



PROBABILIDADE III

www.metodosexatos.com

MÉTODOS ΣXATOS®

CURSOS AVANÇADOS PARA ANÁLISE DE DADOS

Prof. Ms. André Santos



- ✓ Ms. Engenharia de Produção
- ✓ MBA Finanças & Banking
- ✓ Esp. Estatística Aplicada



Como navegar na plataforma

Metodologia:

- ✖ Educação continuada;
- ✖ Conteúdo progressivo e cumulativo;
- ✖ Linguagem simples;
- ✖ Formalismo científico



Metodologia

Aspectos técnicos

- ✕ Teoria
- ✕ Demonstrações
- ✕ Exercícios
- ✕ Estudo de Casos

Objetivos

- ✕ Conhecimento científico
- ✕ Conhecimento prático
- ✕ Defender cientificamente modelos empíricos





Programa

- I. INTRODUÇÃO ÀS DISTRIBUIÇÕES NORMAIS
- II. ENCONTRANDO PROBABILIDADES
- III. ENCONTRANDO VALORES
- IV. TEOREMA DO LIMITE CENTRAL
- V. APROXIMAÇÕES NORMAIS PARA DISTRIBUIÇÕES BINOMIAIS



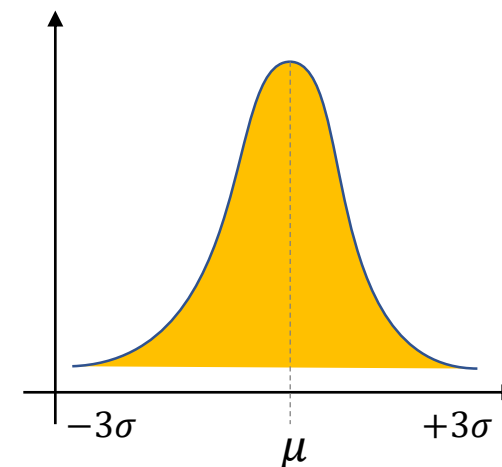
INTRODUÇÃO

Objetivos

- ✕ Reconhecer distribuições normais
- ✕ Como utilizar suas propriedades em aplicações de vida real.

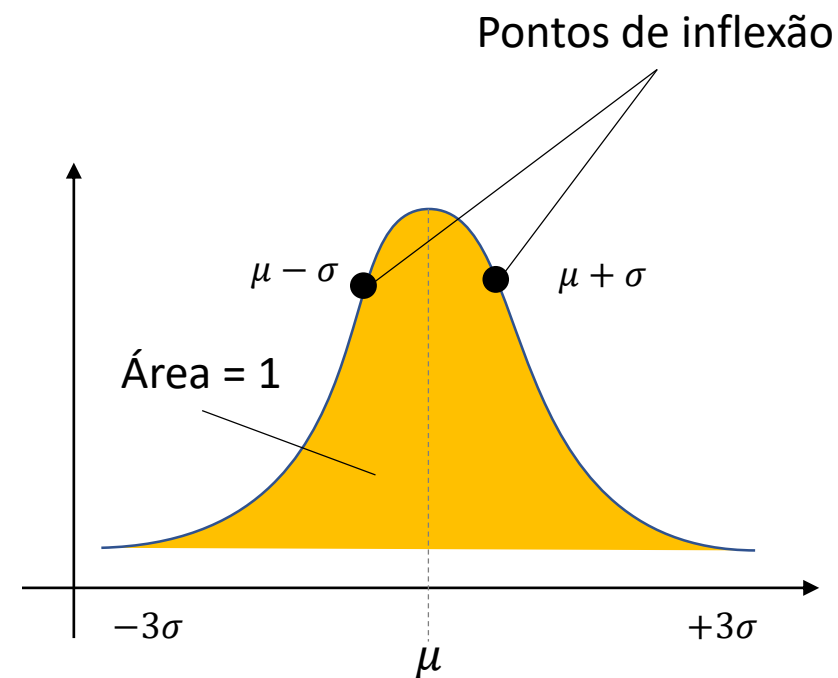
O que você deve aprender

- ✕ Como interpretar gráficos de distribuições de probabilidade normal.
- ✕ Como encontrar áreas sob a curva normal padrão.



Propriedades de uma distribuição normal

1. Média = mediana = moda
2. O gráfico tem forma de sino e é simétrico em torno da média.
3. A área total sob a curva normal é igual a um.
4. À medida que a curva normal se distancia da média, ela se aproxima do eixo x, mas nunca toca.
5. Entre $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$ (no centro da curva), o gráfico se curva para baixo. O gráfico se curva para cima à esquerda de $\mu - \sigma$ e à direita de $\mu + \sigma$. Os pontos nos quais a curva muda de crescente para decrescente são chamados de pontos de inflexão.



