

Ministério da Ciência e Tecnologia  
Observatório Nacional

Coordenadoria de Geofísica

Dissertação de Mestrado

*Conseqüências da dimensão fractal da distribuição de dados  
no mapeamento gravimétrico da Bacia do Parnaíba*

Autor: Jeferson de Souza

Orientador: Mauro Andrade de Sousa

Rio de Janeiro, Fevereiro de 2002.

*Conseqüências da dimensão fractal da distribuição  
de dados no mapeamento gravimétrico da Bacia do  
Parnaíba*

Autor:Jeferson de Souza

Orientador: Mauro Andrade de Sousa

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Bacia do Parnaíba</b>	<b>7</b>
2.1	Introdução . . . . .	7
2.2	Características estruturais . . . . .	8
2.3	Geologia do embasamento . . . . .	10
2.4	Litoestratigrafia . . . . .	10
2.4.1	Grupo Serra Grande . . . . .	11
2.4.2	Grupo Canindé . . . . .	11
2.4.3	Grupo Balsas . . . . .	11
2.4.4	Grupo Mearin . . . . .	13
2.4.5	Formações Itaperucu, Grajaú e Codó . . . . .	13
2.4.6	Magmatismo Juro-Cretáceo - Formações Mosquito e Sardinha . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Fractais</b>	<b>14</b>
3.1	Noção de conjunto fractal . . . . .	14
3.2	Auto-similaridade e auto-afinidade . . . . .	19
3.3	Definição de dimensão fractal . . . . .	21
3.4	Métodos para o cálculo da dimensão fractal . . . . .	27
3.4.1	Método da Caixa . . . . .	27
3.4.2	Método da Correlação . . . . .	27
3.4.3	Método do Variograma . . . . .	28
3.4.4	Método da Transformada de Fourier . . . . .	29
3.5	Fractais em Geofísica . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Dimensão fractal da distribuição</b>	<b>32</b>
4.1	Cálculo da dimensão de correlação e teste dos $\chi^2$ . . . . .	39

<b>ÍNDICE</b>	iii
4.2 Determinação do regime de escala por inspeção visual . . . . .	47
4.3 Conseqüências no mapeamento gravimétrico . . . . .	51
<b>5 Estimativa de densidade</b>	<b>56</b>
5.1 Dimensão fractal da distribuição dos dados gravimétricos das áreas selecionadas . . . . .	60
5.2 Determinação da densidade de Bouguer das áreas selecionadas e consequências no mapeamento gravimétrico . . . . .	67
<b>6 Discussão e Conclusões</b>	<b>74</b>
<b>Apêndices</b>	<b>77</b>
<b>A Subrotinas</b>	<b>77</b>
<b>B Fractais e Sistemas Dinâmicos</b>	<b>81</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>89</b>

# Listas de Figuras

1.1	Mapa com as províncias geológicas, campos de petróleo e gás e a geologia da Região Nordeste do Brasil. . . . .	6
2.1	Mapa Tectônico-Geológico da Região Nordeste do Brasil - Modificado de Mapa tectônico-geológico do Brasil - CPRM. . . . .	9
2.2	Carta crono-litoestratigráfica da Bacia do Parnaíba. . . . .	12
3.1	Conjunto de Cantor de dimensão 0,639. . . . .	15
3.2	Conjunto de Cantor de Dimensão 1. . . . .	16
3.3	Conjunto de Cantor de dimensão 0. . . . .	16
3.4	Conjunto de Cantor de dimensão 0,5. . . . .	16
3.5	Um outro exemplo de Conjunto de Cantor de dimensão 0,5. . . . .	17
3.6	Tapete de Sierpinski de dimensão 1,8928. . . . .	18
3.7	Esponja de Menger de dimensão 2,727. . . . .	18
3.8	Curva de Koch com dimensão 1,26186. . . . .	18
3.9	Conjunto de Cantor aleatório de dimensão 0,639. . . . .	19
3.10	Função de Weierstrass-Mandelbrot com $D = 1,6$ . . . . .	22
3.11	Ilustração do processo de medição de uma curva. . . . .	23
3.12	A função de Weierstrass-Mandelbrot, um exemplo de curva fractal. . . . .	24
3.13	Duas maneiras de tentarmos medir o tamanho de uma curva. . . . .	25
3.14	Três maneiras de tentarmos medir o tamanho de uma superfície. . . . .	25
4.1	Fractais sintéticos que podem representar distribuições de dados geofísicos. . . . .	34
4.2	Mapa da distribuição de estações gravimétricas na Bacia do Parnaíba. . . . .	38
4.3	Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na Bacia de Barreirinhas. . . . .	41
4.4	Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região do Magmatismo Juro-Cretáceo na Bacia do Parnaíba. . . . .	42

4.5	Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região do depo- centro Bacia do Parnaíba. . . . .	43
4.6	Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região do Cráton São Francisco. . . . .	44
4.7	Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região da Província Borborema. . . . .	45
4.8	Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região da Bacia do Parnaíba. . . . .	46
4.9	Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações da Bacia Barreirinhas. . . . .	48
4.10	Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações na região do Magmatismo. . . . .	48
4.11	Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações da Depocentro. . . . .	49
4.12	Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações do Cráton São Francisco. . . . .	49
4.13	Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações da Província Borborema. . . . .	50
4.14	Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações da Bacia do Parnaíba. . . . .	50
4.15	Mapa de altitude da Bacia do Parnaíba. . . . .	52
4.16	Mapa de anomalia de ar-livre da Bacia do Parnaíba. . . . .	53
4.17	Mapa de anomalia Bouguer da Bacia do Parnaíba com $\rho = 2,67\text{g}/\text{cm}^3$ e célula de interpolação de 10km. . . . .	54
4.18	Mapa de anomalia Bouguer da Bacia do Parnaíba com $\rho = 2,67\text{g}/\text{cm}^3$ e célula de interpolação de 14km. . . . .	55
5.1	Ilustração do Método de Nettleton para estimativa de densidades. A den- sidade de bouguer é aquela que tem a menor correlação com a topografia, neste caso $2,5\text{ g}/\text{cm}^3$ . . . . .	57
5.2	Cálculo da dimensão fractal via Método de Variograma dos dados de a) topografia, b) anomalia de Ar-Livre e c) anomalia de Bouguer, da Bacia de Barreirinhas. . . . .	63

5.3	Cálculo da dimensão fractal via Método de Variograma dos dados de a) topografia, b) anomalia de Ar-Livre e c) anomalia de Bouguer, do Cráton do São Francisco. . . . .	64
5.4	Cálculo da dimensão fractal via Método de Variograma dos dados de a) topografia, b) anomalia de Ar-Livre e c) anomalia de Bouguer, da Província Borborema. . . . .	65
5.5	Cálculo da dimensão fractal via Método de Variograma dos dados de a) topografia, b) anomalia de Ar-Livre e c) anomalia de Bouguer, do depocentro da Bacia do Parnaíba. . . . .	66
5.6	a) Gráfico da dimensão fractal versus densidade da anomalia de Bouguer da Bacia de Barreirinhas. b) O mesmo gráfico com correção da tendência linear.	68
5.7	a) Gráfico da dimensão fractal versus densidade da anomalia do Cráton do São Francisco. b) O mesmo gráfico com correção da tendência linear. . . .	69
5.8	a) Gráfico da dimensão fractal versus densidade da anomalia da Província Borborema. b) O mesmo gráfico com correção da tendência linear. . . . .	70
5.9	a) Gráfico da dimensão fractal versus densidade da anomalia de Bouguer do Depocentro da Bacia do Parnaíba. b) O mesmo gráfico com correção da tendência linear. . . . .	71
5.10	Mapa de anomalia Bouguer da Bacia do Parnaíba com $\rho = 2,48\text{g/cm}^3$ . . .	72
5.11	Mapa da diferença das anomalias Bouguer da Bacia do Parnaíba, calculadas com $\rho = 2,67\text{g/cm}^3$ e $\rho = 2,48\text{g/cm}^3$ . . . . .	73

# **Lista de Tabelas**

4.1	Dimensão fractal e início do regime de escala para as áreas selecionadas, determinados pelo teste dos $\chi^2_{red}$ . . . . .	39
4.2	Dimensão fractal e início do regime de escala para as áreas selecionadas. . . . .	47
5.1	Dimensão fractal e extensão do regime de escala dos dados gravimétricos das áreas selecionadas. . . . .	61
5.2	Densidade estimada das áreas selecionadas . . . . .	67

## **Agradecimentos**

Agradecer a todos, que de uma forma ou de outra contribuíram para a realização deste trabalho, seria muito difícil. No entanto, há pessoas e instituições que não podem ficar de fora desses sinceros agradecimentos.

Ao professor Dr. Mauro Andrade de Sousa, pela orientação deste trabalho.

Ao corpo docente do Observatório Nacional, que contribuíram para minha formação acadêmica.

Ao Observatório Nacional, por me dar esta oportunidade.

À CAPES, pelo financiamento deste projeto.

Ao colega, Vilar pela ajuda na correção, pela companhia, e pelas cachaças.

À Luanda, minha namorada, pelo apoio nos últimos meses.

Ao colega Ótúnba Adepelunmi (Ade) pelas ajudas com meu pobre inglês e com minha parca geologia.

As colegas Telma e Bartira da GEOSOFT pelas dicas no Montaj.

Aos amigos Joelson e Alcides pela “carona” até o Rio.

Aos colegas Simone, Cesar, Katia e Ribamar, pelos pequenos quebra-galhos, pela companhia e pelos chopp's.

Ao colega Eugênio, pelas caronas até o metrô.

Aos colegas Flávia Requejo, Sérgio Pilling pela revisão ortográfica.

Aos funcionários, em especial à Graça, Iara, à Dona Ângela, à Dona Fátima do cafezinho e o povo da portaria.

Ao professor Paulo Buarque, pelas dicas de computação.

Aos meus orientadores de Iniciação Científica e Monitoria, Adonai Sant'anna, Silvia Schwab, Silvio Freitas, Carlos e Maurício Lepiesnki e Ireno Denicoló.

A todos os colegas da Pós-graduação do ON.

À minha família.

À comissão julgadora.

## Resumo

Neste trabalho foram utilizados dois novos métodos determinísticos, baseados na teoria de fractais, para calcular o tamanho ótimo da grade de interpolação e estimar a densidade de Bouguer, com o objetivo de construir melhores mapas de anomalias gravimétricas da Bacia do Parnaíba e províncias adjacentes. O primeiro método se baseia na hipótese que a distribuição de dados geofísicos segue uma lei de escala, ou seja , os dados tem uma distribuição fractal. No segundo método, estima-se a densidade média das massas topográficas através da minimização da rugosidade da anomalia de Bouguer, a qual é medida através da dimensão fractal. A aplicação destes métodos forneceu valores de 10  $km$  e 2,48 g/cm<sup>3</sup> para a grade de interpolação para densidade de Bouguer, respectivamente, os quais são diferentes daqueles relatados na literatura. Estes resultados mostram que os mapas são sensíveis a estes dois parâmetros e pode haver perda de informações importantes se estes forem estimados erroneamente.

**Palavras-chave:** dimensão fractal, Bacia do Parnaíba, densidade de Bouguer, anomalias gravimétricas, falseamento.

## Abstract

In this work, two new deterministic methods based on fractal theory were used to calculate the optimum size of the grid cell interpolation and to estimate the Bouguer density, in order of prepare an improved gravity anomalies maps of the Parnaíba Basin and adjacent provinces. The first method is founded in the assumption of scaling of geophysical data distributions, i.e., the data are characterized by their fractal distributions. The application of these methods has provided values of 10  $km$  and 2,48 g/cm<sup>3</sup> for the interpolation grid and Bouguer density respectively. The values obtained are different from what is obtainable in the literature. These results showed that the maps are sensitive to these two parameters and can have loss of important information if the parameters were erroneously estimated.

**Key words:** fractal dimension, Parnaíba Basin, bouguer density, gravity anomalies, aliasing.

# Capítulo 1

## Introdução

É crescente a preocupação em geofísica com a confiabilidade e a qualidade de mapas gerados pelos vários métodos utilizados para interpolação dos dados. No caso da gravimetria, esta preocupação se refere ao quanto o mapa reflete, verdadeiramente, as possíveis estruturas anômalas existentes na sub-superfície. Estas estruturas anômalas serão identificadas pela diferença (contraste) de densidade entre estas e a rocha encaixante. A produção do mapa é feita através da separação dos efeitos gravimétricos de uma Terra ideal e outras contribuições, da gravidade medida. O resultado da separação é, então, representado na forma de mapas de contorno ou de cores, gerados por algum método de interpolação, como Mínima Curvatura, *kriging*, elementos finitos. O objetivo da interpolação é estimar o campo numa dada região a partir de alguns pontos observados no interior ou próximo a esta região. Este mapa é construído sobre uma grade regular, embora a distribuição de dados seja, geralmente, irregular. Um mapa ideal deveria ser produzido a partir de uma distribuição uniforme de pontos, o que quase nunca é possível devido a dificuldades de acesso a certas regiões. Por outro lado, algumas regiões são super-amostradas, quer devido a interesses econômicos e/ou acadêmicos, quer devido à facilidade de acesso. Ao elaborar-se um mapa com as características acima, a introdução de erros devidos a interpolação é inevitável. Estes erros implicam em detecção de massas não existentes, ou contrariamente, na não detecção de massas reais. Existem ainda os erros que são intrínsecos ao algoritmos de interpolação, independente da distribuição de dados.

A separação dos efeitos gravimétricos de uma Terra ideal envolve a extração dos efeitos de todas as componentes normais dos campos que contribuem para o campo gravimétrico. O campo gravimétrico pode ser entendido como a soma de todas estas componentes (Blakely(1995)):

$$\begin{aligned}
 \text{gravidade} &= \text{atração do elipsóide de referência} \\
 \text{observada} &+ \text{efeito da elevação acima do nível do mar} \\
 &+ \text{efeito das massas acima do nível do mar (Bouguer e terreno)} \\
 &+ \text{variações temporais (marés)} \\
 &+ \text{efeito de plataforma móvel} \\
 &+ \text{efeito da variação da topografia na interface crosta-manto (isostasia)} \\
 &+ \text{efeito das variações de densidade na crosta e no manto} \\
 &\quad \text{superior ("geologia")}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

As estruturas geológicas de interesse são encontradas quando se retira da gravidade observada todos os efeitos das fontes de campo conhecidas, além dos efeitos não gravitacionais (rotação da Terra, e plataforma móvel). A anomalia resultante é conhecida como anomalia isostática residual. A anomalia resultante de todos os efeitos em 1.1, menos os efeitos de isostasia é a anomalia de Bouguer. Para que o mapa de anomalias reflita o verdadeiro valor do contraste de densidade na sub-superfície, a estimativa da densidade média das massas acima do nível do mar (densidade de Bouguer), deve estar o mais próximo possível da densidade real, pois se a gravidade observada tem cerca de  $9,8 \text{ m/s}^2$  (980 Gal), as anomalias devidas a variações na densidade crustal são menores que  $10^{-3} \text{ m/s}^2$  (100mGal); menos de 0,001% do valor de  $g_{obs}$  (Blakely (1995)). Os erros devidos a estimativas irreais de densidade podem chegar a 10 mGal.

Portanto, a escolha dos valores do intervalo da grade de interpolação e a densidade média da crosta superior é uma decisão crítica a ser tomada durante processo de produção do mapa de anomalias. A escolha incorreta destes parâmetros é uma importante fonte de erros no processo de produção dos mapas de anomalias. Tais erros podem implicar na produção de mapas de anomalias residuais de qualidade duvidosa e, como consequência, em estimativas irreais de massas. Não pode ser esquecido o fato de que algoritmos de interpolação são incapazes de introduzir informação física nas regiões onde não há dados. A discussão que se pretende levantar aqui é se os métodos utilizados atualmente para estimar os parâmetros acima fornecem resultados minimamente realísticos. Encontra-se na literatura a preocupação com as precisões alcançadas pelos diferentes algoritmos de interpolação (Braille(1978); Eckstein (1989); El Abass *et alli* (1990); Kim *et alli* (2000); Keating (1995)), bem como críticas a estimativas de densidade crustal (Thorarinsson e

Magnusson (1990); Chapin (1995)).

A busca por métodos mais precisos e rigorosos para o tratamento dos dados gravimétricos se justifica pela necessidade de se aproveitar avanços que estão disponíveis atualmente, tais como: *a)* a melhoria na qualidade das medições, tanto em relação a precisão das medidas gravimétrica, como em relação as técnicas de posicionamento das coordenadas das estações; *b)* a disponibilização de uma maior número de dados e *c)* a evolução da computação, tanto em termos de dispositivos físicos, como em termos de programas. É possível que muitas informações valiosas sejam perdidas (ou falsas informações introduzidas), simplesmente devido a falta de controle de qualidade e a manutenção de métodos tradicionais de tratamento de dados, nem sempre eficientes. Uma justificativa comum para se utilizar métodos menos precisos é a eficiência computacional. Porém esta eficiência está baseada, muitas vezes, no desempenho de processadores antigos, atualmente em desuso. Featherstone e Dentith (1997) sugerem o uso em Geofísica das técnicas de redução de dados gravimétricos utilizadas na Geodésia, as quais são mais precisas. Eles mostraram que a diferença entre as anomalias calculadas pelos dois métodos pode chegar a algumas unidades de mGal e a diferença no tempo de computação dos dois métodos é irrisória.

A presente dissertação foi motivada pelo surgimento na literatura de dois novos métodos baseados na teoria de fractais: uma para a estimativa do intervalo ótimo para a grade de interpolação e outro pra a estimativa da densidade de Bouguer. Esses métodos podem dar uma importante contribuição para a melhoria da qualidade dos mapas de anomalias gravimétricas. Estes métodos serão comentados abaixo.

**Intervalo da grade de interpolação -** Embora discuta-se aqui redes gravimétricas, a maioria das redes em geofísicas do mundo são heterogêneas. Esse problema foi discutido por Lovejoy *et alli* (1986), os quais propuseram um método baseado na teoria de fractais, para caracterizar as redes de medidas geofísicas. Eles mostraram que, para a rede mundial de estações meteorológicas, a heterogeneidade do conjunto de estações, pode ser caracterizada pela sua *dimensão fractal*  $D$ , sendo que  $D < E$ , onde  $E$  é a dimensão do espaço que envolve a rede. Mostraram, também, que fenômenos esparsos com dimensão menor que  $E - D$  não podem ser detectados. Posteriormente Korvin *et alli* (1990) utilizaram a dimensão fractal para caracterizar a rede gravimétrica do Sul da Austrália. Keating (1993) usou a dimensão fractal da distribuição de dados gravimétricos do Canadá para avaliar o grau de falseamento \* e determinar qual o intervalo ótimo para grade de interpolação.

---

\*Tradução de *aliasing* proposta por Duarte (1997).

**Estimativa da Densidade de Bouguer -** Thorarinsson e Magnusson (1990) e posteriormente Chapin (1995), propuseram um novo método para a estimativa de densidade das massas topográficas que utiliza a geometria fractal (característica da topografia e do campo de anomalias gravimétricas), como uma medida da rugosidade. Este método, ao contrário do método tradicional de Nettleton, não necessita da hipótese de que a topografia é integralmente suportado pela crosta. O método de Nettleton para estimativas de densidade, faz a suposição (nem sempre verdadeira) que as massas topográficas são suportadas por uma crosta rígida, ou seja, sem compensação isostática.

A descoberta, a partir do estudo de Mandelbrot (1982) sobre perímetro de linhas de costa, de que a geometria fractal está presente em vários fenômenos da geofísica, trouxe a esperança do surgimento de novas fontes de informações para estes fenômenos. Isto porque a dimensão fractal é um índice capaz de caracterizar fenômenos que eram reconhecidos como sendo totalmente aleatórios.

A Bacia do Parnaíba foi escolhida para este trabalho, pois, como veremos, um estudo gravimétrico em escala regional nesta Bacia necessita da avaliação da confiabilidade dos mapas de anomalias. Esta Bacia faz parte do complexo formado pelas três grandes bacias intracratônicas Brasileiras (Parnaíba, Amazonas e Paraná), as quais são importantes fontes de recursos energéticos e minerais (Figura 1.1). São também importantes para o entendimento geral da evolução de bacias sedimentares, pois a sua formação está intimamente ligada aos processos termomecânicos que contribuíram para a modelagem da paisagem no Brasil e na África nos últimos 750 milhões de anos. Os estudos gravimétricos em bacias podem fornecer informações sobre a profundidade do embasamento, densidades, formas e tamanhos da bacia ou de rochas intrusivas.

Infelizmente, a Bacia do Parnaíba foi amostrada segundo, principalmente, interesses de prospecção mineral e de hidrocarbonetos em algumas sub-regiões. Além disto, os dados disponíveis são fruto da integração de várias campanhas de coleta de dados gravimétricos, organizadas por diferentes instituições e com interesses diversos. Em razão disto, a base de dados é bastante heterogênea quanto ao padrão de distribuição e a densidade de estações. A construção de mapas a partir destes dados torna-se um problema, pois, existem diversos padrões de amostragem: perfis muito densos, amostragem pouco densa ao longo de estradas e rios, amostragem aproximadamente homogênea mas de baixa densidade, alta amostragem em rede de estradas, amostragem ao longo de azimutes regulares sobre o oceano e grandes lacunas em regiões de difícil acesso.

Esta região é, portanto, adequada para um estudo crítico de como gerar um mapa

regional a partir de uma região amostrada segundo interesses distintos, resultando em uma distribuição de dados altamente heterogênea. Se em uma região a amostragem permite a observação de curtos comprimentos de onda, em outra isto pode não acontecer devido a baixa densidade de estações.

Neste trabalho, o intervalo ótimo de interpolação dos dados gravimétricos da Bacia dos Parnaíba é estimado a partir do cálculo da *dimensão de correlação* (Grassberger e Procaccia, 1983) da distribuição das estações gravimétricas (Lovejoy *et alli*, 1985). E a densidade média da crosta superior é estimada a partir da minimização da rugosidade da anomalia de Bouguer, utilizando a dimensão fractal com uma medida desta rugosidade. O método também foi aplicado a regiões adjacentes à Bacia do Parnaíba, com o objetivo de controlar a eficácia do mesmo. Espera-se, assim, contribuir para o entendimento da evolução da Bacia do Parnaíba, disponibilizando mapas de anomalias gravimétricas confiáveis.

No capítulo 2 é feita uma breve descrição da geologia da região. No capítulo 3 é introduzida a teoria de fractais, é dada uma breve descrição dos métodos para o cálculo da dimensão fractal e é feito um resumo das aplicações dos fractais em geofísica. No capítulo 4 são apresentados a metodologia e os resultados das estimativas do tamanho da célula da grade de interpolação. No capítulo 5 são apresentados a metodologia e os resultados das estimativas densidades. No capítulo 6 são apresentadas as considerações finais.

## CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

6

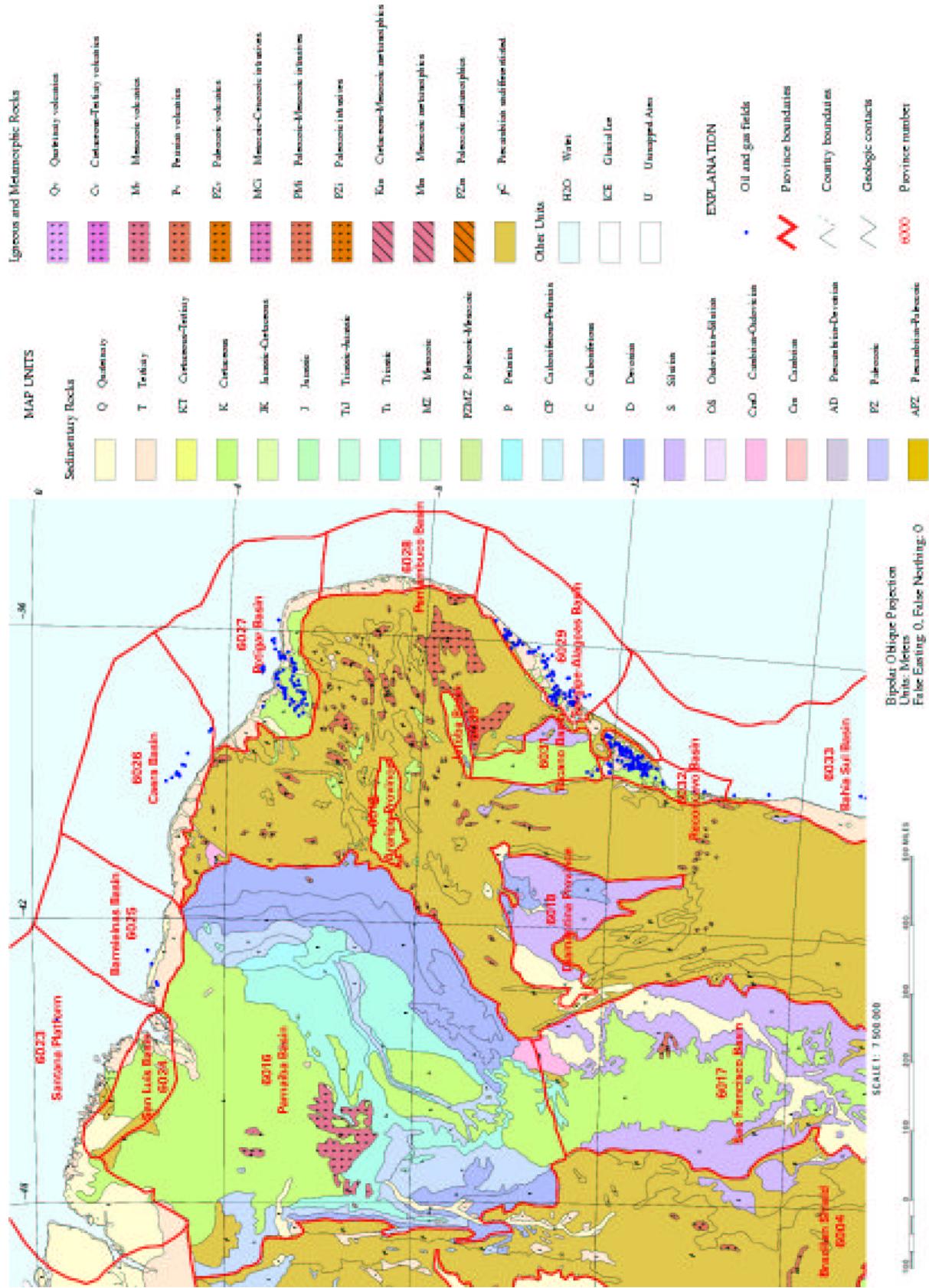


Figura 1.1: Mapa com as províncias geológicas, campos de petróleo e gás e a geologia da Região Nordeste do Brasil (Modificado de USGS - Para referências veja o sítio da [USGS](#)).

# Capítulo 2

## Bacia do Parnaíba

### 2.1 Introdução

A Bacia do Parnaíba é uma grande bacia intracratônica localizada parte na região Nordeste e parte na região Norte do Brasil, entre  $3^{\circ}$  e  $10^{\circ}$  de latitude sul e  $41^{\circ}$  e  $49^{\circ}$  de longitude oeste, numa extensão de cerca de 600.000 km<sup>2</sup>. Sua forma é grosseiramente elipsoidal com seu semi-eixo menor se estendendo por cerca de 800 km e seu semi-eixo maior, com cerca de 1000 km, sendo que este último é aproximadamente paralelo ao curso do rio de mesmo nome. As camadas afloram progressivamente a partir da linha de costa com sedimentos Cenozóicos recobrindo os sedimentos Mesozóicos e as vezes os sedimentos Paleozóicos (figuras 1.1 e 2.1). A Bacia é delimitada por arcos estruturais e faixas de dobramentos, sendo estas faixas compostas de metassedimentos formados ou re-trabalhados no Ciclo Brasiliiano (750-500 Ma).

As bordas leste e oeste separam a Bacia do Escudo Brasileiro. É separada ao norte das bacias costais de Barreirinhas e São Luis pelos arcos Ferrer e Urbano Santos. A noroeste é separada da Bacia de Marajó pelo arco de Tocantins. A oeste é separada do Cráton Amazônico pelo faixa de dobramentos Araguaia. Ao sul é separada das bacias de São Francisco e Lençóis pela elevação do embasamento conhecido como Arco do Médio São Francisco. A leste da Bacia se encontra a Província Pré-cambriana da Borborema.

É preenchida na maior parte por sedimentos paleozóicos, principalmente siliciclásticos de origem continental. Estes foram depositados em cinco grandes ciclos deposicionais a partir do Ordoviciano até o Terciário e alcançam uma profundidade de 3400 m com predominância de arenitos e níveis subordinados de siltitos e folhelhos. Sedimentos mesozoicos e cenozóicos não ultrapassam 600 m e são menos representativos. Camadas de carbonatos

e evaporitos do Carbonífero Superior e do Permiano indicam transgressão marinha em um ambiente seco e árido. Existem discordâncias regionais devido a movimentos crustais lentos e intrusões vulcânicas ocorridas no Jurássico e no Cretáceo Inferiores. De maneira geral a Bacia é caracterizada por uma lito-estratigrafia regional com pequenas variações faciológicas.

Alguns estudos foram realizados na Bacia do Parnaíba, com as mais variadas finalidades. A descrição feita aqui, foi baseada, principalmente, nos trabalhos de Góes e Feijó (1994), Góes *et alli* (1994), De Sousa e Oliveira (1995), De Sousa (1996) e Metelo (1999).

## 2.2 Características estruturais

As características estruturais mais importantes apresentam direções preferenciais NE e NNO, sendo que as feições mais comuns são as fraturas basinais, em particular na porção leste. As falhas normais predominam e as mais importantes têm comprimentos que variam entre 50 – 100 km, sendo que poucas passam de 110 km (bordas SO e O).

Os rejeitos verticais das falhas são tipicamente de 50 m, mas ocasionalmente alcançam 150 m. Falhas reversas são menos comuns e ocorrem principalmente no sudoeste da Bacia.

A Bacia apresenta ângulos de mergulho nas bordas sul e sudoeste mais acentuados do que na borda nordeste, os quais são, em geral, muito baixos (da ordem de  $3^\circ - 4^\circ$ ). Os dobramentos não são comuns e quando ocorrem são em geral associados com intrusões ígneas.

