

# 无线信道中 OFDM 系统的频偏估计

李芳芳 郑建宏

(重庆邮电学院移动通信重点实验室 重庆 400065)

**摘要** OFDM 技术作为一种适用于高速无线传输的调制技术近年来越来越受到关注。但 OFDM 系统的显著问题是对频率偏移十分敏感。针对 OFDM 信道传输系统,提出了一种频率偏移估计算法。该估计器采用内插技术,通过频域来实现,与传统的最大似然估计器相比,该算法具有良好的性能和较简单的结构。

**关键词** 频率偏移估计 正交频分复用 内插技术

**中图分类号** TN92 **文献标识码** A **文章编号** 1003-3114(2005)04-00226-04

## 1 引言

无线信道的多径时延扩展使得各类无线通信中普遍存在符号间干扰 (ISI), 正交频分复用 (OFDM) 技术因其抗多径衰落性能好和频谱利用率高而被作为一种高速率传输技术, 得到广泛的应用。但是 OFDM 也存在缺点, 它对频偏和相位噪声比较敏感。OFDM 技术是利用各子载波之间严格的正交性来区分各个子信道的, 而频偏和相位噪声会使各子载波之间的正交特性恶化, 仅仅 1% 的相对频偏就会使信噪比下降 30dB, 因此频率偏移估计在 OFDM 系统中显得尤为重要。有关频率估计的算法包括两类: 第一类是数据辅助估计 (data-aided), 基于导频信号; 另一类是非数据辅助 (non-data-aided) 估计, 即盲估计, 也就是基于 OFDM 信号中的特殊的结构, 如循环前缀和虚子载波。

本文介绍一种针对 OFDM 传输系统的频偏估计技术。该算法利用导频信号来实现, 采用内插技术来捕获更为精确的频偏。通过对幅度频谱应用内插技术能够获得在频域上较为准确的估计频偏, 从而不再需要附加频率精调算法。

## 2 OFDM 系统

发送序列经过串/并转换后产生  $N$  路并行输出, 每个输出对应一个子载波,  $N$  个子载波通过 IFFT 调制后转化成离散时间信号, 其采样间隔是  $T = T_s/N$ , 其中  $T_s$  是 OFDM 的码元周期。为了避

免码元间干扰和保持子载波间的正交性, 每一个 OFDM 码元实体的最后  $L$  个抽样点被作为循环前缀插入到 OFDM 码元实体中, 从而形成一个完整的 OFDM 码元。因此 OFDM 的有效长度就是循环前缀加上实体本身  $(L + N)$  个采样点。假设信道是非离散性的, 并且被传输的信号仅仅受到加性高斯白噪声  $n(k)$  的影响, 那么在接收端有两个不确定的因素: OFDM 码元到达的时间和载波频率。前者可以用信道冲击响应  $\delta(k - \theta)$  的时延来表示, 其中  $\theta$  是未知的码元到达时间。对于后者, 在系统模型中用时域上的失真  $\exp(j2\pi f_d k T_s)$  表示。其中  $f_d$  表示发送和接收振荡器之间的频率偏移。在这两个不确定因素和加性高斯白噪声的影响下, 接收信号如 (1) 式所示。

$$r(k) = s(k - \theta) \exp(j2\pi f_d k T_s) + n(k). \quad (1)$$

## 3 频偏估计算法描述

### 3.1 最大似然估计算法

最大似然估计 (ML) 算法是非数据辅助估计算法中最经典的算法, 它是利用循环前缀的性质得到定时估计  $\hat{\theta}$  和频率偏移估计  $\hat{e}$  的代价函数。根据文献 [1]

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta} \{ |\gamma(\theta)| - \rho \phi(\theta) \}, \quad (2)$$

$$\hat{e}_{ML} = -1/2\pi \angle \gamma(\hat{\theta}_{ML}), \quad (3)$$

其中,  $\gamma(\theta) = \sum_{k=\theta}^{\theta+L-1} \gamma(k) \gamma^*(k+N)$ ,  $\phi(\theta) =$

$$\frac{1}{2} \sum_{k=\theta}^{\theta+L-1} |\gamma(k)|^2 + |r(k+N)|^2, \rho = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2}.$$

在一般情况下,被传输信号  $s(k)$  是不相关的,当子载波数量足够大时,根据中心极限准则,可近似地认为  $s(k)$  是一个实部和虚部都独立的复高斯过程。但由于 OFDM 特殊结构,即循环前缀是码元的一部分,从而破坏了其相关性。因此  $r(k)$  不是一个白噪声过程。而在前面的 ML 估计算法中,并没有考虑循环前缀带来的相关性,因此会造成很大的估计误差。通过仿真可知,频偏估计的性能取决于循环前缀的长度  $L$ ,  $L$  越大频偏估计的均方误差越小。而  $L$  的增大会提高  $s(k)$  的相关性,同时功率和带宽的损失  $(L/(N+L))$  也会增加,故循环前缀的长度和被传输信号的相关性之间存在这样一个不可逾越的矛盾。所以考虑一种基于导频信号的频率估计方法。

