

Teorem 2.2.5 $f : I \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonu I° üzerinde diferansiyel lenebilen bir fonksiyon ve $q \geq 1$, $a < b$ olacak şekilde $a, b \in I^\circ$ iken $f' \in L[a, b]$ olsun. Eğer $|f'|^q [a, b]$ aralığında n -kesirli polinom konveks fonksiyon ise

$$\begin{aligned} & \left| \frac{f(a) + f(b)}{2} - \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \right| \\ & \leq \frac{b-a}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^{2-\frac{2}{q}} \left(\frac{|f'(a)|^q}{n} \sum_{i=1}^n M_1(i) + \frac{|f'(b)|^q}{n} \sum_{i=1}^n M_2(i) \right)^{\frac{1}{q}} \\ & + \frac{b-a}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^{2-\frac{2}{q}} \left(\frac{|f'(a)|^q}{n} \sum_{i=1}^n M_2(i) + \frac{|f'(b)|^q}{n} \sum_{i=1}^n M_1(i) \right)^{\frac{1}{q}} \end{aligned}$$

eşitsizliği sağlanır ki burada

$$M_1(i) = \frac{i^2 \left[\frac{1}{2}^{1+\frac{1}{i}} (5i+1) + 1 - i \right]}{(i+1)(2i+1)(3i+1)}$$

ve

$$M_2(i) = \frac{i \left[\frac{1}{2}^{1+\frac{1}{i}} i + 1 + i \right]}{(2i+1)(3i+1)}$$

şeklindedir [33].

2.3 Farklı Konveks Fonksiyon Sınıfları ve Hermite-Hadamard Tipli Eşitsizlikler

Tanım 2.3.1 $f : I \rightarrow (0, \infty)$ fonksiyonuna, eğer $\log f$ fonksiyonu konveks ise veya her $x, y \in I$ ve $t \in [0, 1]$ için

$$f(tx + (1-t)y) \leq f(x)^t f(y)^{1-t}$$

eşitsizliği sağlanırsa AG -konveks veya log-konveks denir [3, 21].

Teorem 2.3.1 $f : I \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ AG -konveks bir fonksiyon $a, b \in I$ ve $a < b$ olsun. Bu taktirde AG -konveks veya log-konveks fonksiyonlar için Hermite-Hadamard eşitsizliği

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \exp\left[\frac{1}{b-a} \int_a^b \ln f(x) dx\right] \leq \sqrt{f(a)f(b)} \quad (2.3.1)$$