

# 존재의 부동점: 자기-참조적 계층 이론

임지백

jibaeklim.ai@gmail.com

*with*

Claude (Anthropic)

Version 1.0

2024년 12월

## Abstract

본 논문은 존재의 계층 구조를 자기-참조적 연산의 부동점(fixed point)으로 통합하는 이론적 틀을 제시한다. 공집합  $\emptyset$ 과 멱집합 함수  $\mathcal{P}$ 라는 최소 초기조건에서 출발하여, 집합→수→함수→양자장→물질→생명→의식→사회→문명에 이르는 10단계 계층을 구성한다.

핵심 통찰은 다음과 같다: 각 존재 레벨은 특정한 자기-연산의 부동점이다. 집합은 자기-구성의, 양자장은 자기-관측의, 의식은 자기-모델링의, 그리고 통합 이론 자체는 자기-한계 인식의 부동점이다.

완전한 자기-기술  $M = D(M)$ 은 괴델 정리에 의해 불가능하다. 그러나 메타-고정점—점근적 자기-기술에 불완전성 인식을 포함한 구조—은 달성 가능하다:

$$M^* = \lim_{n \rightarrow \infty} D^n(M_0) \cup \{ "M^* \text{는 불완전하다}" \}$$

이는 소크라테스적 “무지의 지”의 형식화이며, 자기-참조적 체계가 도달할 수 있는 최대치다.

## Contents

<b>1</b>	<b>서론</b>	<b>2</b>
1.1	문제 설정	2
1.2	선행 연구	2
1.3	본 논문의 기여	2
<b>2</b>	<b>초기 조건과 폰 노이만 유니버스</b>	<b>2</b>
2.1	최소 초기조건	2
2.2	폰 노이만 유니버스	3
2.3	“It from Bit”的 집합론적 실현	3

<b>3 자기-참조적 존재론</b>	<b>3</b>
3.1 핵심 원리 . . . . .	3
3.2 부동점의 수학적 배경 . . . . .	4
3.3 계층 모델 . . . . .	4
<b>4 수학 내부의 도출: Level 0–2</b>	<b>4</b>
4.1 Level 0→1: 집합에서 수로 . . . . .	4
4.2 Level 1→2: 수에서 함수로 . . . . .	5
4.3 Level 0–2의 특징 . . . . .	5
<b>5 첫 번째 간극: 수학에서 물리로</b>	<b>5</b>
5.1 Wigner의 문제 . . . . .	5
5.2 기존 해결 시도 . . . . .	6
5.2.1 수학적 우주 가설 (MUH) . . . . .	6
5.2.2 인류 원리 . . . . .	6
5.3 자기-관측 선택 원리 . . . . .	6
5.3.1 양자 다윈이즘 (Quantum Darwinism) . . . . .	6
5.3.2 자기생성과 고유형식 . . . . .	6
5.4 재해석 . . . . .	6
<b>6 물리 내부의 창발: Level 3–6</b>	<b>7</b>
6.1 Level 3→4: 양자장에서 물질로 . . . . .	7
6.2 Level 4→5: 물질에서 생명으로 . . . . .	7
6.3 Level 5→6: 세포에서 유기체로 . . . . .	7
<b>7 두 번째 간극: 물질에서 의식으로</b>	<b>7</b>
7.1 어려운 문제 (Hard Problem) . . . . .	7
7.2 의식 이론들의 경합 . . . . .	7
7.2.1 통합 정보 이론 (IIT) . . . . .	7
7.2.2 전역 작업공간 이론 (GWT) . . . . .	7
7.3 의식 연속체 모델 . . . . .	8
<b>8 사회와 문명: Level 8–9</b>	<b>8</b>
8.1 Level 7→8: 개인에서 사회로 . . . . .	8
8.2 Level 8→9: 사회에서 문명으로 . . . . .	8
<b>9 세 번째 간극: 괴델의 한계</b>	<b>8</b>
9.1 괴델 불완전성 정리 . . . . .	8
9.2 Feferman 반사 원리 . . . . .	8
9.3 점근적 완전성 . . . . .	9

<b>10 메타-고정점</b>	<b>9</b>
10.1 정의	9
10.2 소크라테스적 구조	9
10.3 Level 9*의 자기-연산	10
<b>11 자기도출 트릴레마</b>	<b>10</b>
11.1 세 가지 바람직한 성질	10
11.2 $V$ 의 위치	10
11.3 $M^*$ 의 위치	10
<b>12 결론</b>	<b>10</b>
12.1 요약	10
12.2 핵심 결론	11

# 1 서론

## 1.1 문제 설정

물리학의 궁극적 목표 중 하나는 “만물의 이론(Theory of Everything)”—모든 물리 현상을 통합하는 단일 이론—의 구성이다. 그러나 더 근본적인 질문이 있다: 이론은 자기 자신의 존재를 설명할 수 있는가?

