

Tesina di Fondamenti di Controlli Automatici, A.A. 2024

Mattia Boscolo Meneguolo - 2066700,
Matteo Cuzzolin - 2066701

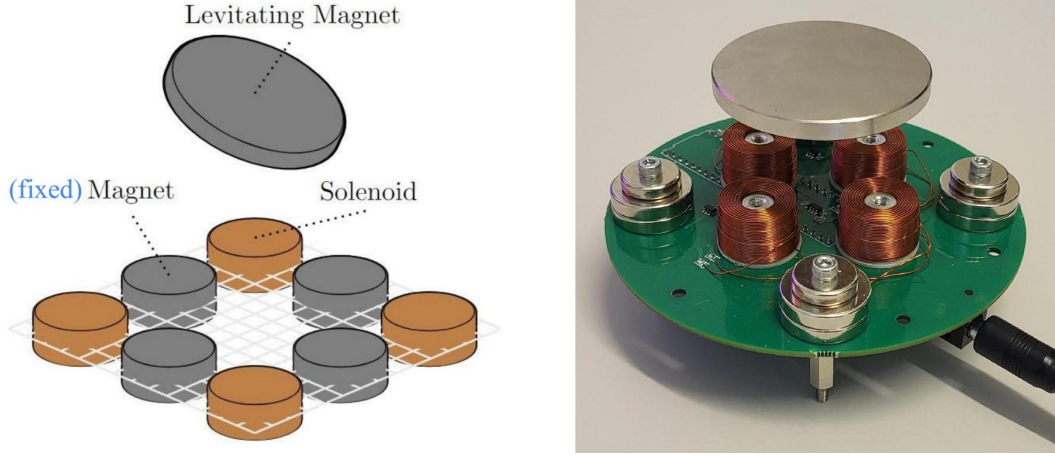


Figure 1: Rappresentazione del sistema - Implementazione del sistema

Sia $\tilde{z}(t) = z(t) - \bar{z}$ dove $z(t)$ è la posizione del magnete e \bar{z} è la posizione del magnete all'equilibrio. La trasformata di Laplace di \tilde{z} è:

$$\tilde{Z}(s) = \frac{b_s}{\bar{z}ms^2 + \bar{z}ds + mg}I(s) + \frac{(ms + d)\tilde{z}(0) + m\tilde{z}'(0)}{ms^2 + ds + \frac{mg}{\bar{z}}}$$

1 Esercizio 1

Studiamo la risposta libera, infatti in questo caso $i(t) = 0 \forall t$. Ipotizziamo anche che $\tilde{z}'(0) = 0$

$$\tilde{Z}(s) = \frac{(ms+d)\tilde{z}(0)}{ms^2+ds+\frac{mg}{\bar{z}}}$$

Secondo la regola di Cartesio il polinomio al denominatore è stabile infatti tutti i coefficienti sono non nulli e positivi.

Tuttavia dalle prime elaborazioni su matlab risulta evidente che il sistema impiega un lungo periodo di tempo per assestarsi alla posizione di equilibrio. Dato che vogliamo svolgere diverse simulazioni per mostrare che il sistema raggiunge l'equilibrio al variare di $\tilde{z}(0)$ aumenteremo il valore di d a 0.1 così da rendere più veloci le simulazioni.

Questo è un esempio di una simulazione con $\tilde{z}(0) = 0.35$ e $d = 0.1$

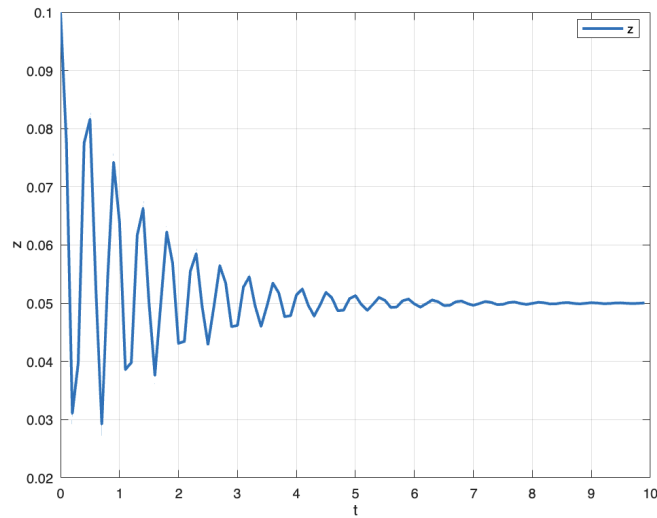


Figure 2: Simulazione $\tilde{z}(0) = 0.35$

A questo punto simuliamo il sistema al variare di $\tilde{z}(0)$ e verifichiamo che dopo 10 secondi esso si assesti all'altezza di equilibrio.

