

不确定性下并网型光储微电网的容量规划

Capacity Planning of Grid-Connected PV-and-Storage Microgrid under Uncertainty

徐婉迪

2020 年 10 月 6 日

摘要 权衡光伏和储能的投资运维成本以及带来的经济效益的并网型光储微电网容量规划有利于新能源微电网在用户侧的推广. 存在不确定性是其中的一大难点. 本文基于一系列合理的假设以简化问题、突出本质, 首先用数学语言描述并网型光储微电网的各组成部分, 并提出“周期化成本”的概念, 以微电网周期化成本最小化为目标构建容量规划基本模型. 再适当改进处理带有不确定性优化问题的常用建模方法——随机优化和分布鲁棒优化, 从两阶段的思想出发分别重构基本模型, 目的是在历史数据有限的情况下合理地决策光伏和储能的容量. 进一步综合两种方法的优势, 针对研究问题提出一种两阶段分布鲁棒随机优化方法. 以工业园区自建自用并网型光储微电网为背景的算例分析表明分布鲁棒随机优化方法做出的决策相较于随机优化方法更加鲁棒, 相较于分布鲁棒优化方法更不偏保守, 更好地权衡了决策的鲁棒性与保守性. 并从数值上论证配置储能系统对降低微电网成本的作用.

关键词 并网型光储微电网; 容量规划; 不确定性下优化; 储能

Abstract The capacity planning of grid-connected PV-and-storage microgrid, which weighs the investment and operation costs of photovoltaic and energy storage and the economic benefits, is conducive to the promotion of new energy microgrid in the user side. One difficulty is the existence of uncertainty. This paper is based on a set of reasonable assumptions to simplify the problem and highlight the essence. First, the components of grid-

connected PV-and-storage microgrid are described in mathematical language, the concept of "periodic cost" is proposed, and the basic model of capacity planning is established with the goal of minimizing the periodic cost of microgrid. Then, the commonly used modeling methods for dealing with uncertain optimization problems—stochastic optimization and distributionally robust optimization, are improved appropriately and applied to reformulate the basic model from a two-stage perspective, with the purpose of determining the capacities of photovoltaic and energy storage rationally with limited historical data. Further combining the advantages of these two methods and aiming at the characteristics of the research problem, a two-stage distributionally robust stochastic optimization is proposed. Numerical experiments in the setting of a industrial park constructing a self-built and self-used grid-connected PV-and-storage microgrid, show that decisions made by distributionally robust stochastic optimization are more robust than those made by stochastic optimization, while compared with distributionally robust optimization, it is less conservative. Distributionally robust stochastic optimization balances robustness and conservatism of decision making better. Moreover, the effect of energy storage on reducing the cost of microgrid is demonstrated numerically.

Keywords grid-connected PV-and-storage microgrid; capacity planning; optimization under uncertainty; energy storage

1 引言

当前在我国,发电行业已在碳排放总量中占据了较大的比重,为了缓解碳排放所产生的不利影响,发展新能源发电已成为我国的必然选择,碳市场的上线更是加快了这一趋势.技术的进步使得新能源发电的度电成本与传统化石能源相比,已经相差不多甚至更有优势,但由于新能源发电的随机性与间歇性,目前“弃风弃光”问题严重,其发展面临的主要障碍在于消纳.新能源电力的发展与消纳的困难所形成的矛盾,决定了储能发展的必然性.我国近年来颁布的一系列政策为储能产业的发展提供了前提^[1, 2],但由于储能成本还处于较高水平,储能的用户侧的推广力度不足.值得注意的是,在发电侧和电网侧已经出现了“共享储能”的商业模式(比如2019年青海三家新能源企业开展的共享储能市场化交易),即多个新能源发电站自身不配置储能,共享使用分布式或集中式的储能资源,这使得新能源发电站在无需独自承担高额的储能配置与运维成本的同时,自身的储能需求能够得

到满足,也在一定程度上提高了原本未得到充分利用的储能资源的利用率.该模式能否以及如何用户在用户侧进行推广需要进一步的研究.另一方面,与集中式发电、大电网远距离传输对应的分布式发电受到越来越多的关注,国家也发布政策明确指出要推进能源供给侧结构性改革,推进能源互联网发展^[3, 4].能源互联网的一个核心就是实现分布式的能源供应,传统的电力用户在能源互联网中不再只是电力的消费者,也是电力的生产者,即产消者.为了顺应能源互联网的发展,使用分布式发电的效益,提高新能源的利用率,推广用户侧储能,“用户侧新能源微电网”应运而生.

并网型光储微电网作为用户侧新能源微电网的典型,其分布式电源为光伏发电,充分利用所在地太阳能资源发电;将微电网与外部电网并网运行,并引入电池储能系统来消纳多余的光伏发电并进行峰谷套利.其中微电网可以一定补贴输电上网的模式可视为一类能源共享的模式.然而,分布式电源或储能系统的装机容量过小可能无法保证微电网中所需的用电可靠性并产生明显的经济效益,而装机容量过大会给微电网带来更高的投资和运维成本,这就需要决策者对此做出权衡.因此,从激励用户侧发展微电网的目的出发,如何在微电网的前期设计阶段确定分布式电源及储能系统的最优装机容量至关重要.另一方面,用户侧新能源微电网的发展有利于“共享储能”模式在用户侧的推广,具体可分为多个微电网之间共享使用各自配置的储能系统的分布式模式、以及多个微电网共用一个储能系统的中心化模式.

目前关于微电网容量规划问题已有若干研究成果.这些文章基本都是以微电网的投资成本和期望运行成本最小化为目标,在不同的具体设定下,研究微电网的单个或多个组成部分的容量规划问题.比如Bahramirad等[5]对原有的火力发电和风力发电混合供电的并网型微电网进行扩展规划,研究了准备安装的储能系统的最优装机容量;Kahrobaee等[6]在智能家居的框架下,考虑负荷管理,分析了预备建设的并网型新能源微电网中风力发电和储能电池的容量规划问题;Atia和Yamada[7]则在居民住宅的场景下,考虑需求响应,研究了预备建设的并网型新能源微电网中风力涡轮机、太阳能光伏、电池储能系统和逆变器的最优容量.

事实上,微电网容量规划问题的难点在于存在不确定性,其中不确定性来源于多个方面,包括新能源发电的随机性与间歇性、用电负荷的波动性、电力价格的变动性、并网状态的不确定性等.包括上述文章在内的多数文献选择采用随机优化方法来处理这些不确定性,比如采用基于场景的随机规划方法对问题进行建模,具体就是考虑各种可能发生的场景及每种场景发生的概率来表示系统不确定性.为了使模型接近现实,需要考虑很多场景,而这会带来很大的计算负担.Wu等[8]采用了一种场景缩减技术来近似原系统,使模型尽可能符合现实又减少计算负担.此外,蒙特卡罗模拟或粒子群优化等算法也被用来求解随机优化模型.然而,采用随机优化方法

的一个显著困难是,它需要明确知道随机变量的概率分布,而这在微电网前期设计阶段、相关数据缺少情况下又是不易获得的,即使导出分布也可能存在偏差,进一步导致问题的次优解.

值得注意的是,在微电网前期设计阶段进行容量规划需要同时考虑其在日常运营阶段如何通过有效的调度手段,实现分布式电源、储能系统、外部电网和用电负荷的最优耦合.因此,本文要研究的微电网容量规划问题与机组组合问题有一定的相似性:这两个问题都是两阶段的.后者是在第一阶段先决策需要投入的火电机组数量,第二阶段再决策投入的机组如何调度;而前者是在第一阶段先决策需要配置的分布式电源与储能系统等微电网组成部分的装机容量,第二阶段再决策各部分如何调度.目前已有文献将管理科学与运筹学中处理带有不确定性优化问题的建模方法应用到一类机组组合问题中.比如Zhao和Zeng[9]考虑将需求响应和风力发电与火力发电相结合,采用鲁棒优化方法来处理风速的不确定性,通过建立一个两阶段的鲁棒机组组合模型来获得火力发电机组的日前发电计划.鲁棒优化不需要明确知道随机变量的概率分布,只需要根据不完美的历史数据构造一个不确定集,优化的是最不利场景下的目标函数,这增加了决策的鲁棒性.但由于多数情况下最不利场景发生的概率可能很小,鲁棒优化又会使得决策过于保守.针对如何平衡机组组合决策的鲁棒性和保守性,目前已有若干常见的方法:第一种,通过加权将鲁棒优化和随机优化结合起来,对新能源发电和火力发电机组组合问题进行建模^[10].该方法综合利用了鲁棒优化和随机优化两种方法的优点,即在保证系统鲁棒性的前提下,使决策不会过于保守.第二种,在鲁棒优化的基础上引入一个不确定性预算参数,来对原来的不确定集进行修正,以减轻决策的保守性^[11].第三种,采用分布鲁棒优化方法对问题进行建模^[12, 13].该方法用模糊集来代替鲁棒优化中的不确定集,其中模糊集包含了以可获得的统计度量(比如矩信息)来表示的一类分布,优化的是最不利分布下的目标函数,减轻了决策的保守性.

特别地,分布鲁棒优化只需要知道随机变量的部分信息,就可以对问题进行建模,得到一个鲁棒但不过于保守的决策,这完美契合微电网前期设计阶段信息不充分的情形.然而,目前在机组组合问题中采用的分布鲁棒优化方法多为比较早期的版本,而分布鲁棒优化作为一种不确定性下优化的新方法,由于其既克服了随机优化和鲁棒优化的缺点,又有其自身的优点,在能源等各领域有广阔的应用前景,近年来对它的理论研究较多.其中,针对模糊集的构造,一种典型的方法是指定随机变量的支撑信息及其广义矩的界限. Delage和Ye[14]、Goh和Sim[15]都在分布鲁棒优化的研究中采用此类模糊集的构造方法;在此基础上, Wieseemann等[16]提出了模糊集的一般形式,其中包含的分布可以由锥表示的期望约束和一系列嵌套的置信集来描述.另一种构造模糊集的方法是通过一些统计距离度量来描述随机变量的分布与参考分布的相近程度,常用的统计距

离度量包括 ϕ -散度和Wasserstein距离. 其中, 对于 ϕ -散度模糊集, Hu和Hong[17]由Kullback-Leibler散度定义概率分布的模糊集来研究分布鲁棒优化问题, 其他相关研究详见文献[18, 19]; 对于Wasserstein模糊集, 可以参见Gao和Kleywegt[20]及Esfahani和Kuhn[21]的研究. 上述两种模糊集的构造方法各有其优点, 基于广义矩的模糊集更适用于历史数据可得的情形, 这种情形可以在不增加相应问题规模的前提下为模糊集提供更好的输入估计; 基于统计距离的模糊集获得的解有相对更好的样本外表现, 因此适用于对样本外表现有更高要求的情形. 值得一提的是, Chen等[22]统一了上述两种模糊集的构造方法, 提出了一种分布鲁棒优化模糊集的通用表示形式. 此外, 针对求解方法, 最近, Bertsimas等[23]采用Wiesemann等提出的基于广义矩的模糊集的一般形式, 提出了一种增强线性决策规则, 用于推导两阶段分布鲁棒优化模型对应的可处理的鲁棒优化模型, 得到了较好的求解效果.

本文从中长期规划层面研究不确定性存在下并网型光储微电网前期设计中的容量规划问题以确定光伏和储能电池的最优装机容量. 文章的主要贡献可总结为如下两点:

- 1) 将机组组合问题的两阶段思想应用到微电网容量规划的模型重构过程中, 同时, 将权衡决策鲁棒性与保守性的处理带有不确定性优化问题的建模方法——分布鲁棒优化方法的最新研究成果应用到微电网容量规划问题的建模与求解中.
- 2) 综合随机优化方法和分布鲁棒优化方法, 针对本文研究的微电网容量规划问题, 提出了一种两阶段分布鲁棒随机优化方法, 算例分析表明其做出的决策相较于随机优化方法更加鲁棒, 相较于分布鲁棒优化方法更不偏保守, 更好地权衡了决策的鲁棒性与保守性.

本文的组织结构如下: 第二章具体描述研究问题, 并做出合理的假设以简化问题; 第三章根据问题背景及假设条件, 从微电网各组成部分出发构建其容量规划的基本模型; 由于问题带有的不确定性, 第四章适当改进不确定性下优化的常用方法——随机优化和分布鲁棒优化, 从两阶段的思想出发分别重构基本模型, 并综合两种方法的优势, 结合本研究问题的特性提出了一种两阶段分布鲁棒随机优化方法, 目的是在只有部分历史数据可得的情况下做出合理的决策; 第五章通过算例比较这三种处理不确定性的优化方法做出的决策在样本内及样本外的表现, 并从数值上论证配置储能系统对降低微电网成本的作用; 第六章总结本文的研究, 并针对存在的局限性提出可继续进行的研究工作. 本文的模型构建对丰富这一领域的研究成果具有理论意义, 获得的结论对推广用户侧新能源微电网具有应用意义.

2 问题描述与假设

本文研究的并网型光储微电网具有未来用户侧新能源微电网最常见的组成形式: 分布式电源只考虑光伏发电, 储能装置采用电池储能系统, 且微电网与外部电网并网运行, 并与之进行电力交换. 确切地, 本文将研究场景具体为某个工业园区自建自用一个光储微电网, 同时与外部的配售电公司签订电力交换合同, 合同规定微电网能够以一定价格从外部电网购电, 同时配售电公司对微电网输电上网给予一定补贴. 因此, 从推广微电网的角度出发, 在微电网前期设计阶段的优化目标是最小化相关成本.

相关成本指的是微电网整个生命期内发生的所有成本, 在这里具体包括初期购置并安装光伏和储能电池等设备的投资成本、运行期内对其的运维成本、储能电池运行一定年限后由于容量衰减所需的重置成本, 以及微电网与外部电网的电力交换成本. 其中, 电力交换成本指的是从外部电网购电的花费与向外部电网售电的收益之差. 然而, 由于光储微电网的生命期一般较长(在25年左右), 且对其进行容量规划需要同时考虑其在整个运行阶段的调度策略, 而对于调度, 注意到微电网内的电池储能系统具有类似于结转的特性, 即其中存储的电能/剩余的存储容量既可以用于满足当前的用电/电力存储需求来获得确定的收益, 也可以留存以在将来使用来获得不确定的回报, 决策者在日常运营中的每个决策时段都要在当下使用资源的收益和将资源保留到以后使用的价值之间做出权衡. 因此, 关于微电网的调度决策问题具有序贯特征, 从而将其整个生命期内的相关成本最小化作为优化目标会给容量问题带来巨大的求解规模.

