

学校代码: 10475

学 号: 104753010014

河南大学研究生硕士学位论文

一阶谓词逻辑在人工智能中的应用

The Application of Predicate Logic of First Order in the Field of Artificial Intelligence

专 业 名 称: 逻辑学

专 业 代 码: 010104

研 究 方 向: 现代逻辑

年 级: 二 00 一级

研 究 生 姓 名: 刘素姣

导师姓名、职称: 李 娜 教授

完 成 日 期: 二 00 四年五月

论 文 主 题 词: 一阶谓词逻辑/人工智能/知识表示/知识推理

学校代码: 10475

学 号: 104753010014

河南大学研究生硕士学位论文

一阶谓词逻辑在人工智能中的应用

The Application of Predicate Logic of First Order in the Field of Artificial Intelligence

专 业 名 称: 逻 辑 学

专 业 代 码: 010104

研 究 方 向: 现代逻辑

年 级: 二〇〇一级

研 究 生 姓 名: 刘素姣

导师姓名、职称: 李 娜 教授

完 成 日 期: 二〇〇四年五月

论 文 主 题 词: 一阶谓词逻辑/人工智能/知识表示/知识推理

目 录

摘要	(1)
英文摘要	(1)
序言	(1)
第一章 一阶谓词逻辑演算系统	(2)
1.1 谓词和谓词公式	(2)
1.2 谓词公式的解释	(4)
1.3 谓词公式的等价性与永真蕴涵	(5)
第二章 一阶谓词逻辑在知识表示方面的应用	(6)
2.1 人工智能系统对知识表示的要求	(7)
2.2 一阶谓词逻辑对知识的表示过程	(8)
第三章 一阶谓词逻辑在知识推理中的应用	(13)
3.1 归结反演推理系统	(13)
3.1.1 子句及海伯伦理论	(14)
3.1.2 一阶谓词逻辑的归结原理	(17)
3.1.3 归结原理在人工智能中的应用	(19)
3.2 基于规则的演绎推理系统	(22)
3.2.1 基于规则的正向演绎推理系统	(23)
3.2.2 基于规则的逆向演绎推理系统	(26)
第四章 逻辑在人工智能应用中的反思	(29)
4.1 一阶谓词逻辑知识表示法的评价	(29)
4.2 一阶谓词逻辑知识推理的评价	(31)
4.3 逻辑在人工智能应用中的反思	(32)
结束语	(34)
参考文献	(35)
后记	(37)

摘 要

现代逻辑创始于 19 世纪末叶和 20 世纪早期，它的主要特征是建立形式语言，并在形式语言的基础上建立逻辑演算系统。正是由于这一特征，积极地促进了 20 世纪逻辑研究的高度数学化，增强了逻辑研究的深度和广度，并且对整个现代科学如数学、哲学、语言学和计算机科学产生了非常重要的影响。“特别是它在计算机科学与人工智能领域中的重要作用受到了信息科学和逻辑科学研究者的无比关注，并且成为 21 世纪逻辑学发展的主要动力之一，由此而决定 21 世纪逻辑学的另一幅面貌。”¹

一阶谓词逻辑是现代逻辑中最为经典的演算系统。这种逻辑演算系统可以利用形式化方法描述认知过程的特征，并利用它们进行知识表达与处理，研制新型软件等，所以具有人工智能的应用前景。本文的目的就是通过分析研究一阶谓词逻辑在人工智能领域中的应用，揭示其应用的优越性和局限性，以期待逻辑学研究者能够做出必要的认知转向，使得谓词逻辑在人工智能的应用中取得新的突破，展望更美好的应用前景。

该文共分六部分：

第一部分是序言，简要地介绍了人工智能科学诞生的逻辑渊源和逻辑学在人工智能应用领域中的研究现状，使读者首先对逻辑学和人工智能的结合问题有一个初步的认识和了解。

第二部分是第一章的内容，该章主要介绍了一阶谓词逻辑系统的构成以及它所牵涉到的有关定义和解释。谓词逻辑是一种基于谓词分析的高度形式化的语言及其推理，是人工智能科学赖以产生和发展的最古老，最直接，也是最为完备的理论

¹ 陈波《人工智能：当代逻辑发展的动力》，《光明日报》2000.5.9B③。

基础。掌握了一阶谓词逻辑系统的构成，我们就可以方便地理解谓词逻辑在人工智能中的应用原理与过程。

本文的第三部分，即第二章，介绍了一阶谓词逻辑在人工智能领域的一个重要应用——知识表示方面的应用。本章首先从表示能力、利于应用、便于对知识进行维护等方面介绍了人工智能系统对知识表示的要求，然后重点介绍了一阶谓词逻辑对人工智能领域中的事实性知识和规则性知识的表示方法，以及对产生式系统中的元知识的表示。并且分别举例说明了知识表示的过程。

第四部分，即本文的第三章，是整篇论文的最为核心部分，本章介绍了一阶谓词逻辑在人工智能领域中的最为重要的应用——知识推理方面的应用。现有许多人工智能系统，如 1971 年 Fikes 设计的“机器人行动规划系统”；1976 年 Filman 设计的“机器博弈系统”；以及计算机进行自动定理证明和问题求解的若干工作，都直接或间接地利用了一阶谓词逻辑的大量成果。可以说，没有谓词逻辑做为基础，人工智能科学的大厦将岌岌可危。该章从不同的证明思路介绍了谓词逻辑的两种重要推理方法：归结反演推理和基于规则的演绎推理。这两种推理方法对不同类型的问题具有不同的效果，它们分别在自动定理证明和问题求解中展示了自己的优越性。

本文的第五部分，即第四章，陈述了作者自己对一阶谓词逻辑在人工智能领域中应用的评价及反思。本章分别对谓词逻辑在知识表示和知识推理方面的优越性和局限性做了分析和评价，并据此对整个逻辑学科在人工智能领域的应用进行了反思。

文章的最后一部分是结束语，简单概括了一阶谓词逻辑在人工智能科学中的应用前景和努力方向，以待取得新的理论与实践的双重突破。

关键词：一阶谓词逻辑/人工智能/知识表示/知识推理

Abstract

Modern logic started at the end of the 19th century and at the beginning of the 20th century. Its main characteristic is to erect formal language on the basis of which will be erected the logic-calculus system. It is just because of its such characteristics that the highly mathematicalized study on logic in the 20th century was positively promoted, the depth and width of the study on logic was greatly strengthened. Its such characteristics also erect an important influence on the whole modern science such as mathematics, philosophy, linguistics and computer science. Especially its important role in the field of computer science and artificial intelligence was given a particular attention by the researcher of information science and logic science. Besides, it gradually becomes one of the main impetuses to drive the development of logic in the 21st century, thus describing another physiognomy of logic in this century.

Predicate logic of first order is the most classical calculation system in modern logic. This logic calculation system can use the formalized methods to describe the characteristics of cognitive processes, and use these methods to conduct knowledge representation and inference and to develop new types of software. Therefore predicate logic of first order possesses an applied prospect for the development of artificial intelligence. The aim of this paper is to disclose the superiority and limitation of its application in the field of artificial intelligence, thus expecting logic researchers to make necessary cognitive turns and make new breakthroughs in its application in the field of artificial intelligence and develop a new prospect for its application.

This paper is divided into 6 parts. The first part is the preface. In this part,

the author briefly introduces the birth of artificial intelligence, The origin of logic and the status quo of the research of logic in the application field of the artificial intelligence, thus making the reader firstly have an elementary knowledge and understanding of the combination between logic and artificial intelligence.

The second part is the first chapter. In this chapter, the author mainly introduces the composition of the predicate logic of first order system and the related definitions and explanations involved in it. Predicate logic is a kind of highly formalized language and its inferences in view of the analysis of predicate. It is the oldest, the most direct and complete theoretical basis on which is created and developed the science of artificial intelligence. So if we grasp the composition of the predicate logic of first order system, We can conveniently understand the theory and process of its application in artificial intelligence.

In the third part, namely the second chapter, the author introduces an important application of the predicate logic of first order in the field of artificial intelligence, that is, its application in the knowledge representation. The author firstly introduces the requirements of artificial intelligence for knowledge representation in the aspects of its representation ability, its easy utility and its convenience in making maintenance of logic. Then, the author specifically introduces the representative methods of the predicate to the logic of first order towards the factive knowledge and regulative knowledge in the field of artificial intelligence in the productive system. Each process of knowledge representation is explained with examples.

The fourth part, namely the third chapter, is the central part of the whole thesis. In this chapter, the author introduces an important application of the predicate logic of first order in the field of artificial intelligence—the application

of the aspects of knowledge inference. At present, there are many artificial intelligence systems, such as the “planning system for realizing the movement of robots” designed by Fikes in 1971, the “the system for enabling the robots to play chess” designed by Filman in 1976 and some works that can help people to make computer carry out tasks of proving theorem and solving problems automatically. All these above listed systems directly or indirectly used the achievements gained in the field of predicate logic of first order. It can be said that without predicate logic as its basis, the great mansion of artificial intelligence will fall down. Besides in this chapter, the author uses different trains of proving thoughts to introduce two kinds of important deductive methods of predicate logic: resolution and refutation inference and deductive inference based on the rule. These two inferential methods have different effects when applied to different problems. They show their superiority respectively in automatic theorem proving and problem solving.

The fifth part of this paper is the fourth chapter. In this chapter, the author states her reflection on and evaluation of the application of predicate logic of first order. She analyzes and evaluates respectively the superiority and limitation of predicate logic in the aspect of knowledge representation and knowledge inference, and on the basis of the analysis and evaluation, the author reflects on the application of the overall logic subjects in the field of artificial intelligence.

The last part is the conclusion of the whole paper. In this part, the author briefly generalizes the application prospect and striving direction of predicate logic of first order in the artificial intelligence, hoping to achieve new breakthroughs both in theory and in practice.

