

南京理工大学

硕士学位论文

OFDM系统频偏估计算法研究

姓名：兰天翼

申请学位级别：硕士

专业：通信与信息系统

指导教师：束锋

20100601

## 摘 要

随着通信技术的发展,人们对通信质量、通信速度、带宽提出了更高的要求。正交频分复用(OFDM, Orthogonal Frequency Division Multiplexing)技术正是满足未来通信的一种关键技术。这种技术可以有效的对抗多径衰落以及提高频带利用率。但 OFDM 系统对于由于频率偏移(CFO, Carrier Frequency Offset)十分敏感,会严重影响系统性能。

本文主要研究了现在较为流行的频偏估计算法,并对其进行了理论分析和仿真验证性能,并在此基础上提出一种基于分布式零载波的最小功率和算法。主要工作如下:

- 1) 针对 CFO 的盲估计方法,重点研究了最大似然 (ML, Maximum Likelihood) 算法,多重信号分类 (MUSIC, Multiple Signal Classification,) 算法和旋转不变子空间 (ESPRIT, Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) 算法三种经典算法。通过复杂度分析以及仿真和比较,获得如下结论:从整体上来说,盲估计频带利用效率高,复杂度高,估计范围有限;ML 算法虽然估计精度较好,复杂度较低,但只能估计小数频偏;MUSIC 算法估计范围大,精度好,但其复杂度较高;ESPRIT 算法的估计范围与 MUSIC 算法相近,复杂度与 MUSIC 算法类似,但在较高 SNR 到底较高的情况下,精度较低。
- 2) 针对 ML 无法实现整数 CFO 估计,重点研究了基于零载波的 Sameer-Kumar (SK) 算法,以及 X.MA 算法并且分析其计算复杂度以及仿真验证其性能。由于 SK 性能较差, X.MA 计算复杂度较高,在充分挖掘无线信道频率选择性特点基础之上,我们提出了一种新的分布式零载波的最小功率和方法。仿真表明,我们所提出的算法拥有同 SK 相似的复杂度,但是实现了比其更低的错误检测概率。且此方法要比 X.MA 的计算复杂度要低很多。

**关键词:** 正交频分复用, 载波频率偏移, 最大似然, 多重信号分类, 旋转不变子空间, 零载波。

## Abstract

With the development of communication techniques, communication systems with high quality, fast speed, and large bandwidth are more attractive for people. Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) is just viewed as one of key techniques for future wireless communications. It can both effectively combat multipath fading and improve bandwidth efficiency. However, OFDM systems are very sensitive to CFO (carrier frequency offset) who seriously degrades the performance of OFDM systems.

In this paper, we focus mainly on the study of several kinds of CFO estimation algorithms, including their theory analysis, estimation range, and baseband simulation. A new algorithm is proposed for integer CFO estimation in OFDM systems with null subcarriers (NSCs). Our main works are as follows:

- 1) For blind CFO estimation, we mainly focus on maximum likelihood (ML), multiple signal classification (MUSIC) and estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT). From simulation and complexity analysis, we find: the bandwidth efficiency of blind estimation is high, but its complexity is usually higher, and its estimated range is limited; ML estimator has a good estimation accuracy and a lower complexity, but its range is limited to fraction CFO; MUSIC has a larger estimation range than ML, its performance is better than that of ML, but it is higher on complexity than ML; ESPRIT has the same estimation range as MUSIC and similar computational complexity, unluckily, in the case of high SNR, it is lower on accuracy than MUSIC.
- 2) Considering that ML can not estimate integer CFO, we pay our main attention to the Sameer-Kumar (SK) method and X.MA method. Due to its poor performance for SK method and a high computational complexity for X.MA method, a novel MPS (minimum power sum) approach based on a distributed NSCs is proposed after the frequency selective property of wireless channels is considered. By simulation, it follows that the error detection probability of proposed MPS is much lower than SK method using the similar computational amount as SK. And the computational complexity is also much lower than X.MA method.

**Keywords:** Orthogonal Frequency Division Multiplexing, Carrier Frequency Offset, Maximum Likelihood, Multiple Signal Classification, Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, Null Subcarriers

## 声 明

本学位论文是我在导师的指导下取得的研究成果，尽我所知，在本学位论文中，除了加以标注和致谢的部分外，不包含其他人已经发表或公布过的研究成果，也不包含我为获得任何教育机构的学位或学历而使用过的材料。与我一同工作的同事对本学位论文做出的贡献均已论文中作了明确的说明。

研究生签名：\_\_\_\_\_

2016年6月22日

## 学位论文使用授权声明

南京理工大学有权保存本学位论文的电子和纸质文档，可以借阅或上网公布本学位论文的部分或全部内容，可以向有关部门或机构送交并授权其保存、借阅或上网公布本学位论文的部分或全部内容。对于保密论文，按保密的有关规定和程序处理。

研究生签名：\_\_\_\_\_

2016年6月22日

# 1 绪论

## 1.1 选题的背景和意义

进入二十一世纪以来,人们对通信的要求越来越高。移动通信技术也在日新月异的飞速发展,来满足人们的需求。3G 技术已经走进了我们的日常生活中。但 3G 移动通信速率依然无法满足人们对无线下载的快速需求。因此 3G 之后,作为 4G (4<sup>th</sup> Generation)最具竞争力的候选方案之一的 3GPP LTE Advanced 标准委员会已经展开相关工作<sup>[1]</sup>,其相关标准将于 2011 出台。该标准将提供高质量、大带宽和超高速的视频传输,从而可以实现用户在手机上就可以看到高清电视,可享受移动视觉盛宴,因此其出台必然会成为无线通信应用领域又一次的飞跃与发展。新一代的 LTE Advanced 通信技术会达到更高的要求,峰值速率可达到 1Gbps<sup>[1]</sup>,现有的技术已经无法满足。尤其是对抗衰落和多径干扰是新一代无线通信技术急需解决的问题<sup>[2]</sup>。高速数据传输意味着高的传输带宽,如此衰落和多径效应会更加明显,会导致严重的符号间干扰 (ISI, Inter Symbol Interference),极大影响高速数据传输的性能<sup>[2]</sup>。正交频分复用 (OFDM, Orthogonal Frequency Diversity Multiplexing) 技术可以有效的对抗多径衰落以及其很高的频带利用效率,因此是 LTE Advanced 下行链路必须技术。其同 MIMO 技术结合,更是如虎添翼,使 LTE-Advanced 未来标准可达 1Gbps 下载速率。

在采用 OFDM 技术的消费者使用的无线通信设备中,为了降低成本通常在移动便携接收端采用低成本和并不是具有很好稳定性的振荡器。这就通常会在接收端产生一个很大的载波频偏 (CFO, Carrier Frequency Offset)。一个很大的 CFO 同样会出现在突发通信系统和其他重要的无线通信系统中<sup>[3]</sup>(例如在飞行控制,空间飞船中)。所以,构造一个具有很大估计范围和高精度的频偏估计器对于一个对 CFO 很敏感的 OFDM 系统而言,是非常重要的。

在设计 CFO 估计器的时候通常采用以下四类方法:(a) 第一类方法是加入一种明显的训练符号(包括了非零的导频)<sup>[4]-[11]</sup>;(b) 第二类方法是加入一种隐性的训练符号(例如采用零载波)<sup>[8][12]-[18]</sup>;(c) 第三类方法是采用盲估计的方法,利用了信号结构、调制以及其他统计参数的特性而不增加任何额外的训练符号,如<sup>[19]-[23]</sup>;(d) 第四类方法就是盲估计和训练序列联合估计的方法,如<sup>[3][24]-[26]</sup>。采用第二类方法有以下一些优点:(a) 对比非零训练序列,采用零载波的训练序列可以节省能量;当数据不能在一个训练符号中进行发送的特定 OFDM 训练序列来说可以节省开销。在认知无线电和频率跳频系统中,CFO 通常在一个帧中就会改变。对于超宽带系统(如在 LTE 系统中 100MHz 的带宽,或者在认知无线电系统中的几个不连续频率带),CFO 甚至可以在几个载波间隔中改变,尤其对于低成本系统而言。如果我们加入几个具有这种特定的 OFDM 训练序列

的符号用来进行频偏估计,那么对于节省开销和降低功耗来说是无益的。在<sup>[14][15]</sup>中对具有这种分辨率和估计范围的结构进行了探讨,分析了采用三种不同零载波(NSC)方式的估计范围,分别是等间隔放置,不等间距放置以及连续放置。

通常在进行频偏估计时有两种估计 CFO 的不同方式:联合估计和独立估计。联合估计将小数频偏(FCFO)和整数频偏(ICFO)的和作为单一的估计参数,如<sup>[5][14][15][20][21][24]</sup>,而独立估计将 FCFO 和 ICFO 分别作为两个独立的估计参数,如<sup>[12][13]</sup>。通常说来,独立估计有着较低的复杂度。一般来说,在实际的 OFDM 系统中对于 FCFO 估计器的估计误差小于载波间频率间隔的 4%就已经足够了<sup>[17]</sup>。要达到这个精度,通常采用基于循环前缀(CP) ML 估计方法。当 CP 较短或者适中的时候,几个连续 OFDM 符号的频偏通过最大似然估计器完成精度要求的频偏估计。

## 1.2 OFDM 发展史

在 1966 年 Robert W. Chang 在他的一篇具有先驱意义的文章中第一次提出了关于多径信道数据传输的合成有限带宽的正交信号的方法<sup>[27]</sup>。并在 1970 年申请了专利。他发明了一种新的可以避免 ICI 和 ISI 的再有限带宽信道中即时传输数据的方法。此乃就是 OFDM 的雏形。该方法的主要思想:将频率选择性信道分为一些并行的、平坦衰落信道。通过将子信道变为窄带,如此各独立的信道基本上就是平坦衰落信道了,使得在接收机设计时会更加的简便。

在 1971 年,Weinstein 和 Ebert<sup>[28]</sup>所采用的 DFT 技术,用来进行基带调制和在接收端进行解调。该快速实现算法是一个里程碑式的进步,该项革命性的技术奠基了 OFDM 技术后来的发展。该算法可以直接的应用于数字基带信号处理,可以完全摒弃带通滤波技术。所有的子载波在频域上重叠,DFT 可以保证其正交性。DFT 将数据从频域转化成时域的数据。通过快速傅立叶变换技术,可以大大降低 OFDM 发生和接收机的基带系统设计的复杂性,可以说,奠定了 OFDM 技术从理论走向实际基础。

在 OFDM 发展史上另外一个巧妙而非常重要贡献:二十世纪八十年代初,学者 Peled 和 Ruiz<sup>[29]</sup>通过引入循环前缀取代空白保护间隔,彻底解决了困扰通信界多年的多径无线信道符合间干扰问题(ISI: Inter-symbol interference)的问题。在今天我们通常称之为循环前缀(CP, Cyclic Prefix)。

随着技术的进步,数字通信理论和技术的飞速发展,直到到了二十世纪九十年代中期,尘封近三十年的 OFDM 技术终于引起学术界和工业界的重视。目前,OFDM 及其相关技术仍然是国内外的研究热点,它在宽带无线通信方面的优越性,使其成为下一代无线通信系统的关键技术<sup>[1]</sup>。

### 1.3 OFDM 关键技术

OFDM 的关键技术主要有以下一些<sup>[2]</sup>:

#### (1) 同步技术

OFDM 同步技术主要分为时间同步技术和频率同步技术<sup>[2]</sup>。相对而言,时间同步较为简单。在 OFDM 系统中,当  $N$  个符号的并行传输时,就会使得传输的每个数据符号持续时间相对的增加,数据的传输速率就会相对降低,因而时间偏差不会对子载波的正交性造成影响,时间同步容易实现<sup>[2]</sup>。时间同步技术可以通过两种方式完成:a) 通过采用信道估计的方法从而获取时偏信息,进而完成时间同步<sup>[2]</sup>。b) 可以通过<sup>[19]</sup>中的 ML 联合估计算法,通过 CP 与 OFDM 符号相关的方法,来进行时间同步。频率同步通常是 OFDM 同步技术的关键,通常会在 FFT 之前完成,通过校正频偏达到发送端与接收端之间的频率同步。频率同步通常分为粗同步(整数频偏估计)和细同步(小数频偏估计)<sup>[30]</sup>,通常是先完成细同步,再完成粗同步。信道的频率偏移不仅会破坏子载波之间的正交性,还会造成信道间干扰(ICI)<sup>[19]</sup>。因此频率同步十分重要,实现起来也更加复杂。

#### (2) 信道估计技术

在 OFDM 系统中,通常在接收端为了能更好的最优的误码性能,一般采用相干检测,而相关检查的接收机需要知道信道冲击响应,而通过信道估计是获得信道冲击响应的唯一途径<sup>[31]</sup>。在进行信道估计时以下两个方面的问题需要考虑:(a) 如何选择导频点及插入位置、以及选择导频信号之间的间隔,此乃最优训练序列设计问题,具体数学工具:信息论,统计信号处理和优化理论;(b) 如何设计出复杂度更低,估计性能更好的信道估计器,如矩阵理论中的奇异值分解可有效降低最优信道估计最小均方误差估计器的估计复杂度<sup>[32]</sup>。

#### (3) 循环前缀

在 OFDM 系统中,为了对抗多径传播带来的符号间干扰(ISI),在每个符号的前端都会插入循环前缀 CP,即在发送端将在时域 OFDM 符号的最后  $L$  个样本点复制到该符号最前端作为循环前缀,其长度大于信道的最大时延扩展<sup>[19]</sup>。在接收端接收到信号完成时间同步之后,将 CP 去除,再完成频率同步、信道估计等后续工作。CP 的引入保持了子载波间的正交性,消除了符号间干扰(ISI)<sup>[32]</sup>。同时,如果 CP 被有效挖掘,就可以实现符合时间同步和频率联合同步<sup>[19]</sup>。

#### (4) 降低峰值平均功率比

由于 OFDM 信号是由一系列子载波相互叠加而成的,这样就有可能产生较大的峰值平均功率比(PAPR)。高 PAPR 的 OFDM 信号通过发射机的功率放大器,会产生非线性畸变。如果对高 PAPR 点进行直接剪切会导致信号的频谱就会产生变化,子载波之间的正交性遭到破坏,系统性能急剧下降<sup>[32]</sup>。为了解决这一问题,目前国内外进行了

广泛的研究,较流行的解决方案如下:编码和音调保留<sup>[33][34]</sup>、削波/滤波技术和峰值开窗技术<sup>[35][36]</sup>等等。但是 PAPR 作为 OFDM 最臭名昭著的问题,始终未有完美解决途径。

#### (5) 信道编码与交织

通常在实际数字通信系统中,为了提升系统系会采用信道编码和交织方法<sup>[32]</sup>。OFDM 系统的结构特性为编码带来了方便。采用信道编码技术来消除衰落信道中的随机错误,而采用交织技术消除衰落信道中的突发错误。当衰落信道中产生突发性错误时,这时可采用交织技术使突发性信道转换为随机信道<sup>[30]</sup>。现在通常将两种技术结合以进一步改善系统的性能<sup>[32]</sup>。编码的方式有分组码、卷积码等多种编码方式,其中卷积码的效果要优于分组码<sup>[32]</sup>。交织主要有两种结构:分组结构和卷积结构,都可在时域和频域实现<sup>[31]</sup>。具体的编码和交织方案可根据具体的应用进行不同的选择。

### 1.4 OFDM 的应用

随着数字信号处理技术的飞速发展,OFDM 作为一种可以非常有效对抗 ISI 的技术,引起了学术界和工业界广泛的关注,成为研究热点技术。在许多无线系统中得到了非常广泛的应用。DAB 系统是第一个采用 OFDM 技术的实际应用系统<sup>[37]</sup>,这个系统是在 AM 和 FM 广播上发展起来的一种可以提供更高质、速度更快、效率更高的一种新的广播技术。在 1995 年 ETSI 组织第一次提出了数字音频广播系统(DAB, Digital Audio Broadcasting)标准<sup>[37]</sup>。DAB 系统有 4 种不同的模式,每种模式有着不同的 OFDM 性能参数。数字视频广播(DVB, Digital Video Broadcasting)的研究始于 20 世纪 80 年代,并在 1997 年通过了地面 DVB 的标准<sup>[38]</sup>。DVB 采用了两种不同的模式 OFDM 系统,分别是子载波个数为 1705 和 6817 的两种<sup>[38]</sup>。IEEE 802.11a<sup>[39]</sup>工作在 5GHz 频段,物理层技术为 OFDM 技术,可以提供最多 54Mbit/s 的速度。同样在欧洲 ETSI HIPERLAN 1 标准和日本的 MMAC 标准中同样采用了 OFDM 技术作为其物理层技术<sup>[31]</sup>。在 IEEE 802.16.3 城域网的物理层标准中,也采用了 OFDM 技术<sup>[40]</sup>。在最新的 3GPP LTE Release 9 or 10 标准中<sup>[1]</sup>,也大量使用了 OFDM 技术作为技术标准。

### 1.5 本文主要工作和内容安排

本文围绕 OFDM 频偏估计算法展开研究,总结了前人的研究成果,如经典的 ML 频偏估计算法<sup>[19]</sup>, MUSIC 频偏估计算法<sup>[20]</sup>, ESPRIT 频偏估计算法<sup>[20][21]</sup>,基于零载波的 Samer-Kumar 算法<sup>[13]</sup>和 X.Ma 频偏估计算法<sup>[14]</sup>,并在该基础上提出了一种基于零载波的整数频偏估计算法。并对各种算法进行了复杂度分析,且通过仿真,验证比较它们在各种不同情况下的性能。

全文共分为六章,各章节内容安排如下:

第一章绪论。简要叙述了移动通信的发展阶段以及 OFDM 技术发展简史,以及 OFDM



技术应用。

第二章为无线信道简介，包括了一些无线信道关键参数的介绍，以及简要阐述了如何进行信道仿真。

第三章分析了 OFDM 系统模型。

第四章是研究基于盲估计的频偏估计算法，包括最大似然估计算法，多重信号分类算法，旋转不变子空间算法，并进行仿真验证比较其性能差异，并分析计算了这三种算法的计算复杂度，盲估计算法虽然频带利用率较高，精度较好，但除了最大似然估计算法外，另两种算法复杂度很高。

第五章讨论了基于零载波的频偏估计算法，先阐述并仿真验证了 Sammer-Kumar 算法，该方法算法复杂度极低，但其估计精度较低。之后对 X.MA 的基于零载波的自适应迭代频偏估计算法进行了研究。之后提出了新的最小功率和算法 (MPS)，并创新的提出了使一组方程组无解的方式来确定频偏估计范围和零载波放置位置的方法。通过仿真，得出新算法有较低的复杂度和较好的估计精度。并分析了这三种基于零载波频偏估计算法的算法复杂度，得出了 SK 算法复杂度最低，MPS 算法复杂度要高于 SK 算法，但要远远低于 X.MA 算法。

