

- Primer 4.2. Sem uredi definiral  $\sigma$ -algebro  $\mathcal{F}_0$ ?
- Poglavlje 4.1. Kako pokazati, da je dovolj pogoj preveriti le na nekem  $\pi$ -sistemu, ki generira  $\mathcal{A}_Q$ ? Če se želi uporabiti Dynkinovo lemo, je treba pokazati, da pogoj diferencirane zasebnosti velja na nekem  $\lambda$ -sistemu, kjer se pa zatakne pri preverjanju lastnosti za komplemente.
- Ali je pri primeru 6.10 potrebno utemeljiti, da funkcije  $f_D$  ležijo v Hilbertovem prostoru z reprodukcijским jedrom  $K$ ?
- Poglavlje 7.1. Rezultati prihajajo zelo nesmisleni, ker je  $\text{diam}(D)$  zelo velik. Vendar kaj pa če namesto absolutne razdalje vzamemo za metriko absolutno razdaljo pomnoženo z recimo  $\frac{1}{1000}$ ? Torej  $d(x, y) = \frac{1}{1000}|x - y|$ . Dokaz v primeru 4.9 se mi zdi, da še vedno deluje. Potemtakem moramo dodati zelo malo šuma in stvar izgleda, kot da dela super. Vendar ali ne izgubi potem vse skupaj smisel? Vedno namreč lahko izberemo tako metriko, da bo  $\text{diam}(D)$  poljubno majhen, čeprav bo v praksi razlika med doseženo zasebnostjo velika...

Naslednja vprašanja se navezujejo na članek Differential Privacy for Functions and Functional Data: <http://www.jmlr.org/papers/volume14/hall13a/hall13a.pdf>

- Proposition 7 (v diplomi izrek 6.1): kaj nam zagotavlja pozitivno definitnost Grammove matrike  $M$ ? To da je  $K$  kovariančna funkcija Gaussovega procesa, nam zagotavlja samo pozitivno semi-definitnost. Pozitivno definitnost pa verjetno potrebujemo, saj se v dokazu skličemo na Proposition 3 (v diplomi izrek 6.2), kjer je pozitivna definitnost matrike  $M$  ena od predpostavk izreka. Vprašanje na to temo sem zastavil tudi na matematičnem forumu: [https://stats.stackexchange.com/questions/357969/positive-definiteness-of-gra-357981?noredirect=1#comment673146\\_357981](https://stats.stackexchange.com/questions/357969/positive-definiteness-of-gra-357981?noredirect=1#comment673146_357981)

Tudi ali je  $M$  sploh Grammova matrika.  $K(x, y)$  namreč ni skalarni produkt... V nadaljevanju, ko delamo z RKHS, postane predstavitev s skalarnim produktom logična, saj imamo  $\langle K_x, K_y \rangle_{\mathcal{H}} = K(x, y)$ , na tem mestu pa mi poimenovanje matrike  $M$  kot Grammove matrike ni najbolj logično.

- Proposition 8 (v diplomi izrek 6.8): obrnljivost matrike  $M$ , ki naj bi sledila iz Mercerjevega izreka, mi še vedno ni jasna. **Kar sem sicer razmišljal je to, da iz lastnosti Grammove matrike sledi**

$$\begin{aligned}
 M(x_1, \dots, x_n) &= \begin{pmatrix} K(x_1, x_1) & \cdots & K(x_1, x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K(x_n, x_1) & \cdots & K(x_n, x_n) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} K_{x_1} & \cdots & K_{x_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{x_n} & \cdots & K_{x_n} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} K_{x_1} & \cdots & K_{x_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{x_n} & \cdots & K_{x_n} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Če matriki na desni strani označimo z  $A^T$  in  $A$ , velja  $\det M = \det A^2$ .  $\det A$  pa bo različna od 0, natanko tedaj, ko bodo stolpci ali vrstice linearno neodvisni, to pa bo natanko tedaj, ko bodo funkcije  $K_{x_i}$  med samo linearno neodvisne. Lahko iz tega, da so  $x_i$  različne točke (predpostavke izreka), sklepamo na linearno neodvisnost funkcij  $K_{x_i}$ ?

Kar je napisano zgoraj z rdečo, je napačen razmislek. Nimamo namreč evklidskega skalarnega produkta, zato ne velja  $M = A^T A$ . Očitno bo res treba prek Mercerjevega izreka...

- Proposition 8 (v diplomu izrek 6.8): Ne vidim enakosti

$$\langle f, Pf \rangle_{\mathcal{H}} = \|M^{-1/2}(x_1, \dots, x_n) \begin{pmatrix} f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{pmatrix}\|_2^2$$

Sem si razpisal na dolgo za matriko dimenzije  $2 \times 2$ , vendar vseeno nisem dobil enakega rezultata na obeh straneh enačaja.