Keywords: predicate logic of first order; artificial intelligence; knowledge representation; knowledge inference

序 言

“思维与计算同一的思想是人工智能科学兴起的重要的思想根源”²，人工智能研究与对人的思维的研究密切相关。因此，谈到人工智能的历史，我们应该上溯几千年，追溯历史上一些伟大的科学家和思想家所做的贡献。他们创造的精神和物质财富为今天的人工智能研究作了长足和充分的准备。

古希腊伟大的哲学家、思想家、逻辑学家亚里士多德最早开始采用符号组合的方法表示逻辑推演，给出了形式逻辑的一些基本规律，如矛盾律、排中律，创造了著名的三段论法，为形式逻辑奠定了基础。12 世纪末 13 世纪初西班牙神学家和逻辑学家赖蒙德·卢里试图得到一种逻辑演算，他设计了历史上第一台把基本概念组合成各种命题的原始逻辑机，这种逻辑机是以机械方式来模拟和表达人类思维的一次大胆的尝试。17 世纪，法国数学家巴斯制成了世界上第一台会演算的机械加法器；英国哲学家霍布斯把思维解释为一些特殊的数学推演的总和，这些使得人们对于“思维与计算”的认识更加深刻，清晰和明确化。到了 18 世纪，德国数学家、哲学家莱不尼兹，改进了 Pascal 的加法计算器，做出了能做四则运算的手摇计算器，在计算工具的历史上占有一席之地。他进一步继承了思维可计算的思想，设想建立一种通用的符合语言，以及在此符号语言上进行推理的演算，并且在这样的演算中，一切推理的正确性将归于计算。莱不尼兹的这一思想正是现代逻辑的精髓——形式语言和演算。1879 年德国著名的逻辑学家弗雷格建立了一种形式语言，并构造了第一个一阶谓词演算系统，实现了莱不尼兹的设想。这些成果是计算机模拟人类思维过程走向成功的第一步，它深刻地揭示了逻辑学与计算机科学的内在联系，拉开了逻辑学与人工智能科学相结合的序幕。

² 张振华，《逻辑学在人工智能中的应用及其前景研究综述》，《哲学动态》2001，9，29-32。

形式系统特别是一阶谓词演算系统的建立是人工智能科学发展的强大动力。形式化、形式系统这两个逻辑术语，对人工智能科学的发展，始终有着巨大的影响。正是对“计算”的形式化的研究，导致了第一个计算模型——图灵机在 1936 年的诞生，同时为知识表示及定理的机器证明，专家系统与知识工程的建立铺平了道路。 λ 一演算系统为第一个人工智能语言 **Lisp** 奠定了逻辑基础，甚至被推举为第五代计算机程序设计语言的 **Prolog**，也是一个典型的符号逻辑形式系统。

形式系统为人工智能科学提供了一种严格、精确的知识表示和知识推理方法，从而推动了人工智能的发展，至今仍被人工智能科学广泛地应用，也使得有几千年历史的逻辑学，特别是后期兴起的现代逻辑学与人工智能科学结下了不解之缘。在现代逻辑的各个分支中，经典谓词逻辑自始至终发挥着无可替代的重要作用。同时，现代逻辑的其它分支，也在人工智能科学发展的促进下取得了新的研究突破。它们与经典谓词逻辑相互弥补，共同支撑着人工智能科学的逻辑基础。

第一章 一阶谓词逻辑演算系统

一阶谓词演算系统是最为经典的符号逻辑系统，其它的逻辑系统都可以看作谓词演算系统的扩充、推广和归约。一阶谓词演算系统在人工智能科学中不仅是程序设计理论、语义形式化以及程序逻辑研究的重要基础，还是程序验证、程序分析综合及自动生成，定理证明和知识表示技术的有力工具。我们有必要在研究谓词逻辑在知识推理及知识表示的应用之前先了解一下一阶谓词演算系统的有关知识。

1.1 谓词及谓词公式

在谓词逻辑中，命题是用谓词表示的，一个谓词可分为谓词名和个体两个部分。

个体表示某个独立存在的事物或者某个抽象的概念；谓词名用于刻画个体的性质、状态或个体间的关系。例如，对于“小王和小李是朋友”这个命题可用谓词表示成 $\text{Friend}(\text{wang}, \text{li})$ ，其中“Friend”是谓词名，“Wang”和“Li”是个体，“Friend”刻画了“Wang”和“Li”的关系特征。

谓词的一般形式是

$$P(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

其中 P 是谓词名，通常用大写英文字母表示； x_1, x_2, \dots, x_n 是个体，通常用小写英文字母表示。

在谓词中，个体可以是常量，也可以是变元，还可以是一个函数。例如，对于“小张的妈妈是医生”这一命题可以表示为： $\text{Doctor}(\text{Mother}(\text{zhang}))$ ，其中“ $\text{Mother}(\text{zhang})$ ”是一个函数。个体常量、个体变元、函数统称为“项”。在用谓词表示客观事物时，谓词的语义是由使用者根据需要主观定义的。

谓词中包含的个体数目称为谓词的元数。例如 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 就是 n 元谓词。如果每个 x_i 都是个体常量，变元或函数，则这个谓词就是一阶谓词；如果 x_i 本身又是一个一阶谓词，则 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为二阶谓词，依次类推。我们所研究的谓词都是指的一阶谓词。谓词中个体变元的取值范围称为个体域，当谓词中的变元都用个体域中的个体取代时，谓词就具有一个确定的真值： T 或 F 。

一阶语言 L 的合式公式是由命题逻辑中的五个真值联结词：“ \neg ”、“ \vee ”、“ \wedge ”、“ \rightarrow ”、“ \leftrightarrow ”和引入的两个刻画谓词与个体关系的量词“ \forall ”和“ \exists ”按照一定的规则构成的。其中“ \forall ”表示对个体域中的所有个体；“ \exists ”表示对个体域中的至少一个个体。谓词演算的合式公式可按下述规则得到：

(1) 单个谓词是合式公式，称为原子谓词公式；

(2) 若 A 是合式公式，则 $\neg A$ 也是合式公式；

(3) 若 A 、 B 都是合式公式, 则 $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$, 也都是合式公式。

(4) 若 A 是合式公式, x 是任一个体变元, 则 $(\forall x) A$ 和 $(\exists x) A$ 也都是合式公式。

在合式公式中, 连接词的优先级别由高到低为: \neg 、 \wedge 、 \vee 、 \rightarrow 、 \leftrightarrow 。位于量词后面的单个谓词或者用括弧括起来的合式公式称为量词的辖域。辖域内与量词中同名的变元称为约束变化, 不受约束的变元称为自由变元。

1.2 谓词公式的解释

在命题逻辑中, 对命题公式中各个命题变元的一次真值指派为命题公式的一个解释, 一旦解释确定后, 根据各联结词的定义就可求出命题公式的真值 (T 或 F)。但在谓词逻辑中, 由于公式中可能有个体常量, 个体变元以及函数, 因此不能像命题公式那样直接通过真值指派给出解释, 必须首先考虑个体常量和函数在个体域中的取值, 然后才能针对常量与函数的具体取值为谓词分别指派真值。由于存在多种指派组合情况, 所以一个谓词公式的解释可能有很多个, 对于每一个解释, 谓词公式都可求出一个真值 (T 或 F)。

下面给出谓词公式的解释的定义, 然后用例子说明如何构造一个解释, 以及根据解释求出谓词公式的真值。

“定义 1.1 设 D 为谓词公式 P 的个体域, 若对 P 中个体常量、函数和谓词按如下规定赋值:

(1) 为每个个体常量指派 D 中的一个元素。

(2) 为每个 n 元函数指派一个从 D^n 到 D 的映射, 其中

$$D^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) | x_1, x_2, \dots, x_n \in D\}$$

(3) 为每个 n 元谓词指派一个从 D^n 到 $\{F, T\}$ 的映射。”³

例如, 设个体域 $D=\{2,3\}$, 求公式 $B=(\forall x)(P(x)\rightarrow Q(f(x),b))$ 在 D 上的某一解释, 并指出公式 B 在此解释下的真值。

解: 设对个体常量 b , 函数 $f(x)$ 指派的值分别为:

$b=2; f(2)=3; f(3)=2;$

对谓词指派的真值为:

$P(2)=F; P(3)=F, Q(2,2)=T, Q(3,2)=F.$

上述指派就是对公式 B 的一个解释。在此解释下, 当 $x=2$ 时, 有

$P(2)=F, Q(f(2),2)=Q(3,2)=F$

所以, $P(2)\rightarrow Q(f(2),2)$ 真值为 T ; 当 $x=3$ 时有

$P(3)=T, Q(f(3),2)=Q(2,2)=T$

所以, $P(3)\rightarrow Q(f(3),2)$ 的真值为 T , 即对 D 中的任一 x 均有 $P(x)\rightarrow Q(f(x),b)$ 的真值为 T , 所以公式 B 在此解释下的真值为 T , 若公式 P 在解释 I 下真值为 T , 则称 I 为公式 P 的一个模型。

如果谓词公式 P 对个体域上的任何一个解释都取得真值 T , 则称 P 在 D 上是永真的。如果 P 在每个非空个体域上均永真, 则称 P 永真。

对于谓词公式 P , 如果至少存在一个解释使得公式 P 在此解释下的真值为 T , 则称公式 P 是可满足的, 谓词公式的可满足性又称为相容性。

如果谓词公式 P 对于个体域 D 上的任何一个解释都取得真值 F , 则称 P 在 D 上是永假的。如果 P 在每个非空个体域上均永假, 则称 P 永假。永假性又称不可满足性或不相容性。

1.3 谓词公式的等价性与永真蕴涵

³ 王永庆, 《人工智能原理与方法》, 西安交通大学出版社 98 年版, 第 21 页。

设 D 是 P 与 Q 两个谓词公式的共同个体域，若对 D 上的任何一个解释， P 与 Q 均有相同的真值，则称 P 与 Q 在 D 上是等价的；如果 D 是任意个体域，则称 P 与 Q 是等价的，记作 “ $P \leftrightarrow Q$ ”。因为所有命题公式都是一阶公式，所以所有命题公式的等价式都是一阶逻辑的等价式，只不过其中的命题变元可用谓词代换和增加了如下关于量词的等价式而已：

$$\neg (\exists x) P \leftrightarrow (\forall x) \neg P; \neg (\forall x) P \leftrightarrow (\exists x) \neg P;$$

$$(\forall x)(P \wedge Q) \leftrightarrow (\forall x) P \wedge (\forall x) Q;$$

$$(\exists x) (P \vee Q) \leftrightarrow (\exists x) P \vee (\exists x) Q.$$

对于谓词公式 P 和 Q ，如果 $P \rightarrow Q$ 永真，则称 P 永真蕴涵 Q ，称 Q 为 P 的逻辑结论，记作 $P \Rightarrow Q$ 。谓词逻辑的永真蕴涵式除了命题逻辑形式的永真蕴涵式外还包括：

$$(\forall x) P(x) \Rightarrow P(y) (y \text{ 是个体域 } D \text{ 中的任一个体});$$

$$(\exists x) P(x) \Rightarrow P(y) (y \text{ 是个体域 } D \text{ 中使 } P(y) \text{ 为真的个体}).$$

