doi: 10.3969/j.issn.1674-8425(s).2013.09.001

主持人语: 中国逻辑学会会长 邹崇理 研究员

2013 年全国应用逻辑学术年会收到学术论文 50 余篇，本专辑收录了 20 篇，其中有 8 篇是国家社科基金项目的研究成果。内容涉及应用逻辑研究的各个方面: 有应用逻辑的基础理论研究，如杜国平教授的《一阶命题逻辑的反驳演算系统》、娄永强博士后的《试论情境语义学的认知科学意义》、姚从军博士后的《基于互模拟的两种模态逻辑模型构造》、裘江杰博士后的《模态逻辑典范框架几个侧面》和孔红副教授的《限定逻辑的表列方法》等等; 有应用逻辑在各个学科领域的研究，如贾青博士后的《刻画汉语连动结构的逻辑系统》、郭向阳的《信念逻辑的更新模型》和谢凯博等的《基于论辩的因果推理》等等; 还有应用逻辑在逻辑教学方面的研究，如郭佳宏博士的《在通识教育和专业教育之间的逻辑素质训练》、林胜强副教授的《〈逻辑学〉课程改革的理论与实践》、夏素敏博士的《关于中文青少年逻辑思维读物的思考》、丁瑋教授的《逻辑教学艺术谈》等等。这些文章的作者，不仅有资深的学者，也有中青年专家，还有学界的新秀，他们的文章标志应用逻辑的研究取得了可喜可贺的成果。

一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统

杜国平，赵 曼

(中国社会科学院，北京 100732)

摘要: 反驳各种逻辑谬误离不开对矛盾式的认识和理解。为此，构建了一个直观的包含所有矛盾式的一阶谓词逻辑反驳演算的自然推理系统; 根据定义的语义解释，考察了该系统的一些元理论。在此基础上，考察了一阶谓词逻辑反驳演算系统和证明系统的关系，证明了两个重要结果: (1) 谓词逻辑反驳演算系统中的任一矛盾式都对应于经典谓词逻辑证明系统中的有效式; (2) 谓词逻辑反驳演算系统包含经典谓词逻辑的证明系统，即通常的谓词逻辑公理系统是反驳演算的一个子系统。

关键词: 反驳演算; 自然推理系统; 可证伪; 矛盾式

中图分类号: B81 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-8425(2013)09-0001-06

通常的一阶谓词逻辑系统都是有效式的演算系统。这或许是因为人们对于论证首先关注的是如何正确地证明，而这需要借助于各种有效式进行推理。其实，在人类的智力活动中，还有一个非常重要的方面，这就是如何合理地进行反驳，以排斥各种谬误，尤其是各种逻辑矛盾。为此，本文以一阶谓词逻辑的矛盾式为研究对象，建立一个一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统，借以排除一阶谓词逻辑范围内的各种矛盾式; 并给出形式语义，对该演算系统进行相关的元理论研究。

一、反驳演算自然推理系统

一阶谓词逻辑反驳演算的形式语言包括如下 6 类符号:

(1) 个体符号: 个体常元符号: c_1，c_2，…，

收稿日期: 2013-06-25
基金项目: 国家社科基金重大招标项目“自然语言信息处理的逻辑语义学研究”(10&ZD073)。
作者简介: 杜国平(1965—)，男，江苏盱眙人，博士，教授，博士生导师，研究方向: 现代逻辑及其应用。

c_n，…

个体变元符号: 自由变元符号: u_1，u_2，…，u_n，…

约束变元符号: x_1，x_2，…，x_n，…

(2) 函数符号: f_1，f_2，…，f_n，…

(3) 谓词符号: R_1，R_2，…，R_n，…

(4) 连接词符号: $\neg$，$\subset$

(5) 量词符号: $\exists$

(6) 标点符号: ，，)，(

一般用 a、b、c 表示任意的个体常元符号，用 u、v、w 表示任意的个体自由变元符号，用 x、y、z 表示任意的个体约束变元符号，用 f、g、h 表示任意的函数符号，用 F、G、H 表示任意的谓词符号。