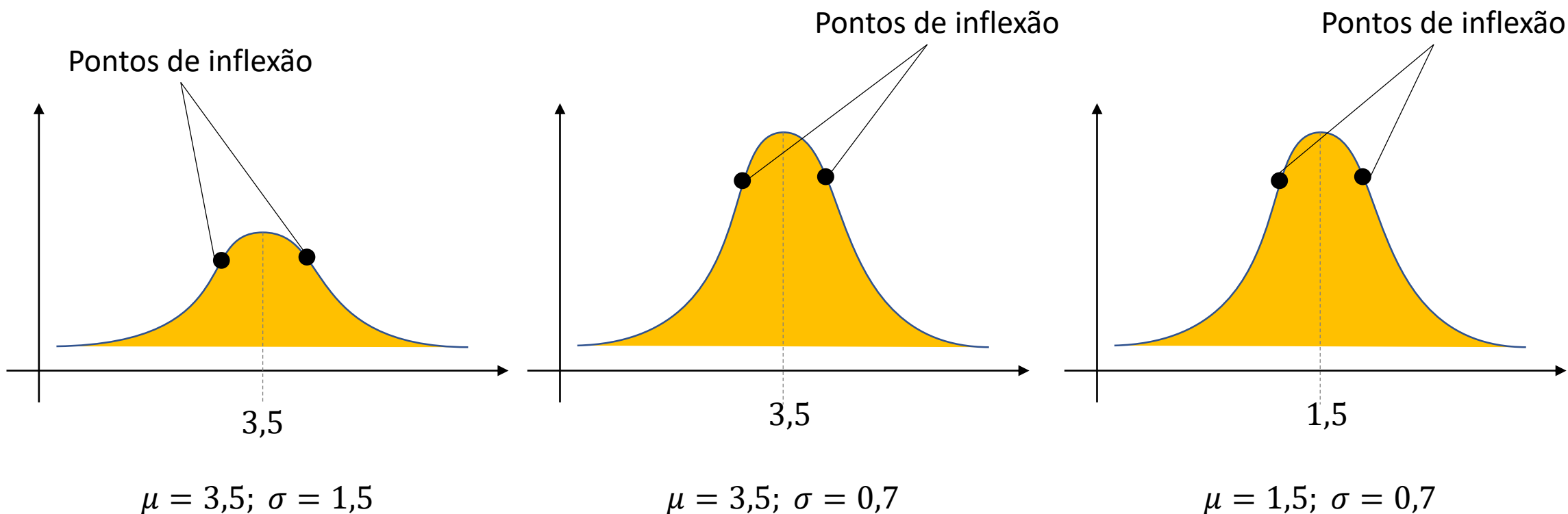
Propriedades de uma distribuição normal

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

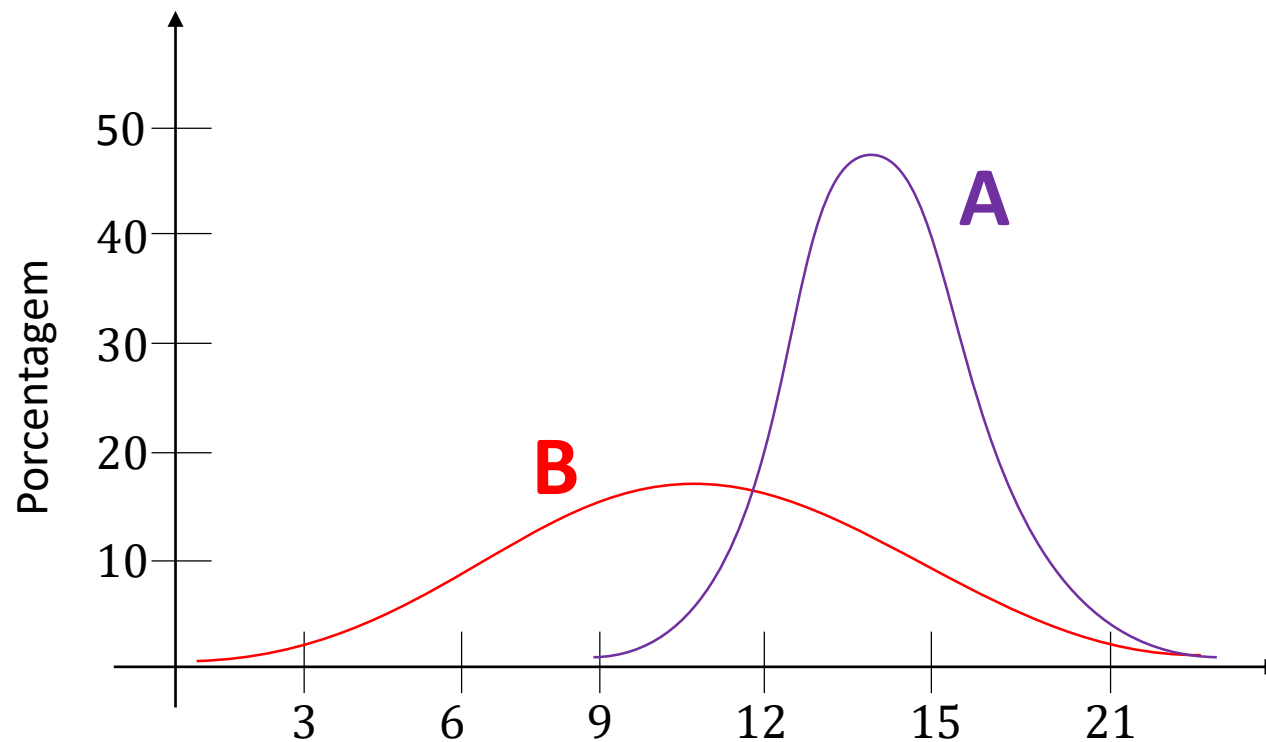
✖ Uma curva normal depende de dois parâmetros:

