

# 基于排队网络的共享单车坏车运维决策

郭忠玉<sup>1</sup>, 罗俊<sup>1</sup>, 夏俊<sup>2</sup>

(1. 上海交通大学 安泰经济与管理学院, 上海 200030; 2. 上海交通大学 中美物流研究院, 上海 200030)

**摘要:** 共享单车系统中车辆的损坏会严重影响顾客使用体验并增加运营成本。因而需要维修中心的维修以及运载车进行的回收和投放这三个过程的运维。如何将运维能力在维修和运载之间分配, 以达到最优系统表现, 是共享单车运营管理中待解决的重要问题。本文考虑共享单车批量回收、集中维修和批量投放的运行特点, 构建了单车运行系统的封闭排队网络模型, 并给出求解方法以计算系统性能参数。在运维总能力有限的条件下, 以最小化顾客损失率为决策目标构建决策问题。通过马尔可夫过程状态稳态概率求解出理论系统性能参数。考虑模型的复杂度和求解难度, 进一步提出蒙特卡洛仿真性能参数求解方法。并结合决策问题解空间有限、离散的特征, 采用仿真优化中的排序择优 (Ranking and Selection) 算法, 求解决策问题。算例计算结果显示, 蒙特卡洛仿真可以有效估计出系统性能参数。对共享单车运营管理而言, 提升维修和运载车的运行速率或数量均可以改善系统性能表现, 但存在边际递减效应, 二者能力平衡时, 系统表现较好。而本文采用的算法可以有效求解出决策问题的最优或近似最优解, 为共享单车的实际运营管理提供参考。

**关键词:** 共享单车; 封闭排队网络; 仿真; 仿真优化

**中图分类号:** D605 **文献标识码:** A **文章编号:**

**收稿日期:** **修回日期:**

**基金项目:** 国家哲学社会科学基金重点资助项目 (注意: 资助项目不超过 3 个, 并确保与论文研究有关联)

**作者简介:**

## 0 引言

共享单车因其便捷性, 已成为人们日常通勤的重要方式。根据交通运输部公布的数据, 截至 2019 年 8 月底, 我国互联网租赁自行车共有 1950 万辆, 覆盖全国 360 个城市, 注册用户数超过 3 亿人次, 日均订单数达到 4700 万单<sup>[1]</sup>。但单车的损坏依然是一个令使用者不快、令运营者头痛的问题。自从共享单车借助移动互联网的浪潮, 从传统的有桩模式演进成无桩模式, 并迅速遍布中国开始, 始终是管理面临的难题。根据企鹅智库 2018 年发布的《共享单车数据报告: 解读摩拜 Ofo 们的用户与未来》<sup>[2]</sup>中显示, Ofo 用户对于共享单车的不满体验中, 骑行需求无法得到及时满足的比例高达 55.2%、往返需求难以同时满足的比例是 41.4%。并且单车中上报车辆故障的比例为 39.3%。

抛弃了传统的固定车桩的模式, 无桩共享单车 (后文以共享单车专指无桩模式) 极大地方便了用户的使用, 用户规模随之扩大。当需求被创造, 新的市场被打开。巨大的市场规模, 吸引各路资本和创业者大量涌入。为了快速占据市场份额, 各

企业烧钱铺量。分散的模式下，用户最大的不满是难以找到车，更激励企业不断投入更多的单车来尽可能保证用户体验。但是共享单车的成本较高<sup>[3]</sup>，单价从数百至数千元不等。头部单车企业数百万辆的投放量意味着动辄数十亿的投入。与此同时，共享单车的服务过程中存在大量损坏情况，一旦损坏即无法服务顾客。需要进行回收、维修和重新投放。这一过程需要大量的人力资源和零件损耗成本。

这样的商业模式，让极高的固定资产投入和运维成本成为共享单车企业的沉重负担，过量的单车也对城市治理提出巨大挑战。随着政策的出台和行业竞争程度的渐趋稳定，当前单车系统的运维成为了各运营商更加关注的问题。单车的损坏影响用户体验，不能被及时满足的顾客骑行需求，会迅速被其他方式所替代，比如乘客可能选择步行或打车；增加了回收、维修和重新投放的成本；直接导致收入损失以及品牌声誉下降。为此，在单车的运营中好车的调度和坏车的回收、维修和重新投放对整个共享单车系统的高效运行有着决定性意义。共享单车雇佣工人、采购运载车进行运维，但能力与需求的不匹配将会导致无法达到预期的效果或者资源的浪费。因此本文旨在结合系统运行情况，尝试解决维修及运载能力的决策问题，以最优化系统性能表现。

已有的与本文内容相关研究工作主要有四个方向，以下分别介绍相关的研究情况。

#### （1）考虑了坏车的共享单车研究

Kaspi 等人<sup>[4]</sup>提出了一种贝叶斯模型，以估算特定自行车无法使用的概率。Kaspi 等人<sup>[5]</sup>指出即使损坏自行车的比例很小，但仍然会严重地影响用户对整个共享单车系统的满意度。徐国勋等人<sup>[6]</sup>在有桩共享单车场景中，使用禁忌搜索算法，求解了损坏单车的回收规划问题。

#### （2）封闭排队网络

Li 等<sup>[7][8][9]</sup>是最先使用封闭排队网络来描述和分析共享单车系统的。他们工作基于有桩共享单车系统。通过将系统中的自行车视为“虚拟客户”；停车区和道路被视为“虚拟服务台”构建封闭排队网络。并从三个方面扩展和归纳了它：道路结构是不可约图；真正的客户到达是马尔可夫到达过程；公路上的骑行时间是独立同分布的。进一步，对封闭排队网络应用流体和扩散极限来分析共享单车系统的性能表现。除此之外，排队网络也经常被用来研究其他服务系统 Adelman 等人<sup>[10]</sup>使用封闭式排队网络来对不同地理位置之间运输集装箱的流程进行建模。George 等人<sup>[11]</sup>构建了租车系统的封闭排队网络模型，然后确定汽车租赁公司的最佳车队规模，并得出公司的每个租赁站处汽车的可用性。