| <u>z0_value</u> | <u>res_value</u> |
|-----------------|------------------|
| 1.05 | 0.049988 |
| 2.05 | 0.049999 |
| 3.05 | 0.05 |
| 4.05 | 0.05 |
| 5.05 | 0.05 |
| 6.05 | 0.05 |
| 7.05 | 0.05 |
| 8.05 | 0.05 |
| 9.05 | 0.05 |
| 10.05 | 0.05 |
| 11.05 | 0.05 |
| 12.05 | 0.05 |
| 13.05 | 0.05 |
| 14.05 | 0.05 |
| 15.05 | 0.05 |
| 16.05 | 0.05 |
| 17.05 | 0.05 |
| 18.05 | 0.05 |
| 19.05 | 0.05 |
| 20.05 | 0.05 |

Figure 3: Simulazione $\tilde{z}(0)$ *variabile*

2 Esercizio 2

Vogliamo disegnare il luogo delle radici della funzione di trasferimento in catena aperta del sistema, per fare questo usiamo matlab e otteniamo:

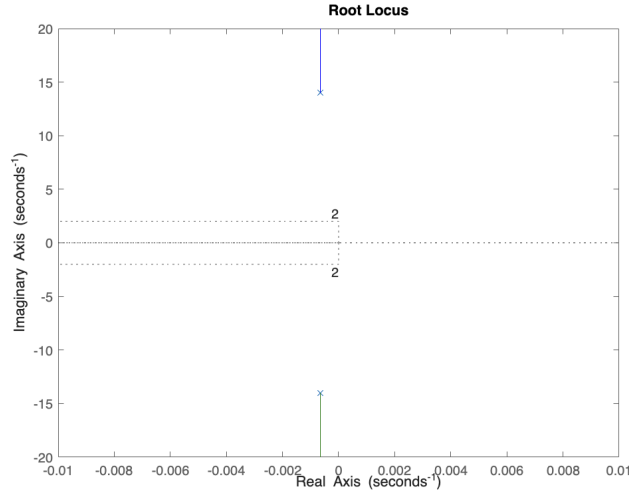


Figure 4: Luogo Radice in catena aperta

Per ottenere un controllore con un tempo di salita $T_s \leq 1$ vogliamo $T_s = \frac{2}{w_n} \Rightarrow w_n = |p| = 2$

Ma le radici più vicine all'origine hanno $|p| = 14.0071$

Non è quindi possibile costruire un controllore proporzionale con i requisiti richiesti.

3 Esercizio 3

Scegliamo come indici di performace quelli richiesti dall'esercizio precedente, ovvero 1 secondo di settling time, quindi anche il tempo di salita deve essere inferiore al secondo. Inoltre cerchiamo un controllore che abbia la minima sovraelongazione.

Abbiamo prima utilizzato un noto metodo euristico, detto Ziegler-Nichols. Seguendo il semplice algoritmo abbiamo ottenuto i seguenti valori del controllore:

$$K_p = 8.4028;$$

$$K_i = 10.1198;$$

$$K_d = 0.37896;$$

Ottenendo così il seguente risultato:

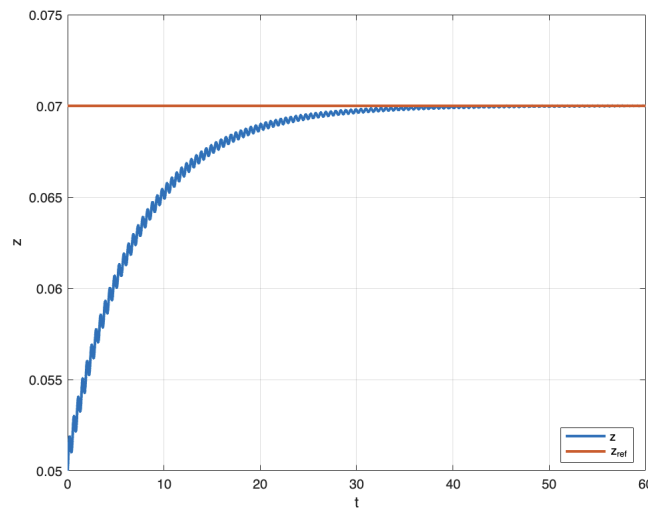


Figure 5: Sistema controllato con PID ottenuto con il metodo Ziegler-Nichols

Questo controllore non soddisfa le nostre richieste in quanto impiega circa 40 secondi a raggiungere il regime, tuttavia non presenta alcuna sovraelongazione.