不失一般性, 本文提出一种周期化成本的概念. 注意到本文研究的问题中存在的多种不确定性具有类似于周期性的特征, 具体就是决定光伏发电出力的微电网所在区域的太阳辐射强度、微电网内的用电负荷、外部电网的电力价格等变量的分布在整个微电网的生命期内近似周期往复. 比如对于大部分区域, 太阳辐射强度的周期为一年: 同一区域每年内的太阳辐射强度随季节变化, 年与年之间同一天的太阳辐射强度不一定完全相等, 但是其分布规律基本一致(当然这是在没有发生剧烈气候变化的前提下). 为了完全描述问题的不确定性特征, 同时又显著降低问题的求解规模, 这里取所有相关变量的周期的最小公倍数为本文计算成本的周期. 周期化成本就是将微电网整个生命期内发生的成本按此周期进行周期化, 即将投资成本、运维成本与重置成本周期化到每个周期初, 同时考虑周期内微电网与外部电网的电力交换成本, 并将其折现到周期初. 因此, 本容量规划问题的优化目标合理地设定为最小化微电网的周期化成本.

为了简化问题以突出问题的本质, 本文基于如下的假设条件:

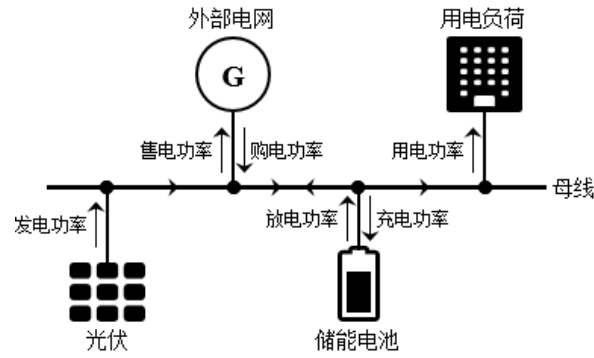


图 1: 本文研究的微电网系统结构图

- 1) 本问题不单独考虑逆变器除光伏和储能电池之外的其他辅助设备, 因此投资成本和运维成本只对光伏和储能电池而言(由于实际中光伏和储能电池本身就配套有逆变器或变流器, 这部分成本也可算做被包含在总的投资与运维成本中), 且不单独考虑储能电池的重置成本, 而是将其包含在运维成本中; 微电网与外部电网的电力交换成本假定为每周期末结算一次; 周期化成本所用到的贴现率假定在各周期之间保持不变.
- 2) 事实上, 光伏发电和储能电池充放电均为直流电, 与外部电网的电力交换和微电网内的用电负荷一般为交流电, 但由于本问题不单独考虑逆变器能量转换装置, 因此也不再区分交、直流电, 同时忽略交、直流电转换时的能量损失. 本文从功率的角度出发去研究问题, 简化后的微电网结构大致如图1所示, 其中的母线合并了交、直流母线.
- 3) 假设根据预测并制定用电计划, 微电网的用电负荷可视为确定的; 通过签订合同, 微电网与外部电网的电力交换价格已知; 微电网与外部电网的并网状态假定为一直处于并网(即外部电网或微电网不会在决策期内出现大型故障); 且假设这些因素在各周期之间保持不变. 因此, 本问题的不确定性只来自于光伏发电.
- 4) 工业园区一旦由于缺电导致停产会造成严重损失, 本问题中以概率1不允许发生缺电.
- 5) 微电网内的各类功率在各时段内视为一致, 即以平均功率来分别表示每个时段内的光伏发电功率、储能电池充放电功率、微电网与外部电网的电力交换功率等.
- 6) 假设外部电网自身配置有储能系统, 使得微电网可以在任意时刻输电上网.
- 7) 本问题中先不考虑微电网需求侧的需求响应; 不考虑配售电公司对微电网从外部电网购电量的”考核”; 忽略储能电池每次放电对电池容量的损耗(但电池运行一定年限后由于容量衰减所需的重置成本仍需包含在

运维成本中被考虑); 忽略微电网内或微电网与外部电网间进行电力传输时在线路上的功率损耗.

综上, 本文旨在研究如何决策并网型光储微电网的关键组成部分——光伏和储能电池的最优配置水平, 使其周期化成本达到最小.

基本符号说明 在本文中, 使用 $[N]$ 来表示集合 $\{1, \dots, N\}$, $N \in \mathbb{N}_+$. 使用粗体字母, 比如 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ 和 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 来分别表示向量和矩阵; 记 x_i 或 $(\mathbf{x})_i$ 为向量 \mathbf{x} 的第 i 个元素. 对于一些特殊的向量, 比如 $\mathbf{0}$ 表示元素全为0的列向量, $\mathbf{1}$ 表示元素全为1的列向量. 记 $\mathcal{R}^{N,M}$ 为所有在紧集上有界的从 \mathbb{R}^N 到 \mathbb{R}^M 的可测函数的空间. 使用 $\mathcal{P}_0(\mathbb{R}^I)$ 来表示 \mathbb{R}^I 上的所有概率分布的集合. 随机变量是通过一个“ \sim ”符号来表示的, 比如 $\tilde{\mathbf{z}}$, 并通过 $\tilde{\mathbf{z}} \sim \mathbb{P}$, $\mathbb{P} \in \mathcal{P}_0(\mathbb{R}^I)$ 将 $\tilde{\mathbf{z}}$ 定义为一个服从概率分布 \mathbb{P} 的 I 维随机向量. 记 $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\cdot]$ 为在概率分布 \mathbb{P} 上的期望. 对集合 $\mathcal{W} \subseteq \mathbb{R}^I$, $\mathbb{P}[\tilde{\mathbf{z}} \in \mathcal{W}]$ 表示在分布 \mathbb{P} 上 $\tilde{\mathbf{z}}$ 位于 \mathcal{W} 中的概率.

3 基本模型构建

首先介绍模型涉及的基本系统参数:

$$\begin{aligned} t/[T] &= \text{周期内时段的索引/集合, } t \in [T]; \\ \Delta &= \text{一个时段代表的小时数(单位: 小时).} \end{aligned}$$

其次是模型针对的随机变量:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t &= \text{周期内第}t\text{个时段单位装机容量光伏的理论发电功率(单位: kW), } t \in [T]; \\ \tilde{\mathbf{p}} &= \text{由随机变量}\tilde{p}_t, \forall t \in [T]\text{组成的随机向量, 即}\tilde{\mathbf{p}} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_T)' \in \mathbb{R}^T. \end{aligned}$$

最后列出模型涉及的决策变量:

$$\begin{aligned} p^{\text{PV}} &= \text{微电网内光伏的装机容量(单位: kW);} \\ p_t^{\text{PV}} &= \text{周期内第}t\text{个时段总装机容量光伏的实际发电功率(单位: kW), } t \in [T]; \\ p_t^{\text{B}+} &= \text{周期内第}t\text{个时段储能电池的充电功率(单位: kW), } t \in [T]; \\ p_t^{\text{B}-} &= \text{周期内第}t\text{个时段储能电池的放电功率(单位: kW), } t \in [T]; \\ p_t^{\text{G}+} &= \text{周期内第}t\text{个时段微电网向外部电网售电的功率(单位: kW), } t \in [T]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_t^{G-} &= \text{周期内第}t\text{个时段微电网从外部电网购电的功率(单位: kW), } t \in [T]; \\
e^B &= \text{微电网内储能电池的容量(单位: kWh);} \\
e_t^B &= \text{周期内第}t\text{个时段末储能电池内的剩余能量(单位: kWh), } t \in \{0\} \cup [T].
\end{aligned}$$

根据第2章对问题的具体描述及提出的假设条件, 下面从五个部分来构建并网型光储微电网容量规划问题的基本模型.

3.1 储能电池

由于微电网可获得的储能电池有最小容量规格的限制, 且出于占地面积和财政预算的考虑, 微电网内配置储能电池的容量受到上下限的约束:

$$\chi_{\min}^B \leq e^B \leq \chi_{\max}^B. \quad (1)$$

其中, χ_{\max}^B 和 χ_{\min}^B 分别表示微电网内储能电池容量的上限和下限(单位: kWh).

如下这组约束的目的是保证储能电池在充放电时满足功率和能量两个量度的要求.

首先, 储能电池的充放电功率在任何时刻都不能超过其额定功率:

$$0 \leq p_t^{B+} \leq \rho^B e^B, \quad 0 \leq p_t^{B-} \leq \rho^B e^B, \quad \forall t \in [T]. \quad (2)$$

其中, ρ^B 表示储能电池单位容量的充、放电功率的上限(单位: kW/kWh), $\rho^B e^B$ 则为储能电池的额定功率, 即储能电池的额定功率在这里由储能电池的容量决定.

其次, 储能电池内的剩余能量在相邻两个时段末的动态变化可表示为:

$$e_t^B = e_{t-1}^B + \left(\eta^B p_t^{B+} - \frac{p_t^{B-}}{\eta^E} \right) \Delta, \quad \forall t \in [T]. \quad (3)$$

其中, η^B 和 η^E 分别表示储能电池充电和放电的能量转换效率. 注意到 $0 < \eta^E \eta^B < 1$, $\eta^E \eta^B$ 即为储能电池的能量转换效率. 且

$$e_0^B = \beta_{\min}^{\text{SoC}} e^B. \quad (4)$$

其中, $\beta_{\min}^{\text{SoC}}$ 为储能电池的荷电状态的下限. (4)式要求储能电池在周期的初始时段 $t = 0$ 处于最小荷电量.

此外, 由于深度充放电会严重削减储能电池的寿命, 其内部剩余电能在任何时刻都需要处于一定的荷电量范围之内:

$$\beta_{\min}^{\text{SoC}} e^{\text{B}} \leq e_t^{\text{B}} \leq \beta_{\max}^{\text{SoC}} e^{\text{B}}, \quad \forall t \in [T]. \quad (5)$$

其中, $\beta_{\max}^{\text{SoC}}$ 为储能电池的荷电状态的上限.

注意到(4)和(5)式共同要求决策期末储能电池内剩余的能量不低于决策期初储存能量, 从而确保所有的能量消耗被考虑进来.

3.2 微电网与外部电网的电力交换

本问题中的微电网是以并网的模式运行的. 微电网与外部电网签订合同, 以约定的卖价 C_t^+ 输电上网, 并以约定的买价 C_t^- 从外部电网购电. 具体地, C_t^+ 和 C_t^- 分别为周期内第 t 个时段微电网向外部电网售电的单位卖价和从外部电网购电的单位买价(单位: 元/kWh), $t \in [T]$.

由于微电网与外部电网之间进行电力交换受到变电站容量、输电线容量以及合同规定的限制, 其功率受到如下约束:

$$0 \leq p_t^{\text{G}+} \leq \rho^{\text{G}}, \quad 0 \leq p_t^{\text{G}-} \leq \rho^{\text{G}}, \quad \forall t \in [T]. \quad (6)$$

其中, ρ^{G} 为微电网与外部电网进行电力交换的功率的上限(单位: kW).

同时注意到, 一旦某一时刻的卖价高于买价, 即 $\exists t \in [T], C_t^+ > C_t^-$, 此时由于理论上存在额外的利润, 微电网从外部电网购电及向外部电网售电这两种情况会同时发生. 更确切地, 微电网在这一时段会从外部电网购电并同时将这部分电力直接上网以赚取差额, 而这在现实中是不允许发生的. 这里引入0-1变量 u_t 来防止此类情况的发生:

$$0 \leq p_t^{\text{G}+} \leq \rho^{\text{G}} u_t, \quad 0 \leq p_t^{\text{G}-} \leq \rho^{\text{G}} (1 - u_t), \quad \forall t \in \{t \in [T] : C_t^+ > C_t^-\}.$$

如果同时买卖电力不会产生额外的利润, u_t 就不再需要了, 此时这个问题就从混合整数线性规划被减弱为更易求解的线性规划问题. 因此, 既是为了问题求解的方便, 又考虑到现实中的电力定价, 本文合理地假设在任何时刻卖价都不会高于买价, 也就是说, $C_t^+ \leq C_t^-, \forall t \in [T]$.

3.3 功率平衡

在本问题研究的微电网系统中, 只考虑光伏作为唯一的分布式发电机组; 储能电池在放电时可视为一个发

电机组, 在充电时可视为一个用电负荷; 微电网与外部电网可以进行电力交换; 同时微电网内部的生产生活存在用电需求; 基于以概率1不允许发生缺电的假设条件, 功率平衡方程要求在任何时刻 t , 微电网内的供电总功率等于用电总功率:

$$p_t^{\text{PV}} + p_t^{\text{B}^-} + p_t^{\text{G}^-} = L_t + p_t^{\text{B}^+} + p_t^{\text{G}^+}, \quad \forall t \in [T]. \quad (7)$$

其中, L_t 为周期内第 t 个时段微电网内用电负荷的总功率(单位: kW), $t \in [T]$.

3.4 光伏发电

出于与储能电池一样的考虑, 由于微电网可获得的光伏有最小规格的限制, 以及占地面积和财政预算的制约, 微电网内配置光伏的装机容量同样受到上下限的约束:

$$\chi_{\min}^{\text{PV}} \leq p^{\text{PV}} \leq \chi_{\max}^{\text{PV}}. \quad (8)$$

其中, χ_{\max}^{PV} 和 χ_{\min}^{PV} 分别表示微电网内光伏装机容量的上限和下限(单位: kW).

考虑到太阳辐射的高度不确定性, 尤其是在微电网内光伏高渗透率的情况下, 某些时刻(比如太阳辐射极强的晴朗夏天的正午)的光伏发电量可能高于微电网的消纳能力. 因此, 在这种情况下需要关停部分光伏, 即人们常说的“弃光”, 使光伏在该时刻的实际发电功率低于其理论可用发电功率, 最终使光伏发电得到消纳、系统达到功率平衡. 这种在特殊情况下限制光伏发电能力的做法可由以下约束来实现:

$$0 \leq p_t^{\text{PV}} \leq p^{\text{PV}} \tilde{p}_t, \quad \forall t \in [T]. \quad (9)$$

同时注意到, “弃光”是阻碍光伏发电普及的一大拦路石, 引入储能的目的之一就是降低弃光率. 为了防止微电网内的高弃光率, 使之充分利用所在地太阳能资源发电, 需要保证周期内实际光伏发电总量不小于理论可用光伏发电量的一定比率:

$$\sum_{t \in [T]} p_t^{\text{PV}} \Delta \geq (1 - \epsilon) p^{\text{PV}} \sum_{t \in [T]} \tilde{p}_t \Delta. \quad (10)$$

其中, ϵ 为微电网内弃光率的上限. 这里的弃光率是指周期内微电网的理论光伏发电总量与实际光伏发电总量之差占理论光伏发电总量之比.

