Relazione Densità

GABRIELE FRUGONI (713463) e MATTEO LEONARDI(713343)
gruppo B2-3 tavolo 9

1 febbraio 2026

1 Scopo dell'esperienza

Lo scopo di quest'esperienza è misurare la densità di alcuni solidi che avevamo a disposizione, di tre materiali diversi (metalli ignoti, che chiameremo Materiale A, Materiale B e Materiale C) attraverso le misure dirette della massa e delle loro dimensioni, verificare, per quanto concerne le sfere, la legge di potenza della densità con l'ausilio di un tool grafico (nel nostro caso, Desmos) ed eventualmente determinare il materiale degli oggetti confrontando i valori ottenuti della densità con i valori tabulati di alcuni metalli.

2 Cenni teorici

La densità è definita come il rapporto tra una massa e un volume. Per un corpo omogeneo, la densità è uguale al rapporto tra la sua massa totale e il suo volume totale:

$$\varrho = \frac{M}{V} \tag{1}$$

3 Strumenti e Materiali a Disposizione

Per ogni materiale avevamo a disposizione cinque solidi diversi: per il materiale A avevamo a disposizione due parallelepipedi e tre cilindri, tutti di dimensioni diverse.
Per il materiale B. avevamo a disposizione cinque sfere di dimensioni diverse.
Per il materiale C disponevamo di un prisma a base esagonale, un parallelepipedo e di tre cilindri di dimensioni diverse.
Gli strumenti di misura che avevamo a disposizione erano:

1. Calibro cinquantesimale, risoluzione: $0.02mm$
2. Calibro Palemer, risoluzione: $0.01mm$
3. Bilancia di precisione, risoluzione: $10^{-3}g$

4 Misure ed analisi

4.1 Misure Dirette di Dimensioni e Massa

4.1.1 Materiale A

Per la misura delle dimensioni dei parallelepipedi abbiamo usato il calibro cinquantesimale. In tutti i calcoli abbiamo supposto i parallelepipedi regolari, dunque abbiamo preso una singola misura per ogni spigolo. Con la bilancia di precisione abbiamo quindi effettuato la misura della massa m. Chiameremo i tre spigoli ℓ, d e h; nella tabella 1 sono riportate le misure dei due parallelepipedi.

Parallelepipedo	$\ell(mm)$	$d(mm)$	$h(mm)$	$m(\cdot 10^{-3}kg)$
1	8.10 ± 0.02	18.00 ± 0.02	20.40 ± 0.02	7.874 ± 0.001
2	17.80 ± 0.02	10.04 ± 0.02	10.04 ± 0.02	4.833 ± 0.001

Tabella 1: Parallelepipedi

Nei cilindri abbi misurato con il calibro cinquantesimale l'altezza e con il calibro Palmer il diametro. Come per i parallelepipedi abbiamo supposto i cilindri regolari. Abbiamo quindi effettuato una misura per il diametro d e per l'altezza h. Le misure dei tre cilindri sono riportate nella tabella 2

Cilindro	$d(mm)$	$h(mm)$	$m(\cdot 10^{-3}kg)$
1	5.88 ± 0.01	18.92 ± 0.02	1.427 ± 0.001
2	11.92 ± 0.01	19.28 ± 0.02	5.862 ± 0.001
3	19.76 ± 0.01	19.04 ± 0.02	15.873 ± 0.001

Tabella 2: Cilindri

4.1.2 Materiale B

Per ridurre eventuali errori di misura, in ogni sfera abbiamo preso con il calibro Palmer le misure di tre diametri d_1,d_2,$d_3$in punti diversi, poi ne abbiamo misurato la massa con la bilancia di precisione. I dati ottenuti sono riportati nella tabella 3