第六章总结全文，指出了下一步的研究方向。

## 2 无线信道

### 2.1 引言

无线信道制约了无线通信系统的性能。通常，在无线系统发射机和无线系统接收机之间的传输环境比较复杂的<sup>[41]</sup>，容易受到外界环境的影响，是随机的，波动的，易受外界干扰。本章主要介绍无线信道模型，讨论了无线信道的多径衰落以及信道的分类，最后介绍了无线信道的仿真。

### 2.2 无线电传播模型

#### 2.2.1 无线信号的大尺度衰落

对于无线电波传播模型的研究，一般是对于在距离无线电波发射机一段距离处对接收信号场强的进行预测，以及其附近的场强的变化<sup>[41]</sup>。无线电波在空间中传输时，其信号的功率会随着传输距离的增加会逐渐变小，这会对数据传输以及系统性能造成显著的影响，通常平均接收信号的功率是随着距离的增加呈负指数衰减<sup>[41]</sup>。自由空间路径损耗定义为：

$$PL(dB) = 10 \log \frac{P_r}{P_t} \quad (2.2.1)$$

在自由空间中，平均大尺度路径平均损耗一般可建模为<sup>[41]</sup>

$$\overline{PL}(d) \propto \left( \frac{d}{d_0} \right)^n \quad (2.2.2)$$

或者：

$$\overline{PL}(dB) = \overline{PL}(d_0) + 10n \log \left( \frac{d}{d_0} \right) \quad (2.2.3)$$

其中  $d$  表示发射机与接收机之间的距离， $n$  是路径损耗指数。通常， $n \in [2, 4]$ 。 $d_0$  为近地参考距离。但是，(2.2.2) 式的模型并没有考虑由于不同位置的周围环境的巨大差异，所以实际测试信号会与 (2.2.2) 的模型结果有很大的差异<sup>[41]</sup>。测试结果表明，对于任意位置的  $d$  来说，路径实时局部损耗服从如下随机正态对数分布<sup>[41]</sup>：

$$PL(d)[dB] = \overline{PL}(d) + X_\sigma = \overline{PL}(d_0) + 10n \log \left( \frac{d}{d_0} \right) + X_\sigma \quad (2.2.4)$$

以及

$$P_r(d)[dBm] = P_t[dBm] - PL(d)[dB] \quad (2.2.5)$$

其中  $X_0$  为均值为零的正态分布随机变量。单位为  $dB$ ,  $\sigma$  为标准偏差, 单位也为  $dB$ 。

### 2.2.2 无线信号的小尺度衰落

小尺度衰落效应具有三个主要特点, 分别为<sup>[42]</sup>:

(1) 接收机在较短时间或者较短距离移动时, 接收的无线信号的强度会发生急剧的变化。

(2) 在不同的多径信号上, 由于接收机移动、发射机运动或信道时变等导致多普勒效应所产生的多普勒频移而导致的随机频率调制。

(3) 在多径传播时会引起多径时延扩展, 会产生 ISI。

在市区里, 各种建筑物通常都要远远高出无线发射基站的天线, 所以通常几乎不存在基站与移动接收端的视距传输路线, 即使会有这么一条视距路线, 但由于地面和建筑会发生反射, 于是产生了衰落<sup>[42]</sup>。当接收机与发射机产生存在相对运动时, 就会对频率产生影响, 造成接收频率变化, 称为多普勒频移<sup>[42]</sup>。

对小尺度衰落产生影响的因素有<sup>[41]</sup>:

#### (1) 多径传输

在无线电波传输过程中, 会遇到很多障碍物, 产生反射现象, 这就构成了一个多径传输的环境。由于不同的路径消耗, 会致到达接收机的电磁波的幅度、相位及时间不同。当这些因素共同作用, 使得无线电波在到达接收端时形成多个电波, 而这些电波是时空相互区别的。由于路径的不同, 使得电波具有随机的幅度和相位, 这就产生了小尺度衰落以及信号失真等现象。

#### (2) 发射端与接收端的相对运动

发射端与接收端的相对运动就会产生随机频率调制现象, 这是由于无线电波的多径传输而引起的多普勒频移现象。多普勒频移有正频移和负频移, 当频移为正时, 表示接收端朝着发射端运动; 当频移为负时, 表示接收端背向发射端运动; 当频移为零时, 说明接收机和发射机之间的相对运动为零, 或沿垂直于入射波方向运动。

#### (3) 信号的传输带宽

当信号的传输带宽比相关带宽大得多时, 接收信号会产生频率失真的情况, 此种现象一般称之为频率选择性; 当信号的带宽在相关带宽范围内时, 不同的信号的幅度会保持很强的相关性; 当信道的带宽比相关带宽窄时, 信号的幅度就会迅速变化, 但此时时域的失真现象并不会出现, 此即平坦衰落信道。因此小尺度衰落与信号的传输带宽有关。

在研究无线信道时, 通常会采用一些量化多径信道的参数。有时间色散参数, 相干带宽以及多普勒扩展和相干时间<sup>[41]</sup>。接下来将分别介绍这些参数。

### (1) 时间色散参数

通常, 宽带的多径信道的时间色散特性用以下两个变量进行定量的描述<sup>[42]</sup>: 平均相对时延 ( $\bar{\tau}$ ) 和 rms (均方根) 时延扩展 ( $\sigma_\tau$ ) 以及相对时延扩展 ( $X, dB$ )。这三个变量是由一个来源于本地连续冲激响应的测量值取时间或者空间平局的功率延迟分布来定义的<sup>[42]</sup>。

1) 平均相对时延为功率延迟分布的一阶矩, 定义为<sup>[42]</sup>:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_k a_k^2 \tau_k}{\sum_k a_k^2} = \frac{\sum_k P(\tau_k) \tau_k}{\sum_k P(\tau_k)} \quad (2.2.6)$$

2) rms 时延扩展为<sup>[42]</sup>:

$$\sigma_\tau = \sqrt{\overline{\tau^2} - (\bar{\tau})^2} \quad (2.2.7)$$

其中,  $\overline{\tau^2} = \frac{\sum_k a_k^2 \tau_k^2}{\sum_k a_k^2} = \frac{\sum_k P(\tau_k) \tau_k^2}{\sum_k P(\tau_k)}$ 。

3) 功率延迟分布的最大附加时延 ( $X, dB$ ) 定义为<sup>[42]</sup>: 当多径无线信号的能量从最初的值衰落到低于最大能量  $X dB$  处时的时延。这个最大附加时延定义了高于某个特定门限的多径分量的时间范围。例如: 可将最大附加时延定义为  $\tau_x - \tau_0$ , 其中  $\tau_x$  是最大时延的值,  $\tau_0$  是第一个到达的信号的时间。在  $\tau_x - \tau_0$  这个时间内到达的多径分量大于等于最大分量减去  $X dB$ 。

经过傅里叶变换, 可将功率延迟分布与无线信道的幅度频率响应联系起来。所以可通过信道的频率响应特性进行在频域内建立等价的信道描述。

同样, 与时域的时延扩展参数相类似, 频域的相关带宽也可用于描述信道特性。rms 时延与相关带宽的关系是一个特定多径结构的函数关系, 且成反比关系<sup>[41]</sup>。

### (2) 相干带宽

无线电波在传播过程中的多径反射以及散射使得各多径分量到达接收端的时间不一致, 这就产生了时延扩展现象<sup>[42]</sup>。而从 rms 时延扩展, 可以得到与密切相联系信道参数相关带宽  $B_c$ 。相干带宽指的是一个特定的频率范围, 在这个频率范围内, 两个频率分量的幅度具有很强的相关性。通常, 如果将相干带宽定义为当频率相关系数大于 0.9 时的某个特定带宽, 此时相干带宽近似为<sup>[41]</sup>:

$$B_c \approx \frac{1}{50\sigma_\tau} \quad (2.2.8)$$

若将频率相关系数定义放宽至大于 0.5, 那么相干带宽近似为<sup>[41]</sup>:

$$B_c \approx \frac{1}{5\sigma_\tau} \quad (2.2.9)$$

需要注意的是，相干带宽与 rms 时延扩展之间并不存在决定的关系，(2.2.8) 与 (2.2.9) 只是一个数值关系。

### (3) 多普勒扩展和相干时间

通常在描述无线信道弥散特性时，会采用时延扩展和相干带宽两个参数<sup>[42]</sup>。但是，它们并没有提供准确的信息用来描述信道时变特性。当接收端与发射端产生相对运动或者是在信道中物体运动就会引起这种时变特性。而多普勒扩展和相干时间这两个参数就是用来描述这种时变特性的<sup>[42]</sup>。

多普勒扩展  $B_d$  指的是一个频率范围。 $f_d$  表示多普勒频移。当发送信号为  $f_c$  的正弦信号，接收到的多普勒信号在  $(f_c - f_d, f_c + f_d)$  的范围内<sup>[41]</sup>。

$T_c$  表示相干时间，用来表示在时域里的多普勒扩展。这个参数用来描述在时域里信道的频率色散的时变特性<sup>[41]</sup>。 $T_c$  与多普勒频移  $f_m$  成反比，其中  $f_m = v/\lambda$

$$T_c \approx \frac{1}{f_m} \quad (2.2.10)$$

相干时间定义为：在信道冲激响应保持不变时，时间间隔的统计平均值<sup>[41]</sup>。简单的来说，相干时间就是指在一段时间间隔中，两个接收信号的幅度具有有很强相关性。假如时间定义相关系数大于 0.5 时，相干时间近似为<sup>[41]</sup>：

$$T_c \approx \frac{9}{16\pi f_m} \quad (2.2.11)$$

在实际应用中，通常将相干时间定义为 (2.2.10) 和 (2.2.11) 式的几何平均<sup>[41]</sup>。

$$T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_m^2}} = \frac{0.423}{f_m} \quad (2.2.12)$$

我们可以明显的看出，相干时间  $T_c$  与多普勒扩展  $f_m$  成反比关系， $T_c$  越大时，对应的多普勒扩展就越小，说明此时信道变化越缓慢； $T_c$  越小时，对应的多普勒扩展就越大，说明此时信道变化越激烈<sup>[42]</sup>。

无线信道的时间选择性和频率选择性会导致四种不同的小尺度衰落<sup>[41]</sup>。分别是由于多径时延扩展而引起的时间色散产生的平坦衰落和频率选择性衰落，以及由于多普勒扩展引起的频率色散而产生的快衰落和慢衰落。

#### (1) 平坦衰落和频率选择性衰落

当无线信道的相关带宽远远大于发送信号的带宽或者在信号带宽范围内信道频域增益恒定且具有线性相位，那么经历此无线信道的信号经历平坦衰落<sup>[42]</sup>。在平坦衰落的情

况下,接收到的多径信号的频谱特性保持不变。但是,其强度由于受多径增益的影响会发生改变。平坦衰落的条件可以概括如下<sup>[41]</sup>:

$$B_s \ll B_c \quad (2.2.13)$$

$$T_s \gg \sigma_\tau \quad (2.2.14)$$

其中,  $T_s$  为传输模型的周期,  $B_s$  为传输模型的带宽,  $\sigma_\tau$  为信道的 rms 时延扩展,  $B_c$  为相干带宽。通常, 当  $T_s \geq 10\sigma_\tau$  时, 该信道就是平坦衰落的<sup>[41]</sup>。

当信道增益恒定, 且信道相关带宽小于发送信号的带宽时, 信道就会使接收到的信号产生频率选择性衰落<sup>[42]</sup>。此时, 不同频率分量的信号在通过信道时, 信道对不同分量的信号衰落不同。在频率上很接近的分量, 它们的衰落也很接近, 而在频率上相隔很远的分量, 它们的衰落相差很大, 独立性变强<sup>[42]</sup>。

信号产生频率选择性衰落的条件为<sup>[41]</sup>:

$$B_s > B_c \quad (2.2.15)$$

$$T_s < \sigma_\tau \quad (2.2.16)$$

通常, 若  $T_s < 10\sigma_\tau$ , 衰落一般就是频率选择性衰落, 信道为频率选择性信道<sup>[41]</sup>。

## (2) 快衰落和慢衰落

依据发送的基带信号与信道变化的快慢程度比值, 信道可以分为快衰落信道和慢衰落信道<sup>[42]</sup>。

在快衰落信道中, 信道的相干时间小于发送信号的符号时间长度。由于多普勒扩展所产生的时变特性使得信号失真, 该信号的失真程度随着发送信号带宽的多普勒扩展变大而加剧<sup>[42]</sup>。信号经历快衰落的条件是<sup>[41]</sup>:

$$T_s > T_c \quad (2.2.17)$$

$$B_s < B_d \quad (2.2.18)$$

$T_c$  为相干时间,  $B_d$  为多普勒扩展带宽。

综上所述, 我们可以用图 2.1 (a) (b) 来将不同多径参数与信号经历的衰落类型之间的关系进行总结<sup>[41]</sup>:

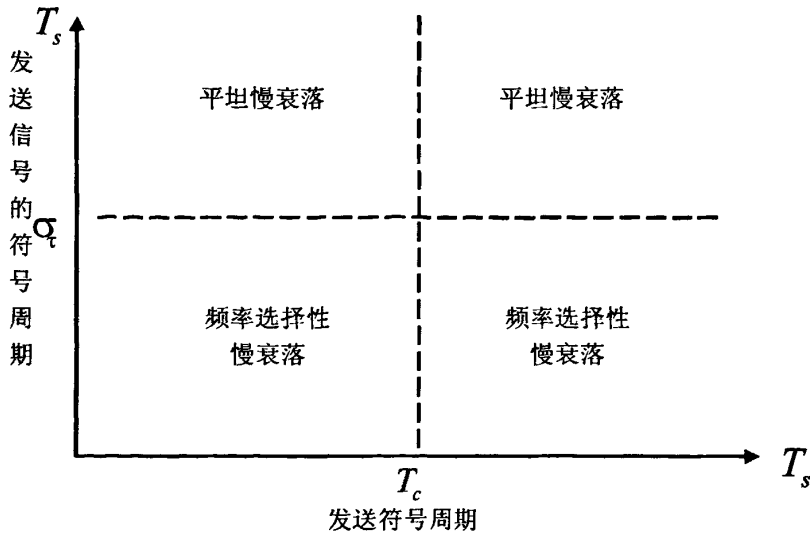


图 2.1(a) 信号所经历的衰落类型（衰落是符号周期的函数）

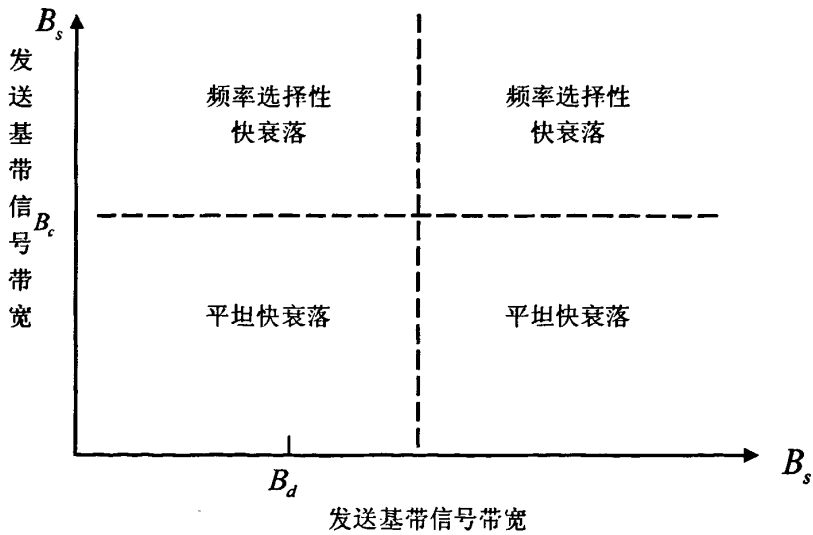


图 2.1 (b) 信号所经历的衰落类型（衰落是基带信号带宽的函数）

2.3 信道仿真

2.3.1 无线信道模型

在无线信道中，最常见的接收包络模型包括瑞利衰落分布模型和莱斯衰落分布模型<sup>[42]</sup>，它们分别适用于发送端与接收端没有直射路径和有直射路径的情况。

(1) 瑞利衰落分布

当信号在传输过程中没有一条较强的直达路径时，该无线信号小尺度衰落的包络服

从瑞利分布<sup>[43]</sup>。瑞利分布的概率密度函数为<sup>[41]</sup>

$$p(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} \exp(-\frac{r}{2\sigma^2}) & (0 \leq r \leq \infty) \\ 0 & (r < 0) \end{cases} \quad (2.3.1)$$

上式中,  $\sigma^2$  表示的是在包络检波之前所接收信号包络的时间平均功率<sup>[41]</sup>。

## (2) 莱斯衰落分布

当信道存在有直射路径或者是一条强信号路径时, 该无线信号小尺度衰落的包络服从莱斯分布<sup>[43]</sup>。由于有一条较强的直达路径, 所以就会有一个较为稳定的主要信号, 而随机到达的多径分量就叠加到该稳定信号上。由于各多径分量的角度不相同, 包络检波器的输出端就会将一个直流分量附加在随机的多径上<sup>[43]</sup>。当较强的直达信号主要分量减弱时, 莱斯分布就转换成为瑞利分布。其概率密度函数为<sup>[41]</sup>

$$p(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} \exp(-\frac{(r^2 + A^2)}{2\sigma^2}) I_0(\frac{Ar}{\sigma^2}) & (A \geq 0, r \geq 0) \\ 0 & (r < 0) \end{cases} \quad (2.3.2)$$

$A$  表示的是主要的稳定信号幅度的峰值,  $I_0(\cdot)$  表示修正的第一类 0 阶贝塞尔函数。

## 2.3.2 无线信道的仿真模型

通常情况下, 无线信道建模为<sup>[44][45][46]</sup>

$$h(t, \tau) = \sum_{m=1}^M \alpha_m h_m(t) \delta(\tau - \tau_m) \quad (2.3.3)$$

