

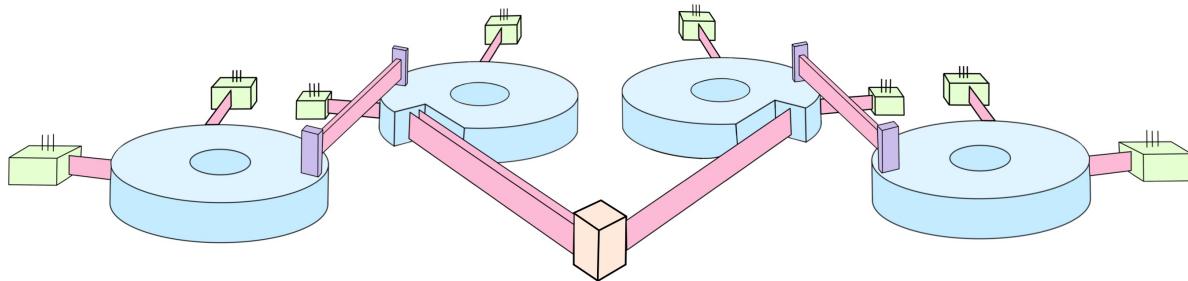
Conception des Mécanismes

ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE

Projet de semestre 4

Microtechnique

BISO : Balanced Isospring



Groupe 22 :

Charles GIRARDOT : 316073
Martin BRUN : 314858
Marie ETHVIGNOT : 314654
Fanny GHEZ : 310560
Léopold DAS : 315589

Encadrement :

Prof. S. HENEIN
Assistant T. FUSSINGER

23 mai 2022

Table des matières

1 Introduction	3
2 Principe de fonctionnement	4
2.1 Explication du principe de fonctionnement	4
2.1.1 Architecture générale de la pendulette	4
2.1.2 Principe de l'oscillateur	4
2.1.3 Principe de l'équilibrage en force et en moment	5
2.2 Schéma cinématique de l'oscillateur représenté avec des articulations idéales	5
2.3 Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler et discussion des éventuels hyperstatismes	6
2.4 Implémentation de la cinématique de l'oscillateur en guidages flexibles	7
2.5 Discussion de l'isotropie de rigidité, et de l'isotropie de masse	7
2.6 Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue	8
3 Dimensionnement du mécanisme	9
4 Construction	21
4.1 Argumentation des choix faits pour la construction	21
4.2 Argumentation des choix des matériaux	21
5 Conclusion	23
6 Annexes	24
6.1 Dessin de construction de la pendulette avec liste de toutes les pièces	24
6.2 Dessin de détail de la manivelle	26

1 Introduction

Le deuxième semestre de conception de mécanismes propose la conception d'un oscillateur à deux degrés de liberté, isotrope et insensible aux accélérations linéaires et angulaires, servant comme base de temps pour une pendulette mécanique. Pour ce projet, nous avons formé le groupe n°22, composé de Martin Brun, Marie Ethvignot, Charles Girardot, Fanny Ghez et Léopold Das. Il nous est demandé de concevoir cet oscillateur en respectant le cahier des charges, et en nous adaptant à de nombreuses contraintes. Pour en citer certaines, l'oscillateur doit notamment être insensible à la direction de la gravité, produire une force de rappel élastique linéaire et isotrope, doit comporter un bâillet imposé, etc. Nous partons d'un cahier des charges, à partir duquel nous imaginons quatre prototypes, avant de sélectionner la version qui répond au mieux aux attentes du projet et qui nous mène vers sa version finale. Nous l'avons ensuite modélisé sur le logiciel CATIA, sans oublier d'en détailler le fonctionnement, la conception et les calculs dans ce rapport.

Pour ce faire, il est nécessaire de répartir les tâches au sein du groupe, allant des dessins de prototypes à la rédaction et mise en page, en passant par les calculs et dimensionnement, ou encore la création des pièces sur CATIA. Cependant, il nous semble important de ne pas reposer chaque partie sur les épaules d'un membre du groupe, en prenant soin de s'entraider, se soutenir, se critiquer, et nous pousser mutuellement vers le haut. De plus, le projet demandait une certaine coopération entre la partie conception et les calculs afin de coordonner la théorie et la pratique, pour s'assurer que le tout soit réalisable.

La première partie de ce projet, qui a fait l'objet du rendu intermédiaire, nous a permis d'élaborer 4 versions préliminaires et différentes de prototypes d'oscillateurs qui pourraient répondre au cahier des charges indiqué. Au terme des 6 premières semaines de conception de ces premières versions, nous avons fait le choix de l'oscillateur présenté dans ce rapport. Les critères de sélection ont entre autres été la facilité de conception (nombre de pièces limité, simplicité), la précision lors de l'oscillation ainsi qu'une bonne réponse aux contraintes, par exemple en ce qui concerne l'équilibrage en force et en moment, et l'isotropie de masse.

Dans ce rapport, nous présenterons dans un premier temps le projet et nous discuterons des différents obstacles rencontrés, puis nous exposerons l'évolution de la conception de l'oscillateur à travers des schémas et divers questionnements. Puis viendra l'étude complète et les calculs permettant de concevoir les pièces et le mécanisme. Enfin, vous trouverez les dessins CATIA en fin de dossier.

2 Principe de fonctionnement

2.1 Explication du principe de fonctionnement

2.1.1 Architecture générale de la pendulette

L'architecture de notre pendulette est similaire à celle d'une montre mécanique. C'est-à-dire qu'elle contient un barillet qui fournit de la puissance à un oscillateur, la base de temps, à travers une suite d'engrenages. En retour, cet oscillateur transmet une certaine fréquence à ce train d'engrenages de sorte à ce qu'un engrenage puisse tourner à la vitesse d'un tour par minute, pour pouvoir faire tourner l'aiguille des secondes.

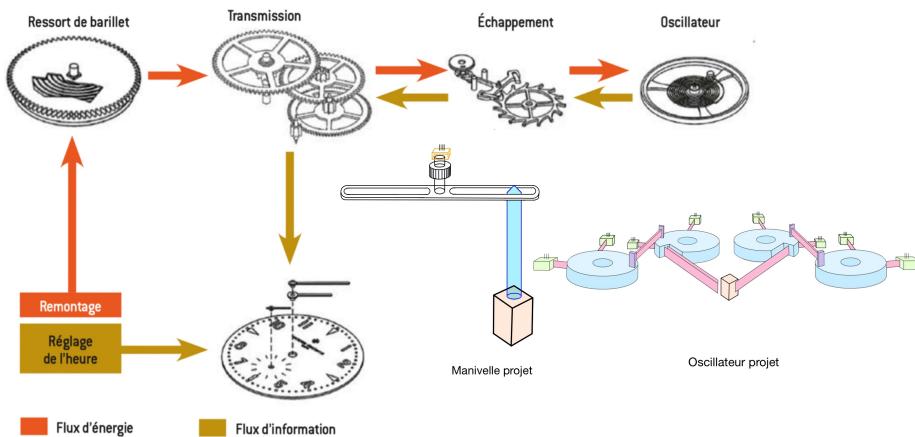


Figure I

Cette pendulette présente une différence particulière avec une pendulette mécanique habituelle : la base de temps est un oscillateur de type Isospring, qui utilise des guidages flexibles et ayant deux degrés de liberté. De plus, en guise d'échappement pour faire la liaison entre la base de temps et le train d'engrenages, nous utilisons une manivelle (plutôt qu'une ancre suisse comme dans la plupart des montres). Cette manivelle permet donc de fournir de la puissance (provenant du barillet) à notre oscillateur qui lui rend une fréquence à transmettre au train d'engrenages de la pendulette.

2.1.2 Principe de l'oscillateur

L'oscillateur se présente dans un plan 2D (plan XY) et comporte 2 degrés de liberté dans celui-ci : une translation selon l'axe X et une autre selon l'axe Y. La combinaison de ces 2 degrés de liberté crée une rotation autour du point d'oscillation vers lequel la force élastique le ramène.

En guidages idéaux, ce point oscillant est rattaché à 2 poutres perpendiculaires entre elles avec des pivots à chaque extrémité. Ces poutres sont rattachées à une crémaillère insérée entre une paire d'engrenages chacune, et repoussée par des ressorts insérés entre les crémaillères et le bâti de la pendulette. Ainsi, quand la crémaillière translate entre ces 2 engrenages, l'un tourne dans le sens horaire tandis que l'autre tourne dans le sens inverse, ce qui permet d'équilibrer le système en force et en moment (détails dans la section suivante). Les ressorts poussent ou tirent les crémaillères en fonction de leur sens de translation pour les ramener à la position initiale. Ainsi, quand le point oscillant se déplace dans le plan, il entraîne par le biais des poutres perpendiculaires les 2 crémaillères qui font tourner les 2 paires d'engrenages, et introduisent une énergie potentielle élastique dans les ressorts, qui sera restituée.

2.1.3 Principe de l'équilibrage en force et en moment

Pour que notre oscillateur soit insensible à la gravité, il est nécessaire que celui-ci soit équilibré en force et en moment. Par conséquent, comme il comprend des engrenages de masses non négligeables, il faut que, lorsque la pendulette est accélérée de manière linéaire ou angulaire, cela n'influence pas l'oscillation voulue. Nous avons donc pensé à utiliser des engrenages couplés. L'illustration ci-dessous montre que si une roue dentée est entraînée par un moment extérieur et tourne dans le sens horaire, la roue de l'autre côté de la crémaillère qui lui est couplée tournera dans le sens anti-horaire. Il en est de même pour la paire d'engrenages sur l'autre axe de notre système. Ainsi, aucun moment n'est exporté.