Sfera	$d_1(mm)$	$d_2(mm)$	$d_3(mm)$	$m(\cdot 10^{-3}kg)$
1	12.70 ± 0.01	12.70 ± 0.01	12.70 ± 0.01	8.359 ± 0.001
2	14.28 ± 0.01	14.28 ± 0.01	14.28 ± 0.01	11.890 ± 0.001
3	14.28 ± 0.01	14.28 ± 0.01	14.28 ± 0.01	11.890 ± 0.001
4	18.25 ± 0.01	18.25 ± 0.01	18.25 ± 0.01	24.822 ± 0.001
5	22.22 ± 0.01	22.21 ± 0.01	22.22 ± 0.01	44.707 ± 0.001

Tabella 3: Sfere

4.1.3 Materiale C

Per le misure delle dimensioni dei cilindri abbiamo utilizzato il calibro Palmer per misurare il diametro in tre punti diversi (alle due estremità ed al centro dei cilindri) mentre abbiamo utilizzato il calibro cinquantesimale per misurare l'altezza h. Tutte i dati sulle dimensioni e della massa dei cilindri sono raccolte nella tabella 4.

Cilindro	$d_1(mm)$	$d_2(mm)$	$d_3(mm)$	$h(mm)$	$m(\cdot 10^{-3}kg)$
1	5.99 ± 0.01	6.00 ± 0.01	6.00 ± 0.01	13.94 ± 0.02	29.500 ± 0.001
2	9.96 ± 0.01	9.95 ± 0.01	9.95 ± 0.01	37.38 ± 0.02	24.579 ± 0.001
3	9.96 ± 0.01	9.96 ± 0.01	9.96 ± 0.01	16.18 ± 0.02	10.669 ± 0.001

Tabella 4: Cilindri; materiale C

Per le dimensioni del prisma a base esagonale abbiamo utilizzato il calibro cinquantesimale per misurare i tre apotemi a_1,a_2 ed a_3 e l'altezza h. Tutte le misure sono riportate nella tabella 5.

Prisma	$a_1(mm)$	$a_2(mm)$	$a_3(mm)$	$h(mm)$	$m(\cdot 10^{-3}kg)$
	15.00 ± 0.02	15.00 ± 0.02	14.92 ± 0.02	17.74 ± 0.02	28.656 ± 0.001

Tabella 5: Prisma

Per quanto riguarda il parallelepipedo, abbiamo proceduto come nel caso precendente misurando con il calibro cinquantesimale le tre dimensioni ℓ, h e d. Massa e dimensioni sono riportate nella tabella 6

Parallelepipedo	$\ell(mm)$	$d(mm)$	$h(mm)$	$m(\cdot 10^{-3}kg)$
	10.00 ± 0.02	41.80 ± 0.02	10.00 ± 0.02	34.930 ± 0.001

Tabella 6: Parallelepipedo

4.2 Analisi Dati

4.2.1 Stima della densità

Per trovare la densità avevamo bisogno del volume dei vari solidi che abbiamo calcolato con le usuali formule di geometria elementare per i solidi regolari:

$$V_{Parallelepipedo} = \ell h d$$
$$V_{Sfera} = \frac{\pi}{6} d^3$$
$$V_{Cilindro} = \frac{\pi}{4} d^2 h$$
$$V_{prisma} = \sqrt{3} a^2 h$$

Nel caso delle sfere e del prisma a base esagonale è emerso che non si trattava effettivamente di solidi regolari, tuttavia per semplificare i calcoli successivi abbiamo scelto di approssimarli a solidi regolari e considerando la media delle misure delle dimensioni risultate irregolari.

È stato dunque possibile determinare la densità di ogni solido calcolando il volume e dividendolo per la massa totale. Per quanto riguarda le incertezze, abbiamo propagato soltanto le incertezze sulle dimensioni, dal momento che le masse avevano un errore relativo trascurabile. Di seguito raccolte nelle tabelle 7, 8 e 9

Solido	Densità $\varrho(kg/m^3)$
Parallelepipedo 1	2647 ± 12.4
Parallelepipedo 2	2693.5 ± 14.3
Cilindro 1	277.5 ± 14.3
Cilindro 2	2724.5 ± 7.8
Cilindro 3	2718.5 ± 5.8

Tabella 7: Densità materiale A

È stata poi calcolata la media aritmetica delle densità per ogni materiale e la media delle imcertezze. I risultati sono riportati nella Tabella 10

