



# CORRELAÇÃO E REGRESSÃO

Inferência Estatística

MÉTODOS  
**ΣXATOS®**  
CURSOS AVANÇADOS PARA ANÁLISE DE DADOS



Prof. Ms. André Santos



- ✓ Ms. Engenharia de Produção
- ✓ MBA Finanças & Banking
- ✓ Esp. Estatística Aplicada
- ✓ Esp. Marketing
- ✓ Matemático

# Metodologia:

- ✖ Educação continuada;
- ✖ Conteúdo progressivo e cumulativo;
- ✖ Linguagem simples;
- ✖ Formalismo científico





# Processos & Ferramentas

## Aspectos técnicos

- ✕ Teoria
- ✕ Demonstrações
- ✕ Exercícios
- ✕ Estudo de Casos

## Objetivos

- ✕ Conhecimento científico
- ✕ Conhecimento prático
- ✕ Defender cientificamente modelos empíricos

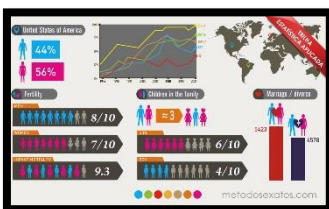


# Onde estamos



## Área 1: Descritiva

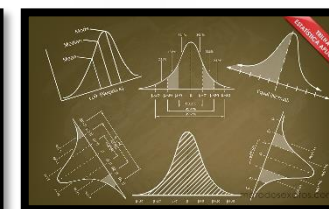
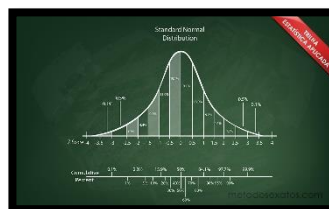
### Planejamento Estatístico



### Estatística Descritiva



### Probabilidade



## Área 2: Inferencial

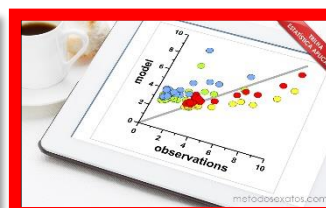
### Intervalos de Confiança



### Testes de hipóteses



### Regressão



### Testes $\chi^2$ e Distribuição F



### Testes não-paramétricos

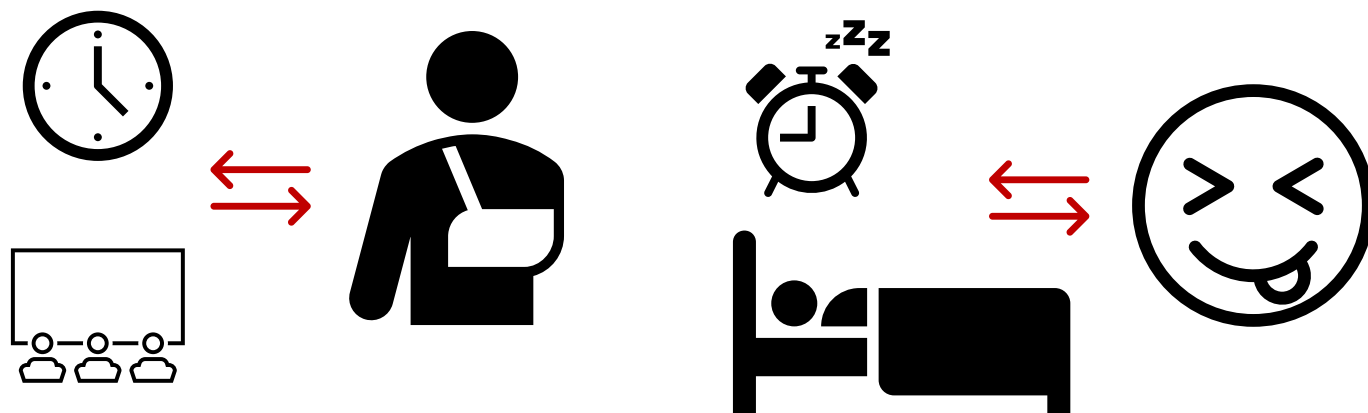


# Correlação

## O que você deve aprender

- ✓ O que são variáveis dependentes e independentes
- ✓ Tipos de correlação
- ✓ Coeficiente de correlação
- ✓ Testar o coeficiente de correlação
- ✓ Distinguir entre correlação e causalidade