根据电学知识, 单位装机容量的光伏将太阳辐射转换为电功率的发电公式如下:

$$\tilde{p}_t = \begin{cases} \frac{\tilde{g}_t^2}{g_0 r_c}, & 0 \leq \tilde{g}_t < r_c; \\ \frac{\tilde{g}_t}{g_0}, & \tilde{g}_t \geq r_c; \end{cases} \quad \forall t \in [T]. \quad (11)$$

其中, g_0 为标准环境下的太阳辐射(单位: W/m^2); r_c 为太阳辐射的临界点(单位: W/m^2); \tilde{g}_t 为周期内第 t 个时段的太阳辐射(单位: W/m^2), $t \in [T]$; 将随机变量 \tilde{g}_t , $\forall t \in [T]$ 组成随机向量 $\tilde{\mathbf{g}}$, 即 $\tilde{\mathbf{g}} = (\tilde{g}_1, \tilde{g}_2, \dots, \tilde{g}_T)' \in \mathbb{R}^T$.

3.5 微电网的周期化成本

根据第2章提出的周期化成本的概念及假设条件, 微电网的周期化成本可以如下表示:

$$C(p^{\text{PV}}, e^{\text{B}}, \tilde{\mathbf{p}}) = (I^{\text{PV}} + O^{\text{PV}}) p^{\text{PV}} + (I^{\text{B}} + O^{\text{B}}) e^{\text{B}} + F_c(\mathbf{p}^{\text{G}^-}, \mathbf{p}^{\text{G}^+}, \tilde{\mathbf{p}}), \quad (12)$$

其中, I^{PV} 和 O^{PV} 分别为光伏的单位装机容量周期化投资成本和运维成本(单位: 元/kW); I^{B} 和 O^{B} 分别为储能电池的单位容量周期化投资成本和运维成本(单位: 元/kWh). 因此, $(I^{\text{PV}} + O^{\text{PV}}) p^{\text{PV}}$ 和 $(I^{\text{B}} + O^{\text{B}}) e^{\text{B}}$ 分别表示光伏和储能电池的周期化投资成本与运维成本之和. \mathbf{p}^{G^-} 和 \mathbf{p}^{G^+} 分别为 $p_t^{\text{G}^-}$ 和 $p_t^{\text{G}^+}$, $\forall t \in [T]$ 组成的向量, 即 $\mathbf{p}^{\text{G}^-} = (p_1^{\text{G}^-}, p_2^{\text{G}^-}, \dots, p_T^{\text{G}^-})'$, $\mathbf{p}^{\text{G}^+} = (p_1^{\text{G}^+}, p_2^{\text{G}^+}, \dots, p_T^{\text{G}^+})'$. $F_c(\mathbf{p}^{\text{G}^-}, \mathbf{p}^{\text{G}^+}, \tilde{\mathbf{p}})$ 则表示微电网与外部电网的周期内电力交换总成本折现到周期初的值, 即周期化的电力交换成本, 具体可表示为

$$F_c(\mathbf{p}^{\text{G}^-}, \mathbf{p}^{\text{G}^+}, \tilde{\mathbf{p}}) = \gamma \sum_{t \in [T]} (C_t^- p_t^{\text{G}^-} - C_t^+ p_t^{\text{G}^+}) \Delta. \quad (13)$$

其中, γ 为周期贴现率, $\gamma \in [0, 1)$.

4 模型重构

现在从两阶段问题的角度来考虑第3章的基本模型: 光伏装机容量与储能电池容量这类微电网容量规划的决策是在第一阶段做出的, 此时不确定性存在; 根据第一阶段的决策, 微电网正式建成之后, 在不确定性的所有可能实现下, 其日常运营中对多种来源电能的调度决策是在第二阶段做出的.

下面为了记号的简单, 将第一阶段的决策变量, 光伏的装机容量 p^{PV} 和储能电池的容量 e^{B} , 合并成一个向量 \mathbf{x} , 且 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N_1}$, 这里 $N_1 = 2$. 其中, 每个 x_i , $i = 1, 2$ 分别表示 p^{PV} 和 e^{B} . 将第二阶段的决策变量, 各时段光伏

的实际发电功率 p_t^{PV} 、微电网向外部电网售电的功率 p_t^{G+} 和从外部电网购电的功率 p_t^{G-} 、储能电池的充电功率 p_t^{B+} 和放电功率 p_t^{B-} 、各时段末储能电池内的剩余能量 e_t^B , 表示成一个向量 \mathbf{y} , 且 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N_2}$, 这里 $N_2 = 6T$.

基于假设条件, 所提出的基本模型只针对太阳辐射 $\tilde{\mathbf{g}}$ (或者直接就是单位装机容量光伏的理论发电功率 $\tilde{\mathbf{p}}$, 两者通过(11)式关联)这一种不确定性, 统一记表示这种不确定性的随机向量为 $\tilde{\mathbf{z}}$, 且 $\tilde{\mathbf{z}} \in \mathbb{R}^{I_1}$, 这里 $I_1 = T$.

如引言所述, 随机优化和分布鲁棒优化是解决带有不确定性的决策问题的常用方法, 适用于在信息不充分的情况下做出合理的决策, 下面将分别改进这两种方法使之适用于本研究问题, 从而对模型进行重构.

4.1 两阶段随机优化方法

在微电网的前期设计阶段, 如果能够掌握所在区域太阳辐射的部分历史数据, 就可以根据(11)式将其转换为单位装机容量光伏的理论发电功率, 然后通过对这些光伏发电理论数据的统计分析, 近似地获得在该区域安装光伏的单位装机容量理论发电功率的分布信息, 那么就可以采用随机优化方法对这个两阶段问题进行重构.

4.1.1 场景生成

借鉴前人文献中对风力发电的处理思想^[24], 这里将周期内 T 个时段对应的 D 天分为 N 种场景(记为场景生成方法一). 这 N 种场景可以通过如K-means等聚类方法根据每天 $\frac{24}{\Delta}$ 个时段的光伏发电理论值将 D 天分为 N 类得到. 其中, d 和 n 分别记为日期和场景的索引, $d \in [D]$, $n \in [N]$. 事实上, 对于一个较长的周期, 比如1年, 更合适的做法是首先将周期内 T 个时段的太阳辐射分布类型分为 S 类(记 s 为太阳辐射分布类型的索引, $s \in [S]$). 其中, 太阳辐射分布类型是按照固定的顺序 $1, 2, \dots, S$ 出现的. 例如, 对于周期为1年的情况, 令 $S = 4$, 其中 $1, 2, 3, 4$ 分别代表春、夏、秋、冬, 即这4种太阳辐射分布类型是按照固定的时间顺序出现的. 然后, 再通过如K-means等聚类方法根据每天各时段的光伏发电理论值分别将每种太阳辐射分布类型 s 下的时段对应的 D_s 天分为 N_s 种场景(记为场景生成方法二). 然而, 在场景生成方法一中根据周期的长短调整场景种类数 N 也可以较好地近似真实系统, 比如对于一个较长的周期, 增加场景的种类数 N 使之包含周期内所有的太阳辐射分布类型. 由于方法一比方法二操作简单, 且直接根据数据将一个周期分为 N 种场景相较于根据经验先将一个周期分为 S 中太阳辐射分布类型更显客观真实, 因此, 这里选择采用场景生成方法一.

在对场景进行分类之后, 这里假设周期内每天所处的场景可视为离散时间马尔可夫链, 其状态空间定义为 $[N]$, 状态 i 到 j 的一步转移概率为 P_{ij} , $i, j \in [N]$. 值得注意的是, 这里为了简单起见, 假设当天所处的场景只与

前一天的场景有关, 而与之前所处的场景无关, 然而经验表明, 当天的光伏发电情况很可能与之前几天的情况都有关, 这时需要重新定义状态来构造一条新的马尔可夫链, 比如当天的光伏发电情况与之前两天有关, 此时马尔可夫链的状态空间就是二维的.

取条件于当天所处的场景 n , 不失一般性, 假设当天各时段的单位装机容量光伏理论发电功率服从同一确定的分布. 例如, 先将一天内各时段分为光照时段与非光照时段, 其中非光照时段的单位装机容量光伏理论发电功率固定为0, 光照时段的单位装机容量光伏理论发电功率服从截尾的多元正态分布(Truncated Multivariate Normal Distribution), 即

$$\tilde{\mathbf{p}}^n | (\mathbf{p}_{\min}^n \leq \tilde{\mathbf{p}}^n \leq \mathbf{p}_{\max}^n) \sim TMVN(\boldsymbol{\mu}^n, \boldsymbol{\Sigma}^n), \forall n \in [N].$$

其中 $\tilde{\mathbf{p}}^n$ 表示处于场景 n 的当天光照时段的单位装机容量光伏理论发电功率的随机向量, $\boldsymbol{\mu}^n$ 是 $\tilde{\mathbf{p}}^n$ 的期望值构成的向量, $\boldsymbol{\Sigma}^n$ 则是对应的协方差矩阵. 注意到这个框架也适用于除多元正态分布之外的其他分布, 如多元对数正态分布等.

4.1.2 两阶段随机优化模型建立

如前所述, 本容量规划问题的优化目标是 최소화微电网的周期化成本. 在随机优化理论的框架下, 即为在确定的单位装机容量光伏理论发电功率的分布下 최소화微电网的期望周期化成本. 因此, 该随机优化模型的目标函数可如下给出:

$$\min \mathbb{E}_{\mathbb{P}} \{C(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})\}. \quad (14)$$

其中, $C(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})$ 即为(12)式, 且 $\tilde{\mathbf{z}} \sim \mathbb{P}$, $\mathbb{P} \in \mathcal{P}_0(\mathbb{R}^{I_1})$.

将问题改写成两阶段随机优化模型, 并以矩阵形式表示:

$$\min \{\mathbf{c}'\mathbf{x} + \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[Q(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})]\} \quad (15)$$

$$\text{s.t. } \chi_{\min} \leq \mathbf{x} \leq \chi_{\max}. \quad (16)$$

其中,

$$Q(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \min \mathbf{d}'\mathbf{y} \quad (17)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}(\mathbf{z})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y} \geq \mathbf{b}(\mathbf{z}). \quad (18)$$

(15)式为第一阶段的目标函数, 其中 $\mathbf{c}'\mathbf{x}$ 表示微电网确定的第一阶段周期化成本, 这里即为光伏和储能电池的周期化投资成本与运维成本之和, $(I^{\text{PV}} + O^{\text{PV}})x_1 + (I^{\text{B}} + O^{\text{B}})x_2$; $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}[Q(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})]$ 表示微电网的期望第二阶段周期化成本, 这里即为周期化的电力交换成本(13)式在确定的单位装机容量光伏理论发电功率分布 \mathbb{P} 下的期望. 第一阶段的约束条件(16)即为基本模型中的(1)式和(8)式, 其中 $\chi_{\min} = (\chi_{\min}^{\text{PV}}, \chi_{\min}^{\text{B}})'$, $\chi_{\max} = (\chi_{\max}^{\text{PV}}, \chi_{\max}^{\text{B}})'$. 注意到这里的第一阶段决策变量 \mathbf{x} 的可行集是一个连续的集合, 但事实上, 由于市场上商用的光伏和储能电池的容量受各类标准的限制, 故其搜索空间都应该是整型而非连续的. 为了后续模型求解的方便, 本文合理地假设光伏和储能电池的最优容量可通过组合市场上存在的不同容量的设备来近似满足. 因此, 在可接受的误差范围内, \mathbf{x} 被视为连续变量.

(17)-(18)式表示第二阶段的优化问题, 它是在给定第一阶段决策 \mathbf{x} 和随机光伏发电 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的一种实现 \mathbf{z} 下去计算 $Q(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ 的值. 其中, $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{N_2}$ 为常向量, 对应于随机优化理论中的固定补偿(fixed recourse); $\mathbf{d}'\mathbf{y}$ 即为 $F_c(\mathbf{p}^{\text{G}^-}, \mathbf{p}^{\text{G}^+}, \mathbf{z})$; $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{I_1, M \times N_1}$ 和 $\mathbf{b} \in \mathcal{R}^{I_1, M}$ 是将向量 $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{I_1}$ 映射到该线性优化问题的输入参数的函数; 矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{M \times N_2}$ 在随机优化理论中也被称为补偿矩阵(recourse matrix); M 为第二阶段所有约束条件的数量; 也就是说, (18)式表示了3.1、3.2、3.3和3.4节中的等式及不等式约束(2)-(7)及(9)-(10)式.

4.1.3 模型的样本平均近似求解

基于对随机光伏发电的场景生成, 以及两阶段随机优化模型的形式, 仿真优化方法适用于求解该模型. 具体地, 本文采用样本平均近似(Sample Average Approximation, 以下简称SAA)这一仿真优化中的常用算法^[25].

采用SAA算法求解该模型的本质就是通过蒙特卡罗模拟生成 K 个周期的各时段单位装机容量光伏的理论发电功率数据, 且每个周期都具有相同的概率 $\frac{1}{K}$. 此时, 第二阶段的目标函数可改写为

$$\min \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Q(\mathbf{x}, \mathbf{z}^k) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{d}'\mathbf{y}(k) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K F_c(\mathbf{p}^{\text{G}^-}(k), \mathbf{p}^{\text{G}^+}(k), \mathbf{z}^k).$$

其中, \mathbf{z}^k 为随机向量 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的第 k 种实现, $k \in [K]$; $\mathbf{y}(k)$ 为在 \mathbf{z}^k 下的第二阶段决策变量.

由(18)式表示的约束条件也分别改写成 K 个周期的形式:

$$\mathbf{A}(\mathbf{z}^k) \mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y}(k) \geq \mathbf{b}(\mathbf{z}^k), \quad \forall k \in [K]. \quad (19)$$

因此, 最终的SAA模型可以表示为

$$\begin{aligned} \min \hat{f}_K(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}'\mathbf{x} + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Q(\mathbf{x}, \mathbf{z}^k) \\ \text{s.t. } & (16), (19). \end{aligned} \quad (20)$$

其中, $\hat{f}_K(\mathbf{x})$ 即为原目标函数 $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\{C(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})\}$ 的样本平均近似值.

4.2 两阶段分布鲁棒优化方法

不同于随机优化方法将近似获得的分布信息视为微电网所在区域安装光伏的单位装机容量理论发电功率的真实信息, 分布鲁棒优化方法认为, 由于有限的历史数据以及由有限的历史数据预测得到的结果的可靠性, 加上对多元随机变量描述的难度, 实际操作中难以获得微电网所在区域安装光伏的单位装机容量理论发电功率的精确分布. 同时也是为了避免对由部分历史数据得到的经验分布的过拟合, 分布鲁棒优化方法使用一个包含单位装机容量光伏理论发电功率的所有可能分布族的模糊集 \mathcal{F} 来定义微电网所在区域的光伏发电信息, 并在最不利的光伏发电分布下最小化微电网的期望周期化成本, 保证决策的鲁棒性.

