**№** 10

| A Q | 1           | 2    | 3           | 4           | 5           | 6    | 7    | 8           | 9           |
|-----|-------------|------|-------------|-------------|-------------|------|------|-------------|-------------|
| а   | 1,-         | -, y |             | 3, y        | 6, <i>x</i> | 5,-  | 8, y | 7, <i>x</i> |             |
| b   | 2, <i>x</i> | 5,-  | 2, <i>x</i> | 9, <i>x</i> | -, x        | 2, y |      | 5,-         | 8, <i>x</i> |

#### Ход работы:

#### Определим явно несовместимые состояния:

Πο a: (2, 5), (2, 8), (4, 8), (4, 5), (5, 7), (7, 8)

По b: (1, 6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,9)

Множество несовместимых пар –  $\{(1,6), (2,5), (2,8), (3,6), (4,5), (4,6), (4,8), (5,6), (5,7), (6,9), (7,8)\}$ 

| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   | 0 |   |   |   | 1 |
|   |   |   | 0 |   |   | 0 |   | 2 |
|   |   |   |   | 0 |   |   |   | 3 |
|   |   |   | 0 | 0 |   | 0 |   | 4 |
|   |   |   |   | 0 | 0 |   |   | 5 |
|   |   |   |   |   |   |   | 0 | 6 |
|   |   |   |   |   | 1 | 0 |   | 7 |
|   |   |   |   |   |   | 1 |   | 8 |

**Определим явно совместимые состояния** (такие состояния, для которых непротиворечивы правила переходов и выходов):  $\{(1,3),(2,7),(3,5),(3,7),(5,9),(7,9)\}$ 

Остальные состояния проверим на совместимость составлением т.н. парных группировок.

$$(1, 2) \to (2, 5)$$
 - не совместимое;

$$(1, 4) \rightarrow \{(1, 3) - \text{явно совместимое}; (2,9) - \text{явно совместимое} \};$$

$$(1,4) \rightarrow (2,9) \rightarrow (5,8) \rightarrow (6,7) \rightarrow (5,8)$$
 - явно совместимо;

$$(1,5) \to (1,6)$$
 - не совместимое;

$$(1,7) \rightarrow (1,8) \rightarrow \{(1,7) - \text{явно совместимое}, (2,5) - \text{не совместимое}\};$$

$$(1,9) \to (2,8)$$
 - не совместимое;

$$(2,3)$$
 →  $(2,5)$  - не совместимое;

$$(2,4) \to (5,9)$$
 - явно совместимое;

$$(2,6)$$
 →  $(2,5)$  - не совместимое;

$$(3,4) \to (2,9)$$
 - явно совместимое;

$$(3,8) \to (2,5)$$
 - не совместимое;

$$(3,9) \rightarrow (2,8)$$
 - не совместимое;

$$(4,7) \rightarrow (3,8)$$
 - не совместимое;

$$(4,9) \to (8,9) \to (5,8)$$
 - явно совместимое;

$$(6,8) \to \{(5,7) - \text{ не совместимое}; (2,5) - \text{ не совместимое}\};$$

| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |   | Предварительно собранные для |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|------------------------------|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   | анализа                      |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   | блоки(множества              |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   | состояний)                   |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | {1,3,4}                      |
|   | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | {2,4,7,9}                    |
|   |   | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | {3,4,5,7}                    |
|   |   |   | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | {4,9}                        |
|   |   | ! |   | 0 | 0 | 1 | 1 | 5 | {5,8,9}                      |
|   |   |   |   |   | 1 | 0 | 0 | 6 | {6,7}                        |
|   |   |   |   |   |   | 0 | 1 | 7 | {7,9}                        |
|   |   |   |   |   |   |   | 1 | 8 | {8,9}                        |