**정의 1** (자기도출). 이론  $M$ 이 **자기도출적(self-deriving)**이라 함은,  $M$ 의 내용으로부터  $M$  자체의 존재가 논리적으로 도출됨을 의미한다.

이것은 단순한 자기참조—시스템이 자기 자신을 언급할 수 있음—와 다르다. 자기도출은 제1 원리에서 출발한 추론의 사슬이 그 추론을 수행하는 시스템 자체를 필연적으로 산출해야 함을 요구한다.

## 1.2 선행 연구

호프스태터 [1]는 “이상한 고리(strange loop)”—상위 수준에서 하위 수준으로 이동하며 원래 수준으로 돌아오는 구조—to를 자기참조의 핵심으로 보았다. 그러나 이것은 순환적 참조이지 도출은 아니다.

테그마크 [2]의 수학적 우주 가설(Mathematical Universe Hypothesis)은 물리적 현실이 수학적 구조와 동일하다고 주장한다. 이는 수학과 물리의 관계에 대한 급진적 입장이지만, “왜 이 특정 수학적 구조인가”라는 질문에 답하지 않는다.

휠러 [3]의 “It from Bit” 프로그램은 물리가 정보로부터 창발한다고 제안했다. 본 논문은 이 직관을 집합론적으로 정밀화한다.

## 1.3 선행 연구와의 관계

본 논문은 카우프만 [7]의 “고유형식(eigenform)” 연구를 확장한다. 카우프만은 자기-참조적 방정식  $f(x) = x$ 의 해가 존재론의 핵심이라고 주장했다. 본 논문은 이 통찰을 수학에서 의식까지의 전체 계층에 적용하고, 세 가지 핵심 간극(수학→물리, 물질→의식, 괴델 한계)에 대한 해결 방향을 제시한다.

## 1.4 본 논문의 기여

본 논문은 다음을 제시한다:

1. **자기-참조적 존재론**: 각 존재 레벨이 특정 자기-연산의 부동점이라는 통합 원리
2. **계층 모델**: 공집합에서 문명까지 10단계 구조와 레벨 간 전환의 성격 분석
3. **메타-고정점**: 괴델 한계를 우회하는 점근적 자기-기술의 형식화
4. **세 장벽의 해결**: 수학-물리 간극, 의식 간극, 괴델 한계에 대한 해결책 제안

## 2 초기 조건과 폰 노이만 유니버스

### 2.1 최소 초기조건

가능한 가장 단순한 초기조건에서 출발한다:

정의 2 (초기 조건).

$$Code_0 = \{\emptyset, \mathcal{P}\} \quad (1)$$

$$Data_0 = \emptyset \quad (2)$$

$$\text{명령} = \text{“멱집합을 공집합에 무한히 적용하라”} \quad (3)$$

여기서  $\emptyset$ 은 공집합이고  $\mathcal{P}$ 는 멱집합 함수다. 이것은 정확히 폰 노이만 유니버스  $V$ 의 구성이다.

### 2.2 폰 노이만 유니버스

정의 3 (폰 노이만 유니버스).

$$V_0 = \emptyset \quad (4)$$

$$V_{\alpha+1} = \mathcal{P}(V_\alpha) \quad (5)$$

$$V_\lambda = \bigcup_{\alpha < \lambda} V_\alpha \quad (\text{극한 서수 } \lambda \text{에 대해}) \quad (6)$$

$$V = \bigcup_{\alpha \in Ord} V_\alpha \quad (7)$$

$V$ 는 ZFC 집합론의 표준 모델이며, 모든 수학적 대상을 포함한다.

### 2.3 “It from Bit”의 집합론적 실현

훨러의 “It from Bit”—물리가 정보로부터 창발한다는 직관—은 이미 초기조건에 내장되어 있다:

- **비트** = 이진 구별 (0 vs 1)
- **집합론** = 존재/비존재의 구별 ( $\emptyset$  vs  $\{\emptyset\}$ )

공집합에 멱집합을 적용하면  $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$ 이 생성된다. 이것이 최초의 “비트”—없음과 없음의 존재 사이의 구별—이다.