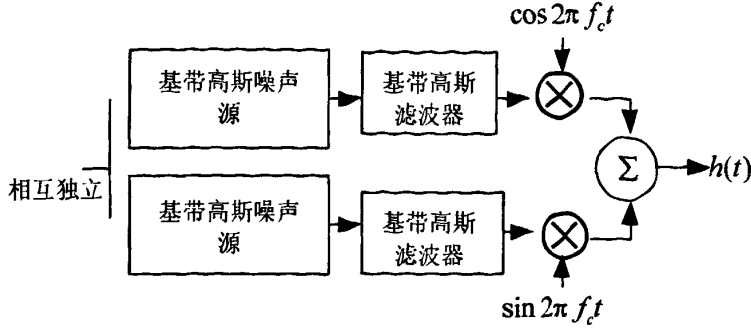
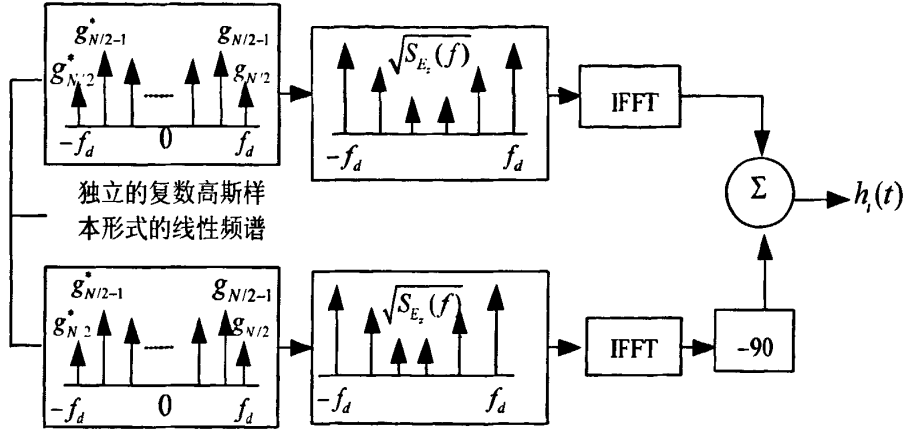
上式中,  $M$  表示信道中总的多径路径数目,  $\alpha_m$  为第  $i$  条路径固定的平均增益,  $\tau_i$  是相应的时延。  $h_m(t)$  表示的是第  $m$  条多径路径增益的时变部分。

由于信道可以根据其频率选择性可以分为平坦衰落信道和频率选择性信道<sup>[42]</sup>, 下面分别介绍这两种衰落信道的仿真。

### (1) 平坦衰落信道仿真

通常, 信道模型的仿真都是基于多个互不相关的有色高斯随机过程来完成的<sup>[43]</sup>。下面介绍利用基带瑞利仿真器来实现平坦衰落 Clarke 模型的仿真, 如图 2.3.1 所示, 首先利用两个互不相干且相互独立的复高斯噪声源来产生一个同相衰落分量和一个正交衰落分量的信号<sup>[43]</sup>。由于每一个复高斯变量都可以表示为两个相互独立的实高斯随机变量之和 (例如,  $g = a + jb$ , 其中,  $a$ 、 $b$  为实高斯随机变量,  $g$  是复高斯变量)<sup>[43]</sup>。随后基带的高斯噪声源通过频谱滤波器进行整形处理, 然后进行快速傅里叶逆变换 (IFFT) 得到信道的时域波形<sup>[43]</sup>, 图 2.3.2 是图 2.3.1 的频域框图<sup>[41]</sup>。



图 2.3.1 采用基带多普勒滤波器生成 Clarke 模型<sup>[40]</sup>图 2.3.2  $h(t)$  频域实现框图<sup>[41]</sup>

以上框图的计算机仿真方法为<sup>[41]</sup>：首先利用复数高斯数字发生器随机地产生一组基带线状频谱（其中的分量最大频率为  $f_d$ ）；根据实信号的特性，将正频率复高斯值取共轭得到负频率分量<sup>[41]</sup>；之后随机取值的线状频谱与离散频率表达式  $\sqrt{S_{E_z}(f)}$  相乘，其中， $S_{E_z}(f)$  是根据无线信号经历平坦衰落的 Clarke 模型而得到的信号输出频谱，为<sup>[41]</sup>

$$S_{E_z}(f) = \frac{1.5}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_c}{f_d}\right)^2}} \quad (2.3.4)$$

上式中， $f_c$  为载波频率。为了解决 (2.3.4) 式在通带边缘会趋于无穷大这一问题，可以通过计算抽样频率处函数的斜率截短  $S_{E_z}(f)$  的值，选取非常接近于通带边界的截短处，并将斜率扩展到通带边界处<sup>[41]</sup>。

## (2) 频率选择性衰落信道仿真

式 (2.3.3) 所示的频率选择性衰落信道的传输模型  $h(t, \tau)$  是关于时间  $t$  和时延  $\tau$  的多径传播模型<sup>[43]</sup>。 $h(t, \tau)$  是一个具有平坦衰落特性的冲激响应  $h(t)$  的平均复高斯时间变化

过程函数<sup>[43]</sup>。频率选择性衰落建模可以如图2.3.3所示，

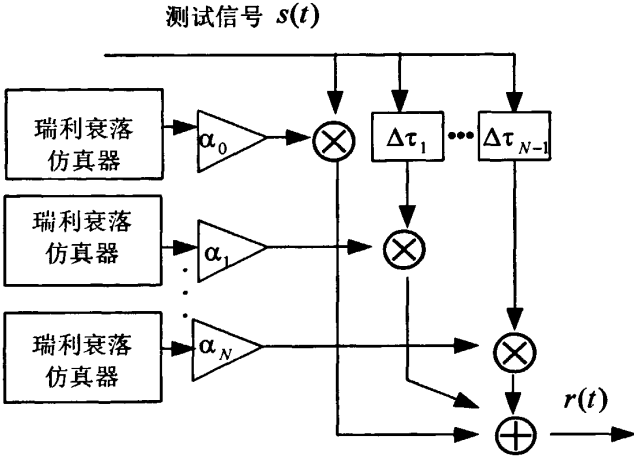


图2.3.3 频率选择性衰落的信道的确定仿真模型<sup>[2,3]</sup>

通过若干瑞利衰落仿真器进行组合，来产生频率选择性衰落仿真器。

2.4 本章小结

本章介绍了无线信道中的两种衰落类型：大尺度衰落和小尺度衰落，在此基础上介绍了信道的分类。最后一节介绍了信道的仿真。

3 OFDM 系统模型

3.1 引言

本章主要介绍了 OFDM 的基本原理，简要阐述了 OFDM 关键技术 DFT 以及如何实现 IFFT/FFT 进行调制/解调，同时也研究了循环前缀的原理和作用。

3.2 OFDM 基本原理

在通常的数字并行数据传输系统中，信号的总带宽可以分为  $N$  个没有重叠的频域子载波带宽。每个子载波用一个特殊的符号进行调制，这样就有  $N$  个子载波进行频分复用 [47][48]。这种频谱没有重叠的子载波方法可以用来进行消除子载波间干扰（ICI, Inter Carrier Interference） [48]。如图 3.2.1 所示。

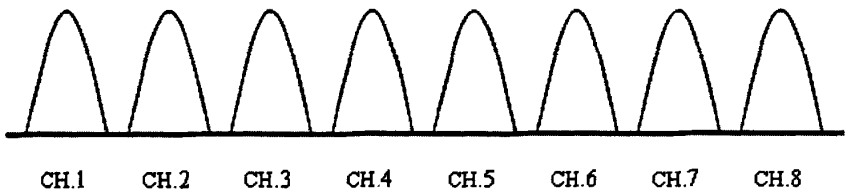


图 3.2.1 采用频分复用的 8 个子信道的载波频谱

这样虽然可以有效的消除 ICI，但是从上图看出，这种频率复用浪费了很多带宽，频谱的利用效率很低。之后人们提出了正交频分复用（OFDM）的方法 [27]，如图 3.2.2 所示

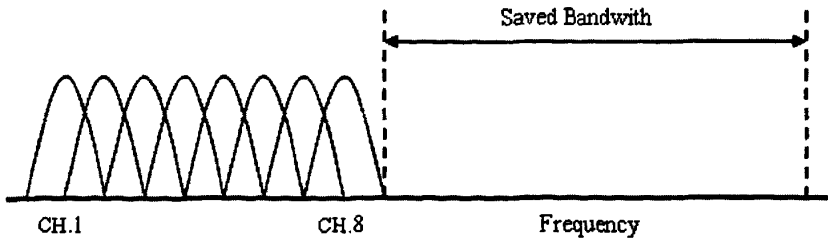


图 3.2.2 采用正交频分复用的 8 个子信道的载波频谱

从图上可以看到，通过采用 OFDM 技术后，可以非常有效的提高频带利用效率，且由于各子载波之间保持了严格的正交性，不存在 ISI，所以 OFDM 系统是一个可以有效利用频带资源的方法 [27]。

OFDM 系统可以利用快速傅里叶变换（FFT/IFFT）来实现调制和解调，从而很大程度上简化了系统的复杂度 [28]。

OFDM 系统的输入信号是星座图上复数（如 QPSK, QAM）等，图 3.2.3 给出了一个 OFDM 系统的基本模型<sup>[31]</sup>。

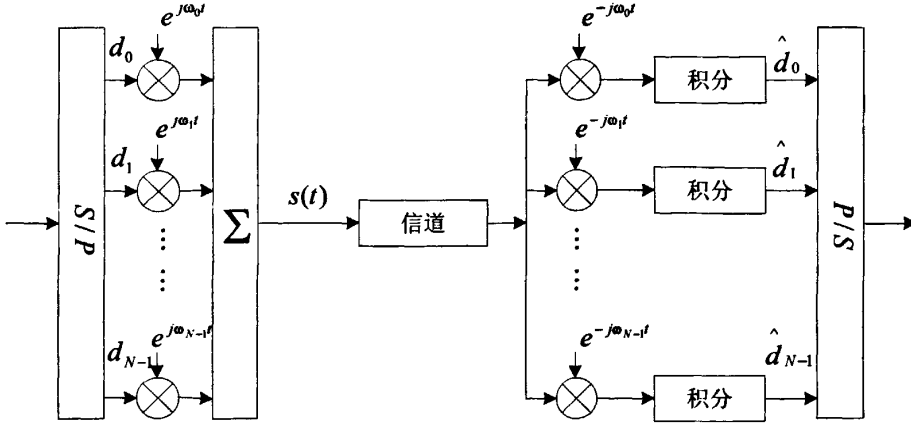


图 3.2.3 OFDM 系统框图

一个 OFDM 符号中包含了多个经过 QPSK 或者 QAM 调制的子载波。OFDM 符号可以表示为<sup>[31]</sup>：

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \text{rect}(t - t_s - T/2) \exp(j2\pi f_i(t - t_s)), \quad t_s \leq t \leq t_s + T \quad (3.2.1)$$

式中， $N$  表示子载波的个数， $T$  表示 OFDM 符号的周期， $d_i$  表示第  $i$  个信道上的数据符号， $f_i$  表示第  $i$  个子载波的载波频率， $\text{rect}(t)$  表示矩形函数，

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq T/2 \\ 0 & t < t_s \wedge t > T + t_s \end{cases}$$

首先对 (3.2.1) 式中的第  $j$  个子载波进行解调，然后在时间长度  $T$  内进行积分，可得到：

$$\begin{aligned} \hat{d}_j &= \frac{1}{T} \int_{t_s}^{T+t_s} \exp[-j2\pi \frac{j}{T}(t - t_s)] \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp[-j2\pi \frac{i}{T}(t - t_s)] dt \\ &= \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} d_i \int_{t_s}^{T+t_s} \exp[j2\pi \frac{i-j}{T}(t - t_s)] dt \\ &= d_j \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

从 (3.2.2) 式中可以看到，只要对第  $j$  个子载波进行解调就可以恢复出希望的信号来。但对于其他子载波上的信号而言，在积分间隔内由于频率相差  $(i-j)/T$ ，会产生整数倍个周期，所以与其他子载波积分时的值为零，这样就可以恢复出所需要的信号来<sup>[31]</sup>。

### 3.3 DFT 实现 OFDM<sup>[28]</sup>

如果按照 3.2 节所示的信号产生方式的话，特别当  $N$  特别大时，系统的复杂度会非

常高。在<sup>[28]</sup>中, S. B. Weinstein 和 P. M. Ebert 提出了基于 DFT 的快速实现方法。通过 DFT 可以显著降低系统实现的复杂度。

令 (3.2.1) 中的  $t_s = 0$ , 对信号  $s(t)$  做  $t = kT/N$  的时间抽样。其中  $k \in [0, 1, \dots, N-1]$ 。

$$s_k = s\left(\frac{kT}{N}\right) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp\left(j \frac{2\pi i k}{N}\right) \quad (0 \leq k \leq N-1) \quad (3.3.1)$$

从上式可以明显的看出,  $s_k$  就是  $d_i$  的 IDFT 运算。在发送端, 通过 IDFT 把频域的信号  $d_i$  调制为时域的信号进行发送<sup>[28]</sup>。在接收端,

$$d_i = \sum_{k=0}^{N-1} s_k \exp\left(-j \frac{2\pi i k}{N}\right) \quad (0 \leq i \leq N-1) \quad (3.3.2)$$

即  $s_k$  通过 DFT, 就可把接收到的时域信号解调为频域信号<sup>[28]</sup>。

在实际的 OFDM 系统中, 可以采用快速傅里叶变换/反变换 (FFT/IFFT) 的方式进行调制和解调, 其计算的复杂度为  $N \log_2 N$ , 可以大大降低系统的运算复杂度。

### 3.4 循环前缀

OFDM 系统可以有效的对抗多径衰落, 消除 ISI。在 OFDM 系统发展之初, 便提出了在 OFDM 系统符号之前加入空白的保护间隔<sup>[47]</sup>。但在该种情况下, 由于多径的影响, 会产生 ICI, 使得子载波间的正交性遭到破坏。如图 3.4.1 所示

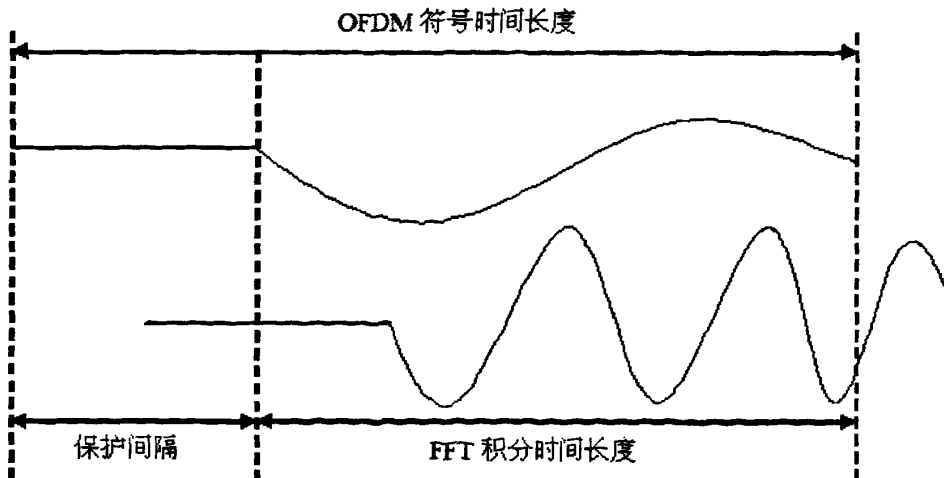


图 3.4.1 正交性遭到破坏

从图上看, 在 FFT 积分时间长度中, 当子载波间的周期数之差不再是整数时, 由 3.2 节证明可知此时上图的两个相邻的子载波间的正交性遭到破坏<sup>[31]</sup>。

1980 年, Peled 和 Ruiz<sup>[29]</sup>提出了将循环前缀 (CP) 引入取代空白间隔。这将 OFDM 技术推向了一个新的发展阶段。引入 CP 后可以有效的克服 ICI 的问题。如图 3.4.2 所示。

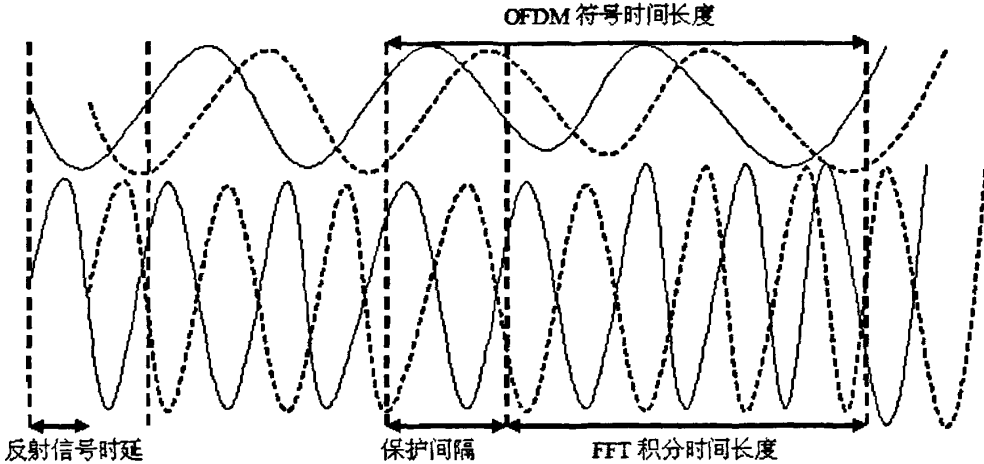


图 3.4.2 多径时延小于保护间隔

由图 3.4.2 可知, 采用 CP 后, 当多径反射时间间隔小于 CP 时, 那么在 FFT 积分时间长度内就不会发生相位的跳变的情况<sup>[31]</sup>。因此在 OFDM 接收端所接收到的信号, 只是存在某些相位偏移且多个相连的连续正弦波的信号叠加起来的信号, 且这样叠加并不会破坏子载波间的正交性<sup>[31]</sup>。

### 3.5 总结

本章主要描述了 OFDM 的基本原理, 且从数学的角度推导了 DFT/IDFT 的实际降低系统复杂度作用的方法。之后简要讨论循环前缀的作用及原理。本章为后面两章奠定了技术基础。

## 4 基于盲估计的频偏估计算法

在频偏估计中，盲估计算法是利用频带效率最高的一类算法，该类算法不需要加入零载波和各种训练序列，其利用了自身的性质，进行载波频偏估计。本章将介绍经典的 ML、MUSIC 和 ESPRIT 频偏估计算法，并仿真验证三种算法的性能。

### 4.1 引言

盲估计（无数据辅助）算法在近年来得到了广泛的关注，在各类不同的方法中，盲估计算法其数据利用效率最高，是其最大的优点。在<sup>[19]</sup>中，Jan-Jaap van de Beek 提出了最为经典的基于 CP 的最大似然估计方法，利用 CP 相关的方法，得出时延频偏联合估计。在<sup>[20]</sup>中，H. Liu and U. Tureli 提出了利用信号处理方法中的 MUSIC 的方法，基于虚载波的基础上，构造损失函数，找到使损失函数最小的点再进行频偏估计。在<sup>[21]</sup>中，Ufuk Tureli, Hui Liu 又提出了基于虚载波的 ESPRIT 方法，利用频偏信号的平移不变性结构的特点，进行频偏估计。在<sup>[22]</sup>中，Timo Roman 提出通过构造一个信号的对角阵结构，使非对角元素的功率和最小的方法，完成频偏估计。在<sup>[23]</sup>中，Helmut Bölcskei 提出一种利用 OFDM 信号的循环平稳性进行一次二阶数理统计的方法，进行频偏估计。本章将对<sup>[19]-[21]</sup>中三种算法进行探讨，并仿真验证性能。

### 4.2 最大似然（ML）频偏估计算法<sup>[19]</sup>

最大似然（ML）频偏估计算法是 Jan-Jaap van de Beek<sup>[19]</sup>提出的利用联合最大似然函数（ML）进行时间同步和频率同步的估计算法。该算法没有利用额外的训练符号和零载波，只利用了接收信号本身的循环前缀（CP）进行时间和频率联合同步。属于盲估计算法的一种。接下来，我们将对 ML 算法进行讨论。