✖ Média

✖ Desvio padrão

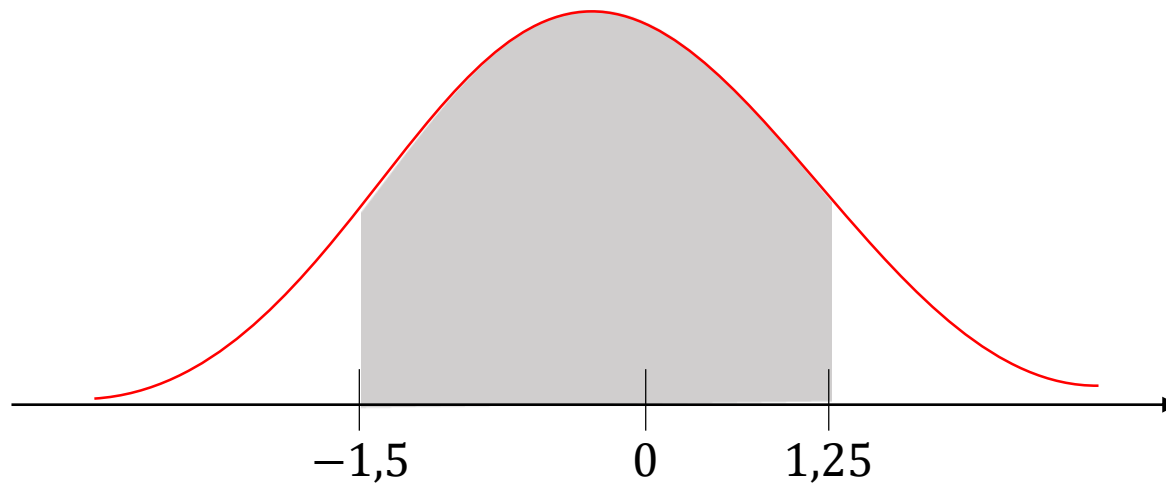


Atividade 1



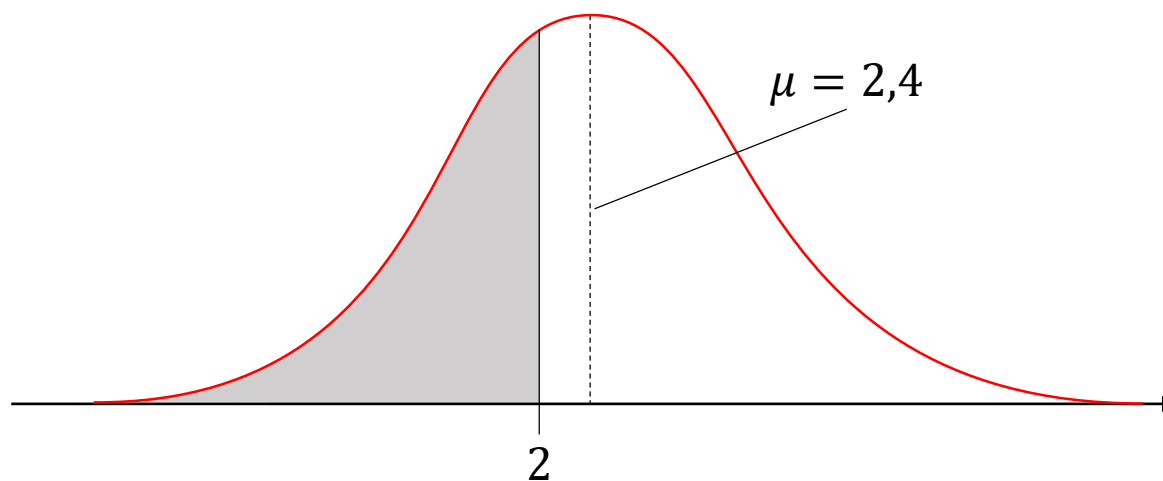
Atividade 2

✕ Encontre a área sob a curva normal padrão entre $z = -1,5$ e $z = 1,25$



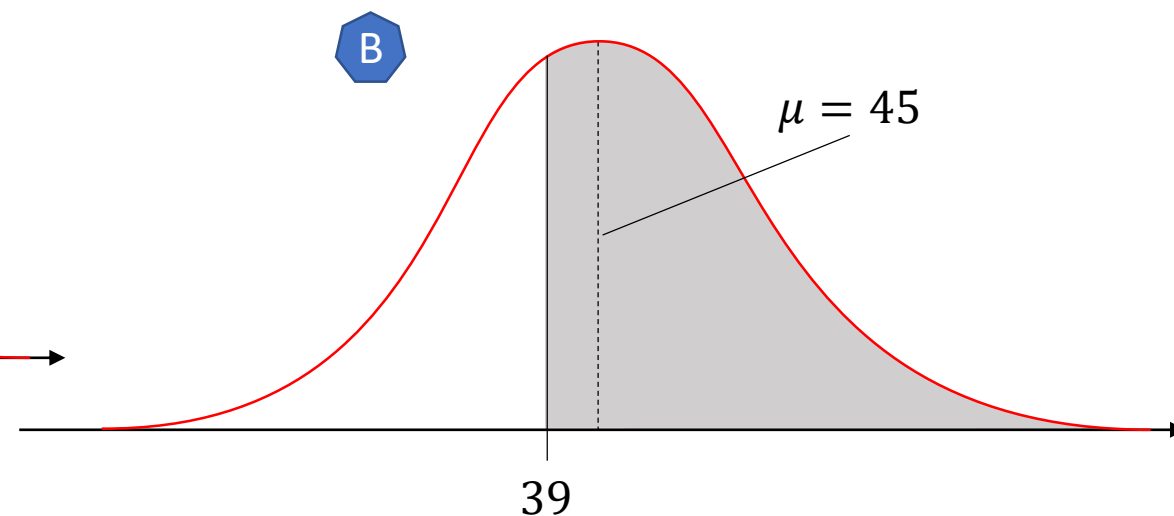
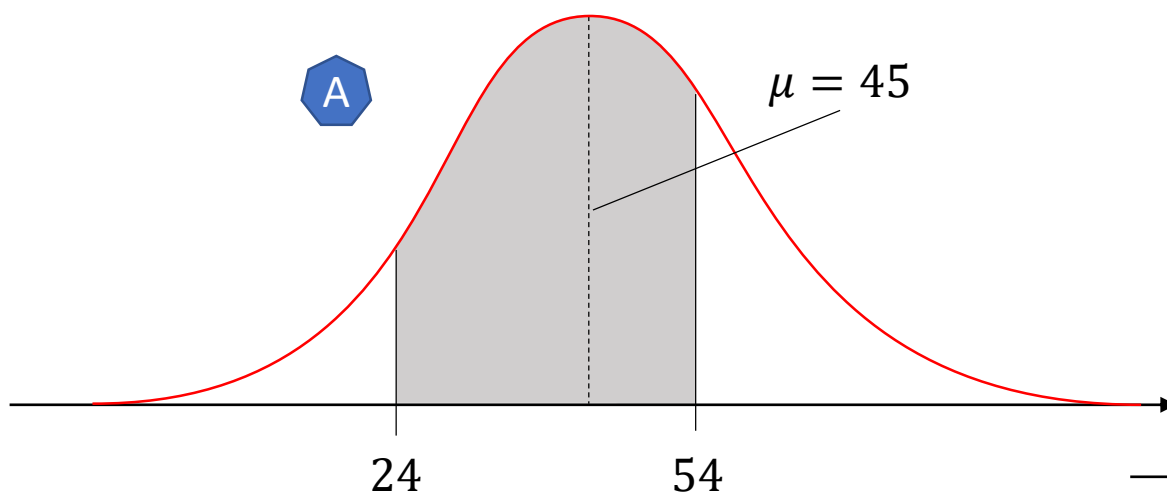
Encontrando probabilidades para distribuições normais

- ✖ Uma pesquisa indica que as pessoas usam seus computadores por uma média de 2,4 anos antes de trocá-los por uma máquina nova. O desvio padrão é 0,5 anos. Um dono de computador é selecionado de forma aleatória. Encontre a probabilidade de que ele vá usar o computador por menos de 2 anos antes de trocá-lo. A variável x é normalmente distribuída.



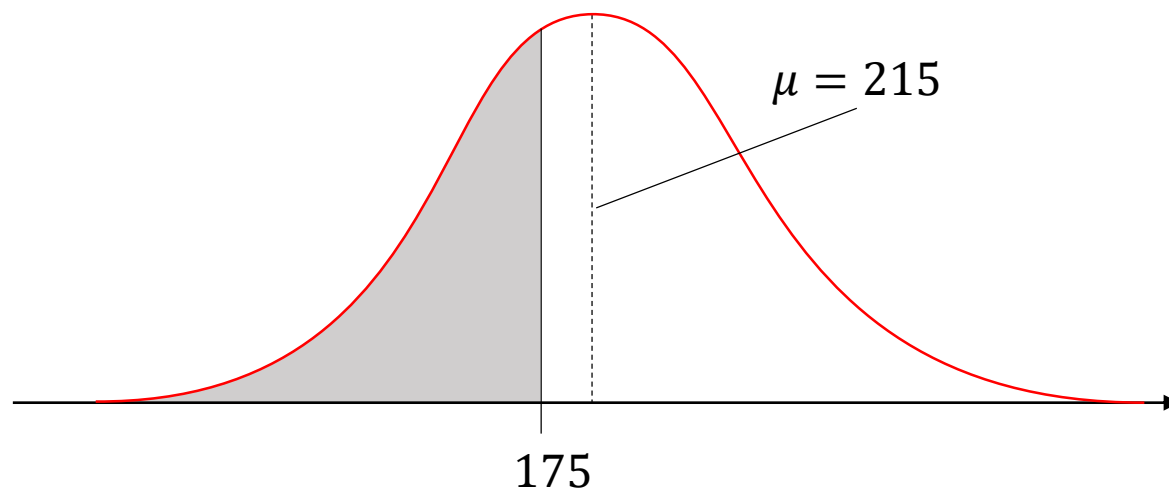
Encontrando probabilidades para distribuições normais

- ✧ Uma pesquisa indica que para cada ida ao supermercado, uma pessoa gasta uma média de 45 minutos, com um desvio padrão de 12 minutos naquela loja. Esse tempo gasto na loja é normalmente distribuído e representado pela variável x . Uma pessoa entra na loja. Encontre a probabilidade, para cada intervalo de tempo listado a seguir, que essa pessoa fique na loja. Depois interprete sua resposta se 200 pessoas entrarem na loja. Quantos compradores você esperaria que houvesse na loja para cada intervalo de tempo listado a seguir?



