



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

## Trabájo Práctico 3

### PageRank

10 de noviembre de 2013

Métodos Numéricos

Integrante	LU	Correo electrónico
Escalante, José	822/06	joe.escalante@gmail.com
Osinski, Andrés	405/07	andres.osinski@gmail.com
Raskovsky, Iván Alejandro	57/07	iraskovsky@dc.uba.ar

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (54 11) 4576-3359

<http://www.fcen.uba.ar>

## Índice

<b>1. Problema 1</b>	<b>2</b>
1.1. Lema: $P^t \vec{x}$ preserva la Norma 1 de $\vec{x}$ . . . . .	2

## 1. Abstract

Palabras clave:

- 
- 
- 
-

## 2. Introducción Teórica

Veamos primero cómo utilizando el algoritmo de Kamvar podemos optimizar el espacio requerido en memoria para el almacenamiento de la matriz  $P_2$  y el tiempo de ejecución requerido para hacer la multiplicación entre matrices y vectores.

Queremos ver que el algoritmo propuesto por [?, Algoritmo 1] es equivalente a la operación  $\vec{y} = A\vec{x}$ , para  $A = (cP' + (1-c)E)^t$ , donde  $P'$  es la matriz estocástica por filas de transiciones de links ajustada para considerar saltos aleatorios en páginas sin outlinks, y  $E$  es la matriz uniforme de teletransportación con valor  $\frac{1}{n}$  en cada celda.

Para ello, expandimos las ecuaciones de ambos y veremos que las mismas producen el mismo cálculo.

Primero, la matrix  $P^t$  se desarrolla como

$$(cP + (1-c)E)^t \vec{x}$$

Y la matrix de [?, Algoritmo 1] como

$$cP^t \vec{x} + (\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_2) \vec{v}$$

donde  $\vec{y}$  es el vector resultante de  $cP^t \vec{x}$  y  $\vec{v}$  es el vector de probabilidad uniforme de valor  $\frac{1}{n}$  en cada elemento. Luego planteamos la equivalencia

$$\begin{aligned} (cP + (1-c)E)^t \vec{x} v &= cP^t \vec{x} + (\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_2) \vec{v} \\ cP^t \vec{x} + (1-c)E^t \vec{x} &= cP^t \vec{x} + (\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_2) \vec{v} \\ (1-c)E^t \vec{x} &= (\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_2) \vec{v} \end{aligned}$$

### 2.1. Lema: $P^t \vec{x}$ preserva la Norma 1 de $\vec{x}$

Sea  $P^t$  una matriz estocástica por columnas, luego los elementos de cada columna suman 1.

Luego  $P^t$  describe una transformación lineal de  $\vec{x}$  donde la suma de los valores de cada  $x_i$  se reparte en los  $y_i$  resultantes (por ser cada  $y_i$  una combinación lineal de los  $x_i$ .) Como cada columna de  $P$  suma 1, y cada elemento de  $x$  se termina multiplicando por los elementos de una columna, y además los valores de  $P$  y  $x$  son positivos, entonces la ecuación

$$\sum_{i=1}^n |x_i|$$

es equivalente a

$$\sum_{i=1}^n |y_i|$$

Luego  $P^t$  preserva norma 1.

Volviendo al problema, si observamos que la norma 1 de  $y$  es

$$\begin{aligned} \|\vec{y}\|_1 &= \|cP^t \vec{x}\|_1 \\ &= c \|\vec{x}\|_1 \end{aligned}$$

entonces podemos ver que

$$\begin{aligned} \|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_1 &= \|\vec{x}\|_1 - c \|\vec{x}\|_1 \\ &= (1-c) \|\vec{x}\|_1 \\ &= (1-c) \|\vec{x}\|_1 \end{aligned}$$

por ende

$$(\|\vec{x}\|_1 - \|\vec{y}\|_1)\vec{v} = (1 - c) \|\vec{x}\|_1 \vec{v}$$

entonces el método de algoritmo 1 tiene la forma

$$cP^t\vec{x} + (1 - c) \|\vec{x}\|_1 \vec{v}$$

Si observamos la segunda mitad de la definición de  $P^t$ , es decir,  $(1 - c)E^t$ , veremos que el producto a la izquierda por  $\vec{x}$  resulta en una matrix con la forma

$$E^t\vec{x} = \begin{bmatrix} \frac{1-c}{n} \sum_{i=1}^n |x_i| \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \frac{1-c}{n} \sum_{i=1}^n |x_i| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-c}{n} \|\vec{x}\|_1 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \frac{1-c}{n} \|\vec{x}\|_1 \end{bmatrix} = (1 - c) \frac{1}{n} \|\vec{x}\|_1$$

Con ello concluimos que los dos términos del algoritmo de Kamvar son equivalentes a la matriz  $A$  de transiciones. ■

### **3. Desarrollo**

## 4. Resultados

## 5. Discusión y Conclusiones



## A. Referencias

Wikipedia Burden