Per trovare un controllore con prestazioni migliori abbiamo utilizzato la funzione **pidTuner** di Matlab. Utilizzando i valori restituiti dal tuner, ovvero:

$$K_p = 8.9131;$$

$$K_i = 52.4269;$$

$$K_d = 0.37883;$$

Ottenendo così il seguente risultato:

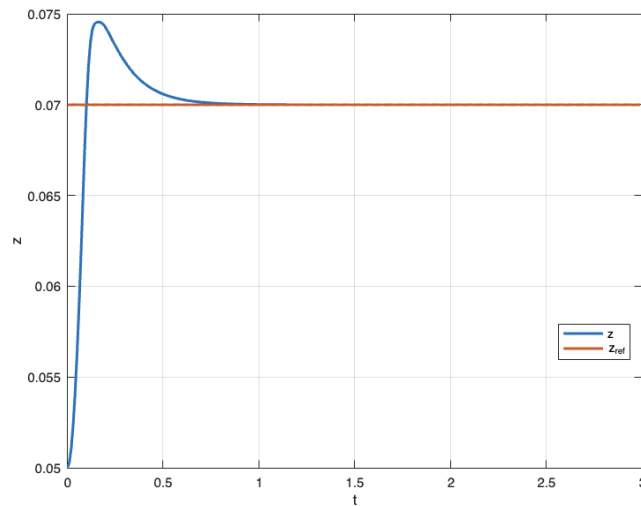


Figure 6: Sistema controllato con PID ottenuto con pidTuner

Il controllore ottenuto è di gran lunga migliore e soddisfa i requisiti che ci eravamo posti, porta il sistema a regime in poco meno di un secondo tuttavia ha una sovraelongazione importante.

Infine abbiamo voluto cercare un controllore con una minore sovraelongazione, ignorando il limite di tempo.

Utilizzando i seguenti valori:

$$K_p = 7.2786;$$

$$K_i = 14.8316;$$

$$K_d = 0.89298;$$

Ottenendo così il seguente risultato:

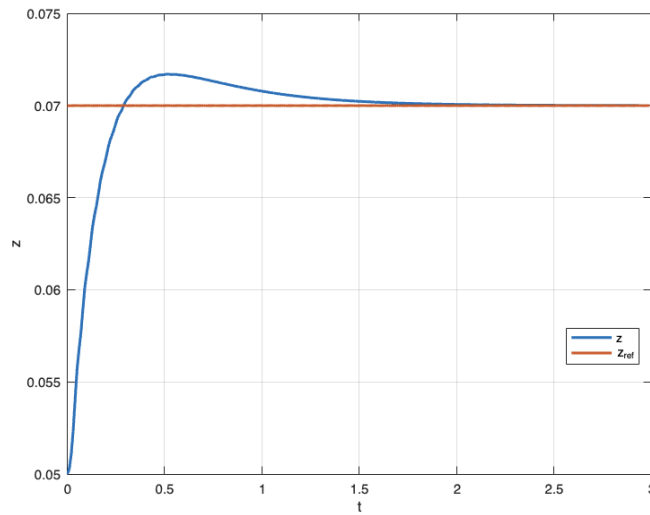


Figure 7: Sistema controllato con PID ottenuto con pidTuner con richieste modificate

4 Esercizio 4

Per verificare l'altezza massima che il magnete è in grado di raggiungere utilizziamo un controllore instabile, trovato durante il nostro lavoro di ricerca dell'esercizio 2, in particolare un controllore proporzionale con $K = 1$. Otteniamo poi il valore massimo simulando l'evoluzione del sistema e prendendo il valore massimo.

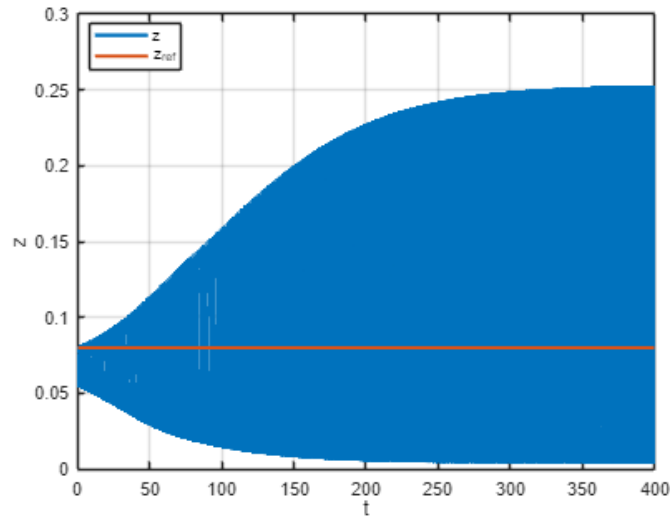


Figure 8: Sistema controllato con controllore instabile

Vediamo sperimentalmente che il valore massimo a regime che il sistema può raggiungere è 0.25213.