#### Теперь построим максимальные блоки совместимости

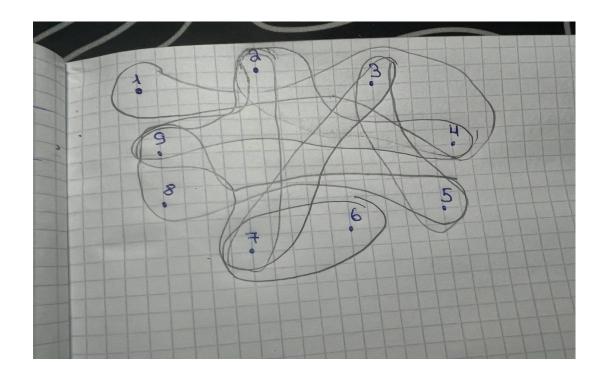
- **1.** Рассмотрим первый блок: {1,3,4}. В нём совместимы все состояния. Выносится в решение.
- 2.  $\{2,4,7,9\}$ : состояния 2 и 9 совместимы между собой и с состояниями 4,7, но состояния 4,7 между собой не совместимы. Нам следует разбить на:  $\{2,4,9\}$   $\{2,9,7\}$ .
- 3.  $\{3,4,5,7\}$ : состояние 3 совместимо с состояниями 4, 5, 7, но при этом состояние 4 несовместимо с состояниями 5, 7. Также, состояние 5 не совместимо с состояниями 4,7, а состояние 7 не совместимо с 5 и 4. Поэтому, разобьем блок на  $\{3, 4\}\{3, 5\}\{3,7\}$ . Блок  $\{3,4\}$  содержится в блоке выше  $\{1,3,4\}$ .
- 4.  $\{4,9\}$ : блок уже сожержится в блоке выше. $(\{2,4,9\})$

- 5. {5, 8, 9}: Все состояния между собой совместимы. Выносится в решение.
- 6. {6,7}: Все состояния между собой совместимы. Выносится в решение.
- 7.  $\{7, 9\}$ : блок содержится в блоке выше. $(\{2,7,9\})$
- 8.  $\{8, 9\}$ : блок уже содержится в блоке выше  $(\{5, 8, 9\})$

Таким образом, получено 7 блоков максимального покрытия  $Gmax=\{\{1,3,4\},\{2,4,9\},\{2,7,9\},\{3,5\},\{3,7\},\{5,8,9\},\{6,7\}\}.$ 

### Проверка блоков покрытия на замкнутость

|          |        |                 |                   | Номера     | блоков      |
|----------|--------|-----------------|-------------------|------------|-------------|
|          |        |                 | покрытия, которым |            |             |
| № блока  | Состав | Непоср. произво | дное множество    | принад     | цлежит      |
| покрытия | блока  |                 |                   | непоср.про | изводн. мн- |
|          |        |                 | В                 | o          |             |
|          |        | По а            | По в              | Для а      | Для b       |
| 1.       | 1, 3,4 | 1,3             | 2,9               | 1          | 2   3       |
| 2.       | 2,4,9  | 3               | 5,8,9             | 1   4   5  | 6           |
| 3.       | 2,7,9  | 8               | 5,8               | 6          | 6           |
| 4.       | 3,5    | 6               | 2                 | 7          | 2   3       |
| 5.       | 3,7    | 8               | 2                 | 6          | 2   3       |
| 6.       | 5,8,9  | 6,7             | 5,8               | 7          | 6           |
| 7.       | 6,7    | 5,8             | 2                 | 6          | 2   3       |



$$G1 = \{\{1, 3, 4\}; G2 = \{2, 4, 9\}; G3 = \{2, 7, 9\}; G4 = \{3, 5\}; G5 = \{3, 7\}; G6 = \{5, 8, 9\}; G7 = \{6, 7\}.$$

|    | a     | ь            |
|----|-------|--------------|
| G1 | G1/y  | G2/x         |
|    |       | G3/x         |
|    |       |              |
| G2 | G1/y  | G6/x         |
|    | G4/y  |              |
|    | G5/y  |              |
| G3 | G6/y  | G6/x         |
|    |       |              |
| G4 | G7/x  | G2/x         |
|    |       | G3/x         |
| G5 | G6/y  | G2/x         |
|    |       | G3/x         |
| G6 | G7/x  | G6/x         |
|    |       |              |
| G7 | G6/y  | G2/v         |
|    | 30/ 9 | G2/y<br>G3/y |
|    |       | <u> </u>     |

Возьмём начальное состояние 4 и совершим проверку реализации:

| Допустимая         | b    | ь    | a    | a    |
|--------------------|------|------|------|------|
| последовательность |      |      |      |      |
| Исходный           | 9/x  | 8/x  | 7/x  | 8/y  |
| Покрывающий        | G2/x | G6/x | G3/x | G6/y |
|                    | G3/x |      | G5/x |      |
|                    | G6/x |      | G7/x |      |

$$||Gmax|| = 7$$
  $||S|| = 9$ 

Точная верхняя граница мощности кратчайшего покрытия:

$$min(||S||, ||Gmax||) = min(9,7) = 7$$

Для наибольшего графа  $((1,4) \to (2,9) \to (5,8) \to (6,7) \to (5,8)$  — явно совместимое) количество вершин не соединенных между собой ребром равно двум. Следовательно,  $\|Pmax\| = 2$ 