接下来沿用第4.1.1小节中的记号, 即周期内 T 个时段对应 D 天, 每天有 $\frac{24}{\Delta}$ 个时段($T = \frac{24}{\Delta}D$), 且 d 和 t 分别为日期和时段的索引, $d \in [D]$, $t \in [\frac{24}{\Delta}]$.

4.2.1 模糊集构建

如引言中所述, 模糊集具有多种构造形式, 由于掌握有部分历史数据这一前提, 同时出于后续模型求解的考虑, 这里采用一种最为典型的构造方法, 即指定随机变量的支撑信息及其广义矩的界限. 本文中模糊集 \mathcal{F} 的具体

构造如下:

$$\mathcal{F} = \left\{ \mathbb{P} \in \mathcal{P}_0(\mathbb{R}^{I_1}) \left| \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{z}} \sim \mathbb{P} \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\tilde{\mathbf{z}}] = \boldsymbol{\mu} \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[(\tilde{z}_i - \mu_i)^2] \leq \sigma_i^2, \forall i \in [I_1] \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}} \left[\left(\sum_{i=(d-1)\frac{24}{\Delta}+1}^{d\frac{24}{\Delta}} (\tilde{z}_i - \mu_i) \right)^2 \right] \leq \lambda_d^2, \forall d \in [D] \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[(\mathbf{1}'(\tilde{\mathbf{z}} - \boldsymbol{\mu}))^2] \leq \mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{1} \\ \mathbb{P}[\tilde{\mathbf{z}} \in \mathcal{W}] = 1 \end{array} \right. \right\}. \quad (21)$$

其中, 模糊集 \mathcal{F} 的第二行的等式表示单位装机容量光伏理论发电功率 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的期望值为 $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^{I_1}$; 第三行的不等式将周期内每个时段的单位装机容量光伏理论发电功率 \tilde{z}_i , $i \in [I_1]$ 的方差限制在一定范围. 如果模糊集只包含 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的这些边际矩信息, 虽然在计算模型最优解时相对容易, 但可能会使解过于保守; 然而, 如果在模糊集中引入 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的交叉矩信息, 可以降低解的保守性, 但是模型求解会变得难以处理^[26]. 这里采用一种折衷的方法, 即引入第四行和第五行的偏交叉矩信息, 它们分别对每天各时段间和整个周期内各时段间的单位装机容量光伏理论发电功率的偏交叉矩做出了限制. 为了后续表示的方便, 将 \mathcal{F} 的第三、四、五行写成通式 $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}[g_j(\tilde{\mathbf{z}})] \leq \zeta_j$, $\forall j \in [I_2]$, 且 $I_2 = I_1 + D + 1 = T + D + 1$. 这里 $g_j \in \mathcal{R}^{I_1, 1}$, $j \in [I_2]$ 由 $(\tilde{z}_i - \mu_i)^2$, $i \in [I_1]$; $\left(\sum_{i=(d-1)\frac{24}{\Delta}+1}^{d\frac{24}{\Delta}} (\tilde{z}_i - \mu_i) \right)^2$, $d \in [D]$; 以及 $(\mathbf{1}'(\tilde{\mathbf{z}} - \boldsymbol{\mu}))^2$ 组成. ζ_j , $j \in [I_2]$ 则由 σ_i^2 , $i \in [I_1]$; λ_d^2 , $d \in [D]$; 以及 $\mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{1}$ 组成. 其中 $\mathbf{1} \in \mathbb{R}^{I_1}$, $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_1}$ 为周期内各时段的单位装机容量光伏理论发电功率的协方差矩阵. \mathcal{F} 的最后一行表示 $\tilde{\mathbf{z}}$ 被约束在一个支撑集 \mathcal{W} 内, \mathcal{W} 要求 $\tilde{\mathbf{z}}$ 介于一定范围内:

$$\mathcal{W} = \{ \mathbf{z} \in \mathbb{R}^{I_1} \mid z_i \leq \bar{z}_i \leq \bar{z}_i, \forall i \in [I_1] \}. \quad (22)$$

从(21)可以看出模糊集 \mathcal{F} 通过期望、方差和偏交叉矩这些基本统计度量来描述随机的单位装机容量光伏理论发电功率, 而这些参数比精确的概率分布更容易获得. 同时, 由于模糊集可以基于各种模糊的分布信息进行构造, 它允许决策者根据历史数据的可用性及他们对决策鲁棒性的偏好来具体构造模糊集: 在可获得充分历史数据的情况下, 可以在模糊集中加入更多的分布信息来更好地表示真实的概率分布, 以做出更不保守的决策; 而在只能获得有限历史数据的情况下, 需要减少模糊集中的统计度量信息, 以使决策相对不完美的分布信息而言更加鲁棒.

4.2.2 两阶段分布鲁棒优化模型建立

不同于4.1小节中的随机优化模型在确定的单位装机容量光伏理论发电功率的分布下最小化微电网的期望周期化成本, 在分布鲁棒优化的理论框架下, 为了决策的鲁棒性同时又不过于保守, 目标函数设为在最不利的光伏发电分布下最小化微电网的期望周期化成本:

$$\min \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{F}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} \{C(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})\}. \quad (23)$$

其中, “最不利的光伏发电分布”是指模糊集 \mathcal{F} 中使微电网的期望周期化成本 $\mathbb{E}_{\mathbb{P}} \{C(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})\}$ 最大的单位装机容量光伏理论发电功率的分布 \mathbb{P} , 且 $\tilde{\mathbf{z}} \sim \mathbb{P}$. 这里 \mathcal{F} 取(21)式的构造形式, $C(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})$ 仍为(12)式.

同样将问题改写成两阶段形式, 并以矩阵形式表示. 其中, 分布鲁棒优化的第一阶段模型如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & \left\{ \mathbf{c}'\mathbf{x} + \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{F}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} [Q(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})] \right\} \\ \text{s.t.} \quad & (16). \end{aligned} \quad (24)$$

这里(24)式为第一阶段的目标函数, 其中 $\mathbf{c}'\mathbf{x}$ 与随机优化模型表示的内容一致, $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{F}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} [Q(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})]$ 则表示在最不利的光伏发电分布 \mathbb{P} , $\mathbb{P} \in \mathcal{F}$ 下微电网的期望第二阶段周期化成本, 这里的第二阶段周期化成本 $Q(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})$ 与随机优化模型一致. 为了后续表示的方便, 记

$$\beta(\mathbf{x}) = \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{F}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} [Q(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{z}})].$$

注意到第一阶段的约束条件与随机优化模型保持一致.

分布鲁棒优化的第二阶段模型即为随机优化的第二阶段模型(17)-(18)式, 其表示的内容也与随机优化模型保持一致. 不同之处在于, 由于(18)式中的 $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{I_1, M \times N_1}$ 和 $\mathbf{b} \in \mathcal{R}^{I_1, M}$ 指的是将向量 $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{I_1}$ 映射到该线性优化问题的输入参数的函数, 在分布鲁棒优化的理论框架下, 一般地, 假设 $\mathbf{A}(\mathbf{z})$ 和 $\mathbf{b}(\mathbf{z})$ 仿射相关于 $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{I_1}$, 并以线性仿射形式表示:

$$\mathbf{A}(\mathbf{z}) = \mathbf{A}^0 + \sum_{i \in [I_1]} \mathbf{A}^i z_i, \quad (25)$$

$$\mathbf{b}(\mathbf{z}) = \mathbf{b}^0 + \sum_{i \in [I_1]} \mathbf{b}^i z_i, \quad (26)$$

其中, $\mathbf{A}^0, \mathbf{A}^1, \dots, \mathbf{A}^{I_1} \in \mathbb{R}^{M \times N_1}$ 为常矩阵, $\mathbf{b}^0, \mathbf{b}^1, \dots, \mathbf{b}^{I_1} \in \mathbb{R}^M$ 为常向量.

4.2.3 模糊集扩展

由于模糊集 \mathcal{F} 中 $g_j(\tilde{\mathbf{z}})$ 的复杂形式以及第二阶段决策变量 \mathbf{y} 只有在系统不确定性的某种实现下才能被决策, 前述提出的两阶段分布鲁棒优化模型的求解颇具挑战. 为了后续推导出一个易于处理的形式, 这里仿照前人的研究^[16], 通过引入一组辅助变量 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{I_2}$ 来表示每个 $g_j(\mathbf{z})$, $j \in [I_2]$ 的上界, 从而对原来的模糊集 \mathcal{F} 进行扩展. 记这个扩展的模糊集为 \mathcal{G} , 其具体定义如下:

$$\mathcal{G} = \left\{ \mathbb{P} \in \mathcal{P}_0(\mathbb{R}^{I_1} \times \mathbb{R}^{I_2}) \left| \begin{array}{l} (\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}}) \sim \mathbb{P} \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\tilde{\mathbf{z}}] = \boldsymbol{\mu} \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\tilde{u}_j] \leq \zeta_j, \forall j \in [I_2] \\ \mathbb{P}[(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}}) \in \bar{\mathcal{W}}] = 1 \end{array} \right. \right\}. \quad (27)$$

其中, \mathcal{G} 的第三行 $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\tilde{u}_j] \leq \zeta_j, \forall j \in [I_2]$ 具体指的是:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\tilde{u}_i] \leq \sigma_i^2, \forall i \in [I_1] \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\tilde{u}_{I_1+d}] \leq \lambda_d^2, \forall d \in [D] \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\tilde{u}_{I_1+D+1}] \leq \mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{1} \end{array} \right\};$$

第四行的 $\bar{\mathcal{W}}$ 是扩展的支撑集:

$$\bar{\mathcal{W}} = \{(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \mathbb{R}^{I_1} \times \mathbb{R}^{I_2} \mid \mathbf{z} \in \mathcal{W}, g_j(\mathbf{z}) \leq u_j, \forall j \in [I_2]\}.$$

这里 $g_j(\mathbf{z}) \leq u_j, \forall j \in [I_2]$ 具体指的是:

$$\left\{ \begin{array}{l} (z_i - \mu_i)^2 \leq u_i, \forall i \in [I_1] \\ \left(\sum_{i=(d-1)\frac{24}{\Delta}+1}^{d\frac{24}{\Delta}} (z_i - \mu_i) \right)^2 \leq u_{I_1+d}, \forall d \in [D] \\ \left(\sum_{i \in [I_1]} (z_i - \mu_i) \right)^2 \leq u_{I_1+D+1} \end{array} \right\}.$$

注意到扩展的支撑集 $\bar{\mathcal{W}}$ 可以视为每个 $g_j, j \in [I_2]$ 的上镜图

$$\text{epi } g_j = \{(\mathbf{z}, u_j) \in \mathbb{R}^{I_1} \times \mathbb{R} \mid g_j(\mathbf{z}) \leq u_j\}$$

和原来的支撑集 \mathcal{W} 相结合而成. 由于每个 $\text{epi } g_j, j \in [I_2]$ 都可视为二阶锥约束表示集, 且 $\mathcal{W} = [\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}]$ 这一线性约束表示集可视为锥约束表示集的特例. 将 $\bar{\mathcal{W}}$ 写成等价的二阶锥表示集形式:

$$\bar{\mathcal{W}} = \left\{ (\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \mathbb{R}^{I_1} \times \mathbb{R}^{I_2} \left| \begin{array}{l} \mathbf{z} \geq \underline{\mathbf{z}}, \mathbf{z} \leq \bar{\mathbf{z}} \\ \sqrt{(z_i - \mu_i)^2 + \left(\frac{u_i - 1}{2}\right)^2} \leq \frac{u_i + 1}{2}, \forall i \in [I_1] \\ \sqrt{\left(\sum_{i=(d-1)\frac{2^d}{\Delta}+1}^{d\frac{2^d}{\Delta}} (z_i - \mu_i)\right)^2 + \left(\frac{u_{I_1+d} - 1}{2}\right)^2} \leq \frac{u_{I_1+d} + 1}{2}, \forall d \in [D] \\ \sqrt{\left(\sum_{i \in [I_1]} (z_i - \mu_i)\right)^2 + \left(\frac{u_{I_1+D+1} - 1}{2}\right)^2} \leq \frac{u_{I_1+D+1} + 1}{2} \end{array} \right. \right\}.$$

再转换成如下的二阶锥约束通式表示集:

$$\bar{\mathcal{W}} = \{(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \mathbb{R}^{I_1} \times \mathbb{R}^{I_2} \mid \mathbf{C}\mathbf{z} + \mathbf{D}\mathbf{u} \preceq_{\mathcal{K}} \mathbf{h}\}. \quad (28)$$

其中, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{L \times I_1}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{L \times I_2}$, $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^L$, $\mathcal{K} \subseteq \mathbb{R}^L$ 为二阶锥.

事实上, 扩展的支撑集 $\bar{\mathcal{W}}$ 可以表示为一个更高维的二阶锥表示集的投影, 其显式表达式如下:

$$\bar{\mathcal{W}} = \{(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \mathbb{R}^{I_1} \times \mathbb{R}^{I_2} \mid \exists \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{I_3} : \mathbf{C}\mathbf{z} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{v} \preceq_{\mathcal{K}} \mathbf{h}\}.$$

其中, $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{L \times I_3}$, 这里 $\mathbf{E} = \mathbf{0}$.

后续部分将利用扩展的模糊集 \mathcal{G} 和扩展的支撑集 $\bar{\mathcal{W}}$ 将原来的两阶段分布鲁棒优化模型转换成一个计算上可处理的形式.

4.2.4 模型的增强线性决策规则近似

为了推导出两阶段分布鲁棒优化模型的易于求解的形式, 先对模型中的 $\beta(\mathbf{x})$, $\chi_{\min} \leq \mathbf{x} \leq \chi_{\max}$ 进行处理.

由于 $\beta(\mathbf{x})$ 只有在第二阶段问题(17)-(18)在不确定性 $\bar{\mathbf{z}}$ 的所有实现下被求解之后才能计算出来, 其精确解通常难以获得. 注意到第二阶段问题的决策变量 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N_2}$ 可以表示为从随机变量 $\bar{\mathbf{z}}$ 映射过来的可测决策函数 $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^{I_1, N_2}$, 且对任意满足 $\mathbf{A}(\mathbf{z})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y}(\mathbf{z}) \geq \mathbf{b}(\mathbf{z})$, $\forall \mathbf{z} \in \mathcal{W}$ 的函数 $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^{I_1, N_2}$, 都可以构成 $\beta(\mathbf{x})$ 的一个上界, 即 $\beta(\mathbf{x}) \leq \sup_{\mathbf{y} \in \mathcal{F}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\mathbf{d}'\mathbf{y}(\bar{\mathbf{z}})]$. 当 $\mathbf{y}(\mathbf{z}) \in \arg \min \{\mathbf{d}'\mathbf{y} : \mathbf{A}(\mathbf{z})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y} \geq \mathbf{b}(\mathbf{z})\}$, $\forall \mathbf{z} \in \mathcal{W}$ 时, 不等式的等号成立.