5 Esercizio 5

Per far seguire al magnete i segnali di riferimento richiesti abbiamo utilizzato in entrambi i casi un controllore PID con valori modificati per adattarsi meglio al problema.

Nel caso del riferimento sinusoidale abbiamo utilizzato il controllore fornito dal tuner di matlab:

$$K_p = 8.9131;$$

$$K_i = 52.4269;$$

$$K_d = 0.37883;$$

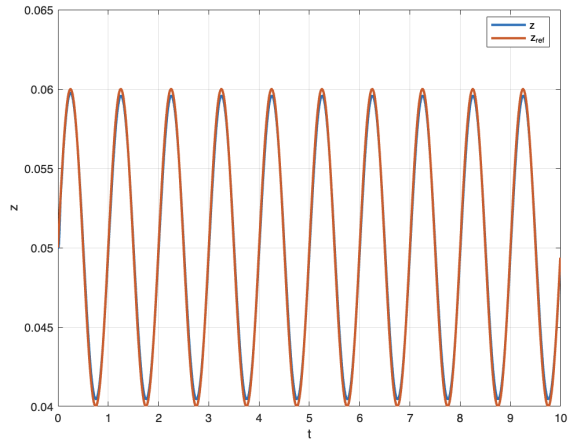


Figure 9: Sistema controllato con controllore PID

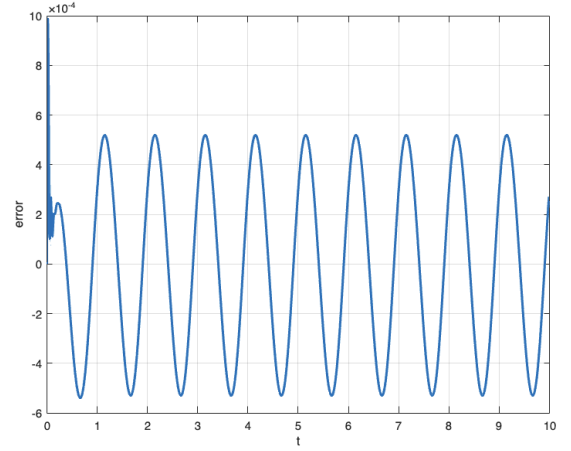


Figure 10: Errore del sistema

Nel caso del riferimento ad onda quadra abbiamo utilizzato dei valori forniti dal tuner, ma leggermente modificati:

$$K_p = 8.4028;$$

$$K_i = 10.1198;$$

$$K_d = 0.37896;$$

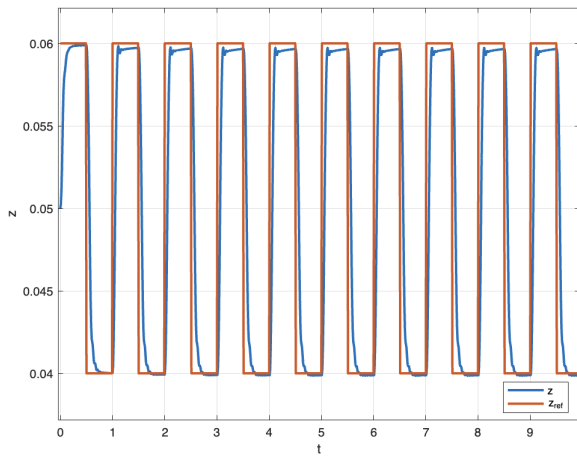


Figure 11: Sistema controllato con controllore PID

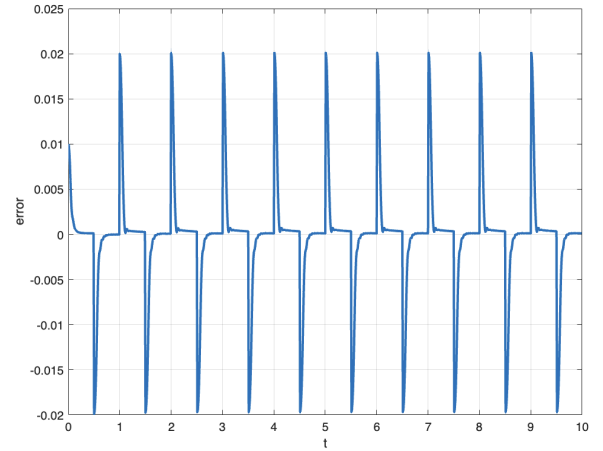


Figure 12: Errore del sistema

In entrambi i casi il magnete segue accuratamente il segnale di riferimento, all'interno dei requisiti posti dal problema.