# Correlação

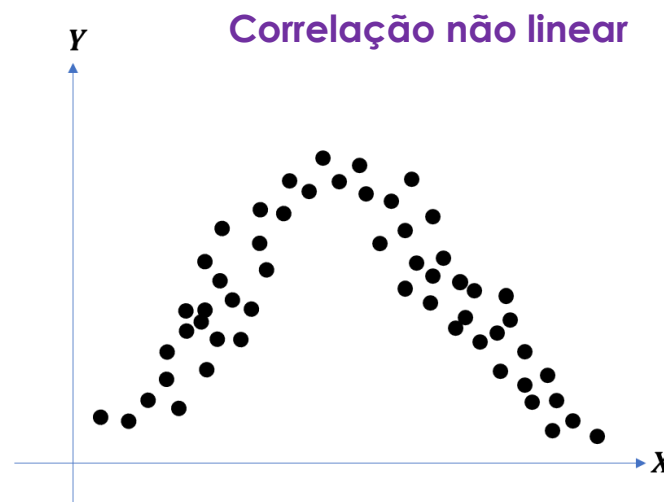
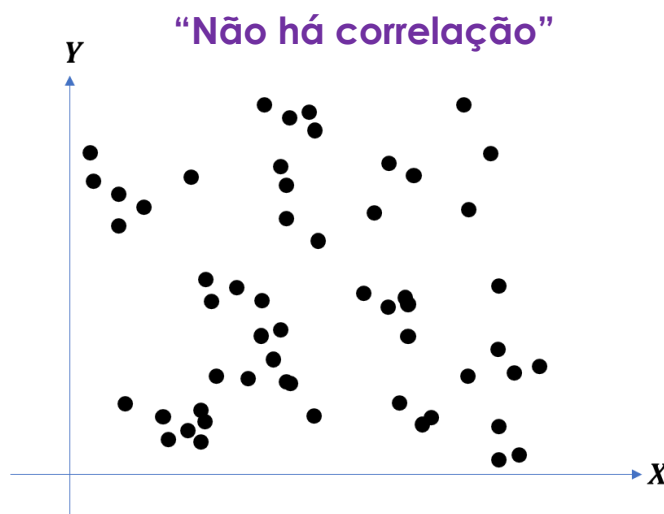
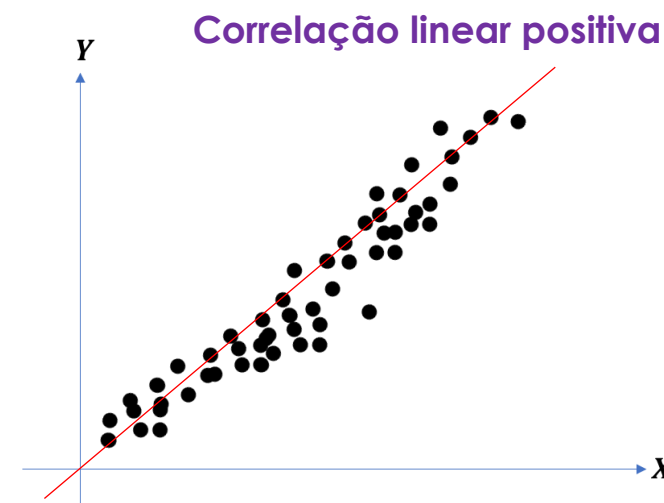
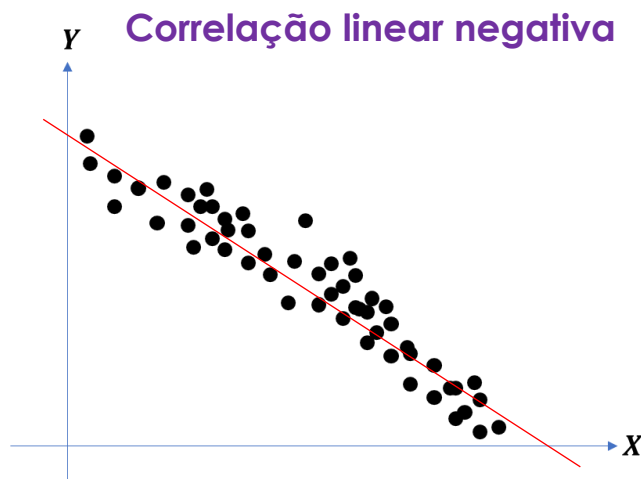