Solido	Densità $\varrho(kg/m^3)$
Sfera 1	7793.7 ± 19.3
Sfera 2	7792.8 ± 17.0
Sfera 3	7798.3 ± 17.0
Sfera 4	7799.2 ± 13.1
Sfera 5	7786.5 ± 10.7

Tabella 8: Densità materiale B

Solido	Densità $\varrho(kg/m^3)$
Cilindro 1	8293.7 ± 29.3
Cilindro 2	8454.8 ± 21.8
Cilindro 3	8463.2 ± 28.2
Prisma	8319.2 ± 31.9
Parallelepipedo	8356.5 ± 37.7

Tabella 9: Densità materiale C

Materiale	$\varrho(^{kg}/_{m^3})$
A	2712.3 ± 10.9
B	7794.1 ± 15.4
C	8376.6 ± 29.8

Tabella 10: Media densità per materiale

4.2.2 Verifica delle densità stimate tramite fit

Per ogni materiale è stato realizzato un grafico Volume/Massa nel quale sono stati riportati i vaolri relativi ad ogni oggetto analizzato: in Figura 1, Figura 2 e Figura 3 possiamo vedere i risultati del fit.
Questi grafici, oltre a mostrarci la correttezza dei dati rilevati, ci permettono di verifcare le densità stimate in precedenza: difatti l'inverso del coefficiente angolare di ogni retta dovrebbe coincidere con il valore della densità del materiale corrispondente

Materiale	$^1/_\varrho(^{mm^3}/_g)$	$\varrho(^{kg}/_{m^3})$
A	368.6 ± 3.8	2713 ± 28
B	128.4 ± 0.1	7788.2 ± 6.1
C	120.9 ± 1.3	8271 ± 89