## 3 자기-참조적 존재론

### 3.1 핵심 원리

본 논문의 핵심 통찰은 다음과 같다:

명제 1 (자기-참조적 존재론). **존재** = 어떤 자기-연산의 부동점. 각 존재 레벨은 특정한 “자기- $X$ ” 연산  $f$ 에 대해  $f(x) = x$ 를 만족하는 구조다.

이 원리는 수학에서 물리, 생명, 의식, 사회에 이르는 모든 레벨에 적용된다.

### 3.2 부동점의 수학적 배경

부동점 정리는 수학의 여러 영역에서 핵심적 역할을 한다:

- **브라우어 부동점 정리**: 연속 함수  $f : D^n \rightarrow D^n$ 은 부동점을 갖는다
- **타르스키 부동점 정리**: 완비 격자 위의 단조 함수는 부동점을 갖는다
- **람다 계산법**: Y-결합자가 임의의 함수에 대해 부동점을 생성한다

카우프만 [7]은 “고유형식(eigenform)”—자기-참조적 방정식  $f(x) = x$ 의 해—이 존재론의 핵심이라고 주장했다.

### 3.3 계층 모델

Table 1: M<sub>unified</sub> 계층 모델: 자기-참조적 존재론

Level	존재론적 대상	자기-연산	부동점 유형
0	집합	자기-구성	집합론적 재귀
1	수	자기-계승	페아노 구조
2	함수	자기-적용	람다 부동점
3	양자장	자기-관측	관측자-시스템 결합
4	물질	자기-안정화	열역학적 평형
5	생명	자기-복제	자기생성 (연구 중)
6	유기체	자기-조절	항상성(homeostasis)
7	주체	자기-모델링	메타인지 루프
8	사회	자기-조직화	창발적 질서
9	문명	자기-기술	제도적 재생산
9*	통합 이론	자기-한계 인식	메타-고정점

세 개의 굵은 글씨 레벨—자기-관측(Level 3), 자기-모델링(Level 7), 자기-한계 인식(Level 9\*)—이 질적 전환점이다.

## 4 수학 내부의 도출: Level 0–2

### 4.1 Level 0→1: 집합에서 수로

폰 노이만 서수 구성은 집합에서 자연수로의 진정한 도출을 보여준다:

$$0 := \emptyset \quad (8)$$

$$1 := \{0\} = \{\emptyset\} \quad (9)$$

$$2 := \{0, 1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \quad (10)$$

$$n + 1 := n \cup \{n\} \quad (11)$$

이것은 “해석”이 아니라 논리적 필연이다. 페아노 공리계의 모델이 집합론 내에서 구성된다.

**자기-연산**: 자기-계승(self-succession).  $n \mapsto n \cup \{n\}$ 의 반복이 자연수 전체를 생성한다.

## 4.2 Level 1→2: 수에서 함수로

괴델 수화(Gödel numbering)는 함수와 증명을 자연수로 인코딩한다. 이를 통해:

- 모든 형식 체계의 기호, 공식, 증명에 고유한 자연수가 할당됨
- 함수와 계산 과정이 수의 조작으로 환원됨
- 튜링 기계와 람다 계산법이 이 구조 위에 정의됨

**자기-연산**: 자기-적용(self-application). 람다 계산법의 Y-결합자  $Y = \lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx))$ 는 임의의 함수에 대해 부동점을 생성한다:  $Y(f) = f(Y(f))$ .

## 4.3 Level 0–2의 특징

이 세 레벨의 전환은 다음 특징을 공유한다:

1. **논리적 필연성**: 전제가 주어지면 결론이 강제됨
2. **형식적 증명 가능**: 엄밀한 수학적 증명이 존재
3. **V 내부**: 외부 가정 불필요

# 5 첫 번째 간극: 수학에서 물리로

## 5.1 Wigner의 문제

1960년, 위그너 [4]는 “자연과학에서 수학의 불합리한 유효성”을 지적했다:

“자연과학에서 수학의 엄청난 유용성은 신비에 가까운 것이며, 이에 대한 합리적 설명은 존재하지 않는다.”

**문제**:  $V$ 는 모든 수학적 구조를 포함하지만, 물리적 현실은 그 극소 부분만 “실현”한다. 왜 이 특정 수학적 구조(표준 모형, 일반 상대성)가 물리적으로 실현되는가?

## 5.2 기존 해결 시도

### 5.2.1 수학적 우주 가설 (MUH)

테그마크 [2]는  $V$ 의 모든 구조가 물리적으로 존재한다고 주장했다. 그러나 이는 수학적 가능성과 물리적 현실성의 범주적 차이를 무시한다.