公式的形成规则、括号省略规则和一阶谓词逻辑的相同[1]。我们以小写字母 t 或者加下标表示任意的项，大写字母 A、B、C 等来表示任意一个一阶谓词逻辑反驳演算的公式，以符号 Σ、Γ、Δ 等表示任意的公式集。下面引入 4 个定义连接词符号:

$$A \wedge B =_{def} \neg A \subset B$$

$$A \vee B =_{def} \neg (A \subset \neg B)$$

$$A \to B =_{def} \neg A \vee B$$

$$\forall x F(x) =_{def} \neg \exists x (\neg F(x))$$

一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 包括如下 7 条推理规则:

(Ref) $A \dashv A$。

($+$) 若 $\Sigma \dashv A$，则 $\Sigma, \Delta \dashv A$。

($\neg -$) $\Sigma, \neg A \dashv B$，并且 $\Sigma, \neg A \dashv \neg B$，则 $\Sigma \dashv A$。

($\subset +$) $\Sigma, A \dashv B$，则 $\Sigma \dashv A \subset B$。

($\subset -$) 若 $\Sigma \dashv A$，并且 $\Sigma \dashv A \subset B$，则 $\Sigma \dashv B$。

($\exists -$) 若 $\Sigma \dashv \exists x F(x)$，则 $\Sigma \dashv F(t)$。$F(t)$ 是由 $F(x)$ 将其中的 x 全部出现替换为 t 而得。

($\exists +$) 若 $\Sigma \dashv F(u)$，则 $\Sigma \dashv \exists x F(x)$。$u$ 不在 Σ 中出现。

定义 1.1 公式 A 由公式集 Σ 形式可归谬，符号记为 $\Sigma \dashv_{QN} A$，也简记为: $\Sigma \dashv A$。$\Sigma \dashv A$ 当且仅当它能由有限次使用一阶谓词逻辑自然推理系统 QN 的推理规则而生成。

定义 1.2 如果公式 A 由 $\varnothing$ 形式可归谬，则称公式 A 是可反驳的。由 $\varnothing$ 到 A 形式可归谬的一个符号序列称为公式 A 的一个反驳。如果公式 A 是可反驳的，则称公式 A 为反驳演算系统 QN 的定理，符号记为 $\dashv_{QN} A$，也简记为: $\dashv A$。

在一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 中可以得出以下定理(证明略去):

定理 1.1

(1) 若 $\Sigma \dashv A$，则存在有限集 Σ'，$\Sigma' \subseteq \Sigma$，使得 $\Sigma' \dashv A$;

(2) 若 $A \in \Sigma$，则 $\Sigma \dashv A$;

(3) 若 $\Sigma \dashv \Sigma'$，并且 $\Sigma' \dashv A$，则 $\Sigma \dashv A$。

定理 1.2

(1) $A \subset B, A \dashv B$;

(2) $A \dashv B \subset A$;

(3) $A \subset B, B \subset C \dashv A \subset C$;

(4) $A \subset (B \subset C), A \subset B \dashv A \subset C$。

该定理表明，一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 中的符号“$\subset$”具有与经典一阶谓词逻辑中的符号“$\to$”相类似的推理性质。

定理 1.3

(1) $\neg\neg A \dashv A$;

(2) $A \dashv \neg\neg A$;

(3) $A, \neg A \dashv B$;

(4) $A \dashv \neg A \subset B$;

(5) $\neg A \dashv A \subset B$;

(6) 若 $\Sigma, A \dashv B$，并且 $\Sigma, A \dashv \neg B$，则 $\Sigma \dashv \neg A$。

该定理表明，一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 中的符号“$\neg$”具有与经典一阶谓词逻辑中的符号“$\neg$”相类似的推理性质。

