

## Projekt zaliczeniowy

### Symulator parametrów filtra dolno przepustowego

(autor: Rober Szmurło)

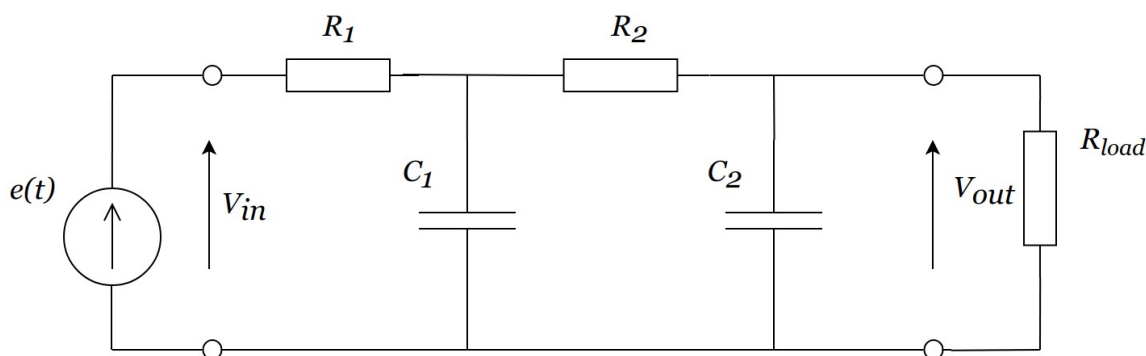
#### Wprowadzenie

Metody numeryczne są dziedziną, która zajmuje się metodami rozwiązywania problemów i zagadnień inżynierskich, matematycznych, ekonomicznych, fizycznych, i wielu innych na maszynach cyfrowych. Dzisiaj nie są już to tylko komputery, ale również coraz bardziej 'dziwaczne' urządzenia typu Internet rzeczy (ang. IoT). W trakcie pracy zawodowej zarówno informatycy, elektrycy, automatycy jak i elektrycy często muszą zmierzyć się zagadnieniami numerycznymi z różnych dziedzin. W niniejszym projekcie, aby przedstawić praktyczne zastosowanie metod numerycznych jako temat wybrany został bardzo prosty obwód elektryczny reprezentujący filtr dolnoprzepustowy. W skrócie, ideą filtra dolnoprzepustowego jest zaprojektowanie układu, który pewien sygnał wejściowy przekształcał w inny sygnał na wyjściu tak aby przechodziły przez niego tylko wolno zmienne składowe sygnału. Możemy to traktować jako taki 'odszumiacz'. Nie ma potrzeby jednak wnikać w szczegóły elektrotechniczne. W niniejszej instrukcji pokazane jest jak przekształcić zagadnienie inżynierskie, techniczne do postaci czysto matematycznej, z którą ostatecznie Państwa zadaniem jest się zmierzyć z pomocą metod numerycznych.

Temat ten jest na tyle prosty aby można było w nim skupić się na samych metodach numerycznych i ich zastosowaniu w praktyce. W niniejszej instrukcji zawarta jest kompletna wiedza z dziedziny teorii obwodów i sygnałów niezbędna do zrealizowania ćwiczenia.

#### 2. Projekt 1

Proszę napisać symulator w środowisku MATLAB umożliwiający dokonanie wskazanej poniżej analizy obwodu elektrycznego pełniącego rolę filtra dolnoprzepustowego w oparciu o dwustopniowy układ szeregowego połączenia dwóch filtrów dolno przepustowych jak na poniższym rysunku.



Rys. 1. Schemat filtra dolnoprzepustowego drugiego rzędu poddawanego analizie w projekcie

Obwód ten opisywany jest układem równań różniczkowych zwyczajnych:

$$\frac{du_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left( \frac{1}{R_1} (e - u_1) - \frac{1}{R_1} (u_1 - u_2) \right)$$

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_2} (u_1 - u_2) - \frac{u_2}{R_L} \right)$$

gdzie,  $u_1$  to zmienna stanu reprezentująca napięcie na kondensatorze  $C_1$ , a  $u_2$  na kondensatorze  $C_2$ . Napięcie  $u_2$  stanowi jednocześnie napięcie wyjściowe  $V_{out}$  filtra dolno przepustowego. Wartość początkową zmiennych stanu należy przyjąć wartości:  $u_1 = 0$  V,  $u_2 = 0$  V, ponieważ dokładnie w momencie włączenia obwodu napięcia na kondensatorach są równe zero.