因此, 可以先将 $\beta(\mathbf{x})$ 表示为如下关于可测决策函数的最小化问题:

$$\begin{aligned} \beta(\mathbf{x}) = \min_{\mathbb{P} \in \mathcal{F}} \sup_{\mathbb{P}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} [\mathbf{d}' \mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}})] \\ \text{s.t. } \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{y}(\mathbf{z}) \geq \mathbf{b}(\mathbf{z}), \forall \mathbf{z} \in \mathcal{W}, \\ \mathbf{y} \in \mathcal{R}^{I_1, N_2}. \end{aligned} \quad (29)$$

然而, 由于在这里 \mathbf{y} 只是一个函数映射, 可能给问题带来无限数量的约束和变量, 问题(29)在一般情况下难以求解. 事实上, 可以通过将 \mathbf{y} 限制为一类可以用多项式数量的决策变量来表征的可测函数来近似原问题, 从而克服原有的难解性. 一种方法称为线性决策规则, 它将决策函数 \mathbf{y} 限制为仿射相关于不确定参数. 在传统的线性决策规则中, 决策函数 \mathbf{y} 被限制为只仿射相关于主要随机变量 $\tilde{\mathbf{z}}$. Bertsimas等[23]在传统的线性决策规则的基础上, 借鉴模糊集扩展的思想, 引入辅助变量 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{I_2}$, 提出了一种增强的线性决策规则. 数值实验表明该方法对解的逼近效果明显优于传统的线性决策规则, 且在问题规模变大的情况下, 求解速度上具有相对优势. 本文采用这种增强线性决策规则对模型进行近似, 以可处理地计算 $\beta(\mathbf{x})$.

增强线性决策规则函数 $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^{I_1+I_2, N_2}$ 仿射相关于主要随机变量 $\tilde{\mathbf{z}} \in \mathbb{R}^{I_1}$ 和辅助随机变量 $\tilde{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{I_2}$, 其中 $(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}}) \sim \mathbb{P} \in \mathcal{G}$, 具体定义如下:

$$\mathbf{y}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) = \mathbf{y}^0 + \sum_{i \in [I_1]} \mathbf{y}_i^1 z_i + \sum_{j \in [I_2]} \mathbf{y}_j^2 u_j. \quad (30)$$

其中, $(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \bar{\mathcal{W}}$, $\mathbf{y}^0, \mathbf{y}_i^1, \mathbf{y}_j^2 \in \mathbb{R}^{N_2}$, $\forall i \in [I_1], j \in [I_2]$.

在每一个不确定性实现下, 用增强线性决策规则(30)来近似替代原来的可测决策函数 $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^{I_1, N_2}$, 可以推导出 $\beta(\mathbf{x})$ 的一种近似形式 $\beta_E(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned} \beta_E(\mathbf{x}) = \min_{\mathbb{P} \in \mathcal{G}} \sup_{\mathbb{P}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} [\mathbf{d}' \mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}})] \\ \text{s.t. } \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{y}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \geq \mathbf{b}(\mathbf{z}), \forall (\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \bar{\mathcal{W}}, \\ \mathbf{y} \in \tilde{\mathcal{L}}^{N_2}. \end{aligned} \quad (31)$$

其中,

$$\tilde{\mathcal{L}}^{N_2} = \left\{ \mathbf{y} \in \mathcal{R}^{I_1+I_2, N_2} \left| \begin{array}{l} \exists \mathbf{y}^0, \mathbf{y}_i^1, \mathbf{y}_j^2 \in \mathbb{R}^{N_2}, \forall i \in [I_1], j \in [I_2] : \\ \mathbf{y}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) = \mathbf{y}^0 + \sum_{i \in [I_1]} \mathbf{y}_i^1 z_i + \sum_{j \in [I_2]} \mathbf{y}_j^2 u_j \end{array} \right. \right\}.$$

重构的问题(31)搜索的是决策规则(30)的最优系数, 使得在满足所有第二阶段约束时最不利分布下的期望值最小化.

记 $\tilde{\mathbf{z}}$ 在 $(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}})$ 的联合分布 \mathbb{P} 下的边际分布为 $\Pi_{\tilde{\mathbf{z}}}\mathbb{P}$; $\forall \mathbb{P} \in \mathcal{G}$, $\tilde{\mathbf{z}}$ 在 \mathbb{P} 下的所有边际分布构成的集合记为 $\Pi_{\tilde{\mathbf{z}}}\mathcal{G}$, 也就是说, $\Pi_{\tilde{\mathbf{z}}}\mathcal{G} = \{\Pi_{\tilde{\mathbf{z}}}\mathbb{P} : \forall \mathbb{P} \in \mathcal{G}\}$. 文献中已经证明: 关于 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的模糊集 \mathcal{F} 和它的扩展形式 \mathcal{G} 之间满足等价形式 $\mathcal{F} = \Pi_{\tilde{\mathbf{z}}}\mathcal{G}$ (具体参见Bertsimas等(2019), Proposition 1). 因此, 如下等式自然成立:

$$\beta(\mathbf{x}) = \min \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{F}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\mathbf{d}'\mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}})] = \min \sup_{\mathbb{P} \in \Pi_{\tilde{\mathbf{z}}}\mathcal{G}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\mathbf{d}'\mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}})].$$

显然, 增强线性决策规则(30)不一定对所有的不确定性实现都是最优方案. 因此, 直觉上

$$\beta(\mathbf{x}) = \min \sup_{\mathbb{P} \in \Pi_{\tilde{\mathbf{z}}}\mathcal{G}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\mathbf{d}'\mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}})] \leq \min \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{G}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\mathbf{d}'\mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}})] = \beta_E(\mathbf{x}),$$

即 $\beta_E(\mathbf{x})$ 给出了 $\beta(\mathbf{x})$ 的一个上界. 文献[23]中在理论上给出了 $\beta(\mathbf{x}) \leq \beta_E(\mathbf{x})$ 的严格证明, 并论证当问题只有一个第二阶段决策变量时, 不等式的等号成立(具体参见Bertsimas等(2019), Theorem 2 & Theorem 4).

然后, 通过对(31)中内嵌的上确界表达式 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{G}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[\mathbf{d}'\mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}})]$ 取对偶, 原来的最小-最大问题 $\beta_E(\mathbf{x})$ 就可以转化成等价的最小化问题:

$$\beta_E(\mathbf{x}) = \min \{ \iota + \boldsymbol{\xi}'\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\theta}'\boldsymbol{\zeta} \} \quad (32)$$

$$\text{s.t. } \iota + \boldsymbol{\xi}'\mathbf{z} + \boldsymbol{\theta}'\mathbf{u} \geq \mathbf{d}'\mathbf{y}(\mathbf{z}, \mathbf{u}), \quad \forall (\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \bar{\mathcal{W}}, \quad (33)$$

$$\boldsymbol{\theta} \geq \mathbf{0}, \quad (34)$$

$$\iota \in \mathbb{R}, \quad \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{I_1}, \quad \boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{I_2}, \quad (35)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{z})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \geq \mathbf{b}(\mathbf{z}), \quad \forall (\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \bar{\mathcal{W}}, \quad (36)$$

$$\mathbf{y} \in \bar{\mathcal{L}}^{N_2}. \quad (37)$$

其中, ι , $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\boldsymbol{\theta}$ 为对偶变量. (32)-(37)式的推导过程与细节请参见附录A.

可以看出, (32)-(37)式是一个典型的鲁棒优化问题, 其不确定集即为可处理的二阶锥表示集 $\bar{\mathcal{W}}$. 事实上, 这个鲁棒优化问题就是Ben-Tal等[27]提出的仿射自适应鲁棒优化问题, 且已有软件包如AIMMS和JuMPeR来求解此类自适应鲁棒优化问题.

更进一步, 结合线性仿射形式(25), (26)和(30), 以及二阶锥约束(28)式定义的扩展的支撑集 $\bar{\mathcal{W}}$, 可以通过取

对偶将上述鲁棒优化问题中的(33)和(36)式分别转换成等价形式, 最终导出整个鲁棒优化问题的鲁棒对应形式:

$$\beta_E(\mathbf{x}) = \min \{ \iota + \boldsymbol{\xi}'\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\theta}'\boldsymbol{\zeta} \} \quad (38)$$

$$\text{s.t. } \iota - \mathbf{d}'\mathbf{y}^0 \geq \boldsymbol{\pi}'\mathbf{h}, \quad (39)$$

$$(\mathbf{C}'\boldsymbol{\pi})_i = \mathbf{d}'\mathbf{y}_i^1 - \xi_i, \quad \forall i \in [I_1], \quad (40)$$

$$(\mathbf{D}'\boldsymbol{\pi})_j = \mathbf{d}'\mathbf{y}_j^2 - \theta_j, \quad \forall j \in [I_2], \quad (41)$$

$$\boldsymbol{\pi} \succeq_{\mathcal{K}} \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\pi} \in \mathbb{R}^L, \quad (42)$$

$$(\mathbf{A}^0\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y}^0 - \mathbf{b}^0)_m \geq \boldsymbol{\tau}_m'\mathbf{h}, \quad \forall m \in [M], \quad (43)$$

$$(\mathbf{C}'\boldsymbol{\tau}_m)_i = (\mathbf{b}^i - \mathbf{A}^i\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{y}_i^1)_m, \quad \forall m \in [M], \quad \forall i \in [I_1], \quad (44)$$

$$(\mathbf{D}'\boldsymbol{\tau}_m)_j = (-\mathbf{B}\mathbf{y}_j^2)_m, \quad \forall m \in [M], \quad \forall j \in [I_2], \quad (45)$$

$$\boldsymbol{\tau}_m \succeq_{\mathcal{K}} \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\tau}_m \in \mathbb{R}^L, \quad \forall m \in [M], \quad (46)$$

$$\boldsymbol{\theta} \geq \mathbf{0}, \quad \iota \in \mathbb{R}, \quad \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{I_1}, \quad \boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{I_2}. \quad (47)$$

其中, $\boldsymbol{\pi}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_m$, $m \in [M]$ 分别表示将不确定约束(33)和(36)转换成相应的鲁棒对应形式的对偶变量. (38)-(47)式的推导过程请参见附录B.

在得到第二阶段的 $\beta(\mathbf{x})$ 在增强线性决策规则下的有效近似 $\beta_E(\mathbf{x})$ 后, 将其鲁棒对应形式(38)-(47)嵌入到第一阶段问题(24)中, 推导出两阶段分布鲁棒优化模型的鲁棒对应形式:

$$\begin{aligned} \min \quad & \{ \mathbf{c}'\mathbf{x} + \iota + \boldsymbol{\xi}'\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\theta}'\boldsymbol{\zeta} \} \\ \text{s.t.} \quad & (16), (39) - (47). \end{aligned} \quad (48)$$

显然, 问题(48)是一个易于处理的二阶锥规划问题, 可以使用目前常用的商业求解器如CPLEX或Gurobi进行高效求解.

4.3 两阶段分布鲁棒随机优化方法

4.3.1 基本思想

在第4.2节分布鲁棒优化方法的模糊集构建形式下, 只有掌握微电网所在区域至少数十个周期下各时段的太阳辐射历史数据, 才能较可靠地得到周期内各时段的单位装机容量光伏理论发电功率的广义矩信息.

在信息不充分的情况下, 如此多周期的历史数据通常难以获得. 如果只能获得若干个周期的历史数据, 对于相对较短的周期(如1个月), 比较合理的做法是假设周期内的场景归为一类, 这样单位装机容量光伏的理论发电功率的矩信息在周期内每天的同一时段之间或天与天之间保持一致. 在这种处理方法下, 模糊集 \mathcal{F} 中的 $\mu_{(d-1)\frac{24}{\Delta}+t} = \mu_{d\frac{24}{\Delta}+t}$, $\sigma_{(d-1)\frac{24}{\Delta}+t} = \sigma_{d\frac{24}{\Delta}+t}$, $\forall t \in [\frac{24}{\Delta}]$, $d \in [D]$; 且 $\forall d \in [D]$, λ_d 都相等. 对于相对较长的周期(如1年), 可以借鉴4.1.1小节中的场景生成方法二先将周期内的太阳辐射分布类型分为 S 类的做法, 然后假设单位装机容量光伏的理论发电功率的矩信息在周期内同一太阳辐射分布类型 s 下每天的同一时段之间或天与天之间保持一致. 在这种处理方法下, 模糊集 \mathcal{F} 中的 $\boldsymbol{\mu} = [(\boldsymbol{\mu}^1)', \dots, (\boldsymbol{\mu}^S)']' \in \mathbb{R}^T$, $\boldsymbol{\sigma} = [(\boldsymbol{\sigma}^1)', \dots, (\boldsymbol{\sigma}^S)']' \in \mathbb{R}^T$, $\boldsymbol{\lambda} = [(\boldsymbol{\lambda}^1)', \dots, (\boldsymbol{\lambda}^S)']' \in \mathbb{R}^D$ ($D = \sum_{s \in [S]} D_s$, $T = \frac{24}{\Delta} D$). 其中, $\boldsymbol{\mu}^s \in \mathbb{R}^{24 D_s}$, $\boldsymbol{\sigma}^s \in \mathbb{R}^{24 D_s}$, $\boldsymbol{\lambda}^s \in \mathbb{R}^{D_s}$, $\forall s \in [S]$; 且 $\mu_{(d-1)\frac{24}{\Delta}+t}^s = \mu_{d\frac{24}{\Delta}+t}^s$, $\sigma_{(d-1)\frac{24}{\Delta}+t}^s = \sigma_{d\frac{24}{\Delta}+t}^s$, $\forall t \in [\frac{24}{\Delta}]$, $d \in [D_s]$, $s \in [S]$; 以及 $\lambda_1^s = \dots = \lambda_{D_s}^s$, $\forall s \in [S]$. 显然, 这种方法减少了模糊集中的统计度量信息, 它的确可以在历史数据有限的条件下增加决策的鲁棒性, 但也可能会使决策过于保守.