Encontrando probabilidades para distribuições normais

- ✧ Suponha que os níveis de colesterol dos homens nos Estados Unidos sejam normalmente distribuídos, com uma média de 215 miligramas por decilitro e um desvio padrão de 25 miligramas por decilitro. Você seleciona aleatoriamente um homem dos Estados Unidos. Qual é a probabilidade de que o nível de colesterol dele seja menor que 175?



Distribuições normais: encontrando valores

✖Objetivo:

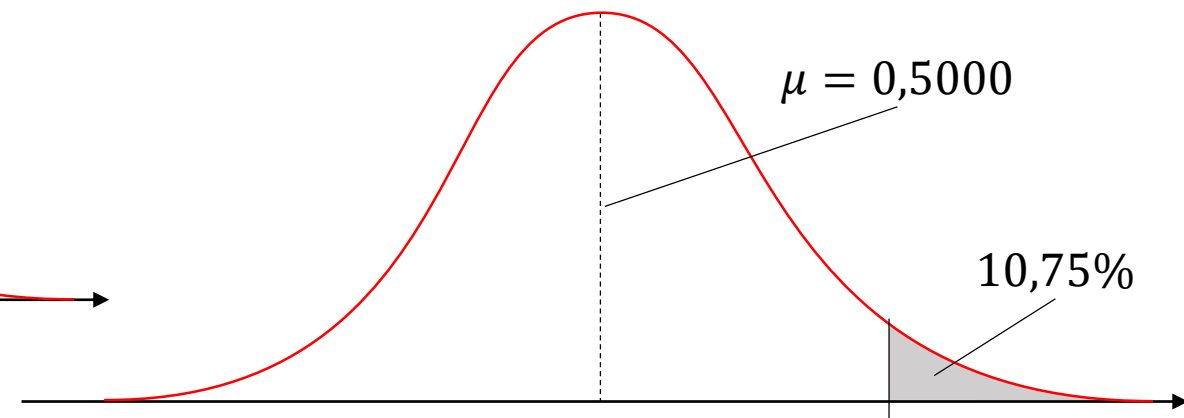
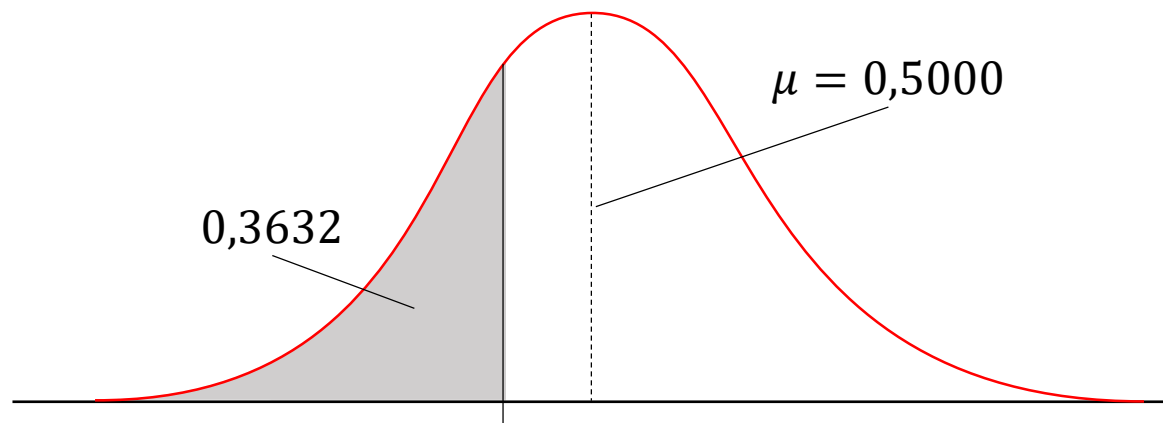
- ✖ Dada uma determinada probabilidade determinar o valor associado.

✖Exemplos:

- ✖ Qual a pontuação mais baixa que um corredor pode tirar em uma prova e ainda estar no topo (10%)?
- ✖ Uma pesquisa médica quer saber qual o valor para selecionar 90% de pacientes entre 45 e 54 anos.

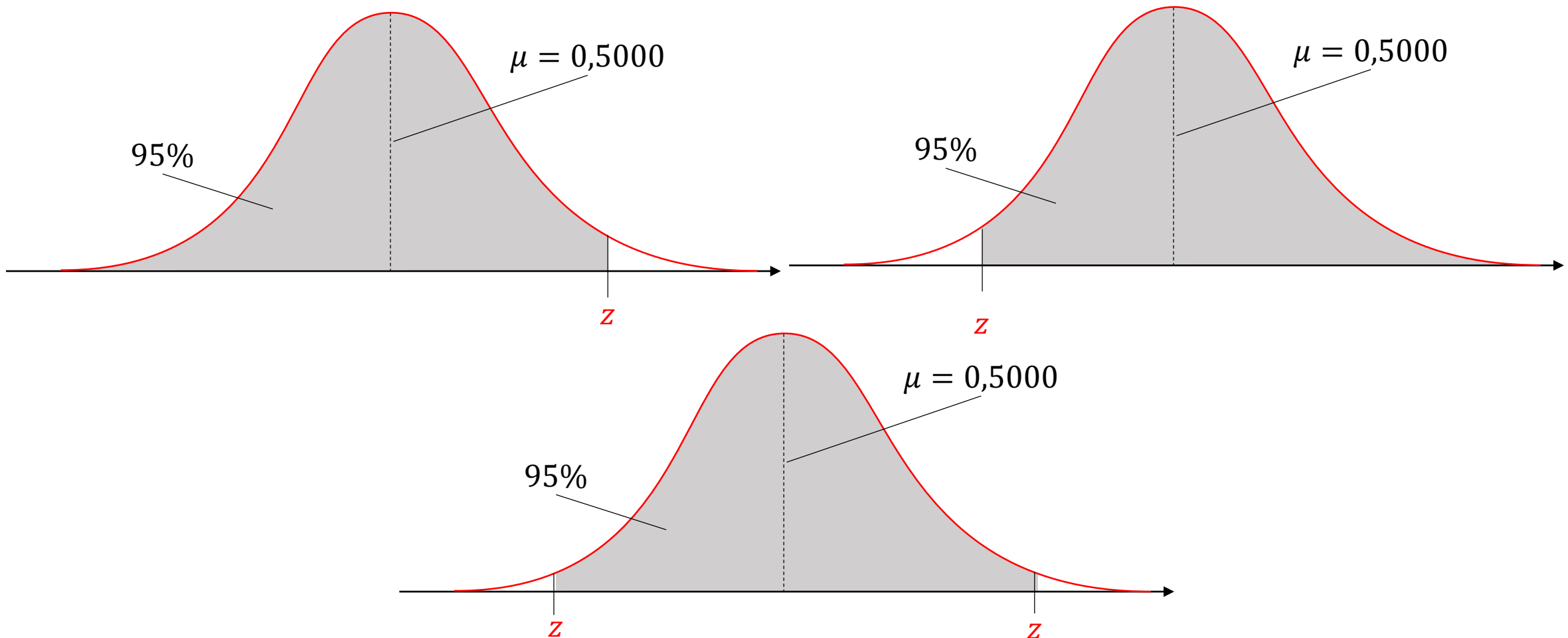
Distribuições normais: encontrando valores