#### I. 系统模型

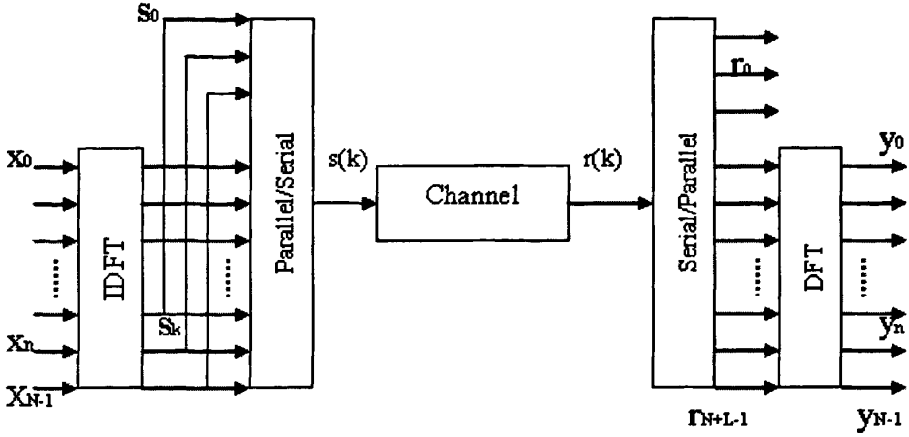


图 4.2.1 OFDM 系统结构

图 4.2.1 是我们所要探讨的基带离散时间 OFDM 系统模型。复数据符号在  $N$  个子载波上通过 IDFT 进行调制。接着 OFDM 符号在时域信道中发送，该信道的冲激响应长度假设小于  $L$ 。在接收端，通过 DFT 对接收数据进行恢复<sup>[19]</sup>。

为了避免符号间干扰 (ISI) 并且保持子载波间的正交性，我们采取一种方法，该方法将 OFDM 符号最后  $L$  个长度的符号复制，并且将其放在 OFDM 符号前端，我们称为循环前缀。这样构成一个完整的 OFDM 符号。有效的 OFDM 符号长度就是  $(N+L)$ 。

设发送端信号为  $s(k)$ ，假设信道为 AWGN 信道，高斯白噪声为  $n(k)$ 。考虑接收到的 OFDM 符号的两个不确定量：OFDM 符号的到达时间和载波频率。前一个不确定量可以将其模型化为信道冲激响应延迟  $\delta(k-\theta)$ ， $\theta$  是整数值的符号到达时间。载波频率可以将其模型化为接收信号在时域的一个复数乘法偏移  $e^{j2\pi\epsilon k/N}$ ， $\epsilon$  为由于在发送端和接收端振荡器频率不一致所产生的小数倍子载波间隔。由于受这两个不确定量和高斯白噪声影响，接收信号为<sup>[19]</sup>：

$$r(k) = s(k - \theta) e^{j2\pi\epsilon k/N} + n(k) \quad (4.2.1)$$

假设我们观察  $r(k)$  的  $2N+L$  个连续样本点，如图 4.2.2 所示。



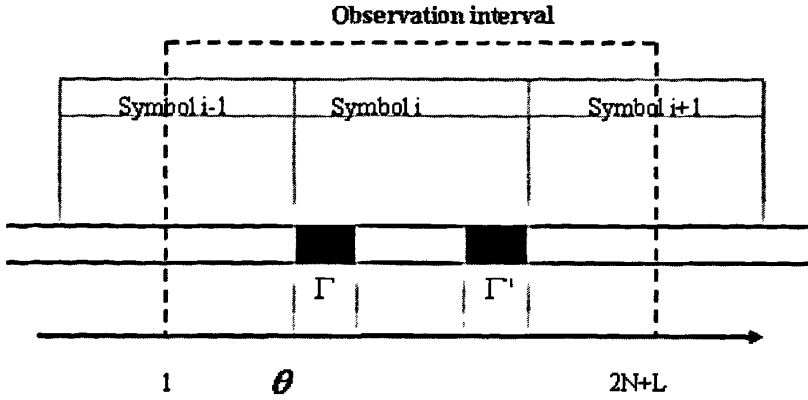


图 4.2.2 OFDM 符号结构

这些样本点中包括了一个完整的  $N+L$  个样本点的 OFDM 符号。但是这个符号的位置是未知，因为对于接收机来说信道延迟  $\theta$  是未知的。定义参数集合<sup>[19]</sup>

$$\Gamma \triangleq \{\theta, \dots, \theta + L - 1\}$$

$$\Gamma' \triangleq \{\theta + N, \dots, \theta + N + L - 1\}$$

集合  $\Gamma'$  包括了被复制为循环前缀的这部分数据样本的对应的位置参数，集合  $\Gamma$  包括了循环前缀的位置参数。取观察样本的  $(2N+L) \times 1$  阶矢量  $\mathbf{r} \triangleq [r(1) \dots r(2N+L)]^T$ 。对于被复制部分的  $r(k)$  以及循环前缀来说，当  $k \in \Gamma \cup \Gamma'$ ，是自相关的。比如  $\forall k \in \Gamma$ :

$$E\{r(k)r^*(k+m)\} = \begin{cases} \sigma_s^2 + \sigma_n^2 & m=0 \\ \sigma_s^2 e^{-j2\pi\epsilon} & m=N \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.2.2)$$

对于剩下的样本点的  $r(k)$ ，当  $k \notin \Gamma \cup \Gamma'$ ，是互不相关的。

对于  $\theta$  和  $\epsilon$  的对数似然函数  $\Lambda(\theta, \epsilon)$  来说，它是给出了到达时间  $\theta$  和载波频率偏移  $\epsilon$  的在  $\mathbf{r}$  中的  $(2N+L)$  个样本观察点的概率密度函数  $\hat{f}(\mathbf{r}|\theta, \epsilon)$  的对数。利用观察到的向量  $\mathbf{r}$  的自相关性质，对数似然函数可以写成<sup>[19]</sup>:

$$\begin{aligned} \Lambda(\theta, \epsilon) &= \log f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon) \\ &= \log \left( \prod_{k \in \Gamma} f(r(k), r(k+N)) \prod_{k \in \Gamma'} f(r(k)) \right) \\ &= \log \left( \prod_{k \in \Gamma} \frac{f(r(k), r(k+N))}{f(r(k))f(r(k+N))} \prod_k f(r(k)) \right) \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

$f(\cdot)$  表示变量的概率密度函数。假设  $\mathbf{r}$  是一个联合高斯矢量，参考文献<sup>[19]</sup>的 Appendix 推导，可得：

$$\Lambda(\theta, \varepsilon) = |\gamma(\theta)| \cos(2\pi\varepsilon + \angle\gamma(\theta)) - \rho\Phi(\theta) \quad (4.2.4)$$

$\angle$  表示复向量的角度。

$$\gamma(m) \triangleq \sum_{k=m}^{m+L-1} r(k)r^*(k+N) \quad (4.2.5)$$

$$\Phi(m) \triangleq \frac{1}{2} \sum_{k=m}^{m+L-1} (|r(k)|^2 + |r(k+N)|^2) \quad (4.2.6)$$

$$\begin{aligned} \rho &\triangleq \left| \frac{E\{r(k)r^*(k+N)\}}{\sqrt{E\{|r(k)|^2\}} E\{|r(k+N)|^2\}}} \right| \\ &= \frac{\delta_s^2}{\delta_s^2 + \delta_n^2} = \frac{SNR}{SNR + 1} \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

$\rho$  为  $r(k)$  和  $r(k+N)$  之间相关系数的幅值。(4.2.4) 的第一项是  $\gamma(\theta)$  加权的幅值, 其中  $\gamma(m)$  是连续  $L$  对间距为  $N$  的两个采样点的相关和。加权值是由频率偏移决定的。 $\Phi(\theta)$  是一个功率项, 与载波频率偏移  $\varepsilon$  是相互独立的。

使对数似然函数最大, 可以通过以下两步完成<sup>[19]</sup>:

$$\max_{(\theta, \varepsilon)} \Lambda(\theta, \varepsilon) = \max_{\theta} \max_{\varepsilon} \Lambda(\theta, \varepsilon) = \max_{\theta} \Lambda(\theta, \hat{\varepsilon}_{ML}(\theta)) \quad (4.2.8)$$

当  $\cos(2\pi\varepsilon + \angle\gamma(\theta)) = 1$  时, (4.2.4) 式取得最大值, 此时, 得到频率偏移  $\varepsilon$ :

$$\hat{\varepsilon}_{ML}(\theta) = -\frac{1}{2\pi} \angle\gamma(\theta) + n \quad (4.2.9)$$

$n$  为一个整数。由于 cosine 函数的周期性, 能找到很多最大值。假设粗估计已经完成并且  $|\varepsilon| < 1/2$ , 此时,  $n=0$ 。既然  $\cos(2\pi\varepsilon + \angle\gamma(\theta)) = 1$ , 此时对数似然函数为<sup>[19]</sup>:

$$\Lambda(\theta, \hat{\varepsilon}_{ML}(\theta)) = |\gamma(\theta)| - \rho\Phi(\theta) \quad (4.2.10)$$

$\theta$  和  $\varepsilon$  的联合 ML 估计为<sup>[19]</sup>:

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta} \{|\gamma(\theta)| - \rho\Phi(\theta)\} \quad (4.2.11)$$

$$\hat{\varepsilon}_{ML} = -\frac{1}{2\pi} \angle\gamma(\hat{\theta}_{ML}) \quad (4.2.12)$$

图 4.2.3 为 ML 估计器结构:

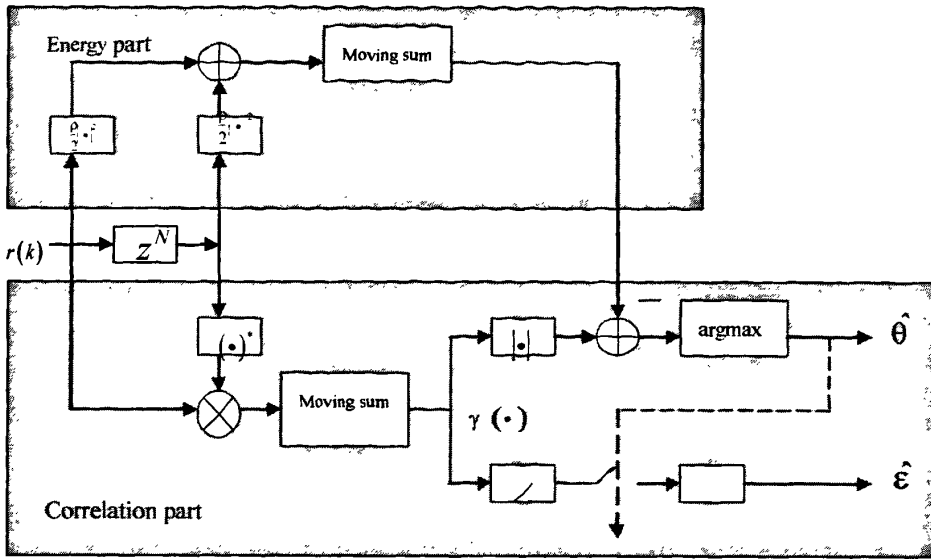


图 4.2.3 估计器结构

估计范围：ML 算法的估计范围为

$$|\varepsilon| < 1/2 \quad (4.2.13)$$

### 4.3 基于采用虚载波的 MUSIC 频偏盲估计算法<sup>[20]</sup>

#### 4.3.1 标准 MUSIC 算法原理

标准 MUSIC 算法<sup>[49][50]</sup>是 Schmidt 在 1979 年提出的利用输入协方差矩阵的特征结构的一种具有高分辨能力的多重信号分类方法。MUSIC 算法是一种信号参数估计算法。MUSIC 方法在估计接受入射信号数目、各个信号的波达方向 (DOA)，强度以及入射信号和噪声之间的互相关等等，具有很高的分辨率<sup>[51]</sup>。标准 MUSIC 估计算法的步骤可以总结如下<sup>[51]</sup>：

1) 收集输入样本  $u_k$ ,  $k = 0, \dots, K-1$ , 对输入协方差矩阵进行估计

$$\hat{\mathbf{R}}_{uu} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \quad (4.3.1)$$

2) 对  $\hat{\mathbf{R}}_{uu}$  进行特征分解

$$\hat{\mathbf{R}}_{uu} \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \quad (4.3.2)$$

式中,  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{M-1}\}$ ,  $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{M-1}$  为特征值,  $\mathbf{V} = [\mathbf{q}_0 \mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_{M-1}]$  是  $\hat{\mathbf{R}}_{uu}$  相应的特征向量。

3) 利用最小特征值  $\lambda_{min}$  的重数  $K$  来估计信号数  $\hat{D}$

$$\hat{D} = M - K \quad (4.3.3)$$

4) 计算 MUSIC 谱

$$\hat{P}_{MUSIC}(\phi) = \frac{\mathbf{a}^H(\phi)\mathbf{a}(\phi)}{\mathbf{a}^H(\phi)\mathbf{V}_n\mathbf{V}_n^H\mathbf{a}(\phi)} \quad (4.3.4)$$

式中,  $\mathbf{V}_n = [\mathbf{q}_D \mathbf{q}_{D+1} \cdots \mathbf{q}_{M-1}]$ 。

5) 找出  $\hat{P}_{MUSIC}(\phi)$  中的  $\hat{D}$  个最大峰值, 得出波达方向的估计。

#### 4.3.2 MUSIC 频偏估计算法<sup>[20]</sup>

MUSIC 算法应用于 OFDM 系统频偏估计, 是通过将由观察数据构成的子空间进行分解, 然后基于这个通过分解的来的正交子空间构造一个损失函数, 这种方法可以直接用于 OFDM 系统的载波频偏估计<sup>[20]</sup>。但是子空间分解的计算量对于实际 OFDM 系统来说太过巨大。H. Liu, U. Tureli 在<sup>[20]</sup>提出了一种改进的 MUSIC 频偏估计算法, 比直接进行子空间分解的方法计算频偏时计算量要少许多, 更加实用<sup>[20]</sup>。

取  $K$  个 OFDM 符号样本, 构成一个新的接收信号矩阵

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(0) \mathbf{y}(1) \cdots \mathbf{y}(K-1)] \quad (4.3.5)$$

$\mathbf{w}_i$  是一个 OFDM 符号的第  $i$  个子信道的 DFT 向量,  $\mathbf{Z} = \text{diag}\{1, z, z^2, \dots, z^{N-1}\}$ , 且  $z = e^{j\theta}$ 。构造一个损失函数  $P(z)$ ,

$$P(z) = \sum_{i=1}^L \|\mathbf{w}_{P+i}^H \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{Y}\|^2 \quad (4.3.6)$$

$L$  为 CP 长度, 且  $L \leq N - P$ ,  $N$  为每个 OFDM 符号子载波个数,  $P$  为携带数据的子载波个数。零载波如图 4.3.1 所示, 放在 OFDM 符号首尾。

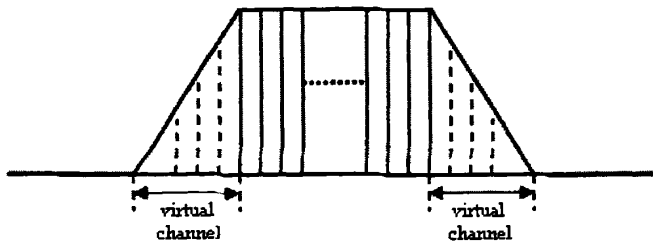


图 4.3.1 OFDM 符号

显然, 当  $z = e^{j\theta}$  时  $P(z)$  为 0。因此, 可以通过像 MUSIC 算法在处理阵列信号时的那样, 通过估计对所有角频率  $\phi \in [0, 2\pi]$  得到的  $P(z)$  值来得出频偏<sup>[20]</sup>。

可以将此 MUSIC 算法归纳如下<sup>[20]</sup>:

- 1) 通过接收到得信号  $\{y_n(k)\}$  构造一个多项式函数如(4.3.6)的  $P(z)$ ;
- 2) 通过使  $P(z)$  为 0 或者  $P(z)$  的根在单位圆上进行载波频偏估计。在有噪声的情况下, 使  $P(z)$  最小或者  $P(z)$  的根最接近单位圆的方法进行估计。

MUSIC 零载波频偏估计算法的估计范围是  $\left(-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right)$  之间的频偏, 对小数频偏和整数频偏都可以进行估计, 但估计范围有限。

#### 4.4 基于虚载波的 ESPRIT 频偏盲估计算法<sup>[21]</sup>

##### 4.4.1 标准 ESPRIT 算法原理

旋转不变技术估计信号参数 (ESPRIT) 的算法是 Roy 等提出的另一种基于子空间的 DOA 估计方法<sup>[52][53]</sup>。ESPRIT 算法大大降低了 MUSIC 算法对计算和存储要求, 而且不需要对所有可能的导引向量进行反复的全局搜索来估计波达方向<sup>[51]</sup>。标准 ESPRIT 基本算法步骤总结如下<sup>[51]</sup>:

- 1) 通过测量  $\mathbf{u}$  得到  $\mathbf{R}_{uu}$  的估计值  $\hat{\mathbf{R}}_{uu}$ 。
- 2) 对  $\hat{\mathbf{R}}_{uu}$  进行特征分解,

$$\hat{\mathbf{R}}_{uu} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^H \quad (4.4.1)$$

$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}\}$  和  $\mathbf{V} = [\mathbf{q}_0, \dots, \mathbf{q}_{M-1}]$  分别为特征值和特征向量。

- 3) 利用最小特征值  $\lambda_{\min}$  的重数用来对信号数  $\hat{D}$  进行估计,  $\hat{D} = M - K$ 。
- 4) 对于得到信号子空间的估计值  $\hat{\mathbf{V}}_s = [\hat{\mathbf{V}}_0, \dots, \hat{\mathbf{V}}_{\hat{D}-1}]$ , 将其分解为子阵列矩阵

$$\hat{\mathbf{V}}_s = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_0 \\ \hat{\mathbf{V}}_1 \end{bmatrix} \quad (4.4.2)$$

- 5) 计算特征分解  $(\lambda_1 > \dots > \lambda_{2\hat{D}})$

$$\hat{\mathbf{V}}_0^H \hat{\mathbf{V}}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_0^H \\ \hat{\mathbf{V}}_1^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_0 \\ \hat{\mathbf{V}}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^H \quad (4.4.3)$$

其中将  $\mathbf{V}$  划分成  $\hat{D} \times \hat{D}$  的子矩阵

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{13} & \mathbf{V}_{14} \end{bmatrix} \quad (4.4.4)$$

- 6) 计算  $\mathbf{\Psi} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特征值, 其中

$$\hat{\Phi}_k = (-\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}) \quad , \quad \forall k = 0, \dots, \hat{D} - 1 \quad (4.4.5)$$

