

**Sonuç 3.1.2** Tanım 3.1.1’de  $p = 1$  ve  $n = 1$  seçilirse, Tanım 2.1.1 elde edilir.

**Sonuç 3.1.3** Tanım 3.1.1’de  $n = 1$  seçilirse, Tanım 2.1.2 elde edilir. Dolayısıyla her  $p$ -konveks fonksiyon aynı zamanda 1-kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyondur.

$n$ -kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyonun lineerlik özelliği aşağıdaki gibidir:

**Teorem 3.1.1**  $n \in \mathbb{N}$  ve  $p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  olmak üzere  $f, g : I \subseteq (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  iki  $n$ -kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyon olsun. Bu durumda  $x, y \in I$  ve  $t \in [0, 1]$  için  $f + g$  fonksiyonu  $n$ -kesirli polinom  $p$ -konvektir.

**İspat.**  $f$  ve  $g$  iki  $n$ -kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyon olsunlar. Bu durumda her  $x, y \in I$  ve  $t \in [0, 1]$  için

$$\begin{aligned}
 & (f + g) \left( [tx^p + (1 - t)y^p]^{\frac{1}{p}} \right) \\
 &= \left[ f \left( [tx^p + (1 - t)y^p]^{\frac{1}{p}} \right) \right] + \left[ g \left( [tx^p + (1 - t)y^p]^{\frac{1}{p}} \right) \right] \\
 &\leq \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t^{\frac{1}{i}} f(x) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - t)^{\frac{1}{i}} f(y) \right] \\
 &\quad + \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t^{\frac{1}{i}} f(x) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - t)^{\frac{1}{i}} g(y) \right] \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t^{\frac{1}{i}} (f + g)(x) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - t)^{\frac{1}{i}} (f + g)(y)
 \end{aligned}$$

yazılır. Dolayısıyla  $f + g$  fonksiyonu  $n$ -kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyondur.

$n$ -kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyonun skaler ile çarpım özelliği aşağıdaki gibidir:

**Teorem 3.1.2**  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\lambda \geq 0$ ,  $p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  ve  $f : I \subseteq (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  negatif olmayan bir  $n$ -kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyon olsun. Bu durumda  $\lambda f$  de bir  $n$ -kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyondur.

**İspat.**  $f$   $n$ -kesirli polinom  $p$ -konveks fonksiyon olduğunda, her  $x, y \in I$  ve  $t \in [0, 1]$  için

$$(\lambda f) \left( [tx^p + (1 - t)y^p]^{\frac{1}{p}} \right)$$