1. Encontre o z-escore que corresponda à área acumulada de 0,3632.
2. Encontre o z-escore que tenha 10,75% da área de distribuição à sua direita.



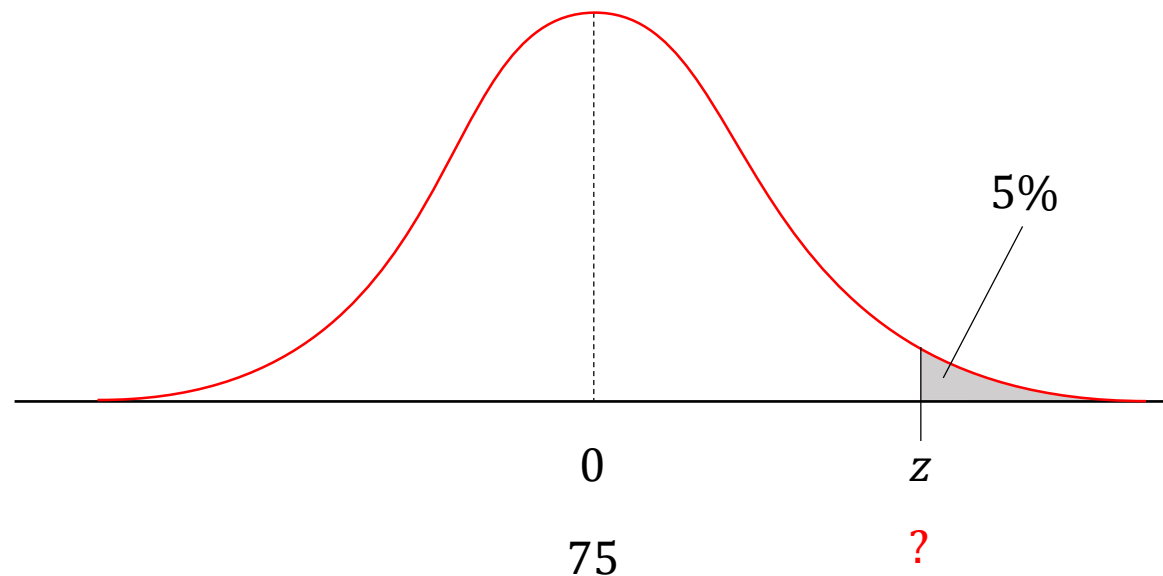
Distribuições normais: encontrando valores z

1. Encontre o z-escore que tenha 95% da área de distribuição à esquerda, depois à direita e no centro.



Distribuições normais: encontrando valores X

- As pontuações para um teste de serviço civil são normalmente distribuídos, com uma média de 75 e um desvio padrão de 6,5. Para ser adequado ao emprego de serviço civil, você deve ter pontuação dentro dos 5% primeiros. Qual é a menor pontuação que você pode conseguir para estar apto?



Distribuições de amostragem e o teorema do limite central

Definição

- ✖ Uma distribuição amostral é a distribuição de probabilidade de uma estatística da amostra que é formada quando amostras de tamanho n são repetidamente colhidas de uma população.
- ✖ Se a estatística da amostra é sua média, temos uma distribuição amostral de médias das amostras.

Distribuições de amostragem e o teorema do limite central

O que você deve aprender

- ✕ Como encontrar distribuições de amostragens e verificar suas propriedades.
- ✕ Como interpretar o teorema do limite central.
- ✕ Como aplicar o teorema do limite central para encontrar a probabilidade de uma média da amostra.

Propriedades de distribuições amostrais das médias de amostras

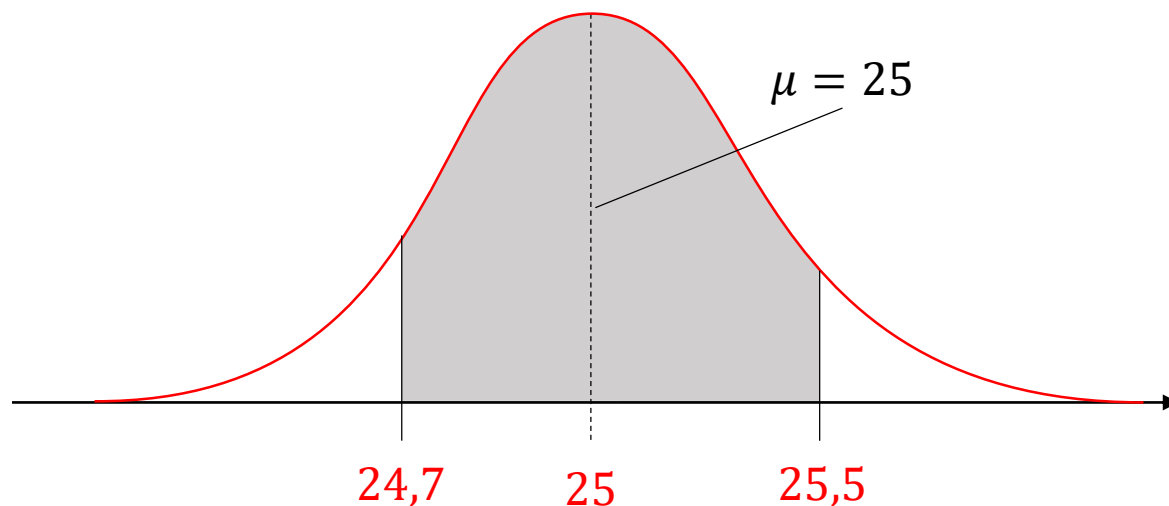
1. A média das amostras $\mu_{\bar{X}}$ é igual a média da população μ .
 - $\mu_{\bar{X}} = \mu$.
 2. O desvio padrão das médias $\sigma_{\bar{X}}$ é igual ao desvio padrão da população σ dividida pela raiz quadrada de n .
 - $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- ✕ O desvio padrão de uma distribuição amostral de médias das amostras é chamado **erro padrão da média**.