## 7) 估计波达方向为

$$\hat{\phi}_k = \cos^{-1} \left[ c \frac{(\arg(\hat{\Phi}_k))}{\beta \Delta x} \right] \quad (4.4.6)$$

标准的 ESPRIT 算法是利用在信号子空间的平移不变性并且通过分解子空间和计算特征值来估计参数<sup>[52][53]</sup>。在一个 OFDM 系统中, 这种平移不变性结构使得 ESPRIT 方法能够用于接收到的信号上进行载波频率估计而不需要通过分解子空间和估计特征值的办法来进行估计<sup>[51]</sup>。

4.4.2 ESPRIT 频偏估计算法<sup>[21]</sup>

标准的 ESPRIT 算法是通过子空间分解和计算特征<sup>[52]</sup>值来进行估计。下面介绍的是 ESPRIT 频偏估计方法<sup>[21]</sup>, 利用了 OFDM 系统接收到的产生了频偏的信号, 由于其结构的平移不变性, 所以可以用 ESPRIT 算法进行直接估计<sup>[21]</sup>。

设接收到的一帧 OFDM 信号有  $k$  个 OFDM 符号, 每个 OFDM 符号有  $N$  个子载波, 数据载波有  $P$  个。其中数据载波放置方式同类 MUSIC 频偏估计算法一样, 如图 4.3.1 所示, 将零载波放置在 OFDM 符号首尾。接收到的产生了频偏的 OFDM 符号为<sup>[21]</sup>:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{E} \mathbf{W}_p \mathbf{H}_p \mathbf{s}(k) e^{j(k-1)\omega(N+N_s)} = \mathbf{E} \mathbf{W}_p \mathbf{s}(k) \quad (4.4.8)$$

其中  $\mathbf{E} = \text{diag}(1, e^{j\omega}, \dots, e^{j(N-1)\omega})$ , 表示频偏矩阵,  $\mathbf{W}_p$  是  $N \times N$  阶 IDFT 矩阵的前  $P$  列所组成的矩阵,  $\mathbf{H}_p = \text{diag}(H(0) \dots H(P-1))$  是信道冲激响应矩阵,  $\mathbf{s}(k)$  是发送端的信号矩阵。

设  $M+1 \geq P+1$ , 可以形成如下式的  $(N-M)$  个连续的前向和后向样本:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_F^i(k) &= [\mathbf{y}_{i-1}(k) \dots \mathbf{y}_{i+M-1}(k)]^T \\ \mathbf{y}_B^i(k) &= [\mathbf{y}_{N-1}(k) \dots \mathbf{y}_{N-i-M}(k)]^H \\ i &= 1, 2, \dots, N-M \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

参考 (4.4.8) 式, (4.4.9) 式可以写成

$$\mathbf{y}_F^i(k) = \mathbf{E}_{M+1} \mathbf{W}_{M+1} \Delta' \mathbf{s}(k) \quad (4.4.10)$$

$\mathbf{W}_{M+1}$  是由  $\mathbf{W}_p$  的前  $M+1$  行组成, 且

$$\mathbf{E}_{M+1} = \text{diag}(1, e^{j\omega}, \dots, e^{jM\omega}),$$

$$\Delta = \text{diag}(1, e^{j(\omega+\psi)}, \dots, e^{j((P-1)\omega+\psi)}), \omega = 2\pi / N$$

后向向量  $\mathbf{y}_B^i$  为:

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_B^i(k) &= \mathbf{E}_{M+1} \mathbf{W}_{M+1} \Delta^i \\
&\quad \times \underbrace{e^{-jN(N-1)} \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & e^{j(P-1)(N-1)w} \end{bmatrix}}_{\mathbf{r}(k)} \mathbf{s}^*(k) \\
&= \mathbf{E}_{M+1} \mathbf{W}_{M+1} \Delta^i \mathbf{r}(k)
\end{aligned} \tag{4.4.11}$$

接下来, 定义  $\mathbf{A}_{M+1} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{E}_{M+1} \mathbf{W}_{M+1}$ , 则样本的协方差矩阵为:

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{M+1} &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{K(N-M)} \\
&\quad \times \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{N-M} \left[ \mathbf{y}_F^i(k) (\mathbf{y}_F^i(k))^H + \mathbf{y}_B^i(k) (\mathbf{y}_B^i(k))^H \right] \\
&= \mathbf{A}_{M+1} \mathbf{E} \left[ (\mathbf{s}(k) + \mathbf{r}(k)) (\mathbf{s}(k) + \mathbf{r}(k))^H \right] \mathbf{A}_{M+1}^H
\end{aligned} \tag{4.4.12}$$

通过将  $\mathbf{R}_{M+1}$  进行奇异值分解 (SVD), 得到  $\mathbf{A}_{M+1}$ ,  $P$  个特征值扩展了信号子空间<sup>[21]</sup>。对于  $\mathbf{R}_{M+1}$  秩  $P$ , 要求选定 OFDM 符号数  $K$  的时候要充分考虑到估计精度和频率偏移的问题, 如果  $K$  不够大, 则样本协方差矩阵将不能扩展子空间, 但是如果太大, 估计算法会对频偏过于敏感, 将会使计算量大大增加, 降低效率<sup>[20][21]</sup>。利用  $\mathbf{R}_{M+1}$  的平移不变性, 来找到对角阵  $\Delta$  的特征值<sup>[21]</sup>:

$$\Delta = (\mathbf{A}_{M+1} (1:M, 1:P))^+ (\mathbf{A}_{M+1} (2:M+1, 1:P)) \tag{4.4.13}$$

$(\cdot)^+$  表示伪逆矩阵, 由于  $\Delta$  的迹为  $e^{jN} \sum_{k=0}^{P-1} e^{jkW}$ , 所以可以通过求  $\Delta$  的迹的方法来求得  $e^{jN}$  <sup>[21]</sup>:

$$\exp(jN) = \frac{\text{tr}(\Delta)}{\sum_{k=0}^{P-1} e^{jkW}}, \quad w = 2\pi / N \tag{4.4.14}$$

ESPRIT 频偏估计算法的归一化估计范围与 MUSIC 算法一样, 为:

$$\hat{\psi}_{\text{ESPRIT}} \in \left( -\frac{N}{2}, \frac{N}{2} \right) \tag{4.4.15}$$

综合 ML 频偏估计算法, MUSIC 频偏估计算法和 ESPRIT 频偏估计算法这三种盲估计算法的估计范围如表 4.4.1 所示:

表 4.4.1 三种盲估计算法估计范围

算法	估计范围 (归一化频偏)
ML	$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
MUSIC	$\left(-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right)$
ESPRIT	$\left(-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right)$

## 4.5 算法仿真与分析

### 4.5.1 算法复杂度分析

(1) 对于 ML 频偏估计算法的复杂度, 计算 (4.2.5) 式的  $\gamma(m)$  时需要  $L$  ( $L$  为 CP 长度, 一般来说  $L < N$ ) 次复数乘法, 计算 (4.2.6) 式的  $\Phi(m)$  时, 需要  $2L$  次复数乘法。假设最大时延估计范围为  $C$  个子载波时间间隔  $C$  为整数, 且  $(0 < C \leq N)$ , 计算 (4.2.11) 式时需要复杂度  $CL$  次复数乘法。(4.2.12) 式只需要实数乘法, 所以可以忽略。综上, 对于 ML 估计器 (4.2.12) 式来说, 其复杂度为  $(L + 2L + CL) = (3 + C)L$  次复数乘法。可以近似约为  $N \times L$  次复数乘法。

(2) 对于 MUSIC 频偏估计算法而言, 其假设 OFDM 符号数为  $K$ ,  $K$  为整数, 且  $K > 0$ 。则计算 (4.3.6) 式的损失函数  $P(z)$  过程中,  $Z$  为对角阵, 所以计算  $Z^{-1}$  时只需要  $N$  次复数乘法, 而计算  $\mathbf{w}_{p+i}^H Z^{-1} \mathbf{Y}$  需要  $(1 \times N \times N) + (1 \times N \times K)$  次一共  $N^2 + KN$  次复数乘法,  $\mathbf{w}_{p+i}^H Z^{-1} \mathbf{Y}$  经计算, 为  $1 \times K$  的矩阵, 则计算  $\|\mathbf{w}_{p+i}^H Z^{-1} \mathbf{Y}\|^2$  需要  $K$  次复数乘法。所及计算  $P(z)$  共需要  $N + N^2 + KN + K$  次共  $N^2 + (K + 1)N + K$  次复数乘法。由于需要进行全局搜索, 其精度如果为  $10^{-8}$ , 则还需要  $10^8 \times (N^2 + (K + 1)N + K)$  次复数乘法。为了提高效率, 可以采取如下分步迭代搜索的方法: 一开始可将  $0-2\pi$  (角频率) 分成 100 个区间, 寻找最小点区间, 已此点为中心, 取四个区间, 对此四个区间再 100 等分, 如果需要达到  $10^{-8}$  精度的话, 循环 4 次, 如此其复杂度会大大降低, 只需要  $400 \times (N^2 + (K + 1)N + K)$  次复数乘法, 约为  $400 \times N^2$  次。

(3) 对于 ESPRIT 算法的复杂度,  $P$  为实际有用的数据载波符号数,  $P < N$ , 在计算 (4.4.13)  $(\Delta = (\mathbf{A}_{M+1}(1:M, 1:P))^+ (\mathbf{A}_{M+1}(2:M+1, 1:P)))$  的  $(\cdot)^+$  时, 若采用高斯消元法, 其复杂度为  $\frac{P(P+1)(2P+1)}{6} - \frac{P(P+1)}{2}$  次复数乘法, 计算  $\Delta$  时, 需要  $P^2 + P^3$  次复数乘法, 所以共需要  $\frac{P(P+1)(2P+1)}{6} - \frac{P(P+1)}{2} + P^2 + P^3$  次也就是  $\frac{4}{3}P^3 + \frac{3}{2}P^2 + \frac{P}{6}$  次复数乘法。通



常情况下,  $\frac{4}{3}P \approx N$ , 所以大约为  $N^3 + \frac{9}{8}N^2 + \frac{N}{8}$  次复数乘法, 大致为  $o(N^3)$

综上, 以上三种盲估计算法的复杂度对比如表 4.5.1 所示:

表 4.5.1 三种盲估计算法复杂度对比

盲估计算法	复数乘法次数
ML 频偏估计算法	$(3+C)L \approx NL$
MUSIC 频偏估计算法 (采用分步迭代搜索方法)	$400 \times N^2$
ESPRIT 频偏估计算法	$\frac{4}{3}P^3 + \frac{3}{2}P^2 + \frac{P}{6} \approx N^3 + \frac{9}{8}N^2 + \frac{N}{8} = o(N^3)$

从上表看出, ML 算法的复杂度较低, MUSIC 频偏估计算法与 ESPRIT 频偏估计算法的复杂度相当, 当  $N > 400$  时, ESPRIT 频偏估计算法的复杂度将高于 MUSIC 频偏估计算法。

4.5.2 算法仿真与分析

为了验证 ML 算法, MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的性能, 我们假设无线系统工作在 2GHz, 带宽为 5MHz, 信道为 SUI-3 瑞利衰落时变信道, 其各径增益为  $[0, -5\text{dB}, -10\text{dB}]$ , 每条路径的多普勒频移为 40Hz, 30Hz, 50Hz, 各条路径时延分别为  $[0\mu\text{s}, 0.4\mu\text{s}, 0.9\mu\text{s}]$ 。每个 OFDM 符号有  $N=32$  个子载波,  $N_z=8$  个零载波, 零载波放置位置为  $S_z = \{1, 2, 3, 4, 29, 30, 31, 32\}$ ,  $N_d$  为 24 个数据符号载波。OFDM 符号数为 10, 且采用 4QAM 调制, 循环前缀 CP 长度为 6。系统的 SNR 分别为 0dB, 5dB, 10dB, 15dB, 20dB, 蒙特卡罗仿真次数 5000 次。

在 MUSIC 仿真当中, 采取搜索  $P(z)$  的最小点在  $[0, 2\pi]$  上所对应的角频率值来确定频偏, 搜索精度为  $10^{-8}$ , 采用分步迭代算法进行全局搜索。

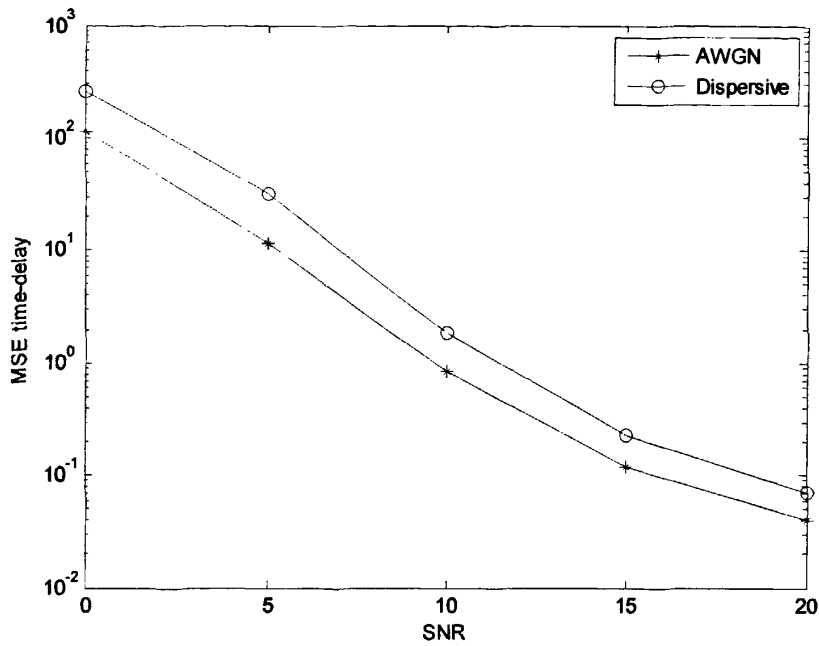


图4.5.1 ML算法时延估计MSE曲线

图 4.5.1 是完全盲估计的 ML 算法的时延估计性能在 AWGN 和多径衰落信道中的 MSE 曲线。可以看到，随着噪声的减小，其性能提升。在中高 SNR 的情况下，能取得较为满意的性能。

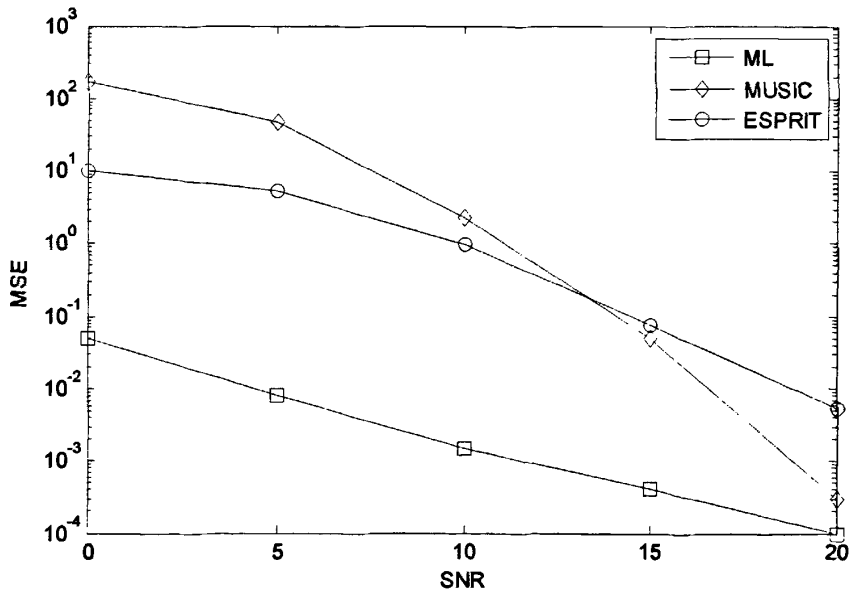


图4.5.2 当 $|\psi| \leq 1$ 时，ML、MUSIC和ESPRIT估计算法频偏估计MSE曲线比较

图 4.5.2 是当  $|\nu| \leq 1$  时, 完全盲估计的 ML 算法的频偏估计性能多径衰落信道中与 MUSIC 算法、ESPRIT 算法的 MSE 曲线比较。当估计小数倍频偏时, ESPRIT 算法虽然简单但其性能较差, ML 算法和 MUSIC 算法在较高 SNR 情况下较好。

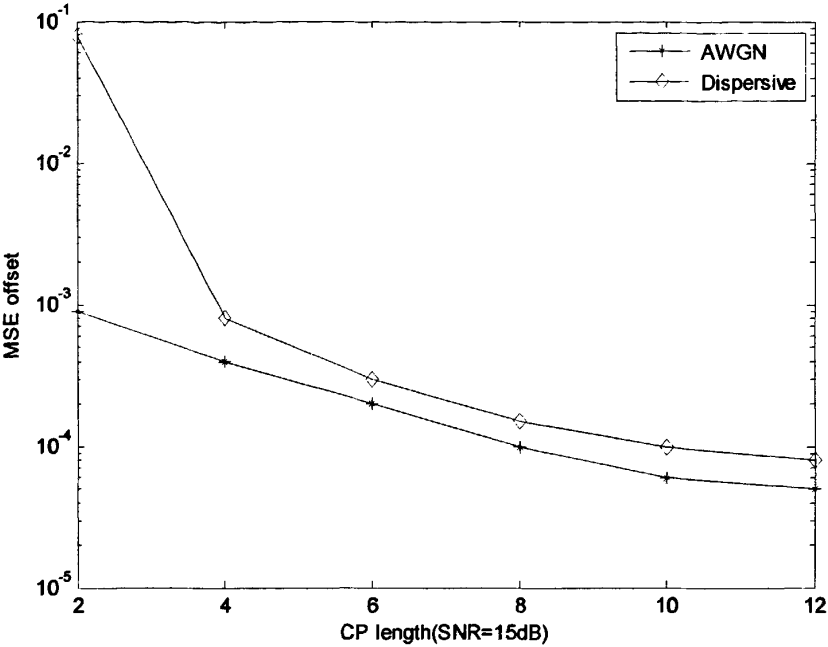


图4.5.3 ML算法改变CP长度的MSE曲线 SNR=15dB

图 4.5.3 是不同的 CP 长度, 信噪比为 15dB 时 ML 算法的估计性能的 MSE 曲线。从图中可以看出, 当 CP 长度为 2 个子载波的时候, 在多径情况下性能不太理想。并且随着 CP 长度的增加, ML 估计算法的性能得到提高。