#### （3）基于系统仿真的共享单车研究

仿真方法在共享单车问题中主要被用来研究系统的状态和如何对不同区域间的单车进行调度。Romero<sup>[12]</sup>使用仿真方法研究了共享单车系统中各个站点对单车的需求。比较了有桩共享单车中被满足了的需求和实际总需求之间的差异，并提出一种综合性的方法对实际总需求进行估计。韩琦等<sup>[13]</sup>则使用蒙特卡洛仿真的方法分析了共享单车系统中车在不同区域间的转移状态。Caggiani 和 Ottomanelli<sup>[14]</sup> 基于仿真的方法，考虑路线选择来确定最佳调度流程以最大程度地降低自行车共享运营商的车辆重新安置成本，同时达到较高的用户满意度。孙怡璇等<sup>[15]</sup>则将仿真结合实际调研得到的数据，求解共享单车的调度问题。

#### （4）仿真优化

仿真优化方法是一类适用于通过仿真得到目标函数的值，基于仿真结果求解最优解的算法。在共享单车相关研究中，Jian等<sup>[16]</sup>曾使用一种近似于梯度方法的启发式仿真优化算法，优化纽约城市公共自行车的自行车和车桩的分布。排序择优方法是仿真优化中，一类通过比较仿真实验结果，从有限解空间中选择出最优或近似最优解的方法。其中考虑无差别区域（Indifference Zone，当两个解之间的距离小于该值时认为二者无差异的阈值）<sup>[17]</sup>的典型的包括两阶段<sup>[18]</sup>、若干阶段<sup>[19]</sup>、两阶段带筛选<sup>[20]</sup>和完全序列化（Fully Sequential）的方法<sup>[21]</sup>。排序择优算法可以以较少的计算开支，在一定置信度下保证所选择出的系统是最优的。

现有工作中对系统状态，包括需求预测和车辆运转，和车辆的调度有较多研究。而对坏车（处于损坏状态的共享单车，后文同）的回收、维修和维修完毕的好车投放研究工作还很少。运维环节会如何影响系统整体表现，特别是，在运维投入有限的情况下，如何进行资源在维修和运载之间的安排的问题，还没有得到解决。本文通过对共享单车运维系统建立封闭排队网络模型，探究了单车运营各个环节对系统整体服务性能的影响。进一步，结合排序择优算法，在有资源约束的条件下，求解系统最优或近似最优的分配。

后文的内容为：第一章构建共享单车整体系统的封闭排队网络模型，基于该模型，形式化定义本文要求解的决策问题；第二章基于连续时间马尔可夫链(Continuous-Time Markov Chain, CTMC)和仿真方法求解系统性能指标，描述所采用的求解优化问题的算法；第三章进行数值实验，验证前述求解方法的正确性，在设定的算例上进行系统性能指标求解和优化问题求解，并分析实验结果；第四章结论。

## 1 模型构建

### 1.1 模型描述

共享单车的运作按照是否可以服务顾客可以解构为两大部分：状态正常单车服务顾客的部分，和不能够供用户骑行的正在被回收、维修和再投放部分。我们在本文中将损坏单车的回收、维修和投放统称为共享单车的运维。共享单车的无桩模式相较有桩模式而言，单车的分布情况是比较散乱的。在实际中，单车的运维是基于划分的区域进行的。因此将共享单车的运行的各个区域抽象成排队队列。与运维部分共同构成共享单车运行系统。

当前共享单车采用集中式维修模式。操作员驾驶运载工具收集其所负责区域内的坏车。后前往维修中心运送坏车，并装载尽维修完毕的好车，重新投放至各区域。维修中心配置若干维修工。通常无法通过维修恢复可使用状态的自行车将被替换成新车。在正常运营期间，前述过程持续进行。通常日常运营中，会采用不同策略进行单车区域间的调度，比如在使用量低谷期将单车从过剩的区域运至不足的区域。调度策略本身是重要且复杂的，已经有很多相关研究工作<sup>[6][14]</sup>。考虑调度通常间隔进行以及模型的精简，不作为本文讨论对象。

### 1.2 模型假设

考虑单车的实际运行情况，基于如下假设，构建本文的封闭排队网络研究该服务系统。

- (1) 共享单车的运行可以被划分成区域；
- (2) 各区域顾客到达过程服从泊松分布；
- (3) 顾客到达某区域，如果有好车，则以一定转移概率骑往其他区域，否则该顾客立即离开；
- (4) 单车骑行时间服从参数与始末区域相关的指数分布；
- (5) 单车骑行完毕后，以一定的概率进入目标区域，另以互斥概率进入损坏状态；
- (6) 进入损坏状态的单车通过回收、维修和再投放的过程，重新服务顾客；
- (7) 运载车间隔指数时间将载荷以内尽可能多的对坏车进行回收作业，后间隔相同分布时间，对载荷以内尽可能多的维修完毕的好车进行投放作业；
- (9) 同一辆运载车的回收和投放作业交替进行；
- (10) 维修中心有若干并行修理工，修理工服务时间服从一定指数分布。

1.3 符号标记

表 1 和表 2 分别给出系统状态变量的各分量描述和系统的各项参数。

1.3.1 状态随机变量分量表

表 1 状态随机变量分量表  
Table 1 Random Variables of system states

符号	含义
$i, j$	队列的脚标, $i, j = 1, \dots, A$
$t$	系统时间变量
$N_i$	在队列 $i$ 处的好车数
$R_{ij}$	正在被从 $i$ 骑到 $j$ 的车数
$BP$	当前等待被运送至维修中心的坏车数
$RC$	当前维修队列处的坏车数

$DP$	当前等待被重新投放的坏车数
$GD$	标记当前正在进行的过程是回收或是投放

### 1.3.2 系统参数表

表 2 系统参数表  
Table 2 Parameters of system

参数	描述
$A$	区域数
$M$	总车数
$\beta$	损坏概率
$P_{ij}$	从 $i$ 到 $j$ 的骑行概率
$\lambda_i$	区域 $i$ 顾客到达速率
$\rho_{ij}$	从 $i$ 骑行到 $j$ 的速率
$\tau$	运维速率
$C$	运载车容量
$\mu$	单服务台维修速率
$N$	服务台数量

### 1.4 封闭排队网络模型

记  $X_t = (N_1, \dots, N_i, \dots, N_A, R_{11}, \dots, R_{ij}, \dots, R_{AA}, BP, RC, DP)_t$  为系统在任意时间  $t$  的状态向量。