O teorema do limite central

1. Se amostras de tamanho n , onde $n \geq 30$, são tiradas de qualquer população com uma média μ e um desvio padrão σ , então a distribuição amostral de médias das amostras se aproxima da distribuição normal. Quanto maior o tamanho da amostra, maior a aproximação.
2. Se uma população é normalmente distribuída, a distribuição amostral de médias das amostras é normalmente distribuída para qualquer amostra de tamanho n .

O teorema do limite central

1. A média que um motorista passando dirigindo é de 25 minutos. Você seleciona aleatoriamente 50 motoristas com idade entre 15 e 19 anos. Qual é a probabilidade de que a média de tempo que eles passam dirigindo todos os dias seja entre 24,7 e 25,5 minutos? Suponha que o desvio padrão é de 1,5 minutos.



Tempo atrás do volante

Média de tempo gasto por dia, dirigindo, por faixa etária:

25 min  18-19

52 min  20-24

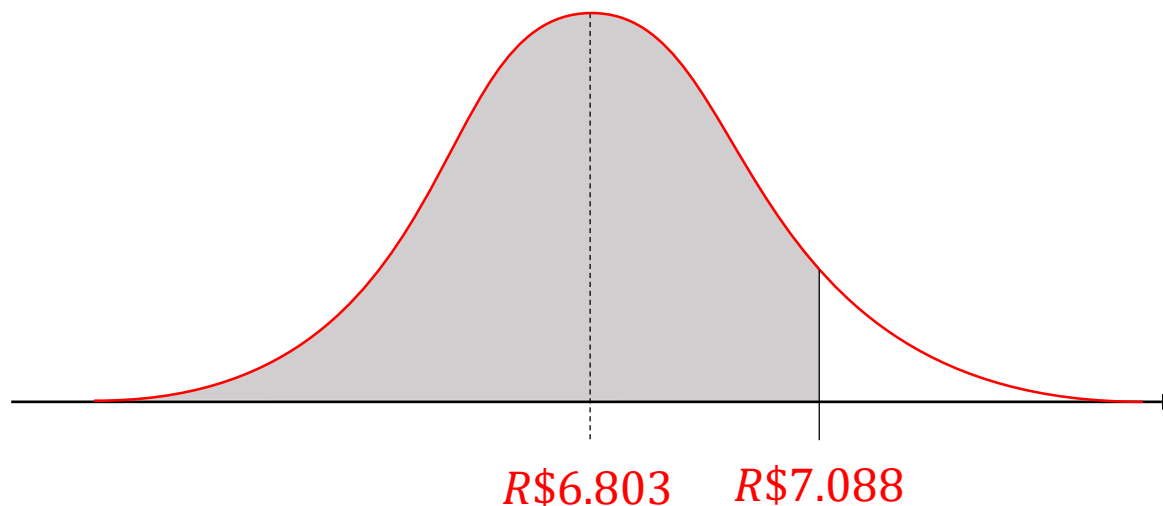
64 min  25-54

58 min  55-64

39 min  65+

O teorema do limite central

- Os gastos médios com quarto e refeição por ano de faculdades de quatro anos são de R\$ 6.803,00. Você seleciona aleatoriamente 9 faculdades de quatro anos. Qual é a probabilidade de que a média de quarto e refeição seja menor que R\$ 7.088,00? Suponha que os gastos com quarto e refeição sejam normalmente distribuídos, com um desvio padrão de R\$ 1.125,00.



Aproximações normais para distribuições binomiais

- **Exemplo:**

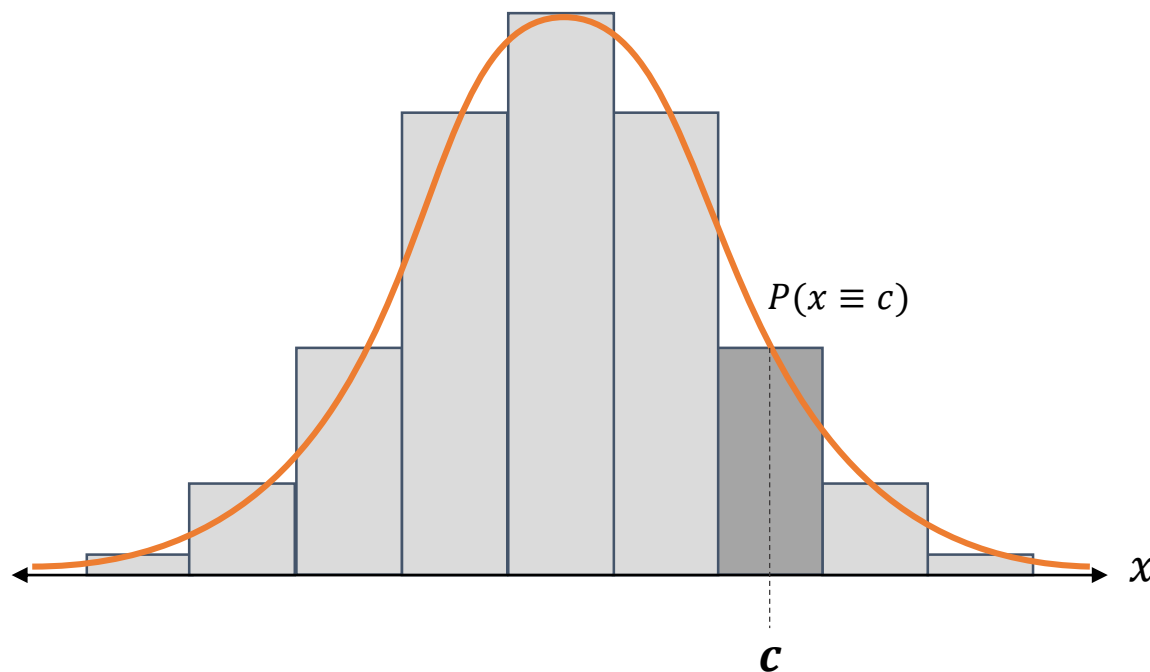
- Se um procedimento cirúrgico tem uma chance de 85% de sucesso e um médico faz o procedimento em 10 pacientes. Qual a probabilidade de exatamente duas cirurgias ocorrerem com sucesso?
- Se a cirurgia ocorrer em 150 pacientes, qual a probabilidade de ocorrência com sucesso em menos de 100 casos?