等价式及永真蕴涵式是进行演绎推理的重要依据，这些公式再加上如下的反证法定理：

“定理 1.1 Q 为 P_1, P_2, \dots, P_n 的逻辑结论，当且仅当

$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \wedge \neg Q$ 是不可满足的”⁴，共同构成人工智能知识推理的理论根据。

第二章 一阶谓词逻辑在知识表示方面的应用

任何需要进行交流、处理的对象要想被应用，都必须先用适当的形式表示出

⁴ 王永庆，《人工智能原理与方法》西安交通大学出版社，98 年版第 24 页。

来，对于知识当然也是这样。人工智能科学研究的目的是要建立一个能模拟人类智能行为的系统，为达到这个目的就必须研究人类智能行为在计算机上的表示形式，只有这样才能把知识存储到计算机中去，供求解现实问题使用。所谓知识表示实际上就是一种计算机可以接受的用于描述知识的数据结构。其中一阶谓词逻辑表示法就是一种重要的、被广泛采用的人工智能中知识表示的方法。

2.1 计算机系统对知识表示的要求

单纯从理论意义的角度来看，人工智能中所有知识表示的方法都是等效的，然而一旦进入“实践”领域，各种表示方法就会体现出各自的优劣。尽管有时候两种方法都能达到目的，但在完成任务的效率上是存在很大差别的。究竟采用哪一种表示方法能够在最大程度上提高使用者的表达和推理能力，要从以下几个方面来考虑：

其一，表示能力。确定一个知识表示方法时，首先应该考虑的是它能否充分地、正确地、有效地表示该领域所需的各类知识。

其二，利用应用。知识的表示与利用是密切相关的两个方面。表示的作用只是储存知识，而储存知识的目的就是使计算机利用这些知识进行推理，求解现实问题。表示是利用的基础，利用是表示的目的。如果表示方法的数据结构过于繁琐，会使得推理不便于进行匹配、冲突消解、不确定性计算等处理，从而降低求解问题的效率。

其三，便于对知识的组织、维护与管理。因为一个智能系统建立之后，通过运行我们会发现知识在质量、数量或性能方面存在的问题。此时，或者要对知识进行扩充，或者进行删减，或者进行修改，在进行动作时又要保证知识的一致性和完整性。所以我们在确定知识的表示方式时，应充分考虑知识维护与管理的方便性。

其四，便于理解和实现。这一点要求该方法所表示的知识应当清晰、准确、简单、明了，便于操作，易于理解。

2.2 一阶谓词逻辑对知识的表示过程

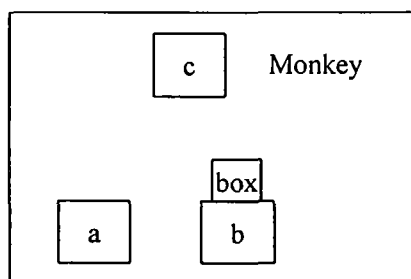
人工智能中表示知识的方法主要有：一阶谓词逻辑表示法，产生式表示法，框架表示法，语义网络表示法，脚本表示法，过程表示法等。由于每种方法都有一定的针对性和局限性，需要时要求我们根据实际问题的性质进行种类的选择与组合，以便最有效地实现操作目的。

一阶谓词逻辑是一个高度形式化的系统，也是到目前为止能够表达人类思维活动规律的最精确的符号语言。这种符号语言与人类的自然语言比较接近，又可方便地存储到计算机中去被计算机做精确处理，因此它成为最早应用于人工智能领域来表示知识的一种逻辑系统。谓词逻辑不但适合于用与/或形（用“ \wedge ”和“ \vee ”连接起来的公式）表示事物的状态、属性、概念等事实性知识，而且还可以用蕴涵式（ $P \rightarrow Q$ ）来表示事物间确定的因果关系，即规则。

下面我们就在已经掌握一阶谓词系统知识的前提下，根据一个简单的例子来描述一下谓词逻辑表示知识的过程。

例：设有房内 c 处有一个猴子，在 a 与 b 处各有一张桌子， b 桌有一个盒子，如右图所示：

为了让猴子从 c 处出发把盒子从 b 处拿到 a 处的桌子上，然后再回到 c 处，请用一阶谓词逻辑来描述机器人的行动过程。



用谓词公式表示知识时，需要首先定义谓词，指出每个谓词所表示的确切含义。在该例子中，我们不仅要用谓词公式表示事物的状态、位置，而且还要用谓词公式表示动作。为做到这一点，我们必须首先定义谓词，设相关谓词定义如下：

Table(x):x 是桌子; **Empty(y):** y 手中是空的。

At(y,z): y 在 Z 附近; **Hold(y,w):** y 拿着 w

On(w,x):W 在 x 的上面。

其中 x 的个体域是 (a,b), y 的个体域是 (Monkey), Z 的个体域是 {a,b,c},
w 的个体域是 {box}。

初始状态: **At(Monkey, c)**

Empty(Monkey)

On(box, b)

Table(a)

Table(b)

目标状态: **At(Monkey, c)**

Empty(Monkey)

On(box,a)

Table(a)

Table(b)

如果要实现从初始状态到目标状态的转变, 就必须完成一系列操作。操作一般分为条件 (为完成相应操作所必须具备的状态条件) 和动作两部分。条件可以直接用谓词公式表示, 而动作可以通过前后状态的变化表示, 即只要指出动作后应从动作前的状态中删除和增加什么谓词公式就描述了相应的动作。

这一过程的三个操作可定义为:

Goto(u,v): 从 u 处走到 v 处;

Pickup(x):在 x 处拿起盒子;

Setdown(x): 在 x 处放下盒子;

其中 u, v 的个体域为 $\{a, b, c\}$.

这三个操作可分别用条件与动作表示如下:

1. Goto(u, v)

条件: $At(Monkey, u)$

动作: $\begin{cases} \text{删除: } At(Monkey, u) \\ \text{增加: } At(Monkey, v) \end{cases}$

2. Pickup (x)

条件: $On(box, x) \wedge Table(x) \wedge At(Monkey, x) \wedge Empty(Monkey)$

动作: $\begin{cases} \text{删除: } Empty(Monkey) \wedge On(box, x) \\ \text{增加: } Hold(Monkey, box) \end{cases}$

3. Setdown(x)

条件: $At(Monkey, x) \wedge Table(x) \wedge Holds(Monkey, box)$

动作: $\begin{cases} \text{删除: } Holds(Monkey, box) \\ \text{增加: } Empty(Monkey) \wedge On(box, x) \end{cases}$

机器人在执行每一个操作之前,总是要检查当前状态是否可使所要求的条件得到满足,这是一个证明当前状态是否蕴涵操作所要求的条件的定理证明过程。

有了上述定义和表示,就可以写出猴子的行动规划,其中在检查条件的满足性时要进行变量的代换,其过程如下:

$$\left. \begin{array}{l} At(Monkey, c) \\ Empty(Monkey) \\ On(box, b) \\ Table(a) \\ Table(b) \end{array} \right\} \text{状态1(初始状态) 用c代换u用b代换v}$$

$\Downarrow Goto(u, v)$

```

At(Monkey, b) }
Empty(Monkey) }
On(box, b)    } 状态2用b代换x
Table(a)
Table(b)      }
↓ Pickup(x)

At(Monkey, b) }
Hold(Monkey, box) }
Table(a)        } 状态3用b代换u, 用a代换v
Table(b)        }
↓ Goto(u, v)

At(Monkey, a) }
Hold(Monkey, box) }
Table(a)        } 状态4用a代替x
Table(b)        }
↓ Setdown(x)

At(Monkey, a) }
Empty(Monkey) }
On(box, a)    } 状态5用a代替u用c代换v
Table(a)
Table(b)      }
↓ Goto(u, v)

At(Monkey, c) }
Empty(Monkey) }
On(box, a)    } 状态6(目标状态)
Table(a)
Table(b)      }

```

我们现在审视以上表示过程，发现在上述过程中会出现两个问题：

第一，当某一状态同时满足多个操作条件时，应选用哪一个操作？

第二，在进行变量代换时，如果存在多种代换的可能性，如何确定用哪一个？

对于第一个问题，我本人认为它与求解过程所采用的搜索策略有关。为避免

第一个问题的出现，在搜索的时候应该检查满足转入条件的新状态是否是目标状态，如果是，则转入该状态，问题解决；如果不是，则检查该新状态是否与过去出现过的状态重复，如果相同，表示转入该状态是徒劳，这时就应回溯到当前状态重新选择。对于第二个问题，也可以用类似的方法来检查，首先要看一下满足当前条件的代入后的新状态是否是目标状态。如果是问题解决，如果不是就要看新状态是否满足后面操作的条件，如果不满足，则此代入不可取，如果虽然满足，但又回到了先前的状态，则此代入也不可取。

谓词逻辑除了可以表示诸如上述的过程知识外，还可以用来表示知识元，在人工智能的产生式系统中，产生式的前提条件及结论都可用谓词公式表示。

以猴子吃香蕉为例，香蕉挂在天花板上，猴子够不着，它看见了屋里的一把椅子，于是走过去把椅子搬到香蕉底下，爬上椅子，就可以够到香蕉了。解这个问题的产生式系统可以把所有知识元用谓词表示成如下形式：

$$(x,y):P(x,y,z,s) \rightarrow P(y,y,z,walk(x,y,s))$$

$$Walk(x,z):P(x,y,z,s) \rightarrow P(z,y,z,walk(x,z,s))$$

$$Carry(x,y):P(x,y,x,s) \rightarrow P(y,y,y,carry(x,y,s))$$

$$Climb(s):P(x,x,x,s) \rightarrow R(climb(s))$$

其中 $P(x,y,z,s)$ 表示在状态 s 时，猴子处在 x 处，香蕉处在 y 处，椅子在 z 处， $R(s)$ 表示状态 s 下，猴子可以够着香蕉。

设对于初始状态 S_0 有 $P(a,b,c,S_0)$ 成立，则上面的产生式系统的运行结论可表示为：

$$R(climb(carry(c,b,walk(a,c,S_0))))).$$

即猴子先走到椅子处，再把椅子搬到香蕉处，然后爬上去，够下香蕉。

目前，使用谓词逻辑表示知识的系统主要有：

(1) 格林 (Green) 等人研制的 QA3 系统, 这是一个通用系统, 适用于求解化学等方面的问题。其知识用谓词逻辑表示, 推理采用归结法。

(2) 菲克斯 (Fiks) 等人研制的 Strips 系统, 这是一个机器人行动规划系统, 具有问题应答及规划求解的能力。

(3) 菲尔曼 (Filman) 等人研制的 Fol 系统, 这是一个证明系统, 用一阶谓词逻辑的推理法则进行自然演绎推理。

第三章 一阶谓词逻辑在知识推理中的应用

前面一章讨论了用谓词进行知识表示的有关问题, 它的作用是把知识用某种模式表示出来存储到计算机中去。但是, 使计算机具有智能的关键不仅仅在于拥有知识, 更重要的是运用拥有的知识进行推理、求解问题, 即具有思维能力。因此, 关于推理及其方法的研究成为人工智能研究的一个重要课题。

