DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabájo Práctico 3

PageRank

3 de noviembre de 2013 — Métodos Numéricos

Integrante	LU	Correo electrónico
Escalante, José	822/06	joe.escalante@gmail.com
Osinski, Andrés	405/07	andres.osinski@gmail.com
Raskovsky, Iván Alejandro	57/07	iraskovsky@dc.uba.ar

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (54 11) 4576-3359

http://www.fcen.uba.ar

Índice

1. Problema 1

Queremos ver que el algoritmo propuesto por [**?**, Algoritmo 1] es equivalente a la operación $\vec{y} = A\vec{x}$, para $A = (cP' + (1-c)E)^t$, donde P' es la matriz estocástica por filas de transiciones de links ajustada para considerar saltos aleatorios en páginas sin outlinks, y E es la matriz uniforme de teletransportación con valor $\frac{1}{n}$ en cada celda.

Para ello, expandimos las ecuaciones de ambos y veremos que las mismas producen el mismo cálculo.

Primero, la matrix P^t se desarrolla como

$$(cP + (1-c)E)^t\vec{x}$$

Y la matrix de [**?**, Algoritmo 1] como

$$cP^t\vec{x} + (\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_2)\vec{v}$$

donde $\vec{y}$ es el vector resultante de $cP^t\vec{x}$ y $\vec{v}$ es el vector de probabilidad uniforme de valor $\frac{1}{n}$ en cada elemento. Luego planteamos la equivalencia

$$\begin{aligned}(cP + (1-c)E)^t\vec{x}v &= cP^t\vec{x} + (\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_2)\vec{v} \\ cP^t\vec{x} + (1-c)E^t\vec{x} &= cP^t\vec{x} + (\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_2)\vec{v} \\ (1-c)E^t\vec{x} &= (\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_2)\vec{v}\end{aligned}$$

1.1. Lema: $P^t\vec{x}$ preserva la Norma 1 de $\vec{x}$

Sea P^t una matriz estocástica por columnas, luego los elementos de cada columna suman 1.

Luego P^t describe una transformación lineal de $\vec{x}$ donde la suma de los valores de cada x_i se reparte en los y_i resultantes (por ser cada y_i una combinación lineal de los x_i.) Como cada columna de P suma 1, y cada elemento de x se termina multiplicando por los elementos de una columna, y además los valores de P y x son positivos, entonces la ecuación

$$\sum_{i=1}^{n} |x_i|$$

es equivalente a

$$\sum_{i=1}^{n} |y_i|$$

Luego P^t preserva norma 1.

Volviendo al problema, si observamos que la norma 1 de y es

$$\begin{aligned}\|\vec{y}\|_1 &= \left\|cP^t\vec{x}\right\|_1 \\ &= c\,\|\vec{x}\|_1\end{aligned}$$

entonces podemos ver que

$$\begin{aligned}\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_1 &= \|\vec{x}\|_1 - c\,\|\vec{x}\|_1 \\ &= (1-c)\,\|\vec{x}\|_1 \\ &= (1-c)\,\|\vec{x}\|_1\end{aligned}$$

por ende

$$(\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_1)\vec{v} = (1-c)\,\|\vec{x}\|_1\,\vec{v}$$

entonces el método de algortimo 1 tiene la forma

$$cP^t\vec{x} + (1-c)\,\|\vec{x}\|_1\,\vec{v}$$

Si observamos la segunda mitad de la definición de P^t, es decir, $(1-c)E^t$, veremos que el producto a la izquierda por $\vec{x}$ resulta en una matrix con la forma

$$E^t\vec{x} = \begin{bmatrix} \frac{1-c}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i| \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \frac{1-c}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-c}{n}\,\|\vec{x}\|_1 \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \frac{1-c}{n}\,\|\vec{x}\|_1 \end{bmatrix} = (1-c)\frac{1}{n}\,\|\vec{x}\|_1$$

Con ello concluimos que los dos términos del algoritmo de Kamvar son equivalentes a la matriz A de transiciones. ■