Tabella 11: Coefficienti angolari fit

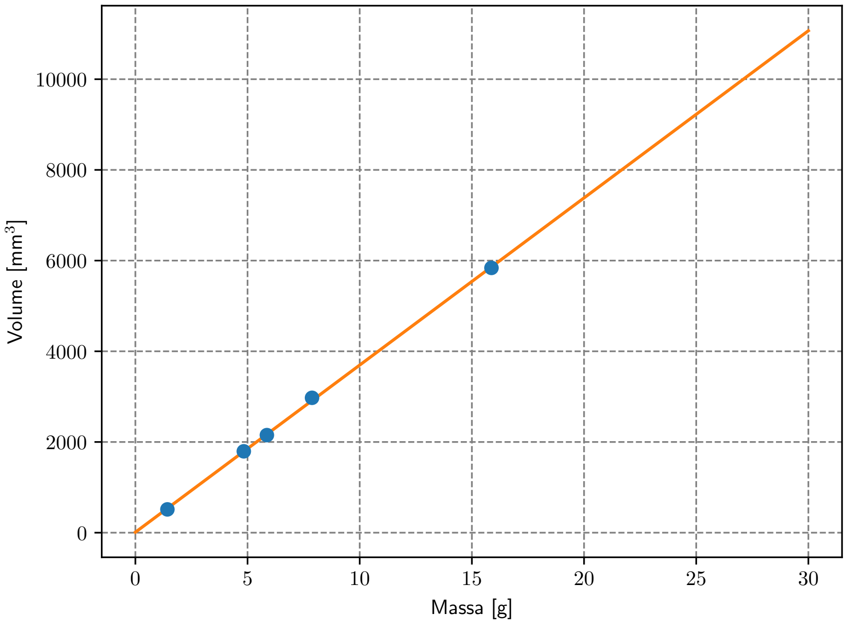

Figura 1: Materiale A

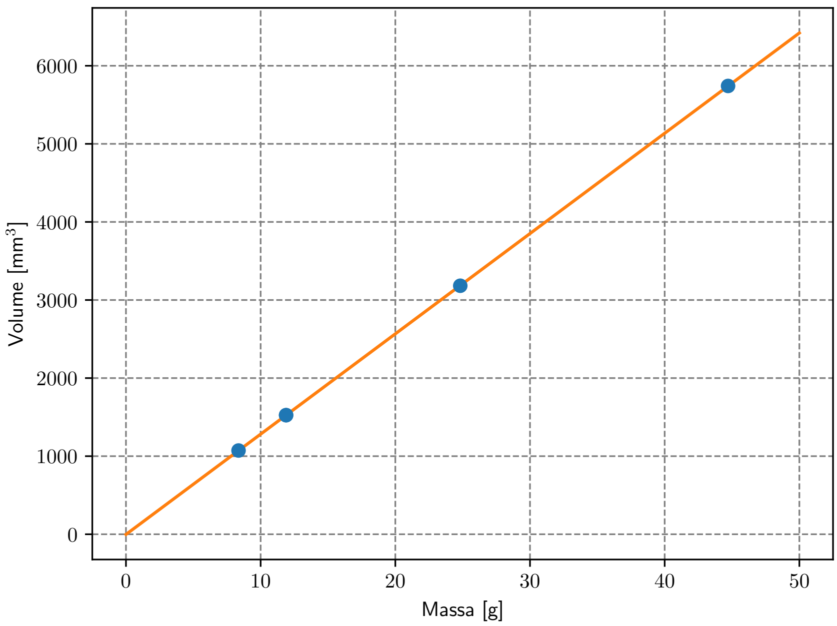

Figura 2: Materiale B

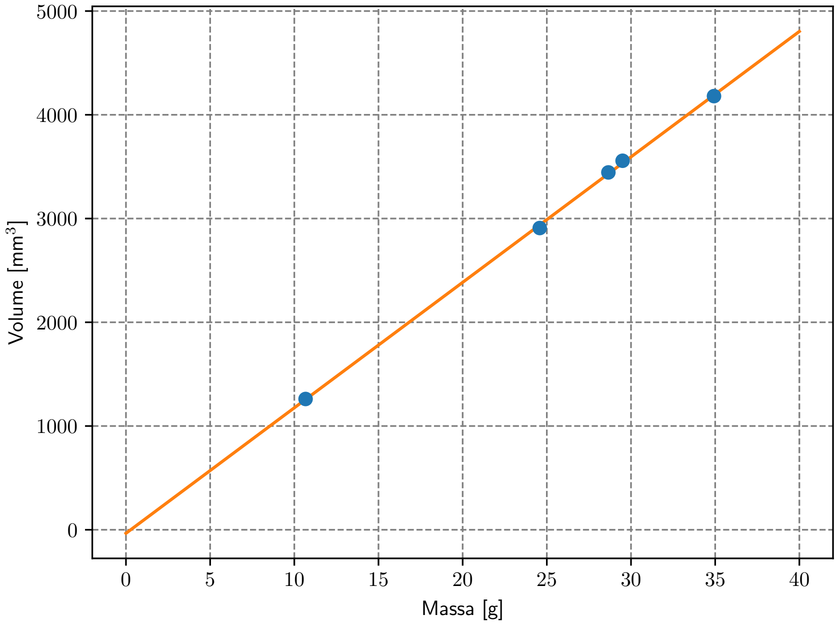

Figura 3: Materiale C

4.3 Verifica della legge di potenze per le sfere

Abbiamo registrato i valori di massa e raggio delle sfere e li abbiamo inseriti all'interno di un grafico a scala bilogaritmica. Sapendo che la relazione tra massa e raggio è una legge di potenza del tipo:

$$m = \frac{4}{3}\pi\varrho r^3 = kr^3 \tag{2}$$

I punti dovrebbero disporsi su una linea retta se messi in relazione con il cubo del raggio. Attraverso il calcolatore grafico Desmos abbiamo rappresentato la funzione $Y = kX^3$ con $k = \frac{4}{3}\pi\varrho$, ottenendo il risultato visibile in Figura 4.