定理 1.4

(1) 若 $\Sigma \dashv A$，则 $\Sigma \dashv A \wedge B$;

(2) 若 $\Sigma \dashv B$，则 $\Sigma \dashv A \wedge B$;

(3) 若 $\Sigma, A \dashv C$，并且 $\Sigma, B \dashv C$，则 $\Sigma, A \wedge B \dashv C$。

该定理表明，一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 中的符号“$\wedge$”具有与经典一阶谓词逻辑中的符号“$\vee$”相类似的推理性质。

定理 1.5

(1) 若 $\Sigma \dashv A \vee B$，则 $\Sigma \dashv A$;

(2) 若 $\Sigma \dashv A \vee B$，则 $\Sigma \dashv B$;

(3) 若$\Sigma \dashv A$,并且$\Sigma \dashv B$,则$\Sigma \dashv A \vee B$。

该定理表明,一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 中的符号“$\vee$”具有与经典一阶谓词逻辑中的符号“$\wedge$”相类似的推理性质。

定理 1.6

(1) 若$\Sigma, F(u) \dashv B$,u 不在Σ或 B 中出现,则$\Sigma, \forall x F(x) \dashv B$;

(2) 若$\Sigma \dashv F(t)$,则$\Sigma \dashv \forall x F(x)$,其中的 $F(x)$ 是由 $F(t)$ 将其中 t 的部分(不一定全部)出现替换为 x 而得。

该定理表明,一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 中的符号“$\forall$”具有与经典一阶谓词逻辑中的符号“$\exists$”相类似的推理性质。

定理 1.7

(1) $\Sigma \dashv \neg A \wedge A$;

(2) $\Sigma \dashv A \wedge \neg A$;

(3) $\Sigma \dashv \neg(A \vee \neg A)$;

(4) $\Sigma \dashv \neg A \wedge A \wedge B$。

该定理表明,常见的命题逻辑的矛盾式在一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 中都可以被反驳。

定理 1.8

(1) $\exists x F(x) \dashv \forall x F(x)$;

(2) $\forall x \exists y G(x, y) \dashv \exists y \forall x G(x, y)$;

(3) $\dashv \exists x \neg F(x) \wedge \forall x F(x)$;

(4) $\dashv \forall x \neg F(x) \wedge \exists x F(x)$;

(5) $\dashv \forall x F(x) \wedge \forall x \neg F(x)$;

(6) $\dashv \neg \exists x F(x) \wedge \neg \exists x \neg F(x)$。

该定理表明,常见的一阶谓词逻辑的矛盾式在一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 中都可以被反驳。

定理 1.9

(1) $\dashv A \subset (B \subset A)$;

(2) $\dashv (A \subset (B \subset C)) \subset ((A \subset B) \subset (A \subset C))$;

(3) $\dashv (\neg A \subset \neg B) \subset (B \subset A)$;

(4) $\dashv \exists x(A \subset F(x)) \subset (A \subset \exists x F(x))$,$x$ 不在 A 中出现;

(5) $\dashv \exists x F(x) \subset F(t)$,$F(t)$ 是由 $F(x)$ 将其中 x 的全部出现替换为 t 而得。

该定理表明,一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 具有与经典一阶谓词逻辑相类似的推理性质。

二、语义解释

定义 2.1 反驳演算一阶语言的一个模型 M 是一个 4 元序组:

$\mathsf{M} = \langle M, \{R_i^{\mathsf{M}}\}_{i \in I}, \{f_j^{\mathsf{M}}\}_{j \in J}, \{c_k^{\mathsf{M}}\}_{k \in K} \rangle$

其中:

(1) M 是一个非空集,是模型 M 的论域;

(2) $R_i^{\mathsf{M}} \subseteq M^n$,对于 n 元关系符号 R_i;

(3) $f_j^{\mathsf{M}}: M^k \to M$,对于 k 元函数符号 f_j;