目前, 在计算机上可以实现的推理方法有多种, 其中利用一阶谓词演算系统进行推理是最先提出的一种。这种推理是一种根据一阶谓词逻辑的公式、规则、定理进行的演绎推理, 又称为机械——自动定理证明。由于这种推理的真值只有两个: T 或 F, 因此它又是一种确定性推理。运用一阶谓词演算系统进行推理的方法主要有自然演绎推理, 归结反演推理及基于规则的演绎推理。

3.1 归结反演推理系统

自动定理证明是人工智能科学的一个重要研究领域, 许多数学问题甚至是非数学问题 (如医疗诊断、机器人行动规则) 都可以归结为一个定理证明问题。定理证明的实质就是由前提 P 得出结论 Q, 即证明 $P \rightarrow Q$ 永真, 但是要证明一个谓词公式的永真性是十分困难的, 甚至在有些情况下是不可能的。

这时，就启发我们换一个角度来考虑解决这个问题的办法，归结反演推理就不失为一种不同思路的好的解决问题的推理方法。它的基本思路是把关于永真性的证明转化为不可满足性的证明：如果欲证 $P \rightarrow Q$ 永真，只须证 $P \wedge \neg Q$ 为不可满足的就可以了。

海伯伦和鲁宾逊根据上述思想先后对不可满足性的证明进行了卓有成效的研究。海伯伦提出的海伯伦域及海伯伦定理为自动定理证明奠定了理论基础，鲁宾逊提出的归结原理使定理证明的机械化成为现实，使机械化推理取得了重大突破。

3.1.1 子句及海伯伦理论

归结反演推理系统工作的原理是：将所要证明的目标公式前冠以否定联结词，并把它化为子句的形式添加到由前提化成的子句中构建子句集 S ，然后利用海伯伦定理和鲁宾逊归结原理证明这个子句集是不可满足的，即从中推出一个空子句。由于这一空子句不能被任何解释所满足，因此我们就能够判定所要求证的目标公式是该领域知识的一个推论。由于海伯伦理论和鲁宾逊归结原理都是以子句为背景开展研究的。我们就需要了解一些关于子句的概念。

“在谓词逻辑中，把原子谓词公式及其否定统称为文字。”⁵

“任何文字的析取式称为子句，不包含任何文字的子句称为空子句，由子句构成的集合称为子句集。”⁶

由于空子句不含有任何文字，它不能被任何解释所满足，所以空子句是永假的，不可满足的。

在谓词逻辑中任何一个谓词公式都可通过应用等价关系和推理规则化成相应的子句集。求解谓词公式的子句集是归结反演推理的前提，其具体步骤我们以求解公式

⁵ 石纯一、王家庆，《人工智能原理》，清华大学出版社，93年版第16页。

⁶ 李娜，《现代逻辑的方法》，河南大学出版社97年版343页。

$(\forall z)(\forall x)((\forall y)P(x,y) \rightarrow \neg(\forall y)(Q(x,y) \rightarrow R(x,y)))$ 的子句集为例来进行描述:

(1) 消去母式中没有其前束中相对应的约束变元的前束量词。上式可化为

$$(\forall x)((\forall y)P(x,y) \rightarrow \neg(\forall y)(Q(x,y) \rightarrow R(x,y)))$$

(2) 利用“ \neg ”、“ \vee ”、“ \wedge ”的等价关系消去谓词公式中的“ \rightarrow ”“ \leftrightarrow ”符号, 上式可化为 $(\forall x)(\neg(\forall y)P(x,y) \vee \neg(\forall y)(\neg Q(x,y) \vee R(x,y)))$

(3) 反复使用摩根律和量词互换式, 内移否定词“ \neg ”, 将其标到辖域范围只作用于原子公式为止。则上式可化为

$$(\forall x)((\exists y)\neg P(x,y) \vee (\exists y)(Q(x,y) \wedge \neg R(x,y)))$$

(4) 变量标准化。重新命名变元名, 使不同量词约束的变元有不同的名字。该过程不影响合式公式的真值, 则上式可化为

$$(\forall x)((\exists y)\neg P(x,y) \vee (\exists z)(Q(x,z) \wedge \neg R(x,z)))$$

(5) 消去存在量词。对于待消去的存在量词, 若不在任何全称量词辖域之内, 则用 **Skolem** 常量替代公式中存在量词约束的变量, 若要全称量词约束, 则要用 **Skolem** 函数替代存在量词约束的变量, 然后消去存在量词, 则上式可化为:

$$(\forall x)(\neg P(x,f(x)) \vee (Q(x,g(x)) \wedge \neg R(x,g(x))))$$

(6) 利用等价关系 $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ 把上式化为 **Skolem** 标准型 (S-标准型): $(\forall x_1)(\forall x_2)\cdots(\forall x_n)M$. 其中 **M** 是子句的合取式, 称为 S-标准型的母式, 则上式可化为

$$(\forall x)((\neg P(x,f(x)) \vee Q(x,g(x))) \wedge (\neg P(x,f(x)) \vee \neg R(x,g(x))))$$

(7) 消去全称量词, 上式可分为

$$((\neg P(x,f(x)) \vee Q(x,g(x))) \wedge (\neg P(x,f(x)) \vee \neg R(x,g(x))))$$

(8) 子句变量标准化。对变元更名, 使任意两个子句不会有相同的变量出现。这个过程可以保证在用子句集进行证明推理时, 对某一全称量词例化后使公式尽量

保持其一般化形式，增加应用过程的灵活性。上式可变为：

$$(\neg P(x, f(x)) \vee Q(x, g(x))) \wedge (\neg P(y, f(y)) \vee \neg R(y, g(y)))$$

(9) 消去合取词，把母式用子句集表示为：

$$\neg P(x, f(x)) \vee Q(x, g(x))$$

$$\neg P(y, f(y)) \vee \neg R(y, g(y))$$

由于谓词公式的子句集中各子句之间是合取关系，所以如果谓词公式是不可满足的，则其子句集也一定是不可满足的，反之亦然，因此有以下定理成立：

“定理 3.1 若 S 是合式公式 F 的 S -标准型之子句集，则 F 永假的充要条件是 S 为不可满足的。”⁷

由上述定理可知，要证明一个谓词公式是不可满足的，只要证明相应的子句集是不可满足的就可以了。为了判定子句集的不可满足性，就要对集合中的子句进行判定，只有当子句对任何非空个体域上的任何一个解释都是不可满足时，才能判定这个子句是不可满足的，这个工作是十分麻烦甚至是难以实现的。对此情况，海伯伦构造了一个海伯伦域，并证明只要对这个特殊域上的一切解释进行判定，就可得知子句集是否不可满足。

“定义 3.1 设 S 为子句集，则按下述方法构造的域 H_∞ 称为海伯伦域，简记为 H 域。

(1) 令 H_0 是 S 中所有个体常量的集合，若 S 中不包含个体常量，则令 $H_0 = \{a\}$ ，其中 a 为任意指定的一个常量。

(2) 令 $H_{i+1} = H_i \cup \{S \text{ 中所有 } n \text{ 元函数 } f(x_1, x_2, \dots, x_n) | x_j (j=1, \dots, n) \text{ 是 } H_i \text{ 中的元素}\}$ ，其中 $i=0, 1, 2, \dots$ 。

如果用 H 域中的元素代换子句中的变元，则所得的子句称为基子句。

⁷ 林尧瑞，马少平《人工智能导论》清华大学出版社 89 年版第 129 页。

定义 3.2 子句集 S 在 H 域上的一个解释 I 满足下列条件:

(1) 在解释 I 下, 常量映射到它自身。

(2) S 中的任一个 n 元函数是 $H^n \rightarrow H$ 的映射, 即设 $h_1, h_2, \dots, h_n \in H$, 则 $f(h_1, h_2, \dots, h_n) \in H$;

(3) S 中的任一个 n 元谓词是 $H^n \rightarrow \{T, F\}$ 的映射。

一般来说, 一个子句集在 H 域上的解释有无限多个

定理 3.2 子句集 S 不可满足的充要条件是 S 对 H 域上的一切解释都为假。

定理 3.3 子句集 S 不可满足的充要条件是存在一个有限的不可满足的基子句集 S' 。”⁸

定理 3.3 被称为海伯伦定理。它只是从理论上给出了证明子句集不可满足性的可行性及方法, 但要在计算机上实现其证明过程却是很困难的。至到 1965 年鲁宾逊提出了归结原理, 才使机器定理证明变为现实。

3.1.2 一阶谓词逻辑的归结原理

归结原理又称为消解原理, 它是一种通过证明子句集的不可满足性实现定理证明的一种反证法。它的基本思想是: 检查子句集 S 中是否包含空子句; 若包含, 则 S 不可满足; 若不包含, 就在子句中选择合适的子句进行归结, 一旦通过归结能推出空子句, 就说明子句集 S 是不可满足的。

“定理 3.4 若 P 是原子谓词公式, 则称 P 与 $\neg P$ 为互补文字。

对任意两个子句 C_1 和 C_2 , 若 C_1 中有一个文字 L_1 , 而 C_2 中有一个与 L_1 成互补的文字 L_2 , 则分别以 C_1 , C_2 中删去 L_1 和 L_2 , 并将其剩余部分组成新的析取式 C_{12} 。称这个新子句 C_{12} 为 C_1 和 C_2 的归结式; C_1 和 C_2 为 C_{12} 的亲本子句。

定理 3.5 C_{12} 是两个亲本子句 C_1 和 C_2 的逻辑结论。

⁸ 王永庆, 《人工智能原理与方法》, 西安交通大学出版社 89 年版第 128~129 页。

推论 1 子句集 $S = \{C_1, C_2 \cdots C_n\}$ 与子句集 $S_1 = \{C_{12}, C_1, C_2 \cdots C_n\}$ 的不可满足性是等价的。 $(C_{12}$ 是 C_1 和 C_2 的归结式)。”⁹