以 2 个区域的单车系统为例，如图 1 所示。每个区域的顾客到达服从一定参数的泊松分布。在每个区域，顾客相当于虚拟的服务台。顾客到达某区域时，选择单车队伍最前端的那辆骑行，根据概率转移矩阵随机选择目的地，可以是其他区域或自身。骑行过程服从参数与始末点间距离相关的指数分布。当这个等待队列中没有单车时，新到达的顾客马上流失。于是，任意两个区域间相当于存在一个正在被骑行的单车的  $M/M/\infty$  队列。骑行完毕后，单车以一定概率排至目的地单车队列末

尾, 相当于可以服务的单车到达一个区域时进入一个  $M/M/1$  队列进行等待。或以互斥的概率进入损坏状态, 此时该单车进入一个回收池 *Broken Pool* (简记为 *BP*)。运载车每隔参数为  $\tau$  的指数分布时间, 搬运载荷之内的尽可能多的坏车至维修中心, 再经过相同分布时间, 将维修后的好车重新投放运营, 二者交替进行。这里以 *Distribute Pool* (简记为 *DP*), 表示已维修待投放的单车集合。维修中心有若干并行修理工, 服务时间服从相同参数的指数分布。投放策略是一个重要且复杂的问题, 已经有很多研究的工作<sup>[22][23]</sup>。为了模型的精简, 本文采用一种较固定的可行策略: 根据各个区域的顾客到达率和单车总数设置各个区域的目标数量, 投放以此为目标数量, 如果区域的好车数达到该量, 则不投放, 否则以运载车上的好车数为上限, 尽可能投放至该量。

图 1 区域数为 2 时单车封闭排队系统示意图

据上,将共享单车运维过程构建成一个封闭排队网络。由于各过程的指数时间性质,系统状态构成一个 CTMC。由于时间发生时间的随机性,并且单车可以在好坏状态之间进行转换,显然系统中任意一个状态可以以一定概率经过一定时间后转移到任意另一个状态。因此,这是一个遍历(Ergodic)的马尔可夫链。由马尔可夫链的性质,系统存在长程稳定状态。由此,我们在给定系统参数设置下,可以通过系统状态概率转移方程,求解系统处于各个状态概率,从而得到系统性能指标。

在单车的日常运营中,为了系统的良好运行,需要购置运载车并配备运维人员和雇佣维修工。运载车和运维人员可当做整体看待。通常维修车和单个维修工的单位成本认为固定已知。运维的决策问题即为,在总预算给定条件下,决策采用多少运载车和雇佣多少维修工。

在本文中我们主要关注最小化系统中顾客损失。对应的变量如表 3 所示。

**表 3 决策问题变量表**  
Table 3 Parameters of decision problem

符号	含义
$n_R$	决策变量，维修中心服务台的数量，正整数
$n_C$	决策变量，运载车的数量，正整数
$Cost_R$	单位维修中心服务台成本
$Cost_C$	单位运载车成本
$T$	预算总数

决策问题的数学形式如下：

$$\begin{aligned}
 & \arg \min_{n_R, n_C} E[\text{顾客损失比例}] \\
 & s.t. \ n_R Cost_R + n_C Cost_C \leq T \\
 & \quad n_R, n_C \in \mathbb{N}^+
 \end{aligned} \tag{1}$$

## 2 模型求解

在本部分，首先给出一个基于马尔可夫链长程稳态概率的系统性能求解方法。对于一个遍历的连续时间马尔可夫链，当时间趋向于无穷大时，系统处于各个状态的时间比例收敛于其极限概率。我们通过构建系统的状态转移概率方程，求解得到系统处于各状态概率，进一步计算得到系统性能指标<sup>[24]</sup>。

对该马尔可夫链而言，其状态数量可通过系统中的区域数量、车的总数和运载车的数量计算得到，为  $2^C \times \binom{A + A^2 + 3 + M}{M}$ 。可知系统状态数量与区域数量、单车总数和运载车数量为指数关系。因而，该系统对应的系统状态转移概率方程组随系统中区域数量、单车总数和运载车数量增加将变得非常庞大，难以通过方程方法求得精确解。但仿真的方法，可以无需知晓所有状态，从而较快地收敛。因此，我们提出蒙特卡洛仿真的方法，得到系统性能参数。

对本文关心的决策问题而言，其解空间为有限、离散。而由于随机性，每一组参数设置下的期望系统性能参数难以通过比较仿真实验的均值直接得到。我们采用一种序列式排序择优算法，由 Kim 和 Nelson 在 2001 年提出的 KNMethod<sup>[21]</sup>，求解本文的决策问题。

## 2.1 CTMC 状态方程求解方法

### 2.1.1 系统稳态概率计算

记  $S$  为系统所有可能的状态的集合,  $s$  为集合中元素。记

$$s^T = (N_1, \dots, N_A, R_{11}, \dots, R_{AA}, BP, RC, DP, GD)^T$$

为系统状态向量。对于一个排队过程, 由系统状态转移的偏微分方程可以构建任意系统状态其转出率与转入率相等的方程。因为系统中的总的车数固定, 所以其符合下式:

$$\sum_{i \in [1, A]} (N_i + \sum_{j \in [1, A]} R_{ij}) + BP + RC + DP = M \quad (2)$$

$$GD = \begin{cases} 0, & \text{好车回收;} \\ 1, & \text{坏车投放.} \end{cases} \quad (3)$$

记  $\pi_s$  为状态  $s$  的极限稳态概率。我们记  $I_{N_i}$ ,  $I_{BP}$  和  $I_{DP}$  如下:

$$I_{N_i} = \begin{cases} 1, & N_i > 0; \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (4)$$

由马尔可夫链的性质, 系统稳态下任意状态的转出速率为该状态可以到达的任意下一状态的长程比例乘以相应转移速率之和。即:

$$Rate-out_s = \left( \sum_{i \in [1, A]} \lambda_i I_{N_i} + \sum_{i \in [1, A]} \sum_{j \in [1, A]} \rho_{ij} R_{ij} + \mu \min\{RC, N\} + \tau \right) \pi_s. \quad (5)$$

