Tanım 2.14 ***(Gamma Fonksiyonu):*** *$k > 0$ için*

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty e^{-t} x^{k-1} dx$$

olarak tanımlanır (Kannappan, 2009).

Ayrıca Araştırma Bulguları kısmında sıkça kullandığımız bu fonksiyonun bazı özelliklerinden bahsedecek olursak n pozitif tamsayı olmak üzere

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$$

$$\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$$

şeklindedir (Kannappan, 2009).

Tanım 2.15 ***(Beta Fonksiyonu):***

$$\beta(\mu_1, \mu_2) = \int_0^1 t^{\mu_1 - 1}(1-t)^{\mu_2 - 1} dt, \qquad \mu_1, \mu_2 > 0$$

şeklindedir. Bu eşitlik Euler tipi Beta fonksiyonu ya da birinci çeşit Euler integrali olarak adlandırılır (Dragomir et al., 1999).

Burada Gamma ve Beta fonksiyonları arasındaki ilişki

$$\beta(\mu_1, \mu_2) = \frac{\Gamma(\mu_1)\Gamma(\mu_2)}{\Gamma(\mu_1 + \mu_2)}$$

şeklindedir (Kannappan, 2009).

Tanım 2.16 ***(Riemann-Liouville Kesirli Mertebeden İntegrali):*** *$\mu \in L_1[a,b]$ olsun. $a \geq 0$ iken $\alpha > 0$ için Riemann-Liouville kesirli mertebeden integrali aşağıdaki gibi tanımlanır:*

$$\begin{aligned} J_{a+}^{\alpha}\mu(x) &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x (x-t)^{\alpha-1}\mu(t)dt, \qquad x > a, \\ J_{b-}^{\alpha}\mu(x) &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_x^b (t-x)^{\alpha-1}\mu(t)dt, \qquad x < b, \end{aligned} \tag{2.1}$$

Burada, $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1}e^{-t}dt$ Gamma fonksiyonu ve $J_{a+}^{0}\mu(x) = J_{b-}^{0}\mu(x) = \mu(x)$ eşitliği sağlanır. Ayrıca $\alpha = 1$ seçilirse kesirli integral klasik integrale indirgenir (Miller and Ross, 1993).

Tanım 2.17 ***(Riemann-Liouville Değişken Mertebeden Kesirli İntegrali):*** *$C([a,b])$, $[a,b] \subset \mathbb{R}$ aralığında tanımlı gerçek değerli sürekli fonksiyonların uzayını göstermek üzere $g \in C([a,b])$, $\mu : [\theta_1, \theta_2] \to (0,1)$ fonksiyonu için değişken mertebeden Riemann-Liouville kesirli integrali;*

$$J_{\theta_1}^{\mu(z)} g(x) = \frac{1}{\Gamma(\mu(z))} \int_{\theta_1}^x (x-s)^{\mu(z)-1} g(s) ds$$

şeklindedir. (Valarmathi and Gowrisankar, 2023)