在命题逻辑中,比较容易确定含有互补对文字的两个子句,匹配过程比较简单,很容易进行归结。而在谓词逻辑中要考虑变量的约束问题,在应用归结法时,往往要对公式作变量代换和合一等处理,才能得到互补的基本式,这一匹配过程就复杂多了。

在子句集 S 的综合数据库已经建立的前提下,谓词逻辑的归结过程可表示为:

(1) 若 S 中两个句间有相同互补文字的谓词,但它们的项不同,则必须找出对应的不一致项。

(2) 进行变量代换,使对应项一致。

(3) 求归结式看能否导出空子句。

在该过程中,寻找项之间合适的变量代换使表达式一致是一个重要的过程,这个过程称为合一。

“定义 3.4 如果存在 θ 使得 $X_1 \theta = X_2 \theta = \cdots = X_n \theta$ 成立,则称 θ 为公式集 $F = \{x_1, x_2, \cdots x_n\}$ 的一个合一,称该公式集 F 是可合一的;如果存在代换 λ ,使对任一合一 θ 使得 $\theta = \sigma \cdot \lambda$ 成立, (σ 是公式集 F 的一个合一),则称 σ 为公式集 F 的最一般合一,记作 $\text{mgu } \sigma$ ”¹⁰

一个公式集 F 的合一不唯一,但最一般合一却是唯一的。在所有合一中, mgu 的代换限制最少,所产生的例更一般化,有利于归结过程的灵活运用。

合一算法是用来解决两个表达式的匹配问题的。为了使两个知识模式匹配,可通过合一算法求得 $\text{mgu } \theta$,利用 θ 进行代换后就可以得到匹配的例。根据以上过程和定义,一阶谓词逻辑的归结原理可表示为:

⁹ 王永庆《人工智能原理与方法》西安交通大学出版社,89年版第130-131页。

¹⁰ 石纯一,王家庆,《人工智能原理》,清华大学出版社,93年版,第43页。

C_1 C_2

$$(C_1 \theta - L_1 \theta) \cup (C_2 \theta - L_2 \theta) = C_{12}$$

其中 C_1 和 C_2 是没有公共变元的子句； L_1 和 L_2 分别是 C_1 和 C_2 中的文字， θ 是 L_1 和 $\neg L_2$ 的 mgu。

例如 设 $C_1 = P(a) \vee Q(x) \vee R(x)$

$$C_2 = \neg P(x) \vee Q(b)$$

则我们可以按照归结原理求解 C_1 , C_2 的归结式 C_{12} 。

因为 C_1 , C_2 中出现了公共变元，所以首先要给变元改名。

$$\text{令 } C_2 = \neg P(z) \vee Q(b)$$

若令 $L_1 = P(a)$, $L_2 = \neg P(z)$ 令 $\theta = \{a|z\}$, 则

$$\begin{aligned} C_{12} &= (\{P(a), Q(x), R(x)\} - \{P(a)\}) \cup (\{\neg P(a), \neg Q(b)\} - \{\neg P(a)\}) \\ &= \{Q(x), R(x), \neg Q(b)\} \\ &= Q(x) \vee \neg R(x) \vee \neg Q(b) \end{aligned}$$

若令 $L_1 = Q(x)$, $L_2 = \neg Q(b)$ $\theta = \{b|x\}$

$$\begin{aligned} \text{则 } C_{12} &= \{P(a), R(b)\} \cup \{\neg P(z)\} \\ &= P(a) \vee R(b) \vee \neg P(z) \end{aligned}$$

如果在参加归结的子句内部含有可合一的文字，则在归结之前对这些文字进行合一，然后再在子句间进行合一。

3.1.3 归结原理在人工智能中的应用

应用归结原理进行定理证明的过程称为归结反演。

设 F 为已知前提的公式集， Q 为目标公式（结论），那么用归结反演证明 Q 为

真的步骤可描述为：

(1) 否定 Q 得到 $\neg Q$;

(2) 把 $\neg Q$ 并入到公式集 F 中, 得到 $\{F, \neg Q\}$;

(3) 把公式集 $\{F, \neg Q\}$ 化为子句集 S ;

(4) 应用归结原理对子句集 S 中的子句进行归结, 并把每次归结得到的归结式都并入 S 中, 如此反复进行, 若出现了空子句, 则停止归结, 此时证明了 Q 为真。

归结反演系统的作用除了可以用于定理证明外, 还可以用来求取问题的答案、信息检索和程序自动化等领域。虽然不同的领域归结反演的工作方式有某些差异, 但它们的工作原理都是归结原理。下面我们以一个定理证明的例子来描述归结反演推理的应用过程。

例: 设 (1) 自然数都是大于零的整数; (2) 所有整数不是偶数就是奇数; (3) 偶数除以 2 是整数。

求证: 所有的自然数不是奇数就是其一半为整数的数。

解: 上述三个前提可表示为:

$$F_1: (\forall x)(N(x) \rightarrow B(x) \wedge I(x))$$

$$F_2: (\forall x)(I(x) \rightarrow E(x) \vee O(x));$$

$$F_3: (\forall x)(E(x) \rightarrow I(S(x)));$$

$$\text{结论可表示为: } G: (\forall x) (N(x) \rightarrow (O(x) \vee I(S(x))))$$

其中 $N(x)$ 表示 x 是自然数; $B(x)$ 表示 x 大于零; $I(x)$ 表示 x 是整数 $E(x)$ 表示 x 是偶数; $O(x)$ 表示 x 是奇数; $S(x)$ 表示 x 的一半的值。

公式集 $\{F_1, F_2, F_3, \neg G\}$ 的子句集 S 的元素为:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \neg N(x) \vee B(x) \\ (2) \neg N(y) \vee I(y) \end{array} \right\} F_1$$

$$(3) \neg I(z) \vee E(z) \vee O(z) \} F_2$$

$$(4) \neg E(u) \vee I(S(u)) \} F_3$$

$$\left. \begin{array}{l} (5) N(v) \\ (6) \neg O(w) \\ (7) \neg I(S(t)) \end{array} \right\} \neg G$$

对上述子句进行归结得

$$(8) \neg I(z) \vee E(z) \quad (3) \text{与}(6) \text{归结 } \sigma = \{z/w\}$$

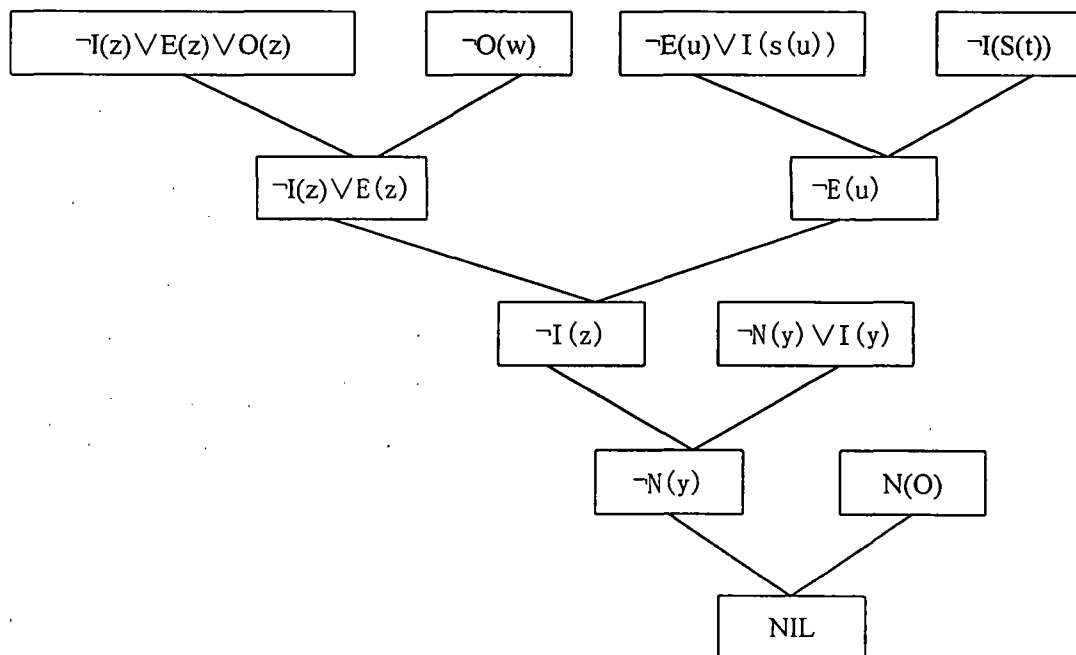
$$(9) \neg E(u) \quad (4) \text{与}(7) \text{归结 } \sigma = \{u/t\}$$

$$(10) \neg I(z) \quad (8) \text{与}(9) \text{归结 } \sigma = \{z/u\}$$

$$(11) \neg N(y) \quad (2) \text{与}(10) \text{归结 } \sigma = \{y/z\}$$

$$(12) \text{NIL} \quad (5) \text{与}(11) \text{归结 } \sigma = \{v/y\}$$

得出空子句，所以结论 G 成立，上述过程可用归结树表示为



对子句进行归结时,关键的一步是从子句集中找出可进行归结的一对子句。由于事先不知道哪个子句可以进行归结,更不知道通过对哪些子句对的归结可以尽快地得到空子句,因而会由于逐个的判断而造成时间与空间的浪费,降低工作的效率。为解决这些问题,一些学者研究出了许多关于归结的策略。这些策略大致可分为两类:一类是通过删除某些无用的子句来缩小归结的范围,如删除策略;一类是通过参加归结的子句进行种种限制,尽可能地减少归结的盲目性,如支持度策略,线性输入策略,祖先过滤策略等。这些策略大大提高了归结反演推理的效率,从而使得这种推理方法目前仍有很强的生命力。

关于归结反演系统求解其它类型问题的应用与上述例子有异曲同工之处,限于篇幅,不再详述。

3.2 基于规则的演绎推理系统

上一节讨论的归结反演推理系统,是自动定理证明领域中影响较大的一种推理方法,由于它比较简单而且易于在计算机上实现,因而受到人们的普遍重视。但在某些领域中,“一个专家表达一段知识的方式通常带有如何最好地使用这种知识的重要信息。”¹¹而且这些知识大部分是由一般的蕴涵式直接表达的,这些表达式一般都带有超逻辑的或启发式的控制信息。如果在使用归结反演推理时把这些表达式化成子句的形式,就可能丢失掉包含在蕴涵形中有用的控制信息。例如子句的表达式 $(A \vee B \vee C)$ 与任一蕴含式 $(\neg A \wedge \neg B \rightarrow C)$ 、 $(\neg A \wedge \neg C \rightarrow B)$ 、 $(\neg B \wedge \neg C \rightarrow A)$ 、 $(\neg A \rightarrow B \vee C)$ 、 $(\neg B \rightarrow A \wedge C)$ 或 $(\neg C \rightarrow A \wedge B)$ 在逻辑上都是等价的,但这些蕴含式中每一个都具有它固有的各不相同的超逻辑的控制信息。