Puisque la masse oscillante est ponctuelle et que les masses des crémaillères sont négligeables, les masses des roues dentées sont les seules non négligeables. Puisque ces dernières ne peuvent pas subir un déplacement de leur centre de masse, le système est équilibré en force. La solution que nous proposons est donc bien équilibrée en force et en moment.

Précisons également que la manivelle est équilibrée en moment.

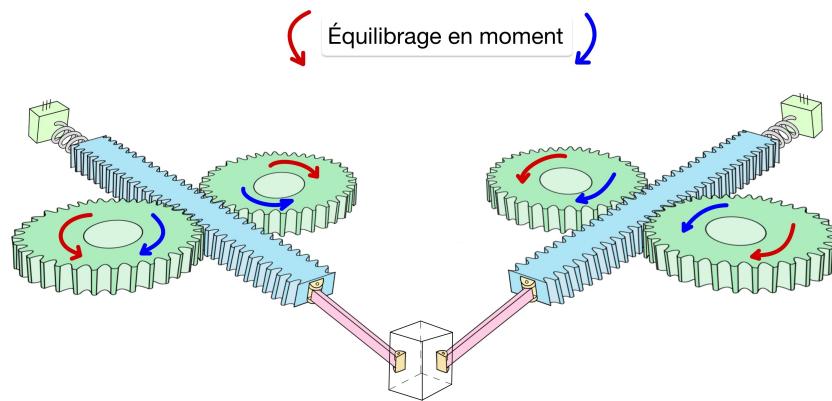


Figure II

2.2 Schéma cinématique de l'oscillateur représenté avec des articulations idéales

Ci dessous, le schéma en articulation idéale de l'oscillateur. On y voit en vert les engrenages, en bleu les crémaillères, en rose les poutres, en jaune les pivots et en gris les ressorts fixés au bâti de la pendulette (en vert clair).

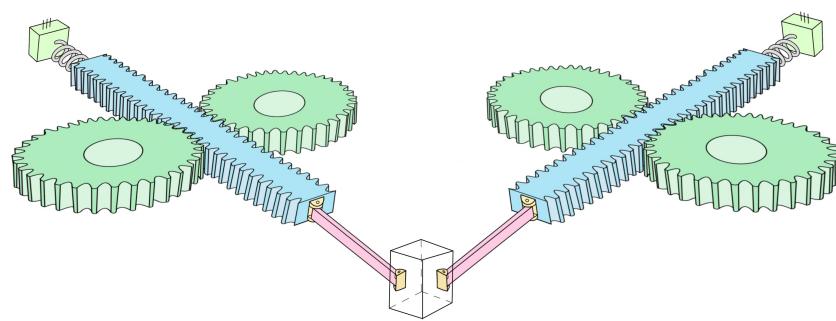


Figure III

2.3 Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler et discussion des éventuels hyperstatismes

A partir de la représentation de l'oscillateur en guidages flexibles, on effectue le calcul de la mobilité selon la méthode de Martin Grübler. Le schéma ci-dessous illustre le comptage des segments, des joints et des boucles.

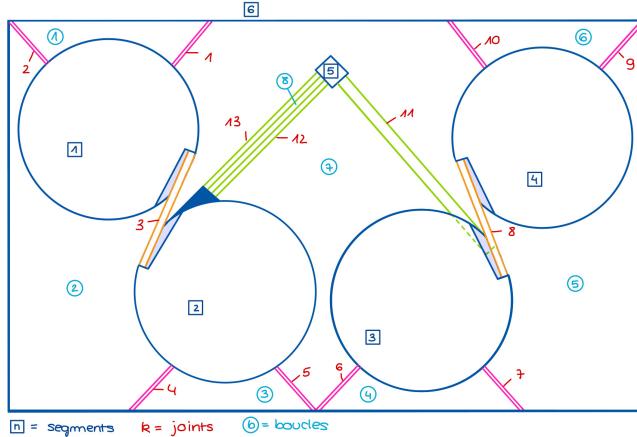


Figure IV

Comptage du nombre de boucles :

$$b = k - n + 1$$

avec b le nombre de boucles, k le nombre de joints et n le nombre de segments.

Comme lu sur le schéma, on voit en bleu foncé que les segments sont les 4 cylindres (1-4), le point oscillant (5) ainsi que le bâti (6), donc $n = 4 + 1 + 1 = 6$.

Indiqué en rouge, les joints sont pour cet oscillateur seulement des lames, et on en compte $k = 13$.

Enfin, on lit bien sur le schéma que le système compte 8 boucles (en bleu clair), résultat qu'on retrouve bien par le calcul :

$$b = 13 - 6 + 1 = 8$$

Le nombre de degrés de liberté par Grübler est calculé par l'expression :

$$M = \sum_{i=1}^k d_i - 3.b$$

avec d_i les degrés de liberté de chacun des k joints, et b le nombre de boucles, multiplié par 3 (et non 6) car le mécanisme oscille uniquement dans le plan 2D.

Étant donné que les 13 lames en guidages flexibles possèdent 2 degrés de liberté dans le plan 2D, et qu'on avait précédemment calculé 8 boucles, on obtient :

$$M = 2 * 13 - 3 * 8 = 2$$

On retrouve bien par la méthode de calcul de Grübler les 2 degrés de liberté (translation en X, translation en Y) dans le plan, permettant d'effectuer la rotation du point oscillant.

Calcul et discussion des hyperstatismes :

Les hyperstatismes sont des contraintes redondantes présentes dans un système. Le nombre de degrés d'hyperstatismes (DOH) se calcule comme suit :

$$DOH = DOF - M$$

En ayant 2 DOF (degrés de liberté réels de l'oscillateur) et $M = 2$ (degrés de liberté calculés par la méthode de Grübler), on trouve alors :

$$DOH = 2 - 2 = 0$$

L'oscillateur ne présente pas d'hyperstatismes, ce qui est un point positif car souvent indésirables dans les mécanismes : elles introduisent des déformations, des contraintes, de la fatigue et une complexification des calculs qui peuvent s'avérer problématiques par la suite.

2.4 Implémentation de la cinématique de l'oscillateur en guidages flexibles

Pour convertir ce mécanisme en guidages flexibles, il faut se concentrer sur les degrés de liberté de chaque partie (de chaque rouleau ou du point oscillant par exemple) et de concevoir un équivalent satisfaisant.

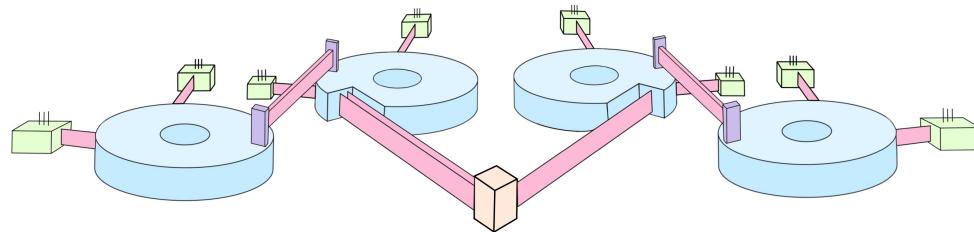


Figure V

Pour notre oscillateur, la totalité des articulations a été traduite uniquement avec des lames :

- **Adaptation des engrenages et crémaillère :** Les roues dentées sont remplacées en guidages flexibles par des cylindres qui sont en rotation autour de leur axe de révolution. La crémaillère entre les 2 engrenages qui permettaient d'inverser leur sens de rotation est maintenant remplacée par la lame de transmission décrite comme suit.
- **Inversion de la rotation entre chaque paire de cylindre :** Dans la configuration en guidages flexibles, une lame est fixée sur le dessus des 2 cylindres qu'elle relie par ses extrémités, le plus possible sur le bord de ces cylindres afin de maximiser la tangence entre la lame et ces derniers. C'est dans cette configuration que le pairage est optimal. Nous ferons référence à ces lames comme "lames de transmission".
- **Rotation des cylindres :** Comme on l'utilisera à plusieurs reprises dans ce mécanisme, la rotation dans le plan XY autour de l'axe Z (ici des cylindres) est assuré par 2 lames perpendiculaires (=pivot RCC). L'axe d'intersection des lames se situe au centre de chaque cylindre. Avoir cette configuration de lames pour chaque cylindre permet de les priver d'un degré de liberté, et donc de se contenter de la rotation des cylindres dans le plan. Dans la suite, par soucis de clarté, ces lames seront nommées "lames de support".
- **Rotation du point oscillant :** Les deux poutres perpendiculaires liées au point oscillant sont maintenant remplacées par des lames perpendiculaires rattachées au bord des cylindres (et non plus fixés sur les crémaillères). Étant donné que des pivots RCC comme celui-ci possèdent 3 degrés de liberté et qu'on ne souhaite en conserver que 2 pour le point oscillant (contrainte du cahier des charges), on vient ajouter une lame supplémentaire parallèle à l'une des 2. Cette 3ème lame va venir bloquer le 3ème degré de liberté indésirable (= rotation Z) afin de ne conserver que les 2 translations dans le plan. Conscients que l'ajout de cette dernière lame rompt la symétrie de notre mécanisme, les rigidités de part et d'autres seront adaptées pour conserver l'isotropie de l'oscillateur. Ces lames seront dénommées "lames oscillantes" dans la suite.