Transmitancja układu, która opisuje charakterystykę wejścia do wyjścia jest opisywana równaniem:

$$G(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Dla zainteresowanych (oraz szukających jakiegoś narzędzia do walidacji danych) podstawowy opis tego układu filtrującego można znaleźć na stronach:

1. <http://sim.okawa-denshi.jp/en/CRCRkeisan.htm>.
2. [http://keep.uniza.sk/kvesnew/dokumenty/DREP/Filters/352\\_32115\\_EC434\\_2012\\_4\\_3\\_1\\_Chapter\\_03.pdf](http://keep.uniza.sk/kvesnew/dokumenty/DREP/Filters/352_32115_EC434_2012_4_3_1_Chapter_03.pdf)

### (Część 1.)

Pierwszą częścią projektu jest napisanie symulatora stanu nieustalonego tego obwodu dla wskazanych poniżej wymuszeń za pomocą źródła napięcia **e(t)**. Proszę wykonać symulację stanu nieustalonego w czasie  $0 < t < 1$  ms, dla poniższych parametrów obwodu.

- $R_1 = 1$  k $\Omega$ ,
- $C_1 = 0.032$   $\mu$ F,
- $R_2 = 1$  k $\Omega$ ,
- $C_2 = 0.032$   $\mu$ F,
- $R_L = 1$  k $\Omega$ .

W raporcie proszę przedstawić kod źródłowy programu oraz wykresy przebiegi napięć  $u_1$  i  $u_2$  oraz prądu  $i_L$  płynącego przez obwód dla poszczególnych metod. Do rozwiązywania proszę zastosować metody:

- **metodę Eulera**
- **metodę ulepszoną Eulera** (Metoda ulepszona Eulera jest opisana w rozdziale 12.4 podręcznika Pani Walczak-Musiał).

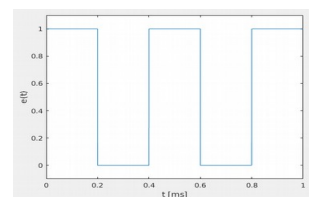
Proszę przedstawić wykresy przebiegów dla następujących wymuszeń:

1.  $e(t) = 1$  V
2.  $e(t) = \sin(2\pi ft)$ , dla  $f = 50$  Hz
3.  $e(t) = \sin(2\pi ft)$ , dla  $f = 500$  Hz
4.  $e(t) = \sin(2\pi ft)$ , dla  $f = 1.8$  kHz

5.  $e(t) = \sin(2\pi ft)$ , dla  $f = 10$  kHz

6.  $e(t) = \sin(2\pi ft)$ , dla  $f = 20$  kHz

7.  $E = \begin{cases} 1 & \text{dla } t < T/2 \\ 0 & \text{dla } t \geq T/2 \end{cases}$ , dla okresu  $T = 0.4$  ms. (Oto przebieg  $e(t)$ :



Oto poglądowe przebiegi których powinienes się spodziewać dla kilku różnych przykładowych wymuszeń dla napięcia  $u_2(V_{out})$ .



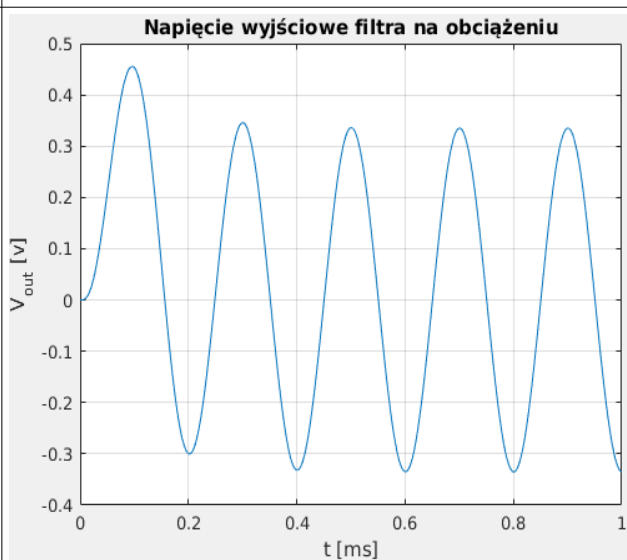
Przebieg napięcia  $V_{out}$  wymuszenia stałego  $e(t) = 1$  V.