(4) $c_k^{\mathsf{M}} \in M$,对于任一个体常元符号 c_k。

定义 2.2 模型 M 上的一个指派 σ 是一个由反驳演算一阶语言中的自由变元集到论域 M 上的一个函数,即对任一自由变元 u,有

$\sigma(u) \in M$

定义 2.3 设 M 是反驳演算一阶语言的一个模型,$m_i \in M$,w 是任一自由变元,M 上的一个指派 $\sigma(u/m_i)$ 指的是:

$$\sigma(u/m_i)(w) = \begin{cases} \sigma(w), & \text{若 } w \neq u \\ m_i, & \text{若 } w = u \end{cases}$$

定义 2.4 反驳演算一阶语言的一个赋值 V 是一个二元组 $\langle \mathsf{M}, \sigma \rangle$,其中 M 是反驳演算一阶语言的一个模型,σ 是模型 M 上的一个指派。特别地,$V(u/m_i) = \langle M, \sigma(u/m_i) \rangle$。

定义 2.5 设 $V = \langle \mathsf{M}, \sigma \rangle$ 是反驳演算一阶语言的任一赋值,t 是任一项,t 在赋值 V 下的值定义如下:

(1) 若 t 是自由变元 u,则 $V(t) = \sigma(u)$;

(2) 若 t 是个体常元 c,则 $V(t) = c^{\mathsf{M}}$;

(3) 若 t 是 $f(t_1, t_2, \cdots, t_n)$,则 $V(t) = f^{\mathsf{M}}(V(t_1), V(t_2), \cdots, V(t_n))$。

定义 2.6 设 $V = \langle \mathsf{M}, \sigma \rangle$ 是反驳演算一阶语言的任一赋值,A 是任一公式,A 在赋值 V 下的值定义如下:

(1) 若 A 是原子公式 $R(t_1, t_2, \cdots, t_n)$,$V(R(t_1, t_2, \cdots, t_n)) = 1$,当且仅当 $\langle V(t_1), V(t_2), \cdots, V(t_n) \rangle \in R^{\mathsf{M}}$;

(2) 若 A 是 $\neg B$,$V(\neg B) = 1$,当且仅当 $V(B) = 0$;

(3) 若 A 是 $B \subset C$,$V(B \subset C) = 1$,当且仅当 $V(B) = 0$ 并且 $V(C) = 1$;

(4)若 A 是 $\exists xF(x)$,$V(\exists xF(x))=1$,当且仅当存在 $m\in$ M,使得 $V(u/m)(F(u))=1$。

根据定义,对于一个真值赋值 V,不难证明:

定理 2.1

(1)$V(B\subset C)=0$,当且仅当,若 $V(B)=0$,则 $V(C)=0$;

(2)$V(\exists xF(x))=0$,当且仅当,对于任一 $m\in$ M,均有 $V(u/m)(F(u))=0$。

该定理表明,谓词逻辑反驳演算一阶语言中的符号"$\subset$"和"$\exists$"在表达"0"值时分别具有与经典一阶谓词逻辑中的符号"$\rightarrow$"和"$\forall$"在表达"1"值时相类似的语义性质。

根据连接词定义,对于一个真值赋值 V,不难证明:

定理 2.2

(1)$V(A\wedge B)=1$,当且仅当 $V(A)=1$ 并且 $V(B)=1$;$V(A\wedge B)=0$,当且仅当 $V(A)=0$,或 $V(B)=0$;

(2)$V(A\vee B)=1$,当且仅当 $V(A)=1$ 或者 $V(B)=1$;$V(A\vee B)=0$,当且仅当 $V(A)=0$ 并且 $V(B)=0$;

(3)$V(A\rightarrow B)=1$,当且仅当,若 $V(A)=1$,则 $V(B)=1$;$V(A\rightarrow B)=0$,当且仅当 $V(A)=1$ 并且 $V(B)=0$;