2.5 Discussion de l'isotropie de rigidité, et de l'isotropie de masse

Comme évoqué plus tôt dans le rapport, l'introduction de la 3ème lame dans la configuration perpendiculaire qui soutient le point oscillant rompt la symétrie du mécanisme qui existait jusqu'alors. Il faut donc adapter en conséquence le dimensionnement des éléments de la partie gauche par rapport à la partie droite afin d'assurer

l'isotropie de rigidité et de masse.

On veut :

$$k_{eq,x} = k_{eq,y}$$

Cela implique que (le facteur 2 intervient car les lames doubles sont en parallèle) :

$$k_{lame-simple} = 2 * k_{lames-doubles} \Leftrightarrow \frac{E * b_s * h_s^3}{l_s^3} = 2 * \frac{2 * E * b_d * h_d^3}{l_d^3}$$

Pour simplifier l'usinage, on prend $b_s = b_d$. Et on prend dans un premier temps $l_s = l_d$. On adaptera ensuite les longueurs en fonction des hauteurs trouvées. On va donc adapter h . On calcule h_d en fonction de h_s :

$$\begin{aligned} \frac{E * b * h_s^3}{l^3} &= \frac{4 * E * b * h_d^3}{l^3} \Leftrightarrow h_s^3 = 4 * \left(\frac{h_d}{x}\right)^3 \\ &\Leftrightarrow x^3 = 4 \\ &\Leftrightarrow x = 4^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Donc :

$$h_d = \frac{h_s}{x} = \frac{h_s}{4^{\frac{1}{3}}}$$

Pour les longueurs, on prend $l = 60 * h$. Les lames doubles seront donc plus courtes que la lame simple, ce qui est compensé par un support sur le cylindre. Elles ont, comme voulu, la même largeur. L'isotropie de rigidité est donc respectée.

En ce qui concerne l'isotropie de masse, tous les cylindres de notre oscillateur ont exactement la même masse. Par ailleurs, les lames oscillantes doubles ont seulement une différence de 0,2 gramme avec la lame oscillante simple. Au final, l'erreur entre la masse réduite des deux axes étant inférieur à un millième, nous pouvons affirmer que l'oscillateur respecte l'isotropie en masse.

2.6 Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue

L'oscillateur que nous présentons comme solution au cahier des charges provient totalement de notre propre imagination. Il n'est pas inspiré de mécanismes déjà existants comme des oscillateurs IsoSpring, par exemple. La cinématique de notre oscillateur en guidage idéaux est basée sur des engrenages, remplacés par la suite par des cylindres, ce qui, à notre connaissance, n'a jamais été encore implanté. De plus, notre mécanisme est relativement simple et se constitue exclusivement de lames comme articulations flexibles. C'est pour les raisons citées ci-dessus que nous avons choisi de retenir cette solution.

3 Dimensionnement du mécanisme

Après avoir traduit les guidages idéaux en guidages flexibles, on passe ensuite par une étape principale dans l'élaboration du mécanisme : le dimensionnement. On souhaite créer un oscillateur réaliste et qui répond aux contraintes imposées par le cahier des charges, tout en gardant en tête que la pendulette ne peut pas dépasser un encombrement maximal de 70 x 70 x 140 mm³. Ainsi, l'oscillateur, tous les engrenages de transmissions et les articulations flexibles sont limités dans leur dimensionnement, ce qui donne les bornes lors des modifications des valeurs des mesures des composants (longueur, largeur, épaisseur des lames, rayons des cylindres, etc...).

Nous verrons dans une première partie le dimensionnement des articulations flexibles puis dans une seconde celui des engrenages de transmission de la pendulette.

Partie 1 : Articulations flexibles

Dans la partie de dimensionnement des lames qui suit, nous utiliserons ces valeurs auquel nous avons abouti, et nous nous reporterons à ce tableau pour l'application numérique.

	L (m)	b (m)	h (m)	E (Pa)	I (kg.m ²)
Lames support	0,0094278		0,001	0,0001571309	127000000000
Lames transmission	0,02236		0,001	0,0003726	127000000000
Lames oscillantes doubles	0,02236		0,001	0,0009259865926	127000000000
Lame oscillante simple	0,07		0,001	0,00116667	127000000000

Tableau 0 - Dimensionnement des lames

- Contraintes maximales des articulations flexibles

Il faut s'assurer que les lames ne cassent pas lorsqu'elles sont soumises à leur contribution maximale. Vérifions que les contraintes maximales sont inférieures aux contraintes admissibles pour chaque lame. Nous nous baserons sur la contrainte admissible calculable avec la formule ci-dessous.

CAS DE CHARGE	RIGIDITÉS	COURSES
 $K_{\alpha M} = M/l \alpha$; $K_{fM} = M/f$	$K_{\alpha M} = \frac{EI_y}{l}$ $K_{fM} = \frac{2EI_y}{l^2}$	$\alpha_M = \frac{2\sigma_{adm}l}{Eh}$ Limite : $-28^\circ < \alpha_M < 28^\circ$

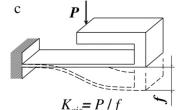
On relève :

$$\sigma_{adm} = \frac{E*h*\alpha_M}{2*l}$$

Le rapport h/l étant toujours 60, on peut calculer σ_{adm} qui est la même pour toutes les lames.

$$\sigma_{adm} = 29,7 \text{ GPa}$$

Lames de support :

 $K_{cis} = P/f$	$K_{cis} = \frac{12EI_y}{l^3}$	$f_{cis} = \frac{\sigma_{adm}l^2}{3Eh}$
--	--------------------------------	---

Ces formules correspondent au cas des lames de support. Cependant, si nous voulons comparer la contrainte maximale de ces lames avec la contrainte admissible calculée précédemment, nous devons considérer la moitié des lames de support. Ainsi, les 2 cas sont semblables. En considérant donc la rigidité d'une demi-lame et en assumant que la course maximale correspond à r_{max} , on obtient :

$$\sigma_{max} = \frac{3 * E_s * h_s * r_{max}}{\frac{l_s^2}{4}} = 1,13 GPa$$

Donc les contraintes subies par les lames de support sont supportables.

Lames de transmission :

On applique les mêmes formules que pour les lames de support. On obtient :

$$\sigma_{max} = \frac{3 * E_t * h_t * r_{max}}{\frac{l_t^2}{4}} = 454,3 MPa$$

Donc les contraintes subies par les lames de transmission sont supportables.

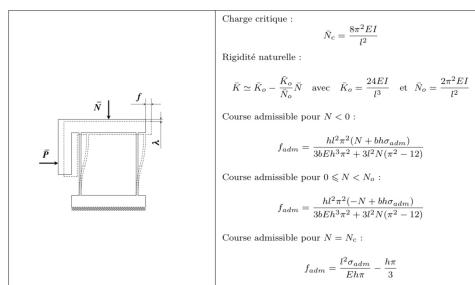
Lame oscillante simple :

On applique la même formule que pour les cas précédents. On obtient :

$$\sigma_{max} = \frac{3 * E_{o,s} * h_{o,s} * r_{max}}{\frac{l_{o,s}^2}{4}} = 145,1 MPa$$

Donc les contraintes subies par la lame oscillante simple sont supportables.

Lames oscillantes doubles :



Ici on applique la formule des lames parallèles. On obtient :

$$\sigma_{max} = \frac{E_{o,d} * h_{o,d} * \pi}{l_{o,d}^2} * \left(r_{max} + \frac{h_{o,d} * \pi}{3} \right) = 164,3 MPa$$

Donc les contraintes subies par les lames oscillantes doubles sont supportables.

• Fréquence f de l'oscillateur

La fréquence de l'oscillateur est obtenue avec l'expression

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_r}}$$

avec k_{eq} la rigidité équivalente de l'oscillateur et m_r sa masse réduite.

1) Calcul de k_{eq}

On détermine k_{eq} grâce aux énergies potentielles E_{pot} . Comme on travaille dans le plan 2d, on aura un $k_{eq,x}$ et un $k_{eq,y}$. Dans l'idéal, on cherche à avoir $k_{eq,x} = k_{eq,y}$ pour respecter l'isotropie de rigidité. On note Θ l'angle qu'effectuent les cylindres, $l_{s/t/o}$ la longueur de la lame de support/transmission/oscillation respectivement, $b_{s/t/o}$ la largeur des lames, et $h_{s/t/o}$ l'épaisseur des lames. On veillera à respecter la condition $l \leq 60h$.