借鉴第4.1节随机优化方法中的场景生成这一思想, 同样假设周期内的 D 天可通过如K-means等聚类方法根据每天各时段的单位装机容量光伏的理论发电功率分为 N 种场景, 且第 d 天所处的场景可视为离散时间马尔可夫链, 其状态空间定义为 $[N]$, 状态 i 到 j 的一步转移概率为 P_{ij} , $i, j \in [N]$. 注意到这是在有限的历史数据下可以实现的.

下一步的处理方法不同于随机优化中直接假设同一场景下每天各时段的单位装机容量光伏理论发电功率服从同一确定的分布, 而是在通过场景生成得到周期内每天所处场景的第 k 种实现后, 采用分布鲁棒优化方法中的模糊集 \mathcal{F}^k 来表示这个特定场景实现下周期内每天各时段的单位装机容量光伏理论发电功率的一族概率分布. 同样由于历史数据有限, 这里假设单位装机容量光伏的理论发电功率的矩信息在同一场景下每天的同一时段保

持一致. 这里模糊集 \mathcal{F}^k 的构造方式与(21)式类似, 具体如下:

$$\mathcal{F}^k = \left\{ \mathbb{P}^k \in \mathcal{P}_0(\mathbb{R}^{I_1}) \left| \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{z}} \sim \mathbb{P}^k \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}^k}[\tilde{\mathbf{z}}] = \boldsymbol{\mu}^k \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}^k}[(\tilde{z}_i - \mu_i^k)^2] \leq (\sigma_i^k)^2, \forall i \in [I_1] \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}^k} \left[\left(\sum_{i=(d-1)\frac{24}{\Delta}+1}^{d\frac{24}{\Delta}} (\tilde{z}_i - \mu_i^k) \right)^2 \right] \leq (\lambda_d^k)^2, \forall d \in [D] \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}^k}[(\mathbf{1}'(\tilde{\mathbf{z}} - \boldsymbol{\mu}^k))^2] \leq \mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}^k\mathbf{1} \\ \mathbb{P}^k[\tilde{\mathbf{z}} \in \mathcal{W}^k] = 1 \end{array} \right. \right\}. \quad (49)$$

其中,

$$\mathcal{W}^k = \{ \mathbf{z} \in \mathbb{R}^{I_1} \mid \underline{z}_i^k \leq z_i \leq \overline{z}_i^k, \forall i \in [I_1] \}. \quad (50)$$

且 \mathcal{F}^k 各行表示的含义与(21)式一致, 只不过增加了在第 k 种场景实现下这一前提.

这种方法只是假设单位装机容量光伏的理论发电功率的矩信息在同一场景下每天的同一时段保持一致, 相比较之前假设其在周期内每天的同一时段保持一致丰富了模糊集中的统计度量信息, 不会使决策过于保守, 但与随机优化方法直接假设服从确定的分布相比又增加了决策的鲁棒性. 本文将这种权衡了随机优化方法和分布鲁棒优化方法优缺点的方法称为分布鲁棒随机优化方法. 事实上, 当周期内的场景归为一类, 即 $N = 1$ 时, 分布鲁棒随机优化方法就等价于分布鲁棒优化方法.

在模糊集 \mathcal{F}^k 下建立两阶段分布鲁棒优化模型, 模型的构建形式与(23)、(24)和(29)保持一致, 只需要将各式中的 \mathcal{F} 改为 \mathcal{F}^k 即可. 接下来对模糊集的扩展以及使用增强线性决策规则去近似原模型的思路和步骤与第4.2节中展示的保持一致, 只不过现在是在第 k 种场景实现下. 经过一系列重构与近似, 最终可以得到类似于(48)式的易于处理的二阶锥规划问题.

然而, 这只是在第 k 种场景实现下得到的结论, 由于周期内 D 天对应场景的具体实现种类为 N^D , 当 D 较大时, N 的取值也需要合理地增加, 这加剧了 N^D 趋向于无限, 其某种实现下的决策不可能对所有实现都近似最优. 为了获得尽可能最优的决策, 同时注意到若将所有场景实现种类及其概率考虑到模型中会因为问题规模过大而导致求解困难. 因此, 这里自然地采用第4.1节求解随机优化模型的样本平均近似(SAA)方法, 即通过蒙特卡罗模拟根据场景生成的马尔可夫过程生成 K 个周期的场景实现, 且每一种实现都具有相同的概率 $\frac{1}{K}$. 根据抽样原理

可知, 这 K 种场景实现是所有场景实现种类中最大概率会发生的, 这也在一定程度上减轻了决策的保守性. 最终的两阶段分布鲁棒随机优化模型的增强线性决策规则近似的SAA模型可以表示为:

$$\begin{aligned}
& \min \left\{ \mathbf{c}'\mathbf{x} + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left(\iota^k + (\boldsymbol{\xi}^k)' \boldsymbol{\mu}^k + (\boldsymbol{\theta}^k)' \boldsymbol{\zeta}^k \right) \right\} \\
& \text{s.t. } \iota^k - \mathbf{d}'\mathbf{y}^{0,k} \geq (\boldsymbol{\pi}^k)' \mathbf{h}^k, \quad \forall k \in [K], \\
& \quad \left((\mathbf{C}^k)' \boldsymbol{\pi}^k \right)_i = \mathbf{d}'\mathbf{y}_i^{1,k} - (\boldsymbol{\xi}^k)_i, \quad \forall i \in [I_1], \quad \forall k \in [K], \\
& \quad \left((\mathbf{D}^k)' \boldsymbol{\pi}^k \right)_j = \mathbf{d}'\mathbf{y}_j^{2,k} - (\boldsymbol{\theta}^k)_j, \quad \forall j \in [I_2], \quad \forall k \in [K], \\
& \quad \boldsymbol{\pi}^k \succeq_{\mathcal{K}^k} \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\pi}^k \in \mathbb{R}^L, \\
& \quad (\mathbf{A}^{0,k}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y}^{0,k} - \mathbf{b}^{0,k})_m \geq (\boldsymbol{\tau}_m^k)' \mathbf{h}^k, \quad \forall m \in [M], \quad \forall k \in [K], \\
& \quad \left((\mathbf{C}^k)' \boldsymbol{\tau}_m^k \right)_i = (\mathbf{b}^{i,k} - \mathbf{A}^{i,k}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{y}_i^{1,k})_m, \quad \forall m \in [M], \quad \forall i \in [I_1], \quad \forall k \in [K], \\
& \quad \left((\mathbf{D}^k)' \boldsymbol{\tau}_m^k \right)_j = (-\mathbf{B}\mathbf{y}_j^{2,k})_m, \quad \forall m \in [M], \quad \forall j \in [I_2], \quad \forall k \in [K], \\
& \quad \boldsymbol{\tau}_m^k \succeq_{\mathcal{K}^k} \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\tau}_m^k \in \mathbb{R}^L, \quad \forall m \in [M], \quad \forall k \in [K], \\
& \quad \boldsymbol{\theta}^k \geq \mathbf{0}, \quad \iota^k \in \mathbb{R}, \quad \boldsymbol{\xi}^k \in \mathbb{R}^{I_1}, \quad \boldsymbol{\theta}^k \in \mathbb{R}^{I_2}, \quad \forall k \in [K], \\
& \quad (16)\text{式}.
\end{aligned}$$

4.3.2 求解算法

不同于4.1节最后得到的本质为线性规划的SAA模型, 这里的SAA模型实质上是一个二阶锥规划问题. 若周期内 D 天对应场景的具体实现种类 N^D 较大, 那么 K 的取值也应该合理地增大, 这会给该二阶锥规划问题带来巨大的求解规模, 而大规模二阶锥规划问题的求解速度远低于大规模线性规划问题. 此时可以借鉴并行计算的思想, 将两阶段分布鲁棒随机优化模型的增强线性决策规则近似的SAA模型并行化, 即将其分解为 K 个子二阶锥

规划问题, 再并行地求解每个子问题 $k, k \in [K]$:

$$\begin{aligned}
& \min \left\{ \mathbf{c}' \mathbf{x}^k + \left(\iota^k + (\boldsymbol{\xi}^k)' \boldsymbol{\mu}^k + (\boldsymbol{\theta}^k)' \boldsymbol{\zeta}^k \right) \right\} \\
& \text{s.t. } \iota^k - \mathbf{d}' \mathbf{y}^{0,k} \geq (\boldsymbol{\pi}^k)' \mathbf{h}^k, \\
& \quad \left((\mathbf{C}^k)' \boldsymbol{\pi}^k \right)_i = \mathbf{d}' \mathbf{y}_i^{1,k} - (\boldsymbol{\xi}^k)_i, \quad \forall i \in [I_1], \\
& \quad \left((\mathbf{D}^k)' \boldsymbol{\pi}^k \right)_j = \mathbf{d}' \mathbf{y}_j^{2,k} - (\boldsymbol{\theta}^k)_j, \quad \forall j \in [I_2], \\
& \quad \boldsymbol{\pi}^k \succeq_{\mathcal{K}^k} \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\pi}^k \in \mathbb{R}^L, \\
& \quad (\mathbf{A}^{0,k} \mathbf{x}^k + \mathbf{B} \mathbf{y}^{0,k} - \mathbf{b}^{0,k})_m \geq (\boldsymbol{\tau}_m^k)' \mathbf{h}^k, \quad \forall m \in [M], \\
& \quad \left((\mathbf{C}^k)' \boldsymbol{\tau}_m^k \right)_i = \left(\mathbf{b}^{i,k} - \mathbf{A}^{i,k} \mathbf{x}^k - \mathbf{B} \mathbf{y}_i^{1,k} \right)_m, \quad \forall m \in [M], \quad \forall i \in [I_1], \\
& \quad \left((\mathbf{D}^k)' \boldsymbol{\tau}_m^k \right)_j = \left(-\mathbf{B} \mathbf{y}_j^{2,k} \right)_m, \quad \forall m \in [M], \quad \forall j \in [I_2], \\
& \quad \boldsymbol{\tau}_m^k \succeq_{\mathcal{K}^k} \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\tau}_m^k \in \mathbb{R}^L, \quad \forall m \in [M], \\
& \quad \boldsymbol{\theta}^k \geq \mathbf{0}, \quad \iota^k \in \mathbb{R}, \quad \boldsymbol{\xi}^k \in \mathbb{R}^{I_1}, \quad \boldsymbol{\theta}^k \in \mathbb{R}^{I_2}, \\
& \quad \chi_{\min} \leq \mathbf{x}^k \leq \chi_{\max}.
\end{aligned}$$

分别得到 K 个子问题的最优解 $\mathbf{x}^k, k \in [K]$. 再对这 K 个最优解取均值, 得到 $\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}^k$ 作为原问题最优解的近似. 事实上, K 个子问题的最优解 \mathbf{x}^k 对应的模型最小值 $\text{Obj}^k, k \in [K]$ 的均值 $\bar{\text{Obj}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{Obj}^k$, 给出了原问题的模型最小值的下界.

5 算例分析

本章将通过一系列算例比较第4章提出的三种解决不确定性存在下微电网容量规划问题的方法做出的决策在样本内及样本外的表现, 并在数值上论证配置储能系统对降低微电网周期化成本的作用. 所有的算例都是在配置有Intel Core Processor (Broadwell) 2.20GHz CPU(4个处理器)和16.0GB RAM的虚拟机上通过MATLAB R2020a调用CPLEX 12.6.3实现.

5.1 微电网描述

第2章对问题的描述中将研究场景具体为某个工业园区自建自用一个并网型光储微电网. 假设已知该工业

园区所在区域的太阳辐射的周期为5天, 园区内的用电负荷与外部电网的电力价格的周期均为1天. 因此, 取最小公倍数可得此处“周期化”所用的周期为5天, 即 $D = 5$ 天. 此外, 这里的一个时段代表一小时, 即 $\Delta = 1$ 小时. 这样, 一天有 $\frac{24}{\Delta} = 24$ 个时段, 一个周期有 $T = 5 \times 24 = 120$ 个时段. 相关的系统参数的取值如表1所示.

表 1: 系统参数取值

参数	取值	参数	取值	参数	取值	参数	取值
I^{PV} (元/kW)	4	χ_{\min}^{PV} (kW)	0.3	γ	0.999	η^B	0.9
O^{PV} (元/kW)	$2\%I^{PV}$	χ_{\max}^{PV} (kW)	5000	ϵ	0.1	η^E	0.9
I^B (元/kWh)	3	χ_{\min}^B (kWh)	0.4	ρ^B (kW/kWh)	0.5	β_{\min}^{SoC}	0.2
O^B (元/kWh)	$20\%I^B$	χ_{\max}^B (kWh)	5000	ρ^G (kW)	10000	β_{\max}^{SoC}	0.95

其他参数, 如用电负荷(以平均功率计)的取值: 晚上21点至次日6点为200kW; 上午6点至8点、晚上18点至21点为700kW; 上午8点至晚上18点为850kW. 微电网向外部电网售电的单位卖价在周期内每个时段均为0.05元/kWh. 微电网从外部电网购电的单位买价的取值则为: 晚上22点至次日6点为谷电价0.3元/kWh; 上午6点至8点、中午11点至13点、下午15点至18点、晚上21点至22点为平电价0.7元/kWh; 上午8点至11点、下午13点至15点、晚上18点到21点为峰电价1.1元/kWh.

该工业园区所在区域每天各时段的太阳辐射数据来自于Meteonorm——一款记录全球各地气象数据的软件, 并选取东经109.510°、北纬18.230°、海拔高度7米的气象站收集的场景分明、各场景下太阳辐射分布类似的当地三个月(18个周期)小时级太阳辐射数据, 作为本文假设的工业园区所在区域的有限太阳辐射历史数据. 根据(11)式, 可将这些太阳辐射数据转换为模型所需的单位装机容量光伏的理论发电功率.

5.2 结果与讨论

5.2.1 样本内决策

首先比较两阶段随机优化方法与两阶段分布鲁棒优化方法在样本内的决策表现. 这里将周期内5天的场景归为一类, 即 $N = 1$. 根据工业园区所在区域有限的光伏发电历史数据, 如前所述, 假设单位装机容量光伏的理论发电功率的矩信息在周期内每天的同一小时之间或天与天之间保持一致, 易得模糊集(21)所需的矩信息, 这是

构建两阶段分布鲁棒优化模型的前提. 至于两阶段随机优化模型所需的每小时的单位装机容量光伏理论发电功率的确定分布信息, 由于历史数据有限, 难以拟合其真实的概率分布, 如4.1.1小节所述, 采用场景生成方法一, 每天非光照时间段的单位装机容量光伏理论发电功率固定为0, 分别假设每天光照时间段的单位装机容量光伏理论发电功率服从截尾的多元正态分布(记为随机优化一)和截尾的多元对数正态分布(记为随机优化二), 且分布在天与天之间保持一致, 分布的参数均可由历史数据估计得到, 同时为了后续对两种方法的比较, 要求分布满足模糊集(21)且截尾的上下界即为支撑集(22)表示的约束范围. 求解上述随机优化模型随机优化一和随机优化二涉及的SAA模型的仿真周期 K 取100. 此时的两阶段随机优化方法与两阶段分布鲁棒优化方法在样本内的容量规划决策结果及对应的最优周期化成本如表2中的第二、三、六行所示.