A principal característica tectônica da Bacia do Parnaíba é o Lineamento Transbrasiliano, o qual se estende por 2700 km, desde a Argentina e Paraguai e tem direção NE-SO (De Sousa, 1996). Este lineamento é visto por anomalias magnéticas e gravimétricas (De Sousa e Oliveira, 1995) e por evidências morfo-estruturais; estas últimas caracterizadas por falhas que cortam as camadas paleozóica e mesozóica e por diques de diabásio nas camadas do Cretáceo, ambos na mesma direção do lineamento.

O Lineamento Transbrasiliano é uma zona de cisalhamento muito complexa, que inclui altos estruturais e grábens, iniciados possivelmente no Proterozóico Médio-Superior e intermitentemente reativados.

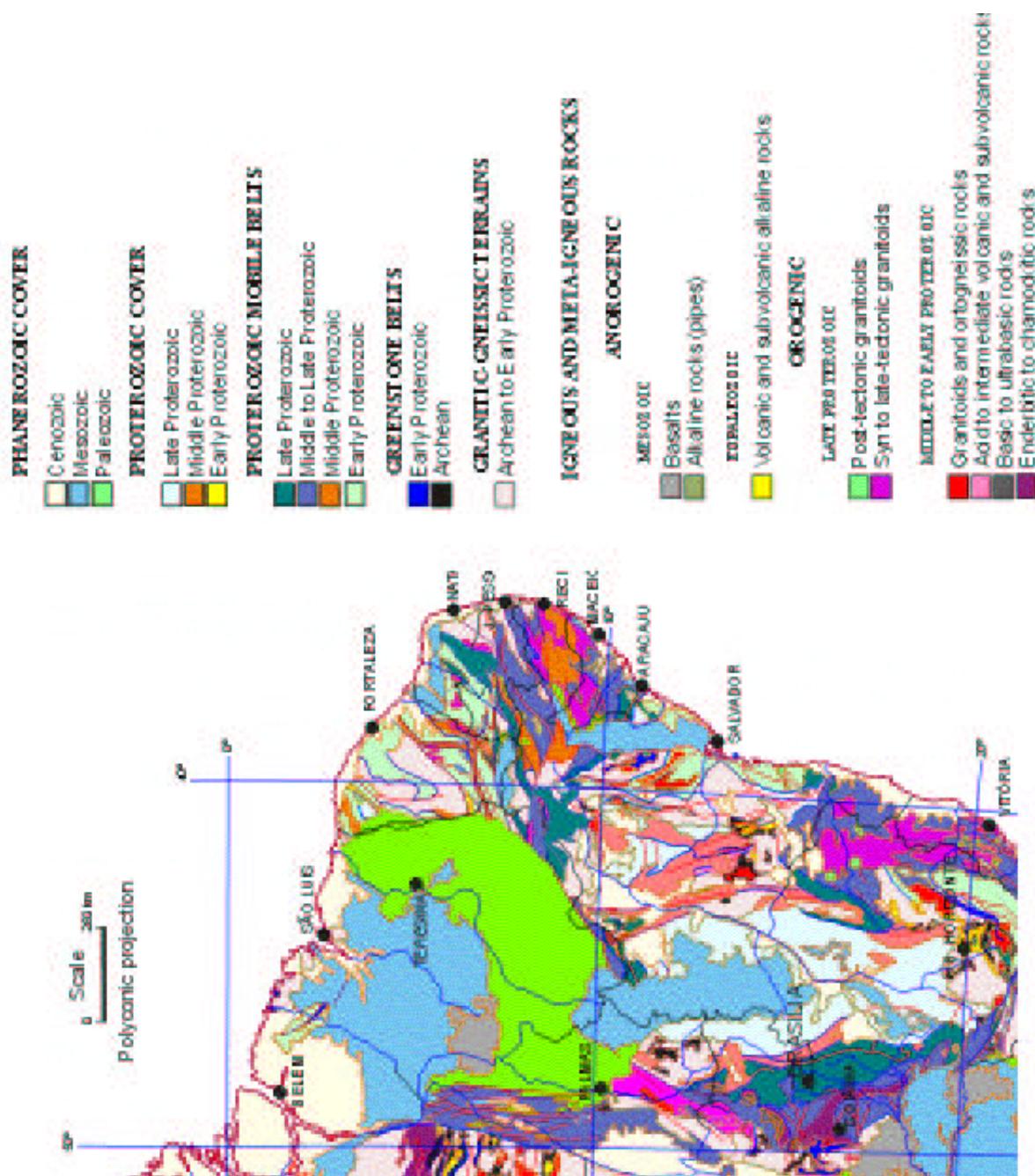


Figura 2.1: Mapa Tectônico-Geológico da Região Nordeste do Brasil - Modificado de Mapa tectônico-geológico do Brasil - CPRM (para referência veja o sítio da CPRM.)

## 2.3 Geologia do embasamento

A Bacia do Parnaíba é constituída por um embasamento Pré-cambriano cuja estrutura consiste de faixas de dobramento, maciços medianos e blocos crustais que afloram nas bordas da Bacia. Estas características são também encontradas nas províncias estruturais adjacentes. Essas observações foram feitas a partir de 24 poços exploratórios (PETRO-BRAS), pelo estudo das rochas aflorantes adjacentes e por estudos complementares de sísmica, gravimetria e magnetometria (De Sousa, 1996).

Cerca de 30% dos limites da Bacia estão mascarados por rochas Mesozóicas e Cenozóicas.

A porção oeste da Bacia do Parnaíba é delimitada pela Faixa Araguaia, a qual tem orientação N-S. Esta é uma unidade Proterozoica que passou por eventos termo-tectônicos no Ciclo Uruaçuano (1,3-1 Ga). Na borda sudoeste da Bacia afloram rochas de alto grau metamórfico, pertencentes a Faixa Tocantins-Araguaia. Ocorrem nesta região grábens e falhas associadas ao Lineamento Transbrasiliano. A porção sul da borda da Bacia desaparece sob as rochas cenozóicas e há presença de deformações cataclásticas nos falhamentos de direção NE-SE. Na borda sudeste a Bacia está sobre gnaisses e migmatitos que pertencem a faixa de dobramentos Rio Preto, a qual é sub-paralela à borda da Bacia e a margem do Cráton São Francisco. A borda leste da Bacia é delimitada pela complexa Província Estrutural da Borborema. As principais características estruturais da Província Borborema têm direção NE-SO, sendo transversais à borda da Bacia do Parnaíba e extensões de sua estrutura se projetam para o interior da Bacia.

Subordinadamente às rochas metamórficas ocorrem rochas sedimentares preservadas em estruturas grabenformes Neoproterozóicas e Cambro-Ordovicianas (Metelo, 1999). É possível que estas estruturas reflitam alguns lineamentos importantes da Bacia, como o Lineamento Picos-Santa Inês (Cunha, 1986). As rochas do Proterozoico foram identificadas como Formação Riachão e as rochas do Cambro-Ordoviciano são identificadas com Formação Mirador.

## 2.4 Litoestratigrafia

A coluna estratigráfica da Bacia do Parnaíba é constituída de cinco grandes grupos depositados do Ordoviciano ao Cretáceo. Uma carta crono-litoestratigráfica simplificada é apresentada na Figura 2.2. Um maior detalhamento da litoestratigrafia pode ser encontrados nos trabalhos de Góes *et alli* (1994), Góes e Feijó (1994), De Sousa (1996) e Metelo

(1999).

### **2.4.1 Grupo Serra Grande**

Composto pelas Formações Ipu, Tianguá e Jaicós. A Formação Ipu é composta por arenitos, conglomerados, arenitos conglomeráticos e diamictitos, depositados entre o final do Ordoviciano e o início do Siluriano. Sugere deposição em ambiente deltaico com influência periglacial e glacial. A Formação Tianguá é composta por folhelhos cinzas, siltitos e arenitos depositados no Siluriano em ambiente marinho raso. A Formação Jaicós é composta por arenitos e conglomerados depositados em leques aluviais do final do Siluriano.

### **2.4.2 Grupo Canindé**

Composto pelas Formações Itaim, Pimenteiras, Cabeças, Longá e Poti. A Formação Itaim é formada por arenito fino e esbranquiçado e folhelho cinza, depositados em ambientes deltaicos plataformais no Devoniano. A Formação Pimenteiras é composta de folhelhos cinza-escuro e preto com camadas delgadas de arenito muito fino, depositadas no Devoniano. A Formação Cabeças é formada por arenito fino depositado em ambiente marinho plataformal com intercalações delgadas de siltito e folhelho e arenito grosso depositado em ambiente fluvial estuarino no Neodevoniano. A Formação Longá é constituída por folhelho e siltito cinza-médio, depositados em ambiente marítimo plataformal no Neodevoniano. A Formação Poti é composta por arenito intercalado por siltito e folhelho, depositados no início do Carbonífero, em deltas e planícies de maré.

### **2.4.3 Grupo Balsas**

O Grupo balsas reúne o complexo clástico-evaporítico que se sobrepõe discordantemente ao Grupo Canindé e se sotopõe em discordância com as Formações Mosquito (leste), Grajaú, Codó e Itaperucu (norte e nordeste), Urucuia (sul) e ao Grupo Mearin (centro). É constituído pelas Formações Piauí, Pedra de Fogo, Motuca e Sambaíba. A Formação Piauí é constituída por arenito cinza-esbranquiçado, folhelho vermelho e calcário vermelho, de origem continental e oceânico e depositados sob severas condições de aridez. A Formação Pedra de Fogo é caracterizada pela presença de sílex e calcários intercalados por arenito fino a médio, proveniente de ambiente marinho raso ou litorâneo, depositados no Eopermiano. A Formação Motuca é composta por siltito, arenito fino e raros calcários, de

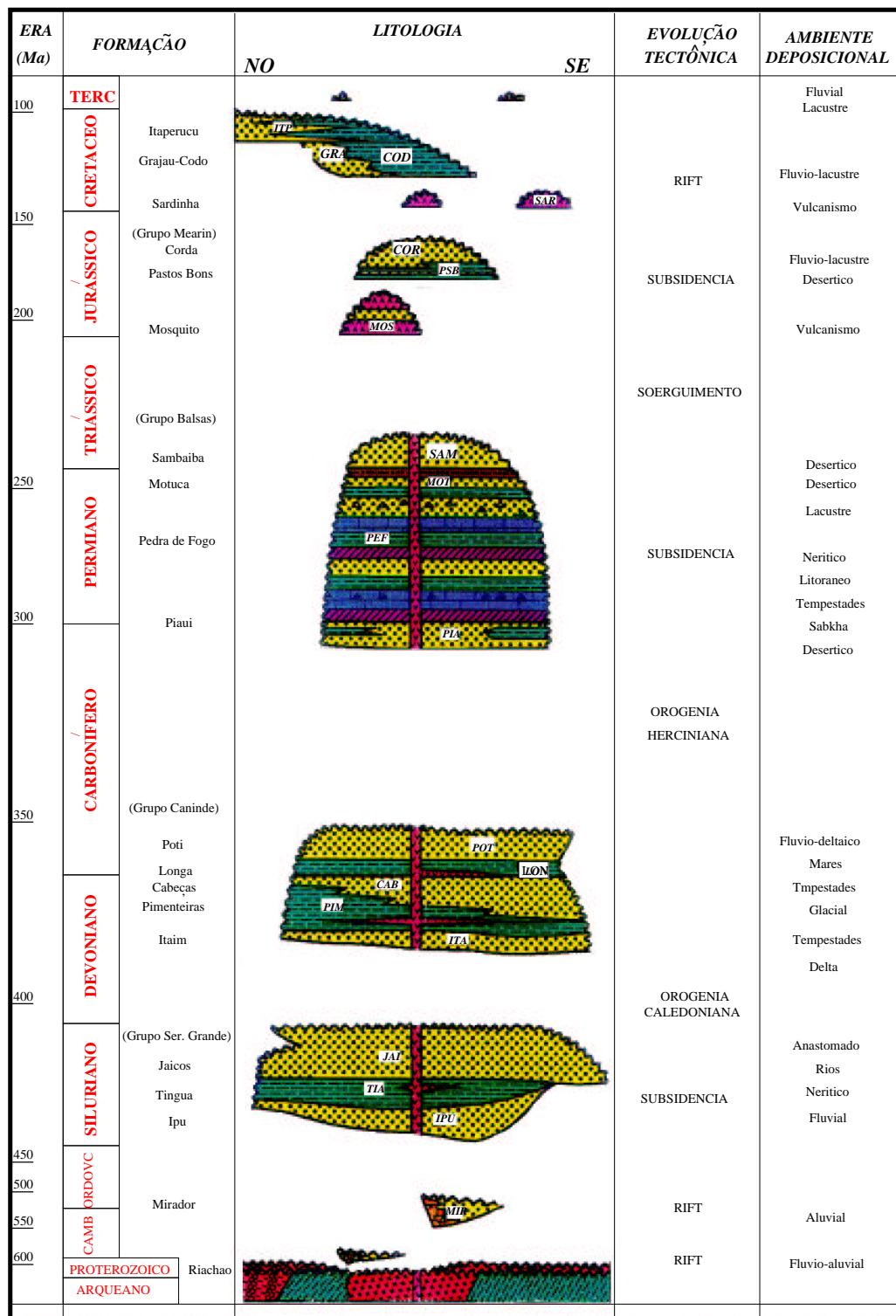


Figura 2.2: Carta crono-litoestratigráfica da Bacia do Parnaíba, modificada de Góes e Feijó (1994) e De Sousa (1996).

origem continental desértico, depositados no Neopermiano. A Formação Sambaíba é composta por arenito depositados por sistemas eólicos em ambiente desértico, possivelmente no Eotriássico.

#### **2.4.4 Grupo Mearin**

Composto pelas Formações Pastos Bons e Corda, as quais são sobrepostas em discordância ao Grupo Balsas e às rochas vulcânicas da Formação Mosquito e sotopostas discordantemente às Formações Grajaú, Codó, Itaperucu e Sardinha. A Formação Pastos Bons é constituída de siltito e folhelho/argilito, depositados em ambiente lacustre e fluvial. A Formação Corda é caracterizada por arenito e alguns poucos níveis de sílex, originados em ambiente continental desértico do fim do Jurássico até o Cretáceo.

#### **2.4.5 Formações Itaperucu, Grajaú e Codó**

As Formações Itaperucu e Grajaú/Codó estão associadas a um único ciclo deposicional que ocorreu na porção norte da Bacia. A Formação Itaperucu é composta de arenito depositado em ambiente fluvio-lacustre em clima semi-árido. A Formação Grajaú é composta por arenito fino e conglomerático de ambiente marinho. A Formção Codó é composta por folhelhos betuminosos calcários e anidritas de origem marinha.

#### **2.4.6 Magmatismo Juro-Cretáceo - Formações Mosquito e Sardinha**

O magmatismo ocorreu na Bacia do Parnaíba em três principais pulsos entre o Jurássico e o Cretáceo. Duas unidades foram identificadas: a Formação Mosquito de idade juro-triássica, intrudindo principalmente os Grupos Balsas e Mearin; e a Formação Sardinha, de idade eocretácea, sobreposto ao Grupo Mearin e sotoposto à Formação Itaperucu.

A hipótese mais aceita é a de que ocorreram três principais pulsos, relacionados, respectivamente, a abertura do Atlântico Norte (215 a 180 Ma), a abertura do Atlântico Equatorial (180 a 150 Ma) e a abertura do Atlântico Sul (150 a 110 Ma).

# Capítulo 3

## Fractais

O conceito de fractal foi introduzido por Mandelbrot em 1967 (ver Mandelbrot, 1982), a partir do estudo da linha de costa da Inglaterra. Ele percebeu que o comprimento da linha de costa varia segundo uma lei de potência, em função da escala usada para a sua medida. Em outras palavras, o perímetro de uma linha de costa cresce segundo uma lei de potência, à medida que a resolução da escala aumenta.

Não há nenhuma novidade no fato da linha de costa ter diferentes comprimentos, conforme a escala usada para a sua medida, uma vez que o aumento da resolução expõe reentrâncias, pequenas baías e outras irregularidades; o fato novo é que este aumento segue uma lei de potência. Objetos matemáticos que seguem uma lei de potência são caracterizados por sua *auto-similaridade*, i.e., uma parte do conjunto é similar a outra. Linhas de costa podem apresentar auto-similaridade num sentido estatístico: uma pequena porção da costa, vista em uma escala é estatisticamente similar a uma outra, vista em outra escala. Isto significa dizer que a forma da costa é estatisticamente *invariante em escala*. Além das linhas de costa, muitos outros fenômenos em geologia e geofísica apresentam geometria fractal (Turcotte, 1992).

### 3.1 Noção de conjunto fractal

A definição mais simples de um conjunto fractal é a de um conjunto gerado por uma lei de potência (Feder, 1988):

$$N_n = \frac{C}{r_n^D}, \quad (3.1)$$

onde  $N_n$  é o número de objetos,  $r_n$  é uma característica dos objetos (comprimento, massa, densidade etc),  $D$  é a dimensão fractal e  $C$  é uma constante de proporcionalidade.

A noção de dimensão fractal é melhor compreendida através dos fractais mais simples, isto é, aqueles que têm dimensão entre zero e um, são discretos e determinísticos. Um conjunto fractal deste pode ser obtido seccionando-se uma barra em partes iguais e retendo-se alguns segmentos. O procedimento é repetido, sucessivamente, para os segmentos retidos. Construções deste tipo são denominadas *Conjuntos de Cantor*. Como exemplo, tomamos um segmento de reta de comprimento unitário apenas por simplicidade. A reta é, na primeira iteração, dividida em três partes iguais, cada uma com tamanho  $r_1 = 1/3$ . Destes três segmentos retemos os dois extremos, restando, nesta iteração, dois objetos, portanto  $N_1 = 2$ . Cada segmento retido é novamente dividido em três partes iguais, das quais são retidas duas, como no passo anterior. Teremos agora um total de quatro objetos ( $N_2 = 4$ ) cada um com comprimento de  $r_2 = 1/9$  do original. Uma terceira iteração nos fornece ( $N_3 = 8$ ) e  $r_3 = 1/27$ . Este procedimento está ilustrado na Figura 3.1. Um aspecto interessante desta figura é a invariância de escala: se ampliarmos a parte enquadradada da figura, veremos a figura original inteira, ou seja, um pedaço do conjunto é semelhante ao todo.



Figura 3.1: Conjunto de Cantor de dimensão 0,639. Este é construído dividindo um segmento de reta em 3 partes iguais e retendo-se duas partes. O procedimento é repetido, sucessivamente, para os segmentos retidos.

Para determinar  $D$  a partir de duas iterações, fazemos:  $N_n r_n^D = C$  e  $N_{n+1} r_{n+1}^D = C$ . Igualando as duas expressões teremos:

$$(N_n/N_{n+1}) = (r_{n+1}/r_n)^D. \quad (3.2)$$

Tomando o logaritmo de base dez dos dois lados em 3.2 e isolando  $D$ , tem-se:

$$D = \frac{\log(N_n/N_{n+1})}{\log(r_{n+1}/r_n)}. \quad (3.3)$$

A aplicação de 3.3 para o Conjunto de Cantor da figura 3.1 nos dá uma dimensão fractal de

$$D = \log 2 / \log 3 = 0,6309,$$

que é maior que a dimensão de um ponto ( $D = 0$ ) e menor que a dimensão de uma reta ( $D = 1$ ).

Vamos agora aplicar a fórmula 3.3 para vários Conjuntos de Cantor diferentes, mostrados nas figuras 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5. Os dois primeiros são casos em que a dimensão não é fractal e os dois últimos são casos de conjuntos diferentes com a mesma dimensão fractal.

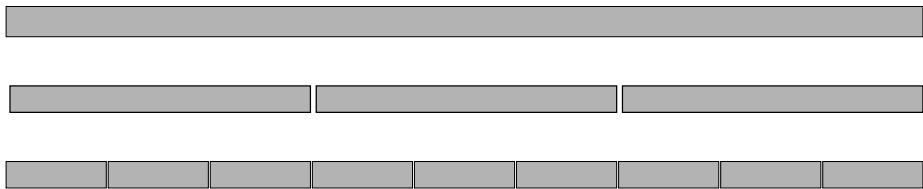


Figura 3.2: Conjunto de Cantor de Dimensão 1.

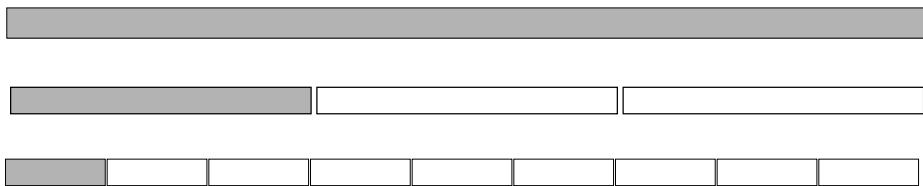


Figura 3.3: Conjunto de Cantor de dimensão 0.

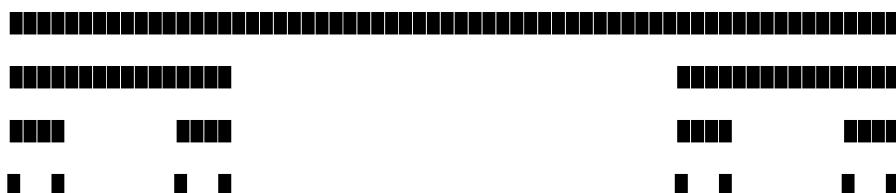


Figura 3.4: Conjunto de Cantor de dimensão 0,5.

Na construção 3.2, um segmento de reta é dividido em três partes e retendo-se todas, fornecendo  $r_1 = 1/3$ ,  $N_1 = 3$  e numa segunda iteração  $r_2 = 1/9$  e  $N_2 = 9$ . Isto implica em

$$D = \log 3 / \log 3 = 1,$$

a dimensão fractal de uma reta.

Na construção 3.3, um segmento de reta unitário é dividido em três partes iguais, das quais é retida uma ( $r_1 = 1/3$  e  $N_1 = 1$ ). A parte restante é novamente dividida em três partes iguais, retendo-se uma ( $r_2 = 1/9$  e  $N_2 = 1$ ). A aplicação de 3.3 produz:

$$D = \log 1 / \log 3 = 0,$$

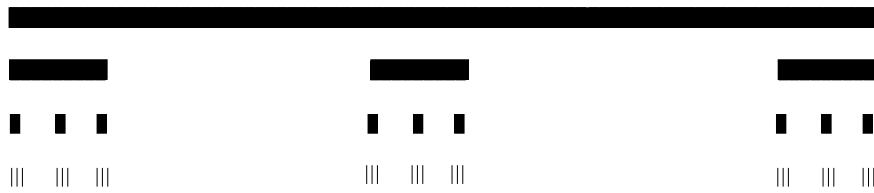


Figura 3.5: Um outro exemplo de Conjunto de Cantor de dimensão 0,5.

que é a dimensão de um ponto.

As construções 3.4 e 3.5 são feitas dividindo-se o segmento unitário em, respectivamente, quatro partes iguais, retendo-se duas, e em nove partes iguais, retendo-se 3. Daí vem:  $D = \log 2 / \log 4 = 0.5$  e  $D = \log 3 / \log 9 = 0.5$ , respectivamente. Isto nos diz que existe mais de uma construção que têm a mesma dimensão.

Pelos cálculos acima já é possível perceber que, de maneira geral, a dimensão fractal de Conjuntos de Cantor pode ser calculada diretamente, conhecendo-se apenas o número e o tamanho dos objetos em uma ordem qualquer:

$$N_n = \frac{1}{r_n^D}. \quad (3.4)$$

Existem conjuntos que são extensões dos Conjuntos de Cantor para duas e três dimensões. Dois exemplos são o Tapete de Sierpinski e a Esponja de Menger.

Um exemplo de Tapete de Sierpinski pode ser gerado dividindo-se um quadrado de lado unitário em oito quadrados iguais de lado  $1/3$ , conforme a Figura 3.6. Um quadrado central é então retirado -  $r_1 = 1/3$  e  $N_1 = 8$ . O procedimento é repetido para os quadrados restantes. A aplicação de 3.4 produz:  $D = \log 8 / \log 3 = 1,8928$ , menor que a dimensão de um quadrado e maior que a dimensão de uma reta.

Da mesma maneira que o Tapete de Sierpinski, uma Esponja de Menger pode ser construída dividindo-se um cubo de lado unitário em 27 cubos menores de lado  $1/3$  cada e retirando-se um cubo de cada face, mais o cubo central, restando portanto 20 cubos menores. O processo é sucessivamente repetido para os cubos restantes, conforme a Figura 3.7. A dimensão fractal desta figura é  $D = \log 20 / \log 3 = 2,727$ , que é menor que a dimensão de um cubo e maior que a dimensão de um quadrado.

O próximo passo é a construção de fractais contínuos. Um exemplo são as *Curvas de Koch*, que podem ser formadas a partir de um triângulo eqüilátero de lado unitário. Cada lado é dividido em três partes iguais e no centro de cada lado é colocado um novo triângulo eqüilátero de lado  $1/3$  do original. O procedimento é repetido para cada lado.

Da Figura 3.8 podemos observar que na primeira ordem o comprimento de cada lado é

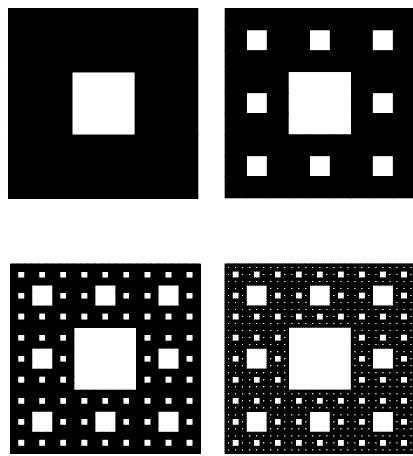


Figura 3.6: Tapete de Sierpinski de dimensão 1,8928. Para se construir este fractal divide-se um quadrado em 9 partes iguais e retira-se um quadrado central. O procedimento é repetido, sucessivamente, para os quadrados retidos.

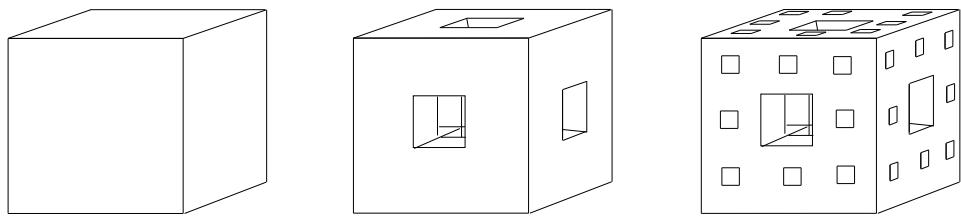


Figura 3.7: Esponja de Menger de dimensão 2,727. Divide-se um cubo em 27 partes iguais e retira-se um cubo central de cada face mais o cubo central. O procedimento é repetido, sucessivamente, para os cubos restantes.

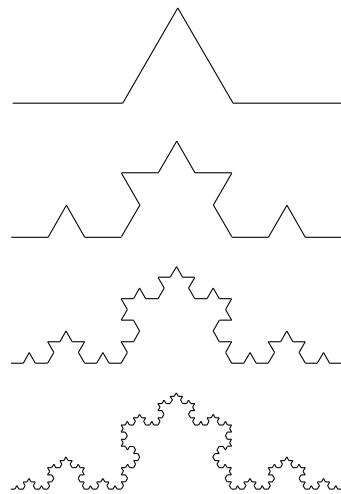


Figura 3.8: Curva de Koch com dimensão 1,26186. Uma linha é dividida em três partes iguais e na parte central é construído um triângulo. O processo é repetido em cada lado.

$r = 1/3$  e o número de lados é  $N_1 = 16$  e o perímetro é  $P_1 = 16 \times \frac{1}{3}$ . Na ordem seguinte teremos  $N_2 = 48$ ,  $r_2 = 1/9$  e  $P_2 = 48 \times \frac{1}{9}$ . De maneira genérica o perímetro é obtido por

$$P_n = r_n \times N_n. \quad (3.5)$$

Pela substituição da equação 3.4 obtemos:

$$P_n = r_n \times \frac{C}{r_n^D} = \frac{C}{r_n^{D-1}}. \quad (3.6)$$

Este resultado indica que a dimensão fractal pode ser obtida de medições do perímetro, como Mandelbrot o fez para a linha de costa da Inglaterra. As Curvas de Koch são exemplos de fractais determinísticos análogos a linhas de costa. A aplicação de equação 3.6 à Curva de Koch da figura 3.8, fornece uma dimensão 1,26186.

Um conjunto fractal não é necessariamente determinístico. Se um fenômeno têm geometria ou distribuição fractal, isto às vezes é válido, num sentido estatístico. Podemos ter idéia de como isto ocorre, outra vez recorrendo ao Conjunto de Cantor, partindo da mesma construção da Figura 3.1, porém agora os segmentos são retidos aleatoriamente, não precisando ser necessariamente os segmentos centrais (Fig.3.9) . Pode-se verificar que continua valendo a relação 3.4:  $N_n = \frac{c}{r_n^D}$ . O Conjunto de Cantor da figura 3.9 é um exemplo de fractal estatístico.



Figura 3.9: Conjunto de Cantor aleatório de dimensão 0,639.

## 3.2 Auto-similaridade e auto-afinidade

Todos os fractais vistos até aqui são fractais que apresentam a característica de auto-similaridade. Objetos com estas características possuem a seguinte propriedade:

$$x(rt) = rx(t), \quad (3.7)$$

ou seja, mudar a escala da variável independente por um fator  $r$ , apenas amplia (ou reduz) o objeto original por um fator  $r$ . Em Korvin (1992) é mostrado que as únicas funções, além da função trivial, com esta propriedade é:  $f(x) = x^c$ , ou seja, a lei de potência.

De maneira mais formal, a relação acima pode ser entendida como uma transformação - a transformação de similaridade (Feder, 1988) - que é definida como:

$$\mathbf{x} = (t, x(t)) \rightarrow \mathbf{x}' = (rt, rx(t)), \quad (3.8)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o conjunto original e  $\mathbf{x}'$  é o conjunto que sofreu a transformação. Em mais dimensões, temos:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \mathbf{x}' = (rx_1, rx_2, \dots, rx_n). \quad (3.9)$$

Os fractais com a propriedade de *auto-afinidade* são caracterizados por:

$$x(rt) = r^H x(t). \quad (3.10)$$

O que significa que uma ampliação no eixo  $t$  resulta numa ampliação diferente no eixo  $x$ , ou seja mudar a escala no eixo  $x$  por um fator de  $r$  tem como efeito a ampliação (redução) do eixo  $y$  por um fator  $r^H$ . O expoente  $H$  é o coeficiente ou dimensão de Hurst ou expoente de rugosidade (Feder, 1988). Uma transformação *auto-afim* tem a seguinte propriedade:

$$\mathbf{x} = (t, x(t)) \rightarrow \mathbf{x}' = (rt, r^H x(t)). \quad (3.11)$$

De maneira genérica temos,

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \mathbf{x}' = (r_1 x_1, r_2 x_2, \dots, r_n x_n). \quad (3.12)$$

Uma característica importante de fractais auto-afins é a anisotropia, ou seja, a ampliação ou redução é diferente para diferentes direções. Além disso a ampliação ou redução não é linear e é maior ou menor dependendo do fator de escala. A topografia da Terra e do fundo oceânico são bons exemplos de fractais estatisticamente auto-afins.