Lames de support :

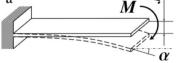
En se référant au formulaire des guidages flexibles, le pivot RCC a la rigidité suivante :

$$k_{\Theta,s} = \frac{8EI(l^2 + 3pl + 3p^2)}{l^3}$$

avec $p = R_{cylindre}$ et $I = \frac{b_s h_s^3}{12}$

Lames de transmission :

On se réfère au cas de lames suivant du formulaire :

 $K_{\alpha M} = M / \alpha ; K_{fM} = M / f$	$K_{\alpha M} = \frac{EI_y}{l}$ $K_{fM} = \frac{2EI_y}{l^2}$	$\alpha_M = \frac{2\sigma_{adm}l}{Eh}$ Limite : $-28^\circ < \alpha_M < 28^\circ$
---	---	--

Ainsi, la rigidité d'une lame de transmission vaut

$$k_{\alpha,t} = \frac{EI}{l} = \frac{Eb h^3}{12l}$$

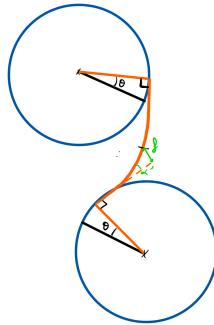


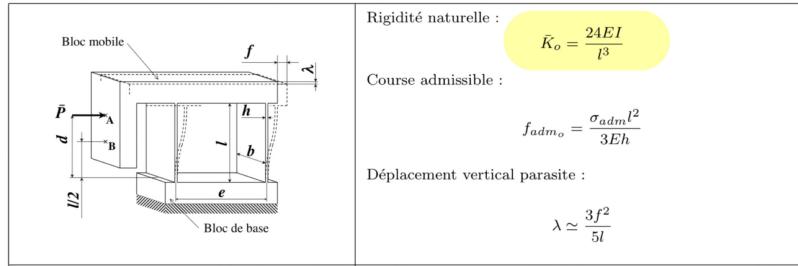
Figure VI

Ce schéma permet de comprendre le comportement des lames de transmission. α est l'angle cumulant la torsion des 2 côtés de la barre (les α'). Etant difficiles à déterminer, nous prendrons comme angle 2Θ , qui est supérieur à α , ce qui va malheureusement augmenter notre fréquence.

$$\alpha = 2\alpha' < 2\Theta$$

Lames oscillantes doubles :

Pour déterminer la rigidité de ces lames qu'on notera $k_{o,d}$ on considère la formule suivante :



On a donc :

$$k_{o,d} = \frac{24EI}{l^3} = \frac{2Ebh^3}{l^3}$$

Par les calculs des énergies, on cherche la distance x parcourue par la lame en fonction de l'angle Θ considéré précédemment. Pour de petits angles, on a $x = R_{cylindre}\Theta$

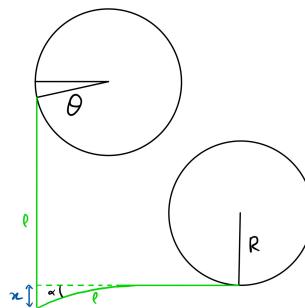
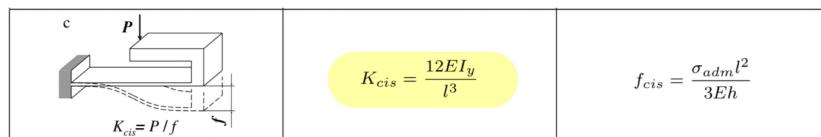


Figure VII

Lame oscillante simple :

Pour déterminer la rigidité de cette lame que l'on notera $k_{o,s}$, on considère la formule suivante car les lames doubles ne peuvent pas tourner autour de l'axe Z :



On a donc :

$$k_{o,s} = \frac{12EI}{l^3} = \frac{Ebh^3}{l^3}$$

Par le calcul des énergies, on retrouve le même raisonnement qu'avec les lames oscillantes doubles : $y = R_{cylindre}\Theta$

Calcul de $k_{eq,x}$ (=du côté des lames oscillantes doubles)

Avec les énergies :

$$\frac{1}{2}k_{eq,x}x^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}k_{\Theta,s}\Theta^2 + \frac{1}{2}k_{\alpha,t}(2\Theta)^2 + \frac{1}{2}k_{o,d}x^2$$

$$\Leftrightarrow k_{eq,x} = \frac{2k_{\Theta,s} + 4k_{\alpha,t}}{R_{cylindre}^2} + k_{o,d}$$

Calcul de $k_{eq,y}$ (=du côté de la lame oscillante simple)

Avec les énergies :

$$\frac{1}{2}k_{eq,y}y^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}k_{\Theta,s}\Theta^2 + \frac{1}{2}k_{\alpha,t}(2\Theta)^2 + \frac{1}{2}k_{o,s}y^2$$

$$\Leftrightarrow k_{eq,y} = \frac{2k_{\Theta,s} + 4k_{\alpha,t}}{R_{cylindre}^2} + k_{o,s}$$

Application numérique

En utilisant les valeurs de l, b, h, E et I indiqué pour chaque type de lame en Tableau 0, on trouve les valeurs suivantes :

$$k_{\Theta,s} = 1,19 \text{ Nm/rad}, k_{\alpha,t} = 0,024 \text{ Nm/rad}, k_{o,d} = 294,9 \text{ N/m} \text{ et } k_{o,s} = 146,0 \text{ N/m}$$

et on obtient :

$$\Rightarrow k_{eq,x} = 3698 \text{ N/m} \cong k_{eq,y} = 3697 \text{ N/m}$$

2) Calcul de m_r

On pose l'équation suivante :

$$\frac{1}{2}m_r v^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}m_o v^2 + \frac{1}{2}m_{l,o} v^2$$

avec m_o la masse du point oscillant et $m_{l,o}$ la masse des lames oscillantes.

$$v = \alpha' l \quad \text{et} \quad \omega = \Theta'$$

$$\text{Or} \quad \alpha = \Theta \frac{R_{cylindre}}{l_o} \quad \text{et} \quad J = \frac{1}{2}m_{cylindre}R_{cylindre}^2$$

$$\text{Donc } m_r \left(\frac{R_{cylindre}}{l_o} \right)^2 l_o^2 = m_{cylindre} R_{cylindre}^2 + m_o \left(\frac{R_{cylindre}}{l_o} \right)^2 l_o^2 + m_{l,o} \left(\frac{R_{cylindre}}{l_o} \right)^2 l_o^2$$

$$m_{r,x} = m_{cylindre} + m_o + m_{l,o,double}$$

et

$$m_{r,y} = m_{cylindre} + m_o + 2m_{l,o,simple}$$

En appliquant cette formule avec $m_{cylindre} = 1,39 \text{ kg}$, $m_o = 6,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$, $m_{l,o,simple} = 7,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ et $m_{l,o,double} = 7,59 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ on obtient :

$$m_{r,x} = m_{r,y} = 1,394 \text{ kg}$$

3) Calcul final de la fréquence

On reprend la formule posée plus tôt :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_r}}$$

En insérant les valeurs numériques on trouve :

$$f = \frac{1}{2\pi} * \sqrt{\frac{3698}{1,394}} = 8,19 \text{Hz}$$

- **Flambage des articulations flexibles**

On étudie si les lames vont flamber lorsque la pendulette est accélérée linéairement jusqu'à $50m/s^2$ et angulairement jusqu'à $1000rad/s^2$, en se positionnant pour chaque type de lames dans la situation la plus critique et on vérifie si ces conditions pourraient être à l'origine du flambage d'une ou plusieurs lames, et si oui, on élaborera des solutions illustrées pour y remédier.

Lames oscillantes :

Du côté de la lame oscillante simple (lame verte de droite sur le schéma), dans le pire des cas on aurait une force latérale dans le sens de la longueur de la lame (en considérant le cylindre fixe) additionnée à la force exercée par la manivelle sur le point oscillant à son extrémité. Ce cas est illustré par le schéma suivant :

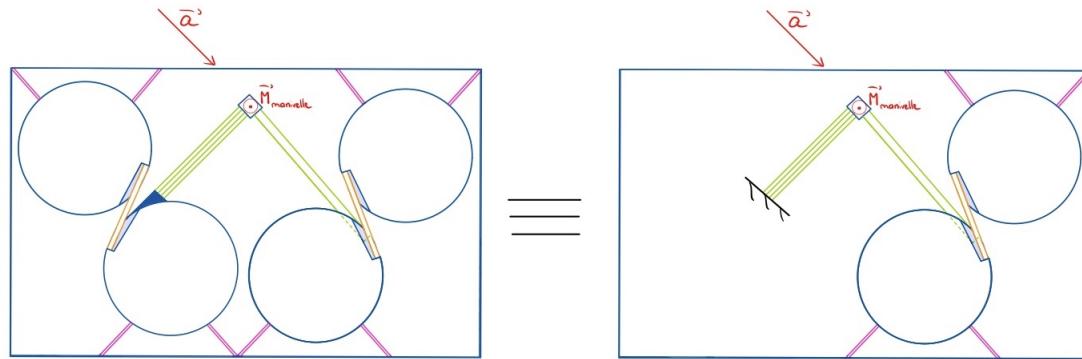


Figure VIII

À $t = 0$, la masse oscillante est accélérée d'une valeur \vec{a} , ce qui pourrait faire flamber la lame contre le cylindre qui n'a pas encore entamé sa rotation.

$$F_{total} = F_{manivelle} + m_{oscillante}a$$

$$F_{critique} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} = \frac{M_{manivelle_critique}}{r_{min}} + m_{oscillante}a_{critique}$$

avec $\frac{4\pi^2 EI}{L^2}$ l'expression du flambage d'une poutre avec force axiale contre le bâti.

$$a_{critique} = \frac{1}{m} \left(\frac{4\pi^2 EI}{L^2} - \frac{M_{critique}}{r_{min}} \right)$$

où $r_{min} = 0,3$. Étant donné que $a_{critique} > a_{max}$, on n'a pas de flambage.

Du côté des lames oscillantes doubles (lames vertes de gauche sur le schéma), dans le pire des cas une force latérale est exercée dans le sens de la longueur des 2 lames parallèles ainsi qu'une force appliquée au point oscillant par la manivelle à l'extrémité de ces 2 lames.