然后比较两阶段随机优化方法与两阶段分布鲁棒随机优化方法在样本内的决策表现. 这里假设周期内5天可分为3种场景, 即 $N = 3$. 采用场景生成方法一, 通过K-means聚类方法根据每天24个小时的单位装机容量光伏的理论发电功率将出现的场景分为3类, 之后构造一条离散时间马尔可夫链来描述场景在天与天之间的变化, 并估计其一步转移概率矩阵, 基于此可获得两阶段分布鲁棒随机优化模型的模糊集(49)所需的矩信息. 至于此时两阶段随机优化模型所需的各场景下每小时的单位装机容量光伏理论发电功率的确定分布信息, 同样由于历史数据有限, 难以拟合其真实的概率分布, 如4.1.1小节所述, 取条件于当天所处的场景, 当天非光照时间段的单位装机容量光伏理论发电功率固定为0, 分别假设当天光照时间段的单位装机容量光伏理论发电功率服从截尾的多元正态分布(记为随机优化三)和截尾的多元对数正态分布(记为随机优化四), 分布的参数均可由历史数据估计得到, 同时为了后续对两种方法的比较, 要求分布满足模糊集(49)且截尾的上下界即为支撑集(50)表示的约束范围. 求解上述随机优化模型随机优化三和随机优化四以及分布鲁棒随机优化模型涉及的SAA模型的仿真周期 K 均取100. 此时的两阶段随机优化方法与两阶段分布鲁棒随机优化方法在样本内的容量规划决策结果及对应的最优周期化成本如表2中的第四、五、七行所示.

由表2可见, 在不确定性存在以及历史数据有限的情况下, 两阶段随机优化方法做出的微电网容量规划决策是最不保守的, 且其在样本内的决策表现与假设的随机变量的分布相关, 两阶段分布鲁棒随机优化方法次之, 两阶段分布鲁棒优化方法最为保守. 下一小节将在一定假设下对这三种方法做出的决策进行样本外的仿真, 以检验三种方法对决策保守性及鲁棒性的权衡.

表 2: 三种方法在样本内的决策表现

	光伏的装机容量(kW)	储能电池的容量(kWh)	最优周期化成本(元)
随机优化一	2710	2037	28095.98
随机优化二	2741	2044	28946.11
随机优化三	2724	1750	28160.58
随机优化四	2789	1663	29537.08
分布鲁棒优化	1434	2350	36646.37
分布鲁棒随机优化	2072	1822	33041.76

5.2.2 样本外仿真

不考虑精确拟合分布所需的高额成本, 假设现有的统计学习方法已可从有限的历史数据中推断出该区域单位装机容量光伏理论发电功率的真实概率分布, 从周期化成本最小化的角度而言, 两阶段随机优化方法做出的微电网容量规划决策是最优的. 分别以随机优化一、随机优化二、随机优化三和随机优化四中假设的周期内每天各小时的单位装机容量光伏理论发电功率服从的分布为其真实的概率分布, 区别起见, 分别记为分布一、分布二、分布三和分布四, 通过蒙特卡罗仿真1000个周期, 将两阶段随机优化方法(随机优化一、二、三、四)做出的微电网容量规划决策对应的周期化成本仿真结果作为基准, 比较两阶段分布鲁棒优化方法和两阶段分布鲁棒随机优化方法做出的决策在样本外相较于随机优化方法的保守性以及各自的鲁棒性. 相关仿真结果如图2和表3所示.

图2显示, 以两阶段随机优化方法随机优化一、二、三、四做出的微电网容量规划决策在对应的分布一、二、三、四下的仿真结果为基准, 两阶段分布鲁棒优化方法做出的决策在样本外的仿真结果明显保守于随机优化方法; 而两阶段分布鲁棒随机优化方法做出的决策在样本外的仿真结果略微保守于随机优化方法, 但相较分布鲁棒优化方法做出的决策的对应结果显著不保守.

事实上, 在分布一、分布二、分布三下, 分布鲁棒优化方法做出的决策的1000次蒙特卡罗仿真得到的周期化成本全部高于相应随机优化方法做出的决策的对应结果; 在分布四下, 分布鲁棒优化方法做出的决策也仅有两次仿真得到的周期化成本略低于相应随机优化方法做出的决策的对应结果. 如前所述, 分布鲁棒优化方法使

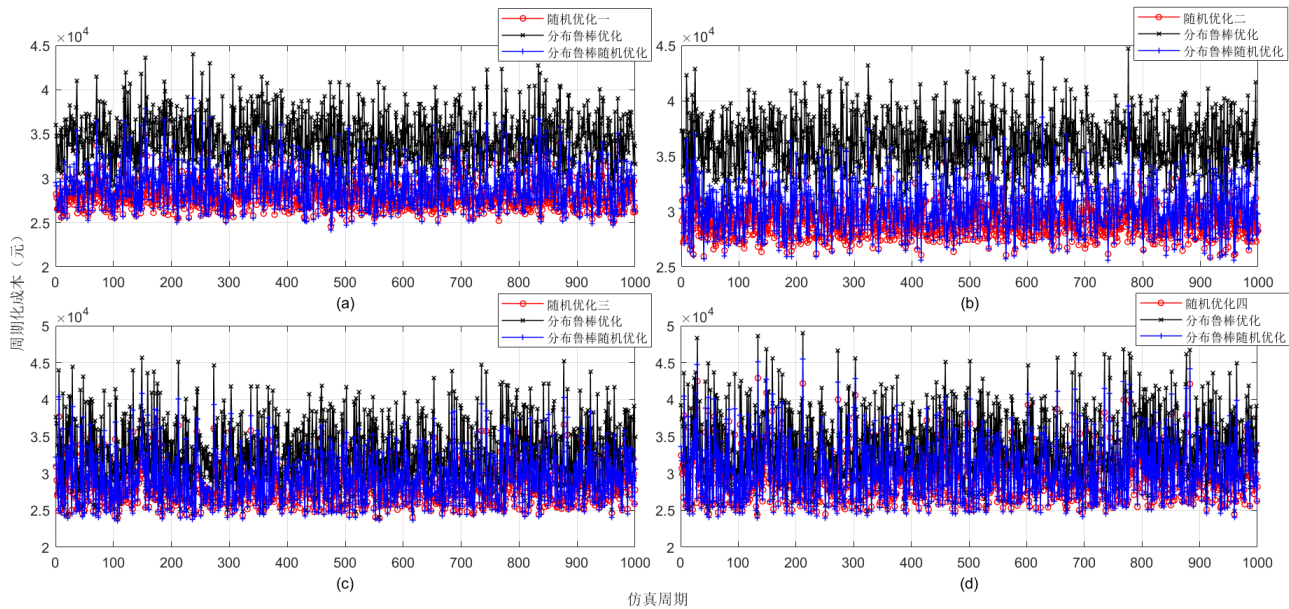


图 2: 样本外仿真结果: (a)分布一; (b)分布二; (c)分布三; (d)分布四

表 3: 样本外微电网周期化成本仿真结果(单位: 元)

	分布一	分布二	分布三	分布四
随机优化一	28138.09(1825.89)	29048.12(1581.81)	28265.89(2674.65)	29557.13(3395.20)
随机优化二	28139.19(1803.10)	29041.49(1556.06)	28265.80(2647.11)	29556.20(3368.04)
随机优化三	28165.07(1794.45)	29080.25(1530.97)	28252.98(2636.54)	29549.51(3344.91)
随机优化四	28192.92(1744.33)	29104.01(1469.28)	28263.78(2578.89)	29555.99(3278.53)
分布鲁棒优化	34489.02(2780.14)	36124.92(2459.10)	33007.21(4173.85)	34025.66(4569.80)
分布鲁棒随机优化	29113.35(2413.25)	30322.69(2202.83)	29133.67(3376.80)	30404.94(3995.34)

* 第二至五列为1000次蒙特卡罗仿真结果的均值(标准差).

用一个包含单位装机容量光伏理论发电功率的所有可能分布族的模糊集来定义微电网所在区域的光伏发电信息,并在最不利的光伏发电分布下最小化微电网的期望周期化成本,保证决策的鲁棒性.显然,分布一、二、三、四均未达到模糊集(21)表示的所有可能的光伏发电分布族中所谓的最不利分布,但对分布四的第15次和第323次仿真得到样本路径表示了不利的光伏发电情况,在这两条样本路径下,对分布鲁棒优化方法做出的决策进行仿

真得到的周期化成本均低于随机优化四做出的决策的对应结果,体现了分布鲁棒优化方法做出的决策的鲁棒性.

在分布三和分布四下,分布鲁棒随机优化方法做出的决策的1000次蒙特卡罗仿真得到的周期化成本中甚至有约18%的仿真结果低于相应随机优化方法做出的决策的对应结果;在分布一和分布二下,这一数字分别是11.9%和6.3%,这在数值上表明即使利用有限的历史数据得到的周期内各天可能出现的场景的分类及对场景在天与天之间的转移方式估计有误,分布鲁棒随机优化做出的决策也能在一定程度上保证所需的鲁棒性.另一方面,在四类分布下对分布鲁棒随机优化方法做出的决策分别进行的1000次蒙特卡罗仿真得到的周期化成本全部低于分布鲁棒优化方法做出的决策的对应结果.

结合表3可见,在单位装机容量光伏理论发电功率的真实概率分布下通过随机优化方法做出的决策才能在样本外得到最优的仿真结果.而从有限的历史数据中精确推断出分布存在技术上的困难且需要高额的成本,相对来说,对周期内各天可能出现的场景进行分类并对其在天与天之间的转移方式进行估计更为可行.在周期内的3类场景是按一维马尔可夫链在天与天之间转移的假设成立及其一步转移概率矩阵估计准确的前提下,本文提出的两阶段分布鲁棒随机优化方法既给出了最不利分布下的决策结果,保证了决策的鲁棒性,对其决策的仿真结果又显著优于两阶段分布鲁棒优化方法,即不会过于保守,较好地权衡了决策的鲁棒性和保守性.

5.2.3 储能系统的作用

这一小节将基于随机优化三的样本内微电网容量规划决策结果及其在分布三下的仿真结果,从数值上论证配置储能系统对降低微电网周期化成本的作用.

在本文的研究背景与假设下,该工业园区在计划建造微电网之前(即不配置光伏与储能系统),周期化成本为57742.20元.这里直接将表2中随机优化三的储能电池的容量决策设为0,光伏的装机容量决策保持为2724kW不变,在分布三下进行1000次蒙特卡罗仿真,仿真得到的微电网周期化成本的均值为29964.87元,标准差为2675.43.在这种情况下,只配置光伏不配置储能系统的周期化成本仿真结果的均值比不配置光伏与储能系统降低近一半,但比配置光伏与储能系统(即随机优化三的仿真结果)高约6.1%.事实上,不配置储能系统的确降低了微电网对设备的投资与运维成本(确切地,微电网的周期化第一阶段成本下降6300元),然而却显著增加了其在第二阶段的日常运营成本.相关仿真结果如图3所示.

值得注意的是,本文为了模型的简化并没有考虑配售电公司对微电网从外部电网购电量的“考核”,若将其考虑进来并决策影响微电网日常运营成本的另一重要因素——每周期初微电网向配售电公司上报的本周期计划

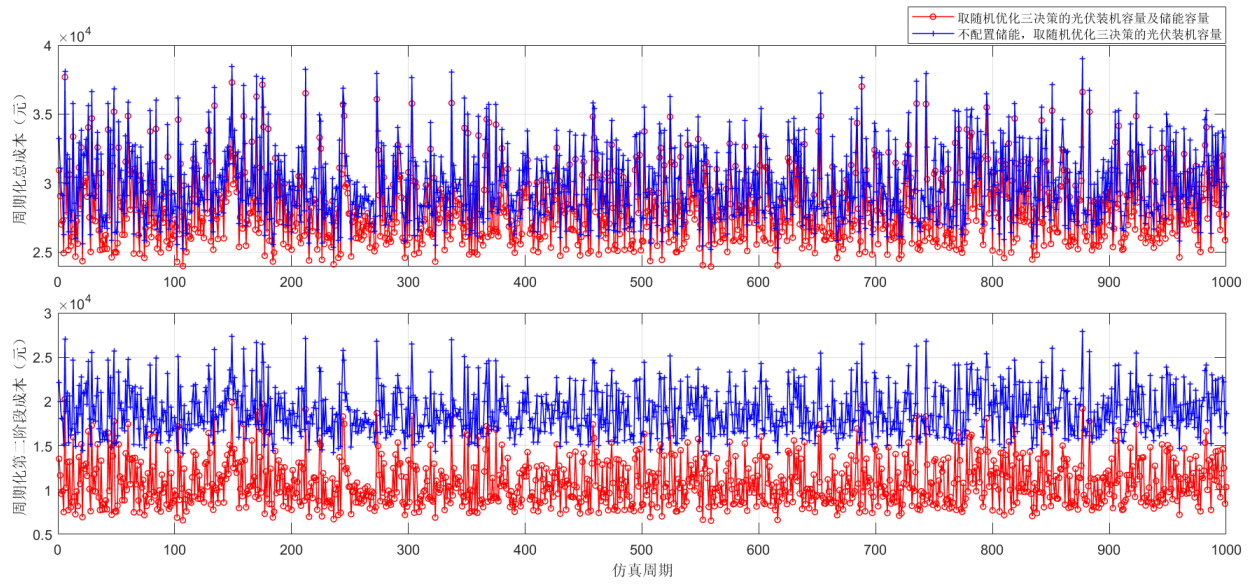


图 3: 有无储能系统对微电网周期化成本影响的仿真结果

购电量甚至是本周期计划上网电量, 由此带来的考核成本会进一步凸显储能系统降低成本的作用. 储能系统对微电网日常运营成本的显著降低作用也从侧面进一步论证了“共享储能”模式在用户侧推广的理论可行性. 这一模式使得单个微电网无需独自承担高额的储能配置与运维成本就能享受储能带来的经济效益, 但其中涉及的容量规划、调度策略、成本分摊与定价机制等有待进一步的研究来厘清.