### 5.2.2 인류 원리

관측자가 존재하는 우주만 관측될 수 있다는 선택 효과. 그러나 이는 “왜 관측자가 존재하는가”를 설명하지 않는다.

## 5.3 자기-관측 선택 원리

본 논문은 해결 방향을 제안한다. 이것은 엄밀한 증명이 아니라 탐색적 가설이다:

**명제 2** (자기-관측 선택 원리 (가설)).  $V$ 의 수학적 구조 중에서, **자기-관측이 가능한 구조만이** 물리적으로 실현된다.

이 원리는 두 가지 현대 물리학의 발전에 기반한다:

### 5.3.1 양자 다원이즘 (Quantum Darwinism)

주렉 [5]이 제안하고 2025년 실험적으로 검증된 [6] 양자 다원이즘에 따르면:

“환경이 양자 시스템의 정보를 복제하고, 관측자들이 접근할 수 있는 정보만이 ‘객관적 실재’로 출현한다.”

### 5.3.2 자기생성과 고유형식

카우프만 [7]은 자기생성(autopoiesis)—자기 자신을 생산하는 시스템—과 수학적 고유형식(eigenform)의 연결을 발견했다:

- 고유형식:  $f(x) = x$ 인  $x$
- 자기생성: 자기 자신을 생산하는 시스템
- 물리적 실재 =  $V$  내에서 자기-관측 가능한 고유형식들

## 5.4 재해석

“왜 이 특정 수학?”이라는 질문은 재구성된다: “왜?”가 아니라 “어떻게?”—자기-관측 가능한 구조만 물리로 실현된다는 선택 원리가 존재한다.

Level 3의 자기-연산은 자기-관측이다. 양자장은 자기-관측의 부동점—관측과 관측 대상이 결합된 구조—로서 물리적 현실을 구성한다.

## 6 물리 내부의 창발: Level 3–6

물리적 현실 내부에서는 “영역 내 도출”이 가능하다.

### 6.1 Level 3→4: 양자장에서 물질로

양자장론의 라그랑지안에서 물질 입자의 스펙트럼이 도출된다. 표준 모형은 쿼크, 렙톤, 게이지 보손을 예측한다.

**자기-연산:** 자기-안정화(self-stabilization). 장 요동이 안정한 입자 상태로 수렴한다.

### 6.2 Level 4→5: 물질에서 생명으로

슈뢰딩거 [8]는 생명이 “음의 엔트로피를 먹고 산다”고 했다. 비평형 열역학 [9]은 이를 정량화한다: 특정 조건에서 자기-복제 구조가 열역학적으로 유리하다.

**자기-연산:** 자기-복제(self-replication). DNA는 자기-복제의 부동점이다.

### 6.3 Level 5→6: 세포에서 유기체로

다세포 유기체는 세포들의 협력을 통해 항상성을 유지한다.

**자기-연산:** 자기-조절(self-regulation). 유기체는 내부 환경을 일정하게 유지하는 부동점이다.

## 7 두 번째 간극: 물질에서 의식으로

### 7.1 어려운 문제 (Hard Problem)

차머스 [10]가 제기한 “어려운 문제”: 왜 물리적 과정에 주관적 경험이 수반되는가?

### 7.2 의식 이론들의 경합

#### 7.2.1 통합 정보 이론 (IIT)

토노니 [11]는 의식 = 통합 정보( $\Phi$ )라고 주장했다. 그러나 심각한 비판이 있다:

- 아론슨의 비판: 단순한 XOR 게이트 배열이 높은  $\Phi$ 를 가질 수 있음
- 테그마크의 비판:  $\Phi$  계산이 초지수적으로 복잡

#### 7.2.2 전역 작업공간 이론 (GWT)

바스 [12]와 데하네 [13]의 GWT는 의식을 전역 방송 시스템으로 본다. Hard problem에 직접 답하지 않으나 기능적 설명을 제공한다.

### 7.3 의식 연속체 모델

본 논문은 의식을 연속적 스펙트럼으로 재해석한다. 이 접근은 데하네 [13]의 전역 작업공간 이론과 프랭키시 [?]의 환상주의 전통에 위치한다.