As linhas de contorno da topografia, assim como as linhas de costa, são auto-similares independentemente da altitude. Mas a topografia e a batimetria em função das coordenadas de posição são funções auto-afins. Neste sentido a auto-afinidade pode ser considerada como auto-similaridade com extração vertical, uma vez que a ampliação na horizontal acontece numa escala diferente da vertical.

Fractais auto-afins podem ser gerados pela função de Weierstrass-Mandelbrot (Mandelbrot, 1982), que é uma função contínua mas não derivável (Mello, 1998; Berry e Lewis, 1980) que possuem a característica de auto-afinidade:

$$W(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(1 - e^{ib^n t})e^{i\phi_n}}{b^{(2-D)n}}, \quad (3.13)$$

onde  $D$  é a dimensão fractal,  $\phi$  é um fator de fase e  $b$  é um parâmetro que controla o quanto a curva é visível para um determinado  $t$ . A figura 3.10 mostra a função de Weierstrass-Mandelbrot para  $D = 1,5$ ,  $b = 1,5$  e  $\phi = 0$ . O primeiro gráfico mostra a função no intervalo  $[0, 20]$ , no segundo a mesma função no intervalo  $[0, 100]$  e no terceiro o eixo  $t$  foi reescalado por um fator de 5 e o eixo  $y$  foi multiplicado por  $5^{2-D}$ .

### 3.3 Definição de dimensão fractal

A teoria de fractais pode ser entendida, em certo sentido, como uma teoria de medida. As curvas da figura 3.11 ilustram este fato. Aí são mostradas quatro escalas para medir a mesma curva, a qual supomos diferenciável, contínua e de comprimento  $L_0$ . A resolução da escala é determinada pelo tamanho dos segmentos de retas (que poderiam ser régulas ou bastões):  $l$ ,  $2l$ ,  $3l$  e  $4l$ . Os comprimentos  $L(l)$  encontrados para as curvas são: 3.11(a)  $L(l) = 17l$ ; 3.11(b)  $L(l) = 16l$ ; 3.11(c)  $L(l) = 15l$ ; 3.11(d)  $L(l) = 8l$ . O comprimento da curva aumenta com o aumento da resolução e a resolução máxima é:

$$\lim_{l \rightarrow 0} L(l) = L_0 \quad (3.14)$$

Curvas como as linhas de Costa ou as Curvas de Koch e a função de Weierstrass-Mandelbrot são contínuas mas não são deriváveis. Para estas curvas o limite 3.14 não é definido pois se ampliarmos a curva infinita vezes, continuaremos vendo irregularidades (pontos onde a curva não é diferenciável). A figura 3.12 mostra a função de Weierstrass-Mandelbrot em três níveis de resolução; nota-se a não-diferenciabilidade e a impossibilidade para se definir um comprimento de tal curva.

Para expressar esse fato, Mandelbrot (1982) sugeriu a seguinte definição para um fractal:

*Um fractal é por definição um conjunto para o qual a dimensão de Haudorff-Besicovitch excede estritamente a dimensão topológica. \**

A dimensão de Haudorff-Besicovitch ( $D_H$ ) está associada a medida de um conjunto de pontos no espaço.

---

\*Tradução do autor.

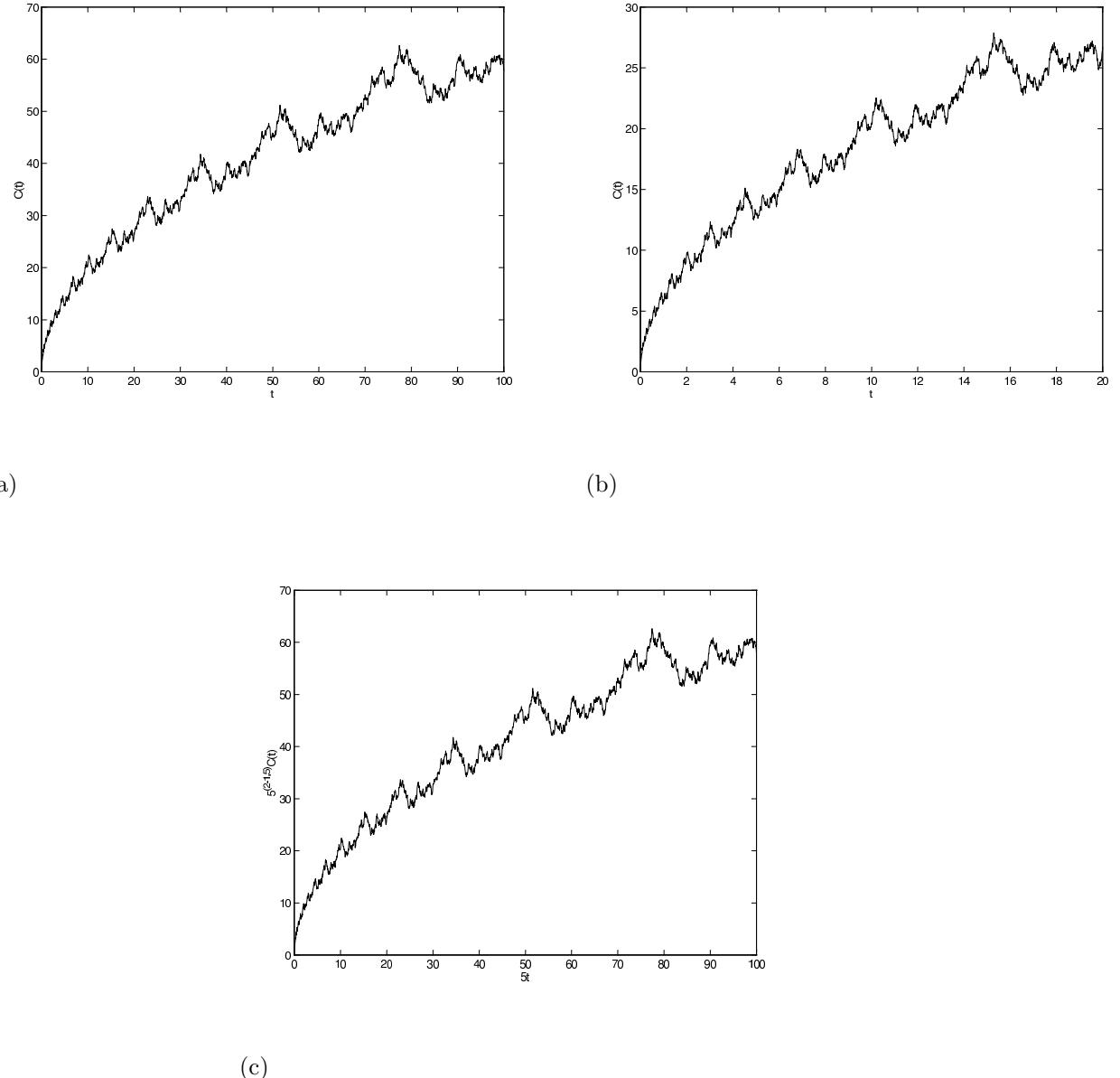


Figura 3.10: Função de Weierstrass-Mandelbrot com  $b = 1,5$  e  $D = 1,5$ . A figura 3.10(a) é a função no intervalo  $[0,100]$ . A figura 3.10(b) é mesma função no intervalo  $[0,20]$ . A figura 3.10(c) é a função no intervalo  $[0,20]$  reescalada para  $[0,100]$ :  $C(5t) = 5^{(2-1,4)}C(t)$ . Pode-se observar a semelhança entre os gráficos 3.10(a) e 3.10(c), o que mostra a auto-afinidade.

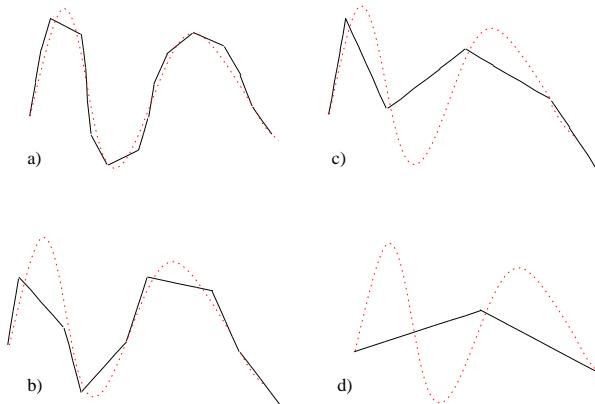


Figura 3.11: Ilustração do processo de medição de uma curva. A curva é medida através de réguas de tamanhos decrescentes. O comprimento da curva fica definido quando o limite do tamanho da régua tende para zero.

Se o conjunto de pontos formam uma linha de comprimento  $L_0$  no espaço euclidiano podemos medir seu comprimento com o método da régua da figura 3.11. Neste caso a curva foi dividida em  $N(\delta)$  pedaços de tamanho  $\delta$ . O número de réguas necessárias para cobrir completamente a curva é  $N(\delta) = L_0/\delta$ . O comprimento da curva é então:

$$L = \lim_{\delta \rightarrow 0} N(\delta)\delta = L_0\delta^0 = L_0$$

Mas pode acontecer de nós *não sabermos* se o conjunto de pontos define uma curva ou outro objeto, como uma superfície ou um sólido. Podemos supor, por exemplo, que o conjunto é definido por uma superfície no espaço euclidiano e tentarmos medir sua área, cobrindo o conjunto com quadradinhos de lado  $\delta$ , como mostra a figura 3.13. Se o conjunto é realmente uma superfície, então a área deste conjunto deverá ser finita, diferente de zero e será dada pela soma de todos os quadradinhos de lado  $\delta$  necessários para cobrir o objeto:

$$A = \lim_{\delta \rightarrow 0} N(\delta)\delta^2 = \lim_{\delta \rightarrow 0} L_0\delta^1 = 0;$$

que significa que o objeto é uma linha, a qual possui área zero. O mesmo raciocínio aplicado para o caso de tentarmos encontrar o volume da curva produz um volume zero;

$$V = \lim_{\delta \rightarrow 0} N(\delta)\delta^3 = \lim_{\delta \rightarrow 0} L_0\delta^2 = 0.$$

Para o caso de uma superfície, como a da figura 3.14, o número de quadrados de lado  $\delta$  necessário para cobrir a superfície de área  $A_0$  é  $N = A_0/\delta^2$ . A medida da área da superfície

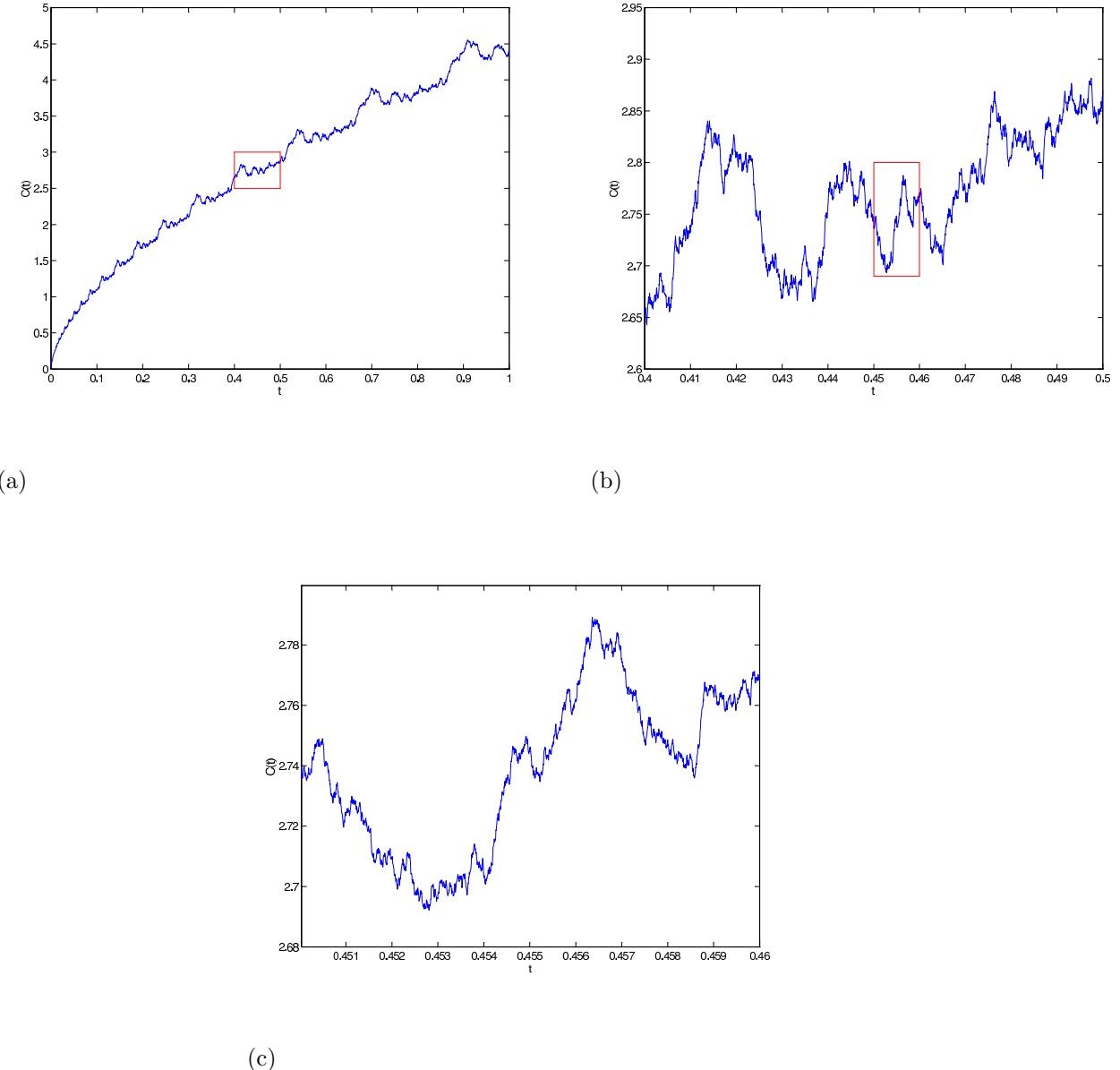


Figura 3.12: A função de Weierstrass-Mandelbrot com  $D = 1,4$ ,  $b = 1.3$  e  $\phi = 1$ , um exemplo de curva fractal. A figura 3.12(b) é uma ampliação da figura 3.12(a) no intervalo indicado pelo retângulo e a figura 3.12(c) é uma ampliação da figura 3.12(b). Pode se observar que a curva continua rugosa a medida que é ampliada e por isto esta função não é diferenciável (embora seja contínua) e não é possível definir um comprimento para este objeto na geometria usual.

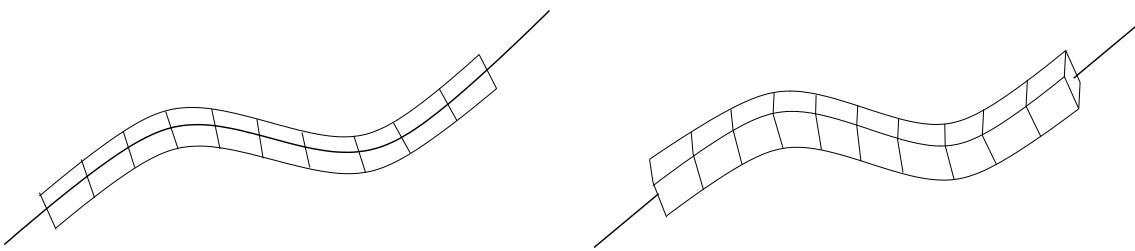


Figura 3.13: Duas maneiras de tentarmos medir o tamanho de um objeto, no caso uma curva. Na primeira dividimos o objeto em quadrados e na segunda em cubos.

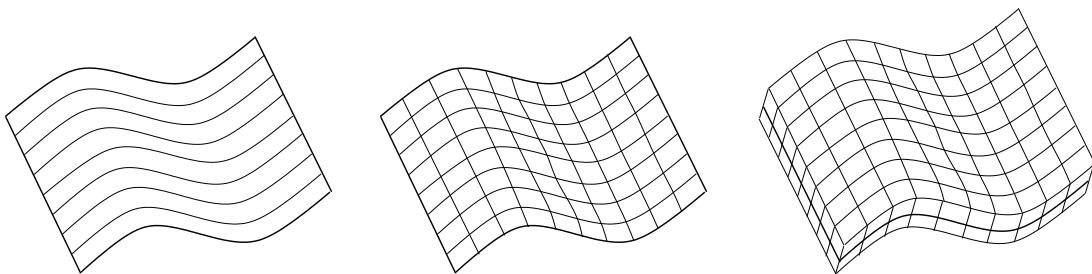


Figura 3.14: Três maneiras de tentarmos medir o tamanho de uma superfície. Na primeira dividimos o objeto em linhas, na segunda em quadrados e na terceira em cubos.

é dada por:

$$A = \lim_{l \rightarrow 0} N(\delta) \delta^0 = A_0.$$

Mas se medirmos o volume desta superfície teremos:

$$V = \lim_{l \rightarrow 0} N(\delta) \delta^1 = 0,$$

ou seja, o volume de uma superfície é zero.

Agora, o que aconteceria se tentarmos medir o *comprimento de uma superfície*? A aplicação do limite produz:

$$L = \lim_{l \rightarrow 0} N(\delta) \delta = \lim_{l \rightarrow 0} A_0 \delta^{-1} = \infty,$$

o que é razoável, pois é impossível cobrir uma superfície com um número finito de segmentos de retas. Para uma linha cobrir uma superfície seu comprimento deve ser infinito<sup>†</sup>, assim como a “área de um volume”.

A conclusão é que a única medida capaz de nos dar a idéia do *tamanho* de um conjunto de pontos definido por uma superfície em um espaço euclidiano tridimensional, é a medida

---

<sup>†</sup>Curvas com estas características são denominadas curvas de Peano (Feder, 1988).

da sua área, da mesma maneira que a medida correta para uma linha é o seu comprimento.

De maneira genérica, para conhecermos a medida do tamanho de um conjunto de pontos no espaço, necessitamos de uma função teste. Esta função de teste representa o objeto de dimensão  $d$  que cobrirá o conjunto de pontos no espaço:  $h(\delta) = \gamma N(\delta)^d$ , onde  $\gamma$  é uma fator geométrico. No caso de uma quadrado  $d = 2$  e  $\gamma = 1$ , no caso de um cubo  $d = 3$  e  $\gamma = 1$ . A medida do conjunto é dada por  $M_d = \sum h(\delta)$ , a chamada *medida d*. Se  $d$  for menor que a dimensão do conjunto, então  $M_d \rightarrow \infty$ , como no caso de medirmos o *volume* de uma superfície; se  $d$  for menor que a dimensão do conjunto,  $M_d \rightarrow 0$ , como no caso de medirmos a *área* de um sólido. A dimensão de Hausdorff-Besicovitch é definida como o valor crítico de  $d$ , para o qual  $M_d$  muda de zero para infinito:

$$M_d = \sum \gamma(d)\delta^d = \lim_{\delta \rightarrow 0} \gamma(d)N(\delta)\delta^d = \begin{cases} 0, & d > D; \\ \infty, & d < D. \end{cases} \quad (3.15)$$

Para uma linha, a dimensão topológica é  $D_T = 1$  e a dimensão de Hausdorff-Besicovitch é  $D = 1$  também, pois a sua medida  $d$  é finita e diferente de zero para  $d = 1$ . O mesmo vale para superfícies e sólidos, com dimensão topológica igual a dimensão Hausdorff-Besicovitch,  $D_T = D = 2$  e  $D_T = D = 3$ , respectivamente.

Existem objetos, como os Conjuntos de Cantor ou as curvas geradas pela função de Weierstrass-Mandelbrot, para os quais a medida  $d$  só é finita e diferente de zero para valores de  $d$  tais que

$$D_T - 1 > d > D_T.$$

Como  $d$  será necessariamente fracionário, este foi denominado *dimensão fractal*.

Uma observação importante é que, para objetos reais, como no caso da Geofísica, o comprimento de uma curva ou a área de uma superfície é função da escala na qual está sendo medida e da dimensão fractal (Goodchild, 1980) e existem limites inferior e superior para o regime de escala (Turcotte, 1992).

Muitos refinamentos podem ser feitos no conceito da medida, mas o exposto até aqui é suficiente para o propósito deste trabalho. Uma teoria estendida pode se encontrada no livro de Feder (1988) e um tratamento matematicamente rigoroso em Falconer (1990) e Dubois (1998).

## 3.4 Métodos para o cálculo da dimensão fractal

### 3.4.1 Método da Caixa

Este método foi originalmente proposto e usado por Mandelbrot para o cálculo da dimensão fractal da linha de costa da Inglaterra. A linha de costa é medida com régulas de tamanho crescente. Para cada régua de tamanho  $l$  obtém-se uma medida do comprimento da costa  $L(l)$ . Para uma curva fractal:

$$L(l) = \text{constante} \times l^{1-D} \quad (3.16)$$

Por analogia com a curva de Koch podemos calcular, alternativamente, a dimensão fractal pelo número de objetos e não pelo perímetro. A região da linha de costa é dividida em quadrados de tamanhos ( $l$ ) crescentes e é contado o número de quadrados que contém pontos para cada  $l$ . Uma extensão do mesmo raciocínio para dimensões maiores consiste em dividir o espaço de dimensão euclidiana  $E$  em hipercubos de lado  $l$  e contar o número  $N$  de cubos que contêm pontos para cada  $l$ . O procedimento é repetido para cubos de tamanhos cada vez menores. Se o objeto for auto-similar então:

$$N(l) = l^{-D} \quad (3.17)$$

A dimensão fractal é obtida pelo coeficiente angular do gráfico  $\log N(l) \times \log l$ . A desvantagem deste método é o seu custo computacional elevado, para dimensões maiores ou iguais a 2 (Grassberger e Procaccia, 1983 ; Lovejoy *et alii*, 1986).

### 3.4.2 Método da Correlação

Método proposto por Grassberger e Procaccia(1983) para o cálculo da dimensão de atratores estranhos. Eles notaram que a correlação entre dois pontos  $C(r)$  de um atrator estranho, se comporta como uma potência de  $r$ , para valores de  $r$  pequenos:

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i \neq j} \theta(r - |\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|) \propto r^\nu, \quad (3.18)$$

onde  $r$  é o raio das hiper-esferas que cobrem o fractal,  $\theta$  é a função de Heaviside e  $|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|$  é a distância entre os pontos  $i$  e  $j$ . A potência  $\nu$  é extraída num gráfico  $\log \times \log$ . A dimensão obtida neste Método é a *dimensão de correlação*  $\nu$ . Na prática o método calcula todas as distâncias interessantes e conta o número de estações contidas em cada classe de tamanhos menores que  $r$ . A dimensão fractal é obtida pelo gráfico em escala logarítmica

de  $C(r) \times r$ , ou seja, o logaritmo do número de estações contidas em uma classe  $r$  pelo logaritmo da classe  $r$ . A vantagem deste método é o tempo computacional menor que o tempo da caixa e a convergência mais rápida, necessitando, portanto, de menos pontos. Outra vantagem é que este é mais sensível a heterogeneidade da distribuição de pontos.

### 3.4.3 Método do Variograma

Berry e Lewis mostraram que a função de Weierstrass-Mandelbrot tem variância dos incrementos com a forma:

$$\langle [W(t_0) - W(t_0 - t)]^2 \rangle \sim t^{-(4-2D)}. \quad (3.19)$$

Para superfícies, Goodchild (1980) e Mark e Aronson (1984) usaram para o cálculo de  $D$  o valor esperado da elevação quadrática média:

$$E[(Z_p - Z_q)^2] = k(d_{pq})^{2H}, \quad (3.20)$$

onde  $Z_p$  e  $Z_q$  são os valores da superfície nos pontos  $p$  e  $q$ ,  $d_{pq}$  é a distância horizontal entre estes pontos e  $H$  é igual a  $3 - D$ .

As duas formulações são equivalentes; a primeira é válida para curvas e a segunda para superfícies. Uma forma genérica é dada por Voss(1985). Para uma função  $V(\vec{x}) = V(x_1, \dots, x_E)$ , onde  $E$  é a dimensão do espaço euclidiano, a variância tem comportamento com a forma:

$$\langle |V(\vec{x}_2) - V(\vec{x}_1)| \rangle \propto |\vec{x}_2 - \vec{x}_1|^{2H}, \quad (3.21)$$

onde  $D = E - H$ , ou seja, a variância dos incrementos varia segundo uma lei de potência em função da separação entre os pontos (incremento ou “lag”).

A a semi-variância pode ser calculada por:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (V(\vec{x}) - V(\vec{x} + h))^2, \quad (3.22)$$

onde  $h$  é o incremento e  $N$  é o número de pontos que estão dentro deste incremento (Journel, 1978; Câmara *et alii*, 1999). Para dados espaçados irregularmente é necessário incluir um valor de tolerância para o incremento.

Se a função em questão estiver sobre uma superfície, então a dimensão é obtida pela inclinação  $b$  da reta obtida num gráfico  $\log \times \log$  da variância pela distância horizontal entre os pontos (*lag*) :

$$D = 3 - \frac{b}{2}. \quad (3.23)$$

### 3.4.4 Método da Transformada de Fourier

Este método se baseia no cálculo da Transformada de Fourier da superfície ou perfil em questão. Se a superfície ou a curva for fractal, seu espectro de potência terá a forma:

$$P(\omega) \sim \omega^{-\beta}, \quad (3.24)$$

sendo que  $\beta$  está relacionado a dimensão fractal pela equação

$$D = \frac{2E + 3 - \beta}{2}, \quad (3.25)$$

onde  $E$  é a dimensão do espaço Euclidiano. Por trás deste método está o fato de que as altitudes mais altas e as fontes mais intensas do campo (alta energia) terem baixa freqüência, e estas energias decaem segundo uma lei de potência para altas freqüências. Esta última característica é também encontrada no “ruído branco” e no Movimento Browniano.

Um problema com este método é que ele é muito sensível a erros (Fox, 1989; Hough, 1989). A análise no domínio do espaço, através do variograma, é mais indicada, especialmente nos casos onde há a necessidade de interpolação de dados para se fazer a transformada de Fourier (Maus e Dimri, 1996; Maus, 1999).

## 3.5 Fractais em Geofísica

Depois da descoberta de Mandelbrot, vários trabalhos constataram que muitos fenômenos em Geofísica podem ser tratados via teoria de fractais.

Sayles e Thomas (1978) mostraram que a densidade de potência espectral  $G(\omega)$  de superfícies de várias espécies, inclusive do fundo oceânico, varia com o inverso do quadrado da freqüência  $\omega$ :

$$G(\omega) = \frac{2\pi k}{\omega^2}, \quad (3.26)$$

onde  $k$  é uma constante de proporcionalidade denominada *topotésia*<sup>‡</sup>. Berry e Hannay (1978), invocaram o termo fractal para corrigir e em determinado sentido generalizar o resultado de Sayles e Thomas (1978), propondo que:

$$G(\omega) = \frac{2\pi k}{\omega^\beta}, \quad (3.27)$$

com  $1 < \beta \leq 3$ , o qual está relacionado a dimensão fractal por  $D$ :

$$D = \frac{7 - \beta}{2}, \quad (3.28)$$

---

<sup>‡</sup>Tradução do autor para *topothesy*.

ou de maneira genérica, como foi derivado por Voss(1985), na forma da equação 3.25

Estes resultados demonstram que a densidade de energia de uma superfície distribui-se segundo uma lei de potência, decaindo em função do inverso da freqüência. A dimensão fractal  $D$  é uma medida da rugosidade da superfície.

Berry e Lewis (1980) mostraram que a função de Weierstrass-Mandelbrot tem um espectro de potência que varia aproximadamente com:

$$P(\omega) \sim \omega^{-(5-D)}, \quad (3.29)$$

e variância dos incrementos variando com:

$$\langle [W(t_0) - W(t_0 + t)] \rangle \sim t^{4-2D}, \quad (3.30)$$

onde o símbolo  $\langle \rangle$  representa média sobre muitas medidas. Burrough (1981) utilizou os resultados anteriores para calcular a dimensão fractal dos mais variados ambientes, utilizando vários métodos.

Mark e Aronson (1984) calcularam a dimensão fractal de várias superfícies topográficas pelo método do variograma.

Brown e Scholz (1985), utilizaram o modelo fractal para interpretar o espectro de potência da topografia de superfícies de rochas. Eles observaram que a dimensão fractal varia significativamente conforme a banda de freqüência estudada e portanto a extração da dimensão fractal de uma banda para outra pode não se válida.

Estudos sobre a confiabilidade de dados obtidos a partir de distribuições heterogênea de medidas geofísicas foram feitas por Lovejoy *et alli* (1986), Korvin *et alli* (1990), Keating (1993) e Dimri (1998).

Gilbert e Malinverno (1988), Gilbert (1989) Mareschal(1989), aplicando a técnica de potência espectral para um Modelo Digital de Terreno para o Batólito de Sierra Nevada no Oeste dos Estados Unidos e para um perfil batimétrico ao longo da linha de fluxo do centro de espalhamento de Seabeam no Atlântico Sul, constataram que além da banda de freqüência, a técnica de amostragem também deve ser considerada. Esta última é particularmente importante para comprimentos de ondas menores que 10 km.

Huang e Turcotte (1989) aplicaram a teoria de fractais para estudar a topografia do estado do Arizona nos Estados Unidos.

As técnicas aplicadas para topografia foram aplicadas para o campo gravimétrico por Turcotte (1993), Thoranrinsson e Magnusson (1990), Maus e Dimri (1994), Maus e Dimri (1996), Chapin (1996) , Abhey e Dimri (1999) e Zhang e Feathertone (2000). E para o

campo geomagnético por Gregotski *et alli* (1991), Ivanov (1996) , Fedi *et alli* (1997) e De Santis e Barraclough (1997).