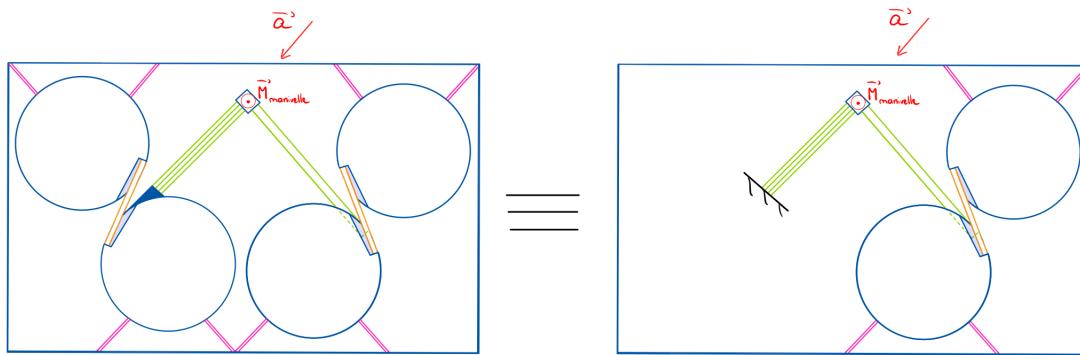


Figure IX

À $t = 0$, la masse oscillante possède une accélération \vec{a} et pourrait faire flamber les lames oscillantes parallèles contre le cylindre qui n'a pas encore entamé sa rotation :

$$F_{total} = F_{manivelle} + m_{oscillante}a$$

Dans la formule suivante, on divise le tout par 2 car les 2 lames sont parallèles :

$$F_{critique} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{M_{manivelle_critique}}{r_{min}} + m_{oscillante}a_{critique} \right)$$

où $r_{min} = 0,3$. Étant donné que $a_{critique} > a_{max}$, on n'a pas de flambage.

Lames de support :

Le pire cas pour ces lames est une force axiale le long d'une lame de support. En supposant le cylindre libre de tourner, le cylindre va subir l'accélération et tournera légèrement.

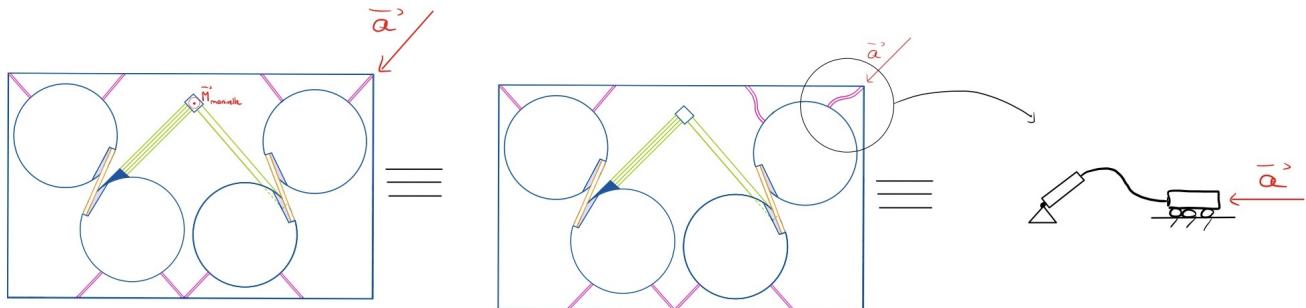


Figure X

$$F_{critique} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = m_{cylindre}a_{critique}$$

où $\frac{\pi^2 EI}{L^2}$ est l'expression du flambage d'une poutre avec force axiale contre le bâti libre en rotation.

$$a_{critique} = \frac{\pi^2 EI}{m_{cylindre}L^2}$$

Étant donné que $a_{critique} < a_{max}$, on est dans un cas de flambage. Une solution à cette situation est de placer des butées sur les bords des cylindres pour éviter que les lames de support ne flambent en décalant la position des cylindres qu'elles rattachent. Le schéma suivant illustre cette solution :

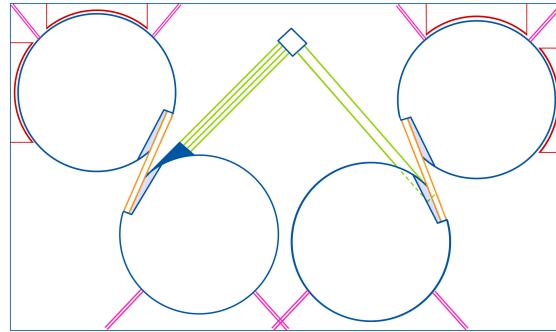


Figure XI

Lames de transmission :

Pour ces lames, le pire des cas se présente lorsqu'on applique une accélération angulaire au système. Au temps $t = 0$, on considère qu'un cylindre se met en rotation mais le second cylindre qui lui est couplé reste immobile. La lame de transfert subit donc une compression

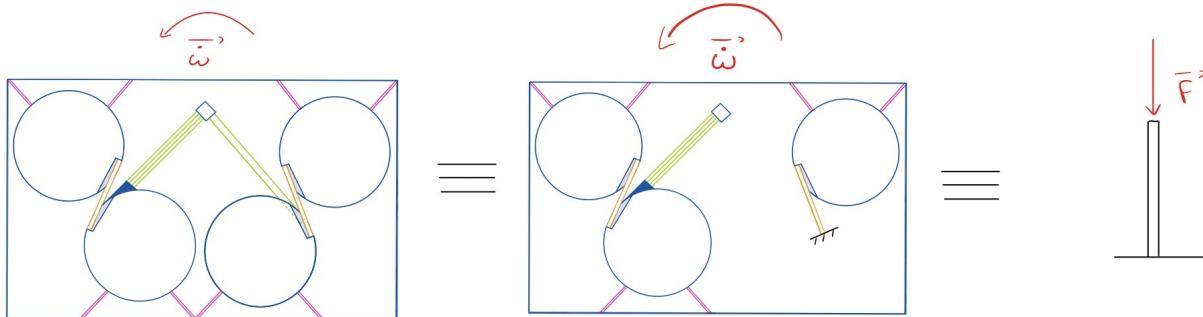


Figure XII

Pour les calculs qui suivent, on ne s'intéresse qu'à la partie de droite du mécanisme.

$$R_{cylindre} F_{critique} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} = I\omega'_{critique} = \frac{1}{2} m_{cylindre} R_{cylindre}^2 \omega'_{critique}$$

$$\omega'_{critique} = \frac{8\pi^2 EI}{m_{cylindre} R_{cylindre}^2 L^2}$$

Étant donné que $\omega'_{critique} > \omega'_{max}$, nous ne sommes pas dans un cas de flambage.

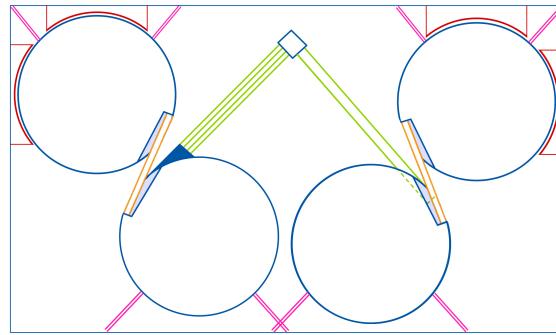


Figure XIII

Ainsi, les seules lames du montage qui flambent dans le pire des cas sont les lames de transmissions entre chaque paire de cylindres. La situation est contrôlée par des butées pour éviter aux lames de flamber.

Partie 2 : Engrenages

Tous les détails et étapes du dimensionnement des engrenages de transmission sont présentés dans cette section et sont synthétisés pour une vision plus claire dans les tableaux ci-dessous.

Le premier est une synthèse des formules et expressions des grandeurs utilisées pour le dimensionnement de la transmission, le second est le résultat de l'implémentation des formules dans Excel avec les valeurs choisies et calculées.

Dans le détail des étapes et calculs, les formules seront écrites en noir, et l'application numérique en bleu (avec lettre/numéro de colonne/ligne pour la case entre parenthèses).

N° du mobile	1	2	3	...	n
Nbr de dents	Z_1	P_2	Z_2	P_3	Z_3
Rapport de transmission i	$i_1 = \frac{Z_1}{P_2}$	$i_2 = \frac{Z_2}{P_3}$...	$i_{n-1} = \frac{Z_{n-1}}{P_n}$	
Couple M	$M_{barillet,max}$	$\frac{M_{max} i_{n-1}}{\eta_{manivelle}}$	M_{max}
	$M_{barillet,min}$	$\frac{M_{min} i_{n-1}}{\eta_{manivelle}}$	M_{min}
Vitesse ω	$\omega_1(barillet)$	$\omega_2 = \frac{\omega_3}{i_2}$...		$\omega_{manivelle}$
Puissance P	$P_1 = M_1 \omega_1$...			$P_{manivelle}$

Tableau 1 - Dimensionnement des engrenages

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Numéro module	Nombre dents	i rapport de vitesse		couples max (Nm)	couples min (Nm)	vitesse angulaire (rad/s)	P min (W)	P max (W)
2	1	80		i total	0,1100	0,0565	0,0003	0,0000184059	0,0000390658
3			4,0000	158250,9430					
4	2	20			0,0294	0,0139	0,0013	0,0000180377	0,0000382845
5		53	2,2083	rendement n					
6	3	24		0,6000	0,0130	0,0061	0,0029	0,0000176770	0,0000375188
7		52	3,2500	Rendement transmission					
8	4	16		0,9800	0,0039	0,0019	0,0093	0,0000173234	0,0000367684
9		69	4,6000						
10	5	15			0,0008	0,0004	0,0430	0,0000169770	0,0000360331
11		64	2,4615						
12	6	26			0,0003	0,0002	0,1058	0,0000166374	0,0000353124
13		79	4,1579						
14	7	19			0,0001	0,0000	0,4400	0,0000163047	0,0000346062
15		62	2,5833						
16	8	24			0,0000	0,0000	1,1367	0,0000159786	0,0000339140
17		50	2,0833						
18	9	24			0,0000	0,0000	2,3681	0,0000156590	0,0000332358
19		51	1,9615						
20	10	26			0,0000	0,0000	4,6451	0,0000153458	0,0000325710
21		59	2,0345						
22	11	29			0,0000	0,0000	9,4504	0,0000150389	0,0000319196
23		54	2,5714						
24	12	21			0,0000	0,0000	24,3011	0,0000147381	0,0000312812
25		53	2,1200						
26	13	25	0,0000		0,0000	0,0000	51,5183	0,0000144434	0,0000306556
27									
28			Pbmin	Cbmin	H(jours)	r_max			
29			0,0000	0,0565	2,2338	0,0004			
30									