我们记示性函数  $F_s$  如下, 其表示一个状态是否是可能存在的, 存在为 1, 不存在为 0。

$$F_s = \begin{cases} 1, & \sum_{i \in [1, A]} (N_i + \sum_{j \in [1, A]} R_{ij}) + BP + RC + DP = M; \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (6)$$

同样由马尔可夫链的性质, 系统稳态下任意状态的转入速率为任意可以到达该状态的上一状态的长程比例乘以相应转移速率之和。而投放前各区域的好车数需要由投放策略倒推得到。本文中采取根据各区域顾客到达率按比例分配的策略。初始目标投放量根据每个区域的到达速率按比例进行设置。在每次投放时, 按照每个区域的到达率从高到低排序, 依次检查区域中当前的好车数是否达到原始设定的目标值, 如果没有达到则尽可能补充到目标值。再投放下个区域。直到待投放的好车数为 0 或所有区域已检查过。根据这个策略可以得到所有可能的投放前系统状态集合  $\mathcal{Q}$ 。

则马尔可夫过程稳态情况下任意系统状态, 可能由另一个状态经由 (1) 顾客骑走一辆好车; (2) 骑行到达; (3) 骑行损坏; (4) 坏车运送至维修中心; (5) 维修完毕进入投放队列; (6) 投放至各区域, 这六种过程的某一种而进入。从而确定系统某状态的转入速率为:



$$\begin{aligned}
Rate - in_s = & \sum_{i \in [1, A]} \sum_{j \in [1, A]} \lambda_i P_{ij} \pi_{(\dots, N_i + 1, \dots, R_{ij} - 1, \dots)} F_{(\dots, N_i + 1, \dots, R_{ij} - 1, \dots)} \\
& + \sum_{i \in [1, A]} \sum_{j \in [1, A]} \rho_{ji} R_{ji} (1 - \beta) \pi_{(\dots, N_i - 1, \dots, R_{ij} + 1, \dots)} F_{(\dots, N_i - 1, \dots, R_{ij} + 1, \dots)} \\
& + \sum_{i \in [1, A]} \sum_{j \in [1, A]} \rho_{ij} R_{ij} \beta \pi_{(\dots, R_{ij} + 1, \dots, BP - 1, \dots)} F_{(\dots, R_{ij} + 1, \dots, BP - 1, \dots)} \\
& + \tau \sum_{B \in [1, \min\{C, RC\}]} \pi_{(\dots, BP + B, RC - B, \dots, GD = 1)} \\
& + \mu \min\{RC, N\} \pi_{(\dots, RC + 1, DP - 1)} F_{(\dots, RC + 1, DP - 1)} \\
& + \tau \sum_{q \in Q} \pi_q F_q
\end{aligned} \tag{7}$$

又有：

$$\sum_{s \in S} \pi_s = 1 \tag{8}$$

通过联立前述(2)-(8)式可以求解以上系统状态转移概率方程组，得到系统处于每个状态的长程比例。

### 2.1.2 系统性能指标计算

根据系统的每个状态的长程稳态概率，可以计算得到如下系统性能指标。

#### 1、期望顾客损失比例

当系统中某个区域处没有好车时，新到达的顾客将会损失掉。因此通过没有好车的区域的顾客到达速率除以总的顾客到达速率可以得到期望任意状态的顾客损失比例。再通过对所有状态加权平均即可得到期望顾客损失率。

$$E[\text{顾客损失比例}] = \frac{1}{M} \sum_{s \in S} \pi_s \sum_{N_i \in s} I(N_i) \lambda_i / \sum_{i \in [1, A]} \lambda_i \tag{9}$$

#### 2、期望好车比例

系统中好车和坏车的比例可以由任意状态中的好车数量占车总数的比例求期望平均得到。

$$E[\text{好车比例}] = \frac{1}{M} \sum_{s \in S} \pi_s \sum_{N_i \in s} N_i \tag{10}$$

#### 3、期望维修服务台闲置比例

维修中心处可能会有多台服务台。当维修中心处待维修的单车数少于维修台数量时，即出现了服务台的闲置。因此通过维修中心处的车数除以服务台数得到某一状态的限制比例，再通过对所有状态平均，即可得到期望维修服务台闲置率。

$$E[\text{闲置服务台比例}] = \sum_{s \in S} \pi_s (1 - RC^s / N) \tag{11}$$

## 2.2 蒙特卡洛仿真方法

通过设置系统的状态转移规则，我们可以模拟前述提出的单车系统模型。通过向模型输入符合分布假设的随机数，可以模拟所建立的模型对应的系统的运行。当系统存在大量状态时，无论是方程求解还是在仿真中确保所有状态都被访问到，都需要大量时间。而实际系统无需访问大量状态，系统的性能指标也已进入稳定状态。基于仿真的方法可以较快地得到我们关心的系统性能指标。后文数值计算部分通过设置同样的参数，对比方程求解结果和仿真结果，验证了 CTMC 模型 ODE 方程求解方法与仿真方法的一致性。

在仿真中，通过记录系统状态的变化和状态持续时间，可以计算得到仿真进行到某一时刻为止，系统中好车比例的均值和维修中心闲置比例的均值；通过记录的到达顾客总数和未被服务而而丢失的顾客总数相除，可以计算得到顾客损失比例。从而观察系统性能指标均值随时间的变化。

2.3 排序择优算法

基于前述封闭排队网络模型的系统性能参数难以进行显式求解，也因而难以直接求解得到系统性能参数进行比较。但是通过仿真的方法，可以较方便地获得系统性能参数。通过对前述仿真模型的扩展，可以轻易仿真系统中有多辆运载车同时运行的情况。结合对多个仿真结果进行排序，进而挑选出最优解或近似最优解的排序择优算法可以求解目标决策问题。

Kim 与 Nelson 在提出了 Fully Sequential, Indifference Zone Method，该算法可以以设定的置信度  $1-\alpha$  从候选系统中挑选出均值最优的系统。参数  $\delta$  表示无差别区间长度，当两个待选系统在性能表现差距在  $\delta$  以内时，认为两个系统的性能表现相同。表现在结果上是当某些系统的均值与最优系统对应的均值之间的距离小于该值时，多次执行算法，这些系统也将被当做最优系统而以一定频率被选出。该方法的优点在于，首先，可以设置无差别区间，从而可以认为决定什么样程度的性能差别是没有影响的；其次，其筛选过程中，可以逐步剔除明显差的方案，从而节省比较所需要的总样本数；而且，该方法虽然基于样本分布为正态的假设，但是对样本分布非正态有着较好的抵抗力。可以应对在实际使用过程中，样本分布的未知性。算法的参数输入如下表。