子句形式只表示出了谓词间的逻辑关系,而丢掉了大量的控制信息。因此,有时我们希望不把公式化为子句,使系统以接近于原始给定的形式来使用这些公

¹¹ [美]N.J.尼尔逊《人工智能原理》,科学出版社 83 年版,第 171 页。

式，基于规则的演绎推理就是这样的推理系统。在这个系统中，陈述知识的公式分为两类：规则和事实。规则是领域内的一般性知识，它的公式由蕴涵式给出，事实是该领域的专门知识，它的公式用与/或形表示。然后就可以通过运用蕴涵式进行演绎推理，从而证明某个目标公式。

基于规则的演绎系统主要是使用规则进行演绎推理。这种定理证明系统是一个直接系统而不是反演系统。它虽然不一定比反演系统更有效，但它的操作却在直观上更便于人们理解。该系统根据操作的方向可分为正向系统，逆向系统和双向系统三种类型。在正向系统中，作为 F 规则用的蕴涵式对事实的综合数据库进行操作，直到获得包含目标公式的结束条件为止。在逆向系统中，作为 B 规则用的蕴涵式对目标的综合数据库进行操作，直到获得包含这些事实的结束条件为止。正向和逆向的联合行动就是双向演绎系统。

3.2.1 基于规则的正向演绎推理系统

正向演绎推理系统是从已知事实出发，正向地使用 F 规则进行演绎推理，直到达到目标公式的结束条件为止。在这种推理中，对已知事实，F 规则及目标公式的表示形式都有一定的要求，我们只有在做了符合要求的变换之后，才可以用 F 规则进行推理。

正向推理系统中的事实需要用不含“ \rightarrow ”符号的与/或形表示。把一个公式化为与/或形的步骤与化为子句集类似，只是不必把公式化为子句的合取形式，也不能消去公式中的合取词，也就是母式不必化为范式。

例如，对于事实公式：

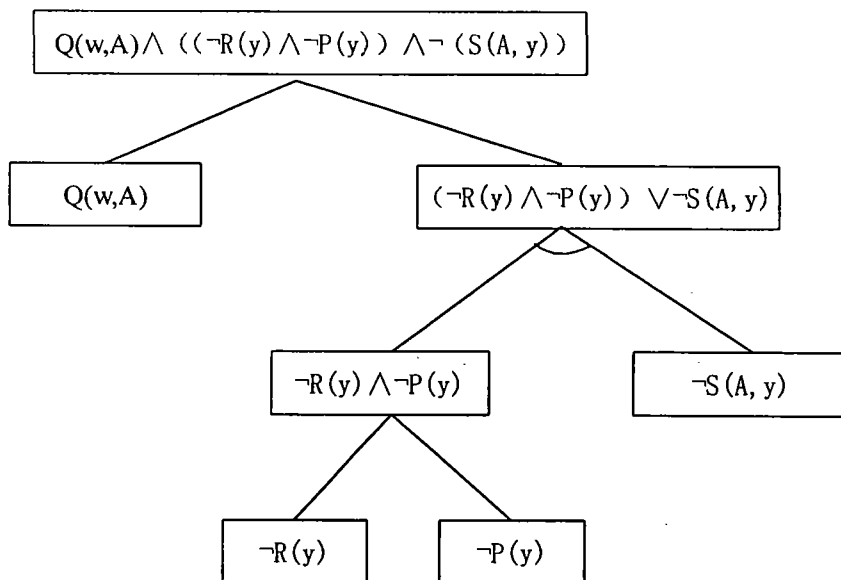
$(\exists x)(\forall y)(Q(y,x) \wedge \neg((R(y) \vee P(y)) \wedge S(x,y)))$ 通过消去存在和全称量词，并且内移“ \neg ”可化为

$$Q(y,A) \wedge ((\neg R(y) \wedge \neg P(y)) \vee \neg S(A, y))$$

再对变量进行换句，使不同的主合取元具有不同的变量名，上式可化为

$$Q(w,A) \wedge ((\neg R(y) \wedge \neg P(y)) \vee \neg S(A,y))$$

这就是事实公式的与/或形表达式，这种表示不是子句形，它与化简前的原始表达式更接近一些。这个与/或形的表达式也可以用下面的与或树表示为：



在上图中，叶节点表示谓词公式中的文字 $Q(w,A)$ ， $\neg R(y)$ ， $\neg P(y)$ ， $\neg S(A,y)$ 。半圆弧“ \frown ”表示连接的两个分枝为析取关系，不用半圆弧的表示两个分支为合取关系。如果把与/或树中用“ \frown ”连接的节点视为具有“与”关系，把不用“ \frown ”连接的节点视为“或”关系，那么由叶节点所组成的公式： $Q(W,A), \neg R(y) \vee \neg S(A,y), \neg P(y) \vee \neg S(A,y)$ 恰好是事实公式对应的子句集。

正向演绎系统中的 F 规则需具有如下形式： $L \rightarrow W$ 。其中 L 为单文字，W 为与/或形公式。限制 L 为单文字是因为在进行演绎推理时，F 规则要作用于事实的与或树，而该与或树的叶节点都是单文字，这样就可以用 L 与叶节点简单匹配（合一）。

如果 F 规则不是所要求的形式，则需要通过以下步骤化成规定的形式：

- (1) 暂时用 $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$ 消去 “ \rightarrow ”。
- (2) 内移否定词 “ \neg ” 到紧靠谓词的位置上。
- (3) 引入 Skolem 函数消去存在量词
- (4) 消去全称量词
- (5) 恢复为蕴涵式。

例如对于公式: $(\forall x)((\exists y)(\forall z)p(x,y,z)) \rightarrow (\forall u)Q(x,u)$ 按上述步骤可化为:

$$P(x,y,f(x,y)) \rightarrow Q(x,u)$$

正向演绎系统中的目标公式必须是子句形式, 否则要化成子句形式。化简时所使用的 Skolem 化过程是事实和规则所用的 Skolem 化过程的对偶式, 即公式中属于存在量词辖域内的全称量约束的变元要用存在量词变量的 Skolem 函数来表示, 同时消去全称量词。经过 Skolem 化后只剩下存在量词, 然后对析取元做变量改名, 最后省略掉存在量词。

例如对于公式 $(\exists y)(\forall x)(p(x,y) \vee Q(x,y))$ 用上述方法可化为:

$$P(f(y),y) \vee Q(f(z),z)$$

做了上述三步变换后, 就可以从已知事实的与/或树出发, 运用 F 规则进行推理了。如果最终推出了欲证明的目标公式, 则推理就可以成功结束。其推理过程可描述为:

- (1) 首先用与/或树把已知事实表示出来。
- (2) 用 F 规则的左部与/或树的叶节点进行匹配, 并将匹配成功的 F 规则加入到树中。
- (3) 重复第 (2) 步, 直到产生一个含有以目标节点作为终止节点的解图为止。

对于用谓词公式表示事实及规则的情形, 推理需要用最一般的合一进行变元的

代换。下面以一个简单的例子说明基于规则的正向演绎系统的推理过程：

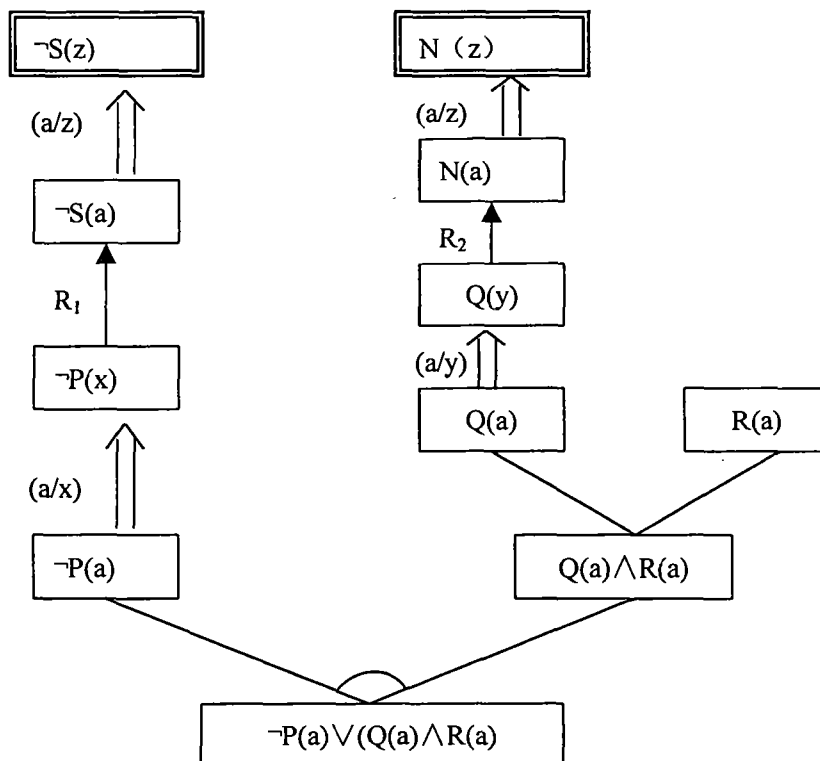
例：Fact: $\neg p(a) \vee (Q(a) \wedge R(a))$

$R_1: \neg P(x) \rightarrow \neg S(x)$

$R_2: Q(y) \rightarrow N(y)$

Aim: $\neg S(z) \vee N(z)$

其推理过程的一致解图可表示为：



演绎推理得到的与|或图包含有目标节点，系统结束演绎，这时便推出了一个与目标子句 “ $\neg S(z) \vee N(z)$,” 推理成功。

3.2.2 基于规则的逆向演绎推理系统

现在本文从与正向系统比较的角度来讨论逆向演绎系统。

首先，从宏观的整体推理过程来看；正，逆向系统是正好相反的。前者是从事实的与|或树出发，通过 F 规则，得到目标节点的解图为止；而后者却是从待证

的目标公式出发，通过逆向使用 B 规则进行演绎推理，直到得到包含已知事实的节点的解图为止。

其次，二者的适用条件也不相同。正向系统适用于事实表达式为任意形式，规则为 $L \rightarrow w$ 或 $L_1 \vee L_2 \rightarrow w$ ，目标公式可化为文字析取式的知识系统；逆向系统适用于事实表达式可化为文字合取式，规则为 $w \rightarrow L$ 或 $w \rightarrow L_1 \wedge L_2$ ，目标公式是任意公式的知识系统。