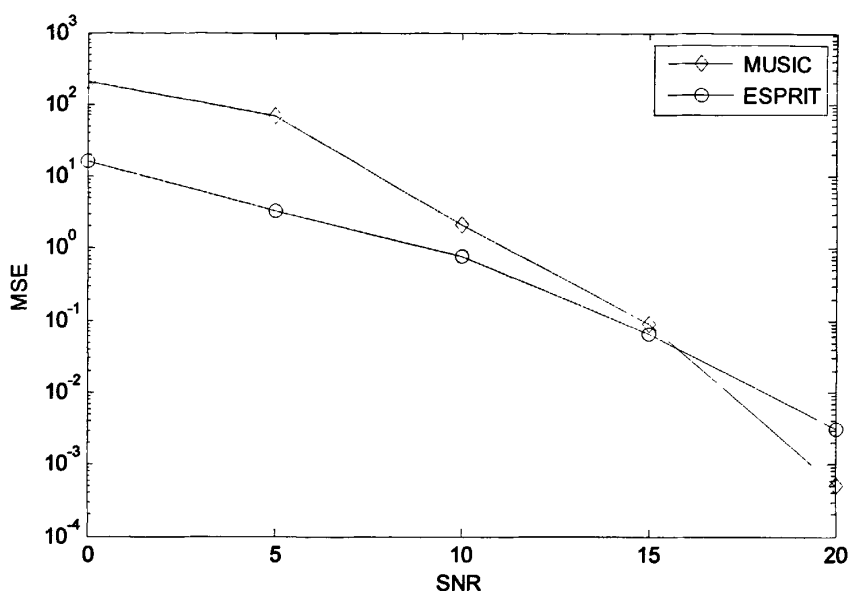


图4.5.4 当  $|\psi| > 1$  ESPRIT算法和MUSIC算法性能对比

从图 4.5.4 中可看出, 当  $|\psi| > 1$  在 SNR 较小的情况下, MUSIC 估计算法的性能不如 ESPRIT 算法, 在 SNR 较好的情况下, MUSIC 算法的性能要优于 ESPRIT 算法, 并且 MSE 较好。由于该两种算法复杂度相当。所以在低信噪比情况下, 建议采用 ESPRIT 方法。在高信噪比情况下, 为了得到更精确的结果, 建议采用 MUSIC 方法, 性能较好。

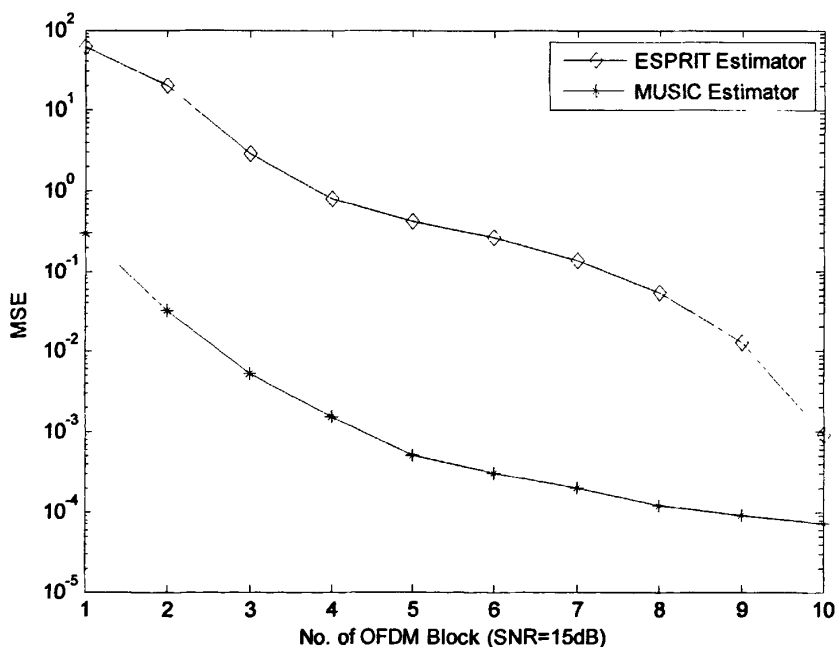


图 4.5.5 SNR=15dB 情况下, 不同 OFDM 符号数 MUSIC 和 ESPRIT 两种算法对比

从图 4.5.5 可以看出,更多的 OFDM 符号数会使性能提升,但一般情况下,为了更经济,取 6 个或 7 个 OFDM 符号基本上就能较好的进行频偏估计。

## 4.6 本章小结

本章研究了 ML 算法、MUSIC 和 ESPRIT 三种盲估计算法。ML 算法精度较好,复杂度也较低,但其只能估计小数频偏估计。MUSIC 算法通常性能要比 ESPRIT 算法要好一个数量级左右,但其复杂度与 ESPRIT 算法相近。很显然,ML 有复杂度低的明显优势,但是其不能估计整数频偏,如何获得高精度和全带宽的整数频偏是下一章主要研究任务。

## 5 基于零载波的频偏估计算法

第四章基于 CP 相关的 ML 算法可以实现小数频偏估计，但是无法进行整数频偏估计。为了实现全频带整数频偏的高精度估计，首先针对具有零载波的 OFDM 系统，提出一种基于快速傅立叶变换最大似然整数频偏快速实现算法，随后讨论了该估计器的估计范围，推导了实现全带宽频偏估计的充分必要条件。在此基础上，提出一种分布式的零载波放置方案，该方案满足如下两个条件：不等间距和任两相邻零载波之间距离大于无线信道相关带宽。在频率选择性的市区移动信道仿真表明：当采用分布式零载波方案时，最大似然算法在中高信噪比时优于其它现有算法如统计模等；当采用最大似然估计器时，分布式零载波方案的性能显著优于连续零载波方案，能够充分挖掘无线信道频率选择性所提供的频率分集。

### 5.1 引言

在频偏估计中，通常面临需要提高频带利用效率的问题，很多时候会采用一些非数据辅助的估计方法。在上一章已经介绍了多种盲估计算法，没有添加任何额外的数据辅助。但通常其计算量较大，且估计范围有限，且复杂度较高。如何设计一类效率较高，且复杂度低的方法，受到了广泛的关注。加入零载波（NSC）进行频偏估计的方法便是其中很有代表性、高效的一种算法。

在<sup>[14]</sup>中，Xiaoli.Ma 提出了基于以下条件解决频偏估计算法分辨率问题的自适应零载波估计算法：1）通过不连续的方式加入零载波；2）依据 OFDM 帧符号的编号来确定零载波放置位置。Barbarossa 和 M. Pompili 在<sup>[54]</sup>中提出了通过采用零载波和跳频解决了在频偏估计过程中的由于信道频率选择性带来的频偏估计分辨率较低的问题。在<sup>[15]</sup>中，M. Ghogho 和 A. Swami 讨论了使用零载波使分辨率和估计范围达到性能最佳的问题。在<sup>[24]</sup>和<sup>[18]</sup>中，D. Huang, K. B. Letaief, J. L 和 R. Zeng, C. Zhao, M. Chen 分别讨论了如何降低零载波频偏估计算法的复杂度的问题。在<sup>[8]</sup>中，Jie Zhu and Wookwon Lee 提出了一种基于零载波且只采用一个 OFDM 符号的可以提高精度和降低复杂度的算法。

在本章中，将对 Sameer-Kumar（又称统计模）提出的零载波算法<sup>[13]</sup>进行讨论，之后，就将提出一种新的最小功率和方法，并且将对如何进行零载波放置和估计范围进行深入的讨论。

### 5.2 Sameer-Kumar 零载波频偏估计算法<sup>[13]</sup>

Sameer-Kumar (SK) 频偏估计算法是<sup>[13]</sup>针对 OFDM 系统整数频偏 (ICFO) 的一种采用零载波估计估计方法。该方法的是计算在 DFT 之后的载波能量，且只需一次，在

通过简单的统计方法就能找到子载波的偏移量，也称为统计模方法。比起传统的需要全局搜索的算法，该算法效率很高。

### I. 系统模型

设每个 OFDM 符号由  $N_z$  个零载波和  $N_d$  个携带数据的子载波构成。

$$N_z + N_d = N \quad (5.2.1)$$

其中  $N_z \ll N_d$ ，零载波放置位置的集合表示  $S_z = \{a_1, a_2, \dots, a_{N_z}\}$ ,  $a_1 < a_2 < \dots < a_{N_z}$ ，数据符号子载波位置的集合表示为  $S_d = \{b_1, b_2, \dots, b_{N_d}\}$ ,  $b_1 < b_2 < \dots < b_{N_d}$ 。

OFDM 系统的每一帧符号在时域表示为：

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N X(k) e^{j2\pi nk/N} \quad n = -L, \dots, N-1 \quad (5.2.2)$$

其中  $X(k)=0$ ,  $k \in S_z$ ， $L$  是 CP 长度， $X(k)$  是第  $k$  个子载波上的数据符号，假设 CP 的长度比信道的冲击响应（CIR）要长，且时间同步已经完成。在采样结束且移除 CP 之后，接收到的信号为：

$$y(n) = \frac{1}{N} e^{j2\pi n\psi/N} \sum_{k=1}^n H(k) e^{j2\pi nk/N} + w(n) \quad (5.2.3)$$

$H(k)$  是第  $k$  个子载波对应的信道频率转移函数， $w(n)$  是高斯白噪声（AWGN）， $\psi = \Delta f T_s$  是归一化频偏， $T_s$  是采样间隔。 $\psi = \psi_I + \psi_F$ 。假设小数倍频偏已经得到并已补偿（如采用<sup>[19]</sup>中的最大似然估计）。

### II. 算法原理<sup>[13]</sup>

计算（5.2.3）中各个子载波的能量

$$e_i = |y(i)|^2 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5.2.4)$$

将能量数据与其相应的载波编号储存在向量  $\mathbf{e}$  中。

（2）从  $\mathbf{e}$  中选取  $N_z$  个能量最小的子载波。将其按顺序放到一个新的序列里：

$$S'_z = [m_1, m_2, \dots, m_{N_z}] \quad m_1 < m_2 < \dots < m_{N_z} \quad (5.2.5)$$

（3）将  $S'$  与原来的零载波位置向量  $S_z$  相减，得到一个新的序列  $\mathbf{I}$ ，

$$\mathbf{I} = [f_1, f_2, \dots, f_{N_z}] \quad f_k = m_k - a_k, k = 1, 2, \dots, N_z \quad (5.2.6)$$

（4）通过观察在  $\mathbf{I}$  中的元素哪一个出现次数最多，那就是 ICFO，完成整数倍频偏估计。这一步可以通过统计 MODE 方法来完成。

$$\hat{\psi}_I = \text{MODE}[f_1, f_2, \dots, f_{N_z}] \quad (5.2.7)$$

$\hat{\psi}_i$  为所估计的 ICFO。

### 5.3 基于零载波的 X.MA 频偏估计算法<sup>[14]</sup>

X.MA 频偏估计算法是基于前一章所介绍的基于 MUSIC 和 ESPRIT 频偏估计算法的基础上加入零载波的改进算法<sup>[14]</sup>。这种算法是一种迭代自适应频偏估计算法，可以避免对损失函数进行全局搜索，降低了算法的复杂度，且加入几种方式放置的零载波，可以很有效的保证算法的精度。

在<sup>[54]</sup>中，S. Barbarossa, M. Pompili, and G. B. Giannakis 第一次提出零载波跳跃放置的方法，零载波跳跃位置是固定的。根据 OFDM 符号数来确定放置位置，且在发送端和接收端都已知放置位置。在<sup>[14]</sup>中，提出了一种随机的零载波跳跃放置方法，连续放置的零载波位置是随机的。并且提出一种零载波等间距和零载波随机连续放置两种方法相结合的方法，并且在<sup>[14]</sup>中的第 IV-B,C 部分进行了数学推理，验证这两种零载波放置方法的有效性。

接下来详细讨论<sup>[14]</sup>中所提出的自适应迭代频偏估计算法：

假设发送信号为  $s(n)$ ，每个 OFDM 符号长度为  $K$ ，每个 OFDM 符号有  $N$  个子载波。 $L$  为 CP 长度。第  $n$  个 OFDM 符号可以表示为  $\mathbf{s}(n)=[s(n), s(nK+1), \dots, s(nK+N-1)]^T$ ，接收到的信号为  $\mathbf{y}(n)$ 。发送的数据长度  $P=N+L$ 。假设  $N>K$ ，加入的零载波位置为  $i_1 < \dots < i_{N-K}$ ，剩下的数据载波位置为  $\bar{i}_1 < \dots < \bar{i}_K$ ，因此有  $\{i_k\}_{k=1}^{N-K} \cup \{\bar{i}_k\}_{k=1}^K = \{0, \dots, N-1\}$ 。<sup>[20]</sup> 中的损失函数  $J(\boldsymbol{\psi})$  可以写成<sup>[14]</sup>中的形式：

$$J(\boldsymbol{\psi}) = \sum_{k=1}^{N-K} \mathbf{f}_N^H \left( \frac{2\pi i_k}{N} \right) D_N^{-1}(\boldsymbol{\psi}) R_{yy} D_N(\boldsymbol{\psi}) \mathbf{f}_N \left( \frac{2\pi i_k}{N} \right) \quad (5.3.1)$$

其中， $\mathbf{f}_N(\boldsymbol{\psi}) = [1, \exp(j\boldsymbol{\psi}), \dots, \exp(j(N-1)\boldsymbol{\psi})]^T$ ， $D_N(\mathbf{h})$  是一个对角阵， $[D_N(\mathbf{h})]_{n,n} = [\mathbf{h}]_n$ ， $D_N(\boldsymbol{\psi}) = D_N(\mathbf{f}_N(\boldsymbol{\psi}))$ 。 $R_{yy}$  为接收信号的协方差矩阵，

$$R_{yy} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{y}(n) \mathbf{y}^H(n) \quad (5.3.2)$$

频偏估计值  $\hat{\boldsymbol{\psi}}$  为：

$$\hat{\boldsymbol{\psi}} = \arg \min_{\boldsymbol{\psi}} J(\boldsymbol{\psi}) \quad (5.3.3)$$

在<sup>[20][21]</sup>中，ESPRIT 算法需要进行较为复杂的 SVD 分解，而 MUSIC 算法需要通过相当



复杂的全局搜索来找到使  $J(\psi)$  最小的值。为了避免这种搜索，在<sup>[54]</sup>中提出了一种采用以下标准的梯度算法用来使  $J(\psi)$  最小：

$$\hat{\psi}_{0,m+1} = \hat{\psi}_{0,m} - \mu \left. \frac{\partial J(\psi)}{\partial \psi} \right|_{\psi = \hat{\psi}_{0,m}} \quad (5.3.4)$$

$\hat{\psi}_{0,m}$  是  $\psi_0$  在第  $m$  次迭代中的估计值， $\mu$  是一个步进尺寸参数，用来平衡跟踪能力于收敛稳定性。

参考<sup>[14]</sup>中的计算， $\partial J(\psi) / \partial \psi$  为：

$$\frac{\partial J(\psi)}{\partial \psi} = 2\Re \left\{ j f_N^H(\psi) \left[ \sum_{k=1}^{N-K} D_N^H \left( \frac{2\pi i_k}{N} \right) R_{yy} D_N \left( \frac{2\pi i_k}{N} \right) \cdot D_N(0:N-1) \right] f_N(\psi) \right\} \quad (5.3.5)$$

其中  $D_N(0:N-1) = \text{diag}\{0, 1, \dots, N-1\}$ ， $\Re\{\cdot\}$  表示求复数的实部。

为了利用 (5.3.4) 所示的梯度算法进行即时计算，我们必须将即时的接收数据符号  $y(n)$  用来更新每个时刻的  $\psi_0(n+1)$ 。接下来采用<sup>[14]</sup>中标准的递归方法用来即时的更新  $n$  时刻的协方差矩阵：

$$\hat{R}_{yy}(n) = \alpha \hat{R}_{yy}(n-1) + (1-\alpha) y(n) y^H(n), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (5.3.6)$$

其中  $\alpha$  是一个根据 CFO 变化范围来进行调整的参数。所以该自适应算法变为<sup>[14]</sup>：

$$\hat{\psi}_0(n+1) = \hat{\psi}_0(n) - \mu \left. \frac{\partial J(\psi)}{\partial \psi} \right|_{\psi = \hat{\psi}_0(n)} \quad (5.3.7)$$

其中，

$$\frac{\partial J(\psi)}{\partial \psi} = 2\Re \left\{ j f_N^H(\psi) \left[ \sum_{k=1}^{N-K} D_N^H \left( \frac{2\pi i_k}{N} \right) \hat{R}_{yy} D_N \left( \frac{2\pi i_k}{N} \right) \cdot D_N(0:N-1) \right] f_N(\psi) \right\} \quad (5.3.8)$$

在该种算法中，通常使  $\alpha = n/(n-1)$ 。

## 5.4 一种新的最小功率和 (MPS) 整数频偏估计算法

### I. 算法原理

针对整数频偏 (ICFO)，本章提出了一种基于零载波的最小功率和 (MPS) 的算法。系统模型参照 (5.2.3)。另设  $p_z$  一个  $N$  维的列向量：

$$p_z(k, 1) = \begin{cases} 1 & k \in S_z \\ 0 & k \in S_d \end{cases} \quad (5.4.1)$$

在频域的有整数频偏的接收信号向量为：

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}^H (\mathbf{I}_N - \text{diag}(\mathbf{p}_z)) \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{W} \quad (5.4.2)$$

$\mathbf{C}$  是一个基本的循环排列矩阵， $\mathbf{C} = [\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \dots, \mathbf{e}_N, \mathbf{e}_1]$ ， $\mathbf{C}^N = \mathbf{I}_N$ ， $\mathbf{W}$  是 AWGN 向量，

$$\mathbf{Y} = [Y(0) \cdots Y(N-1)]^T, \mathbf{X} = [X(0) \cdots X(N-1)]^T, \mathbf{H} = \text{diag}\{H(0) \cdots H(N-1)\}, \quad (5.4.3)$$

考虑到整数频偏 (ICFO) 会导致各子载波编号的循环改变, 并且在中高 SNR 的情况下, 零载波 (NSC) 功率和的改变量远远小于携带数据符号的子载波的功率和。所以可以直接写出基于 MPS 的 ICFO 估计器:

$$\hat{\psi}_I = \arg \min_{k \in S_c} \text{tr} \left\{ \left[ (\mathbf{C}^k \mathbf{p}_z) \circ \mathbf{Y} \right] \left[ \mathbf{Y}^H \circ (\mathbf{p}_z \mathbf{C}^k)^T \right] \right\} \quad (5.4.4)$$

其中,  $\circ$  表示 Hadamard 变换。为了简便的表示, 式 (5.4.4) 可以简化为:

$$\hat{\psi}_I = \arg \min_{k \in S_c} \text{sum} \left\{ (\mathbf{C}^k \mathbf{p}_z) \circ \mathbf{E}_Y \right\} \quad (5.4.5)$$

$\mathbf{E}_Y = \mathbf{Y} \circ \mathbf{Y}^*$ 。事实上, 式 (5.4.5) 是一个匹配滤波器, 是利用了零载波编号之间的关系。

## II. 估计范围与零载波放置位置分析

该节将对在没有信道零点和加性高斯白噪声的理想状况下对零载波估计方法的估计范围进行讨论。

### A. 估计范围

为了得到最大的估计范围 (ERG)  $\left[-\frac{N}{2}+1, \frac{N}{2}\right]$ , 任何的  $(a_{i+1}-a_i)$  零载波间隔应该发生变化防止其重叠, 其中  $(1 \leq i \leq N_z)$ 。更为精确的, 对  $1 \leq i \leq N_z$ , 为了得到最大的估计范围, 所有的  $(a_{i+1}-a_i)$  零载波位置改变后应该与原始的位置不一样。为了得到零载波位置的数学理论, 所有的零载波位置可能出现的情况可以列出以下方程组:

$$\begin{cases} k_1 \equiv a_1 - a_{N_z} & (\text{mod } N) \\ k_1 \equiv a_2 - a_1 & (\text{mod } N) \\ \vdots \\ k_1 \equiv a_{N_z} - a_{N_z-1} & (\text{mod } N) \end{cases} \quad (5.4.6.1)$$

.....

$$\begin{cases} k_i \equiv a_1 - a_{N_z+1-i} & (\text{mod } N) \\ \vdots \\ k_i \equiv a_i - a_{N_z} & (\text{mod } N) \\ k_i \equiv a_{i+1} - a_1 & (\text{mod } N) \\ \vdots \\ k_i \equiv a_{N_z} - a_{N_z-i} & (\text{mod } N) \end{cases} \quad (5.4.6.i)$$

.....