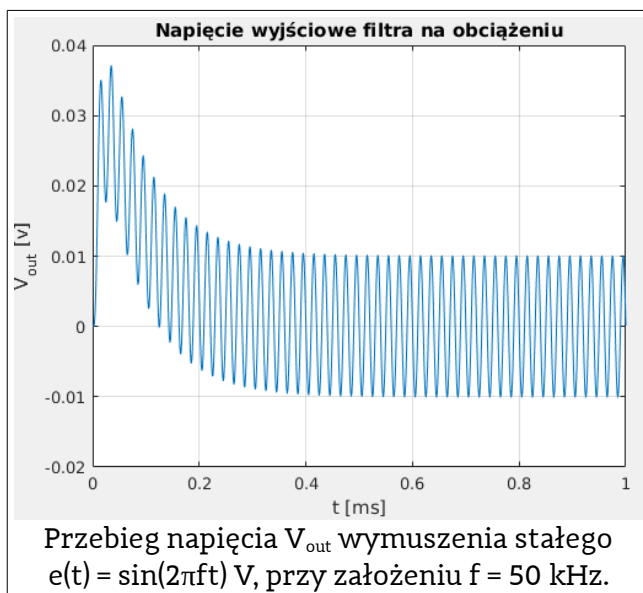
Przebieg napięcia  $V_{out}$  wymuszenia stałego  $e(t) = \sin(2\pi ft)$  V, przy założeniu  $f = 50$  Hz.



Przebieg napięcia  $V_{out}$  wymuszenia stałego  $e(t) = \sin(2\pi ft)$  V, przy założeniu  $f = 500$  Hz.



Przebieg napięcia  $V_{out}$  wymuszenia stałego  $e(t) = \sin(2\pi ft)$  V, przy założeniu  $f = 5$  kHz.



## (Część 2.)

Proszę napisać prosty symulator w programie MATLAB, który będzie wyznaczać częstotliwość graniczną  $f_c$  filtra dla analizowanego układu elektrycznego. Do rozwiązania zadania należy wykorzystać:

- metodę bisekcji
- metodę stycznych

W raporcie proszę przeanalizować liczbę iteracji potrzebnych do znalezienia rozwiązania poszczególnymi metodami.

Do wyznaczenia częstotliwości granicznej trzeba wykorzystać transmitancję, dokonując podstawienia  $s = j\omega = j2\pi f$ , gdzie  $j$  to wyróżnik części urojonej liczby zespolonej.

$$G(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Po wykonaniu podstawienia współczynnik charakteryzujący stosunek napięcia wyjściowego do wejściowego opisywany jest równaniem:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \left| \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{(j2\pi f)^2 + (j2\pi f) \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \right|$$

Proszę zwrócić uwagę na wartość bezwzględną! Z teorii obwodów i sygnałów częstotliwość odcięcia określana jako wartość tłumienia na poziomie 3 dB, który odpowiadają współczynnikowi ok 0.7017. Zatem Państwa zadaniem jest znaleźć rozwiązanie (wartość częstotliwości  $f$ ), dla której spełnione jest poniższe równanie nieliniowe:

$$0.7017 = \left| \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{(j2\pi f)^2 + (j2\pi f) \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \right|$$

Funkcja powinna otrzymywać parametry obwodu jako argumenty, i może mieć następującą deklarację:

```
function fc = find_fc(R1,R2,C1,C2,RL)
...
end
```

Wywołanie funkcji w następujący sposób:

```
find_fc(R1,R2,C1,C2,RL)
```

powinno zwrócić wynik zbliżony do:

1.8570 kHz

Proszę koniecznie zweryfikować wasze wyniki dla różnych wartości parametrów! Zgodność z powyższym wynikiem jest jedynie pogładowa i nie satysfakcjonująca do uzyskania maksymalnej oceny.