O que você deve aprender

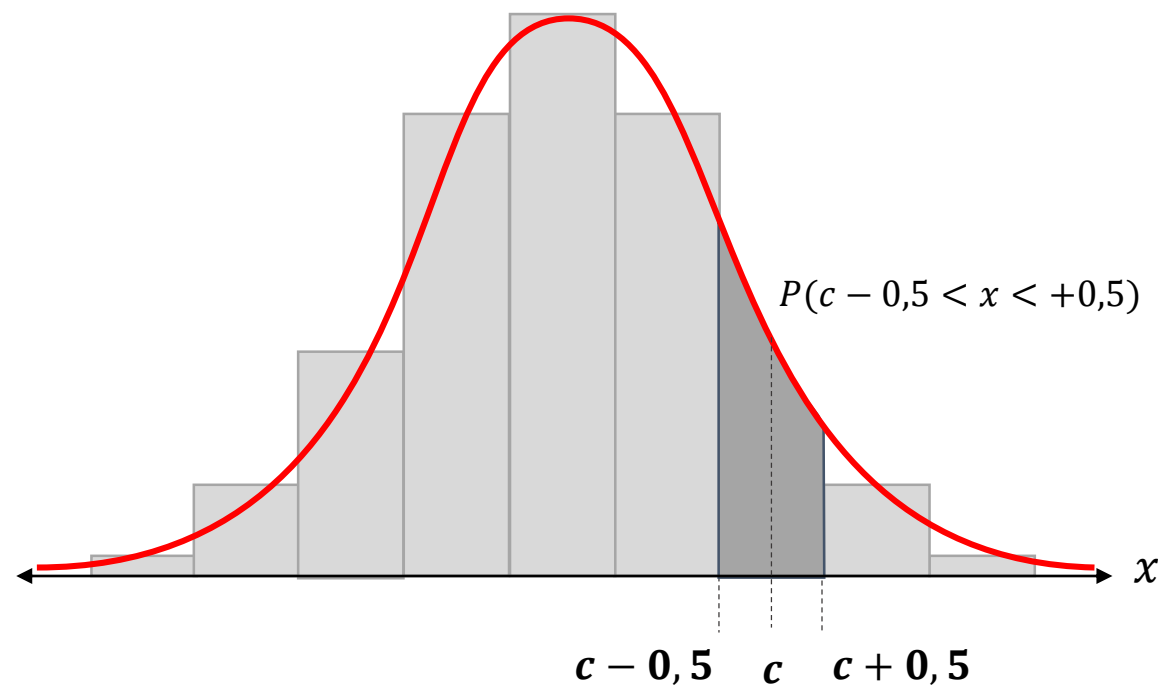
- ✕ Como decidir quando uma distribuição normal pode se aproximar da distribuição binomial.
- ✕ Como encontrar a correção pela continuidade.
- ✕ Como usar a distribuição normal para aproximar as probabilidades binomiais.

Correção pela continuidade

Probabilidade binomial exata



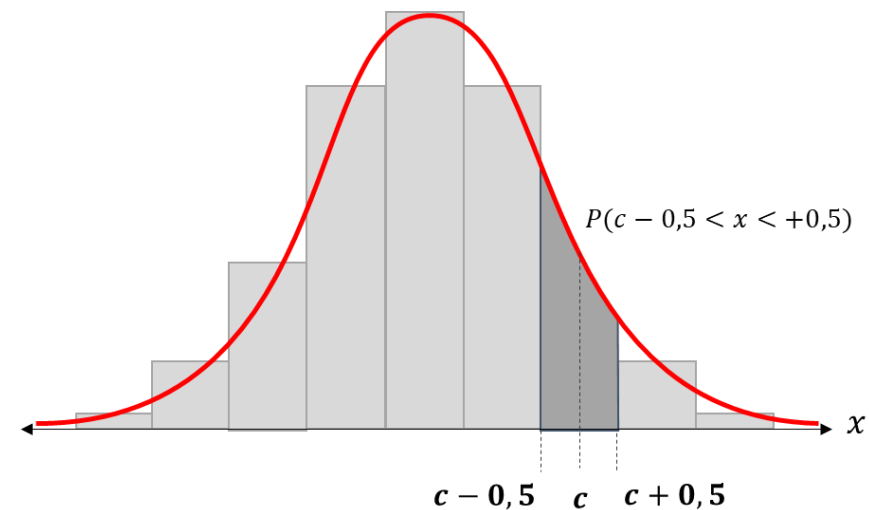
Aproximação normal



Correção pela continuidade

Usando uma correção pela continuidade

✖ Para usar a correção pela continuidade, simplesmente subtraia 0,5 do menor valor e adicione 0,5 para o maior valor.



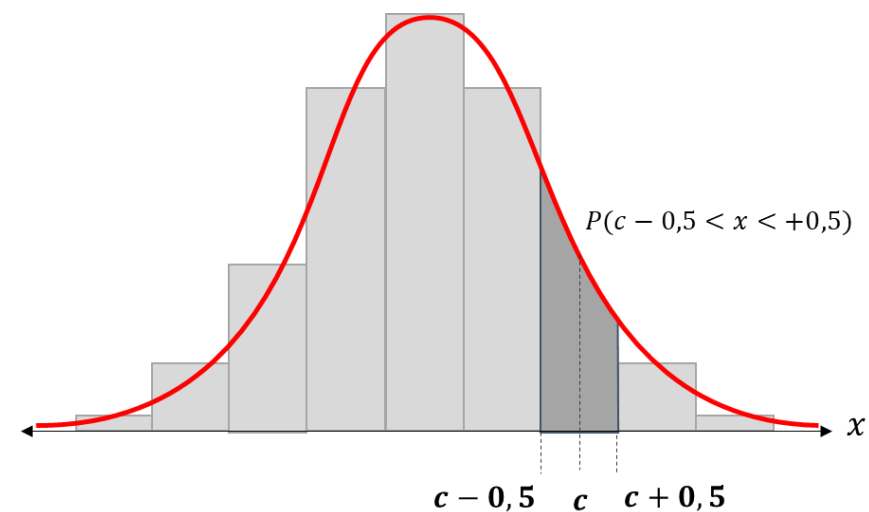
1. A probabilidade de conseguir entre **270 e 310** sucessos, inclusive.
➤ **$269,5 < x < 310,5$**
2. Os valores do ponto médio discreto são **158, 159, 160, ...**. O intervalo correspondente à distribuição contínua é:
➤ **$x > 157,5$**
3. Os valores do ponto médio discreto são **..., 60, 61, 62**. O intervalo correspondente à distribuição normal é:
➤ **$x > 62,5$**

Correção pela continuidade

Atividade

✖ Use uma correção pela continuidade para converter cada um dos seguintes intervalos binomiais em intervalos de distribuição normal.