表 4 排序择优算法参数表

Table 4 Parameters of ranking and selection method

符号	含义	默认值
K	待比较系统数量	随问题变化
$1-\alpha$	置信度	0.05
$\delta$	无差别区域宽度	0.01
$n_0$	初始样本量大小， $n_0 \geq 2$	20
$c$	算法参数	$c = 1$

$k$	第 $k$ 个系统	$k = 1, 2, \dots, K.$
$p$	第 $p$ 次观测	$p = 1, 2, \dots, n_0.$

记  $X_{kp}$  为系统  $k$  的第  $p$  个观测值。

算法流程如算法 1 所示。

---

**算法 1** Fully Sequential, Indifference Zone Method

---

**输入:**  $K, \alpha, \delta, n_0, c, X$

**输出:** 最优系统编号

1    **初始化:**

2     $I = \{1, 2, \dots, K\}$

3     $\eta = \frac{1}{2}[(\frac{2\alpha}{K-1})^{-2/(n_0-1)} - 1]$

4     $h^2 = 2(n_0 - 1)c\eta$

5     $S_{kl}^2 = \frac{1}{n_0 - 1} \sum_{p=1}^{n_0} (X_{kp} - X_{lp} - [\bar{X}_k(n_0) - \bar{X}_l(n_0)])^2, \forall k \in I \text{ and } k \neq l$

6     $N_{kl} = \lfloor \frac{h^2 S_{kl}^2}{\delta^2} \rfloor, \forall k \in I \text{ and } k \neq l$

7     $N_k = \max_{l \neq k} N_{kl}, \forall k \in I$

8     $\bar{X}_k(r) = \frac{1}{r} \sum_{s=1}^r X_{ks}$

9    **初始判断:**

10   **if**  $n_0 > \max_k N_k$  **then**

11        **return**  $\arg \max_k \bar{X}_k(n_0)$

12   **else**

13         $r = n_0$

14        **进入筛选过程**

```
15  end if

16  筛选过程:

17  while  $|I| > 1$ :

18       $\forall$  系统  $k \in I$  中添加一个观测值  $X_{k,r+1}$ 

19       $r = r + 1$ 

20  if  $r == \max_k N_k + 1$  then

21      return  $\arg \max_k \overline{X}_k(r)$ 

22  else

23       $I^{old} = I$ 

24      更新  $\overline{X}_k(r), \forall k \in I$ 

25       $W_{kl}(r) = \max\{0, \frac{\delta}{2cr}(\frac{h^2 S_{kl}^2}{\delta^2} - r)\}, \forall k \in I \text{ and } k \neq l$ 

26       $I = \{k : k \in I^{old} \text{ and } \overline{X}_k(r) \geq \overline{X}_l(r) - W_{kl}(r), \forall l \in I^{old}, l \neq k\}$ 

27  end if

28  end while

30  return  $I$ 
```

---

3 数值实验

3.1 运维模型数值实验

在系统设置如表 5 所示的默认系统参数情况下，求解系统性能参数。在运行仿真时，设置系统的初始状态为所有车均为好车，并且平均分布于各个区域中。

表 5 系统仿真默认参数表  
Table 5 Default parameters of simulation

参数	默认值
----	-----

$A$	2
$M$	6
$\beta$	0.3
$P_{ij}$	随机数
$\lambda_i$	随机数
$\rho_{ij}$	$i, j$ 的曼哈顿距离加一的倒数
$\tau$	1.0
$C$	3
$\mu$	1.0
$N$	1

观察系统指标随仿真运行时间的变化，可以判断系统是否进入稳态。取系统进入稳态后的一段时间，计算这段时间某性能指标的平均作为该指标的期望值<sup>[25]</sup>。如图 2 所示，性能指标随仿真时间推移，逐渐趋于稳定。