Tableau 2 - Application numérique

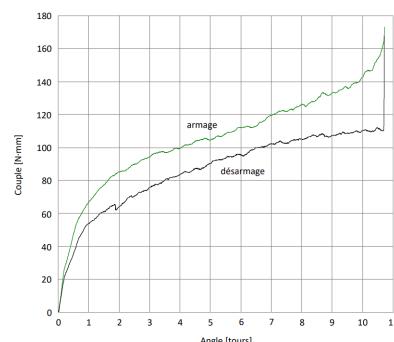
- Nombre de dents roue et pignon de tous les mobiles, rapports de transmissions

Comme on le lit dans le tableau de dimensionnement ci-dessus, le nombre de dents de l'engrenage d'étage k est représenté par Z_k et le nombre de dents du pignon d'étage k par P_k . Les dents possèdent un module imposé de 0,41mm/dent, et le bâillet (=étage 1) comporte 80 dents, soit $Z_1 = 80$ (en rouge dans le tableau 2). Pour les étages supérieurs, le nombre de dents est libre et nous permettra de trouver à tâtons les bonnes valeurs des paramètres qui en découlent afin de respecter les contraintes et de permettre à l'oscillateur de fonctionner correctement. L'engrenage d'étage k entraîne donc le pignon d'étage k+1, et possède donc un rapport de transmission $i = \frac{Z_k}{P_{k+1}}$. L'ensemble des engrenages et pignons mis bout à bout donne donc un rapport de transmission total de :

$$i_{total} = \prod_{i=1}^{n-1} i_k = 158250,943 \text{ (D3)}$$

- Couple $C_{b,max}$ que délivre le bâillet

Le graphe suivant montre les courbes du couple fourni par le bâillet lors de l'armage (en vert) et du désarmage (en noir) en fonction du nombre de tours.



On lit donc la valeur de $C_{b,max}$ graphiquement, c'est à dire 110N.mm, soit la valeur maximale du couple fournie par le bâillet après avoir été armé à son maximum. On retrouve cette valeur dans le tableau en case (E2).

- **Puissance que délivre le bâillet lorsqu'il produit $C_{b,max}$**

On trouve la puissance maximale délivrée par le bâillet pour le couple maximum du bâillet évoqué précédemment en appliquant la formule :

$$P_{b,max} = C_{b,max} \omega_b$$

dans laquelle ω_b est la vitesse angulaire du bâillet ($= \omega_{1(bâillet)}$ dans le tableau), qu'on trouve à partir de $\omega_{manivelle}$ en le divisant par i_{total} évoqué plus tôt. La valeur de $\omega_{manivelle}$, elle, est trouvée en appliquant la formule :

$$\omega_{manivelle} = 2\pi f$$

avec f la fréquence de l'oscillateur calculée dans la partie 1 de la section dimensionnement. Soit, au final,

$$P_{b,max} = C_{b,max} \frac{2\pi f}{i_{total}} = 110.10^{-3} \frac{2\pi \cdot 8,1994}{158250,9430} = 39,0658.10^{-5} W$$

- **Puissance maximale dissipée par l'oscillateur**

Maintenant que nous avons calculé la valeur maximale du bâillet $P_{b,max}$, on peut remonter jusqu'à la valeur $P_{manivelle,max}$ en multipliant à chaque étage par le rendement de transmission par engrenage $\eta_e = 98\%$ (donnée cahier des charges), c'est à dire :

$$P_{manivelle,max} = P_{b,max} \eta_e^{n-1} = 39,0658.10^{-5} \cdot 0,98^{12} = 3,0656.10^{-4} W$$

avec n le nombre d'étages d'engrenages (=13). Ensuite, on passe de la puissance max de la manivelle à la puissance max de l'oscillateur en considérant le rendement manivelle-oscillateur de $\eta_m = 60\%$ (donnée cahier des charges) :

$$P_{O,max} = P_{manivelle,max} \eta_m = 3,0656.10^{-4} \cdot 0,6 = 1,8393.10^{-4} W$$

- **Rayon de l'orbite r_{max} de l'oscillateur pour $C_{b,max}$**

Enfin, on trouve le rayon max de l'orbite d'oscillation en isolant r_{max} dans la formule

$$P_{O,max} = \frac{8\pi^3 f^3 m_r r_{max}^2}{Q}$$

$$\Leftrightarrow r_{max} = \sqrt{\frac{P_{O,max} Q}{8\pi^3 f^3 m_r}} = 0,43 mm \quad (F29)$$

où le facteur de qualité de l'oscillateur vaut $Q=900$ (donnée cahier des charges).

- **Puissance dissipée par l'oscillateur lorsque r atteint sa valeur minimum**

Pour trouver la puissance minimale de l'oscillateur $P_{O,min}$, on fait le chemin inverse en posant $r_{min} = 0,3mm$. La formule suivante nous donne donc $P_{O,min}$ dissipée.

$$P_{O,min} = \frac{8\pi^3 f^3 m_r r_{min}^2}{Q} = 1,3060.10^{-8} W$$

- **Couple et puissance min délivrés par le bâillet, puissance min de l'oscillateur**

On redescend étage par étage le tableau comme on l'a fait précédemment dans le sens inverse : on trouve la puissance minimale de la manivelle en divisant la puissance minimale de l'oscillateur par le rendement manivelle-oscillateur, puis on obtient la puissance minimale du bâillet en divisant celle de la manivelle par η_e entre chaque étage.

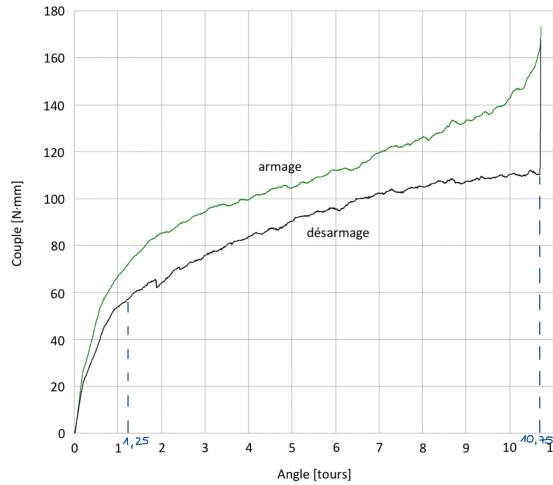
$$P_{manivelle,min} = \frac{P_{O,min}}{\eta_m} \quad \Rightarrow \quad P_{b,min} = \frac{P_{manivelle,min}}{\eta_e^{n-1}}$$

Pour trouver le couple minimal délivré par le bâillet, on divise la puissance $P_{b,min}$ par la vitesse angulaire du bâillet :

$$C_{b,min} = \frac{P_{b,min}}{\omega_b} = 56 \text{ N.m}$$

- **Nombre de tours N utiles du bâillet**

Pour trouver le nombre de tours N utiles du bâillet, on revient au graphe du couple en fonction du nombre de tours du bâillet. Comme on avait fixé le couple max $C_{b,max}$, lu graphiquement, et qu'on vient de calculer le couple minimum $C_{b,min}$, on peut alors lire sur l'axe des abscisses du graphes le nombre de tours N utiles que le bâillet effectue pour ce couple minimum.



On lit alors $N = 9,5$

- **Reserve de marche H de la pendulette**

La réserve de marche H du garde temps est la durée de fonctionnement de la pendulette sans avoir besoin de remonter le bâillet, c'est à dire recharger le mécanisme en énergie. Le cahier des charges demande une réserve de marche supérieure ou égale à 8 jours. La réserve de marche obéit à la formule

$$H = \frac{2\pi N}{\omega_b} = 2 \text{ jours et } 5 \text{ heures}$$

- **Discussion des non-conformités**

Bien qu'en essayant d'implémenter de la manière la plus optimale possible notre mécanisme, nous n'avons malheureusement pas réussi à respecter toutes les spécifications du cahier des charges.

Premièrement, afin de respecter la contrainte sur la fréquence de l'oscillateur, et d'avoir une réserve de marche raisonnable, nous avons dû dépasser les limites d'encombrement. En effet nous utilisons un volume de $V = 70 * 104 * 203,13 \text{ mm}^3$ au lieu de $V = 70 * 70 * 140 \text{ mm}^3$.

Deuxièmement, en essayant d'utiliser un volume supérieur à celui autorisé, et en respectant la contrainte de la fréquence, nous avons réussi à obtenir une réserve de marche de 2 jours et 5 heures, et non pas supérieure à 8 jours.

Pour avoir un mécanisme réalisable nous aurions donc besoin d'une augmentation de la longueur et de la largeur du volume disponible pour la pendulette ou d'une réduction de la réserve de marche.