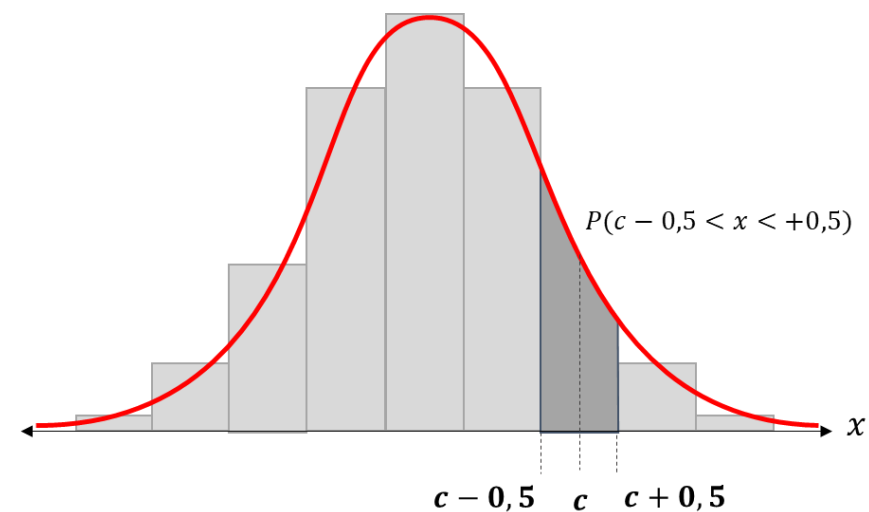
1. A probabilidade de conseguir **57 e 83** sucessos, inclusive.
2. A probabilidade de conseguir no máximo **54** sucessos.
 - a. Liste os valores do ponto médio para a probabilidade binomial.
 - b. Use a correção pela continuidade para escrever o intervalo de distribuição normal.



Correção pela continuidade

Solução

✖ Use uma correção pela continuidade para converter cada um dos seguintes intervalos binomiais em intervalos de distribuição normal.



1. A probabilidade de conseguir **57 e 83** sucessos, inclusive.
➤ **$56,5 < x < 83,5$**
2. A probabilidade de conseguir no máximo **54** sucessos.
 - a. Liste os valores do ponto médio para a probabilidade binomial.
➤ **... 49, 50, 51, 52, 53, 54**
 - b. Use a correção pela continuidade para escrever o intervalo de distribuição normal.
➤ **$x > 54,5$**

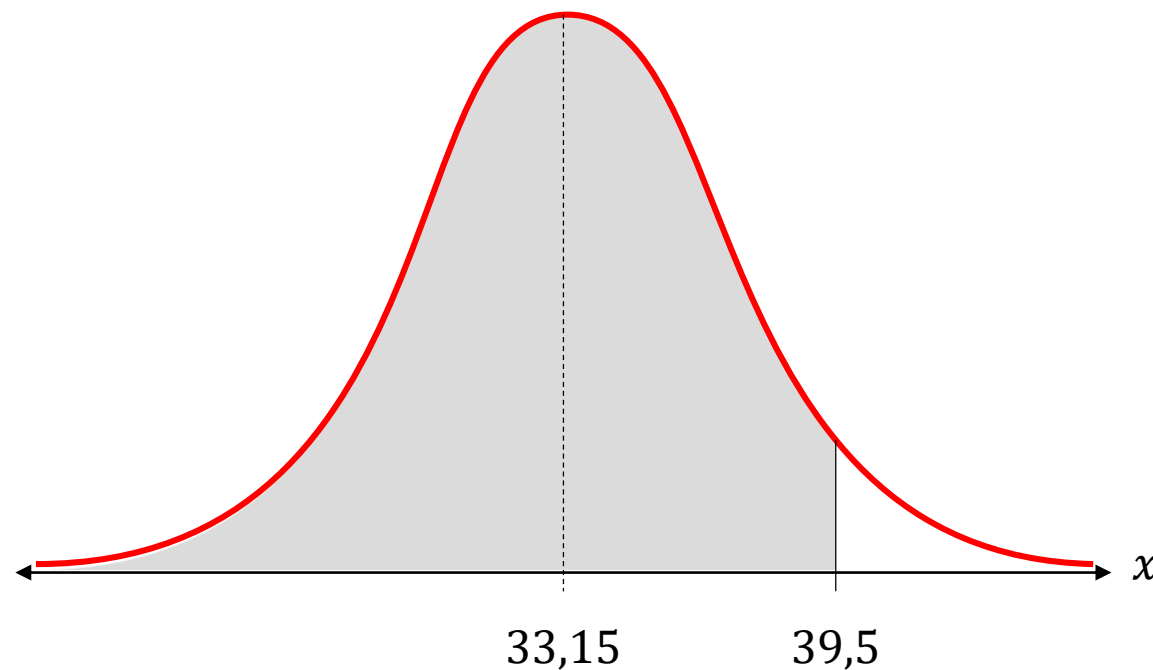
Aproximando probabilidades binomiais

Instruções

Em palavras	Em símbolos
1. Verifique se a distribuição normal se aplica.	<ul style="list-style-type: none">Especifique n, p, e q.
2. Determine se você pode usar a distribuição normal para aproximar x , a variável binomial.	<ul style="list-style-type: none">np é ≥ 5?nq é ≥ 5?
3. Encontre a média μ e o desvio padrão σ para a distribuição.	<ul style="list-style-type: none">$\mu = np$$\sigma = \sqrt{npq}$
4. Aplique a correção pela continuidade apropriada.	<ul style="list-style-type: none">Subtraia 0,5 do menor valor.Adicione 0,5 do maior valor.
5. Encontre o(s) z-escore(s) correspondente(s).	<ul style="list-style-type: none">$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$
6. Encontre a probabilidade	<ul style="list-style-type: none">Use a Tabela Normal Padrão ou tecnologia.

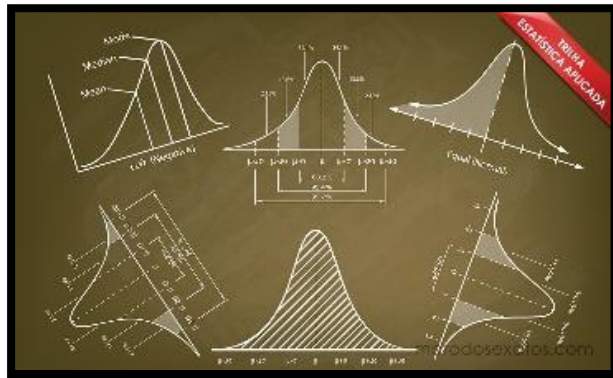
Aproximando uma probabilidade binomial

- ✧ Cinquenta e um por cento dos adultos nos Estados Unidos, cujas promessas de final de ano foram de se exercitar mais, alcançaram seus objetivos. Você seleciona aleatoriamente 65 adultos nos EUA que fizeram tais promessas e lhes pergunta se eles cumpriram a promessa. Qual é a probabilidade de que menos de 40 deles respondam sim?



Considerações finais

Distribuições de Probabilidade Normais



Intervalos de Confiança



- ✖ Determinar probabilidades
- ✖ Determinar valores
- ✖ Teorema do Limite Central (TLC)
- ✖ Aproximações para distribuições Binomiais

- ✖ I.C. para Média
- ✖ I.C. para Proporções
- ✖ I.C. para Variância e Desvio Padrão