5 Conclusioni

Questa esperienza ha dimostrato che, come afferma la teoria, massa e volume sono direttamente proporzionali nei solidi omogenei. L'esito dell'esperimento è positivo perchè in tutti e tre i casi la densità ottenuta dal coefficiente angolare della retta di fit è compatibile con la media delle densità calcolate manualmente con la definizione. Le incertezze sul volume risultano difficili da vedere nei grafici di fit, in quanto l'errore assoluto è molto piccolo, tuttavia le rette di fit risultano compatibili con l'andamento dei dati. La legge di potenza delle sfere è altresì verificata in quanto la retta ottenuta dal volume della sfera approssima bene i dati. Inoltre i valori ottenuti

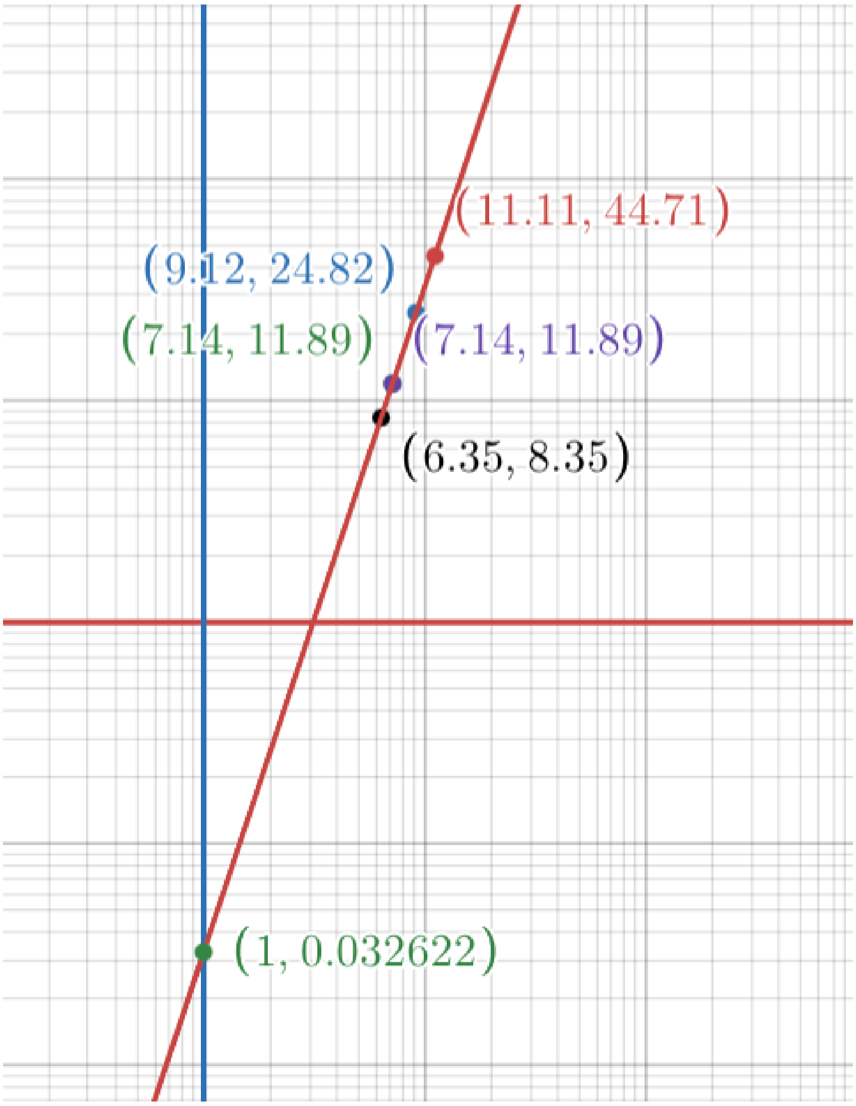

Figura 4: Legge di potenza delle sfere: relazione tra massa e raggio.

per la densità, sia con il fit dei dati che con il calcolo esplicito sono compatibili con i valori delle densità di ottone, acciaio ed alluminio, riportati nella Tabella 12.

	Acciaio	Alluminio	Ottone
Densità	7480 − 8000	2710	8400 − 8700

Tabella 12: Densità materiali tabulate