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{N_z-1} \equiv a_1 - a_2 \pmod{N} \\ \vdots \\ k_{N_z-1} \equiv a_{N_z-1} - a_{N_z} \pmod{N} \\ k_{N_z-1} \equiv a_{N_z} - a_1 \pmod{N} \end{array} \right. \quad (5.4.6. \ N_z-1)$$

其中  $k_i$  是与 ERG 紧密联系的,  $0 < k_i < N$ ,  $1 \leq i < N_z$  且  $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_{N_z} < N$ 。接下来探讨如何根据 NSC 位置的不同来确定 ERG。如果 NSC 放置位置不遵循式 (5.4.6.i),  $k_i$  将会等于  $N$ 。这样, 其 ERG 通过计算  $\min\{k_1, \dots, k_{N_z-1}\}$  来得到。为了得到最大的 ERG, 那么所有的位置变化等式 (5.4.6.1) - (5.4.6.  $N_z-1$ ) 应该没有解。换言之,  $k_1 = \dots = k_{N_z-1} = N$ 。否则, 如果 NSC 位置集合  $S_z$  设置为用来满足 (5.4.6) 中的  $N_z-1$  个等式, 其最小的位置为式 (5.4.6.m), 那么 ERG 等于  $a_{m+1} - a_1$ 。这用来确定任意 NSC 放置方法的 ERG。现在来更深入的探讨式 (5.4.6)。首先, 解方程 (5.4.6.1)。考虑到  $0 < k_1 < N$ ,  $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_{N_z} < N$ , 有

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = N - (a_{N_z} - a_1) \\ k_1 = a_2 - a_1 \\ \vdots \\ k_1 = a_{N_z} - a_{N_z-1} \end{array} \right. \quad (5.4.7)$$

推导出

$$k_1 = N - (N_z - 1) \times k_1 \Rightarrow k_1 = \frac{N}{N_z} \quad (5.4.8)$$

这是一个等间距放置的 NSC 位置, 且  $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_{N_z} - a_{N_z-1} = N / N_z = d$ ,  $a_{N_z} - a_1 = N - N / N_z$ , 如图 5.4.1 (a) 中所示。

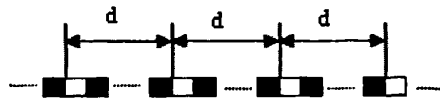


图 5.4.1 (a)

换言之, ERG 为  $N/N_z$ 。(5.4.6.1) 式的成立也预示了 (5.4.6) 中其他等式集合的成立。我们将 (5.4.6.i) 式重写, 得到

$$\begin{cases} k_i = N - (a_{N_z-i+1} - a_1) \\ \vdots \\ k_i = N - (a_{N_z} - a_1) \\ k_i = a_{i+1} - a_1 \\ \vdots \\ k_i = a_{N_z-i} \end{cases} \quad (5.4.9)$$

对  $N_z \equiv 0 \pmod{i}$ , 我们加入以上方程组得到

$$N_z \times k_i = i \times N \Rightarrow k_i = \frac{iN}{N_z} \quad (5.4.10)$$

如果一个 NSC 放置位置编号仅仅使得 (5.4.6.i) 式成立而使其他式 (5.4.6.1) 到 (5.4.6.  $N_z-1$ ) 都不成立, 那么 ERG 为  $iN/N_z$ 。这种情况如图 5.4.1 (b) 所示,

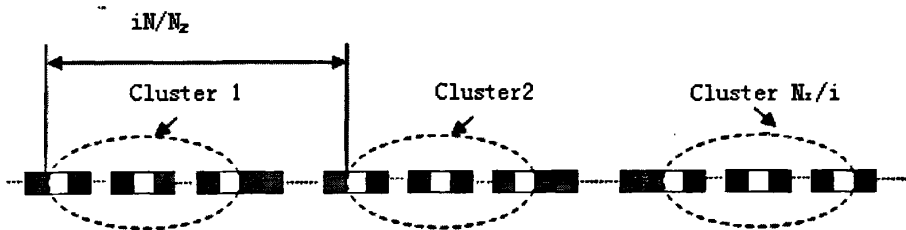


图 5.4.1 (b)

包含了  $N_z/i$  个零载波簇。这些簇之间是等间距的, 其中包含的零载波是分散放置的。另外, 所有的这些簇中的零载波放置位置都一样。ERG  $iN/N_z$  是整数那就意味着  $iN \equiv 0 \pmod{N_z}$ 。随着  $i$  的增加, ERG 也随之增加。当  $i = N_z$  时, (5.4.6) 所有的等式都不成立, 此时 ERG 最大。在应用中, 根据实际情况的不同, 调整  $i$  就能得到所需要的 ERG。总之, 任何一种 NSC 放置方式所得到的 ERG 都必须属于集合  $S_{ERG}$ , 其中集合  $S_{ERG}$  由  $N$  个元素构成, 且其中的所有的元素  $iN/N_z$  都必须都是整数。当  $N \equiv 0 \pmod{N_z}$  时,  $S_{ERG} = \{N/N_z, 2N/N_z, \dots, N\}$ 。

## B. NSC 放置位置讨论

接下来解释为什么如图 5.4.1 (c) 所示的通常的零载波连续放置方法有最大的 ERG。

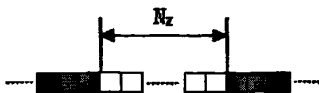


图 5.4.1 (c)

这种放置结构有以下性质:  $a_{k+1} - a_k \equiv 1 \pmod{N}$  和  $a_1 - a_{N_z} \equiv N - N_z + 1$ ,  $1 < k < N$ , 很明显, 此时 (5.4.6.1) 式无解。同样的, (5.4.6) 其他各式也无解。所以, 这种结构有最大的 ERG。但遗憾的是, 这种结构不能充分利用在无线信道的频率分集的优点。所以, 如果采用分布式的 NSC 放置方法在性能上要比通常的连续放置零载波的方法有很大提高。这是为什么呢? 在频率选择性信道中, 信道的频率响应波谷会导致连续的一些数据载波符号产生深度衰落, 经过很严重衰落后, 这些衰落的数据载波很难与连续的零载波区分开来。为了避免这种严重情况, 应该每两个零载波间的间隔应该大于无线信道的相关带宽。

现在我们设计一个最大 ERG 的 NSC 放置方法。定义  $a_n - a_{n-1} = p_n$ ,  $1 < n < N_z$ , (5.4.9) 式可写为:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_i = N - (p_{N_z-i+1} + \dots + p_2) \\ k_i = N - (p_{N_z-i+2} + \dots + p_3) \\ \vdots \\ k_i = N - (p_{N_z} + \dots + p_{i+1}) \\ k_i = p_{i+1} + \dots + p_2 \\ k_i = p_{i+2} + \dots + p_3 \\ \vdots \\ k_i = p_{N_z} + \dots + p_{N_z-i+1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_{N_z-i+2} = p_2 \\ \vdots \\ p_{N_z-1} = p_{i-1} \\ p_{N_z} = p_i \\ p_{i+2} = p_2 \\ p_{i+3} = p_3 \\ \vdots \\ p_{N_z} = p_{N_z-i} \end{array} \right. \quad (5.4.11)$$

为了得到最大的 ERG, (5.4.11) 右边的等式组应该有一个等式不成立。如果设置一个零载波放置方法满足以下条件:  $p_2 \neq p_3 \neq \dots \neq p_{N_z}$ , 那么 (5.4.11) 右边的等式组所有等式都不成立。显然, 此时这种放置方法能达到最大的 ERG。这个结果与<sup>[14][54]</sup>所得到的相同。但是这种分布式的 NSC 放置方法并不能保证一个较小的错误发生概率 (FDP)。为了充分利用多径衰落的频率分集特性, 对于  $2 \leq n \leq N_z$ , 有  $p_n \geq N_{CB}$ , 其中  $N_{CB}$  是归一化相关带宽,  $N_{CB} = \lceil N / (BW\tau_{\max}) \rceil$ ,  $BW$  是整个 OFDM 符号的带宽。总之, 分布式的 NSC 放置方法只要满足以下两个条件:

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2 \neq \dots \neq a_{N_z} - a_{N_z-1}, a_{n+1} - a_n \geq N_{CB}, 0 \leq n \leq N_z \quad (5.4.12)$$

那么就能得到最大的 ERG 和良好的性能, 如图 5.4.1 (d) 所示。

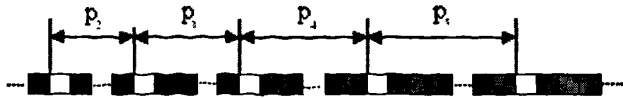


图 5.4.1 (d)

接下来, 为了满足 (5.4.12) 式, 我们构造一个这种分布式 NSC 放置结构, 对于 SUI-3

信道，OFDM 带宽为 5MHz，最大时延为  $0.9\mu s$ 。  $N=128$ ，  $N_z=5$ ，归一化相干带宽为  $N_{CB}=28$ ，有以下分布式 NSC 放置方式：

$$\begin{aligned} S_z &= \{k, k+28, k+28+29, k+28+29+30, k+28+29+30+31\} \\ &= \{k, k+28, k+57, k+87, k+118\} \end{aligned}$$

$k \in \{1, 2, \dots, 10\}$ 。采用以上结构的分布式零载波放置方法能达到最大的 ERG，并且能够充分利用多径衰落信道的频率分集特性。

综合 SK 频偏估计算法，X.MA 频偏估计算法和提出的 MPS 频偏估计算法这三种基于零载波的频偏估计算法的估计范围和适用范围综合如表 5.4.1 所示：

表 5.4.1 三种基于零载波的频偏估计算法估计范围

算法	估计范围	适用范围
SK	$(-N, N)$	整数频偏估计
X.MA	$\left(-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right)$	小数和整数频偏估计
MPS	$(-N, N)$	整数频偏估计

5.5 算法仿真与分析

5.5.1 算法复杂度分析

- (1) 对于 SK 估计算法，其复杂度较低，式 (5.2.4) 只需要  $N$  次的复数乘法。
- (2) 对于 X.MA 估计算法，由于该迭代算法 是在 MUSIC 算法中对其耗损函数进行  $n$  次迭代，所以需要  $n \times (N^2 + (K+1)N + K)$  复数乘法，约为  $n \times N^2$  次复数乘法。
- (3) 对于 MPS 最小功率和频偏估计方法，对于 (5.4.5) 中的  $(C^k p_z) \circ E_y$  需要  $N$  次复数乘法。所以计算 (5.4.5) 式共需要  $k \times N$  次 ( $k < N$ ) 复数乘法。

综上，三种基于零载波的频偏估计算法复杂度如表 5.5.1 所示：

表 5.5.1 基于零载波的三种频偏估计复杂度对比

频偏估计算法	复数乘法次数
SK	$N$
X.MA	$n \times N^2$
MPS	$k \times N$

从上表可以看出，SK 频偏估计算法的复杂度最低，X.MA 计算复杂度最高，尤其是当迭代次数  $n \gg N$  时，其复杂度将会变得非常高。对于本章第四节所提出的 MPS 频偏估计算法，其复杂度较低。

### 5.5.2 算法仿真与分析

假设无线系统工作在 2GHz, 带宽为 5MHz, 信道为 SUI-3 瑞利衰落时变信道, 其各径增益为  $[0, -5\text{dB}, -10\text{dB}]$ , 每条路径的多普勒频移为 40Hz, 30Hz, 50Hz, 各条路径时延分别为  $[0\mu\text{s}, 0.4\mu\text{s}, 0.9\mu\text{s}]$ 。  $N=128$ , 归一化相干带宽为  $N_{CB}=28$ 。  $S_z = \{1, 29, 58, 88, 119\}$

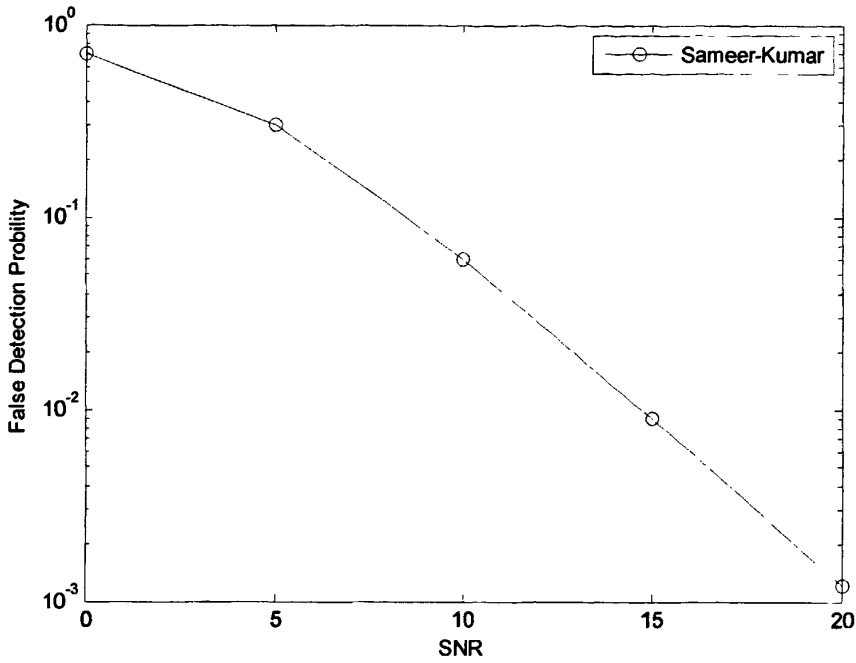


图 5.5.1 Sameer-Kumar 算法在 multipath 信道中的 FDP 曲线

图 5.5.1 为当 ICFO=10 时, Sameer-Kumar 算法的 FDP 曲线, 从曲线可以看出, 在 SNR=20dB 时, FDP 只能达到  $10^{-3}$  数量级, 在实际应用中还有待提高。

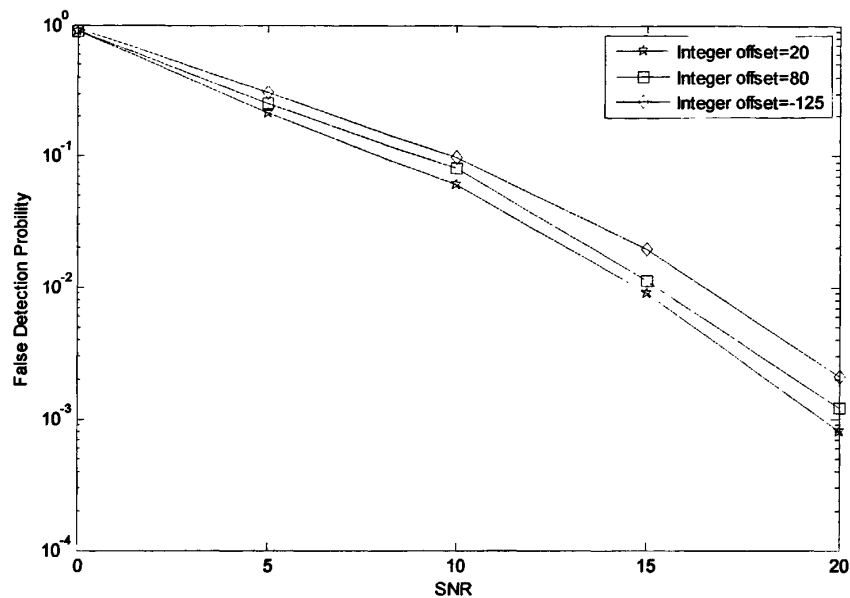


图 5.5.2 在不同频偏下 Sameer-Kumar 算法 FDP 曲线

图 5.5.2 为在不同频偏下算法的 FDP 曲线，可以看到 ICFO 不同时，其性能变化不大。当 ICFO 小时，性能要优于大的 ICFO。

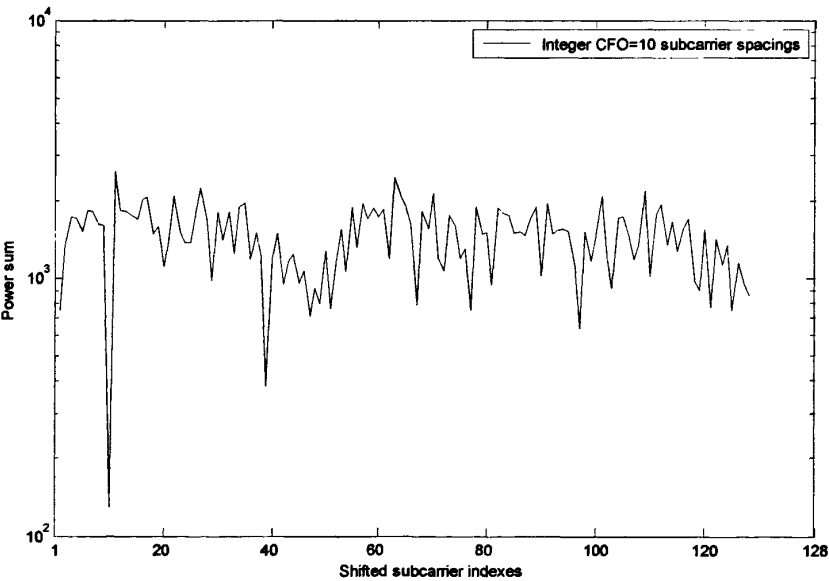


图 5.5.3 MPS 方法的功率和曲线

图 5.5.3 为当 ICFO=10,  $N_z=5$ ,  $S_z=\{1,29,58,88,119\}$  时，MPS 方法的功率和曲线。很明显的在图中功率和有明显的最小值，这是对应改变了 10 个子载波间隔的最小功率