第三，二者的初始综合数据库不同。正向系统的初始综合数据库是事实表达式的与/或树，其中“ \vee ”表示与关系，“ \wedge ”表示或关系；逆向系统的初始综合数据库为目标公式的与/或树，其中“ \vee ”表示或关系，“ \wedge ”表示与关系。

第四，正向系统目标公式的子句形式是文字的析取式，各个子句间的关系是合取关系；逆向系统事实表达式的子句形式是文字的合取式，各个子句间的关系是析取关系。

第五，二者的共同点在于对事实、规则和目标公式的化简过程是完全一样的。

从上述比较可以看出，逆向演绎系统在某些方面是正向演绎系统的对偶，同时其操作也包含同一类型的用于正向演绎系统的某些表示方法和机理。

根据以上对比，我们通过一个简单的例子描述一下逆向系统的工作情况：

例：设 $F_1: \text{Dog}(\text{dodo})$

$F_2: \neg \text{Barks}(\text{dodo})$

$F_3: \text{wagstail}(\text{dodo})$

$F_4: \text{Meow}(\text{myrtle})$

规则 $R_1: (\text{Wagstail}(x_1) \wedge \text{Dog}(x_1)) \rightarrow \text{Kind}(x_1)$

$R_2: (\text{Kind}(x_2) \wedge \neg \text{Barks}(x_2)) \rightarrow \neg \text{Afraid}(y_2, x_2)$

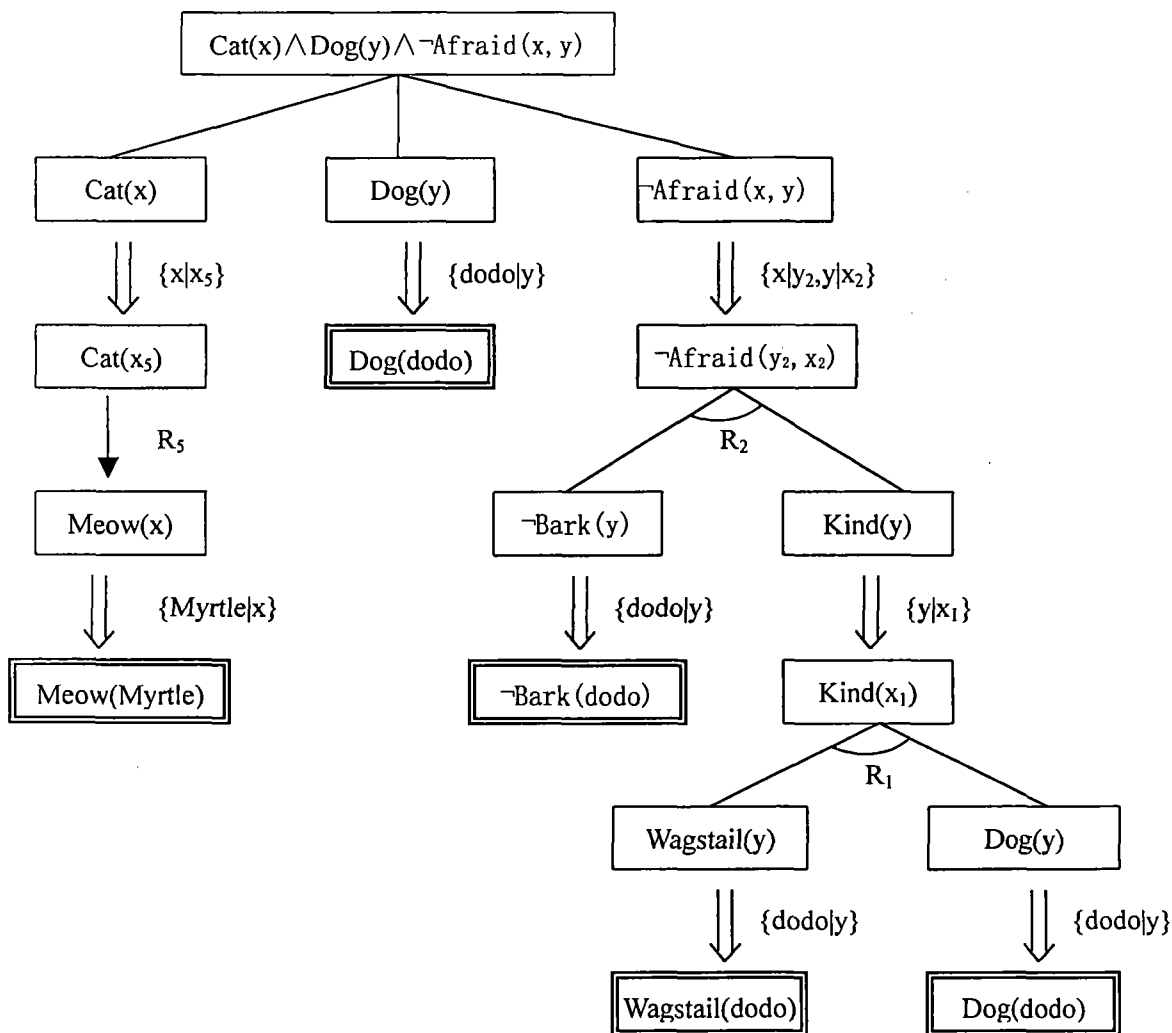
$R_3: \text{Dog}(x_3) \rightarrow \text{Animal}(x_3)$

$R_4: \text{Cat}(x_4) \rightarrow \text{Animal}(x_4)$

$R_5: \text{Meow}(x_5) \rightarrow \text{Cat}(x_5)$

目标公式 Aim: $(\exists x)(\exists y)(\text{cat}(x) \wedge \text{Dog}(y) \wedge \neg \text{Afraid}(x, y))$

逆向系统的一致解图为：



在上图中事实节点用双线框表示，通过计算标在匹配弧上的所换的合一复合，并把它应用于目标表达式可得到的问答语句：

$(\text{cat}(\text{myrtle}) \wedge \text{Dog}(\text{dodo}) \wedge \neg \text{Afraid}(\text{Myrtle}, \text{dodo}))$

也就是存在一只猫 Myrtle 和一只狗 dodo，并且这只猫不怕这条狗，目标公式 $(\exists x)$

$(\exists y)(\text{cat}(x) \wedge \text{dog}(y) \wedge \neg \text{Afraid}(x,y))$ 得证。

虽然正向系统中的规则和目标公式及逆向系统的事实公式和规则都加有限制，但仍有许多情况适用于这两种系统。我们还可正向和逆向的推理结合在一起，建立基于规则的双向演绎系统。这种系统可以减少使用的限制，不失为一种好的方法，但在处理结束条件以及规则的选取策略方面却比较复杂。总之，我们可以根据实际情况选择最有效的推理方式。

第四章 逻辑在人工智能应用中的反思

4.1 一阶谓词逻辑知识表示法的评价

一阶谓词逻辑作为一种知识表示的方法，体现出了许多独特的优越性。

第一，谓词逻辑将一个原子命题分解为个体词和谓词两个模块，符号简单，而且接近自然语言，所表示的知识容易转换为计算机的内部形式，易于理解和模块化，便于实现计算机推理的机械化和自动化。

第二，谓词逻辑系统小到可以只有简单符号和真、假值组成，大到可以加入谓词，量词甚至函数来扩充自己的表达能力。所以此表示方法易于对知识的增加、删除及修改等维护和管理。

第三，谓词逻辑系统是二值逻辑系统，具备完整的理论基础和严格的形式定义及推理规则，可以保证自然演绎推理和归结演绎推理的精确性和知识在逻辑上的一致性。这一点是其它表示方法所不具备的。

“谓词逻辑表示法所具备的严密性、精确性和可解释性等种种优势，使得它成为人工智能领域应用较早、较广泛，也是较成功的一种知识表示模式。”¹² 在众

¹² 赵卯生《对谓词逻辑在人工智能科学中应用的分析》，《山西高等学校社会科学学报》，2001.12，67~69。

多系统中发挥着重要的作用，但由于谓词逻辑系统自身的特征，使得这种知识表示方法也体现出一些局限性。

第一，知识表示范围的局限性。谓词逻辑是二值逻辑，只能表示精确性的知识，不能表示不精确、模糊性的知识，而这些知识又是客观的，大量存在的。另外，谓词逻辑难以表示启发性知识及元知识。所以谓词逻辑表示知识体现出来的最大缺陷就是表达的知识不够丰富。

第二，容易产生组合爆炸。在知识推理过程中，随着事实性知识数目的增大及盲目地使用推理规则，有可能形成组合爆炸。目前解决该问题的比较有效的方法是可以定义一个过程或启发式控制策略来选取合适的规则。

第三，效率低。由于谓词逻辑的推理完全以形式化方式进行，知识的语义和推理的过程截然分开，抛弃了知识中的大量信息，使得推理过程冗长，工作效率降低。

从以上的论述中可以看到，谓词逻辑表示法是一个利弊同在的综合体。基于它独特的优越性，在人工智能领域中我们就不应抛弃它。而且应该让它展示出更强的生命力。至于它的缺陷尽管会给我们带来的困难和麻烦，但每种表示法都是有缺陷的，所以我们应该做的不是因噎废食，而是以模糊逻辑、模态逻辑、时态逻辑、概率逻辑、直觉逻辑等非经典逻辑系统为手段，创造新的表达模式，来弥补一阶谓词表示法的不足之处。最后，从谓词逻辑的优缺点出发，我们应该反思的是能不能在计算机上实现各种知识表示法的相互转化和自然选择。如果该领域的研究者能够实现这方面的突破，那么各种表示方面就可以扬长避短，以最佳效能服务于系统的整体目标。

4.2 一阶谓词逻辑知识推理的评价

一阶谓词逻辑推理是最先提出的一种可在计算机上实现的推理方法，这种方

法使得人们可以通过机器实现自动定理证明和问题求解的若干工作。在应用过程中也表现出了自身的优越性和局限性。

首先，谓词逻辑是经典的演绎推理。由演绎推理导出的结论都蕴涵在大前提的一般性知识之中，只要大、小前提是正确的。我们就可以得知由它们推导出来的结论也必然是正确的，所以谓词逻辑推理属于确定性推理，它的结论只能是真或假，而不能出现第三种情况。谓词逻辑推理的精确性使得它在自动定理证明等领域发挥了无可比拟的优越性。但也正因为它的这种特性，使得它在处理一系列问题中表现了自身的局限性。