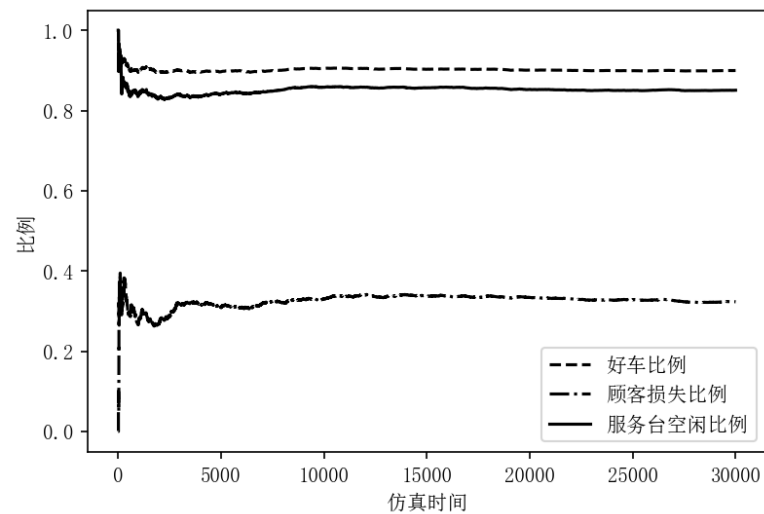


图 2 A2M6 系统性能参数-时间 30000 图

Figure 2 Performance indicators – Simulation time graph with A=2, M=6

基于相同默认参数设置，变动系统参数，比较方程求解结果与仿真结果。如下图所示：

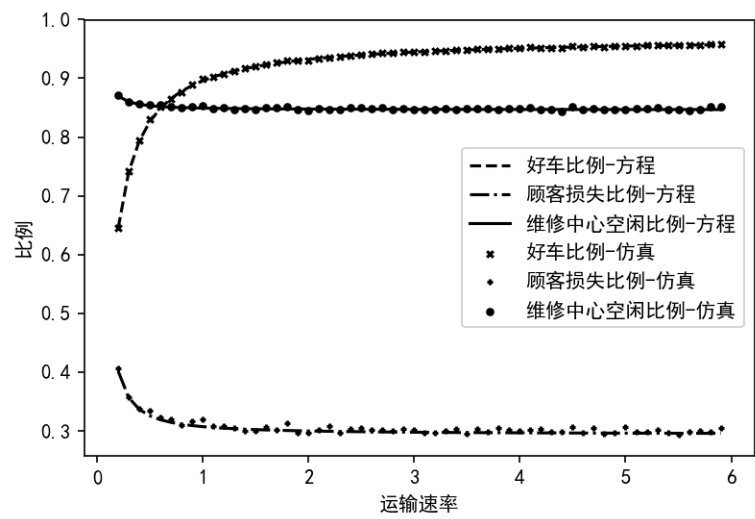


图 3 A2M6 方程与仿真结果对比图-变动运载服务台速率

Figure 3 Comparison of ODE and simulation result varying speed of carrier with A=2, M=6

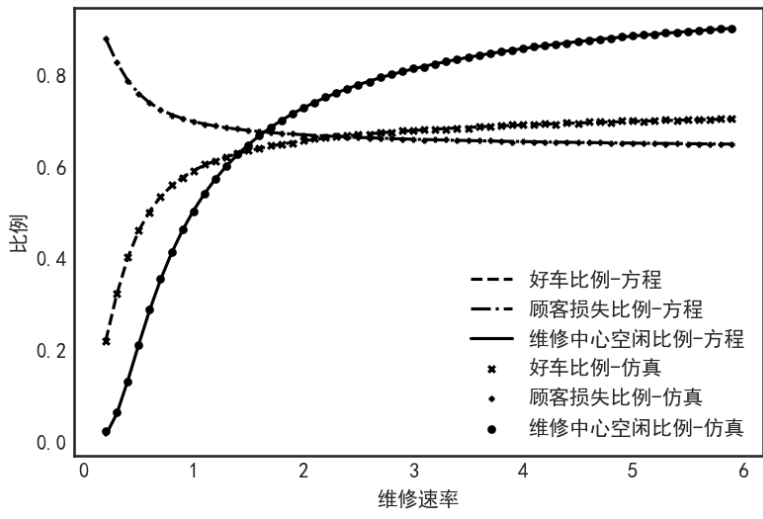


图 4 A2M6 方程与仿真结果对比图-变动维修服务台速率

Figure 4 Comparison of ODE and simulation result varying repairing speed with A=2, M=6

由上图 3 和图 4 两幅系统性能参数随系统单服务台运维能力变化图可知，单独提升运维系统中的某个运维服务台的性能，可以提升系统的表现，但提升效果存在边际递减现象。

通过比较方程求解和仿真的结果可以看到，仿真的方法可以良好地逼近系统性能参数的理论值。而系统的状态数随着运载车数量每增加一辆就会翻倍，求解的时间也会大大增加。便利起见，以仿真的结果，研究系统中维修和运载服务台数量变

化，引起的系统状态变化。

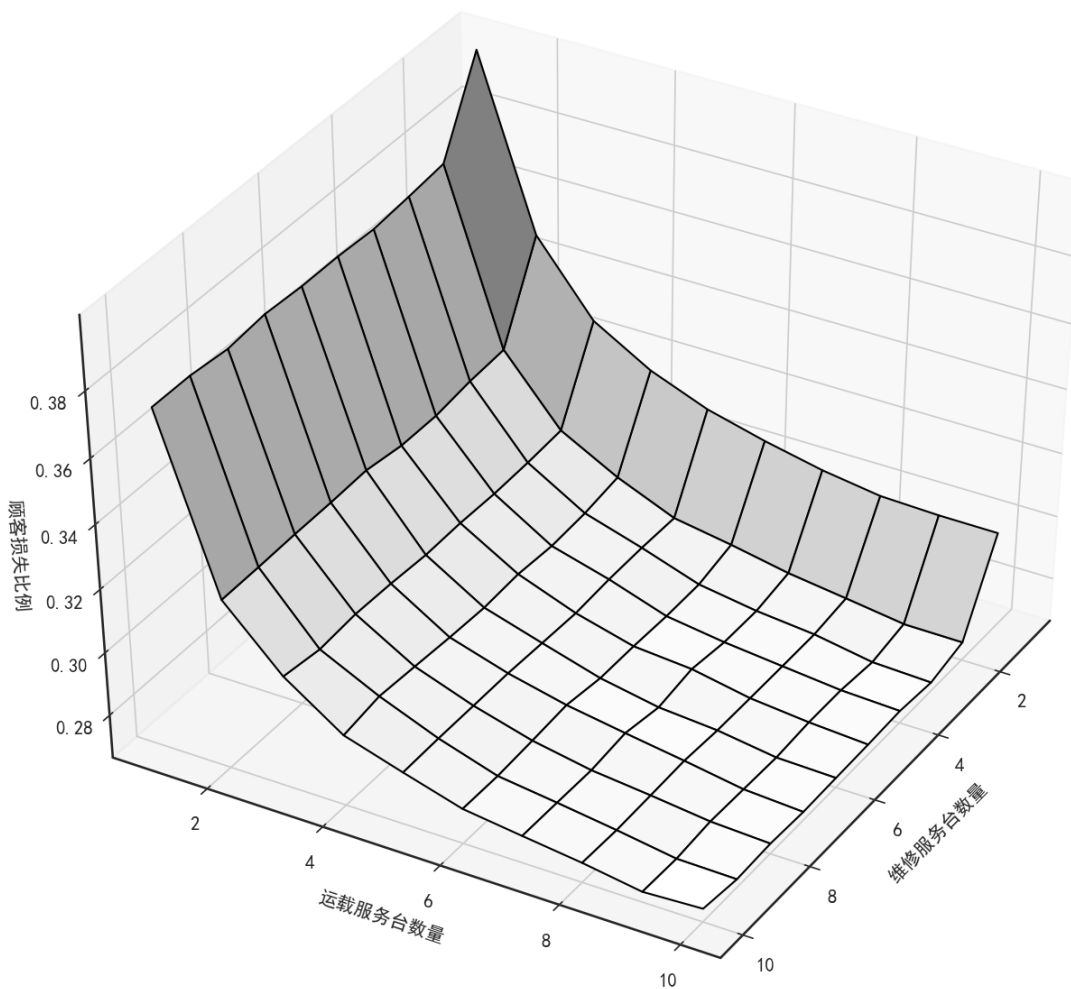


图 5 A2M6 方程与仿真结果对比图-变动维修服务台速率

Figure 5 Simulation result varying number of repairing server and carrier with A=2, M=6