#### Построение кратчайшего покрытия, если это возможно.

Выделим в максимальных блоках покрытия уникальные состояния, которые здесь есть:

$$\{\{\underline{1},3,4\}, \{2,4,9\}, \{2,7,9\}, \{3,5\}, \{3,7\}, \{5,\underline{8},9\}, \{\underline{6},7\}\}$$

Попробуем убрать блоки  $\{3, 5\}, \{3, 7\}$ :

$$\{\{1,3,4\},\,\{2,4,9\},\,\{2,7,9\},\,\{5,8,9\},\,\{6,7\}\}$$

|          |        |   | Номера блоков |           |             |
|----------|--------|---|---------------|-----------|-------------|
|          |        |   | покрытия      | , которым |             |
| № блока  | Состав | Непоср. производное множество принадлежит |               |           | цлежит      |
| покрытия | блока  | непоср.производн. мн                      |               |           | изводн. мн- |
|          |        |   |               | В         | О           |
|          |        | По а                                      | По в          | Для а     | Для b       |
| 1.       | 1, 3,4 | 1,3                                       | 2, 9          | 1         | 2   3       |
| 2.       | 2,4,9  | 3   | 5,8,9         | 1         | 4           |

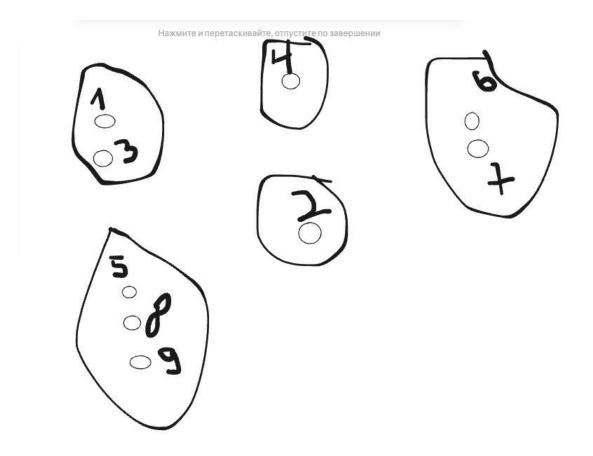
| 3. | 2,7,9 | 8    | 5, 8 | 4 | 4     |
|----|-------|------|------|---|-------|
| 4. | 5,8,9 | 6, 7 | 5,8  | 5 | 4     |
| 5  | 6,7   | 5,8  | 2    | 4 | 2   3 |

## Исключим: 9,7,2,4.

Из первого блока исключаем "4", из второго блока исключаем "2" и "9", из третьего блока мсключаем "7" и "9". Теперь, проверим на замкнутость.

| № блока<br>покрытия | Состав<br>блока | Непоср. произво | непоср.пр | , которым<br>цлежит |       |
|---------------------|-----------------|-----------------|-----------|---------------------|-------|
|                     |                 | По а            | По в      | Для а               | Для b |
| 1.                  | 1,3             | 1               | 2         | 1                   | 3     |
| 2.                  | 4               | 3               | 9         | 1                   | 4     |
| 3.                  | 2               | -               | 5         | -                   | 4     |
| 4.                  | 5,8,9           | 6, 7            | 5,8       | 5                   | 4     |
| 5                   | 6, 7            | 5, 8            | 2         | 4                   | 3     |

# Покрытие - замкнутое, следовательно $Gmin = \{\{1,3\}, \{4\}, \{2\}, \{5,8,9\}, \{6,7\}\}$



|    | a    | ь    |
|----|------|------|
| G1 | G1/- | G3/x |
| G2 | G1/y | G4/x |
| G3 | -/y  | G4/- |
| G4 | G5/x | G4/x |
| G5 | G4/y | G3/y |

Возьмём начальное состояние 4 и совершим проверку реализации:

|    | b | b | a | a |
|----|---|---|---|---|
| >4 | X | X | X | У |
| G2 | X | X | X | у |

Заметим, что исходный и покрываемый автомат одинаковы по функционалу.

Вывод: мы построили максимальную и минимальную группировки частично определенного автомата.