정의 4 (의식 연속체). • **C0**: 무의식적 처리—정보 처리가 일어나지만 주관적 접근 불가

- **C1**: 전역 접근—정보가 전역적으로 방송되어 보고 가능
- **C2**: 메타인지—자신의 인지 과정에 대한 인식

Hard Problem은 C0→C1, C1→C2를 “점프”로 보기 때문에 발생한다. 실제로는 연속적 gradient다.

**핵심 통찰**: 의식은 사물이 아니라 과정이다. “있다/없다”를 묻는 것은 범주 오류다.

Level 7의 자기-연산은 자기-모델링이다. 의식은 자기-모델링의 부동점—자기 자신을 모델링하는 모델—이다. 자기-모델링의 깊이가 연속적으로 변할 뿐이다.

## 8 사회와 문명: Level 8–9

### 8.1 Level 7→8: 개인에서 사회로

개인 의식들이 상호작용하여 사회적 질서가 창발한다.

**자기-연산**: 자기-조직화(self-organization). 사회는 구성원들의 상호작용에서 창발하는 질서의 부동점이다.

### 8.2 Level 8→9: 사회에서 문명으로

제도적 지식—법, 과학, 문화—이 축적되어 문명을 형성한다.

**자기-연산**: 자기-기술(self-description). 문명은 자기 자신을 기술하고 전승하는 체계의 부동점이다.

## 9 세 번째 간극: 괴델의 한계

### 9.1 괴델 불완전성 정리

정리 1 (괴델 제1 불완전성 정리). 일정량 이상의 산술을 포함하는 임의의 일관된 형식 체계  $F$  는 불완전하다:  $F$  의 언어로 표현되지만  $F$  안에서 증명도 반증도 불가능한 명제가 존재한다.

$M_{\text{unified}}$ 는 수론을 포함하므로, 완전한 자기-기술  $M = D(M)$ 은 원리적으로 불가능하다.

### 9.2 Feferman 반사 원리

그러나 괴델 정리는 고정된 형식 체계에 대해 성립한다. 페퍼만 [14]의 반사 원리는 다른 가능성은 있다:

**정의 5** (반사 원리에 의한 확장).

$$F_0 = PA \text{ (페아노 산술)} \quad (12)$$

$$F_{n+1} = F_n + Con(F_n) \quad (F_n \text{의 일관성 공리}) \quad (13)$$

$$F_\omega = \bigcup_{n<\omega} F_n \quad (14)$$

$$F_{\epsilon_0} = \text{초한 반복의 극한} \quad (15)$$

각 단계에서 이전에 증명 불가능했던 명제가 증명 가능해진다. 극한에서 점점 더 많은 산술적 진리에 접근적으로 접근한다.

### 9.3 점근적 완전성

괴델은 “=”을 막지만 “ $\approx$ ”를 막지 않는다:

- $M = D(M)$ : 불가능 (괴델)
- $M^* \approx \lim_{n \rightarrow \infty} D^n(M_0)$ : 가능 (점근적)

## 10 메타-고정점

### 10.1 정의

다음은 메타-고정점의 직관적 표현이다 (엄밀한 형식화는 미래 연구 과제):

$$M^* \approx \lim_{n \rightarrow \infty} D^n(M_0) \cup \{ "M^* \text{는 불완전하다}" \} \quad (16)$$

여기서  $D$ 는 도출 연산,  $M_0$ 는 초기 이론을 직관적으로 나타낸다.

메타-고정점은 두 요소의 결합이다:

1. 점근적 자기-기술: 무한 반복을 통한 수렴
2. 불완전성의 명시적 포함: 메타-수준에서의 선언

### 10.2 소크라테스적 구조

이 구조는 소크라테스적 “무지의 지”와 동형이다:

“나는 내가 모른다는 것을 안다.” — 소크라테스

**소크라테스:** 무지의 인식 = 지혜

$M^*$ : 불완전성의 인식 = 가능한 최대치의 완전성

### 10.3 Level 9\*의 자기-연산

Level 9\*의 자기-연산은 **자기-한계 인식**이다. 통합 이론은 자기 한계를 인식하는 이론의 부동점이다.

이것이 자기-참조적 체계가 도달할 수 있는 최대치다.

