



**Şekil 1.** Simetrik kriptosistem

## 2. Ön Hazırlık

### Tanım 2.1.

Bir  $f$  fonksiyonu tüm  $t > 0$  için tanımlı,  $\alpha$  bir sabit ve  $M$  pozitif bir tamsayı olmak üzere  $f$  fonksiyonu  $e^{-\alpha t} |f(t)| \leq M$  şeklinde yazılabiliyorsa bu  $f$  fonksiyonuna üstel mertebeli fonksiyon denir ve buradan

$$|f(t)| \leq M e^{\alpha t} \quad (2.1)$$

yazılabilir.  $f(t)$  üstel fonksiyon ise  $t \rightarrow \infty$  için  $f(t) = \infty$  olur [1].

### Tanım 2.2.

$t \geq 0$  ve  $t, s \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $f(t)$  üstel fonksiyonu için

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (2.2)$$

ise  $F$  fonksiyonuna  $f$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü denir [1]. Tanım 2.1 ve Tanım 2.2 den hareketle  $f(t)$  fonksiyonu için Laplace dönüşümünü genişleterek yeni bir dönüşüm fonksiyonunu şu şekilde tanımlayalım;

### Tanım 2.3.

Tüm  $t \geq 0$  reel sayıları için  $f(t)$ ' nin bir dönüşümü

$$F(h) = T[f(t)] = \int_0^{\infty} \frac{1}{h} e^{-\frac{t}{h}} f(t) dt \quad (2.3)$$

şeklinde tanımlanır. (Genişletilmiş Laplace dönüşümü)  $f(t) = T^{-1}[F(h)]$  ile de  $f(t)$ ' nin ters dönüşümü gösterilir. Elde edilen Genişletilmiş

Laplace dönüşümü aşağıdaki standart sonuçlara sahiptir; [3,4]

$$\begin{aligned} 1. T\{t^n\} &= \frac{n!}{s^{n+1}} \Rightarrow T^{-1}\left\{\frac{1}{s^{n+1}}\right\} = \frac{t^n}{n!} \\ 2. T\{t^n e^{st}\} &= \frac{n! \cdot h^n}{(1-sh)^{n+1}} \Rightarrow T^{-1}\left\{\frac{h^n}{(1-sh)^{n+1}}\right\} = \frac{t^n e^{st}}{n!} \quad (t \geq 0) \end{aligned} \quad (2.4)$$

## 3. Uygulama

### 3.1. Şifreleme

"FIRAT" mesajını göndermek istediğimizi farz edelim;

Öncelikle  $e^t$  ile genişletilen Taylor serisini göz önüne alalım. Taylor serisi;

$$\begin{aligned} f(x) &= f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!} (x-a)^n + \dots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!} (x-a)^n \end{aligned} \quad (3.1)$$

dir. Buradan;

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} \quad (3.2)$$

serisini  $t^3$  ile genişletirsek

$$t^3 e^t = t^3 + \frac{t^4}{1!} + \frac{t^5}{2!} + \frac{t^6}{3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{n+3}}{n!} \quad (3.3)$$

olur. Buradan da;

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} K_n \frac{t^{n+3}}{n!} \quad (3.4)$$

elde edilir. Alfabenin harfleri sıfırdan başlanarak numaralandırılırsa "FIRAT" düz metni