### 3.2 基于导频信号的频偏估计算法

接收信号经过滤波和抽样,在没有任何 ISI 和相位偏移的情况下,式(1)可以用式(4)表示

$$r(n) = \alpha d(n) \exp(j2\pi f_d n T_s) + n(n), n = 1, 2, 3 \cdots N. \quad (4)$$

式中  $d(n)$  为已知的导频信号序列,  $\alpha$  为信道失真系数。 $N$  为导频信号序列的长度。该频偏估计器结构如图 1 所示,其中  $a(f)$  为幅度频谱函数。

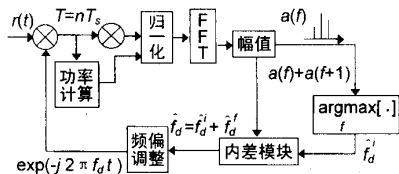


图 1 频偏估计器

做归一化处理,如式(5)所示,

$$\frac{r(n)d^*(n)}{r(n)r^*(n)} \cong A \exp(j2\pi f_d n T_s). \quad (5)$$

为了能在频域上估计频偏,对式(5)做  $N$  点的 FFT,则在频域上,频率偏移  $f_d$  由整数频偏  $f_d^i$  和小数频偏  $f_d^f$  表示,即  $f_d = f_d^i + f_d^f$ 。如式(6)所示,

$$\text{FFT}_N[\exp(j2\pi f_d n T_s)] = \begin{cases} 2\pi\delta(2\pi(f - f_d)) & f_d = f_d^i = f_k \\ \sum_{k=1}^N 2\pi\delta(2\pi(f - f_d)) - \epsilon(f_k) & f_d = f_d^i + f_d^f \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\epsilon(f_k)$  表示当  $f = f_d$  时,由小数部分频偏引起的失真。如果频偏仅仅由整数部分频偏引起,经 FFT 之后的幅度频谱中,最大功率值出现的位置就是所求的整数频偏,即出现在  $f = f_d$  处。

$$\hat{f}_d = \arg \max |2\pi(f - f_d)|. \quad (7)$$

在通常情况下,既有整数频偏又有小数频偏,功率泄漏就会发生,即幅度频谱在整个频率抽样点处都有值。在传统的 ML 算法中,通常会在频率偏移粗估计的基础上,附加一个频率精调算法来获得更为准确的频偏。而在本文提出的估计技术中,小数频偏可以起到精确估计频偏的作用,采用内插函数来实现。首先,一组导频信号抽样点被归一化后根据式(6)做  $N$  点的 FFT,得到变化后抽样点的幅度频谱  $a(f)$ 。FFT 的结果被表示为如(8)式所示的形式:

$$a(f) = \begin{cases} 2\pi & f_d = f_d^i \\ \sum_{k=1}^N |2\pi - \epsilon(f_k)| & f_d = f_d^i + f_d^f \end{cases}, \quad (8)$$

则在频域上,连续的两个离散的频率抽样点的功率之和最大处的频率被认为整数频偏,如式(9)所示。

$$\hat{f}_d^i = \arg \max_f [a(f) + a(f+1)]. \quad (9)$$

对于小数部分频偏的捕获,采用了一种简化的内插技术,如式(10)所示。

$$\beta = \frac{a(\hat{f}_d^i + 1)}{a(\hat{f}_d^i) + a(\hat{f}_d^i + 1)}, \quad (10)$$

$$\text{做归一化处理 } \hat{f}_d^f = \beta / \sum_{i=0}^{N-1} a(f_i). \quad (11)$$

$$\text{则估计频偏为: } \hat{f}_d = \hat{f}_d^i + \hat{f}_d^f. \quad (12)$$

## 4 数值仿真

为了比较验证基于导频信号的频偏估计算法的优越性,建立了 OFDM 仿真平台,进行数据仿真。平台以均方误差(MSE)为准则比较两种算法的性能,定义频偏均方误差为  $J(f_d) = E[|f_d - \hat{f}_d|^2]$ 。仿真参数:子载波数为 1024,循环前缀 256 个采样点,导频信号 64 个采样点。子载波的调制方式为 QPSK。信道模型为 4 径 Rayleigh 衰落,多径之间指数衰落,每径延迟 70 个采样点。依次加入信道时变参数  $f_d T_s$  分别为:0.47, 0.45, 0.43。

两种算法在不同信噪比情况下的频偏估计均方误差如图 2 和图 3 所示。比较图 2 和图 3,可以看出,传统的最大似然估计算法的均方误差  $q$  明显大于基于导频信号的频偏估计算法的均方误差,在信噪比为 15dB 时均方误差曲线趋于平缓,因此附加一个精确频偏估计算法是很有必要的。而基于导频信号的频偏估计算法随信噪比的增