### (Część 3.)

Trzecią częścią projektu jest narysowanie charakterystyki transmitancji obwodu dla zadanych pięciu parametrów R1, R2, C1, C2 w określonym przez użytkownika zakresie częstotliwości  $\langle f_{\min}, f_{\max} \rangle$ . Program powinien rysować przebieg w skali logarytmicznej (należy wykorzystać wbudowaną funkcję MATLABa `semilogx`, która rysuje przebieg wykorzystując skalę logarytmiczną na osi OX. W celu narysowania przebiegu wystarczy narysować funkcję:

$$G(j2\pi f) = 20 \log \left( \left| \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{(j2\pi f)^2 + (j2\pi f) \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \right| \right)$$

Skalowanie  $20\log()$  wynika, że chcemy narysować charakterystykę Bodego, która jest standardowym rodzajem analizy w przypadku prezentacji charakterystyk częstotliwościowych. Z punktu widzenia metod numerycznych nie ma to większego znaczenia.

Państwa zadaniem w tym przypadku jest narysowanie prostego przebiegu funkcji. Proszę nie próbować analizować co to jest charakterystyka Bodego :-). Proszę, założyć, że otrzymujecie gotowy wzór do narysowania w specyfikacji.

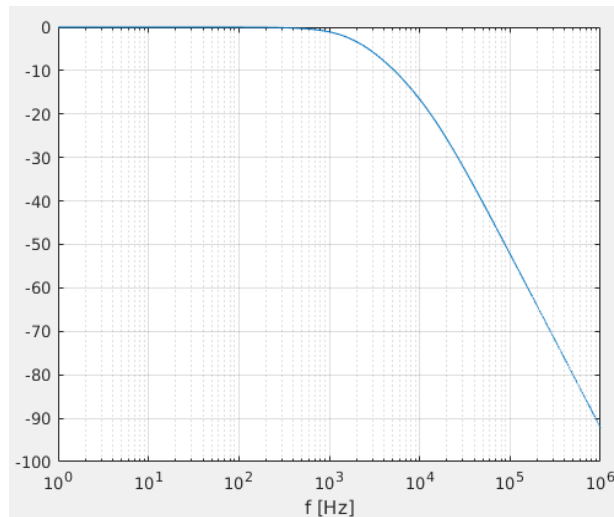
Państwa funkcja rysująca powinna być zgodna ze składnią:

```
function fc = plot_g(R1,R2,C1,C2,fmin,fmax)
...
end
```

Wywołanie programu z parametrami:

```
plot_g(1e3,1e3, 0.032e-6,0.032e-6,1,1e6)
```

powinno wygenerować wykres zbliżony do poniższego.



Podpowieź! Zadanie brzmi groźnie, ale chodzi o proste ‘wyplotowanie’ zadanej funkcji.

#### (Część 4)

Proszę wyznaczyć średnią energię, która wydzieli się w obwodzie z części 1 (proszę przyjąć te same parametry obwodu) i w tym samym okresie symulacji w stanie nieustalonym:  $0 < t < 1$  [ms]. W tym celu należy wykorzystać wzór:

$$P = \frac{1}{1\text{ms}} \int_{t=0}^{1\text{ms}} \frac{u_2^2(t)}{R_L} dt$$

W celu rozwiązania tego zadania należy wykorzystać program z części pierwszej projektu i rozbudować go o całkowanie chwilowego napięcia wyjściowego  $u_2$  ( $V_{\text{out}}$ ) przez chwilowe wartości prądu płynącego przez obciążenie  $i_L(t) = \frac{V_{\text{out}}}{R_L} = \frac{u_2}{R_L}$ , które wynikają z rozwiązania stanu nieustalonego.

Całkowanie należy zrealizować metodami:

- złożoną prostokątów
- złożoną parabol

Proszę porównać wyniki uzyskane różnymi metodami.

Program dla zadanych parametrów z części 1, wymuszenia  $e(t) = 1$  V oraz czasu  $0 < t < 1$  ms, powinien zwrócić wynik zbliżony do:

$$P = 8.6178e-04$$