(4)$V(\forall xF(x))=1$,当且仅当,对于任一 $m\in$ M,均有 $V(u/m)(F(u))=1$;$V(\forall xF(x))=0$,当且仅当存在 $m\in$ M,使得 $V(u/m)(F(u))=0$。

该定理表明,谓词逻辑反驳演算一阶语言中的符号"$\wedge$"、"$\vee$"、"$\forall$"在表达"0"值时分别具有与经典一阶谓词逻辑中的符号"$\vee$"、"$\wedge$"、"$\exists$"在表达"1"值时相类似的语义性质。

定义 2.7 对于公式 A,如果存在赋值 V,使得 $V(A)=0$,则称公式 A 是可证伪的;对于公式集 Σ,$V(\Sigma)=0$ 当且仅当对于任一公式 C,若 $C\in\Sigma$,则 $V(C)=0$;如果存在赋值 V,使得 $V(\Sigma)=0$,则称公式集 Σ 是可证伪的。

定义 2.8 公式 A 由 Σ 可证伪,记作

$$\Sigma\dashv A$$

当且仅当对于任何赋值 V,如果 $V(\Sigma)=0$,则 $V(A)=0$。

根据定义 2.7 和定义 2.8,若 $\Sigma=\{A_1,A_2\}$,则 $\Sigma\dashv A$ 意谓 $A_1\vee A_2\dashv A$;若 $\Sigma=\{A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots\}$,则 $\Sigma\dashv A$ 意谓 $A_1\vee A_2\vee\cdots\vee A_n\vee\cdots\dashv A$。

定义 2.9 公式 A 称之为矛盾式当且仅当对于任何赋值 V,都有 $V(A)=0$。

显然,A 是矛盾式当且仅当 $\varnothing\dashv A$。$\varnothing\dashv A$ 简记为 $\dashv A$。

定理 2.3

(1)$A\dashv A$。

(2)若 $\Sigma\dashv A$,则 $\Sigma,\Delta\dashv A$。

(3)$\Sigma,\neg A\dashv B$,并且 $\Sigma,\neg A\dashv\neg B$,则 $\Sigma\dashv A$。

(4)$\Sigma,A\dashv B$,则 $\Sigma\dashv A\subset B$。

(5)若 $\Sigma\dashv A$,并且 $\Sigma\dashv A\subset B$,则 $\Sigma\dashv B$。

(6)若 $\Sigma\dashv\exists xF(x)$,则 $\Sigma\dashv F(t)$。$F(t)$ 是由 $F(x)$ 将其中的 x 全部出现替换为 t 而得。

(7)若 $\Sigma\dashv F(u)$,则 $\Sigma\dashv\exists xF(x)$。$u$ 不在 Σ 中出现。

该定理表明,一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 的 7 条推理规则是保持可证伪性的。

三、一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统的基本性质

根据上述定理 2.3,可以得出关于一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 的一个重要元定理:

定理 3.1(可靠性定理) 设 A 为任一公式,Σ 为任一公式集。

(1)如果 $\Sigma\dashv A$,则 $\Sigma\dashv A$;

(2)如果 $\dashv A$,则 $\dashv A$。

和经典谓词逻辑完全性证明相类似,使用极大一致集的方法可以证明:

定理 3.2(完全性定理) 设 A 为任一公式,Σ 为任一公式集。

(1)如果 $\Sigma\dashv A$,则 $\Sigma\dashv A$;

(2)如果 $\dashv A$,则 $\dashv A$。

定义 3.1 一个反驳演算系统 N 中公式 A 的对偶 A^* 指的是:

(1)如果 A 是原子命题,则 $A^*=A$;

(2)如果 $A=\neg B$,则 $A^*=\neg B^*$;

(3)如果 $A=B\subset C$,则 $A^*=A^*\rightarrow B^*$;

(4)如果 $A=\exists xF(x)$,则 $A^*=\forall xF(x)^*$。

根据上述定义,不难验证:

(1)$(A\wedge B)^*=(\neg A\subset B)^*=(\neg A)^*\rightarrow B^*$

$=\neg A^{*}\to B^{*}=\neg\neg A^{*}\vee B^{*}$；

(2) $(A\vee B)^{*}=(\neg(A\subset\neg B))^{*}=\neg(A\subset\neg B)^{*}=\neg(A^{*}\to(\neg B)^{*})=\neg(A^{*}\to\neg B^{*})=\neg(\neg A^{*}\vee\neg B^{*})$；

(3) $(A\to B)^{*}=\neg\neg(\neg\neg A^{*}\subset\neg\neg B^{*})$；

(4) $(\forall xF(x))^{*}=\neg\neg\exists x\neg\neg F(x)^{*}$；

可以验证，一阶谓词逻辑反驳演算系统 QN 中推理规则模式的对偶为：

(Ref) $A^{*}\dashv A^{*}$。

($+$) 若 $\Sigma^{*}\dashv A^{*}$，则 Σ^{*}，$\Delta^{*}\dashv A^{*}$。

($\neg-$) Σ^{*}，$\neg A^{*}\dashv B^{*}$，并且 Σ^{*}，$\neg A^{*}\dashv\neg B^{*}$，则 $\Sigma^{*}\dashv A^{*}$。

($\subset+$) Σ^{*}，$A^{*}\dashv B^{*}$，则 $\Sigma^{*}\dashv A^{*}\to B^{*}$。

($\subset-$) 若 $\Sigma^{*}\dashv A^{*}$，并且 $\Sigma^{*}\dashv A^{*}\to B^{*}$，则 $\Sigma^{*}\dashv B^{*}$。

($\exists-$) 若 $\Sigma^{*}\dashv\forall xF(x)^{*}$，则 $\Sigma^{*}\dashv F(t)^{*}$。$F(t)^{*}$ 是由 $F(x)^{*}$ 将其中的 x 全部出现替换为 t 而得。

($\exists+$) 若 $\Sigma^{*}\dashv F(u)^{*}$，则 $\Sigma^{*}\dashv\forall xF(x)^{*}$。$u$ 不在 Σ^{*} 中出现。

其中，若 $\Sigma=\{A_1, A_2\}$，则 Σ^{*} 为 $A_1^{*}\wedge A_2^{*}$；若 $\Sigma=\{A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots\}$，则 Σ^{*} 为 $A_1^{*}\wedge A_2^{*}\wedge\cdots\wedge A_n^{*}\wedge\cdots$。

上述推理规则的对偶模式与经典一阶谓词逻辑自然推理系统的推理规则两者在形式结构上是完全一致的。

定理 1.9 中公式的对偶分别为：

(1) $\dashv A^{*}\to(B^{*}\to A^{*})$；

(2) $\dashv(A^{*}\to(B^{*}\to C^{*}))\to((A^{*}\to B^{*})\to(A^{*}\to C^{*}))$；

(3) $\dashv(\neg A^{*}\to\neg B^{*})\to(B^{*}\to A^{*})$；

(4) $\dashv\forall x(A^{*}\to F(x)^{*})\to(A^{*}\to\forall xF(x)^{*})$，$x$ 不在 A 中出现；

(5) $\dashv\forall xF(x)^{*}\to F(t)^{*}$，$F(t)$ 是由 $F(x)$ 将其中 x 的全部出现替换为 t 而得。

这与通常的经典一阶谓词逻辑的公理模式在形式结构上也是完全一致的。

综上所述可得：

命题 3.1 一阶谓词逻辑反驳演算系统 QN 中的任一矛盾式，在经典谓词逻辑证明系统中都存在有效式与之对应；反之，经典谓词逻辑证明系统中的任一有效式，在一阶谓词逻辑反驳演算系统 QN 中都存在矛盾式与之对应。