从图 5 中可以看到，单独增加维修或运载服务台的数量都可以使系统性能表现改善，但改善的效果逐渐减弱。当二者大到一定程度之后系统的性能表现几乎不再改善。由此可知，对一个共享单车运营系统而言，单纯通过增加维修或投放的能力对改善系统的性能表现是存在上限的。并且，过多的投入边际收益很低。

### 3.3 决策模型数值实验

#### 3.3.1 仿真优化算法验证

我们首先在 A=2, M=6 的条件下，求解只有一辆运载车时的退化决策问题以比较理论计算与排序择优算法的结果。

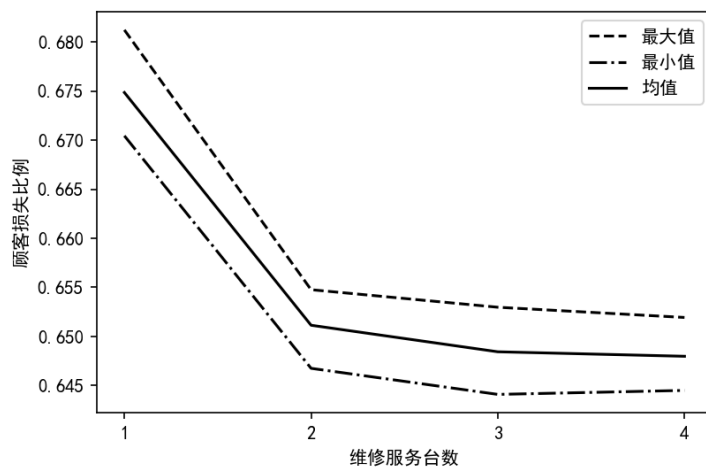


图 6 A2M6 方程与仿真结果对比图-变动运载服务台速率

Figure 6 Comparison of ODE and simulation result varying number of repair server with A=2, M=6

如图中所示，当系统中维修服务台数量为 3 和 4 时，系统的性能指标非常接近。方程理论计算结果显示服务台数量为 4 时，系统性能表现最好，但二者之间的差距非常小。

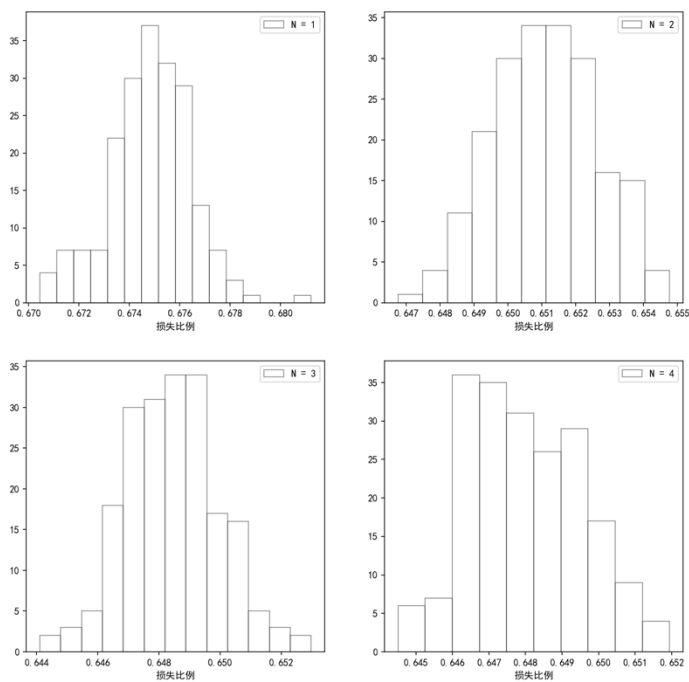


图 7 A2M6 方程与仿真结果对比图-变动运载服务台速率

Figure 7 Comparison of ODE and simulation result varying number of repair server with A=2, M=6



图 7 为不同服务台数量情况下仿真结果的分布。结果均能通过正态性的 KS 检验。可以认为排序择优算法适用于该问题。为了使正态性得到更好地保证，所有排序择优算法均以 3 次试验观测值的样本均值作为一个数据点。按照前述参数表中的算法参数设置，运行 1000 次排序择优算法，结果  $N=4$  被选中 974 次， $N=3$  选中 26 次。验证了算法的正确性。

3.4 决策问题数值算例

分别在  $A=2$ ， $M=6$  和  $A=10$ ， $M=100$  的情况下，设置不同的随机种子，初始化不同转移概率和到达率，作为待比较系统。在如表 5 所给出的参数设置下，运行 500 次排序择优算法，以出现次数最多的方案为最佳结果。与此同时，我们计算每个方案 100 次试验的样本均值，记为简单均值，以此为排名参照标准，与排序择优结果进行比较。结果如表 6 所示。

表 6 决策问题数值算例， $A=2$ ， $M=6$

Table 6 Numerical experiments of decision problem

随机种子	排序择优最优结果 $(n_R, n_c)$	被选次数	平均使用样本数	样本均值最优方案 $(n_R, n_c)$	样本均值	样本数
1	(2,8)	148	904	(2,8)	0.254980	4500
2	(2,8)	343	900	(2,8)	0.421530	4500
3	(4,6)	184	927	(4,6)	0.400928	4500

表 7 决策问题数值算例， $A=10$ ， $M=100$

Table 7 Numerical experiments of decision problem

随机种子	排序择优最优结果 $(n_R, n_c)$	被选次数	平均使用样本数	样本均值最优方案 $(n_R, n_c)$	样本均值	样本数
1	(7,3)	500	900	(7,3)	0.843801	4500
2	(7,3)	500	900	(7,3)	0.853247	4500
3	(7,3)	422	900	(7,3)	0.854234	4500

