3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde kullanılan konveks fonksiyonlar ile ilgili literatürde bulunan Hermite-Hadamard tipli integral eşitsizliklere yer verilmiştir.

3.1. Farklı Türden Bazı Konveks Fonksiyonlar İçin İntegral Eşitsizlikler

Teorem 3.1 *$I, \mathbb{R}$'de bir aralık, $\theta_1, \theta_2 \in I$ ve $\theta_1 < \theta_2$ olmak üzere $\mu : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ konveks bir fonksiyon olsun. Bu taktirde*

$$\mu\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right) \leq \frac{1}{\theta_2-\theta_1}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\mu(k)dk \leq \frac{\mu(\theta_1)+\mu(\theta_2)}{2}$$

eşitsizliği literatürde konveks fonksiyonlar için Hermite-Hadamard eşitsizliği olarak bilinir (Pečarić and Tong, 1992).

Teorem 3.2 *$\mu : [\theta_1, \theta_2] \to \mathbb{R}$, $[\theta_1, \theta_2]$ üzerinde konveks bir fonksiyon olsun. Bu taktirde*

$$\mu\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right) \leq \frac{1}{2}\left[\mu\left(\frac{3\theta_1+\theta_2}{4}\right)+\mu\left(\frac{\theta_1+3\theta_2}{4}\right)\right] \leq \frac{1}{\theta_2-\theta_1}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\mu(k)dk$$
$$\leq \frac{1}{2}\left[\mu\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)+\frac{\mu(\theta_1)+\mu(\theta_2)}{2}\right] \leq \frac{\mu(\theta_1)+\mu(\theta_2)}{2}$$

eşitsizliği geçerlidir (Tseng et al., 2010).
Burada ikinci satırdaki eşitsizlik literatürde Bullen eşitsizliği olarak da bilinmektedir.

Teorem 3.3 *$\mu : [\theta_1, \theta_2] \to \mathbb{R}$, (θ_1, θ_2) üzerinde diferansiyellenebilir bir fonksiyon ve $\theta_1 < \theta_2$ olsun. $|\mu'|$, $[\theta_1, \theta_2]$ kapalı aralığında konveks bir fonksiyon ise*

$$\left|\frac{\mu(\theta_1)+\mu(\theta_2)}{2} - \frac{1}{\theta_2-\theta_1}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\mu(k)dk\right| \leq \frac{\theta_2-\theta_1}{8}(|\mu'(\theta_1)|)+(|\mu'(\theta_2)|)$$

eşitsizliği geçerlidir (Dragomir and Agarwal, 1998).

Teorem 3.4 *$\mu : [\theta_1, \theta_2] \to \mathbb{R}$, (θ_1, θ_2) üzerinde diferansiyellenebilir bir fonksiyon ve $\theta_1 < \theta_2$ olsun. $|\mu'|$, $[\theta_1, \theta_2]$ kapalı aralığında konveks bir fonksiyon ise*

$$\left|\frac{1}{\theta_2-\theta_1}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\mu(k)dk - \mu\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)\right| \leq \frac{\theta_2-\theta_1}{8}(|\mu'(\theta_1)|)+(|\mu'(\theta_2)|)$$