## Definição

1. Uma correlação é uma relação entre duas variáveis.
2. Os dados podem ser representados por pares ordenados  $(x, y)$ , onde
  - ~~•  $x$  é a variável independente (ou explanatória) e  $y$  é a variável dependente (ou resposta).~~

# Correlação

## Tipos de Correlação





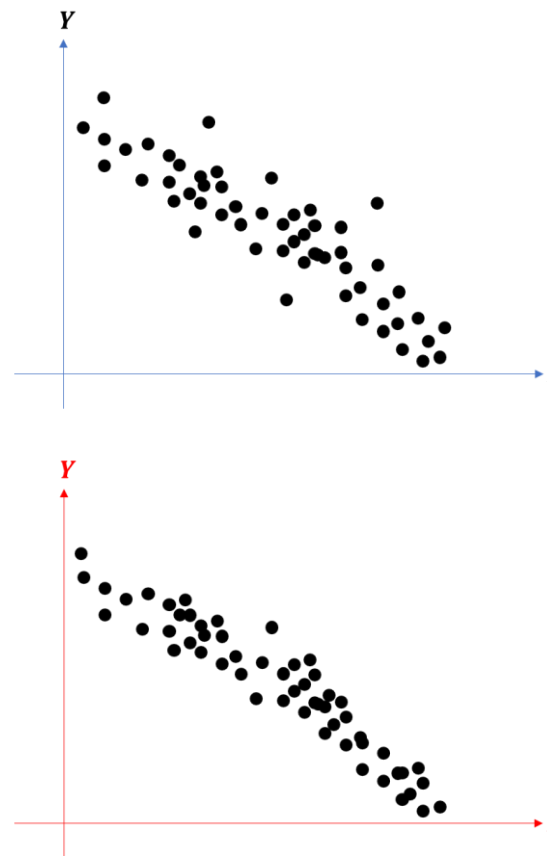
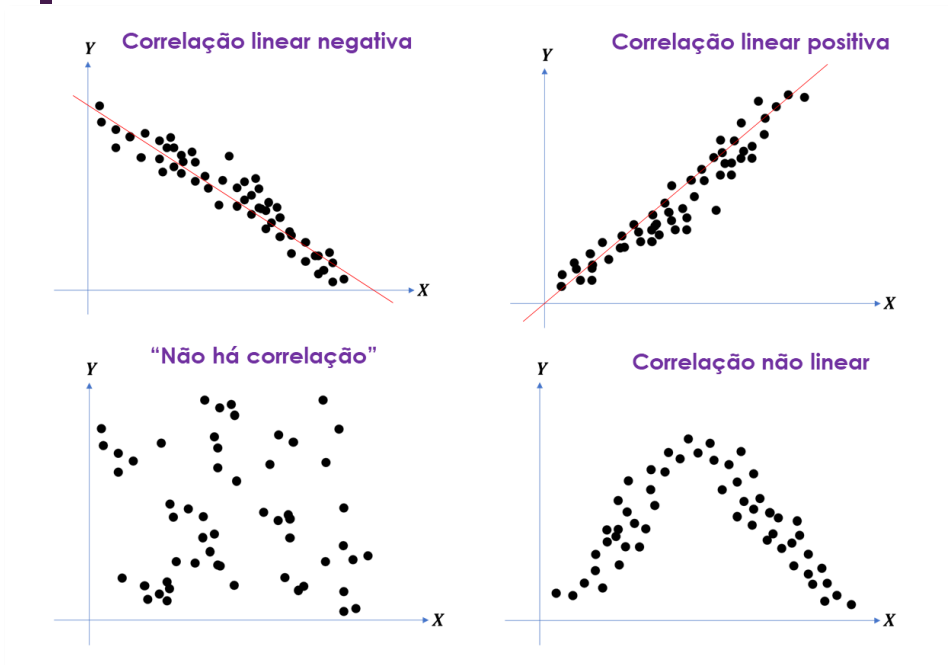
# Correlação

## Exemplo

- ✓ Você é um(a) analista de comportamento do consumidor (marketing) e conduziu um estudo para determinar se há uma associação entre publicidade e vendas:
  - ✓ Quais são as possíveis variáveis (x,y)
  - ✓ Construa o diagrama
  - ✓ Identifique o tipo de correlação
  - ✓ Com base no resultado é possível realizar um modelo de regressão linear?