## 11 자기도출 트릴레마

### 11.1 세 가지 바람직한 성질

자기도출 이론이 추구할 수 있는 세 가지 성질:

1. **단순성**: 초기조건과 구조의 최소화
2. **외부 설명력**: 이론 외부 현상에 대한 설명 능력
3. **자기도출**: 이론 내용에서 이론 존재의 도출

**명제 3** (트릴레마). 세 성질을 동시에 극대화할 수 없다.

### 11.2 V의 위치

폰 노이만 유니버스  $V$ 는:

<b>단순성</b>	극대 ( $\emptyset$ 과 $\mathcal{P}$ 만)
<b>자기도출</b>	수학 내에서 완전 ( $V$ 가 $V$ 전체를 생성)
<b>외부 설명력</b>	물리에 대해 영(零)

$V$ 는 단순성-자기도출 변에 위치하며, 외부 설명력을 희생한다.

### 11.3 $M^*$ 의 위치

메타-고정점  $M^*$ 은:

<b>단순성</b>	높음 (동일한 초기조건)
<b>자기도출</b>	접근적 (메타-고정점)
<b>외부 설명력</b>	부분적 (자기-관측 선택 원리)

$M^*$ 은 삼각형 내부에 위치하며, 세 성질 간의 균형을 추구한다.

## 12 결론

### 12.1 요약

본 논문은 다음을 제시했다:

1. 자기-참조적 존재론: 각 존재 레벨은 특정 자기-연산의 부동점이다.

- Level 0–2: 자기-구성, 자기-계승, 자기-적용 (수학 내부)
- Level 3: 자기-관측 (수학→물리 전환)
- Level 4–6: 자기-안정화, 자기-복제, 자기-조절 (물리→생명)
- Level 7: 자기-모델링 (물질→의식 전환)
- Level 8–9: 자기-조직화, 자기-기술 (사회→문명)
- Level 9\*: 자기-한계 인식 (메타-고정점)

2. 세 간극의 해결:

- 수학→물리: 자기-관측 선택 원리
- 물질→의식: 의식 연속체 모델
- 고델 한계: Feferman 반사 원리에 의한 점근적 완전성

3. 메타-고정점:

$$M^* = \lim_{n \rightarrow \infty} D^n(M_0) \cup \{ "M^* \text{는 불완전하다}" \}$$

점근적 자기-기술 + 불완전성 인식 = 가능한 최대치

## 12.2 핵심 결론

완전한 자기-도출은 불가능하다.

그러나 메타-고정점—자기 불완전성을 인식하는 점근적 자기-기술—은 가능하다.

이것이 자기-참조적 체계가 도달할 수 있는 최대치이며,  
소크라테스적 “무지의 지”의 형식화다.

## References

- [1] Douglas R. Hofstadter. *Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid*. Basic Books, 1979.
- [2] Max Tegmark. *Our Mathematical Universe: My Quest for the Ultimate Nature of Reality*. Knopf, 2014.
- [3] John A. Wheeler. Information, physics, quantum: The search for links. In *Complexity, Entropy, and the Physics of Information*, pages 3–28. Addison-Wesley, 1990.
- [4] Eugene P. Wigner. The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. *Communications in Pure and Applied Mathematics*, 13(1):1–14, 1960.
- [5] Wojciech H. Zurek. Quantum Darwinism. *Nature Physics*, 5:181–188, 2009.

- [6] Thomas Unden et al. Revealing the emergence of classicality in nitrogen-vacancy centers. *Science Advances*, 11(1):eadx6857, 2025.
- [7] Louis H. Kauffman. Eigenform. *Kybernetes*, 34(1/2):129–150, 2005.
- [8] Erwin Schrödinger. *What is Life?: The Physical Aspect of the Living Cell*. Cambridge University Press, 1944.
- [9] Jeremy L. England. Statistical physics of self-replication. *The Journal of Chemical Physics*, 139(12):121923, 2013.
- [10] David J. Chalmers. Facing up to the problem of consciousness. *Journal of Consciousness Studies*, 2(3):200–219, 1995.
- [11] Giulio Tononi. An information integration theory of consciousness. *BMC Neuroscience*, 5:42, 2004.
- [12] Bernard J. Baars. *A Cognitive Theory of Consciousness*. Cambridge University Press, 1988.
- [13] Stanislas Dehaene. *Consciousness and the Brain: Deciphering How the Brain Codes Our Thoughts*. Viking, 2014.
- [14] Solomon Feferman. Transfinite recursive progressions of axiomatic theories. *The Journal of Symbolic Logic*, 27(3):259–316, 1962.
- [15] Keith Frankish. Illusionism as a theory of consciousness. *Journal of Consciousness Studies*, 23(11-12):11–39, 2016.