4 Construction

4.1 Argumentation des choix faits pour la construction

Oscillateur :

L'oscillateur se compose de plusieurs pièces qui constituent chacune un étage. La première (A) est une partie de l'épaisseur des cylindres ainsi que les lames de support et le bâti, le tout d'un seul bloc. La seconde (B) est une autre couche des cylindres cette fois liée aux lames de transmission. La pièce (C) est un étage supplémentaire des cylindres, avec les lames d'oscillation et le point oscillant. Enfin, les pièces (D) sont des cylindres plus épais et plus lourds qu'on pose sur les cylindres déjà superposés afin d'ajouter du poids à l'oscillateur. Les pièces (A) à (C) sont faites de bronze, et les cylindres des pièces (D) de plomb.

Les pièces (A) à (C) sont usinées par électroérosion dans une plaque de la plus grande épaisseur pour avoir les cylindres et les lames d'un seul bloc. Puis la pièce est fraisée pour créer les différences d'épaisseur entre le centre du cylindre et le reste de la pièce, différence qui sert à limiter les frottements entre les différentes couches des cylindres. Les pièces constituant la couche (D) sont simplement faites par tournage puisqu'il s'agit de simples disques extrudés. Enfin toutes les pièces sont taraudées au centre des cylindres pour pouvoir les assembler en les empilant et les vissant toutes ensemble.

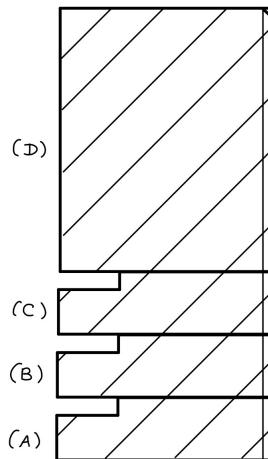


Figure XIV

Manivelle :

La manivelle est reliée à un arbre qui permet de faire tourner le train d'engrenages. Cet arbre qui ne fait pas partie de la manivelle doit être ajustée avec un serrage important. Pour pouvoir avoir ce serrage, on assemble les deux pièces au moyen de presses ou fretté.

Pour faire tenir l'arbre nous utilisons des roulements à billes entre le bâti et celui-ci. L'engrenage sur l'arbre est bloqué tangentiellellement par une clavette. Des circlips sont aussi utilisés pour empêcher l'engrenage et les roulements à billes d'effectuer un mouvement axial sur l'arbre. Les circlips sont mis dans les gorges préalablement usinés dans l'arbre.

4.2 Argumentation des choix des matériaux

Oscillateur :

Pour toutes nos articulations flexibles (lames) et les cylindres que celles-ci font osciller, nous avons décidé d'utiliser l'alliage Bronze Pfinodal CN8TM04 (Cu Ni 15 Sn 8), à partir du tableau du formulaire des guidages flexibles du cours.

Ce matériau nous a convaincu par le contraste entre sa masse volumique très élevée et son module de Young plus faible que certains matériaux du même tableau pour des masses volumiques élevées.

Nous cherchions une masse volumique relativement élevée pour que les cylindres de notre mécanisme aient une masse assez importante puisque celle-ci est la variable la plus influente de la masse réduite de notre oscillateur. Ainsi, le choix de ce matériau a directement pour but de réduire la fréquence de notre oscillateur.

Pour respecter une fréquence entre 3 et 15 Hz, ainsi que pour essayer de respecter les contraintes d'encombrement, et enfin pour avoir une réserve de marche raisonnable, nous avons dû rajouter des cylindres de plomb au-dessus de nos cylindres. En effet, grâce à cet ajout, la masse réduite de notre oscillateur augmente fortement. Ceci nous a permis de respecter les contraintes citées ci-dessus.

Pour avoir une fréquence qui respecte les spécifications du cahier des charges, qui permet d'avoir une réserve de marche raisonnable et dans un encombrement respecté, nous n'avons pas trouvé de meilleure solution.

Initialement, sans cet ajout de plomb, et en respectant la contrainte d'encombrement donnée, nous avions une fréquence de 13,73 Hz. Cependant, cette fréquence nous permettait d'avoir une réserve de marche de seulement 14 heures au maximum.

Cette réserve de marche étant beaucoup trop faible, nous avons plutôt décidé d'avoir une réserve de marche d'au moins 48 heures et d'utiliser la hauteur qu'il nous restait.

Nous sommes conscients que rajouter des cylindres de plomb sur nos cylindres oscillants peut paraître peu réaliste. C'est néanmoins la seule solution que nous avons trouvée pour avoir plus de 2 jours de réserve de marche avec les contraintes et le temps disponibles.

Manivelle :

Pour choisir le matériau de la manivelle, nous avons cherché un matériau avec un faible coefficient de frottement avec le bronze de notre oscillateur pour essayer de perdre le moins d'énergie possible à ce niveau. Nous avons donc choisi de la faire en Titanium Alliage Ti-6Al4V(Grade 5) puisque celui-ci a un coefficient de frottement dynamique de $\mu = 0,27$ à sec avec le bronze.

5 Conclusion

Au cours de ce projet, nous avons pu exploiter plus en profondeur les notions acquises durant le cours de Conception de Mécanismes grâce à la mise en pratiques de concepts, et avons aussi revus des enseignements des semestres précédents.

L'horlogerie, une des grandes débouchées de la section Microtechnique, et qui nous intéressait particulièrement dans le groupe, est assez vaste pour que nous ayons pu mener un projet complet et complexe tout le long du semestre. La répartition des diverses tâches pour tous les membres du groupe nous a permis de participer à toutes les étapes de la conception : la réflexion, la théorie, les calculs ou encore la conception assistée par ordinateur.

Nous avons rencontrés un certain nombre de difficultés quand il s'agissait de respecter le cahier des charges et c'est tout le long de l'élaboration que nous nous sommes aidés et relayés sur les différentes étapes pour tenter de satisfaire au mieux les contraintes imposées. Cette expérience était enrichissante pour chacun d'entre nous, bien que nous regrettions ne pas avoir eu plus de temps pour être pleinement satisfaits des résultats de la réponse apportée. Néanmoins, notre oscillateur valide un certain nombre de critères et se rapproche particulièrement de la solution que nous espérions.

Nous avons notamment apprécié l'avancement progressif du projet, lors duquel tous les éléments de recherche et de calculs se sont connectés pour produire un oscillateur le plus conforme possible. Bien que compliquées, toutes ces tâches nous ont apporté une approche un peu plus concrète des connaissances et des notions de base de ce cours et des précédents.

L'étape de principe de fonctionnement nous a conduit vers un oscillateur clair et précis en s'appuyant sur la conversion en guidages flexibles, à partir de la solution choisie au terme du rendu intermédiaire qui nous avait satisfait. Nous partons d'une base réaliste, avec un excellent potentiel pour répondre aux exigences du cahier des charges. Pour le dimensionnement, les choses se corsent un peu, et la quantité de différents calculs qu'il a fallu se partager a rendu complexe l'élaboration d'un résultat réalisable tout en respectant les contraintes données. C'est précisément sur cette étape que nous aurions aimé disposer de plus de temps pour ajuster nos calculs et orienter la conception vers une solution plus juste.

La partie construction repose certes sur la finalité de l'étape précédente mais reste toutefois réaliste et adaptée au résultat de notre oscillateur. Enfin, vous trouverez en annexe (partie 6 ci-dessous) les plans d'ensemble et de détails de l'oscillateur et de la manivelle.

Les membres du groupe 22 sont fiers de vous avoir présenté cet oscillateur au travers de ce rapport final et nous vous remercions de la lecture !