6 结论及未来研究工作展望

对并网型光储微电网进行容量规划的目的是权衡光伏和储能的投资、运维成本以及带来的经济效益, 有利于新能源微电网在用户侧的推广. 存在多重不确定性是该容量规划问题面临的一大难点. 为了简化问题以突出问题的本质, 本文基于一系列合理的假设, 用数学语言来描述并网型光储微电网的各组成部分需要满足的条件, 将系统中不确定性的来源限定于光伏发电, 并提出“周期化成本”的概念, 以微电网周期化成本最小化为目标, 适当改进处理带有不确定性优化问题的常用建模方法——随机优化和分布鲁棒优化, 借鉴机组组合问题的两阶段思想, 分别重构基本模型, 目的是在历史数据有限的情况下合理地决策光伏的最优装机容量和储能电池的容量. 进一步, 综合上述两种方法的优势, 结合本研究问题的特性, 提出了一种两阶段分布鲁棒随机优化方法, 理论上更好地权衡了决策的鲁棒性与保守性. 以工业园区自建自用一个并网型光储微电网为背景的算例分析显示:

- 1) 两阶段随机优化方法做出的微电网容量规划决策是最不保守的, 且其在样本内的决策表现与假设的随机变量的分布相关, 两阶段分布鲁棒随机优化方法次之, 两阶段分布鲁棒优化方法最为保守.
- 2) 以两阶段随机优化方法做出的微电网容量规划决策在相应分布下仿真得到的周期化成本为基准, 两阶段分布鲁棒优化方法做出的决策在样本外的仿真结果明显保守于随机优化方法; 而两阶段分布鲁棒随机优化方法做出的决策在样本外的仿真结果略微保守于随机优化方法, 但相较分布鲁棒优化方法显著不保守.
- 3) 在单位装机容量光伏理论发电功率的真实概率分布下通过随机优化方法做出的决策才能在样本外得到最优的仿真结果. 而在周期内的3类场景是按一维马尔可夫链在天与天之间转移的假设成立及其一步转移概率矩阵估计准确的前提下, 两阶段分布鲁棒随机优化方法既给出了最不利分布下的决策结果, 相较于随机优化方法更加鲁棒, 对其决策的仿真结果又相较于分布鲁棒优化方法更不偏保守, 更好地权衡了决策的鲁棒性和保守性.
- 4) 配置储能系统的确增加了微电网对设备的投资与运维成本, 但其对微电网日常运营成本的显著降低作用使得整个系统的总成本在一定程度上下降, 也从侧面论证了“共享储能”模式在用户侧推广的经济效益及可行性.

本文的研究内容还存在一定的局限性并可从如下几点出发展开未来的研究工作:

- 1) 放松对问题的假设, 对本文构建的模型进行扩展. 逐步引入用电负荷、电力价格、并网状态等不确定性, 以及在日常运营阶段将需求响应、负荷管理、储能电池容量衰减等细节逐步考虑进来. 事实上, 微电网内的负荷可以简单地分成两类——不可控负荷和可控负荷. 其中, 不可控负荷通常是一些基本且关键的用电设备, 如必要的照明、取暖与制冷设备等, 这类负荷无法调度、必须实时满足; 可控负荷则为只要在指定的时间内满足特定的电能需求量的用电设备, 比如电动汽车只需要在车主休息的夜间将电池充满即可, 充电过程可以不是连续的, 因此可以根据微电网内电能使用情况对这类负荷进行调度, 而这会影响微电网的容量规划决策. 除此之外, 可以将配售电公司对微电网从外部电网购电量的“考核”考虑进来, 从而决策影响微电网运营成本的另一重要因素——每周期初微电网向配售电公司上报的本周期计划购电量甚至是本周期计划上网电量, 理论上由此带来的考核成本会进一步凸显储能的作用; 还可以将微电网细分成交流母线(AC bus)和直流母线(DC bus)两侧, 从而决策微电网中另一关键组成部分——转换交直流电的逆变器的装机容量.

- 2) 本文中的两阶段分布鲁棒优化和分布鲁棒随机优化模型在“周期化”所取周期较长(如一年)的情况下难以求解. 对于一个较长的周期, 需要分布鲁棒优化方法在大规模问题上的求解算法取得突破, 或者寻找一类新的处理带有不确定性的规模优化问题的建模及求解方法.
- 3) 本文中的微电网独立地配置与运维储能系统, 与此相对, 可在用户侧微电网中引入新兴的“共享储能”商业模式(具体可分为多个微电网之间共享使用各自配置的储能系统的分布式模式、以及多个微电网共用一个储能系统的中心化模式). 这一模式使得单个微电网无需独自承担高额的储能配置与运维成本就能享受储能带来的经济效益, 但由于共享模式带来的供需的不确定性、多主体性和差异性以及储能系统自有的复杂性, “共享储能”中涉及的容量规划、调度策略、成本分摊与定价机制等有待进一步的研究来厘清.

参考文献

- [1] 国家发展改革委, 财政部, 科学技术部, 等. 关于促进储能技术与产业发展的指导意见[Z]. 2017-09-22.

National Development and Reform Commission PRC, Ministry of Finance PRC, Ministry of Science and Technology PRC, et al. Guidelines on promoting energy storage technology and industrial development[Z]. 2017-09-22.

- [2] 国家发展改革委办公厅, 科技部办公厅, 工业和信息化部办公厅, 等. 贯彻落实《关于促进储能技术与产业发展的指导意见》2019-2020年行动计划[Z]. 2019-06-25.

General Office of the National Development and Reform Commission PRC, General Office of the Ministry of Science and Technology PRC, General Office of the Ministry of Industry and Information Technology PRC, et al. Action plan in 2019-2020 for implementation of “Guidelines on promoting energy storage technology and industrial development” [Z]. 2019-06-25.

- [3] 国家发展改革委, 国家能源局, 工业和信息化部. 关于推进“互联网+”智慧能源发展的指导意见[Z]. 2016-02-24.

National Development and Reform Commission PRC, National Energy Administration, Ministry of Science and Technology PRC. Guidelines on promoting the development of “Internet plus” smart energy [Z]. 2016-02-24.

- [4] 国家发展改革委, 国家能源局. 推进并网型微电网建设试行办法[Z]. 2017-07-17.
- National Development and Reform Commission PRC, National Energy Administration. Trial Measures for promoting the construction of grid-connected microgrid[Z]. 2017-07-17.
- [5] Bahramirad S, Reder W, Khodaei A. Reliability-constrained optimal sizing of energy storage system in a microgrid[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2012, 3(4): 2056-2062.
- [6] Kahrobaee S, Asgarpour S, Qiao W. Optimum sizing of distributed generation and storage capacity in smart households[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2013, 4(4): 1791-1801.
- [7] Atia R, Yamada N. Sizing and analysis of renewable energy and battery systems in residential microgrids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2016, 7(3): 1204-1213.
- [8] Wu L, Shahidehpour M, Li T. Stochastic security-constrained unit commitment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(2): 800-811.
- [9] Zhao L, Zeng B. Robust unit commitment problem with demand response and wind energy[C]//2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting, 2012, San Diego, CA. IEEE, 2012: 1-8.
- [10] Zhao C, Guan Y. Unified stochastic and robust unit commitment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 3353-3361.
- [11] Guo Y, Zhao C. Islanding-aware robust energy management for microgrids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2016, 9(2): 1301-1309.
- [12] Zhao C, Guan Y. Data-driven stochastic unit commitment for integrating wind generation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 31(4): 2587-2596.
- [13] Zhao C, Jiang R. Distributionally robust contingency-constrained unit commitment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 33(1): 94-102.
- [14] Delage E, Ye Y. Distributionally robust optimization under moment uncertainty with application to data-driven problems[J]. Operations research, 2010, 58(3): 595-612.

- [15] Goh J, Sim M. Distributionally robust optimization and its tractable approximations[J]. Operations research, 2010, 58(4-part-1): 902-917.
- [16] Wiesemann W, Kuhn D, Sim M. Distributionally robust convex optimization[J]. Operations Research, 2014, 62(6): 1358-1376.
- [17] Hu Z, Hong L J. Kullback-Leibler divergence constrained distributionally robust optimization[J]. Available at Optimization Online, 2013.
- [18] Ben-Tal A, Den Hertog D, De Waegenaere A, et al. Robust solutions of optimization problems affected by uncertain probabilities[J]. Management Science, 2013, 59(2): 341-357.
- [19] Jiang R, Guan Y. Data-driven chance constrained stochastic program[J]. Mathematical Programming, 2016, 158(1-2): 291-327.
- [20] Gao R, Kleywegt A J. Distributionally robust stochastic optimization with Wasserstein distance[J]. arXiv preprint arXiv:1604.02199, 2016.
- [21] Esfahani P M, Kuhn D. Data-driven distributionally robust optimization using the Wasserstein metric: Performance guarantees and tractable reformulations[J]. Mathematical Programming, 2018, 171(1-2): 115-166.
- [22] Chen Z, Yu P, Haskell W B. Distributionally robust optimization for sequential decision-making[J]. Optimization, 2019, 68(12): 2397-2426.
- [23] Bertsimas D, Sim M, Zhang M. Adaptive distributionally robust optimization[J]. Management Science, 2019, 65(2): 604-618.
- [24] Zhao C, Wang Q, Wang J, et al. Expected value and chance constrained stochastic unit commitment ensuring wind power utilization[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(6): 2696-2705.
- [25] Kim S, Pasupathy R, Henderson S G. A guide to sample average approximation[M]//Handbook of simulation optimization. New York, NY: Springer, 2015: 207-243.

- [26] Kong Q, Lee C Y, Teo C P, et al. Scheduling arrivals to a stochastic service delivery system using copositive cones[J]. Operations research, 2013, 61(3): 711-726.
- [27] Ben-Tal A, Goryashko A, Guslitzer E, et al. Adjustable robust solutions of uncertain linear programs[J]. Mathematical programming, 2004, 99(2): 351-376.

附录A

最小-最大问题(31)等价于最小化问题(32)-(37).

证明. 注意到(31)中内嵌的上确界表达式 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{G}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} [\mathbf{d}'\mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}})]$ 可以展开成如下的半无限规划问题:

$$\sup \int_{\bar{\mathcal{W}}} \mathbf{d}'\mathbf{y}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) dF(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \quad (51)$$

$$\text{s.t. } \int_{\bar{\mathcal{W}}} z_i dF(\mathbf{z}, \mathbf{u}) = \mu_i, \quad \forall i \in [I_1] \quad (52)$$

$$\int_{\bar{\mathcal{W}}} u_j dF(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \leq \zeta_j, \quad \forall j \in [I_2] \quad (53)$$

$$\int_{\bar{\mathcal{W}}} dF(\mathbf{z}, \mathbf{u}) = 1 \quad (54)$$

$$F(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \geq 0, \quad \forall (\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \bar{\mathcal{W}}. \quad (55)$$

其中, $F(\mathbf{z}, \mathbf{u})$ 是随机向量 $(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}})$ 的概率测度, 因此自然地有(54)和(55)式; 约束条件(52)和(53)式分别表示(27)中 \mathcal{G} 的第二行和第三行.

利用无限维问题的对偶理论, 对半无限规划(51)-(55)取对偶, 可将该最大化问题转化为如下的等价形式:

$$\begin{aligned} \min \quad & \iota + \boldsymbol{\xi}'\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\theta}'\boldsymbol{\zeta} \\ \text{s.t. } \quad & \iota + \boldsymbol{\xi}'\mathbf{z} + \boldsymbol{\theta}'\mathbf{u} \geq \mathbf{d}'\mathbf{y}(\mathbf{z}, \mathbf{u}), \quad \forall (\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \bar{\mathcal{W}}, \\ & \boldsymbol{\theta} \geq \mathbf{0}, \\ & \iota \in \mathbb{R}, \quad \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{I_1}, \quad \boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{I_2}. \end{aligned}$$

其中, ι , $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\boldsymbol{\theta}$ 分别为对应于约束条件(54), (52)和(53)的对偶变量.

用上述等价的对偶问题替代(31)中内嵌的上确界表达式 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{G}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} [\mathbf{d}'\mathbf{y}(\tilde{\mathbf{z}}, \tilde{\mathbf{u}})]$, 原来的最小-最大问题 $\beta_E(\mathbf{x})$ 就可以转化成等价的最小化问题(32)-(37). □

附录B

鲁棒优化问题(32)-(37)的鲁棒对应形式为(38)-(47).

证明. 首先, 结合增强线性决策规则(30), 将鲁棒优化问题中的不确定二阶锥约束(33)式改写成最不利情况下的形式:

$$\begin{aligned}
 & \min_{(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \bar{\mathcal{W}}} \{ \iota + \boldsymbol{\xi}' \mathbf{z} + \boldsymbol{\theta}' \mathbf{u} - \mathbf{d}' \mathbf{y}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \} \\
 &= \min_{(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \in \bar{\mathcal{W}}} \left\{ \iota + \sum_{i \in [I_1]} \xi_i z_i + \sum_{j \in [I_2]} \theta_j u_j - \sum_{n \in [N_2]} d_n (\mathbf{y}^0)_n - \right. \\
 & \quad \left. \sum_{n \in [N_2]} \sum_{i \in [I_1]} d_n (\mathbf{y}_i^1)_n z_i - \sum_{n \in [N_2]} \sum_{j \in [I_2]} d_n (\mathbf{y}_j^2)_n u_j \right\} \geq 0. \tag{56}
 \end{aligned}$$

再结合二阶锥约束(28)式定义的扩展的支撑集 $\bar{\mathcal{W}}$, 通过对不等式(56)左边的最小化形式取对偶, 推导出(56)式的等价约束:

$$\iota - \mathbf{d}' \mathbf{y}^0 \geq \boldsymbol{\pi}' \mathbf{h}, \tag{57}$$

$$\boldsymbol{\pi} \succeq_{\mathcal{K}} \mathbf{0}, \boldsymbol{\pi} \in \mathbb{R}^L, \tag{58}$$

$$(\mathbf{C}' \boldsymbol{\pi})_i = \mathbf{d}' \mathbf{y}_i^1 - \xi_i, \forall i \in [I_1], \tag{59}$$

$$(\mathbf{D}' \boldsymbol{\pi})_j = \mathbf{d}' \mathbf{y}_j^2 - \theta_j, \forall j \in [I_2]. \tag{60}$$

其中, $\boldsymbol{\pi}$ 表示对应于(28)式中二阶锥约束的对偶变量; 约束(59)和(60)式分别对应(56)式中的 \mathbf{z} 和 \mathbf{u} . 因此, 鲁棒优化问题中的约束(33)式等价于约束(39)-(42)式.

同理, 再结合线性仿射形式(25)和(26), 可以将鲁棒优化问题中的约束(36)式转化为等价形式(43)-(46).

综合上述等价结果, 可以导出整个鲁棒优化问题的鲁棒对应形式(38)-(47). \square