Amostra
<b>Vendas</b> = (225; 184; 220; 240; 180; 184; 186; 215)
<b>Publicidade</b> = (2,4; 1,6; 2,0; 2,6; 1,4; 1,6; 2,0; 2,2)

# Correlação



**Coefficiente de correlação produto-momento de Person.**

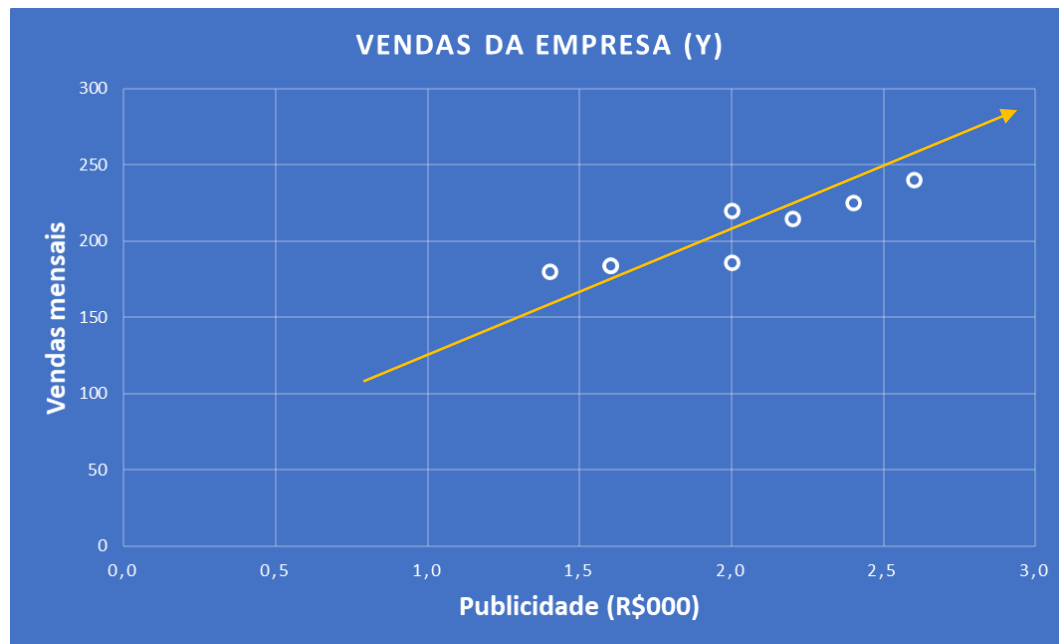
Karl Pearson (UK, 1857-1936)

## Coefficiente de correlação

- ✓ O coeficiente de correlação é uma medida da força e direção de uma relação linear entre duas variáveis. O símbolo  $r$  representa o coeficiente de correlação amostral:

$$r = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

# Correlação



## Teste de hipótese para um coeficiente de correlação $\rho$ de uma população

✓ Determinar se o coeficiente de correlação é significativo.

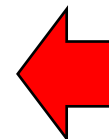
### Teste unicaudal à direita

$$\begin{cases} H_0: \rho \geq 0 (\text{não há correlação negativa significativa}) \\ H_a: \rho < 0 (\text{correlação negativa significativa}) \end{cases}$$

### Teste unicaudal à esquerda

$$\begin{cases} H_0: \rho \leq 0 (\text{não há correlação positiva significativa}) \\ H_a: \rho > 0 (\text{correlação positiva significativa}) \end{cases}$$

Se o Valor-p (p-value) for menor que o nível de significância ( $\alpha$ ) então a correlação entre as variáveis é significativa.