Pilkington e Todoeschuck (1990, 1993) estudaram a geometria fractal da magnetização crustal e Møller *et alli* (2001), a utilizaram para inversão de dados geoelétricos.

Em magnetotelúrica Bahr (1997) utilizou modelos de redes fractais para estudar a distribuição de condutividade na crosta.

A geometria fractal dos campos magnéticos e gravimétricos foi atribuída a distribuição fractal das fontes por Blakely (1995) e Maus e Dimri (1994).

Pickering *et alli* (1999) relacionaram a dimensão fractal da superfície a população de falhas. A geometria fractal foi utilizada ainda em modelos de deformação crustal e previsão de abalos sísmicos por Turcotte (1986), Smalley *et alli* (1985), King *et alli* (1983), Hayakawa *et alli* (1999) e Allègre *et alli* (1982); para estudar o fluxo Geotérmico, por Lenardic e Moresi (2001); para sedimentologia por Tothman e Grotzinger (1995); para campo geomagnético por Vörös (1998).

Boas revisões do estado da arte podem ser encontradas em Turcotte(1992), Korvin (1992), Dubois (1988), no volume especial da revista *Pure and Applied Geophysics* vol. 131 números 1/2, dentre outras publicações.

# Capítulo 4

## Dimensão fractal da distribuição de estações gravimétricas

A questão chave desta seção é: **É possível caracterizar de maneira quantitativa uma distribuição de dados totalmente irregular e daí conhecer o quanto isto interfere na qualidade do mapeamento?** Uma proposta para responder esta pergunta foi dada por Lovejoy e seu grupo em 1986, os quais lançaram a idéia de usar a dimensão fractal para caracterizar a heterogeneidade das redes geofísicas.

A razão para as distribuições de dados geofísicos ter dimensão fractal pode ser entendida a luz da teoria estudada nos capítulos anteriores. O número de quadrículas de tamanho  $l$  necessária para cobrir uma superfície quadrada de área  $A_0$ , é igual a área total dividida pela área de cada quadrícula,  $n(l) = A_0/l^2$ , uma vez que a área total é  $n$  vezes a área da quadrícula. Se a distribuição de pontos (estações geofísicas) for uniforme e infinitamente densa, o número de pontos contidos numa quadrícula de tamanho  $l$  é o número total de estações  $N_0$  dividido pelo número de quadrículas,  $N(l) = N_0/n(l)$ . Substituindo a equação para  $n$  e ignorando o valor das constantes obtém-se:

$$N(l) \propto l^2, \quad (4.1)$$

o que significa que o número de estações cresce (é escalado) por uma potência de dois, conforme o tamanho da quadrícula aumenta. Portanto esta distribuição de pontos tem dimensão 2, a dimensão Euclidiana de uma superfície. Aqui cabe uma observação: para uma distribuição finita de pontos - a qual seria mais próxima de uma distribuição real - o regime de escala só se inicia a partir de um  $l$  mínimo e termina em um  $l$  máximo, ou seja, o regime de escala, diferentemente dos fractais puramente matemáticos, ocorre em uma determinada faixa de valores. Para o caso de uma distribuição fractal de pontos o número

de pontos cresce com  $l_f^D$ , onde  $D$  é a dimensão fractal, a qual é, em geral, menor que dois para distribuições reais de dados superficiais. Uma vez que  $D_f < 2$  fenômenos esparsos com dimensão  $D < E - D_f$  (Lovejoy *et alli*, 1986).

Korvin *et alli* (1990) relacionaram o problema da heterogeneidade da distribuição de estações gravimétricas no Sul da Austrália ao Teorema de Shannon, o qual relaciona o número de amostras necessárias para restaurar o campo, ao menor comprimento de onda que se quer observar  $\lambda_{min}$  e ao tamanho da região quadrada  $X^2$ :

$$N = \pi \frac{X^2}{\lambda_{min}^2}. \quad (4.2)$$

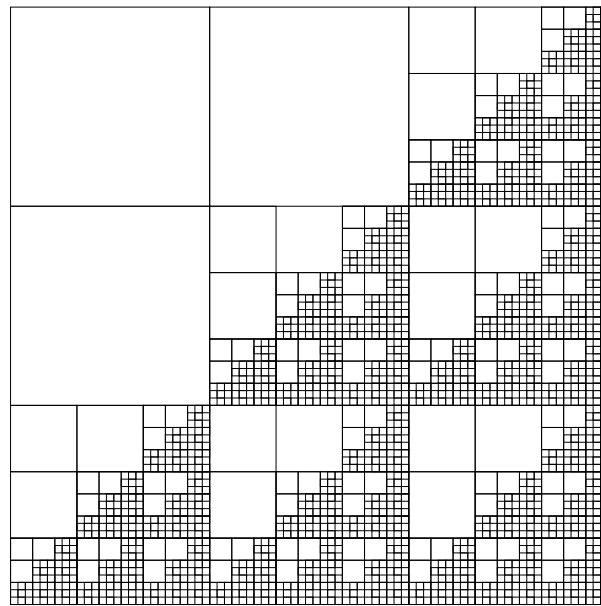
Evidentemente este teorema não leva em conta a heterogeneidade da distribuição de amostras, pois se os pontos estiverem concentrados numa sub-região da quadrícula há perda de informação sobre as sub-regiões pouco amostradas, embora o número de pontos, no total, seja consistente com o teorema. Pressupõe-se também que o espectro do campo é de banda-limitada para que o teorema de Shannon seja válido (Brillouin, 1962).

Keating (1993) utilizou o valor de  $l$  no qual se inicia o regime de escala como o intervalo ótimo para a grade de interpolação. Ele argumentou que, para uma distribuição Euclidiana de dados, o intervalo ótimo para a grade de interpolação é o menor intervalo consistente com o teorema de Shannon, ou seja, aquele intervalo para o qual o número de estações contidas numa quadrícula de tamanho  $X$  começa a crescer proporcionalmente a  $X^2$ . Para distribuições Não-euclidianas de dados o campo não pode ser recuperado para nenhum intervalo de interpolação e anomalias espúrias serão introduzidas (Keating, 1993; Lovejoy, 1986). No entanto, por analogia com o teorema de Shannon, o menor valor de distância para o qual o regime de escala é constante, é o intervalo ótimo de interpolação, isto é aquele que minimiza a introdução de anomalias espúrias.

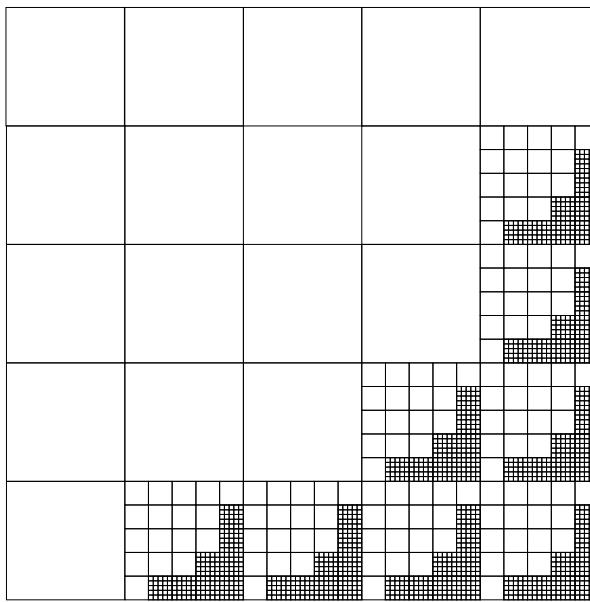
O objetivo, nesta seção, é calcular a dimensão fractal da distribuição de estações gravimétricas da Bacia do Parnaíba e províncias adjacentes, através da função de correlação 3.18, já discutida na seção 3.4.2, seguindo a proposta de Lovejoy e seu grupo. A partir daí, então, determinar o intervalo ótimo de interpolação e testar as grades em mapas das áreas propostas.

O intervalo ótimo é obtido encontrando-se, no gráfico  $\log C(r) \times \log(l)$ , o menor valor para o qual o regime de escala é constante. O regime de escala é importante, pois garante que qualquer parte da distribuição é estatisticamente similar a outra.

A informação perdida pode ser avaliada por comparação com fractais sintéticos (Korvin *et alli*, 1990). Estes fractais simulam distribuições de dados nas quais os dados se concentram preferencialmente em uma região da mesma maneira que as redes geofísicas. A figura



(a)



(b)

Figura 4.1: Fractais sintéticos que podem representar distribuições de dados geofísicos, se substituirmos os vértices de cada quadrado hachurado por um ponto (estação de medida). Está claro que a interpolação sobre uma grade com célula tamanho dos quadrados menores introduz informações falsas no interior dos quadrados maiores. Por outro lado a interpolação sobre uma grade com célula do tamanho dos quadrados maiores provoca a perda de informação das regiões onde há quadrados pequenos. A figura 4.1(a) tem dimensão 1,63 e a figura 4.1(b) tem dimensão 1,29.

4.1 mostra dois fractais com dimensão de 1,63 e 1,29. O primeiro é gerado dividindo um quadrado, primeiramente, em nove partes iguais; são retidos, então, seis quadrados, sobre os quais o processo é repetido. A aplicação de 3.4 fornece a dimensão do conjunto. O segundo fractal é iniciado dividindo um quadrado em 25 partes iguais e retendo oito partes. Está claro que das figuras 4.1(a) e 4.1(b) que, se colocarmos um ponto nos vértices de cada quadrado hachurado (Korvin *et alli*, 1990), o fractal simula uma distribuição fractal de estações. A informação perdida é refletida na dimensão fractal da distribuição.

O fractal de dimensão mais baixa tem uma maior concentração de quadrados menores em uma pequena região e uma grande região com quadrados grandes. Isto é análogo a uma distribuição de estações que tem uma alta densidade de medidas em algumas sub-regiões e uma baixa densidade na maioria da distribuição.

A partir da análise destes fractais podemos perceber a dificuldade de se interpolar uma mapa a partir de uma distribuição fractal de pontos, pois se utilizarmos uma grade baseada nas regiões onde a densidade de estações é alta, introduziremos falsa informação nas regiões onde a densidade de estações é baixa. Por outro se utilizarmos uma grade baseada nas regiões onde a densidade de estações é baixa, perderemos informação sobre as regiões onde a densidade de estações é alta.

Para distribuições com dimensão fractal muito baixa (muito abaixo de 1,5, por exemplo) é melhor trabalhar separadamente com sub-regiões ou usar algum recurso de *branqueamento* para evitar a interpolação onde as distâncias interestações são muito grandes.

Para distribuições com dimensão fractal próxima de dois, podemos utilizar o menor intervalo no qual o regime de escala é constante como tamanho da célula da grade de interpolação.

Para este estudo foram selecionados os dados de seis áreas na Bacia do Parnaíba e regiões adjacentes, pertencentes a Base de Dados Gravimétricos do Observatório Nacional. As áreas foram selecionadas com o objetivo de entender que tipo de informação a dimensão fractal da distribuição de estações nos fornece, uma vez que as áreas apresentam os mais diversos padrões de distribuição, taxas de amostragem e interesses geofísicos e geológicos. Estas áreas servirão de controle para o método.

Uma vez selecionadas as áreas, foi aplicado sobre as coordenadas das estações (projeção cônica de Lambert) a função de correlação 3.18 da seção 3.4.2 através de rotinas programadas no aplicativo MATLAB<sup>®</sup> (subrotina “2pcorrelacao” do apêndice A). O algoritmo foi testado através de distribuições regulares de pontos, sendo que a margem de erro na estimativa da dimensão fractal foi em torno de 0,1 para distribuições simuladas com dez

mil pontos. O erro estimado pelo método dos mínimos quadrados foi, em geral, bem menor que este valor, como pode ser visto nos gráficos desta seção. O limite para  $l$  foi considerado como um quarto do tamanho da área seguindo Keating (1993). O início do regime de escala foi determinado de duas maneiras: pelo teste dos  $\chi^2$  reduzido (De Souza e De Sousa, 2001) com variação do número de pontos ( $l$ ) a partir da origem (subrotina “chi2” do apêndice A) e por simples *inspeção visual* (Bonnet *et alli*, 2001).

Embora haja alguma literatura sobre estimativas de erros no cálculo da dimensão de correlação e na extensão do regime de escala (Pisarenko e Pisarenko, 1995; Ellner, 1988; Ramsey e Yam, 1989; Smith, 1988; De Souza e De Sousa, 2001), apenas o trabalho de Bonnet *et alli* (2001), sobre distribuição de fraturas em meios geológicos, se preocupa com início do regime de escala. O teste dos  $\chi^2$  foi sugerido em alguns trabalhos (Pisarenko e Pisarenko, 1995; Ellner, 1988), mas com uma abordagem diferente, uma vez que em nenhum deles foram utilizados dados que continham erros experimentais e estes autores não estavam interessados no início do regime de escala, como no caso do presente trabalho.

Bonnet *et alli* (2001) observaram que “...não existe método qualitativo para se determinar o limiar observacional.\*”, e que “... houveram poucas tentativas, na literatura, para se calcular a ocorrência limites naturais, superior e inferior, para distribuições de lei de potência observadas†”. Uma técnica simples sugerida por estes autores pode indicar o intervalo no qual o regime de escala (inclinação da reta) pode ser considerado constante. Esta técnica consiste em se observar (*inspeção visual*) em qual intervalo do gráfico da dimensão fractal  $D$  versus o intervalo  $l$  (contado a partir da origem), utilizado para calcular  $D$ , o regime de escala é constante. No intervalo onde o regime de escala é constante a inclinação da reta deve ser próxima de zero.

Os erros foram avaliados de maneira bastante intuitiva, pois a base de dados reúne dados que são muito heterogêneos e possuem os mais variados graus de precisão no posicionamento e na medida de gravidade. Foi considerado um erro médio no posicionamento de 0,2 km. O erro se transfere para a equação 3.18 da seguinte maneira: um erro de duzentos metros no posicionamento das estações implica que o número médio de estações dentro de um raio  $l$  é  $C(l \pm 0,2)$ . Então o erro superior é  $\sigma_l = C(l + 0,2) - C(l)$  e o inferior  $\sigma_l = C(l) - C(l - 0,2)$ , o que significa que temos de calcular a função em  $l$ ,  $l + 0,2$  e  $l - 0,2$ , para obter as barras de erros. Os gráficos foram gerados através do aplicativo **ORIGIN®**.

---

\*Tradução do autor.

†Idem.

Uma preocupação que é importante na estimativa da dimensão fractal é com relação ao número de pontos necessários para que a função de correlação forneça o valor correto de  $D$ . Não existe um critério padrão para se dizer qual é o número de pontos ideal para se calcular  $D$  (Pisarenko e Pisarenko, 1995). Alguns trabalhos apontam para um número mínimo na faixa de  $42^D$  pontos (Pisarenko e Pisarenko, 1995). Este critério foi adotado neste estudo.

A figura 4.2 mostra parte da distribuição de dados gravimétricos pertencentes a base de dados do Observatório Nacional. Em destaque as áreas selecionadas para o presente trabalho. Os contornos em verde e preto representam, respectivamente, os limites de Bacia do Parnaíba e mapa político do Brasil.

A áreas selecionadas com suas respectivas características são descritas abaixo:

1. Bacia de Barreirinhas - É caracterizada por uma distribuição em rede com uma taxa de amostragem relativamente alta. Os resultados para o cálculo da dimensão fractal e o teste dos  $\chi^2_{\text{red}}$  são mostrados nos gráficos 4.3(a) e 4.3(b), respectivamente.
2. Magmatismo Juro-Cretáceo na Bacia do Parnaíba - Tem um padrão de distribuição parecido com a Bacia de Barreirinhas, mas com uma taxa de amostragem menor. Os resultados para o cálculo da dimensão fractal e o teste dos  $\chi^2_{\text{red}}$  são mostrados nos gráficos 4.4(a) e 4.4(b), respectivamente.
3. Depocentro da Bacia do Parnaíba - Tem padrão de distribuição e densidade de estações parecidos com a região do Magmatismo Juro-Cretáceo, mas apresenta uma grande lacuna na parte central. Os resultados para o cálculo da dimensão fractal e o teste dos  $\chi^2_{\text{red}}$  são mostrados nos gráficos 4.5(a) e 4.5(b), respectivamente.
4. Cráton São Francisco - Possui uma distribuição aproximadamente uniforme, mas com baixa taxa de amostragem. Os resultados para o cálculo da dimensão fractal e o teste dos  $\chi^2_{\text{red}}$  são mostrados nos gráficos 4.6(a) e 4.6(b), respectivamente.
5. Província Borborema - A amostragem é bastante irregular, apresentando perfis densos e orientados, áreas bem amostradas e lacunas. Os resultados para o cálculo da dimensão fractal e o teste dos  $\chi^2_{\text{red}}$  são mostrados nos gráficos 4.7(a) e 4.7(b), respectivamente.
6. Bacia do Parnaíba (Área 12x12 graus) - É extremamente irregular, contendo localmente todos os padrões acima. Os resultados para o cálculo da dimensão fractal e o teste dos  $\chi^2_{\text{red}}$  são mostrados nos gráficos 4.8(a) e 4.8(b), respectivamente.

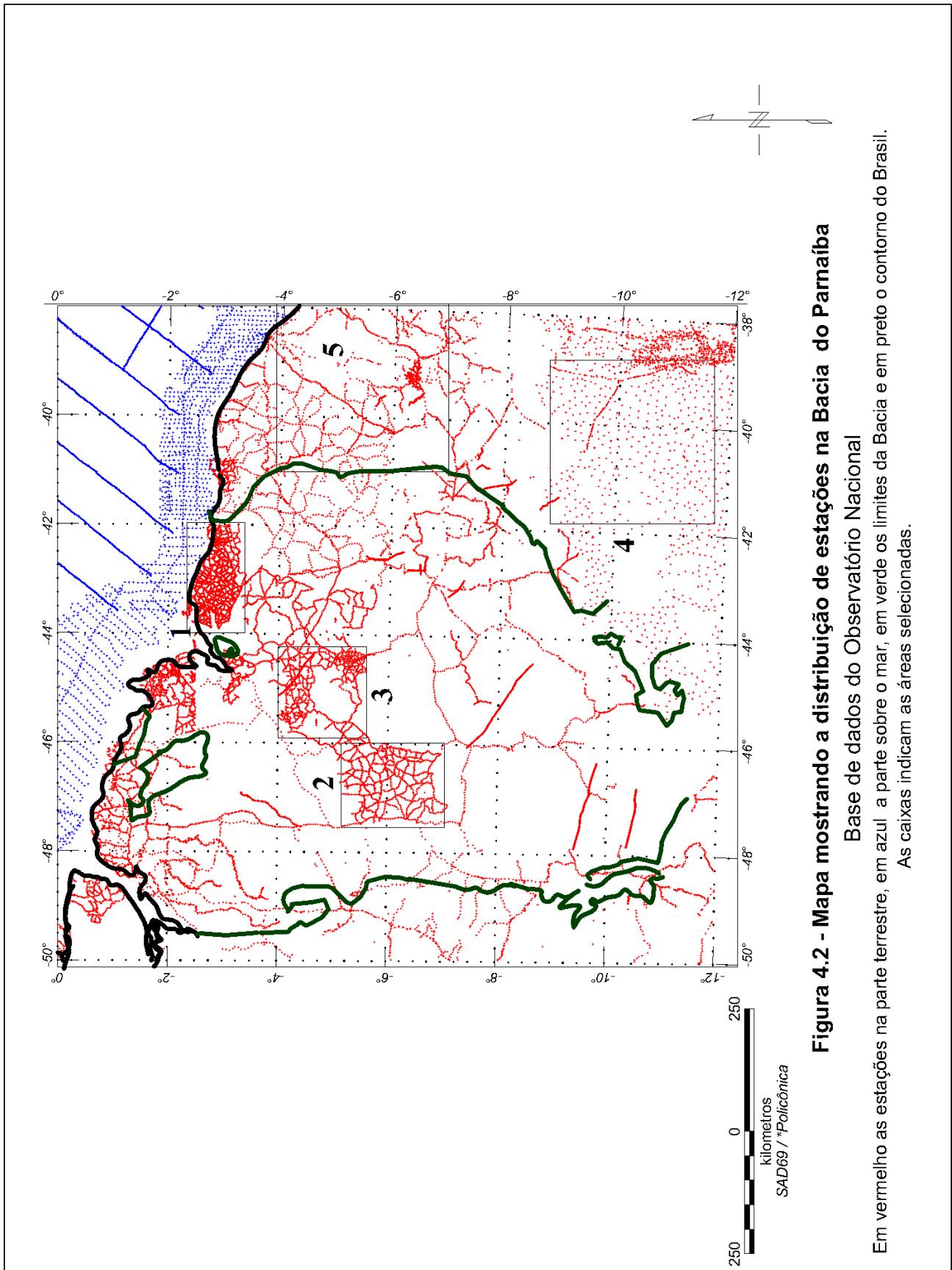


Tabela 4.1: Dimensão fractal e início do regime de escala para as áreas selecionadas, determinados pelo teste dos  $\chi^2_{red}$ .

Área	Número de Pontos	$D_f$	Início do Regime de Escala ( $\chi^2_{red}$ ) (km)
Barreirinhas	2541	$1,86 \pm 0,1$	0,5
Magmatismo	1205	$1,84 \pm 0,1$	1,8
Depocentro	1683	$1,57 \pm 0,1$	14,5
Cráton	516	$1,77 \pm 0,1$	15,3
Borborema	1649	$1,44 \pm 0,1$	12,7
Parnaíba	22495	$1,47 \pm 0,1$	62,7

## 4.1 Cálculo da dimensão de correlação e teste dos $\chi^2$

Os gráficos 4.3 a 4.8 mostram o cálculo de  $D$  e do início do regime de escala determinado pelo teste dos  $\chi^2$ . Seus resultados estão apresentados nas tabela 4.1.

A dimensão fractal da distribuição de dados na Bacia de Barreirinhas é  $1,86 \pm 0,1$  e o teste dos  $\chi^2$  indica o início do regime de escala em 0,5 km. Já a distribuição da área do Magmatismo Juro-Cretáceo na Bacia, a qual é um tanto semelhante à distribuição da área de Barreirinhas, tem dimensão fractal é  $1,84 \pm 0,1$  e o regime de escala se inicia a partir de 1,8 km. Este fato mostra a densidade mais baixa de estações do que na Bacia de Barreirinhas se refletiu principalmente no início do regime de escala, embora também tenha se refletido um pouco na dimensão fractal.

Para a área do depocentro da Bacia do Parnaíba temos  $D_f = 1,57 \pm 0,1$  e o início do regime de escala em 14,5 km. A presença da lacuna afetou seriamente o regime de escala.

Para a Região do Cráton a dimensão fractal é  $1,77 \pm 0,1$  e o regime de escala se inicia em 15,3 km. Este resultado está de acordo com o fato de a distribuição ser aproximadamente uniforme (dimensão próxima de 2), porém com baixa taxa de amostragem (o regime de escala só se inicia em 15,3 km).

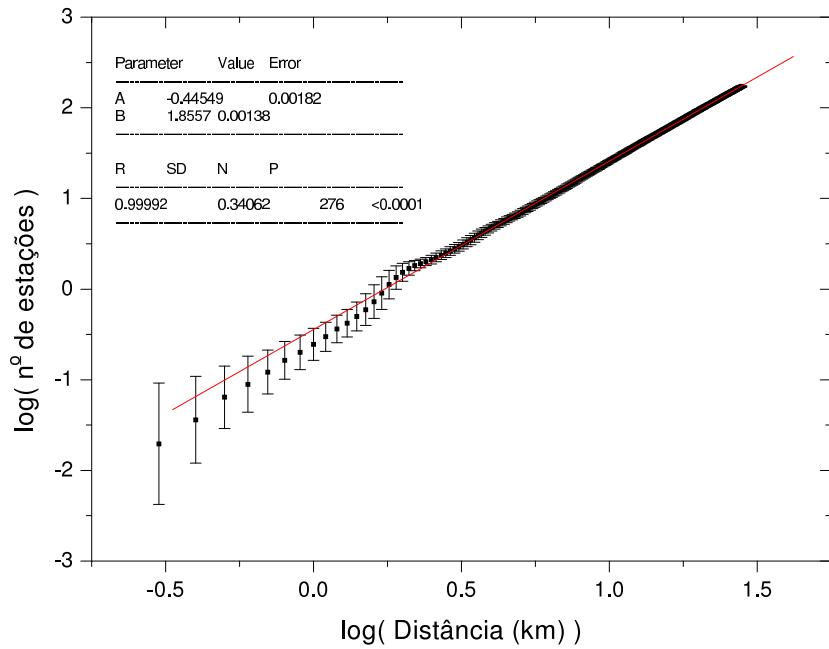
Na Província Borborema a dimensão da distribuição de estações é  $1,44 \pm 0,1$  e o regime de escala se inicia em 12,7 km, o que reflete a heterogeneidade da distribuição dos dados.

Para a Bacia do Parnaíba temos  $D_f = 1,47 \pm 0,1$  e o regime de escala se iniciando em 62,7 km. Uma dimensão fractal extremamente baixa, refletindo a péssima distribuição de estações, quando olhamos os dados da bacia como um todo.

Embora os resultados estejam qualitativamente bons, o início do regime de escala determinado pelo teste dos  $\chi^2_{red}$  para a região da Bacia do Parnaíba, para o Depocentro e

para o Cráton forneceu valores muito altos para serem usados como tamanho ótimo de célula de interpolação, como já foi observado por (De Souza e De Sousa, 2001). Para o Cráton e para o Depocentro os valores são inconsistentes com a distribuição. Por outro lado podemos ver pelos gráficos, especialmente o da Bacia, do Depocentro e da Província Borborema, que uma linha reta fica definida, claramente, muito antes do ponto determinado pelo teste dos  $\chi^2_{red}$ . Além disto, na Bacia Barreirinhas, o regime de escala começa depois do ponto indicado pelo teste dos  $\chi^2$ . Isto é um indicativo de que ou estatística de  $\chi^2$  não funciona bem para o cálculo de dimensão fractal, ou os erros estão super-estimados.

O número de pontos da região do Cráton é menor que os  $42^D$  pontos necessários para a convergência da função de correlação. Esta pode ser a explicação para o mau resultado da análise desta região.



(a) Aplicação da função de Correlação 3.18.

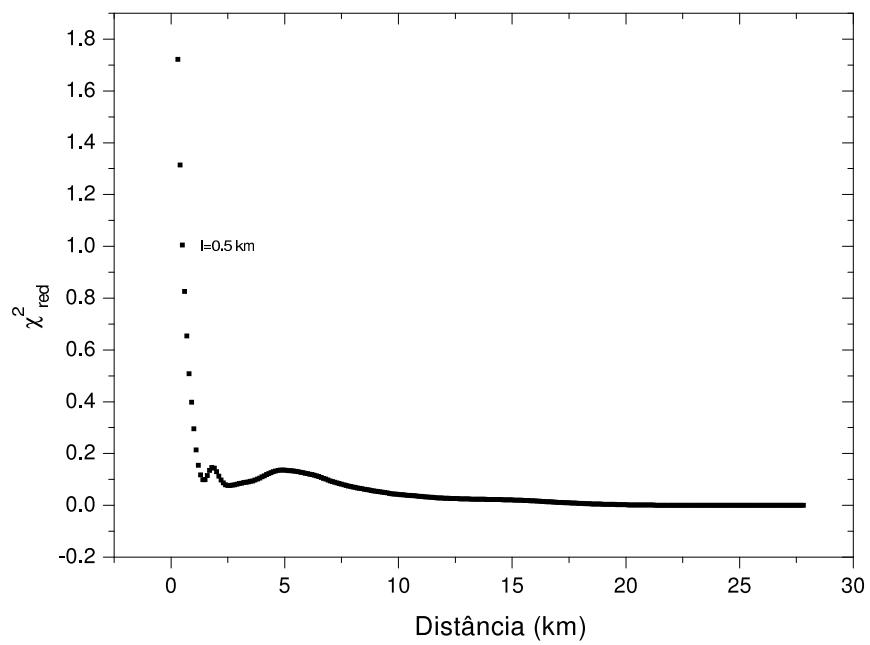
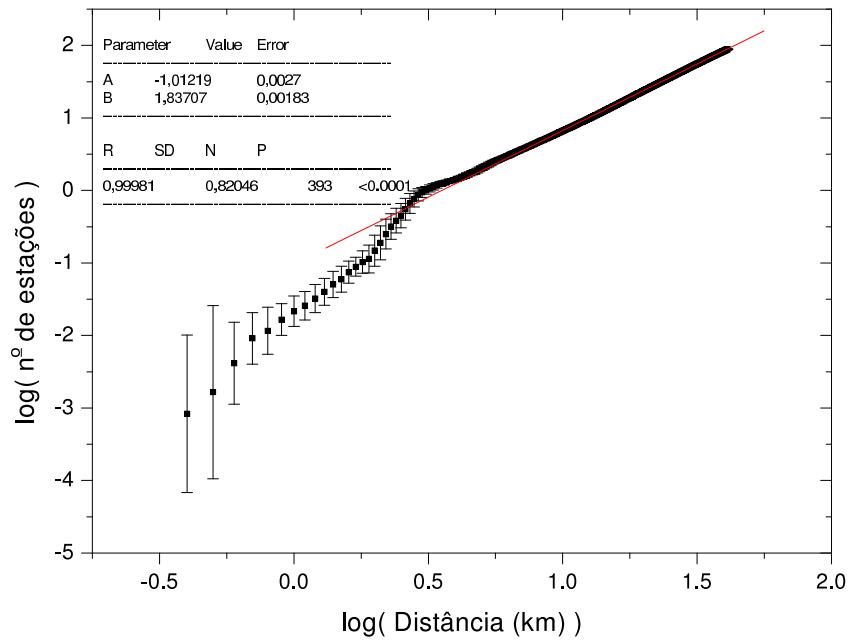
(b) Teste dos  $\chi^2_{red}$  para o gráfico acima.

Figura 4.3: Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na Bacia de Barreirinhas.



(a) Aplicação da função de Correlação 3.18.