6 Annexes

6.1 Dessin de construction de la pendulette avec liste de toutes les pièces

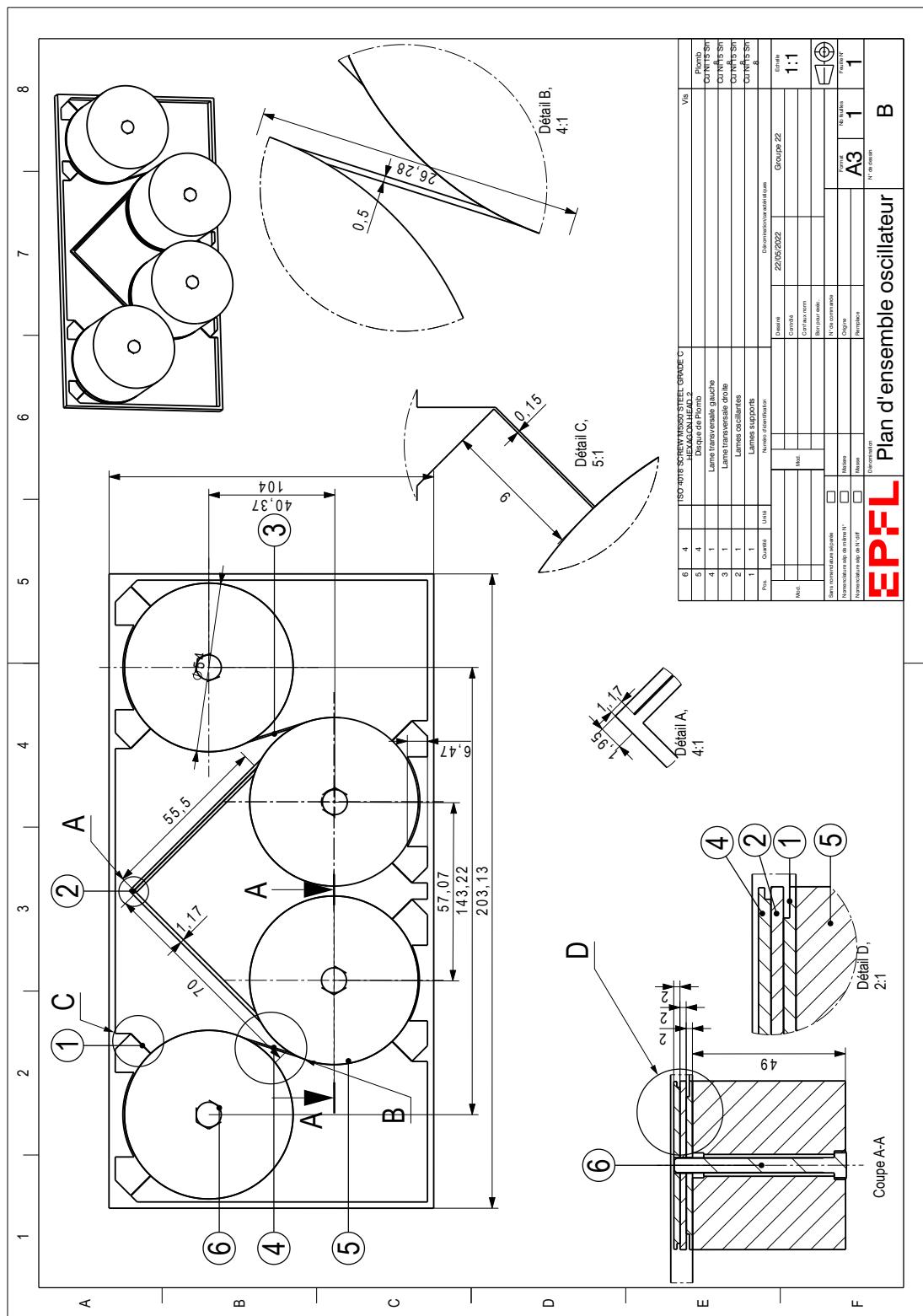


Figure XIV

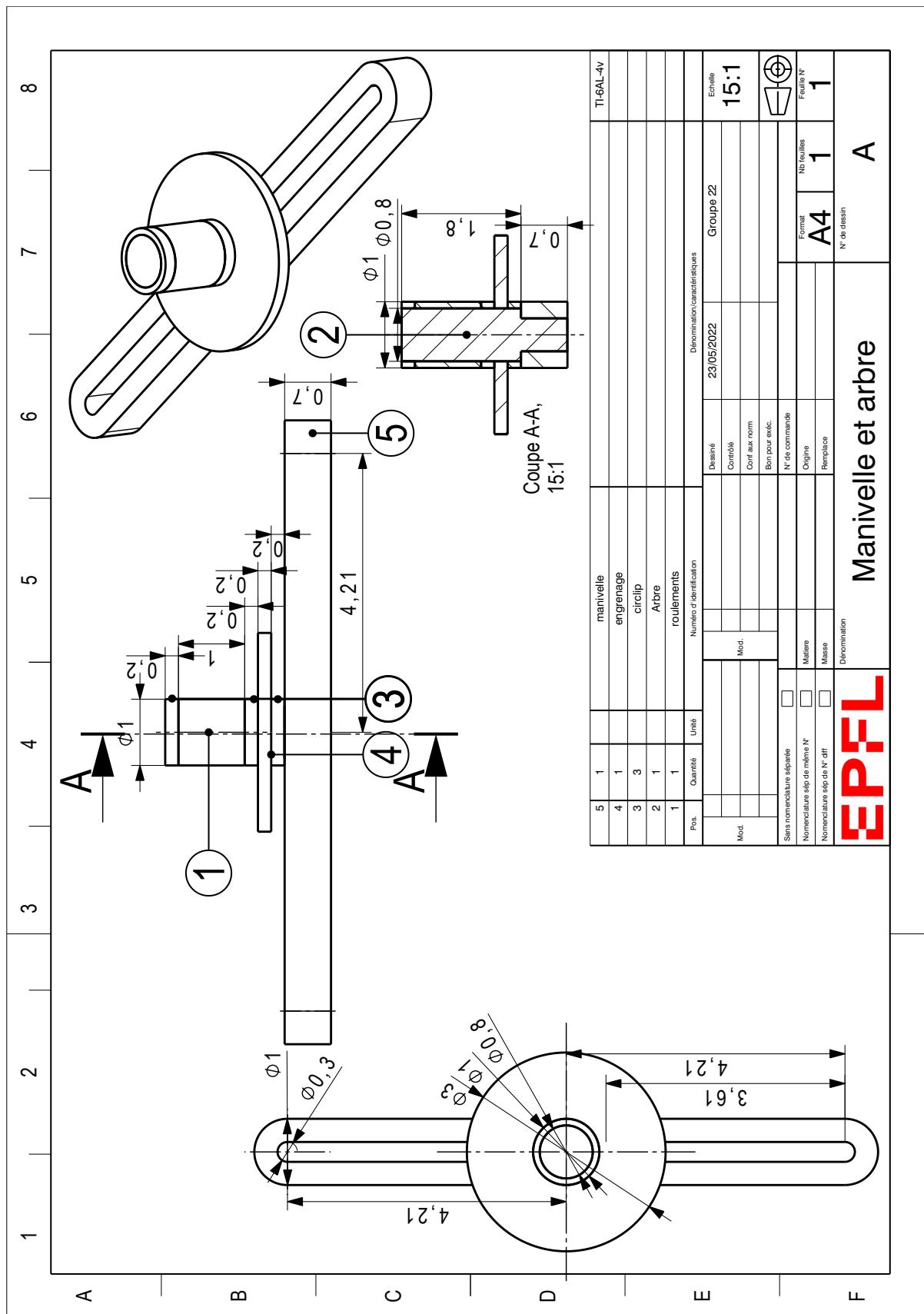


Figure XV

6.2 Dessin de détail de la manivelle

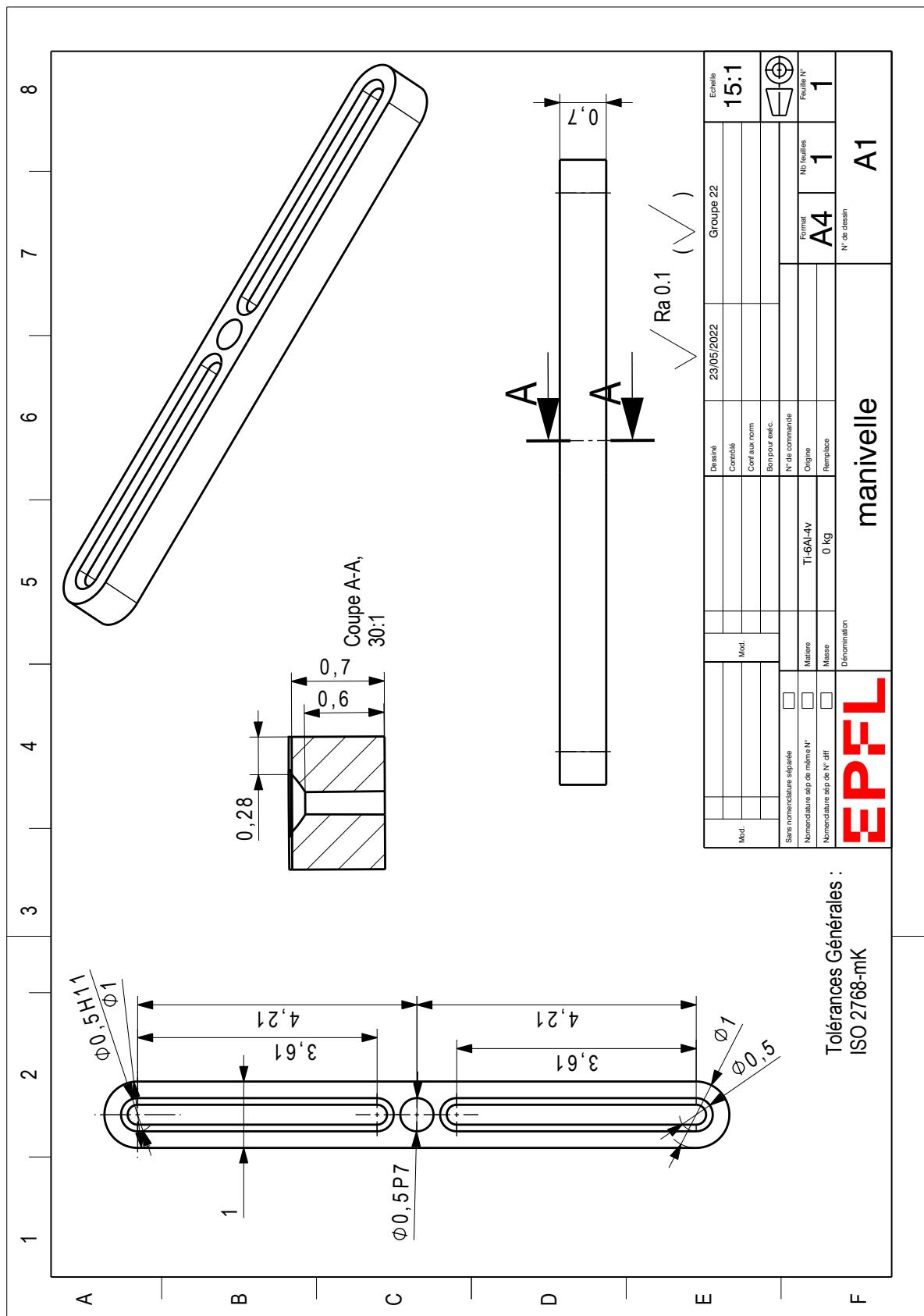


Figure XVI