### Teste bicaudal

$$\begin{cases} H_0: \rho = 0 (\text{não há correlação significativa}) \\ H_a: \rho \neq 0 (\text{correlação significativa}) \end{cases}$$

# Correlação

## Correlação e causalidade

1. Há uma relação direta de causa e efeito entre as variáveis?
2. Há uma relação de causa e efeito reversa entre as variáveis?
3. É possível que a relação entre as variáveis possa ser causada por uma terceira variável?
4. É possível que a relação entre duas variáveis seja uma coincidência?



# Correlação

## Correlação e causalidade

1. Há uma relação direta de causa e efeito entre as variáveis?
2. Há uma relação de causa e efeito reversa entre as variáveis?
3. É possível que a relação entre as variáveis possa ser causada por uma terceira variável?
4. É possível que a relação entre duas variáveis seja uma coincidência?

X causa Y?



# Correlação

## Correlação e causalidade

1. Há uma relação direta de causa e efeito entre as variáveis?
2. **Há uma relação de causa e efeito reversa entre as variáveis?**
3. É possível que a relação entre as variáveis possa ser causada por uma terceira variável?
4. É possível que a relação entre duas variáveis seja uma coincidência?

Y causa X?



# Correlação

## Correlação e causalidade

1. Há uma relação direta de causa e efeito entre as variáveis?
2. Há uma relação de causa e efeito reversa entre as variáveis?
3. **É possível que a relação entre as variáveis possa ser causada por uma terceira variável?**
4. É possível que a relação entre duas variáveis seja uma coincidência?

**Z causa X e Y?**



# Correlação

## Correlação e causalidade

1. Há uma relação direta de causa e efeito entre as variáveis?
2. Há uma relação de causa e efeito reversa entre as variáveis?
3. É possível que a relação entre as variáveis possa ser causada por uma terceira variável?
4. **É possível que a relação entre duas variáveis seja uma coincidência?**

?