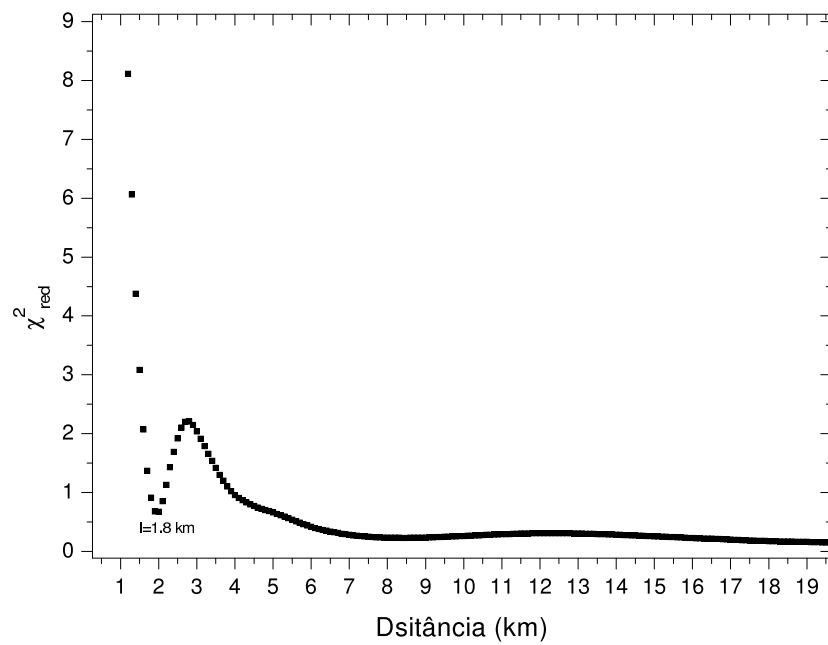
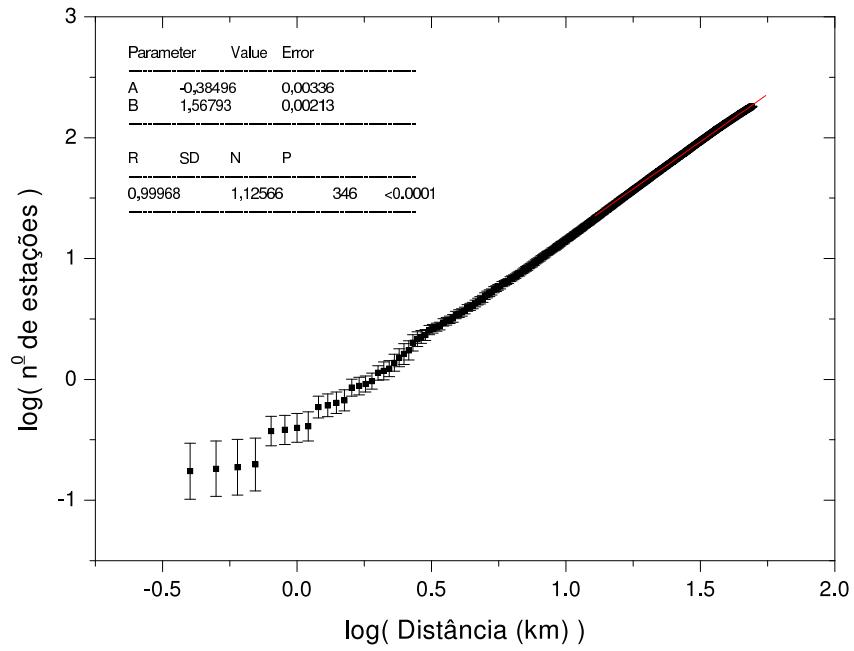
(b) Teste dos  $\chi^2_{red}$  para o gráfico acima.

Figura 4.4: Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região do Magmatismo Juro-Cretáceo na Bacia do Parnaíba.



(a)

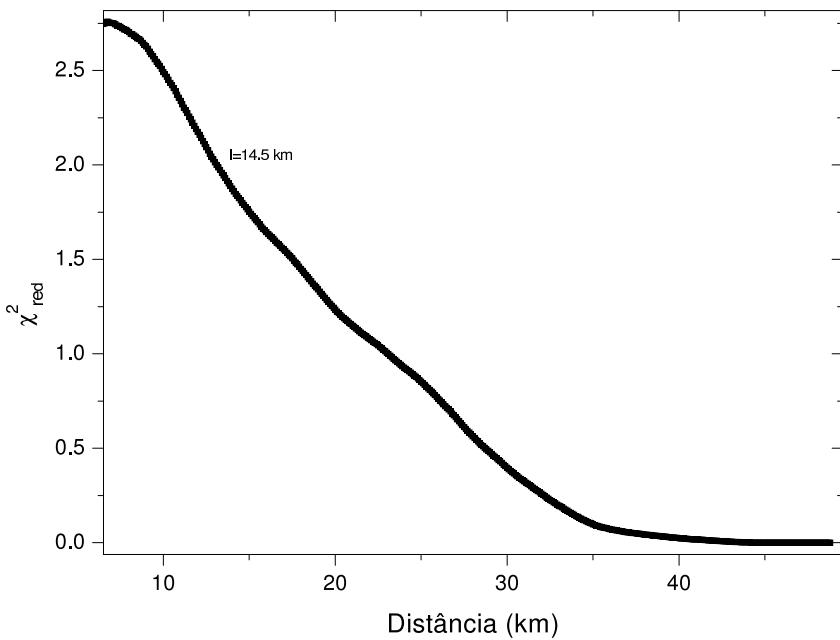
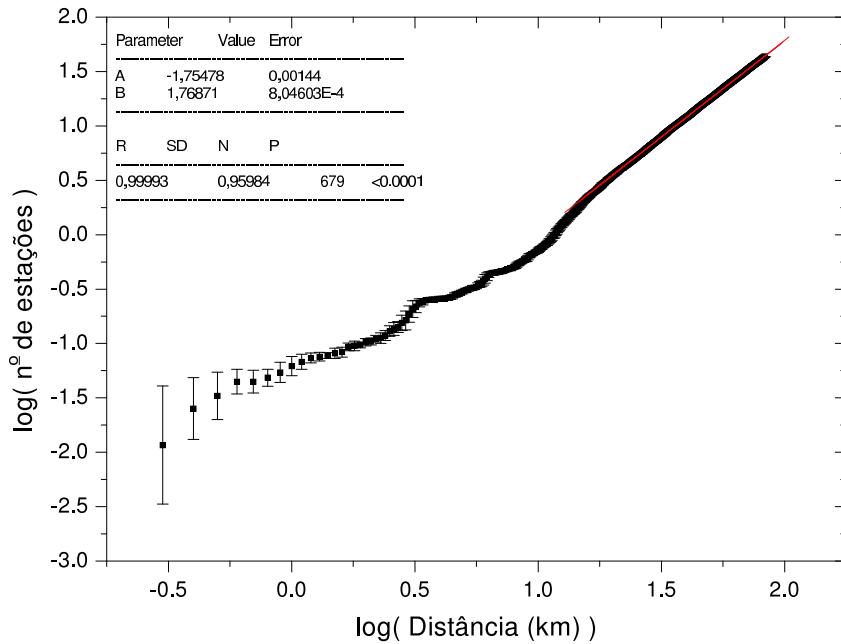
(b) Teste dos  $\chi^2_{red}$  para o gráfico acima.

Figura 4.5: Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região do depocentro Bacia do Parnaíba.



(a) Aplicação da função de Correlação 3.18.

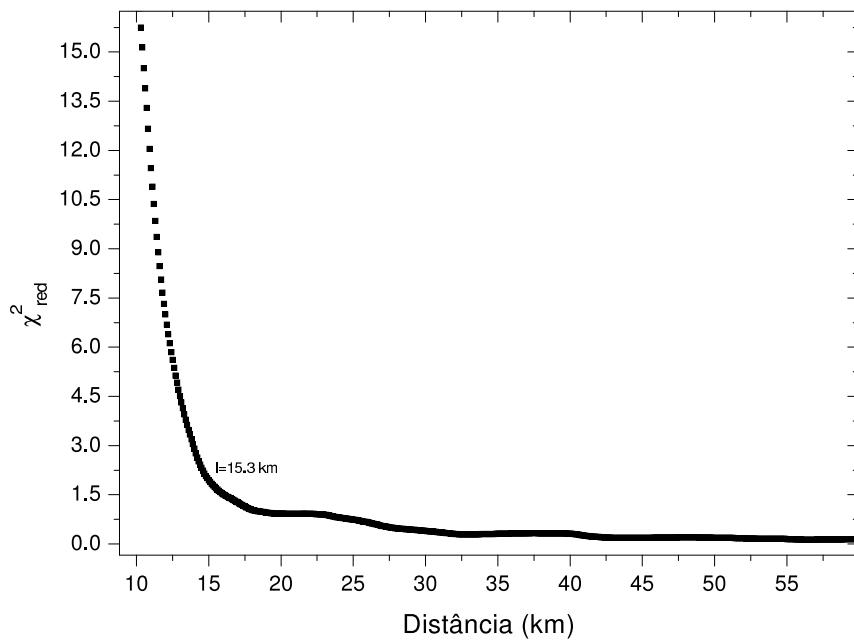
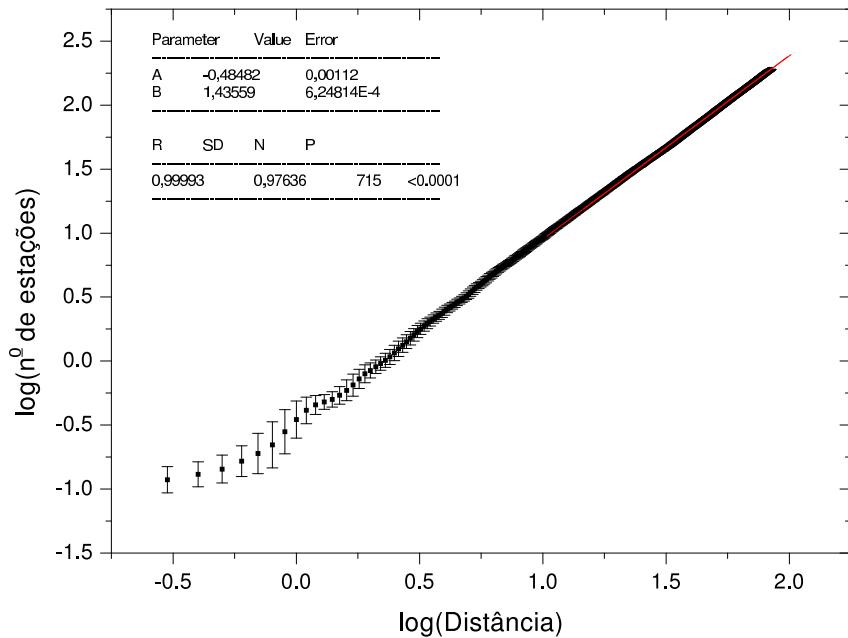
(b) Teste dos  $\chi^2_{red}$  para o gráfico acima.

Figura 4.6: Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região do Cráton São Francisco.



(a) Aplicação da função de Correlação 3.18.

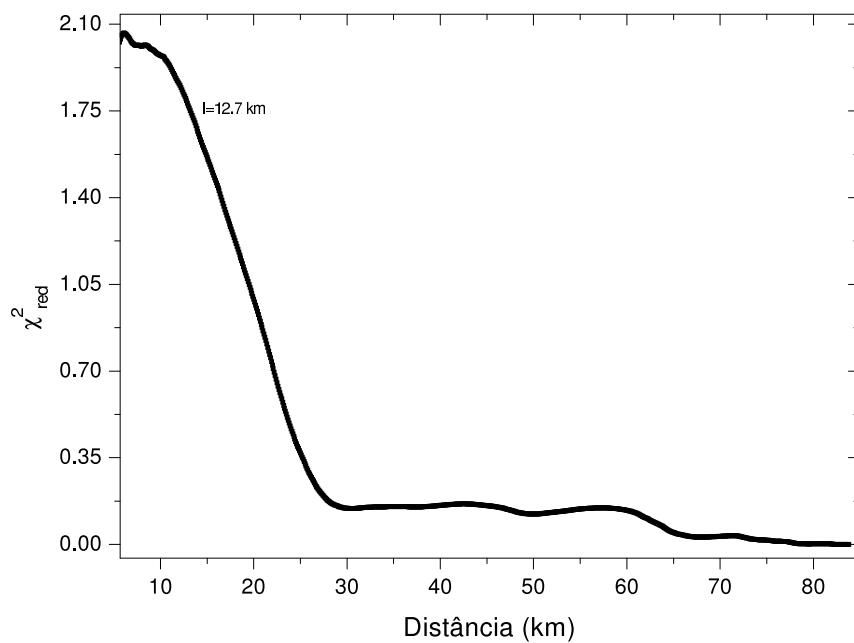
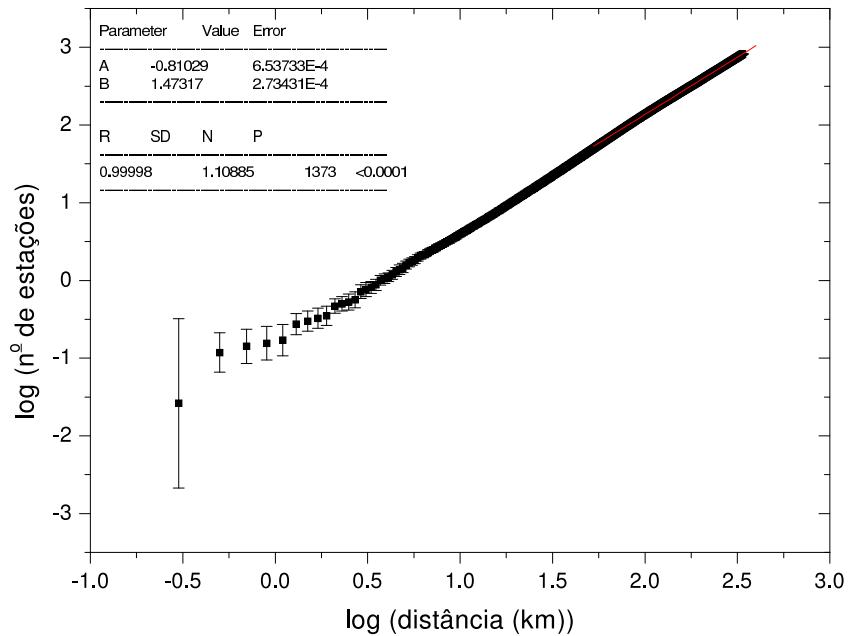
(b) Teste dos  $\chi^2_{red}$  para o gráfico acima.

Figura 4.7: Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região da Província Borborema.



(a) Aplicação da função de Correlação 3.18.

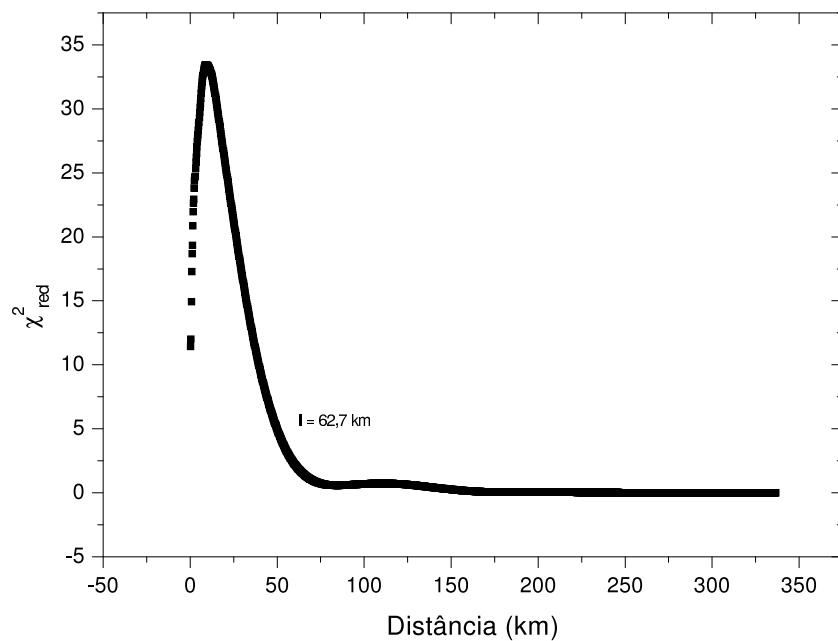
(b) Teste dos  $\chi^2_{red}$  para o gráfico acima.

Figura 4.8: Cálculo da dimensão fractal da distribuição de estações na região da Bacia do Parnaíba.

Tabela 4.2: Dimensão fractal e início do regime de escala para as áreas selecionadas.

Área	$D_f$	Início do Regime de Escala (km)
Barreirinhas	$1,85 \pm 0,1$	4
Magmatismo	$1,84 \pm 0,1$	6
Depocentro	$1,58 \pm 0,1$	7
Cráton	$1,77 \pm 0,1$	-
Borborema	$1,43 \pm 0,1$	12
Parnaíba	$1,48 \pm 0,1$	10

## 4.2 Determinação do regime de escala por inspeção visual

Os gráficos 4.9 a 4.14 foram utilizados para a determinação do início dos regime de escala por inspeção visual, seguindo Bonnet *et alli* (2001). Os resultados são mostrados na tabela 4.2 e indicam valores do início do regime de escala bem menores que os indicados pelo teste dos  $\chi^2$ . Embora está técnica não seja rigorosa, é a que melhor apresentou resultados para o propósito deste trabalho. É importante salientar que o começo do regime de escala ser natural ou ser influenciado por problemas numéricos, em razão da pequena quantidade de pontos, especialmente nos intervalos iniciais ( $l$ 's pequenos) do cálculo de  $C(l)$ . Para o caso da Bacia do Parnaíba, no entanto, o número de pontos é grande e a dimensão fractal é baixa. Pelo critério de 42<sup>D</sup> pontos, este fato facilita a convergência do algoritmo.

O critério para se considerar o gráfico como constante é de que o valor de  $D$  não ultrapasse 10% do valor de  $D$  apresentado na tabela 4.2. Este critério não foi usado para as distribuições das regiões da Bacia Barreirinhas e do Magmatismo Juro-Cretáceo.

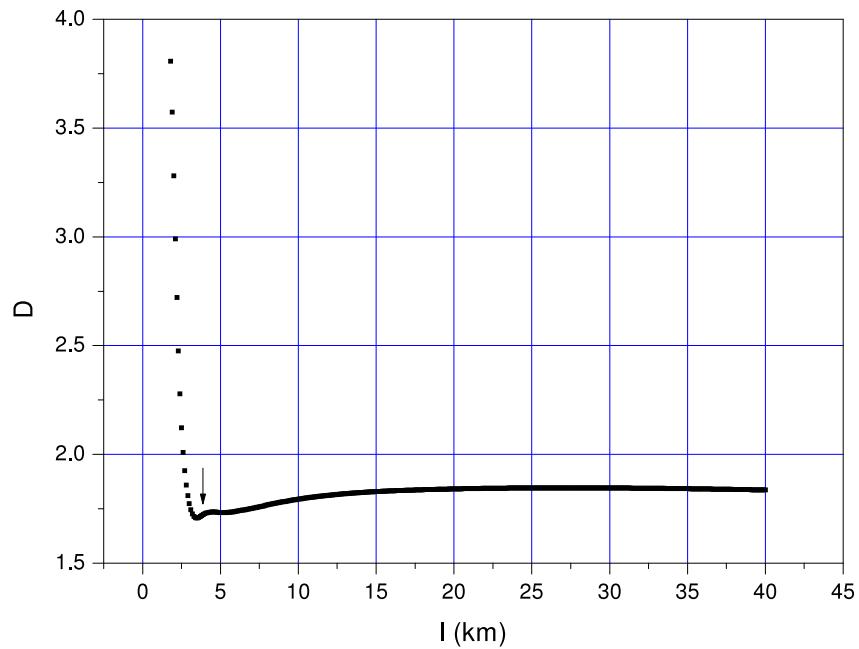


Figura 4.9: Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações da Bacia Barreirinhas. O gráfico se torna plano em aproximadamente 4 km.

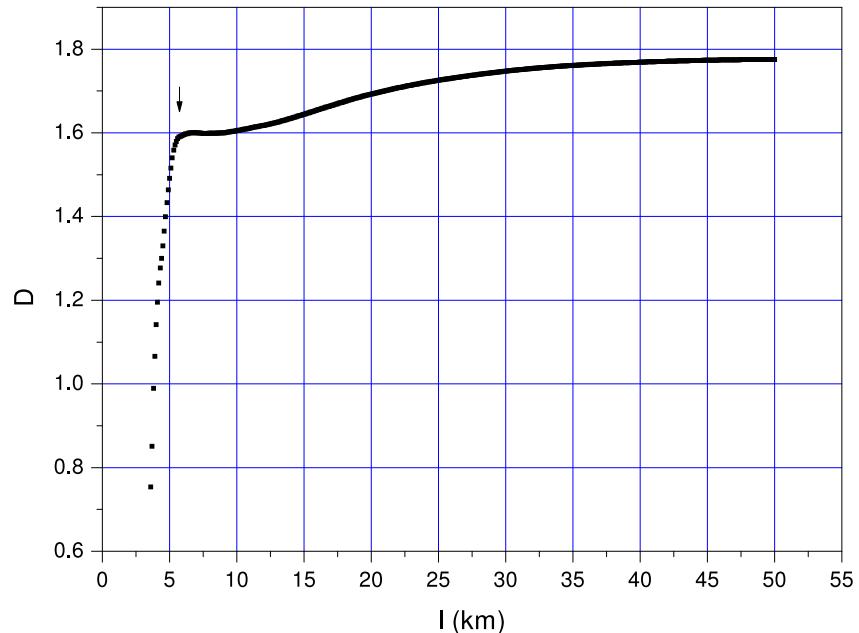


Figura 4.10: Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações na região do Magmatismo. O gráfico se torna plano em aproximadamente 6 km.

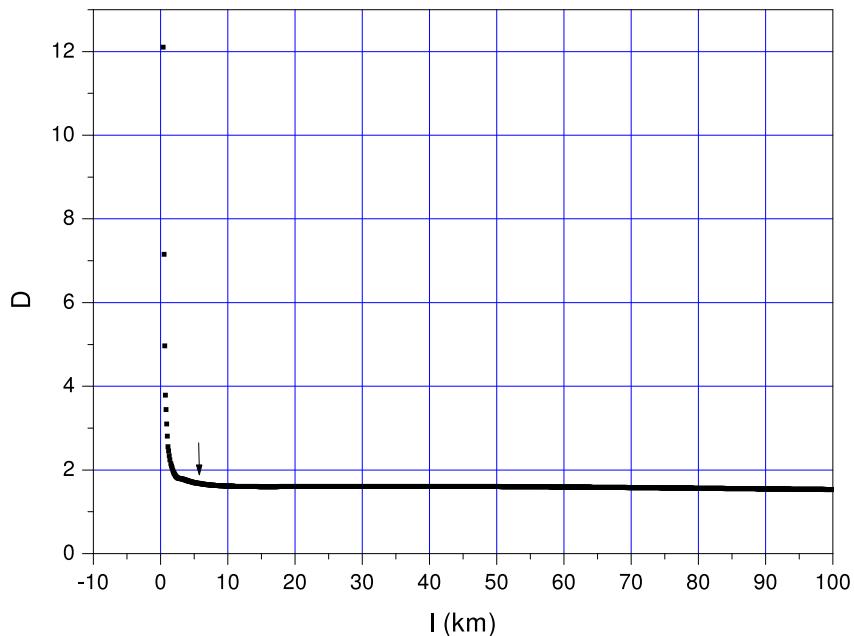


Figura 4.11: Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações da Depocentro. O gráfico se torna plano em aproximadamente 7 km.

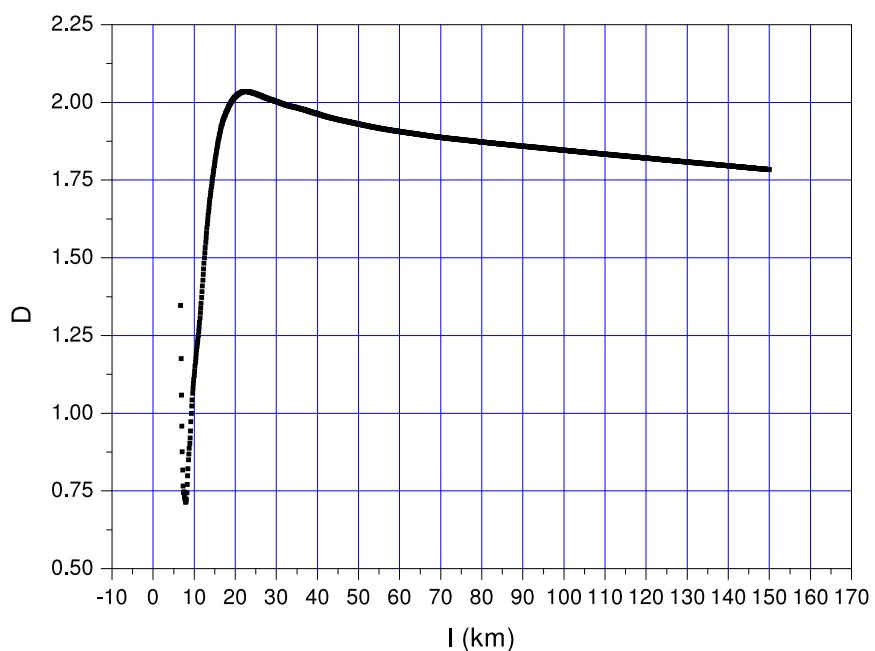


Figura 4.12: Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações do Cráton São Francisco. Não foi possível definir o começo do regime de escala.

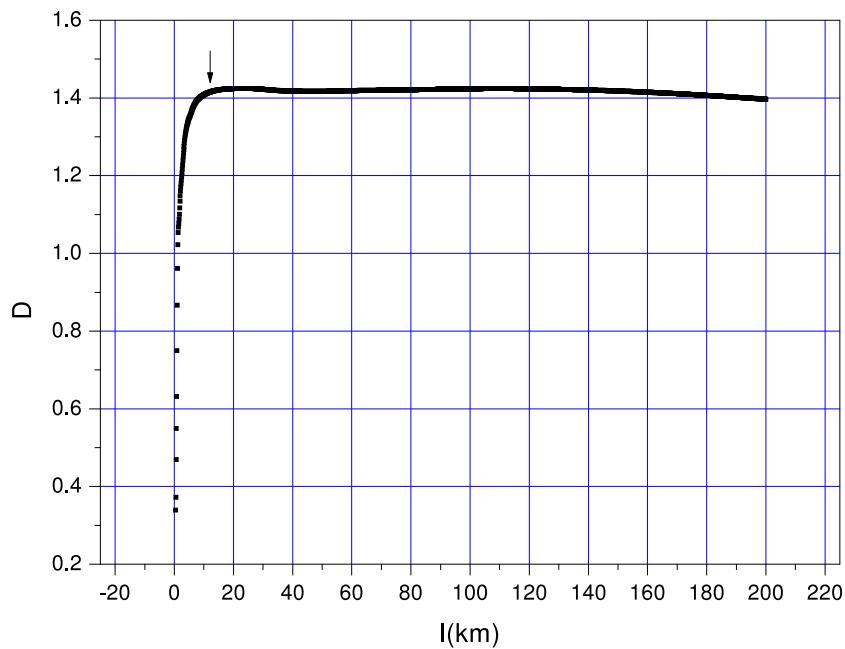


Figura 4.13: Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações da Província Borborema. O gráfico se torna plano em aproximadamente 12 km.

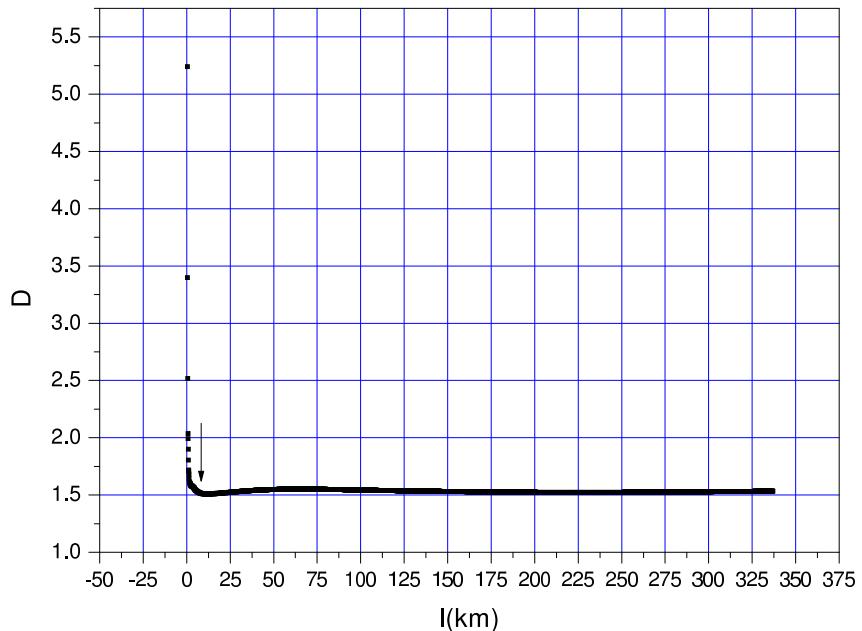


Figura 4.14: Gráfico da dimensão fractal pela distância máxima usada no ajuste, para a distribuição de estações da Bacia do Parnaíba. O gráfico se torna plano em aproximadamente 10 km.