和。

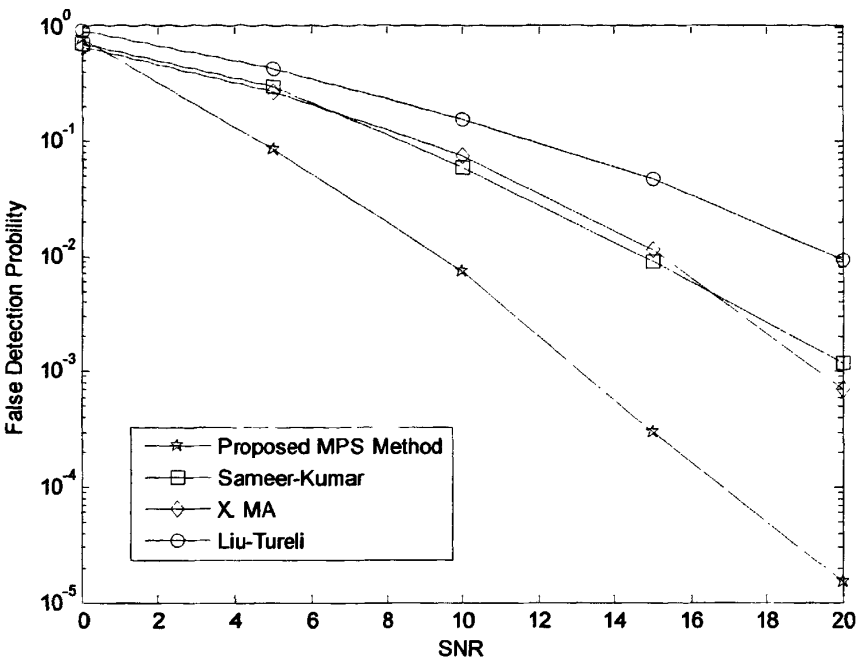


图 5.5.4 四种估计方法的 FDP 曲线比较

图 5.5.4 是本章第三节所提出的 MPS 算法与<sup>[14]</sup>的 X.MA 方法与<sup>[13]</sup>的 SK 方法和 Liu-Tureli 在<sup>[20]</sup>中提出的方法在 ICFO=40 时所比较。可以看出，在 SNR=0dB 时，三种方法差别不大，但随着 SNR 的增加，本章所提的 MPS 方法其性能均好过另外两种方法，尤其是在 SNR=20dB 时，性能比另外两种方法性能有较大提高，FDP 可达 $10^{-5}$ 数量级。

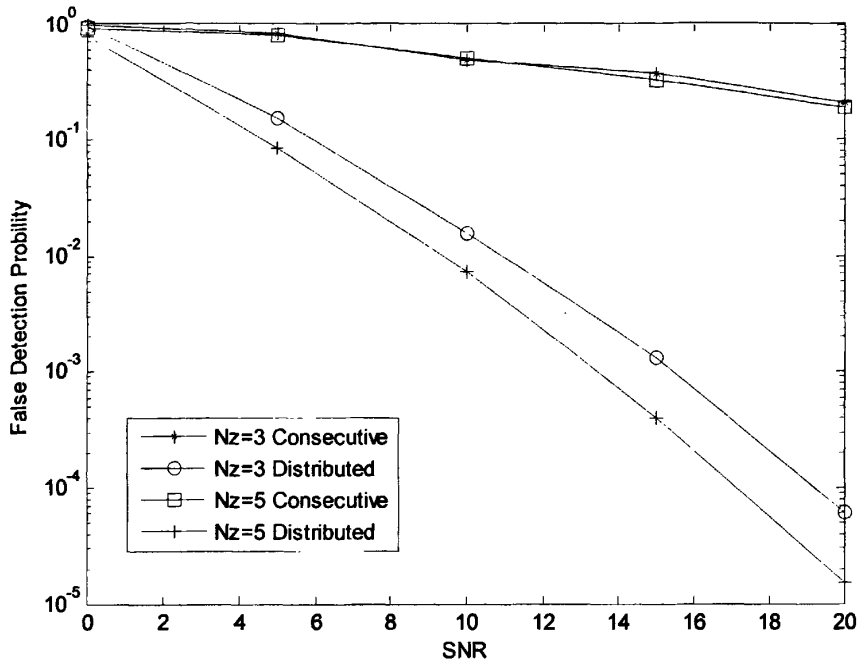


图 5.5.5 分布式 NSC 放置和连续 NSC 放置曲线比较

图 5.5.5 是当 ICFO=10 时,  $N_z=3, 5, 7$  时, 连续放置子载波和分布式放置子载波的 FDP 曲线, 可以看到, 分布式放置子载波的性能要远远好于连续放置子载波的方法。并且随着 NSC 个数的增加, 分布式子载波放置方法的性能也随之提升。

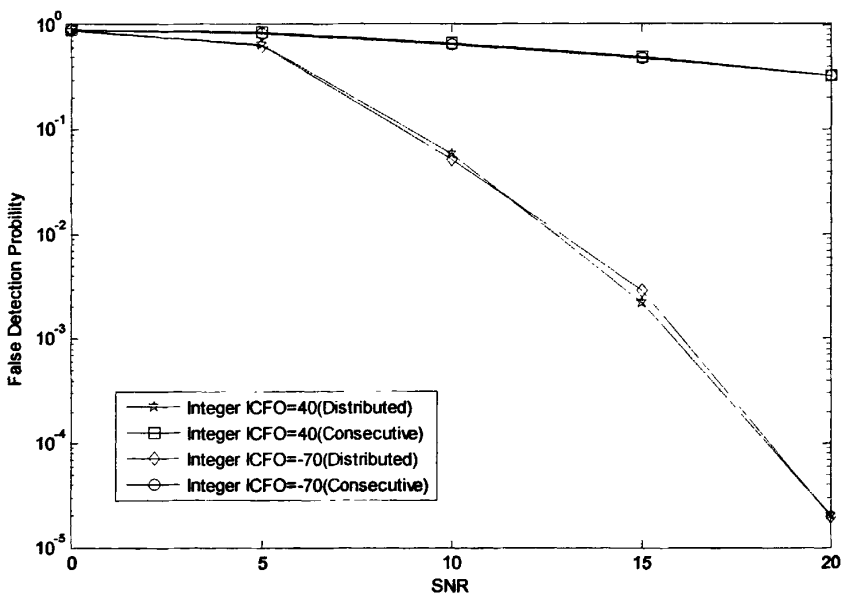


图 5.5.6 不同的 ICFO 两种不同放置方法下的算法 FDP 曲线

图 5.5.6 不同的 ICFO 两种不同放置方法下的算法 FDP 曲线。从曲线中可以明显的看出，分布式 NSC 放置方法要比连续 NSC 放置方法性能好很多。对于不同的 ICFO,算法几乎没有差别。

## 5.6 本章小结

本章主要研究了 SK 算法（统计模算法），X.MA 的迭代自适应频偏估计算法和我们提出的最小功率和算法，同时验证了我们提出的分布式零载波放置方式。在频率选择性的市区移动信道仿真表明：当采用分布式零载波方案时，最大似然算法在中高信噪比时优于其它现有算法如统计模等；当采用最大似然估计器时，分布式零载波方案的性能显著优于连续零载波方案，能够充分挖掘无线信道频率选择性所提供的频率分集。

## 6 总结

本论文研究了 OFDM 系统频偏估计算法。本章对论文进行总结，并对以后的工作提出一些建议。

### 6.1 取得的研究成果

本文所取得的成果有：对比了传统的盲估计的三种算法，ML、MUSIC、ESPRIT 同时对于小数频偏的估计性能，得出了在同等条件下，采用 ML 算法有着最好的性能。当改变 CP 长度时，通过仿真，得到了随着 CP 长度增加，其 MSE 会降低的结论，且计算了三种盲估计算法的复杂度，并且进行了对比分析。之后创新性的提出一种基于零载波的最小功率和整数频偏估计算法，通过使一组方程组无解的方法，确定如何最好的放置零载波以及确定在不同零载波放置位置的情况下该新算法的估计范围。计算了 SK(统计模)，X.MA，以及本文创新提出的 MPS 算法的复杂度，并进行了对比分析，得出 MPS 算法的复杂度要高于 SK 算法，但远低于 X.MA 算法的复杂度。通过仿真对比了现有的流行零载波估计算法与 MPS 算法的性能，得出 MPS 算法在具有较低复杂度的情况下，具有较低的错误检测概率以及较好的估计性能。

### 6.2 未来工作展望

由于时间的有限和水平的限制，有许多与本文相关的内容还需进一步研究与改进：在本文的第五章研究了基于零载波的估计算法问题。SK 算法有着极低的复杂度，在 AWGN 信道和较高 SNR 的情况下有着较好的性能表现，但在多径信道和较低 SNR 的情况下，性能不甚理想。可以研究是否可以采用零载波跳变的方式或者随机放置的放置，提升该算法的性能。

## 致 谢

值此论文完稿之际，我对我的导师束峰副教授表示我最诚挚的谢意和最衷心的感谢。束老师治学的严谨、身体力行的作风以及钻研奉献精神深深感染了我，束老师对我的严格要求，对我耐心的教诲，鞭策着我的前进。束老师深厚的理论功底和很强的实际操作能力也让我受益匪浅。我时刻将束老师作为我以后学习工作中的楷模。束老师在我整个研究生学习阶段给予了我极大的帮助，让我再次对束老师表示最诚挚的感谢！

感谢张晴川博士在我整个研究生学习阶段对我的极大帮助，无论是在平时学习还是在实践过程中，张博士给了我无微不至的照顾和帮助。

还要感谢我的同窗，包婷婷，沙福海，李兴伟，周文琴，彭娟，韩元元，徐芷慧，王小莉，朱雪阳。他们在这两年的学习生活中给了我非常大的帮助和鼓励，一起快乐的走过了两年的风风雨雨。

衷心感谢我的父母，是他们的支持，让我重新回到学校，开始研究生阶段的学习，他们对我的无微不至的关怀，让我更加坚定、努力的学习和工作。我会以最好的成绩报答你们！谢谢你们！

最后感谢审阅我论文的老师，感谢所有帮助过我的亲人和朋友。谢谢你们！

## 参考文献

- [1] Andreas Roessler. LTE-Advanced-The next level. 2010 North American R&S LTE Forum, May 5, 2010
- [2] 佟学俭, 罗涛. OFDM 移动通信技术原理与应用. 人民邮电出版社, 2003.6.
- [3] Y. Li, H. Minn, N. Al-Dhahir, A. R. Calderbank. Pilot Designs for Consistent Frequency-Offset Estimation in OFDM Systems. *IEEE Trans. Commun.*, 55(5), May. 2007: 864~877
- [4] P. H. Moose. A technique for orthogonal frequency-division multiplexing frequency offset correction, *IEEE Trans. Commun.*, 42(10), Oct. 1994: 2908~2914
- [5] T. M. Schmidl and D. C. Cox. Robust frequency and timing synchronization for OFDM. *IEEE Trans. Commun.*, 45(12), Dec. 1997: 1613~1621
- [6] H. Minn, V. K. Bhargava, and K. B. Letaief. A robust timing and frequency synchronization for OFDM systems. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 2(4), Jul. 2003: 822~839
- [7] M. Morelli and U. Mengali. An improved frequency offset estimator for OFDM applications. *IEEE Comm. Lett.*, 3(3), Mar. 1999: 75~77
- [8] J. Zhu and W. Lee. Carrier frequency offset estimation for OFDM systems with null subcarriers. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 55(5) May. 2006: 1677~1690
- [9] M. Luise and R. Reggiannini. Carrier frequency acquisition and tracking for OFDM systems. *IEEE Trans. Commun.*, 44(11), Nov. 1996: 1590~1598
- [10] P. Stoica and O. Besson. Training sequence design for frequency offset and frequency-selective channel estimation. *IEEE Trans. Commun.*, 51(11), Nov. 2003: 1910~1917
- [11] M. Morelli and U. Mengali. Carrier-frequency estimation for transmission over selective channels. *IEEE Trans. Commun.*, 48(9), Sep. 2000: 1580~1589
- [12] M. Morelli, A. N. DAndrea, and U. Mengal. Frequency Ambiguity Resolution in OFDM Systems. *IEEE Comm. Lett.*, 4(4), Apr. 2000: 134~136
- [13] S. M. Samee and R. V. R. Kumar. An efficient technique for the integer frequency offset estimation in OFDM systems. *Signal Processing*, 89(2), Feb. 2009: 252~256
- [14] X. Ma, C. Tepedelenlioglu, G. B. Giannakis, and S. Barbarossa. Non-data-aided carrier offset estimators for OFDM with null subcarriers: identifiability, algorithms, and performance. *IEEE J. Sel. Areas Comm.*, 19(12), Nov. 2001: 2504~2511

- [15] M. Ghogho, A. Swami, and G. B. Giannakis. Optimized null-subcarrier selection for CFO estimation in OFDM over frequency-selective fading channels. in Proc. IEEE Globecom., San Antonio, TX, Nov. 2001:202~206
- [16] E. Jeong, S. Jo, and Y. H. Lee. Least square frequency estimation in frequency-selective channels and its application to transmissions with antenna diversity. IEEE J. Sel. Areas Commun., 19(12), Dec. 2001: 2369~2380
- [17] J. Zhu and Wookwon Lee. Carrier Frequency Offset Estimation for OFDM Systems With Null Subcarriers. IEEE Trans. Veh. Technol., 55(5), Sep. 2006: 134~136
- [18] R. Zeng, C. Zhao, M. Chen, M. Jiang, and S. Liu. Low complexity coarse estimator of carrier frequency offset for OFDM systems based on null subcarrier detection. in Proc. IEEE VTC., May 17-19, 2004:1087~1090
- [19] Jan-Jaap Van de Beek. ML Estimation of Time and Frequency Offset in OFDM system. IEEE Transaction on signal processing, 45(7), July.1997:1800~1805
- [20] H. Liu, U. Tureli. A high efficiency carrier estimator for OFDM communications. IEEE Comm. Lett. 2 (4), 1998:104~106
- [21] Ufuk Tureli, Hui Liu, and Michael D. Zoltowski. OFDM Blind Carrier Offset Estimation: ESPRIT. IEEE Transaction on communication, 48(9), Sep. 2000:1459~1461
- [22] Timo Roman, Samuli Visuri, and Visa Koivunen. Blind Frequency Synchronization in OFDM via Diagonality Criterion. IEEE Transaction on signal processing, 54(8), Aug 2006:3125~3135
- [23] Helmut Bölcskei. Blind Estimation of Symbol Timing and Carrier Frequency Offset in Wireless OFDM Systems. IEEE Transaction on communication, vol. 49(6), Jun. 2001: 988~999
- [24] D. D. Huang and K. B. Letaief. Carrier frequency offset estimation for OFDM systems using null subcarriers. IEEE Trans.Comm., 54(5), May. 2006: 813~822
- [25] J. Lei and T.-S. Ng. A consistent OFDM carrier frequency offset estimator based on distinctively spaced pilot tones. IEEE Trans. Wireless Commun., 3(2), Mar. 2004: 588~599
- [26] Y. Li, H. Minn. Robust and Consistent Pilot Designs for Frequency Offset Estimation in MIMO OFDM Systems. IEEE Trans. Commun., 56(10), Oct. 2008:1737~1747
- [27] R.W. Chang. Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission. Bell Systems Tech. Journal, 45, Dec. 1966: 1775~1796
- [28] S. B. Weinstein and P. M. Ebert. Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transform. IEEE Trans. Communications, 19(5), Oct. 1971: 628~634

- [29] A. Peled and A. Ruiz. Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms. In Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 5, April 1980: 964~967
- [30] 谭泽富, 聂祥飞, 王海宝. OFDM 的关键技术及应用. 成都-西南交通大学出版社, 2005
- [31] 汪裕民. OFDM 的关键技术与应用. 机械工业出版社, 2006.10
- [32] 王文博, 郑侃. 宽带无线通信 OFDM 技术. 人民邮电出版社, 2003,11
- [33] 3GPP TS36.201: LTE physical layer-general description, Aug 2007
- [34] Khan.F. LTE for 4G mobile broadband: air interface technologies and performance (Cambridge University Press, 2009)
- [35] Astely.D, Dahlman.E, Furuskar.A, Jading.Y, Lindstrom.M, Parkvall.S. LTE: the evolution of mobile broadband. IEEE Commun. Mag, 2009(47):44~51
- [36] POOLE I. Elements tutorial – what exactly is LTE, IET Commun. Eng, 2007(5) : 46 ~47
- [37] ESTI. Radio broadcasting systems: Digital Audio Broadcasting(DAB) to mobile, portable and fixed receivers, Technical Report, ETS 300 401, ETSI, May. 1997
- [38] ESTI. Digital Video Broadcasting(DVB): framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television, ETS 300 744, ETSI, Aug. 1997
- [39] IEEE 802.11. IEEE standard for wireless LAN medium access control and physical layer specifications,1997
- [40] IEEE P802.16e/D12: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems, Oct. 2006
- [41] T.S. Rappaport. Wireless Communication: Principles and Practice. 电子工业出版社, 2004
- [42] Andrea Goldsmith. Wireless Communication. Cambridge University Press, 2005
- [43] 杨大成. 移动传播环境: 理论基础、分析方法和建模技术. 机械工业出版社, 2003.8
- [44] 徐以涛, 程云鹏. 数字信号处理. 西安电子科技大学出版社, 2009
- [45] Hoeher.S. Kaiser.P. Robertson. Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by Wiener filtering. IEEE International Conference, 3, 1997:1845 – 1848
- [46] S.Coleri, M.Ergen, A.Puri, A.Bahai. Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangement in OFDM Systems. IEEE Transactions on Broadcasting. 48(3), Sep. 2002: 223~229
- [47] Nick LaSorte, W. Justin Barnes. The History of Orthogonal Frequency Division Multiplexing. IEEE "GLOBECOM" 2008 proceedings
- [48] B. Ai, Z. Yang, C. Pan, J. Ge, Y. Wang, Z. Lu. On the synchronization techniques for



wireless OFDM systems. IEEE Transactions on Broadcasting, 52(2), June 2006: 236~244

[49] R.O. Schmidt. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation. Proc. of RADC Spectrum Estimation Workshop , Griffiss AFB, NY, 1979: 243~258

[50] R.O. Schmidt. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation. IEEE Trans. On Antennas and Propagation, 34(3), Mar.1986:276~280

[51] Joseph C. Liberti, Theodore S. Rappaport. Smart Antennas for Wireless Communications. PEARSON EDUCATION NORTH ASIA LIMITED and China Machine Press, 2002:190~193

[52] R. Roy, and T. Kailath. ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques. Optical Engineering, 29(4), Apr. 1990: 296~313

[53] R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath. ESPRIT—A subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise. IEEE Trans.Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-34, Feb.1986: 1340~1342

[54] S. Barbarossa, M. Pompili, and G. B. Giannakis. Time and frequency synchronization of orthogonal frequency division multiple access systems. In Proc. IEEE ICC, Helsinki, Finland, Jun. 2001:1674~1678