# Regressão linear

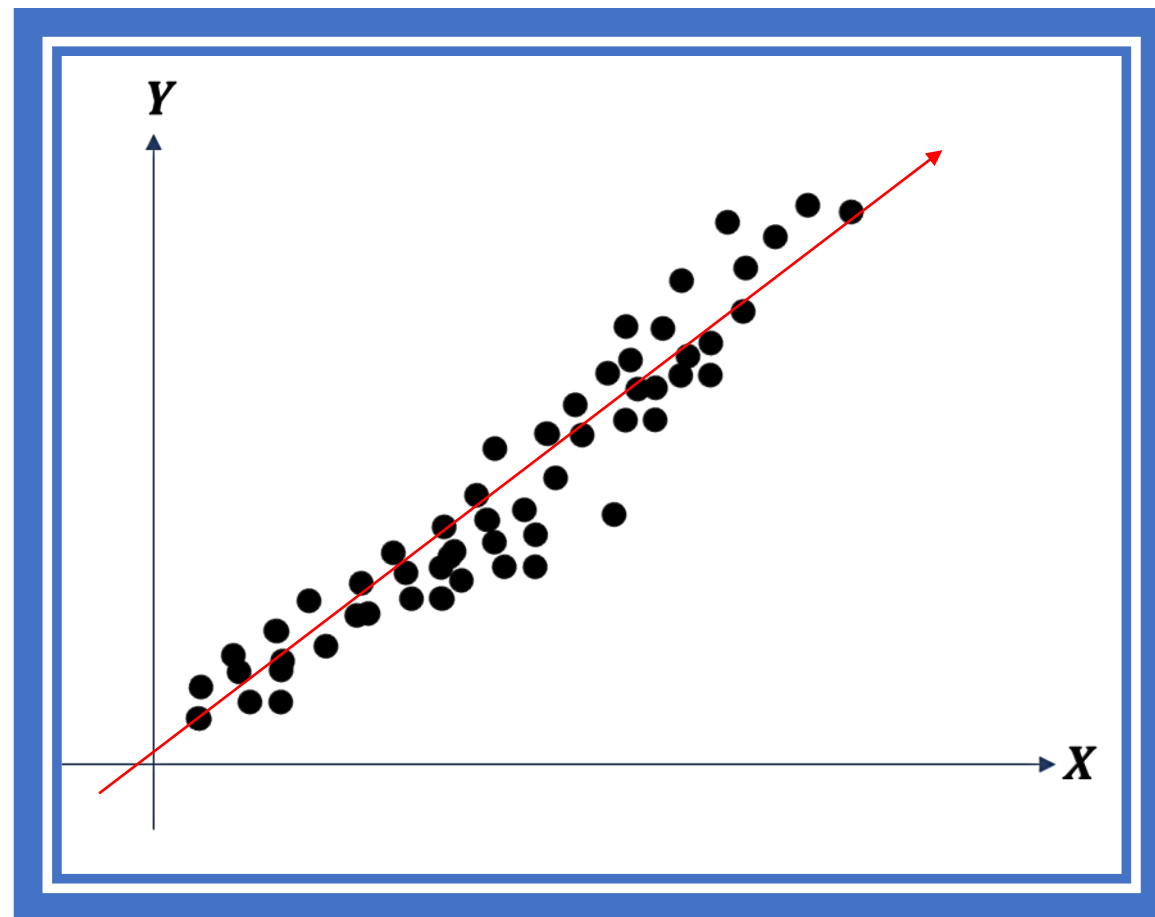
## Objetivos

### Etapa 1

- Encontrar a equação da linha de regressão

### Etapa 2

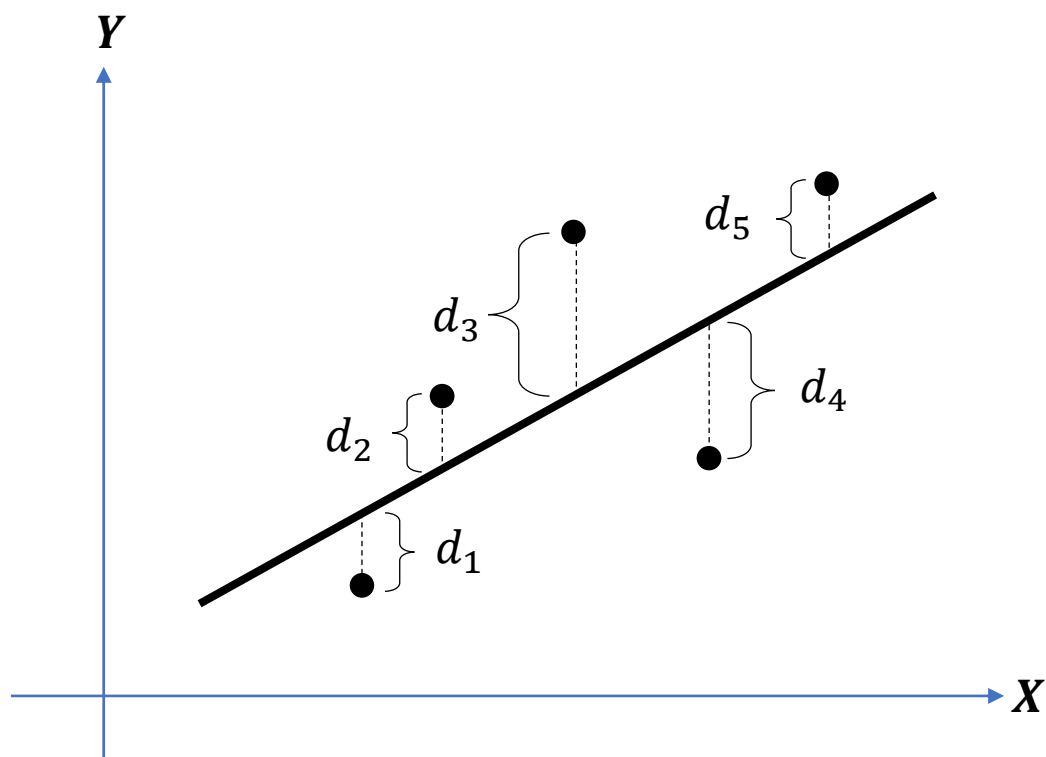
- Prever valores  $y$  usando uma equação de regressão



# Regressão

## Definição

- Uma linha de regressão, também denominada linha de melhor ajuste, é a linha para a qual a soma dos quadrados dos resíduos é um mínimo.