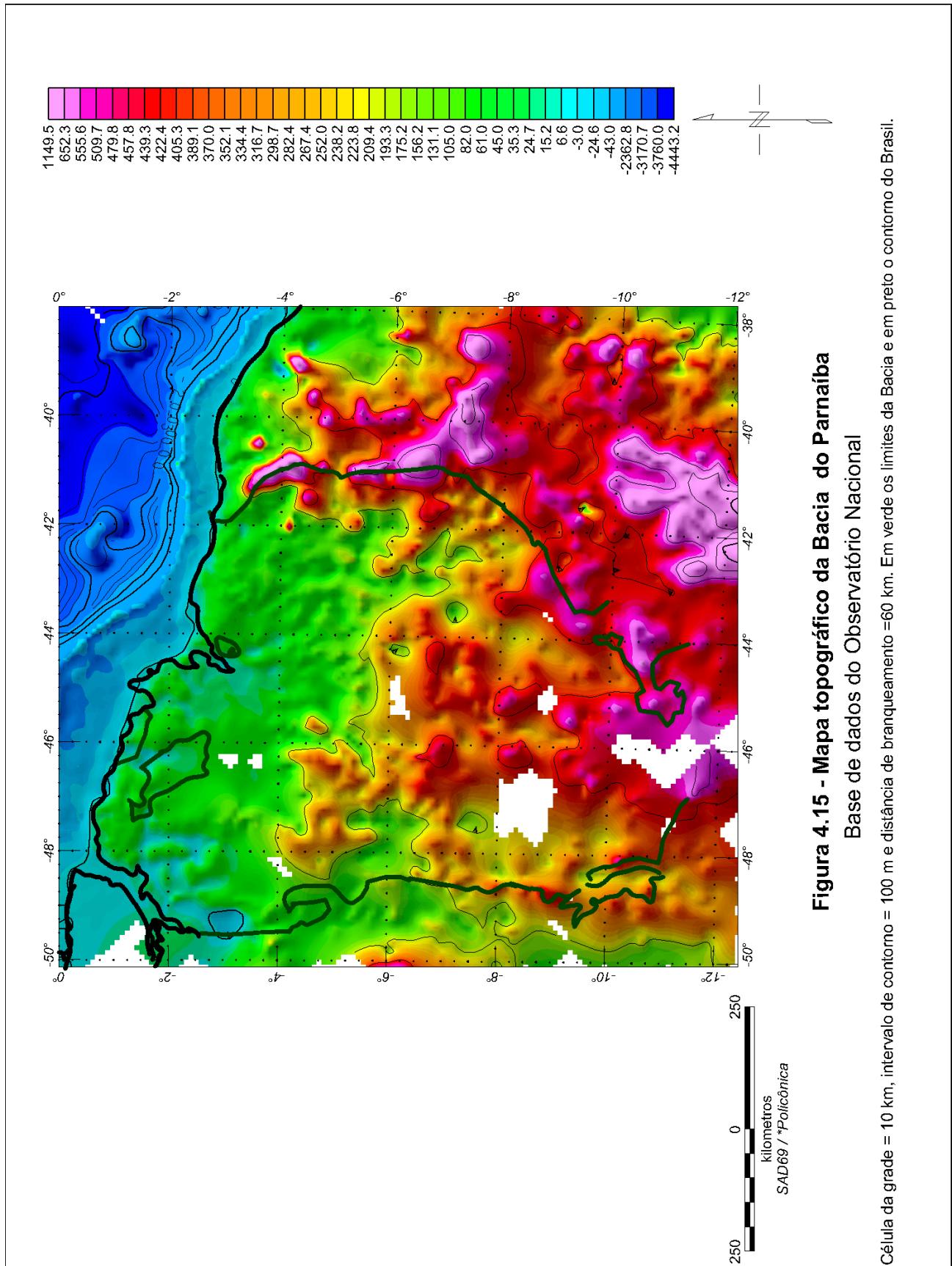
### 4.3 Conseqüências no mapeamento gravimétrico

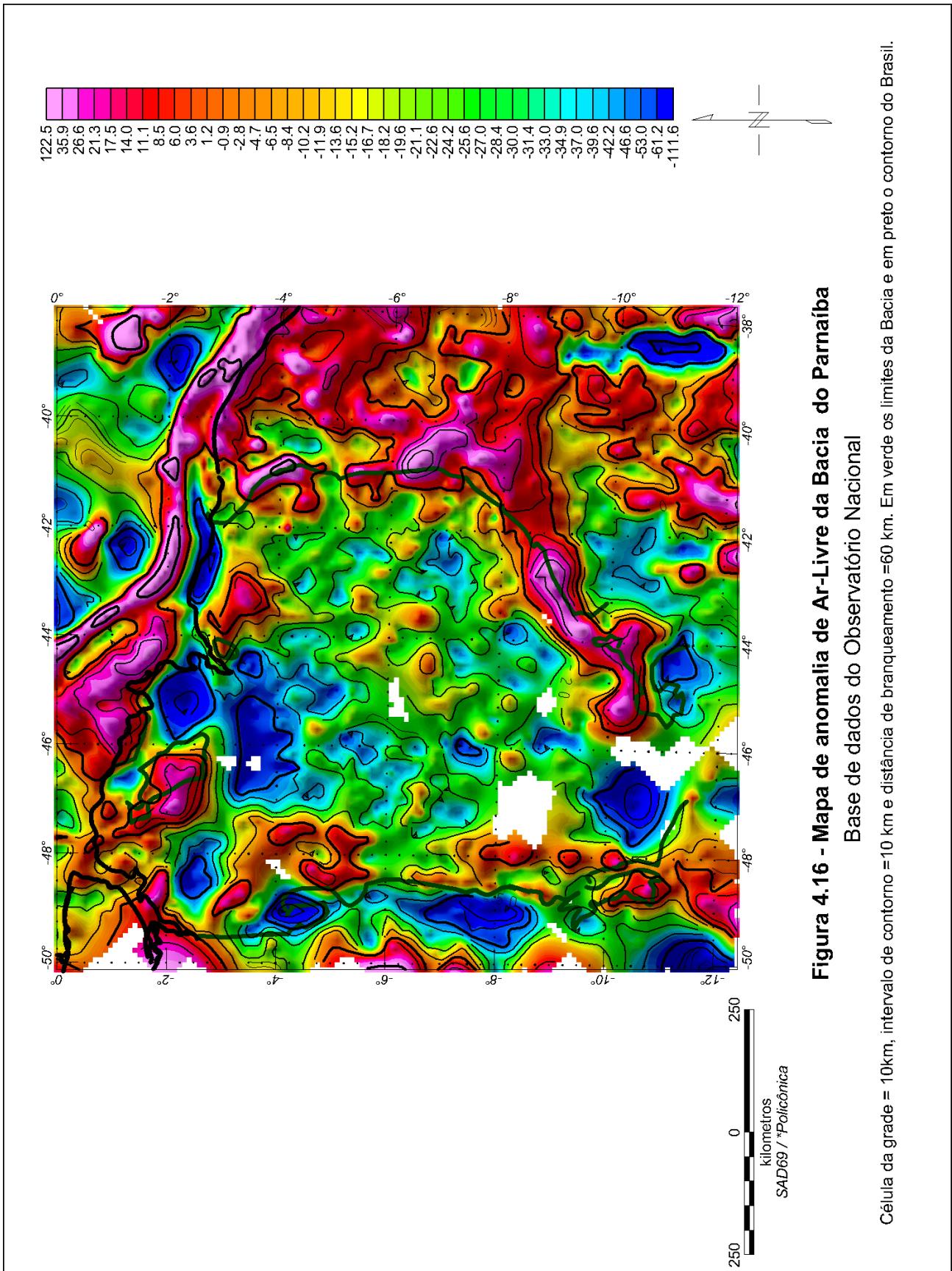
Os mapas de anomalias foram confeccionados utilizando-se o aplicativo **OASIS montaj®**. Foi utilizada, para a geração da grade, a ferramenta de interpolação de Mínima Curvatura, disponível no **OASIS montaj®**. Os valores da tabela 4.2 foram utilizados como tamanho de célula da grade de interpolação, para a Bacia do Parnaíba.

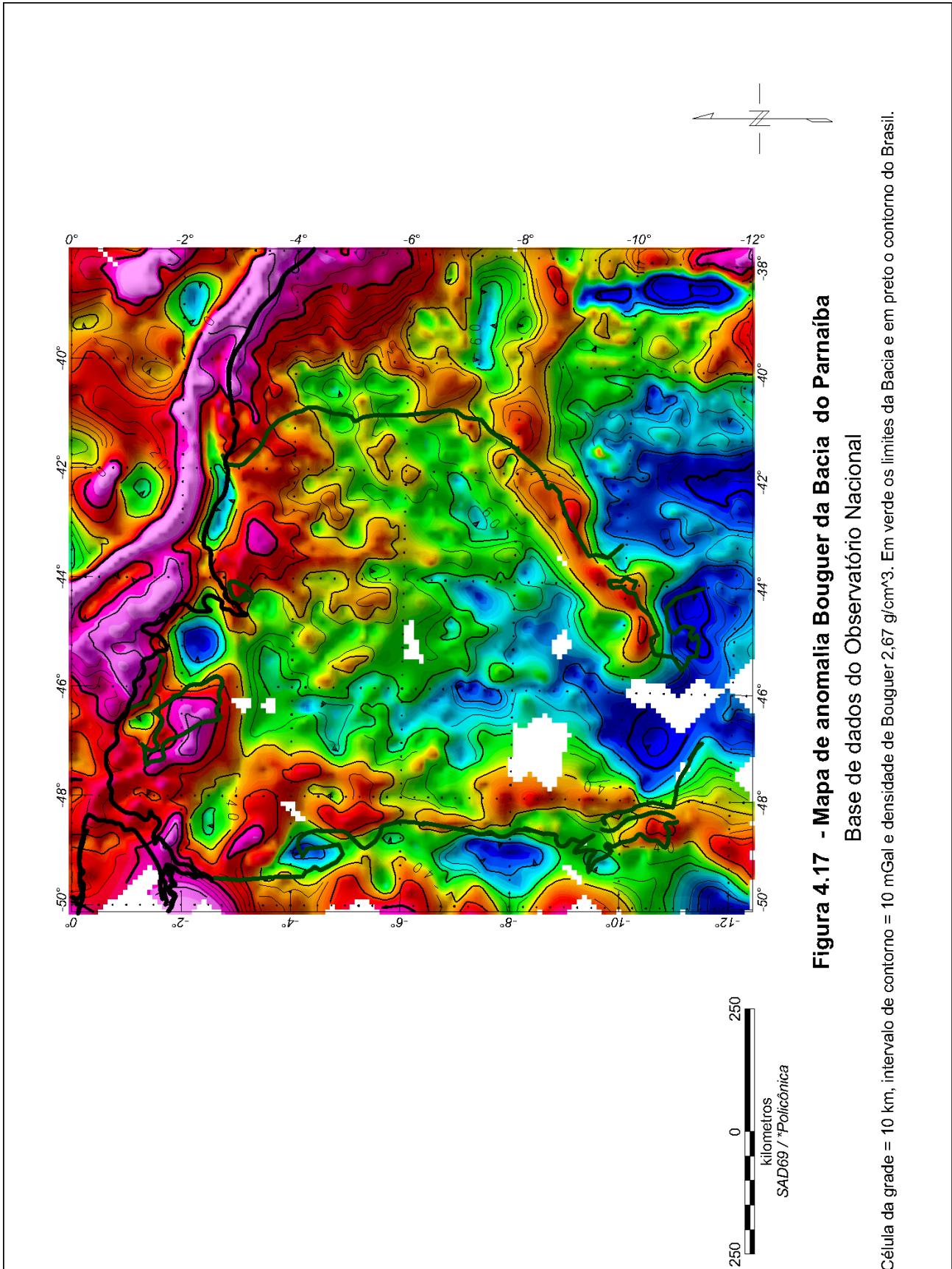
Foram gerados os mapas de altitude (Mapa 4.15), Ar-Livre (Mapa 4.16) e Bouguer (Mapa 4.17), todos com tamanho da grade de interpolação de 10 km sendo no último foi utilizada uma densidade de Bouguer de  $2,67 \text{ g/cm}^3$  para o continente<sup>‡</sup>. Para comparação foi gerado um mapa bouguer com densidade de Bouguer de  $2,67 \text{ g/cm}^3$  e grade de interpolação de 14 km (Mapa 4.18). Esta foi a grade utilizada por De Sousa (1996) para no mapeamento gravimétrico da mesma região, com 18234 estações. Em todos os mapas foi utilizada uma distância de branqueamento de 60 km. Uma transparência com a distribuição das estações e outra identificando algumas características da região acompanham os mapas. A projeção dos mapas é do tipo Policônica, o Datun utilizado é o SAD69 e o elipsóide é baseado no GRS67.

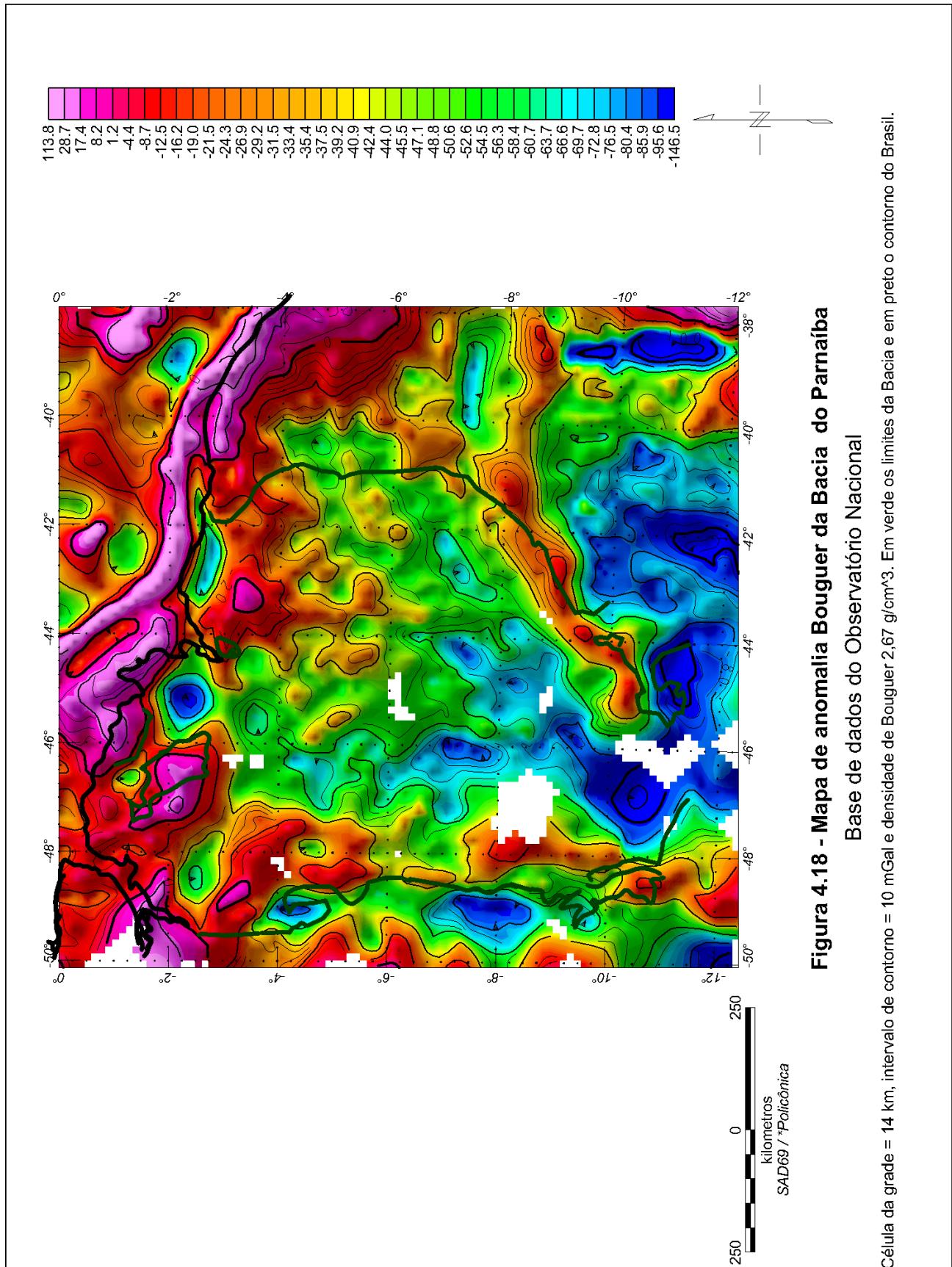
---

<sup>‡</sup>Sobre o oceano a anomalia Bouguer coincide com a anomalia de Ar-livre.









# Capítulo 5

## Estimativa de densidade

O método de Nettleton, tradicionalmente usado para a estimativa de densidade média do platô topográfico (densidade de Bouguer), foi questionado por (Thorarinsson e Magnusson, 1990), os quais propuseram um método quantitativo para estimativas de densidades, baseado na teoria de fractais.

O método de Nettleton é um método qualitativo baseado na minimização da correlação da anomalia de Bouguer com a elevação do terreno\*. O procedimento prático consiste em atribuir vários valores para a densidade (desde valores arbitrariamente baixos até valores arbitrariamente altos) e calcular as respectivas anomalias de Bouguer correspondentes a cada valor de densidade. A densidade escolhida é aquela que tem a menor correlação com o terreno (figura 5.1). No exemplo da figura 5.1 a densidade escolhida seria 2,5 g/cm<sup>3</sup>.

Uma premissa do método de Nettleton é que a topografia é integralmente suportada pela crosta, ou seja, não há compensação isostática. Esta premissa é discutível, pois as grandes feições topográficas podem estar, em geral, compensadas isostaticamente e, portanto, se refletem na anomalia de Bouguer ( Thorarinsson e Magnusson, 1990). Isto pode implicar em algum grau de correlação das massas topográfica com a anomalia de Bouguer.

O uso de valores errados de densidade deixa uma excessiva impressão do terreno na anomalia de Bouguer. Devido a anomalia de Bouguer ser muito sensível ao valor de densidade de Bouguer usado, a estimativa errada desta última, pode acarretar em perdas de informações importantes no processo de geração de mapas.

Como foi discutido na secção 3.5, a topografia da Terra é caracterizada por sua dimensão

---

\*Veja, por exemplo, os sítios: [rubble.phys.ualberta.ca/~doug/G221/SecII/L3erthdim.html](http://rubble.phys.ualberta.ca/~doug/G221/SecII/L3erthdim.html) e [www.sfu.ca/earth-sciences/courses/new207/3-Gravity/3-Gravity.htm](http://www.sfu.ca/earth-sciences/courses/new207/3-Gravity/3-Gravity.htm).

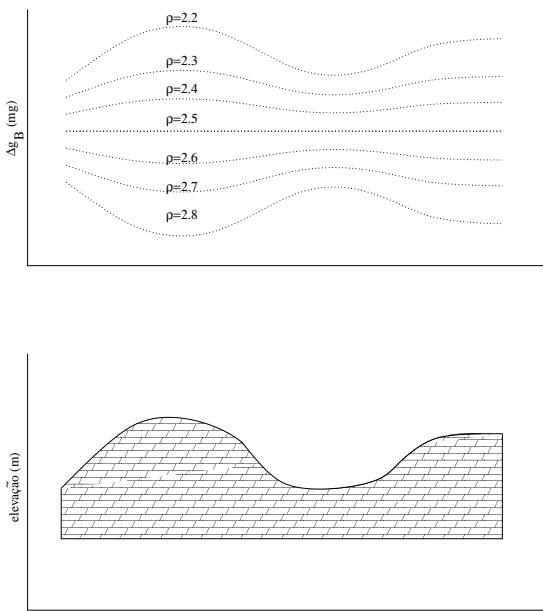


Figura 5.1: Ilustração do Método de Nettleton para estimativa de densidades. A densidade de bouguer é aquela que tem a menor correlação com a topografia, neste caso  $2,5 \text{ g/cm}^3$ .

fractal. Isto pode ser traduzido no fato de que a distribuição de alturas do terreno segue uma lei de potência. Se as feições topográficas do terreno forem suaves em determinada extensão <sup>†</sup>, sua dimensão se aproxima de dois; se o terreno for muito acidentado, sua dimensão fractal se aproxima de três. Por outro lado, a dimensão fractal das anomalias magnética e gravimétrica é interpretada como sendo associada a distribuição fractal de fontes, ou seja, a distribuição de fontes seguem uma lei de potência.

No caso da gravimetria a correção de Bouguer é função da elevação do terreno e este fato é o responsável por deixar uma impressão da topografia na anomalia resultante.

Thorarinsson e Magnusson (1990) supuseram que o campo deve ser mais suave que o terreno - e portanto a dimensão fractal deste é menor que a da topografia - e um valor errôneo de densidade deixa a anomalia mais rugosa e portanto com uma alta dimensão fractal. Portanto, o valor de densidade verdadeiro é aquele que minimiza a dimensão fractal da anomalia de Bouguer. A vantagem deste método é que ele não necessita da premissa de que as massas estão isostaticamente compensadas.

O raciocínio acima pode não ser sempre verdadeiro, pois a distribuição de fontes não tem, a princípio, correlação com a topografia e é por si só invariante em escala. Em todo caso, se a anomalia de Bouguer tem muita impressão do terreno, isto deve se refletir

---

<sup>†</sup>O terreno poderia ter outras dimensões (maiores ou menores) em outras escalas.

no aumento de sua dimensão fractal e o raciocínio da minimização da dimensão fractal, proposto por Thorarinsson e Magnusson, continua valendo.

Resumindo o método: o valor ótimo de densidade é aquele que minimiza a dimensão fractal da anomalia Bouguer.

Chapin (1995) utilizou o método de Thorarinsson e Magnusson (1990) para a América do Sul e encontrou uma curva de minimização que não possuía, claramente, um extremo, ou seja, um gráfico em forma de “U” como em Thorarinsson e Magnusson (1990). Um mínimo ficava definido somente após uma correção da tendência linear da curva. A interpretação dada por Chapin foi a de que a correção de Bouguer ( $BC = h_{(x)} \times A\rho$ , com  $A$  = constante) contém um termo independente de escala,  $h_{(x)}$  e outro dependente da escala, a densidade  $\rho$ . O aumento deste último seria o responsável pela tendência linear do gráfico  $D_f \times \rho$ , fazendo diminuir a dimensão fractal, pois se  $\rho$  aumenta, dominam os efeitos dependentes de escala, e se  $\rho \rightarrow 0$  começam a dominar os efeitos da altitude  $h$  (a qual é invariante em escala) e a anomalia de Bouguer se aproxima do valor de anomalia de Ar-Livre. Se a dependência de escala da densidade se manifesta com um termo linear, a remoção deste fornecerá a curva de minimização dos efeitos topográficos.

Evidentemente, Chapin não levou em consideração a distribuição fractal de fontes já investigada por outros autores (Maus e Dimri, 1994).

O método usado para calcular a dimensão fractal dos dados foi o variograma. O comportamento do variograma depende principalmente de três parâmetros: intensidade, profundidade e auto-similaridade da distribuição de fontes (Maus, 1999). A comparação dos variogramas das anomalias de Ar-Livre, Bouguer e topografia podem ser usados para extrair informações sobre o quanto as massas topográficas estão isostaticamente compensadas.

Na anomalia de ar livre estão presentes os efeitos das massas topográficas, das possíveis fontes causativas e eventualmente, de compensação isostática. Na anomalia de Bouguer esperamos que estejam presentes apenas os efeitos das fontes e (eventualmente) da compensação das massas. Se as massas estiverem totalmente compensadas, estas se refletirão na anomalia de Bouguer e podemos esperar alguma correlação desta com a topografia. A anomalia simples de Bouguer é dada por (Blakely, 1995):

$$\Delta g_{sb} = g_{obs} - g_{fa} - g_{sb} - g_o. \quad (5.1)$$

O termo  $g_{sb}$  é função da altitude e depende do parâmetro densidade  $\rho$ :

$$g_{sb} = 2\pi\gamma\rho h \quad (5.2)$$

e é o termo que tem como objetivo retirar o efeito das massas topográficas de  $g_{obs}$ . **Qual é o efeito de uma densidade sub- ou sobre-estimada?** Com a aplicação de 5.1, esperamos ver o contraste de densidade devido as presença de corpos causativos ou compensação isostática. Se  $\rho$  em 5.2 for muito menor que real, o efeito da topografia não será devidamente eliminado, fato que poderá mascarar o efeito de fontes da subsuperfície, uma vez que a topografia aparecerá na anomalia com um contraste de densidade positivo, podendo se misturar com o efeito de corpos densos ou ressaltar artificialmente o efeito de corpos leves. Por outro lado, se  $\rho$  for maior que o real, o efeito da topografia será o de um contraste de densidade negativo. O efeito das fontes pouco densas serão artificialmente reforçados e as fontes densas mascaradas.

Se o aumento da densidade da topografia reforça o contraste de densidade na anomalia de Bouguer, esperamos um aumento da sua dimensão fractal, e vice-versa.

Para este estudo foram selecionadas quatro áreas para a estimativa da densidade da topografia. O método de Variograma foi aplicado as bacias Barreirinhas e Parnaíba (depo-centro) além da Província Borborema e do Cráton São Francisco. A método foi utilizado no cálculo da dimensão fractal dos dados de altitude ortométrica, anomalia de Ar-Livre e anomalia de Bouguer.

Para o cálculo da anomalia de Bouguer foi utilizada a correção simples de Bouguer (Fórmula 5.2), pois já foi apontado por De Sousa (1996) que a correção de terreno não traz ganho de informação, uma vez que as características do terreno da Bacia são relativamente suaves. Os parâmetros usados no cálculo das anomalias foram baseados no WGS 67 (Blakely, 1995).

A fórmula 3.20 (subrotina “variog”, em **MATLAB<sup>®</sup>**, do apêndice A) foi aplicada aos dados de topografia, anomalia de Ar-Livre e anomalia de Bouguer, sendo que nesta última foram utilizadas 21 valores de densidades diferentes - de 2 g/cm<sup>3</sup> à 3 g/cm<sup>3</sup>, com incremento de 0,05 g/cm<sup>3</sup>. Os parâmetros de entrada do variograma são o incremento da distância horizontal (Journel, 1978) e, como os dados não são igualmente espaçados, é necessário dar uma tolerância para o incremento do variograma (Câmara, 1999). Para cada variograma de cada conjunto de dados, foi selecionado o intervalo no qual o regime de escala se mantinha constante e neste intervalo foi ajustada uma reta via método dos mínimos quadrados, com o aplicativo **ORIGIN<sup>®</sup>**. A dimensão fractal é obtida pela fórmula 3.23, a partir da inclinação da reta.

A dimensão fractal das 21 anomalias de Bouguer foi plotada em função das densidades correspondentes. Em todos os gráficos foi constatada a presença de tendência linear, como

observado por Chapin (1999). A tendência linear de cada gráfico foi corrigida com a rotina DTREND do aplicativo **MATLAB®**. Nos gráficos resultantes foi ajustada uma função pelos método dos mínimos quadrados para se obter o valor de densidade que minimiza a dimensão fractal (residual) da anomalia de Bouguer.

As fontes de erros são muitas: posicionamento das estações, altimetria e medida de gravidade. Além do mais, as medidas foram feitas por equipamentos diferentes, por instituições diferentes e com objetivos diferentes. Tudo isto torna a avaliação dos erros no cálculo de dimensão fractal e na densidade de Bouguer uma tarefa muito difícil. Para estimar os erros supomos que as incertezas são iguais e desconhecidas. Neste caso podemos admitir, como aproximação que:  $\overline{\chi_{\text{red}}^2} \approx \chi_{\text{red}}^2 = 1$  (Vuolo, 1995). Os desvios podem então ser calculados por:  $\sigma^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]$ , onde  $\nu$  é o grau de liberdade,  $f(x_i)$  é o valor da reta ajustada e  $y_i$  é o valor medido no ponto (Vuolo, 1995).

## 5.1 Dimensão fractal da distribuição dos dados gravimétricos das áreas selecionadas

A tabela 5.1 mostra os resultados do cálculo da dimensão fractal dos dados das áreas selecionadas. As regiões Cráton e Borborema mostram um comportamento qualitativamente semelhante da mesma maneira que as áreas das Bacias do Parnaíba e Barreirinhas.

A topografia do Cráton exibe dimensão fractal, claramente, de 10 km a 80 km (figura 5.3(a)). A partir daí o regime de escala, aparentemente continua, porém com uma dimensão menor ( $b$  maior). O dados de Ar-Livre desta região apresentam regime de escala no intervalo de 10 – 50 km e a partir daí a dimensão fractal tende a diminuir, embora o regime de escala não seja bem definido. Já os dados de Bouguer mostram um comportamento muito semelhante com os de topografia; além disto, a tabela 5.1(c) mostra que a dimensão fractal da topografia e da anomalia de Bouguer são muito próximas. Isto poderia indicar que nesta faixa de comprimentos de onda a topografia está bastante compensada isostaticamente, o que estaria de acordo com a dado de que a região é estável e muito antiga. Isto é reforçado pelo fato de que topografia e anomalia de Ar-Livre têm valores muito próximos de dimensão fractal. A presença de efeitos de compensação na anomalia de Bouguer pode estar mascarando efeitos de outras possíveis fontes.

Para a região da Borborema podemos observar em todos os gráficos, grosseiramente, várias pequenas faixas de valores nas quais o regime de escala é constante (figuras 5.4(a), 5.4(b) e 5.4(c)). Isto reflete a complexidade tectônica e geológica da região. Os dados de

Dado	b	$D_f$	extensão (km)
topografia	0,61	2,69	5-40
anom. de Ar-Livre	0,97	2,51	5-100
anomalia de Bouguer	1,01	2,50	5-80

(a) Bacia do Parnaíba.

Dado	b	$D_f$	extensão (km)
topografia	0,36	2,82	30-100
anom. de Ar-Livre	1,87	2,56	10-50
anomalia de Bouguer	1,25	2,37	30-110

(b) Borborema.

Dado	b	$D_f$	extensão (km)
topografia	0,74	2,63	10-80
anom. de Ar-Livre	0,70	2,65	10-60
anomalia de Bouguer	0,72	2,64	10-80

(c) Cráton.

Dado	b	$D_f$	extensão (km)
topografia	0,87	2,56	15-95
anom. de Ar-Livre	1,53	2,26	5-50
anomalia de Bouguer	1,50	2,25	5-50

(d) Barreirinhas.

Tabela 5.1: Resultados obtidos através dos gráficos 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5. Dimensão fractal e extensão do regime de escala dos dados gravimétricos das áreas selecionadas.

topografia e Bouguer apresentam regime de escala no intervalo de 40 km a 100 km e são, como no caso do Cráton, semelhantes. Isto, mais uma vez, poderia indicar compensação isostática nesta faixa de comprimentos de onda.

Na Bacia de Barreirinhas o regime de escala da topografia se estende pela faixa 15 – 95 km e as anomalias de Ar-Livre e Bouguer por 5 – 50 km. Ao contrário do Cráton e da Borborema, a anomalia de Bouguer é fortemente correlacionada com a de Ar-Livre, indicando que neste caso a anomalia de Ar-Livre contém mais efeitos de fontes causativas do que efeitos de compensação isostática.

Na Bacia do Parnaíba (Depocentro) o regime de escala da topografia vai até 40 km, depois deste valor o regime continua mais a dimensão é menor. Em contrapartida o regime de escala da anomalia de ar livre vai até 60 km, indicando que esta contém efeitos de fontes.

