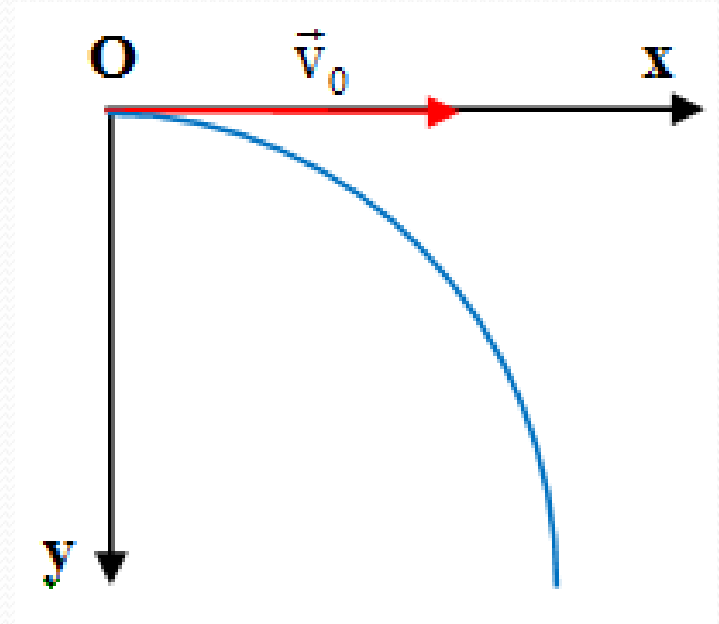
- Phương trình quỹ đạo:

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

→ Quỹ đạo chuyển động có dạng parabol.

- Phương trình vận tốc:  $\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases}$

→ Vận tốc theo phương ngang không đổi:  $v_x = \text{const.}$   
Vận tốc theo phương đứng tăng dần theo thời gian.



## BÀI TẬP VÍ DỤ 6

Một vật được ném ngang từ độ cao  $H = 4,9$  m với vận tốc đầu  $v_0 = 10$  m/s. Bỏ qua sức cản của không khí.

- Tìm biểu thức vận tốc của vật tại thời điểm  $t$ .
- Tìm biểu thức gia tốc pháp tuyến và gia tốc tiếp tuyến của vật tại thời điểm  $t$ .
- So sánh bán kính cong quỹ đạo tại vị trí chạm đất với vị trí ném.

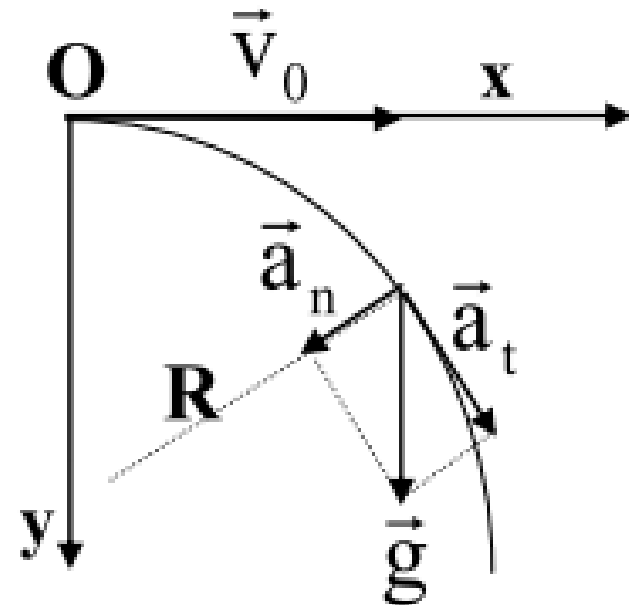
### HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, gốc tọa độ O tại vị trí ném. Gốc thời gian là lúc bắt đầu ném vật.

a) Phương trình vận tốc: 
$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases}$$

Biểu thức vận tốc:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$



b) Gia tốc tiếp tuyến:  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}}$

Gia tốc pháp tuyến:  $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{g^2 - a_t^2} = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}}$

c) Bán kính cong quỹ đạo:  $R = \frac{v^2}{a_n}$

- Tại vị trí ném vật ta có:  $v = v_0, a_n = g$

→ Bán kính quỹ đạo tại vị trí ném là:  $R_1 = \frac{v_0^2}{g}$

- Tại vị trí chạm đất:

➤ Phương trình chuyển động của vật theo phương đứng là:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

➤ Khi vật chạm đất  $y = H$ . Vậy thời gian chuyển động của vật là:

$$t_H = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1 \text{ s}$$

➤ Bán kính quỹ đạo tại vị trí chạm đất:

$$R_2 = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2 + (gt_H)^2}{\frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + (gt_H)^2}}} = \frac{(v_0^2 + (gt_H)^2)^{3/2}}{gv_0}$$

→ Tỉ số của bán kính quỹ đạo tại vị trí chạm đất so với tại vị trí ném:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(v_0^2 + (gt_H)^2)^{3/2}}{gv_0} \cdot \frac{g}{v_0^2} \approx 2,74$$