Para um dado valor  $x$ ,  
 $d = (\text{valor } y \text{ observado}) - (\text{valor } y \text{ previsto})$

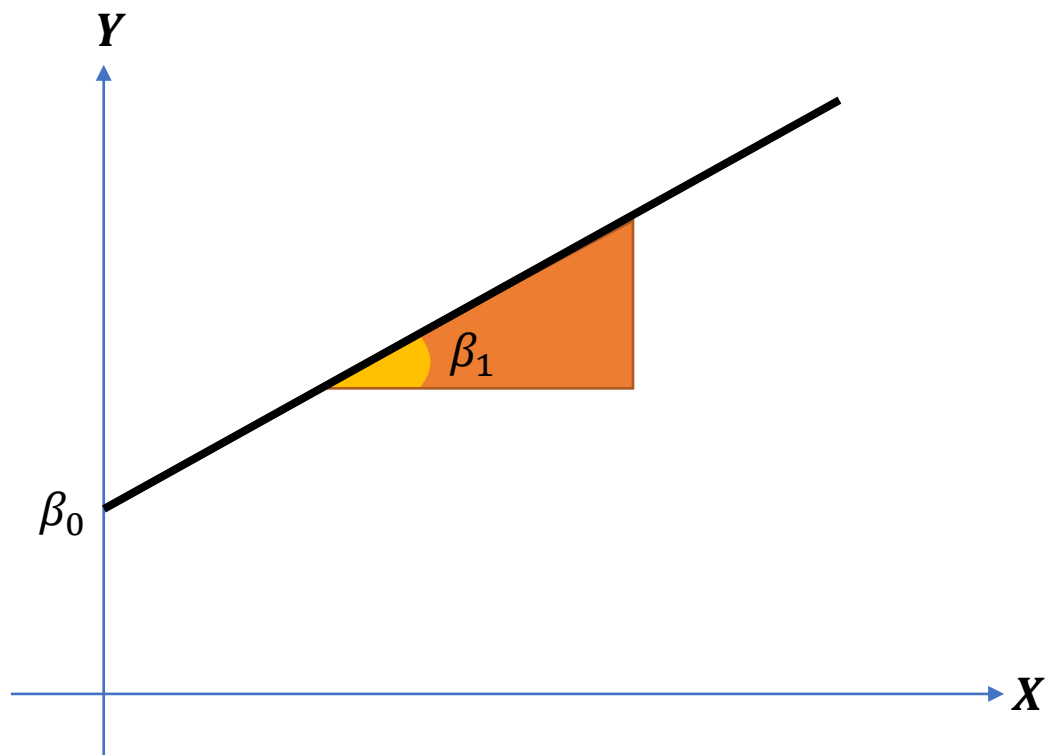
X	Observado (ponto)	Previsto (reta)	d (distância)	d <sup>2</sup>
A	2	4	-2	4
B	6	5	1	1
C	8	6	2	4
D	4	7	-3	9
E	10	8	2	4

0      22

# Regressão

## Interpretação da equação de regressão

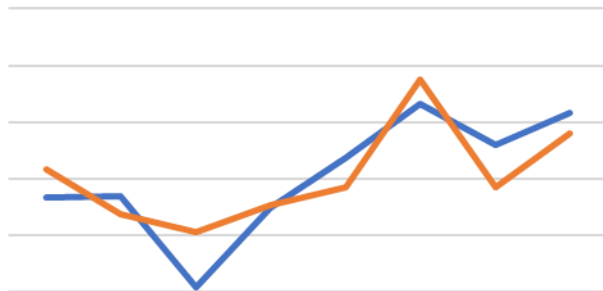
- Coeficientes:
  - $\beta_0$ : *Intercepto*
  - $\beta_1$ : *Coeficiente angular*



$$y = 104 + 50x$$

# Regressão – Análise dos Resultados

$$sal = sb + \beta_{emp} * Emp$$



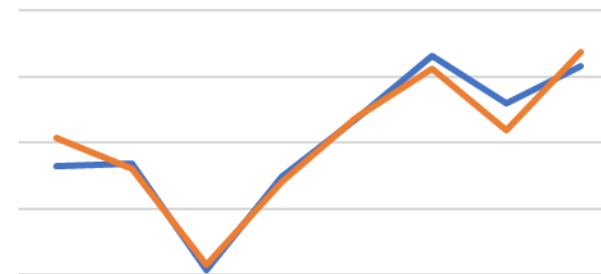
Estatísticas	Resultado
R <sup>2</sup>	0,67
Erro	1.287,73
Coeficiente 1 (intersecção)	55.152,98
Coeficiente 2 (Emprego)	316,77