“现实世界中的事物和现象大都是不严格的，不精确的，许多概念是模糊的，没有明确的类属界限，很难用精确的数学模型来处理。”¹³ 在这种情况下，若仍用经典谓词逻辑去推理，势必要在本来没有明确界限的事物间人为地划定界限，从而舍弃了事物固有的模糊性，失去了真实性。另外，从人类思维活动的特征来看，人们经常在知识不完全、不精确的情况下进行多方位的思考及推理。这就为计算机提出了进行不确定性的推理的要求。

其次，谓词逻辑知识推理属于单调性推理。所谓单调性推理是指在推理过程中随着推理的向前推进及新知识的加入，推出的结论呈单调增加的趋势，并且越来越接近最终目标，它的优点是在推理过程中不会出现反复的情况，即不会由于新知识的加入否定了前面推出的结论，从而使推理又退回到前面的某一步。所以这种基于谓词的推理适合在知识完全的情况下进行。但在日常生活及社会实践中，很多情况下必须进行知识不完全条件下的非单调推理，谓词逻辑却对此表现出无能为力。

基于谓词逻辑的优点与缺陷，我们不但要重视它优点存在的客观性，又要重

¹³ 王永庆《人工智能原理与方法》，西安交通大学出版社 98 年第 113 页

视它克服局限、寻求发展的必要性，以便于谓词逻辑能够在人工智能领域展示更强的生命力。

4.3 逻辑在人工智能应用中的反思

我国著名的逻辑学者陈波教授先后在 2000 年 5 月 9 日和 2003 年 11 月 4 日的《光明日报》上发表了题为《人工智能：当代逻辑发展的动力》和《中国逻辑学的历史审视和前景展望》两篇文章，对中国逻辑学的发展进行了回顾、反省与前瞻。这在逻辑学界引起了极大的反响。本人在文章框架建立之后，也对中国逻辑学的发展，特别是逻辑学在人工智能中的应用进行了深刻的反思。

“计算机科学和人工智能研究将是 21 世纪早期逻辑学发展的主要动力源泉，并将由此决定 21 世纪逻辑学的另一幅面貌。”¹⁴ 人工智能的实现，首先要具备几个条件才能进行，一是把处理的问题符号化；二是给出处理这些符号的规则。因此，传统人工智能所解决的问题是一种逻辑思维的模拟，总是完全限于人的逻辑思维所能解决的范围之内。所以人工智能的研究必须以逻辑学，特别是现代逻辑的形式化系统为基础。目前计算机系统仍然是一种纯形式化系统，而且现阶段人工智能的推理功能已获突破。这是广大逻辑学者和计算机工作者联合协作的结晶。但是，人工智能的主要目标是实现机器对人的智能的模拟，“它的难点不在于人的左脑所进行的必然有效性的推理，而是最能体现人的形象思维智能特征的能动性，创造性的推理。”¹⁵ 这些特征的许多问题无法形式化，即使形式化也难以保持良好的结构，如人的直觉、联想等。目前，人工智能只能模拟智能活动中可以形式化的部分，而人的智能活动还包括没有形式化和不能形式化的形象思维部分，这正是人工智能的瓶颈所在。由于人工智能这一独特的学科性质，也为逻辑学的研究和发展提高更苛刻的要求和挑战，使得逻辑学研究的对象、方法和意义都必须取得新的突破

¹⁴ 陈波《人工智能：当代逻辑发展的动力》、《光明日报》，2000 年 5 月 9 日 B③。

¹⁵ 张振华《逻辑学在人工智能中的应用及其前景研究综述》、《哲学动态》，2004.9.29，29～32。

和发展。

首先，受计算机科学和人工智能研究驱动的逻辑学研究，在本学科内应该实现各个分支的共同发展和互补。逻辑学的各个分支具有不同的特点，可以处理不同的问题。例如许多非单调的、非协调的容错性的常识推理无法通过经典逻辑的手段而得到实现，而这些问题又是人的智能活动中经常出现的，我们却可以借助于非经典逻辑系统如模糊逻辑、非单调逻辑等进行解决。特别是结合各种语境因素进行自然语言理解和推理，使智能机器与人进行成功交流，我们可以引入语言逻辑。这些迫切的问题和要求，将吸引更多的人加入到逻辑学诸多分支的研究中，大大加速逻辑学自身的发展，使研究者的目光不再局限于旧的研究领域，而是更多地着眼于新研究领域的突破。

其次，人工智能的发展需要来自不同学科背景如计算机科学、人工智能、数学、认知科学、哲学、语言学、心理学等人士的跨学科合作。“在这众多的理论与技术领域中，人工智能科学所使用的逻辑课题是一主要课题，甚至在一定的意义上是一中心问题。”¹⁶ 这对中国逻辑学界各自为战的传统研究方式提出了挑战，它要求我们走出去或领进来，实现与其它各领域研究者的合作和对话；也要求我们必须扩充自己的知识范围，以宽容的态度接纳和理解不同思想、学科背景的思想和观点，共同促进人工智能科学的快速发展。

最后，“有需要，才有市场”，我们应该把握住人工智能的发展为逻辑学科发展提供的动力支持和机遇，及时实现逻辑学的认知转向。在当代高科技和社会的刺激下，逻辑学的研究不应再是一种纯理论活动，它同时具有了广阔的应用前景，并且越来越多地以软件产品的形式为社会提供服务。因此“逻辑学的认知转向展现了逻辑学最有生命力的发展方向。”¹⁷ 逻辑学研究与科技前沿相合，为逻辑学的

¹⁶ 王建芳《逻辑在人工智能科学中的应用与前景》、《哲学动态》，1994年增刊135~138。

¹⁷ 鞠实儿《逻辑学的认知转向》、《光明日报》，2003.11.4，B③。

发展注入了新的活动，开辟了新的方向。我们必须改变只要求系统完美，不管其应用价值的陈旧、狭隘的逻辑观，把握当前逻辑学发展的方向，使我国的逻辑学研究尽快赶上国际水平。

结 束 语

谓词逻辑是一种基于谓词分析的形式化语言及其推理，是人工智能科学赖以产生和发展的最古老、最直接也是最完备的理论基础。其表达知识和进行知识推理的方法在人工智能科学应用中有着不可替代的作用。但由于受其形式逻辑本身的影响，在表达和推理知识的能力上又存在一些局限性，给我们以后的进一步研究探讨提出了方向。

首先，一阶谓词在复杂的问题，如表达复杂的世界模型、动态地构造和操作有关模型面前，往往在知识表达与推理上遇到困难，我们就可以考虑采用高阶谓词的表达式来进行克服。其次，我们可以以模糊逻辑、限制逻辑、模态逻辑、直觉逻辑等非经典、逻辑系统为手段，研究出可以弥补谓词逻辑表达缺陷的逻辑模式，使逻辑能更客观、准确地反映客观世界和人的智能性活动。最后我们应该重视抽象与形象思维的结合问题，研究如何用形象思维得出逻辑规则产生新的语言，尽最大努力构造形式化系统，扩充解决问题的范围。

总之，一阶谓词逻辑进行知识表达和知识推理的方法，为计算机提供了一种自动演绎推理的技术，因而它在人工智能科学中占有重要的地位。但它能解决的问题毕竟是有限的，我们期待有更多的人参与到逻辑学的研究中，使整个逻辑学在人工智能领域发挥卓有成效的作用。

参考文献

- [1]林尧瑞, 马少平《人工智能导论》, 清华大学出版社, 89 年版。
- [2]石纯一, 王家廐《人工智能原理》, 清华大学出版社, 89 年版。
- [3]王永庆,《人工智能原理与方法》, 西安交通大学出版社, 01 年版。
- [4]李娜,《现代逻辑的方法》, 河南大学出版社, 97 年版。
- [5]宋文治,《符号逻辑基础》, 北京师范大学出版社, 93 年版。
- [6]鞠实儿等,《哲学、逻辑与智能计算机》, 中山大学出版社, 99 年版。
- [7]王雨田,《现代逻辑科学导引》, 中国人民大学出版社, 88 年版
- [8][英]玛格丽特·博登《人工智能哲学》, 上海译文出版社, 00 年版。
- [9]田盛丰,《人工智能原理与应用》, 北京理工大学出版社, 93 年版。
- [10]王元元,《计算机科学中的逻辑学》, 科学出版社, 89 年版。
- [11][美]N.J.尼尔逊,《人工智能原理》, 科学出版社, 83 年版。
- [12]张守刚, 刘海波,《人工智能的认识论问题》, 人民出版社, 84 年版。
- [13][美]P.H.温斯顿,《人工智能》, 科学出版社, 83 年版。
- [14]陆汝钤,《人工智能》, 科学出版社, 89 年版。
- [15]宋文坚,《新逻辑教程》, 北京大学出版社, 92 年版。
- [16]赵卯生,《对谓词逻辑在人工智能科学中应用的分析》,《山西高等学校社会科学学报》, 2001.12, 67~69。
- [17]陈波,《人工智能: 当代逻辑发展的动力》,《光明日报》, 2000.5.9B③。
- [18]陈波,《中国逻辑学的历史审视和前景展望》,《光明日报》2003.11.4B③。
- [19]鞠实儿,《逻辑学的认知转向》,《光明日报》2003.11.4B③。
- [20]马希文,《人工智能中的逻辑问题》,《哲学研究》, 1985.1.33~39。
- [21]王建芳,《逻辑在人工智能科学中的应用与前景》,《哲学动态》1994 增刊

135-138.

[22]王左立,《试论认知逻辑研究中的若干问题》,《南开学报》(哲学社会科学版), 2003.6, 109-115.

[23]刘晓力,《人工智能的逻辑极限》,《哲学动态》, 2001.增刊 22~25.

[24]张振华,《逻辑学在人工智能中的应用及其前景研究综述》,《哲学动态》 2001.9,29~32。

[25][西德]R.Turner,《关于智能逻辑》,《思维科学》 1988.2,38~40。

后 记

在河南大学研究生院逻辑学专业的三年学习中,各位导师对我的学习给予了谆谆的教导和大力的帮助。特别是在李娜老师的精心指导下,我完成了本篇毕业论文,因水平有限,不足之处,恳请各位专家、老师不吝赐教,作者表示衷心的感谢!

衷心地感谢马佩教授,李娜教授,郭桥副教授,楚明锬教授,李振江教授!

衷心地感谢所有关心、支持、帮助我的老师和同学们!

刘 素 姣

二〇〇四年五月