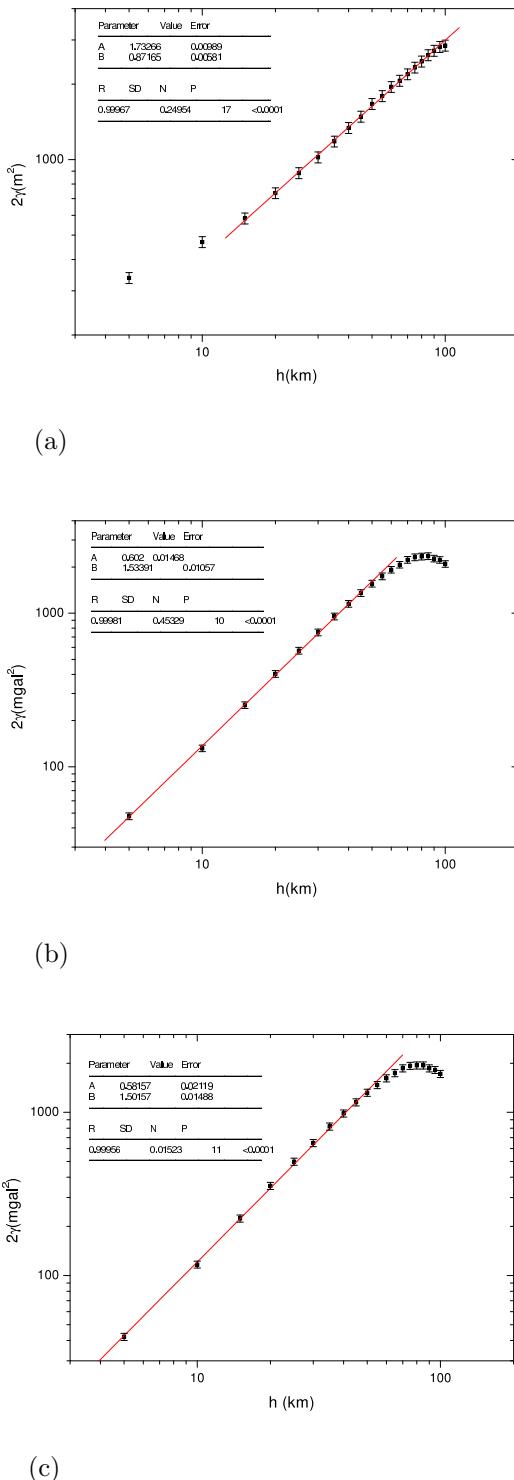


Figura 5.2: Cálculo da dimensão fractal via Método de Variograma dos dados de a) topografia, b) anomalia de Ar-Livre e c) anomalia de Bouguer, da Bacia de Barreirinhas.

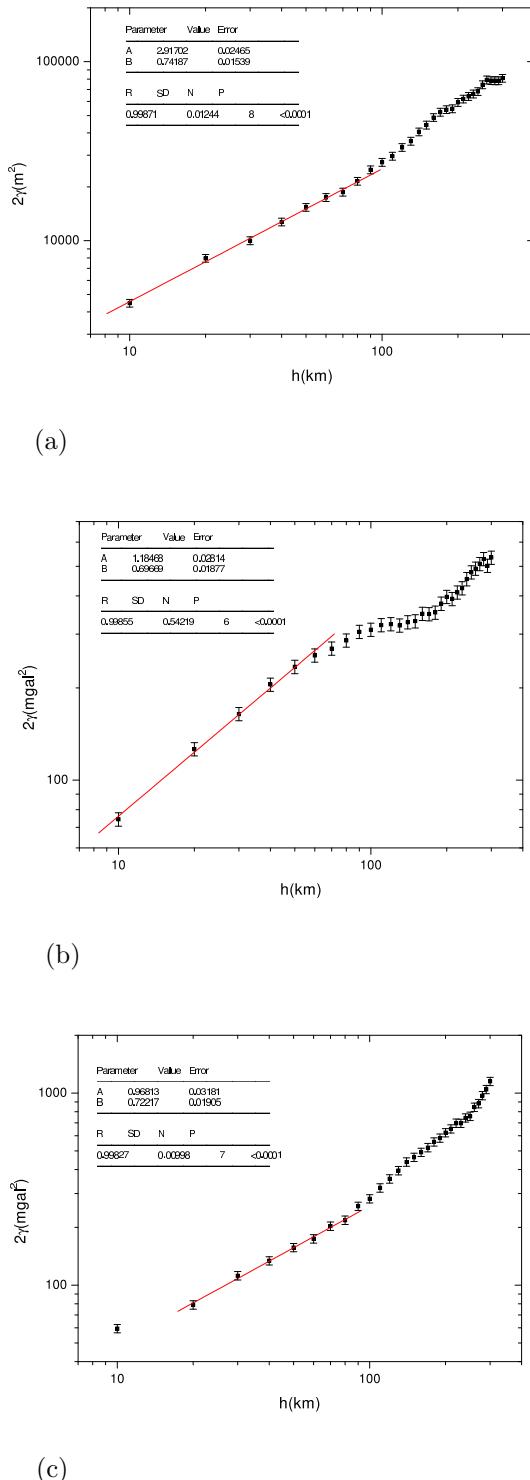
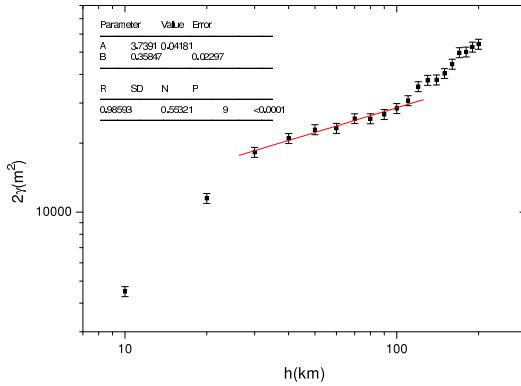
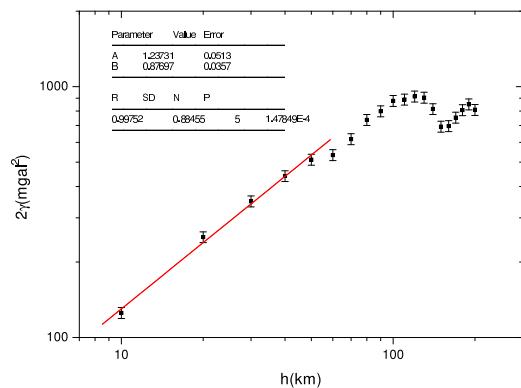


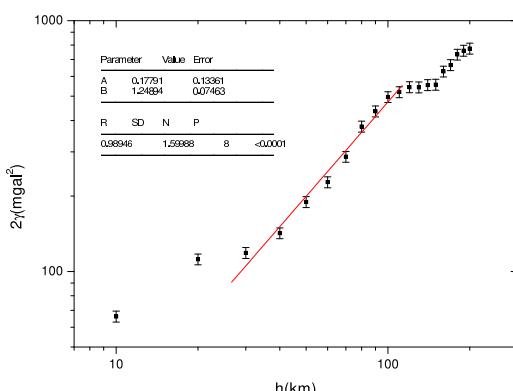
Figura 5.3: Cálculo da dimensão fractal via Método de Variograma dos dados de a) topografia, b) anomalia de Ar-Livre e c) anomalia de Bouguer, do Cráton do São Francisco.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.4: Cálculo da dimensão fractal via Método de Variograma dos dados de a) topografia, b) anomalia de Ar-Livre e c) anomalia de Bouguer, da Província Borborema.

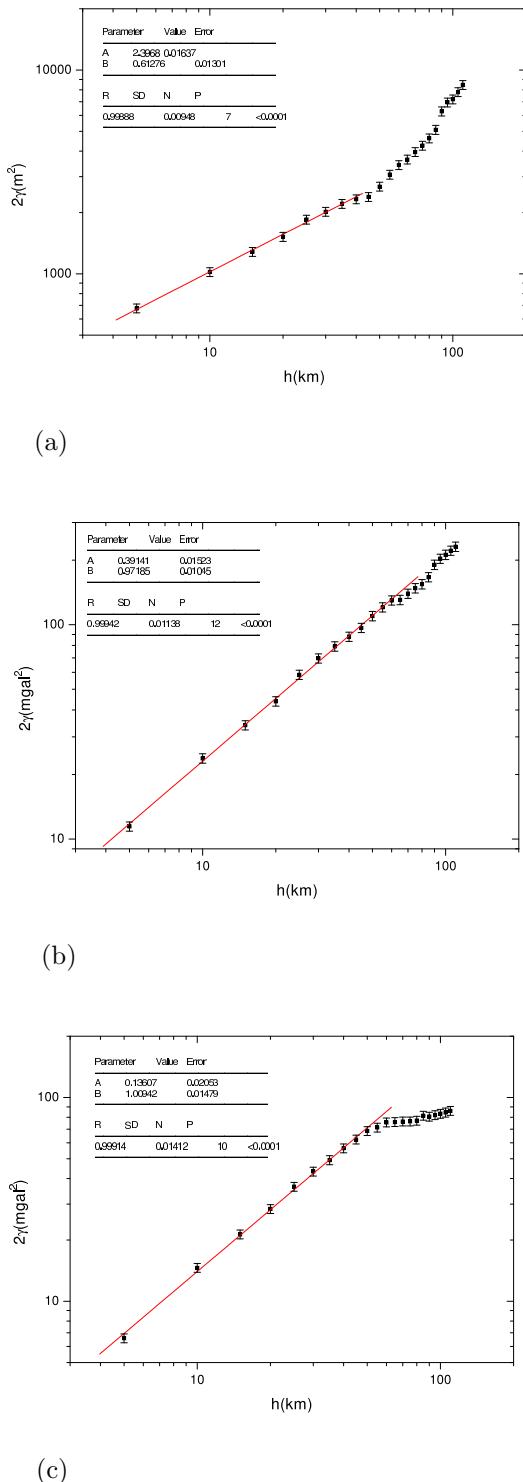


Figura 5.5: Cálculo da dimensão fractal via Método de Variograma dos dados de a) topografia, b) anomalia de Ar-Livre e c) anomalia de Bouguer, do depocentro da Bacia do Parnaíba.

Área	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Erro
Parnaíba	2,48	0,01
Cráton	2,53	0,01
Borborema	2,51	0,01
Barreirinhas	2,50	0,01

Tabela 5.2: Densidade estimada das áreas selecionadas

## 5.2 Determinação da densidade de Bouguer das áreas selecionadas e consequências no mapeamento gravimétrico

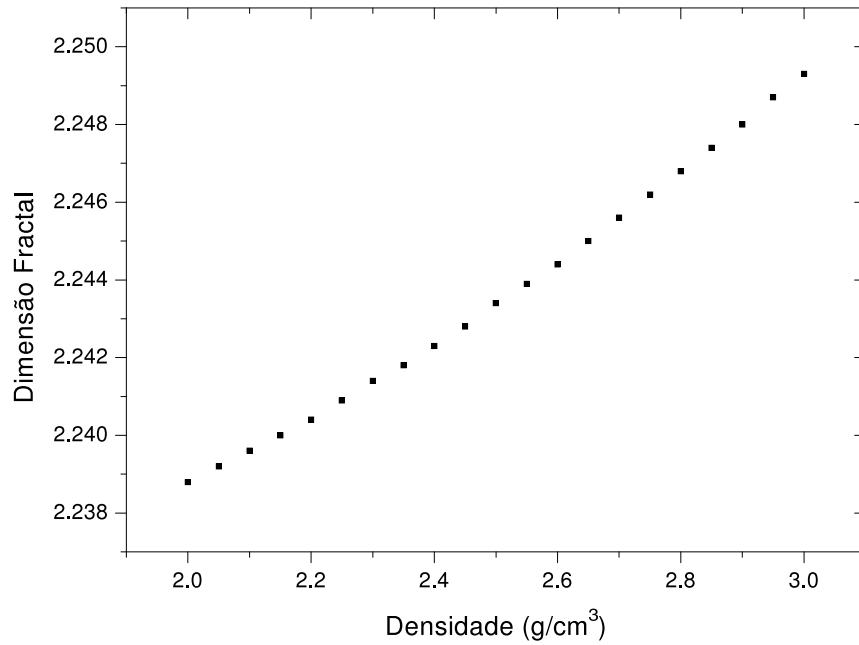
O processo de minização da dimensão fractal da anomalia de Bouguer é mostrado nos gráficos 5.6 a 5.9 e o resultado da minimização é resumindo na tabela 5.2.

Os valores são surpreendentemente baixos para as regiões cristalinas, como já verificado por Thorarinsson e Magnusson (1990) e Chapin(1996). Os valores nas áreas de Bacias sedimentares são, como esperado, mais baixos que nas regiões cristalinas, embora a diferença seja pequena. O valor mais baixo de densidade na Província Borborema do que no Cráton São Francisco é consistente com o fato de que a Província Borborema é uma região extremamente fraturada.

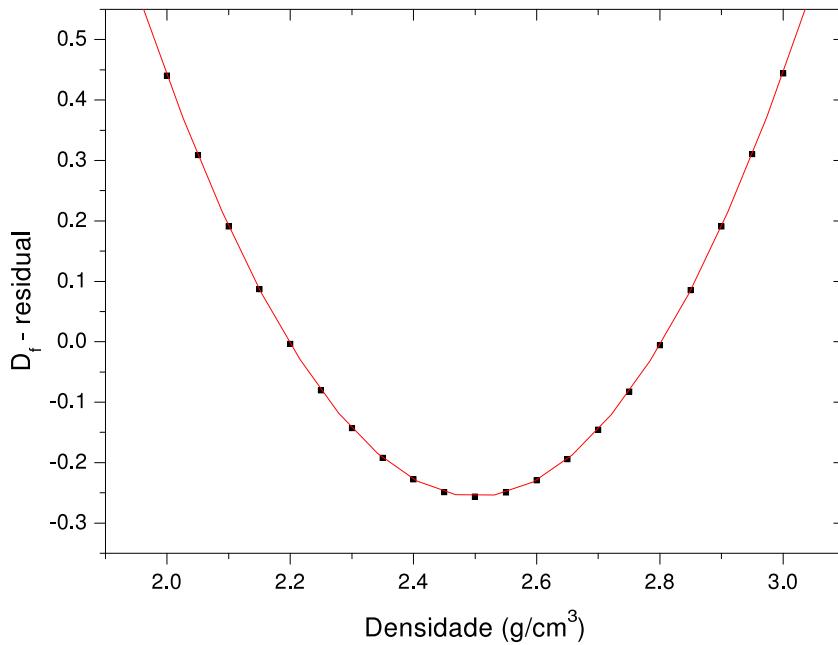
Outro resultado interessante é o de que nas regiões de bacias o aumento da densidade causou o aumento dimensão fractal (figuras 5.9(a) e 5.6(a)), contrariamente o que aconteceu a regiões cristalinas (figuras 5.7(a) e 5.8(a)). O último resultado está de acordo com o que foi encontrado por Chapin (1996), mas o primeiro não está.

A explicação poderia ser que, em bacias sedimentares, o aumento da densidade reforça o contraste de densidade, devido ao fato de que as densidades de bacias são mais baixas. O aumento do contraste de densidade aumenta a rugosidade da anomalia.

O mapa de Bouguer da Bacia do Parnaíba (Figura 5.10) foi gerado utilizando-se a densidade de 2,48 g/cm<sup>3</sup> para o continente. A figura 5.11 mostra a diferença entre a anomalia de Bouguer calculada com densidades 2,48 g/cm<sup>3</sup> e 2,67 g/cm<sup>3</sup>.

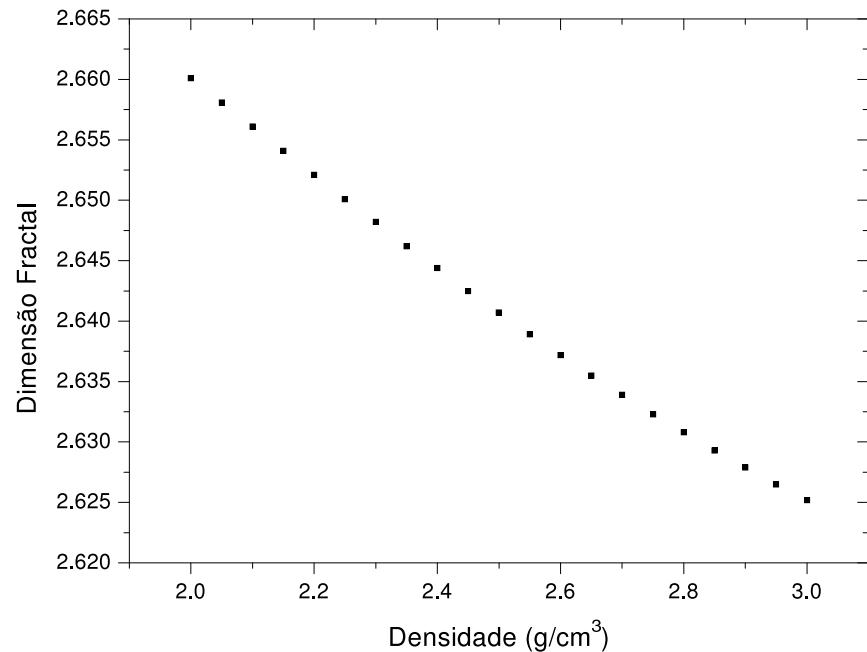


(a)

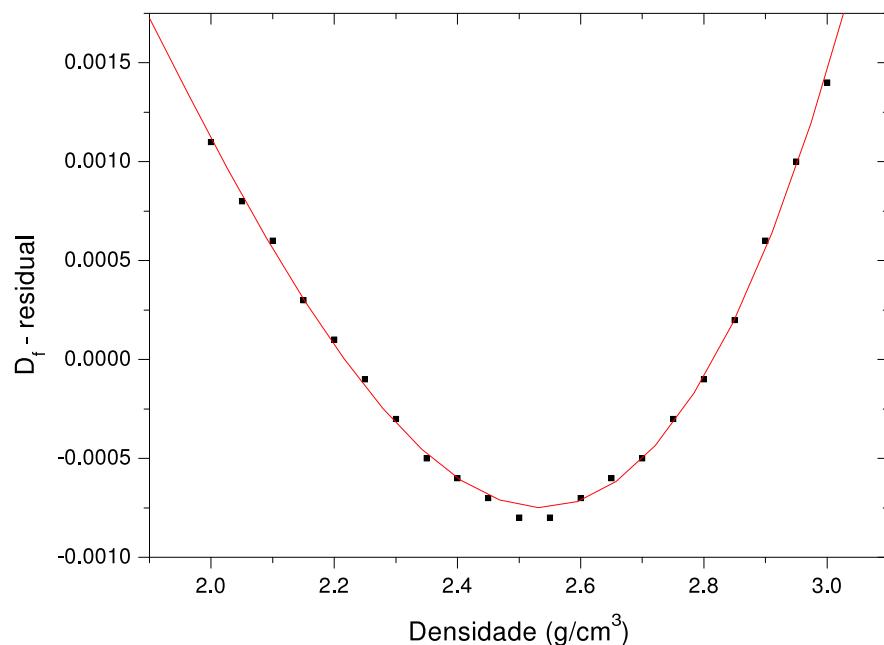


(b)

Figura 5.6: a) Gráfico da dimensão fractal versus densidade da anomalia de Bouguer da Bacia de Barreirinhas. b) O mesmo gráfico com correção da tendência linear.

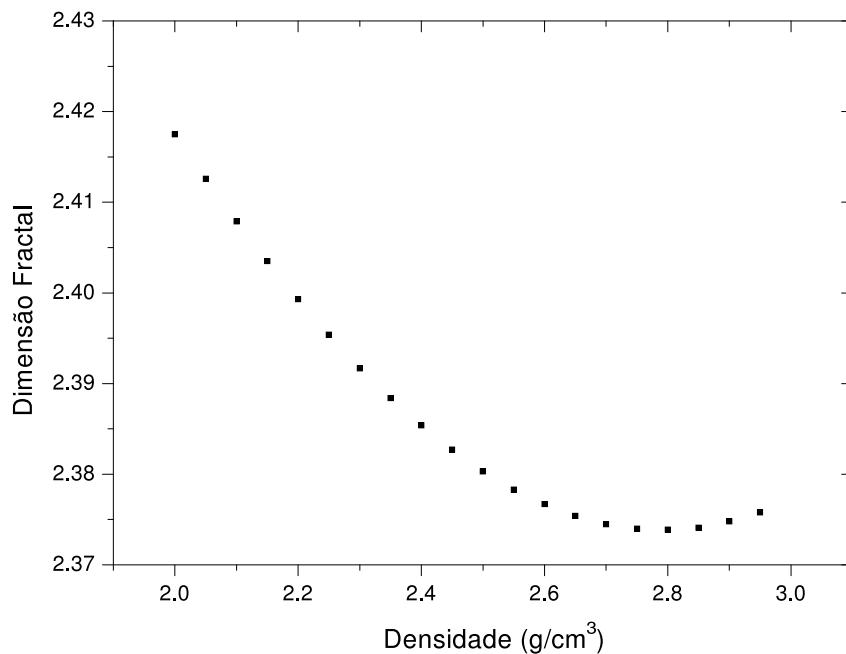


(a)

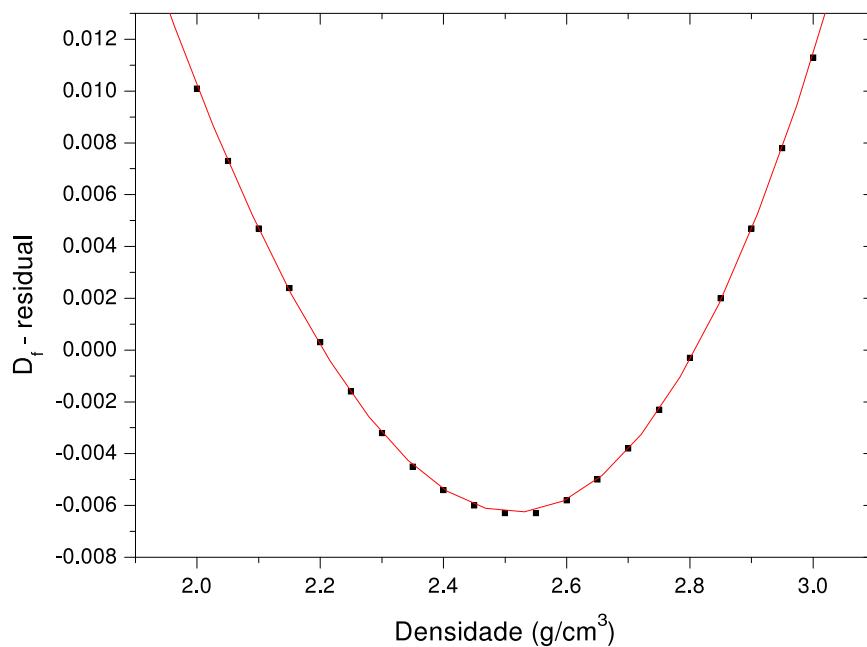


(b)

Figura 5.7: a) Gráfico da dimensão fractal versus densidade da anomalia do Cráton do São Francisco. b) O mesmo gráfico com correção da tendência linear.

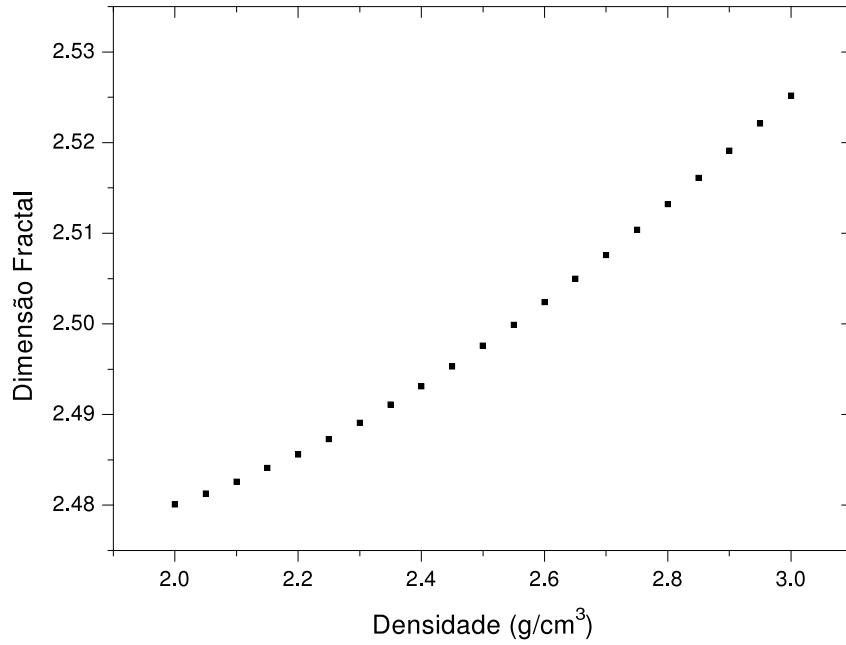


(a)

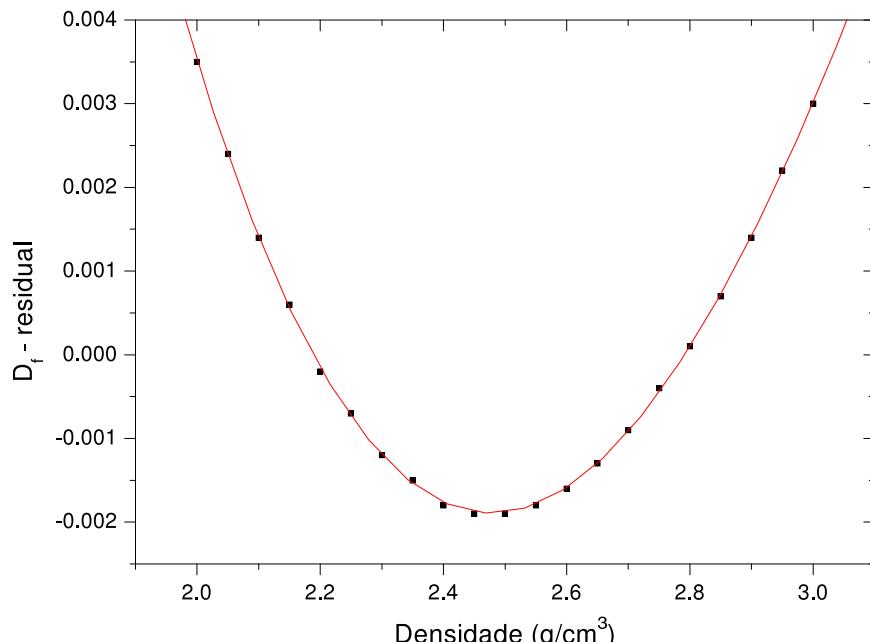


(b)

Figura 5.8: a) Gráfico da dimensão fractal versus densidade da anomalia da Província Borborema. b) O mesmo gráfico com correção da tendência linear.

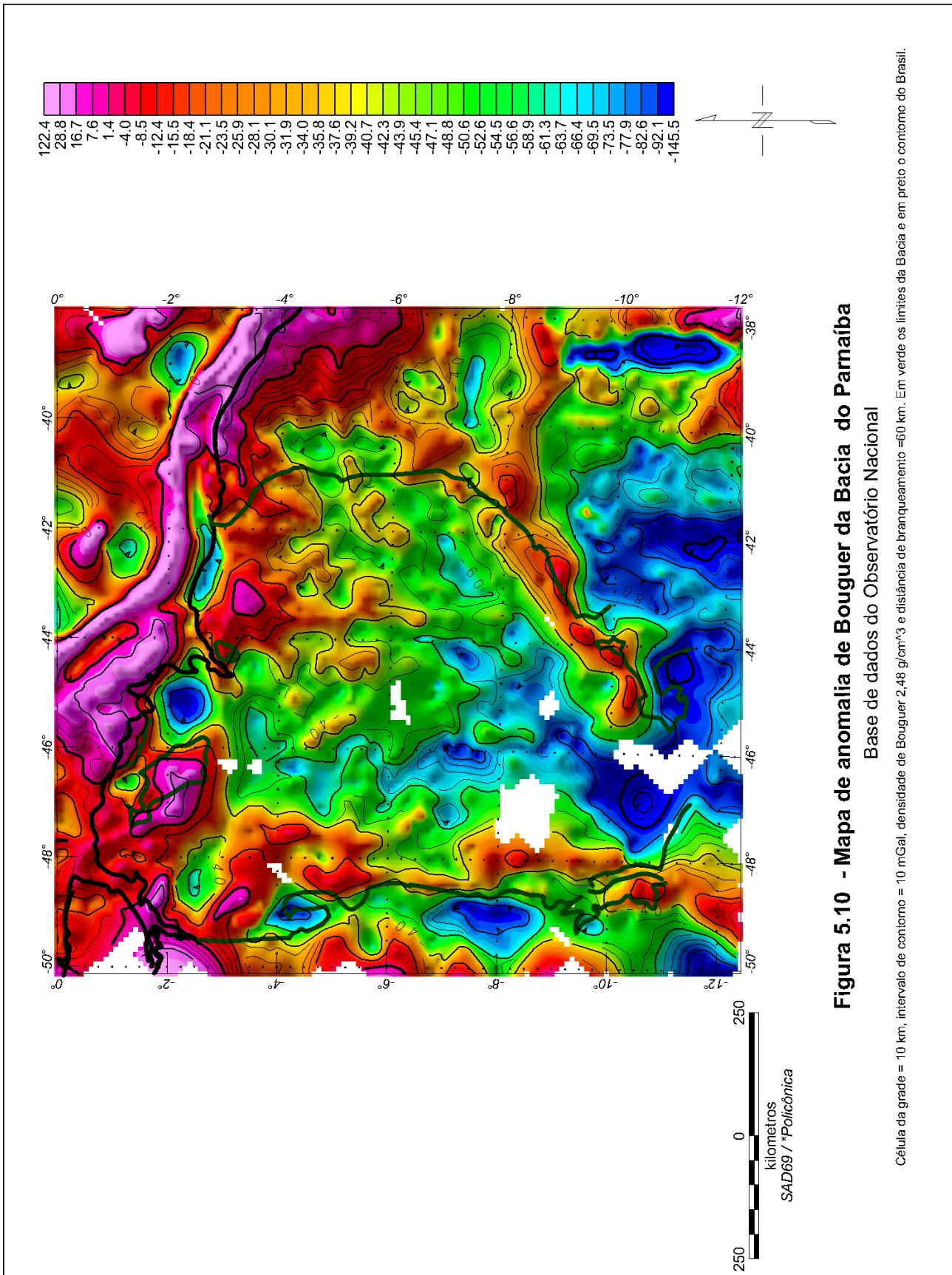


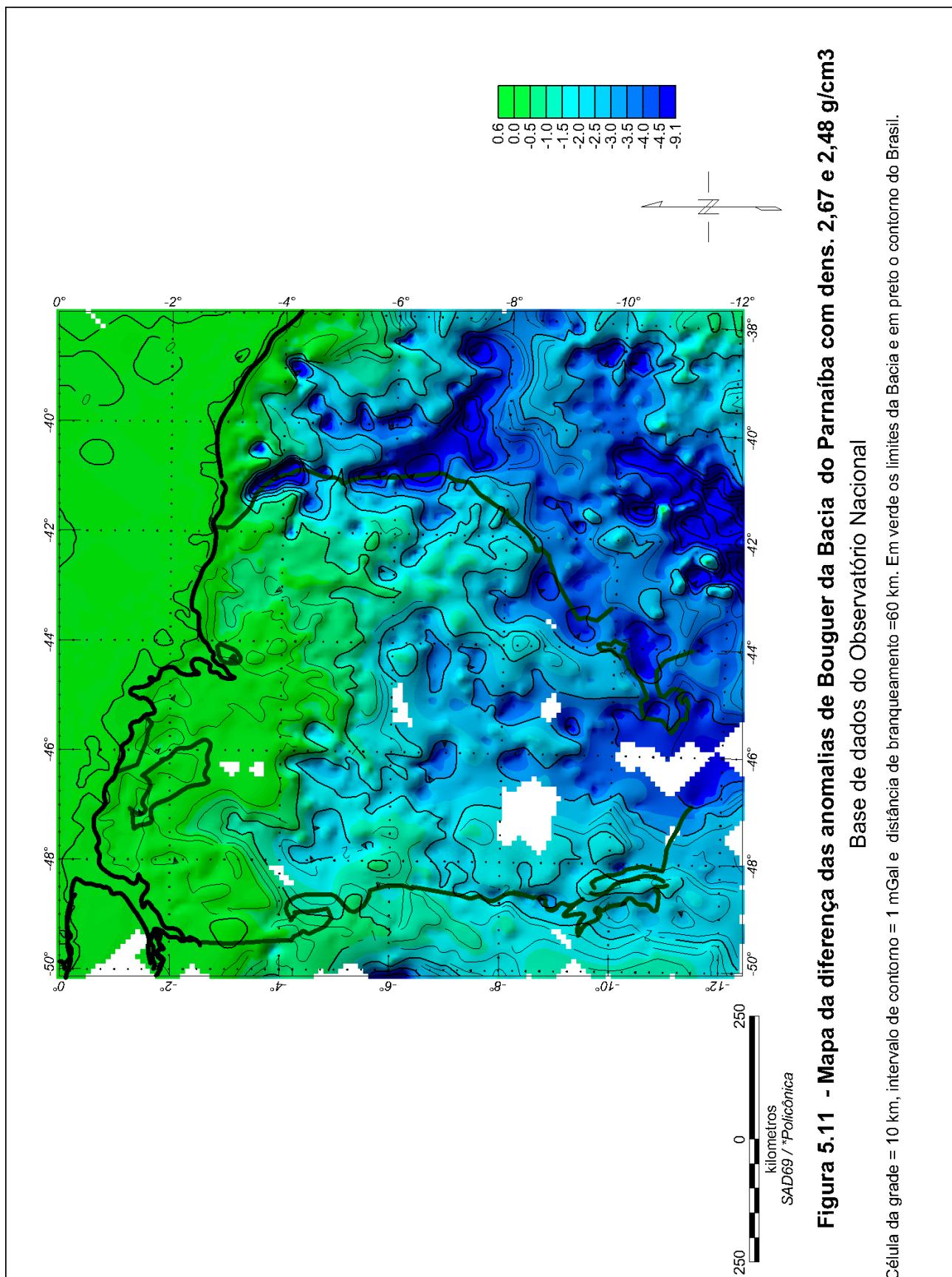
(a)



(b)

Figura 5.9: a) Gráfico da dimensão fractal versus densidade da anomalia de Bouguer do Depocentro da Bacia do Parnaíba. b) O mesmo gráfico com correção da tendência linear.