$$sal = sb + \beta_{emp} * Emp + \beta_{edu} * Edu$$



Estatísticas	Resultado
R <sup>2</sup>	0,89
Erro	801,13
Coeficiente 1 (intersecção)	48.283,70
Coeficiente 2 (Emprego)	336,29
Coeficiente 3 (Educação)	442,22

$$sal = sb + \beta_{emp} * Emp + \beta_{edu} * Edu + \beta_{exp} * Exp$$



Estatísticas	Resultado
R <sup>2</sup>	0,94
Erro	659,48
Coeficiente 1 (intersecção)	49.764,44
Coeficiente 2 (Emprego)	364,41
Coeficiente 3 (Educação)	227,61
Coeficiente 4 (Experiência)	266,93

## Legenda:

$\beta_{edu}$  = Coeficiente parcial da variável Edu  
 $\beta_{emp}$  = Coeficiente parcial da variável Emp  
 $\beta_{exp}$  = Coeficiente parcial da variável Exp  
Edu = Anos de estudo

Emp = Anos na mesma empresa  
Exp = Experiência em outras empresas  
sal = salário anual  
sb = salário base



# Regressão – Análise dos Resultados

## Modelo Stepwise - Summary

Model	R	R <sup>2</sup>	Adjusted R <sup>2</sup>	RMSE
1	0.000	0.000	0.000	2103.456
2 (emp)	0.824	0.679	0.625	1287.731
3 (emp+exp)	0.947	0.898	0.857	795.857

### Modelo 2

- 67% variação dos dados

### Modelo 3

- Incremento de 21,9 p.p.

## RLM

Estatísticas	Resultado
R <sup>2</sup>	0,94
Erro	659,48
Coeficiente 1 (intersecção)	49.764,44
Coeficiente 2 (Emprego)	364,41
Coeficiente 3 (Educação)	227,61
Coeficiente 4 (Experiência)	266,93

# Considerações finais

## Objetivos

- Importância da correlação
- Analisar os coeficientes da regressão

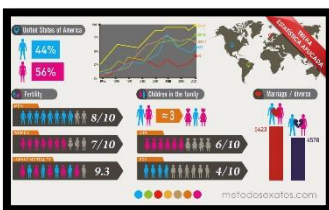
## Próximos passos

- Testes de normalidade
- Intervalos de previsão

# Próximos passos

## Área 1: Descritiva

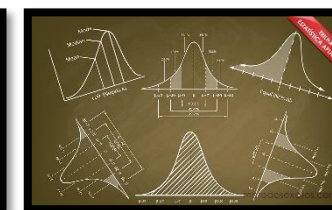
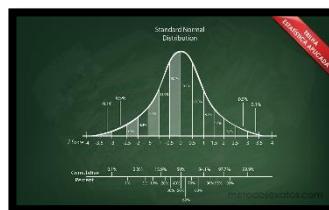
### Planejamento Estatístico



### Estatística Descritiva



### Probabilidade

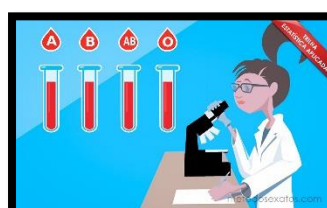


## Área 2: Inferencial

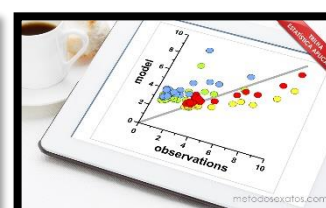
### Intervalos de Confiança



### Testes de hipóteses



### Regressão



### Testes $\chi^2$ e Distribuição F



### Testes não-paramétricos



[andre@metodosexatos.com.br](mailto:andre@metodosexatos.com.br)



Obrigado!  
André Santos  
[www.metodosexatos.com](http://www.metodosexatos.com)