定义 3.2 $\vdash A$ 当且仅当 $\dashv\neg A$。

根据连接词“∧”、“∨”、“→”和“∀”定义以及语义定义 2.1 可以证明：

定理 3.3

(1) $\dashv\neg(A\to(B\to A))$

(2) $\dashv\neg((A\to(B\to C))\to((A\to B)\to(A\to C)))$

(3) $\dashv\neg((\neg A\to B)\to((\neg A\to\neg B)\to A))$

(4) $\dashv\neg(\forall x(A\to F(x))\to(A\to\forall xF(x)))$，$x$ 不在 A 中出现；

(5) $\dashv\neg(\forall xF(x)\to F(t))$，$F(t)$ 是由 $F(x)$ 将其中 x 的全部出现替换为 t 而得。

根据一阶谓词逻辑反驳演算系统 QN 的完全性定理 3.2 可得：

定理 3.4

(1) $\dashv\neg(A\to(B\to A))$

(2) $\dashv\neg((A\to(B\to C))\to((A\to B)\to(A\to C)))$

(3) $\dashv\neg((\neg A\to\neg B)\to(B\to A))$

(4) $\dashv\neg(\forall x(A\to F(x))\to(A\to\forall xF(x)))$，$x$ 不在 A 中出现；

(5) $\dashv\neg(\forall xF(x)\to F(t))$，$F(t)$ 是由 $F(x)$ 将其中 x 的全部出现替换为 t 而得。

根据定义 3.2 可得：

定理 3.5

(1) $\vdash A\to(B\to A)$

(2) $\vdash(A\to(B\to C))\to((A\to B)\to(A\to C))$

(3) $\vdash(\neg A\to\neg B)\to(B\to A)$

(4) $\vdash\forall x(A\to F(x))\to(A\to\forall xF(x))$，$x$ 不在 A 中出现；

(5) $\vdash\forall xF(x)\to F(t)$，$F(t)$ 是由 $F(x)$ 将其中 x 的全部出现替换为 t 而得。

定理 3.6

(1) 若 $\vdash A\to B$ 并且 $\vdash A$，则 $\vdash B$。

(2) 若 $\vdash F(u)$，则 $\vdash\forall xF(x)$。

定理 3.5 和定理 3.6 正是一个经典一阶谓词逻辑证明系统的公理模式和推理规则[2]，由此可

以得出以下重要命题:

命题3.2 经典一阶谓词逻辑证明系统中的定理都是一阶谓词逻辑反驳演算系统 QN 中的定理。

该命题表明,一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 包含经典一阶谓词逻辑的证明系统,即通常的经典一阶谓词逻辑公理系统是一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 的子系统。这是一个有重要意义的结果,说明一阶谓词逻辑反驳演算自然推理系统 QN 是经典一阶谓词逻辑公理系统的扩充,其基本功能至少不弱于经典一阶谓词逻辑公理系统。

参考文献:

[1] 杜国平. 经典逻辑与非经典逻辑基础[M]. 北京: 高等教育出版社,2006: 70-74.

[2] Mendelson E. Introduction to Mathematical Logic[M]. Boca Raton: CRC Press, 2010: 1-149.

(责任编辑 张佑法)

Natural Deduction System of First-order Logical Refuting Calculus

DU Guo-ping, ZHAO Man

(Chinese Academy of Social Science, Beijing 100732, China)

Abstract: Refuting various logical fallacies is inseparable from the acknowledgment and understanding of contradiction. Therefore, the authors build an intuitionist system named Natural Deduction System, a first-order logical refuting calculus system consisting of all contradictions. According to the definition of semantic interpretation, some meta theories are inspected. Even further, the relationship between the system of first-order predicate logical refuting calculus and the proving system is also inspected, and two conclusions are concluded: (1) Any contradiction of the predicate logic refuting calculus system correspondent to a valid formula of the classical predicate logic proving system; and (2) Proving system of the classical predicate logic system is included in predicate logic refuting calculus system, which means an ordinary predicate logic axiom system is a subsystem of refuting calculus.

Key words: refuting calculus; Natural Deduction System; falsifiable; contradiction