# Capítulo 6

## Discussão e Conclusões

A dimensão fractal da distribuição de estações na Bacia do Parnaíba é baixa se o interesse é de se ter um maior detalhamento do campo gravimétrico desta região. Em um mapa de anomalias gerado a partir de uma distribuição de dados com tal dimensão é **impossível** se recuperar o campo com a mesma resolução em todas as sub-regiões desta distribuição. O tamanho ótimo da célula da grade que é aquele no qual se inicia o regime de escala. Este é o intervalo que dará mais detalhes do campo, porém é necessário algum mecanismo que indique as regiões de menor confiabilidade do mapa.

Os mecanismos de *branqueamento* podem ser utilizados para evitar a interpolação nas regiões sem dados, embora eles causem prejuízo *estético* para o mapa, deixando muitas lacunas. Se o tamanho da célula for aumentada as lacunas poderão ser fechadas, porém serão perdidos detalhes mais finos do campo, que muitas vezes podem ser interessantes. Se os mecanismos de branqueamento não forem usados, poderá acontecer que nas regiões onde há uma maior densidade de medidas, aparecerão bastante detalhes no mapas, mas nas regiões pobemente amostradas as linhas de contorno serão mais suaves ( se não forem é por que houve introdução de anomalias espúrias). Um leitor desavisado pode interpretar o mapa como sendo representativo do campo em todos os seus detalhes, ou seja o campo aparece suave no mapa por que ele realmente é suave. Nos mapas elaborados neste trabalho, isto aconteceu em algumas regiões, como pode ser visto pelo mapa da distribuição de estações. A introdução de anomalias espúrias está clara nas linhas de cruzeiro mais espaçadas, ao norte da Bacia. Para este tipo de distribuição a Mínima Curvatura não funciona bem. Estas anomalias ficaram mais evidentes ainda, no mapa 5.11, embora o valor esperado para as anomalias de Bouguer sobre o mar e o continente fosse o mesmo.

A baixa dimensão fractal da distribuição dos dados gravimétricos na Bacia do Parnaíba

indica que um trabalho (mesmo regional) mais detalhado necessita de mais estações de medidas. A análise fractal poderia ser usada no planejamento de futuras campanhas com esse fim. O tipo de amostragem melhor é, obviamente, mais próxima da euclidiana, como a do Cráton São Francisco. Talvez seja melhor fazer menos medições, mas em uma rede mais regular.

A grade usada por De Sousa (1996) não é muito diferente da calculada neste trabalho - embora o número de estações naquele trabalho fosse menor. A diferença é que aqui o mapa tem um índice (infelizmente baixo) de sua qualidade.

Com todos os problemas, os mapas de anomalias gravimétricas gerados com a célula e a distância de branqueamento utilizadas neste trabalho, mostram características gravimétricas importantes da Bacia do Parnaíba: os altos gravimétricos da Plataforma Continental, dos arcos estruturais do médio São Francisco, Urbano Santos e Ferrer; os baixos gravimétricos do Lineamento Transbrasiliano, da Faixa Araguaia, da Chapada Diamantina e das Bacias Tucano-Jatobá, Barreirinhas e Araripe (transparência anexa ao mapa).

Os resultados mostraram que o método de Lovejoy *et alli* (1986) fornece um bom índice da confiabilidade dos mapas gerados a partir de distribuição de dados geofísicos, embora ainda não exista um critério seguro para determinação do início do regime de escala. O método de Bonnet *et alli* (2001) para se encontrar os limiares do regime de escala, se revelou mais eficiente do que o métodos dos  $\chi^2$  para se obter o início do regime de escala.

A diferença entre as anomalias de Bouguer calculadas com as densidades de 2,67 g/cm<sup>3</sup> e a pelo método de Thorarinsson e Magnusson (1990) (Figura 5.11), podem ser significativas dependendo do contexto que se quer analisar. As anomalias se mostraram mais sensíveis à variação na densidade de Bouguer em algumas regiões do que em outras. Pode-se verificar, por exemplo, o aumento do contraste do lineamento Transbrasiliano e pouca alteração na Bacia Tucano-Jatobá.

Apesar de os erros devido ao uso de densidades irreais poderem ser considerados pequenos em certos contextos, estes podem ser propagados, dependendo das características da anomalias, para valores inaceitáveis quando a região de estudo for pequena e as anomalias forem submetidas a tratamentos como derivadas, Transformada de Fourier e etc. Isto pode levar, por exemplo, a estimativas irreais de profundidade de fontes.

A alta correlação (comparação dos mapas 4.15 e 5.11) da diferença das anomalias de Bouguer calculadas com a densidade de 2,67 g/cm<sup>3</sup> e a calculada via fractais, confirma

que a uma densidade sub- ou sobre-estimada deixa uma excessiva impressão do terreno nas anomalia de Bouguer. Outro fato importante é que os bons resultados no cálculo da dimensão fractal dos dados gravimétricos confirmam que a geometria fractal pode fornecer novas informações para a geofísica.

Embora as estimativas de densidades muito baixas nas regiões cristalinas coloquem em dúvida a eficácia do método de Thorarinsson e Magnusson (1990), o que deixa aberta a discussão dos argumentos propostos por estes e por Chapin (1996), os mapas se mostraram sensíveis - em maior ou em menor grau - às variações na densidade de Bouguer. Isto mostra que a preocupação com a estimativa realista da densidade de Bouguer é um tema que não pode ser desprezado. Cabe lembrar também que Thorarinsson e Magnusson (1990) e Chapin (1996) encontraram densidades bastante diferentes de  $2,67 \text{ g/cm}^3$ : os primeiros calcularam densidades de  $2,730 \text{ g/cm}^3$  e  $2,490 \text{ g/cm}^3$  para duas regiões da Islândia e o segundo  $2,60 \text{ g/cm}^3$  para a América do Sul.

Os resultados dos métodos trabalhados aqui, aplicados à Bacia do Parnaíba e às províncias adjacentes, mostraram que a preocupação com a estimativa correta dos dois parâmetros estudados nesta Dissertação é muito importante, e sua estimativa correta pode trazer melhorias para o mapeamento gravimétrico. Esperamos desta forma estar contribuindo para a compreensão da geologia da região Nordeste do Brasil e para a melhoria dos métodos de análise e tratamento de dados geofísicos.

# Apêndice A

## Subrotinas

### Subrotina 2pcorrelacao

Esta subrotina calcula a função de correlação de dois pontos  $C(l)$  dada uma distância máxima 'dmax' para  $l$  e o incremento 'int' para  $l$ .

```
% entra com os valores máximo da distância para
% calcula  $C(l)$  e o intervalo de separação de cada  $l$ .
dmax=input('dmax')
int=input('int')
w=zeros((dmax+1),1);
n=length(v);
vj=v;

% Calcula o número de médio de estações próximas
% a j-ésima estação dentro de raios crescentes: de "int"
% até "dmax".
for j=1:n-1,
% calcula vetorizado as distâncias inter-estações
% e as classifica no histograma em intervalos "int"até
% o valor "dmax", para a j-ésima estação.
    x=[(vj(j,3)-v((j+1):n,3)).^ 2+(vj(j,4)-v((j+1):n,4)).^ 2];
    y=(x). ^ 0.5;
    z=histc(y,0:int:dmax);
    if length(y)==1,
```

```

z=z';
end
w=w+z;
end

l=int:int:dmax;
c=[cumsum(w)/n 1];

```

## Subrotina chi2

Esta subrotina calcula os  $\chi^2_{red}$  intervalos decrescentes de  $l$  (o incremento da função de correlação) a partir do menor  $l$ .

```

% carrega o arquivo
load [nome_arquivo].dat

% Separa as colunas e faz uma média do erro.
x=[arquivo](:,1);
y=[arquivo](:,2);
erro=(abs([arquivo](:,3))+abs([arquivo](:,3)))/2;
erro=e;

[L M]=size([arquivo]);

% Calcula os chi quadrado a para cada número de pontos,
% a partir da origem.
for i=1:(L-2)
    clear v;
    % Ajusta uma reta para via mínimos quadrados.
    % partir do i-ésimo ponto a partir da origem.
    [a b]=polyfit(x(i:L),y(i:L),1);
    v=a(1,1)*x(i:L)+a(1,2);
    if i==1,
        w=[x v];
    end
    % calcula o chi quadrado para o i-ésimo ponto

```

```

d=((v-y(i:L)).^2)./(e(i:L).^2);
chis=sum(d)/(length(v)-2);
c(i)=chis;
end

z=[10.^x(1:(end-2))' c'];
save chi.dat z -ascii

```

## Subrotina Variog

Esta subrotina calcula o variograma de um conjunto bidimensional de dados, dada as distâncias máxima 'hf', mínima, o incremento 'hinc' e a tolerância para o "lag"  $l$ .

```

% Entra com os valores do menor, o incremento, o valor
% final e a tolerância para o "lag"do variograma,
% respectivamente.
hi=input('hi=');
hinc=input('hinc=');
hf=input('hf=');
tol=input('tol=');
[L,M]=size(w);
vj=w;
n=L;
ind=1;

for h=hi:hinc:hf;
    s=0;
    m=0;
    j=1;
    % Calcula o valor do variograma para o "lag" h.
    for j=1:n-1,
        % Calcula vetorizado as distâncias entre os pontos e as
        % respectivas diferenças entre as grandezas nestes pontos.
        a=[vj(j,3)-vj(j+1:n,3),((vj(j,1)-vj((j+1):n,1)).^2+(vj(j,2)-vj((j+1):n,2)).^2).^.5];
        % Encontra os índices "i" das componentes que estão
        % dentro do "lag" ± tol, e soma os quadrados das
        % componentes encontradas

```

```
i=find( a(:,2) < (h+tol) & a(:,2) > (h-tol));
s=sum((a(i,1)).^2)+s;
m=length(a(i,1)==0)+m;
end
gama(ind,2)=s/m;
ind=ind+1;
end

h=hi:hinc:hf;
save variog.dat gama -ascii
```

## Apêndice B

### Fractais e teoria de Sistemas Dinâmicos Não-lineares

Geometrias fractais são geradas por processos “não-lineares”. Vários processos são responsáveis pelo desenho da topografia. Estes processos podem atuar em escalas distintas e/ou na mesma escala. Fragmentação, erosão (Turcotte, 1992; Pickering *et alii* (1999)), falhamento (King, 1983; Pickering *et alii*, 1999) e a percolação (Turcotte, 1992) são processos que com certeza contribuem para a desenho da topografia. A tectônica e o vulcanismo são alguns dos mecanismos que estão por trás da orogenia (Turcotte e Schubert, 1982), estes também interferem na distribuição de fontes causativas. Estes dois últimos estão ligados provavelmente a convectivos no manto. A convecção e a percolação são, notoriamente, reconhecidos com processos modelados por sistemas “dinâmicos não-lineares”. A geometria fractal da topografia e dos campos gravimétrico e magnético pode ter origem nestes processos.

Os sistemas dinâmicos são estudados através dos seus diagramas de fase. Se o sistema é caótico, seu diagrama de fase possui atratores\* que são chamados de “estranhos” (Ott, 1993). Os atratores estranhos são caracterizados por sua dimensão fractal.

As equações de Lorenz são conhecidas por aproximarem a convecção térmica de uma camada de fluido aquecido a partir de baixo. O diagrama de fase destas equações possuem um atrator estranho que é fractal (Mandelbrot, 1982 cap. 20 e Feder, 1988 cap. 6).

Lovejoy *et alii* (1995) relacionaram a dinâmica orográfica ao movimento tectônico e a gravidade, nos continentes; e ao fluxo de calor nos oceanos. Eles relacionaram a distribuição de alturas da topografia a lei de Kolmogorov para fluxo turbulento.

---

\* Regiões do espaço de fase para qual as órbitas do sistema convergem.

Barraclough e De Santis(1997) calcularam diferentes índices que caracterizam o caos - dimensão fractal, expoente de Liapunov e índice K - a séries temporais do campo magnético. O comportamento caótico do campo magnético da Terra foi bastante evidenciado neste trabalho. Uma vez que acreditamos que o campo geomagnético tenha sua origem em processos convectivos no núcleo, poderíamos esperar que outros efeitos da convecção também possua invariância de escala. Isto é reforçado pelo fato de o modelo mais aceito para o campo geomagnético é o modelo de dinâmo auto-sustentável (Turcotte, 1992), o qual tem comportamento caótico. Em recente publicação Hongre *et alli* (Hongres *et alli*, 1999), utilizaram várias técnicas de análise de fenômeno caóticos para a tentativa de reconstrução da dinâmica do campo geomagnético, para calcular o espectro multifractal, o expoente de Lyapunov e a dimensão do espaço de fase.

Muitos trabalhos propuseram o uso da equação linear da difusão para modelar a erosão (Turcotte, 1992), a qual produz bons resultados dentro de certas condições. Evidentemente, uma teoria linear não pode produzir uma topografia com auto-similaridade, ou seja, fractal (Turcotte, 1992). Falconer (1990) argumentou que para isso é necessário introduzir um termo de ruído na equação da difusão para que esta gere geometrias fractais. Neste termo pode estar uma das explicações para a geometria fractal da superfície.

Embora a causa física da geometria fractal em geofísica ainda sejam pouco compreendida (Bonnet *et alli*, 2001), os trabalhos acima sugerem que a origem da geometria fractal encontrada em muitos fenômenos da Geofísica pode ter explicação a luz da teoria de Sistemas Dinâmicos Não-lineares, a Teoria do Caos.

# Bibliografia

- [1] Abhey, R.B. and Dimri, V.P. Gravity evidence for mid crustal domal structure below delhi fold belt and bhilwara super group of western india. *Geophysical Research Letters*, 26(18):2793–2795, 1999.
- [2] Allègre, C.J., Le Mouel, J.L., Provost, A. Scaling rules in rock fractures and possible implications for earthquake prediction. *Nature*, 297:47–49, 1982.
- [3] K. Bahr. Electrical anisotropy and conductivity distribution functions of fractal random networks and of the crust: the scale effect of connectivity. *Geophysical Journal International*, 130:649–660, 1997.
- [4] Banks, R. Contouring algorithms. *GeobYTE*, 6(5):15–123, 1992.
- [5] Barraclough, D.R., De Santis, A. Some possible evidence for a chaotic geomagnetic field from observational data. *Phys. Earth Plan. Inter.*, 99:207–220, 1997.
- [6] Berry, M.V. and Hannay, J.H. Topography of random surfaces. *Nature*, 273:573, 1978.
- [7] Berry, M.V. and Lewis, Z.V. On the weierstrass-mandelbrot fractal function. *Proc. R. Soc. Lond.*, A370:459–484, 1980.
- [8] Bindlish, R., Barros, A.P. Aggregation of Digital Terrain Data Using a Modified Fractal Interpolation Scheme. *Computers & Geosciences*, 22(8):907–917, 1996.
- [9] Blakely, J.R. *Potential Theory in Gravity & Magnetic Application*. Cambridge University Press, 1995.
- [10] Bonnet, E., Bour, O., Oding, N.E., Davy, P., Main, I., Cowie, P., e Berkowitz. Scaling of fractures systems in geological media. *Reviews of Geophysics*, 39(3):347–383, 2001.

- [11] Braille, L.W. Comparison of four random to grid methods. *Computers & Geosciences*, 4:341–349, 1978.
- [12] Brillouin, L. *Science and Information Theory*. Academic Press, 1962.
- [13] Brown, S.R., Scholz, C.H. Broad bandwidth study of the topography of natural rock surfaces. *Journal of Geophysical Research*, 90(B14):12575–12582, 1985.
- [14] Burrough, P.A. Fractal dimension of landscapes and others environmental data. *Nature*, 294:240–242, 1981.
- [15] Câmara, G. *et all.* *Análise espacial de dados geográficos*. [www.dpi.inpe.br/gilberto/cursos.html](http://www.dpi.inpe.br/gilberto/cursos.html), 1999.
- [16] Chapin, D.A. A deterministic approach toward gravity residuals - a case study from south america. *Geophysics*, 61(4):1022–1033, 1996.
- [17] CPRM - Página Oficial. Mapa tectônico-geológico do brasil. 1998.
- [18] Cunha, F.M.B. Evolução paleozóica da bacia do parnaíba e seu arcabouço tectônico. Master's thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1986.
- [19] De Santis, A. , Barraclough, D.R. A fractal interpretation of the topography of the scalar potential at the core-mantle boundary. *Geophysical Research Letters*, 21(10):891–894, 1997.
- [20] De Sousa, M.A. *Regional gravity modeling and geohistory of the Parnaíba Basin (NE Brazil)*. PhD thesis, Universidade de Newcastle upon Tyne (Inglaterra), 1996.
- [21] De Sousa, M.A., Oliveira, M.F.B. Geophysical evidence of the transbrasiliense lineament in the parnaíba basin. *Simpósio Nacional de Estudos Técnicos, Gramado, Anais*, pages 260–263, 1995.
- [22] De Souza, J., De Sousa, M.A. Consequences of the fractal dimension of data distribution on gravity mapping of the parnaíba basin. In: *the 7<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society, Expanded Abstracts*, page 1272, 2001.
- [23] Dimri, V.P. Fractal behavior and detectability limits of geophysical surveys. *Geophysics*, 63(6):1943–1946, 1998.

- [24] Duarte, O.O. *Dicionário encyclopédico inglês-português de Geologia e Geofísica*. PETROBRAS/SBGF, 1997.
- [25] Dubois, J. *Non-linear dynamics in geophysics*. Praxis, 1998.
- [26] Eckstein, B.A. Evaluation of spline and weighted average interpolation algorithms. *Computers & Geosciences*, 15(1):79–94, 1989.
- [27] El Abass T., Jalloili C., Albouy, Y., Dament M. A comparison of different surface fitting algorithms for geophysical data. *Terra Nova*, 2:467–475, 1990.
- [28] Ellner S. Estimating attractor dimensions from limited data: a new method, with error estimate. *Physics Letters A*, 133:283–288, 1988.
- [29] Falconer, K. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons, 1990.
- [30] Featherstone, W.E., Dentith, M.C. A geodetic approach to gravity data reduction for geophysics. *Computers & Geosciences*, 23(10):1063–1070, 1997.
- [31] Feder, J. *Fractals*. Plenum Press, 1988.
- [32] Fedi M., Quarta, T., De Santis, A. Inherent power-law behavior of magnetic fields power spectra from a spector and grant ensemble. *Geophysics*, 62(4):1143–1150, 1997.
- [33] Fox, C.G. Empirically derived relationships between fractal dimension and power law form frequency spectra. *PAGEOPH*, 131(1/2):211–239, 1989.
- [34] Gilbert, L. E. Are topographic data sets fractal? *PAGEOPH*, 131(1/2):241–254, 1989.
- [35] Gilbert, L. E., Malinverno, A. A characterization of the spectral density of residual ocean floor topography. *Geophysical Research Letters*, 15(12):1401–1404, 1988.
- [36] Góes, A.M., de Souza, J.M.P., Teixeira, L.B. Estágio exploratório e perspectivas petrolíferas da bacia do parnaíba. *B. Geoc. PETROBRÁS*, 8(1):55–64, 1994.
- [37] Góes, A.M., Feijó, F.J. Bacia do parnaíba. *B. Geoc. PETROBRÁS*, 8(1):57–67, 1994.
- [38] Goodchild, M.F. Fractals and the accuracy. *Mathematical Geology*, 12(2):8597, 1980.

- [39] Grassberger, P., Procaccia, I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica*, 9D:189–208, 1983.
- [40] Gregotski, M.E., Jensen, O., Arkani-Hamed, J. Fractal stochastic modeling of aero-magnetic data. *Geophysics*, 56(11):1706–1715, 1991.
- [41] Hamza, V. M., Munoz, M. Heat flow of south america. *Geothermics*, 25(6):599–646, 1996.
- [42] Hayakawa M., Ito, T., Smirnova, N. fractal analysis of ulf geomagnetic data associated with the guam earthquake on august 8, 1993. *Geophysical Research Letters*, 26(18):2797–2800, 1999.
- [43] Hongre, L, Sailhac P., Alexandrescu, M., Dubois, J. Nonlinear and multifractal approaches of the geomagnetic field. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 110:157–190, 1999.
- [44] Hough, S.E. On the use of spectral methods for determination of fractal dimension. *Geophysical Research Letters*, 16(7):673–676, 1989.
- [45] Huang, J , Turcotte, D.L. Fractal mapping of digitalized images: Applications to the topography of arizona and comparisons with syntetic images. *Journal of Geophysical Research*, 94(B6):7491–7495, 1989.
- [46] Ivanov, S.S. Scaling properties of paleomagnetic reversal sequence. *Nolinear Processes in Geophysics*, 3:12–22, 1996.
- [47] Journel, A.G. *Mining Geostatistics*. Academic Press, 1978.
- [48] Keating, P.B. The fractal dimension of gravity data sets ans its implications for gridding. *Geophysical Prospecting*, 41:983–993, 1993.
- [49] Keating, P.B. Error estimation and optimization of gravity surveys. *Geophysical Prospecting*, 43:569–580, 1995.
- [50] Kim ,J.W., von Frese, R.R.B., Kim, H.R. Crustal modeling from spectrally correlated free-air and terrain gravity data - a case study of ohio. *Geophysics*, 65(4), 2000.
- [51] King, G. The accomadation of large strains in the upper lithosphere of the earth and others solids by self-similar faut systems: the geometrical origin of b-value. *PAGEOPH*, 121(5/6):761–815, 1983.

- [52] Korvin, G. *Fractal Models on the Earth Sciences*. Esevier, 1992.
- [53] Korvin, G., Boyd, D.M. , O'Dowd, R. The fractal characterization of the australian gravity station network. *Geophys. J. Int.*, 100:535–539, 1990.
- [54] Lenardic A., Moresi L. Heat flow scaling for mantle convection below a conducting lid: Resolving seemingly inconsistent modeling results regarding continental heat flow. *Geophysical Research Letters*, 28(7):1311–1314, 2001.
- [55] Lovejoy S., Lavallée D., Schertzer D. , Ladoy P. The  $l^{1/2}$  law and multifractal topography: theory and analysis. *Nonlinear processes in geophysics*, 2:19–22, 1995.
- [56] Lovejoy S., Schertzer D., Ladoy P. Fractal characterization of inhomogeneous geophysical networks. *Nature*, 319:43–44, 1986.
- [57] Mandelbrot, B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, San Francisco, 1982.
- [58] Mareschal, J-C. Fractal reconstruction of sea-floor topography. *PAGEOPH*, 131(1/2):197–210, 1989.
- [59] Mark, D. M., Aronson, P. B. Scale-dependent fractal dimension of topographic surfaces: An empirical investigation, with applications in geomorphology and computer mapping. *Mathematical Geology*, 16(7):671–683, 1984.
- [60] Maus, S. Variogram analysis of magnetic and gravity data. *Geophysics*, 64(3):776–784, 1999.
- [61] Maus, S., Dimri, V.P. Scaling properties of potential fields due to scaling sources. *Geophysical Research Letters*, 21(10):891–894, 1994.
- [62] Maus, S., Dimri, V.P. Depth estimation from the scaling power spectrum of potential field? *Geophys. J. Int.*, 124:113–120, 1996.
- [63] Mello, L.F.O. O movimento browniano e as curvas sem tangente. *Revista Brasileira do Ensino de Física*, 20(1):19–23, 1998.
- [64] Metelo, C.M.S. Caracterização estratigráfica do grupo serra grande (siluriano) na borda sudeste da bacia do parnaíba. Master's thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro - Instituto de Geociências, 1999.

- [65] Møller, I., Jacobsen, B.O., Christensen N.B. Rapid inversion 2-d geoelectrical da by multichannel deconvolution. *Geophysics*, 66(3):800–808, 2001.
- [66] Ott, E. *Chaos in dynamical systems*. Cambridge University Press, 1993.
- [67] Pickering, G., Bull, J.M. , Sanderson, D.J. Fault populations and their relationship to the scaling of surface roughness. *Journal of Geophysical Research*, 104(B2):2691–2701, 1999.
- [68] Pilkington, M., Todoeschuk, J. P. Stochastic inversion for scaling geology. *Geophysical Journal international*, 102:205–217, 1990.
- [69] Pilkington, M., Todoeschuk, J. P. Fractal magnetization of continental crust. *Geophysical Research Letters*, 20(7):627–630, 1993.
- [70] Pisarenko, D.V., Pisarenko, V.F. Statistical estimation of the correlation dimension. *Physics Letters A*, 197:31–39, 1995.
- [71] Ramsey, B., Yuan, H-J. Bias and error bars in dimension calculations ans their evaluation in some simple models. *Physics Letters A*, 134:287–297, 1989.
- [72] Rothman, D.H., Grotzinger, J.P. Scaling properties of gravity-driven sediments. *Non-linear Processes in Geophysics*, 21:178–185, 1995.
- [73] Sayles, R.S. and Thomas, T.R. Surface topography as nonstationary random porcess. *Nature*, 271:431–434, 1978.
- [74] Smalley, R.F., Turcotte, D.L. , Solla, S.A. A renormalization group approach to the stick-slip behavior of fauts. *J. Geophys. Res.*, 90(B2), 1985.
- [75] Smith A. Intrinsic limits on dimension calculations. *Physics Letters A*, 133:283–288, 1988.
- [76] Thorarinsson, F., Magnusson, S. Bouguer density determination by fractal analysis. *Geophysics*, 55(7):932–1935, 1990.
- [77] Turcotte, D.L. A fractal model for crustal deformation. *Tectonophysics*, 132, 1986.
- [78] Turcotte, D.L. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge Univ. Press, 1992.

- [79] Turcotte, D.L. A fractals interpretation of topography and geoid spectra on the earth, moon, venus and mars. *J. Geophys. Res.*, 92:E597–E601, 1993.
- [80] Turcotte, D.L., Schubert, G. *Geodynamics: Applications of continuum physics to geological problems*. John Wiley ans Sons, 1982.
- [81] USGS - Página Oficial. [energy.cr.usgs.gov/energy/WorldEnergy/OF97-470D/sam06Gmap.html](http://energy.cr.usgs.gov/energy/WorldEnergy/OF97-470D/sam06Gmap.html), 2000.
- [82] Vörös, Z. Multifractal analysis of geomagnetic data. *Revista Geofisica*, 48:77–86, 1998.
- [83] Voss, R.F. *Random fractal: characterization and measurement, in Scaling Phenomena in Disordered Systems*. Plenun Press, NY, 1985.
- [84] Vuolo, J.H. *Fundamentos da teoria de erros*. Edgard Blücher LTDA, 1995.
- [85] Zhang, K.F., Featrhestone, W E. Exploring the detailed structure of the local earth's gravity field using fractal and fourier power spectrun techniques. *IGeS Bulletin*, 10:46–58, 2000.