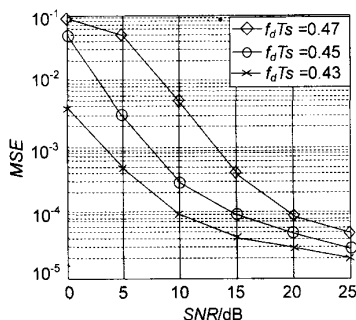


图2 基于循环前缀的频偏估计器均方误差

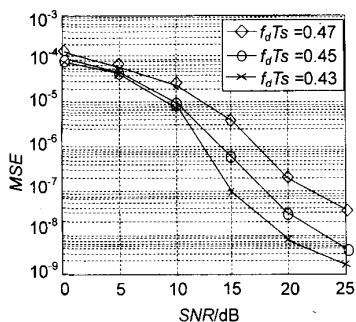


图3 基于导频信号频偏估计器均方误差

(上接第24页)

$$\begin{aligned}
 &32ab_{11}(\cdots, 0, 0, 0, 0, p_0, p_1, p_2, p_3, 0, 0, 0, 0, \cdots) + \\
 &32ab_{12}(\cdots, 0, 0, 0, 0, p_0, p_1, p_2, p_3, 0, 0, 0, 0, \cdots) + \\
 &32ab_{13}(\cdots, 0, 0, 0, 0, p_0, p_1, p_2, p_3, 0, 0, 0, 0, \cdots) + \cdots + \\
 &32ab_{1n}(\cdots, 0, 0, 0, 0, p_0, p_1, p_2, p_3, 0, 0, 0, 0, \cdots) = 32a(\cdots, 0, 0, 0, 0, q_0, q_1, q_2, q_3, \cdots, q_n, \cdots).
 \end{aligned}$$

因此,可以采用递归算法来恢复出数据的原始比特信号:

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= q_0/p_0, \\
 b_{12} &= (q_1 - b_{11}p_1)/p_0, \\
 b_{13} &= (q_2 - b_{11}p_2 - b_{12}p_1)/p_0, \\
 b_{14} &= (q_3 - b_{11}p_3 - b_{12}p_2 - b_{13}p_1)/p_0, \\
 &\cdots \\
 b_{1n} &= (q_n - b_{1(n-3)}p_3 - b_{1(n-2)}p_2 - \\
 &\quad b_{1(n-1)}p_1)/p_0.
 \end{aligned}$$

## 5 结束语

本文对采用四相完全互补码的 CDMA 系统进行了分析研究。证实了这种基于四相完全互补码的 CDMA 系统可以克服移动通信中存在的多址干

扰,性能改善十分明显。

## 5 结束语

本文介绍一种针对 OFDM 传输系统的频偏同步算法。该算法基于导频信号,通过在频域上使用内插函数来估计整数频偏和小数频偏。仿真结果表明,该算法能够较精确地估计出频率偏移,而且结构较为简单,易于工程实现。

### 参考文献

- [1] J. Beek, M. Sandell. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems[J]. IEEE Tran. on Signal Processing, 1997. 7, 45(7): 1800 ~ 1805.
- [2] N. Lashkarian, S. Kiaei. Class of cyclic-based estimators for frequency-offset estimation of OFDM systems[J]. IEEE Trans. Commun., 2000. 12, 48(12): 2139 ~ 2149.
- [3] M. Kim, H. Sony. Frequency synchronization technique for the multiple-Input multiple-output antenna system[J]. IE-ICE Trans. Fundamentals, 2003. 10, E86-A: 2710 ~ 2712.
- [4] B. P. Lathi. Modern Digital and Analog Communication Systems(Third ed)[M]. Oxford Univ. press, 1998.

扰和多径效应。在今后的 CDMA 通信系统中,这种通信方式具有较高的实用价值。

### 参考文献

- [1] Hideyuki Torii, Naoki Suehiro, Makoto Nakamura. General construction of periodic complete complementary codes composed of expanded modulatable orthogonal sequences [A]. The 11th IEEE International Symposium [C], 2000, (2): 738 ~ 743.
- [2] Hideyuki Torii, Makoto Nakamura, Naoki Suehiro. Generalized method for constructing modulatable periodic complete complementary codes [A]. Third IEEE signal processing workshop on signal processing advances in wireless communications [C]. 2001: 261 ~ 262.
- [3] Hsiao-hwa chen, Jun-Feng, Naoki Suehiro. A multicarrier CDMA architecture based on orthogonal complementary codes for new generations of wideband wireless communications [J]. IEEE Communications Magazine, 2001. 10: 151 ~ 155.
- [4] Suehiro, Hatori. N-Shift Cross-Orthogonal sequences [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1988. 1, IT-34: 143 ~ 146.
- [5] 沈允春. 扩谱技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.