由数值实验结果可以看到，排序择优算法可以以较少的样本观测量，选出性能指标满足给定要求的方案，大大节省了计

算开支, 并从理论上保证了决策问题解的最优性。适用于实际中难以进行取样的复杂系统, 进行若干方案中的可行方案的挑选。

## 4 结论

本文通过将共享单车的服务过程和坏车运维过程建模成封闭排队网络, 将共享单车的运维建模成封闭的排队网络, 构建了对应的连续时间马尔可夫过程。通过状态转移方程求得系统稳态概率和系统性能指标。并通过仿真方法模拟得到系统的性能指标。观察到共享单车运维系统中, 单独提高系统的运载速率或增加数量, 亦或是提升维修环节的速度或维修人员的数量, 对系统的改善作用都存在边际递减现象。因此, 在可分配资源总数有限的条件下, 需要在维修和运载环节之间进行合理分配。由于系统的复杂性, 理论求解难以进行, 通过仿真的方法可以较好地获得系统性能指标。进一步结合排序择优算法, 可以在给定置信度下, 以较小的运算开支, 求解得到可接受的最优方案。

## 参考文献

- [1] 中华环境保护基金会绿色出行专项基金, 北方工业大学, 国家信息中心分享经济研究中心. 中国共享出行发展报告[M]. 北京: 社会科学文献出版社, 2019.  
China environmental protection foundation green transportation special fund, North China University of Technology, State information center sharing economy research center. Technological progress and choice of industrial structure[M]. Beijing: Economic Science Press, 1998.
- [2] 共享单车数据报告:解读摩拜 ofo 们的用户与未来[R]. 企鹅智库, 2017.  
Data report of sharing bike: explain the users and future of Mobike and Ofo etc.[R], Penguin Intelligence, 2017.
- [3] 王慧君, 朱建明. 共享单车盈利模式分析[J]. 企业经济, 2018, v.37; No.453(05):137-146.  
Wang H J, Zhu J M. Analysis of sharing bike revenue model[J]. Corporate Economy, 2018, v.37; No.453(05):137-146.
- [4] Kaspi M, Raviv T, Tzur M. Detection of unusable bicycles in bike-sharing systems[J]. Omega, 2016.
- [5] Kaspi M, Raviv T, Tzur M. Bike Sharing Systems: User Dissatisfaction in the Presence of Unusable Bicycles[J]. AIIE Transactions, 2017, 49(2):144-158.
- [6] 徐国勋, 李妍峰, 向婷, 赵达. 考虑损坏自行车回收的共享单车调度问题[J]. 系统工程, 2019.  
Xu G X, Li Y F, Xiang T, Zhao D. Rebalancing the sharing bike considering broken bikes[J]. Systematic engineer, 2019.
- [7] Li Q L, Fan R N, Ma J Y. A Unified Framework for Analyzing Closed Queueing Networks in Bike Sharing Systems[C]. International Conference on Information Technologies & Mathematical Modelling. Springer International Publishing, 2016.
- [8] Yue W, Li Q L, Jin S, et al. A Nonlinear Solution to Closed Queueing Networks for Bike Sharing Systems with Markovian Arrival Processes and Under an Irreducible Path Graph[J]. 2017, 10.1007/978-3-319-68520-5(Chapter 8):118-140.
- [9] Li Q L, Qian Z Y, Fan R N. Fluid and Diffusion Limits for Bike Sharing Systems[C]. International conference on queueing theory and network applications, 2017.

- [10] Adelman D. Price-Directed Control of a Closed Logistics Queueing Network[M]. INFORMS, 2007.
- [11] George D K, Xia C H. Fleet-sizing and service availability for a vehicle rental system via closed queueing networks[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 211(1):198-207.
- [12] Romero J P, Ibeas A, Moura J L, et al. A Simulation-optimization Approach to Design Efficient Systems of Bike-sharing[J]. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 2012, 54(Complete):646-655.
- [13] 韩琦. 公共自行车系统租赁点动态行为仿真研究[D]. 2016.
- Han Q. Analysis on simulation of the station's behavior for public bicycle system[D]. 2016.
- [14] Caggiani L, Camporeale R, Ottomanelli M, et al. A modeling framework for the dynamic management of free-floating bike-sharing systems[J]. Transportation Research Part C Emerging Technologies, 2018, 87(FEB.):159-182.
- [15] 孙怡璇, 周雨珊, 丛羽茜,等. 基于仿真的共享单车调度优化研究[J]. 物流科技, 2018, 041(010):56-61.
- Sun Y X, Zhou Y S, Cong Y X, et al. Research on sharing bike rebalancing optimization based on simulation[J]. Logistics technology, 2018, 041(010):56-61.
- [16] Jian N, Freund D, Wiberg H M, et al. Simulation optimization for a large-scale bike-sharing system[C]. Winter Simulation Conference. IEEE, 2017.
- [17] Fu M C. [International Series in Operations Research & Management Science] Handbook of Simulation Optimization Volume 216 || [J]. 2015, 10.1007/978-1-4939-1384-8.
- [18] Rinott Y. On two-stage selection procedures and related probability-inequalities. Communications in Statistics-Theory and methods 7.8, 1978: 799-811.
- [19] Dudewicz E, Siddhartha D. Allocation of observations in ranking and selection with unequal variances. Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series B (1975): 28-78.
- [20] Nelson B L. Simulation Input[M]. Foundations and Methods of Stochastic Simulation. Springer US, 2013.
- [21] Kim S H, Nelson B L. A fully sequential procedure for indifference-zone selection in simulation[J]. Acm Transactions on Modeling & Computer Simulation. 2001, 11(3):251-273.
- [22] 温惠英, 杨墨照. 基于迭代回归法的公共自行车投放量预测研究[J]. 武汉理工大学学报, 2014, 000(002):245-248.
- Wen H Y, Yang C Z. Iterative Regression-based Research on Demand Forecasting of Public Bicycle. Journal of Wuhan University of Technology, 2014, 000(002):245-248.
- [23] Schuijbroek J, Hampshire R, van Hoes W. Inventory rebalancing and vehicle routing in bike sharing systems[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 257.
- [24] Ross S. Introduction to Probability Models[J]. Introduction to Probability Models (Eleventh Edition), 2014:iii.
- [25] Welch P D. The Statistical Analysis of Simulation Results[J]. Computer Performance Modeling Handbook, 1983.